УДК 004.921+514

ФУНКЦИОНАЛЬНО-ВОКСЕЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АЛГОРИТМА ДВИЖЕНИЯ К ЦЕЛИ НА ОСНОВЕ *R*-ФУНКЦИЙ

А. В. Толок*, Н. Б. Толок**

*,**Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН

*✉ tolok_61@mail.ru, **✉ nat_tolok@mail.ru

Аннотация. Рассматриваются аналитические подходы к решению задач прокладки пути с учётом препятствий. Сравниваются два принципа аналитического моделирования препятствий на сцене: с применением метода потенциалов и путём *R*-функционального моделирования. Приводится принцип функционально-воксельного конструирования сложных вычислительных процессов на примере моделирования *R*-функции объединения или пересечения области двух функций. Разбираются основы арифметических операций над локальными геометрическими характеристиками, описывающими компоненты однородного единичного вектора локальной функции. Демонстрируется принцип денормирования таких компонент для применения в арифметических действиях, составляющих *R*-функцию. Рассматривается моделирование сцены в виде компоновки концентрических объектов и локальной функции описания цели поверхностью воронки в указанной точке. Рассматривается алгоритм динамического формирования итоговой локальной функции объединения поверхности воронки с поверхностью сцены в текущей точке. На основе итоговой локальной функции определяются компоненты вектора направления градиентного движения к заданной цели.

Ключевые слова: *R*-функция, функционально-воксельное моделирование, локальная геометрическая характеристика, локальная функция, градиент, однородный вектор, задача построения пути с препятствиями.

ВВЕДЕНИЕ

Постановка задачи поиска пути уже имеет множество решений пространственного определения препятствий и построения обходящего их маршрута [1–3]. Большинство из алгоритмов поиска пути основываются на принципе «движение до упора» из-за отсутствия необходимой для анализа информации в каждой точке. К таким алгоритмам можно отнести эвристические алгоритмы, в частности муравьиный алгоритм, метод роя частиц, а также эволюционный генетический алгоритм [4], которые зачастую строят путь, не обеспечивающий гладкость, и не могут применяться в ряде прикладных задач, требующих сглаженной траектории движения. К таким алгоритмам также можно отнести волной алгоритм и алгоритм A*. Поэтому не случайно то, что особое внимание получили аналитические подходы к описанию среды для решения задачи обхода препятствий. Такой способ позволяет описывать геометрические модели с максимальной точностью и отображать геометрические свойства объектов среды для каждой точки заданной области сцены.

Аналитический подход к решению задач построения маршрута с учётом сложной конфигурации препятствий традиционно сводится к задачам построения и анализа рельефа поверхности функции $f(x, y) = z$, где множество точек $f(x, y) = 0$ определяет границу огибаемого препятствия. Изучение подходов к построению такого рельефа позволило выделить два принципиальных направления развития: *R*-функциональное построение рельефа поверхности как основы движения по градиенту и построение потенциального поля как суммы точечных источников распределяемого потенциала – метод потенциалов.

Метод потенциалов рассматривает сумму «гиперболоидных» функций притяжения к цели и отталкивания от отдельно взятых точек – объектов препятствий. Применение метода *R*-functional modeling (RFM) [5–7] служит для единого функционального описания сложной геометрии сцены с препятствиями на основе *R*-функционального объединения «параболоидных» функций. При этом для построения области задания потенциалов не требуется осуществлять сложные вычисления, а достаточно обойтись последовательным суммированием их значений. В *R*-функциональном моделировании для включения очередного объекта сцены применяются *R*-функции объединения. Этот факт значительно увеличивает время расчёта по сравнению с методом потенциалов, но позволяет описывать объекты сложной геометрической формы, что не получается сделать с помощью метода потенциалов. Поэтому рекомендуется применение сразу обоих методов, где *R*-функциональная модель описывает статическую детерминированную среду сложной геометрии, а «потенциалы» можно динамически добавлять в любом месте сцены, суммируя их с *R*-функциональной поверхностью.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Представленное исследование направлено на изучение возможности применения функционально-воксельной модели для компьютерного представления области *R*-функции в решении задачи прокладки пути с обходом препятствий с применением градиентных свойств этой модели. При этом следует отметить, что требование к оптимальному, т. е. кратчайшему пути, здесь намеренно не предъявляется, поскольку принцип обтекания предметов зачастую обеспечивает продолжительность заслонения агента по отношению к конечной точке и лишь выход на открытое пространство потребует выравнивания движения к цели. Именно такие свойства приобретает локальная оптимизация движения по градиенту (рис. 1).

Рассмотрим утверждение о том, что функционально-воксельная модель для двух различных функций, заданных единой областью, позволяет проводить арифметические действия над их значениями [8–10], т. е. функционально-воксельное моделирование [10] позволяет реализовывать сложные алгебраические выражения на основе арифметических действий на уровне вычисления локальных геометрических характеристик. В качестве примера рассмотрим функционально-воксельное моделирование *R*-функции пересечения/объединения $\omega(x, y)$ как функции, аргументами которой

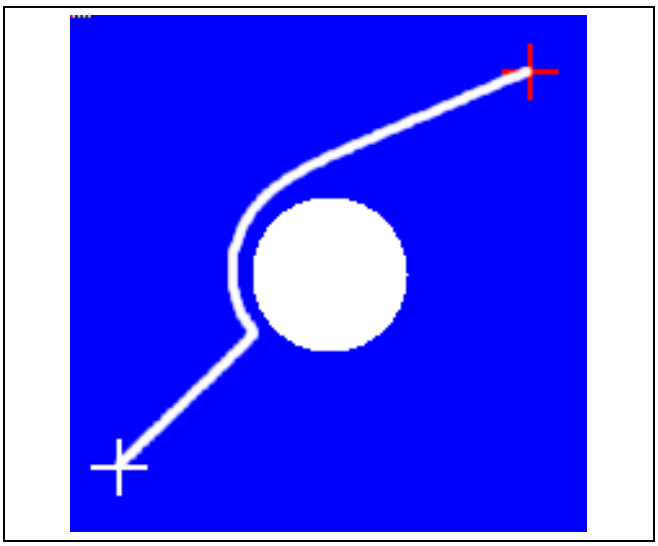

Рис. 1. Движение по градиенту к цели с обходом препятствия (красный крест – цель, белый крест – агент)

также являются значения функций $\omega_1(x, y)$ и $\omega_2(x, y)$ [5–7]:

$$\omega(x, y) = \omega_1(x, y) + \omega_2(x, y) \mp \mp\sqrt{\omega_1^2(x, y) + \omega_2^2(x, y)}. \quad (1)$$

Выражение (1) включает в себя следующие арифметические конструкции: сумму функций, разность, возведение в степень и извлечение корня. Рассмотрим отдельно каждую из этих процедур.

Принцип функционально-воксельного моделирования основан на компьютерном представлении локальными функциями $L(A_{m+1}, X_m) = 0$ заданной области исходной сложной функции $F(X_{m+1}) = 0$, где A_i – локальная геометрическая характеристика, показывающая отклонение единичного однородного вектора нормали в рассматриваемой точке и закодированная цветом *m*-мерного образа. При этом локальная функция линейна и раскладывается в многочлен:

$$L(A_{m+1}, X_m) = a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_mx_m + a_{m+1} = 0.$$

Рассмотрим необходимые арифметические действия, включённые в состав *R*-функции для вычисления её локальных геометрических характеристик в точках заданной области. Для примера зададимся двумерной областью с двумя локальными функциями в каждой точке (x, y):

$$L_1(x, y, z) = a_1^{(1)}x + a_2^{(1)}y + a_3^{(1)}z + a_4^{(1)} = 0,$$
$$L_2(x, y, z) = a_1^{(2)}x + a_2^{(2)}y + a_3^{(2)}z + a_4^{(2)} = 0. \quad (2)$$

Условимся, что верхний индекс обозначения локальной геометрической характеристики, за-

ключённый в скобки, описывает номер функции. Тогда для упрощения расчётов поделим все коэффициенты уравнения, включая свободный, на коэффициент при аргументе z:

$$L_1(x, y, z) = \frac{a_1^{(1)}}{a_3^{(1)}}x + \frac{a_2^{(1)}}{a_3^{(1)}}y + \frac{a_3^{(1)}}{a_3^{(1)}}z + \frac{a_4^{(1)}}{a_3^{(1)}} = $$
$$= l_1^{(1)}x + l_2^{(1)}y + z + l_4^{(1)} = 0,$$

$$L_2(x, y, z) = \frac{a_1^{(2)}}{a_3^{(2)}}x + \frac{a_2^{(2)}}{a_3^{(2)}}y + \frac{a_3^{(2)}}{a_3^{(2)}}z + \frac{a_4^{(2)}}{a_3^{(2)}} = $$
$$= l_1^{(2)}x + l_2^{(2)}y + z + l_4^{(2)} = 0.$$

При этом значение компонент однородного вектора, как правило, возрастает, что приводит к его денормированию (увеличению длины вектора нормали).

Для получения значений локальных характеристик l_i для суммы аргументов $z = z^{(1)} + z^{(2)}$ достаточно попарно сложить все характеристики уравнения. Докажем это следующим образом:

$$z = z^{(1)} + z^{(2)} =$$
$$= (-l_1^{(1)}x - l_2^{(1)}y - l_4^{(1)}) + (-l_1^{(2)}x - l_2^{(2)}y - l_4^{(2)}) =$$
$$= -(l_1^{(1)} + l_1^{(2)})x - (l_2^{(1)} + l_2^{(2)})y - (l_4^{(1)} + l_4^{(2)}).$$

Аналогично для процедуры вычитания:

$$z = z^{(1)} - z^{(2)} =$$
$$= (-l_1^{(1)}x - l_2^{(1)}y - l_4^{(1)}) - (-l_1^{(2)}x - l_2^{(2)}y - l_4^{(2)}) =$$
$$= -(l_1^{(1)} - l_1^{(2)})x - (l_2^{(1)} - l_2^{(2)})y - (l_4^{(1)} - l_4^{(2)}).$$

При этом $l_3^{(1)} = l_3^{(2)} = 1$.

Отсюда можно сделать вывод о том, что локальные геометрические характеристики, приводящие к ликвидации коэффициента l_3 при вычисляемом аргументе z в сумме или разности, формируют локальную функцию сложения или вычитания соответственно. Другими словами, для получения слагаемых операций над локальными функциями достаточно сложить их коэффициенты.

Чтобы сохранить линейное свойство локальной функции при операции умножения, достаточно одну из этих функций заменить на значение аргумента z, например:

$$z = z^{(1)}z^{(2)} =$$
$$= \left(-l_1^{(1)}x - l_2^{(1)}y - l_4^{(1)}\right)\left(-l_1^{(2)}x - l_2^{(2)}y - l_4^{(2)}\right) =$$
$$= \left(-l_1^{(1)}x - l_2^{(1)}y - l_4^{(1)}\right)z^{(2)} =$$
$$= -\left(l_1^{(1)}z^{(2)}\right)x - \left(l_2^{(1)}z^{(2)}\right)y - \left(l_4^{(1)}z^{(2)}\right).$$

Получить значение подкоренного выражения можно, задавшись следующим свойством:

$$\sqrt{z^{(1)}} = \frac{z^{(1)}}{\sqrt{z^{(1)}}} = \frac{-l_1^{(1)}x - l_2^{(1)}y - l_4^{(1)}}{\sqrt{-l_1^{(1)}x - l_2^{(1)}y - l_4^{(1)}}} =$$
$$= \frac{-l_1^{(1)}x - l_2^{(1)}y - l_4^{(1)}}{\sqrt{z^{(1)}}} = -\frac{l_1^{(1)}}{\sqrt{z^{(1)}}}x - \frac{l_2^{(1)}}{\sqrt{z^{(1)}}}y - \frac{l_4^{(1)}}{\sqrt{z^{(1)}}}.$$

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ *R*-ФУНКЦИИ ДЛЯ ФВ-МОДЕЛИ

Для наглядности отображения процесса моделирования *R*-функции пересечения возьмём за исходные функции $z^{(1)}(x, y)$ и $z^{(2)}(x, y)$.

$z^{(1)} = 1 - y^2$ – алгебраическая функция геометрического объекта «симметричная полоса положительных значений x вдоль оси Ox» (рис. 2).

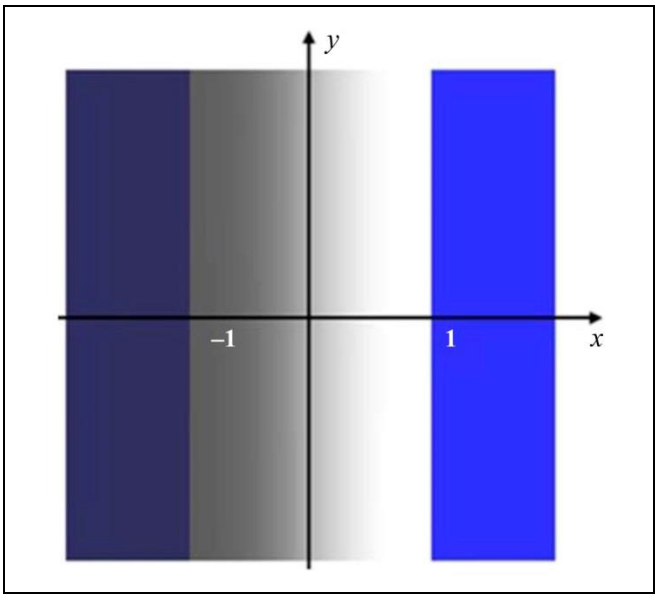

Рис. 2. Воксельное отображение положительной области функции $z^{(1)}$ (синий цвет – отрицательная область значений)

На рис. 3 изображена ФВ-модель для функции $z^{(1)}$.

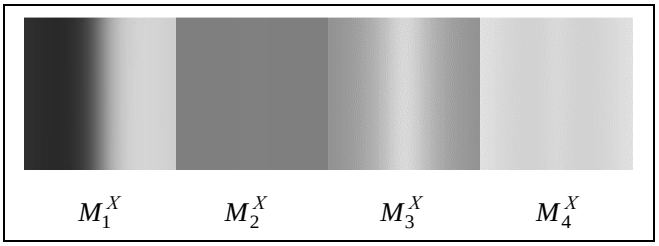

Рис. 3. Воксельное отображение компонентов нормали функции $z^{(1)}$

$z^{(2)} = 1 - x^2$ – алгебраическая функция геометрического объекта «симметричная полоса положительных значений y вдоль оси Oy» (рис. 4).

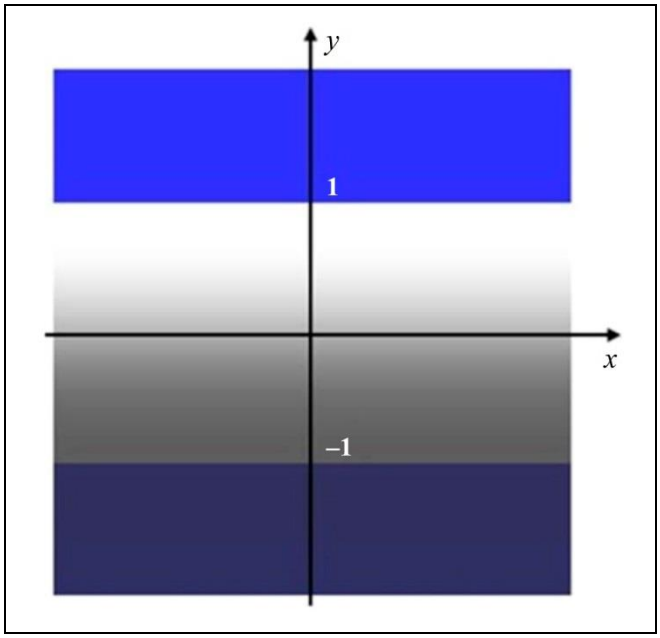

Рис. 4. Воксельное отображение положительной области функции $z^{(2)}$ (синий цвет – отрицательная область значений)

На рис. 5 изображена ФВ-модель для функции $z^{(2)}$.

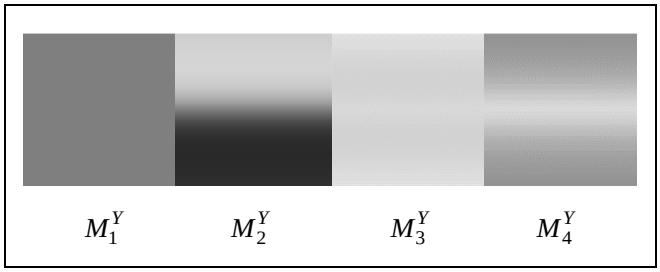

Рис. 5. Воксельное отображение компонентов нормали функции $z^{(2)}$

Представленная на рис. 3 и 5 графическая информация позволяет получить по четыре локальных геометрических характеристики в каждой отдельно взятой точке области и сформировать две локальных функции $L^{(1)}$ и $L^{(2)}$ (2).

Предварительно упростим вычисления. Поделим все коэффициенты локального уравнения на коэффициент a_3. При этом третий коэффициент приобретает единичное значение:

$$l_{1,2,4}^{(1)} = \frac{a_{1,2,4}^{(1)}}{a_3^{(1)}},\ l_{1,2,4}^{(2)} = \frac{a_{1,2,4}^{(2)}}{a_3^{(2)}},\ l_3^{(1)} = l_3^{(2)} = 1.$$

Получим значения z для обеих функций на основе рассчитанных коэффициентов:

$$z^{(1)} = -l_1^{(1)}x - l_2^{(1)}y - l_4^{(1)},\ z^{(2)} = -l_1^{(2)}x - l_2^{(2)}y - l_4^{(2)}.$$

Приведем окончательную формулировку закона для определения локальных геометрических характеристик R-функции пересечения/объединения:

$$l_i^R = l_i^{(1)} + l_i^{(2)} \mp \left(\frac{l_i^{(1)} z^{(1)} + l_i^{(2)} z^{(2)}}{\sqrt{\left(z^{(1)}\right)^2 + \left(z^{(2)}\right)^2}} \right),\ l_3^R = 1,\ i = 1, 2, 4.$$

Путём нормирования полученных коэффициентов l_i^R четырёхкомпонентной нормой $N_4 = \sqrt{\left(l_1^R\right)^2 + \left(l_2^R\right)^2 + \left(l_3^R\right)^2 + \left(l_4^R\right)^2}$ и приведения к соответствию градации монохромной палитры получим требуемые четыре M-образа функции пересечения (рис. 6).

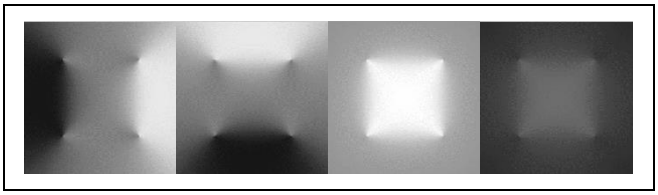

Рис. 6. Воксельное отображение локальных геометрических характеристик на образах M_i

На рис. 7 изображен результат моделирования положительной z-области квадрата со стороной 2.

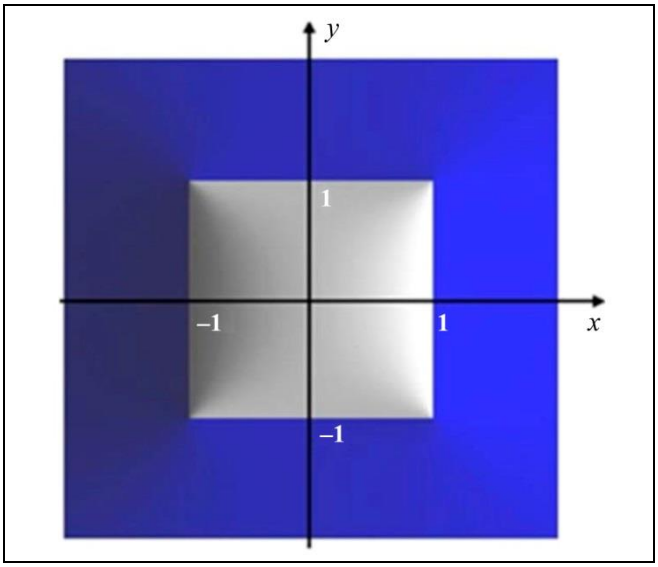

Рис. 7. Воксельное отображение положительной области функции $L^{(1)} \wedge L^{(2)}$ (синий цвет – отрицательная область значений)

3. АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ПУТИ К ЗАДАННОЙ ЦЕЛИ В ДЕТЕРМИНИРОВАННОЙ СРЕДЕ

Для применения принципов функционально-воксельного моделирования необходимо формализовать описание сцены, в которой будет действовать агент, и описать закон притяжения к заданной точке – цель. Если цель динамически задаваема в работе будущего алгоритма, то сцена может иметь различную сложную конфигурацию и подготавливается заранее в специализированной системе по алгоритму, представленному в работах [11, 12].

Для примера опишем сцену функцией на заданной области 20 × 20, где начало координат размещено в центре сцены. Функция сцены будет содержать три концентрических объекта единичного радиуса, расположенных, как показано на рис. 8. Формализация функции сцены будет содержать вложенную структуру следующих функций:

$$z^S = z^{(3)} + z^{(12)} + \sqrt{\left(z^{(3)}\right)^2 + \left(z^{(12)}\right)^2},$$

$$z^{(12)} = z^{(1)} + z^{(2)} + \sqrt{\left(z^{(1)}\right)^2 + \left(z^{(2)}\right)^2},$$

$$z^{(1)} = 1 - (x+4)^2 - (y-2)^2,$$

$$z^{(2)} = 1 - (x-2)^2 - (y+4)^2,$$

$$z^{(3)} = 1 - (x-4)^2 - (y-4)^2.$$

Чтобы не менять ранее принятые обозначения номера объекта верхним индексом, для удобства демонстрации возведения в квадрат элемент с верхним индексом будем помещать в скобки.

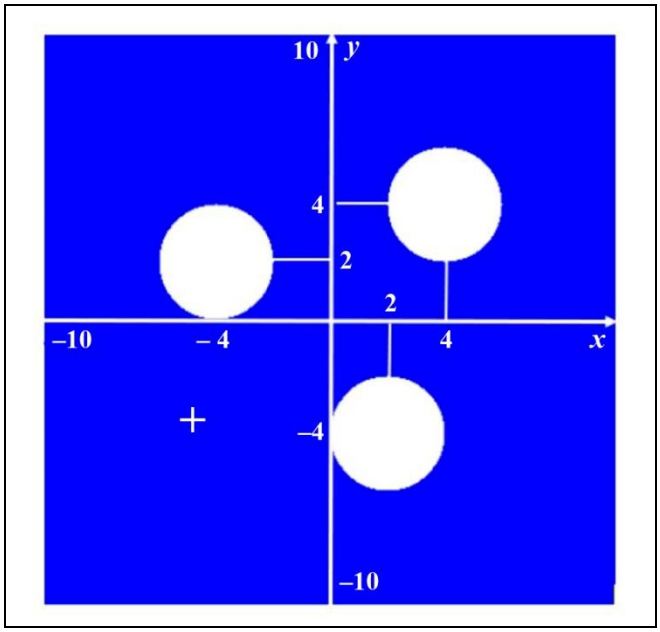

Рис. 8. Сцена, описанная функцией $z^S(x, y)$

Для задания цели необходимо указать на области сцены точку с координатами (x_C, y_C), которая на рис. 8 изображена крестиком. Теперь любая другая точка сцены должна лежать на поверхности функции перевёрнутого конуса с вершиной в точке (x_T, y_T). Путём объединения функции такого конуса с функцией сцены z^S формируется функция поверхности решения поставленной задачи z^G (рис. 9). Любая точка, движущаяся по градиенту такой поверхности, будет стремиться к точке (x_T, y_T), обходя концентрические объекты.

При построении функционально-воксельной модели вместо структурно вложенной функции $z^S(x, y)$ мы получаем в каждой точке области локальную функцию L^S с локальными геометрическими характеристиками a_1^S, a_2^S, a_3^S, a_4^S. Поэтому функцию цели имеет смысл сразу формировать локальными геометрическими характеристиками a_1^T, a_2^T, a_3^T, a_4^T.

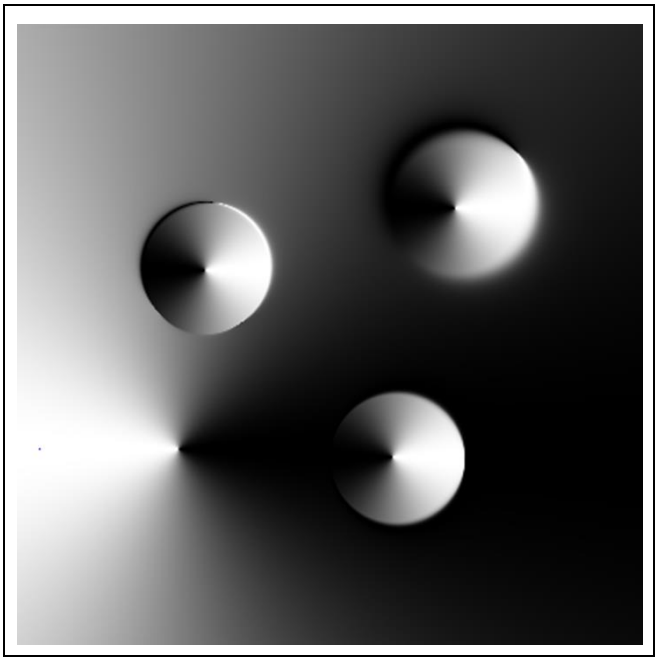

Рис. 9. Сцена, описанная функцией $z^G(x, y)$

Для этого зададимся некоторой текущей точкой положения агента на области сцены (x_A, y_A). Далее определим для этой точки локальные геометрические характеристики локальной функции цели $L^T(x_A, y_A)$. Зададимся уровнем точки цели, т. е. высотой перевёрнутого конуса $z_T = -0{,}001$. Это говорит о том, что поверхность конуса будет мак-

симально развёрнутой относительно плоскости xOy. Тогда расстояние между текущей точкой агента и точкой цели определяется как

$$d = \sqrt{\left(x_T - x_A\right)^2 + \left(y_T - y_A\right)^2 + \left(2z_T\right)^2},$$

а локальные геометрические характеристики в точке агента выражаются следующим образом:

$$a_1^T = \frac{x_T - x_A}{d},$$

$$a_2^T = \frac{y_T - y_A}{d},$$

$$a_3^T = \frac{2z_T}{d},$$

$$a_4^T = -a_1^T x_T - a_2^T y_T - a_3^T \cdot 10^{-3}.$$

Проведём нормировку характеристик $a_1^T, a_2^T, a_3^T, a_4^T$:

$$N_4^T = \sqrt{\left(a_1^T\right)^2 + \left(a_2^T\right)^2 + \left(a_3^T\right)^2 + \left(a_4^T\right)^2},$$

$$n_i^T = \frac{a_i^T}{N_4^T},\ i = 1,\ldots,4.$$

Подготовим полученные характеристики $n_1^T, n_2^T, n_3^T, n_4^T$, а также взятые из функционально-воксельной модели сцены характеристики $a_1^S, a_2^S, a_3^S, a_4^S$ локальной функции $L^S\left(x_A, y_A\right)$ для моделирования результирующей локальной функции $L^G\left(x_A, y_A\right)$ конструкцией объединения:

$$l_{1,2,4}^T = \frac{n_{1,2,4}^T}{n_3^T},\ l_{1,2,4}^S = \frac{a_{1,2,4}^S}{a_3^S},\ l_3^T = l_3^S = 1.$$

Находим локальные геометрические характеристики локальной функции $L^G\left(x_A, y_A\right)$:

$$z^T = -l_1^T x - l_2^T y - l_4^T,\ z^S = -l_1^S x - l_2^S y - l_4^S.$$

$$l_i^G = l_i^T + l_i^S + \left(\frac{l_i^T z^T + l_i^S z^S}{\sqrt{\left(z^T\right)^2 + \left(z^S\right)^2}}\right),$$

$$l_3^G = 1,\ i = 1,\ 2,\ 4.$$

Получив локальные геометрические характеристики в точке поверхности решения $z^G\left(x_A, y_A\right)$, определяем следующую точку направленного отрезка движения по градиенту с шагом S. Чтобы получить косинусы отклонения вектора нормали в плоскости xOy, необходимо привести к двухмерной норме $N_2^G = \sqrt{\left(l_1^G\right)^2 + \left(l_2^G\right)^2}$ две локальных геометрических характеристики:

$$n_i^G = \frac{l_i^G}{N_2^G},\ i = 1,\ 2.$$

Затем необходимо вычислить координаты новой текущей точки положения агента в сцене:

$$x'_A = x_A + Sn_1^G,\ y'_A = y_A + Sn_2^G.$$

На рис. 10 демонстрируется работа алгоритма движения по градиенту от точки положения агента к точке цели с учётом обхода трёх концентрических препятствий. Цель отображается красным крестиком, а агент – белым.

Здесь следует отметить, что функционально-воксельная модель сцены описывается и моделируется отдельно, и скорость работы представленного алгоритма не зависит от количества и размеров объекта, помещаемого в ней.

В работу алгоритма поступают четыре образа, описывающие область функции сцены в одинаковом формате – набором локальных функций, что делает алгоритм независимым от сложности состава сцены. Скорость работы такого алгоритма зависит от точности представления функционально-воксельной модели (разрешения образов), а также от параметра S – длины шага смещения по градиенту.

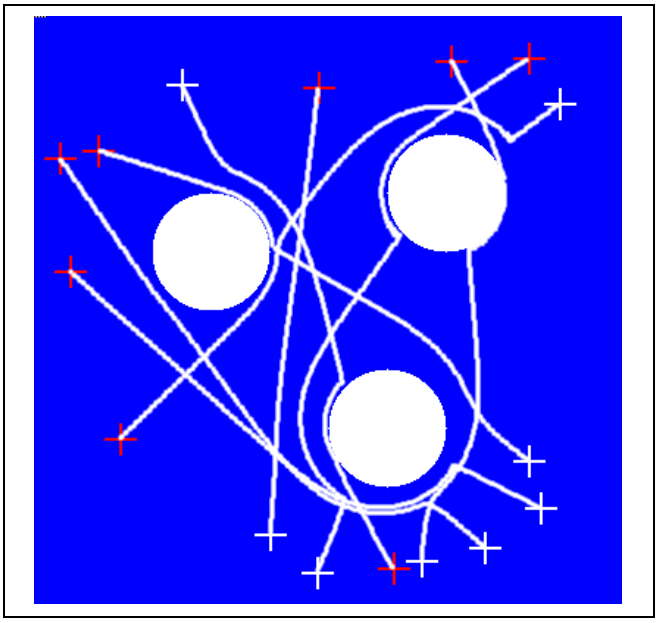

Рис. 10. Пример прокладки пути для движения агентов в сцене с тремя препятствиями

На рис. 11 демонстрируется движение к цели по градиенту для сцены с 25-ю регулярно распределёнными концентрическими объектами.

На рис. 12 демонстрируется движение к цели по градиенту для сцены сложной геометрии.

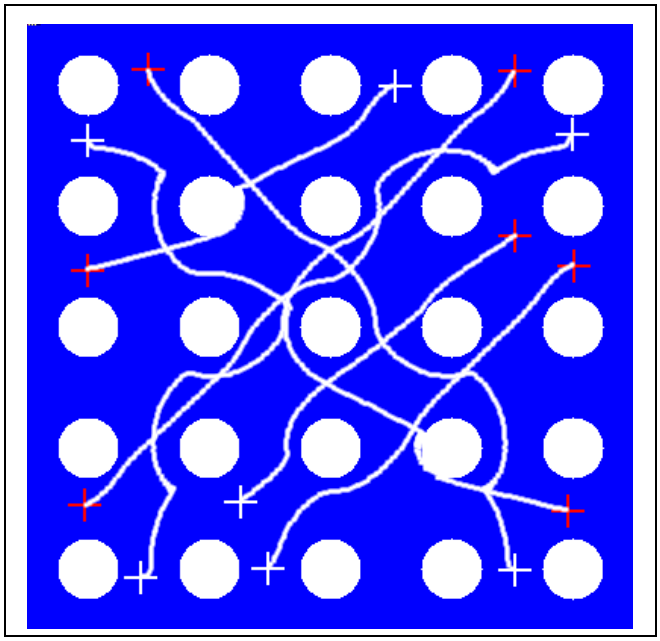

Рис. 11. Пример прокладки пути для движения агентов в сцене с 25-ю препятствиями

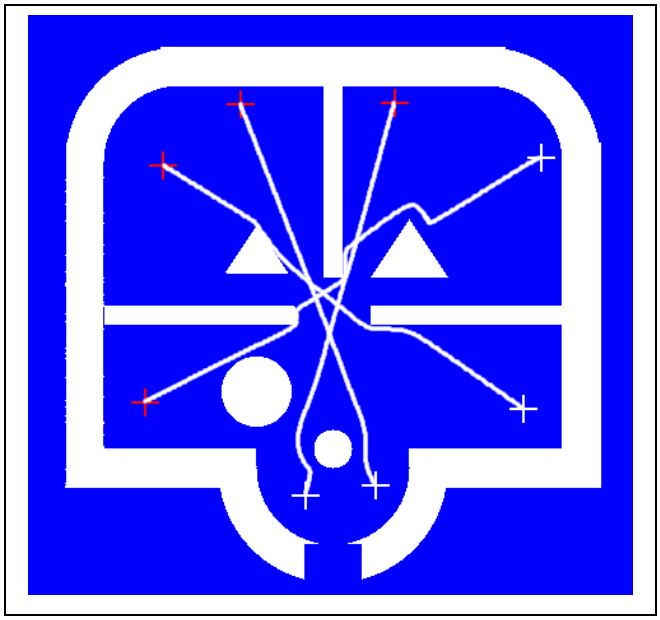

Рис. 12. Пример прокладки пути для движения агентов в сцене сложной геометрии

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученный результат позволяет использовать новый инструмент функционально-воксельного моделирования, обеспечивающий теоретико-множественные операции над локальными функциями, составляющими прямоугольную область. Он даёт возможность оперировать данными локальной геометрии объекта в реализации описания сложных аналитических конструкций на компьютере для дальнейшего применения в динамических алгоритмах аналитического конструирования оптимизационных задач. Предложенный алгоритм градиентного движения позволяет подбором параметров моделирования конусной поверхности для градиентного движения изменять траекторию пути внедрением объектов сложной формы, обеспечивая конечный результат прибытия агента к цели. С помощью функционально-воксельной модели можно путём применением расчёта *R*-объединения локальных функций оперативно решать задачу внедрения нового объекта сцены, такую как конусная поверхность цели, для динамического управления движением агента в сложной геометрической среде.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ющенко А.С.* Интеллектуальное планирование в деятельности роботов // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2005. – № 3. – С. 5–18. [*Yushchenko, A.S.* Intellektual'noe planirovanie v deyatel'nosti robotov // *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. – 2005. – No. 3. – S. 5–18. (In Russian)]
2. Лю В. Методы планирования пути в среде с препятствиями // Математика и математическое моделирование. – 2018. – № 01. – С. 15–58. [Liu, W. Path Planning Methods in an Environment with Obstacles (A Review) // Mathematics & Mathematical Modeling. – 2018. – No. 01. – P. 15–58. (In Russian)]
3. *Васильев С.Н., Локтев М.А., Толок А.В., Толок Н.Б.* К планированию маршрутов в 3D-среде с многовариантной моделью // Труды СПИИРАН. – 2016. – Вып. 2 (45). – С. 5–25. [*Vassilyev, S.N., Loktev, M.A., Tolok, A.V., Tolok, N.B.* Route Planning in 3D Environment with Multivariant Model // SPIIRAS Proceedings. – 2016. – Iss. 2(45). – P. 5–25. (In Russian)]
4. *Интеллектуальное* планирование траекторий подвижных объектов в средах с препятствиями / Под. ред. В.Х. Пшихопова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. – 300 с. [*Intellektual'noe* planirovanie traektorij podvizhnyh ob"ektov v sredah s prepjatstvijami / Pod. red. V.H. Pshihopova. – M.: FIZMATLIT, 2014. – 300 s. (In Russian)]
5. *Максименко-Шейко К.В.* R-функции в математическом моделировании геометрических объектов и физических полей: Монография. – Харьков: ИПМаш НАН Украины, 2009. – 306 с. [*Maksimenko-Shejko, K.V.* R-funkcii v matematicheskom modelirovanii geometricheskih ob''ektov i fizicheskih po-lej: Monografija. – Har'kov: IPMash NAN Ukrainy, 2009. – 306 s. (In Russian)]
6. *Рвачёв В.Л.* Геометрические приложения алгебры логики. – Киев: Техника, 1967. – 212 с. [*Rvachjov, V.L.* Geometricheskie prilozhenija algebry logiki. – Kiev: Tehnika, 1967. – 212 s. (In Russian)]
7. *Рвачёв В.Л., Шейко Т.И.* Введение в теорию R-функций // Проблемы машиностроения. – 2001. – Т. 4. – № 1-2. – С. 46–58. [*Rvachjov, V.L., Shejko, T.I.* Vvedenie v teoriju R-funkcij // Problemy mashinostroenija. – 2001. – T. 4. – № 1-2. – S. 46–58. (In Russian)]
8. *Толок А.В.* Локальная компьютерная геометрия. Уч. пособие. – М.: Ай Пи Ар Медиа, 2022. – 147 с. [*Tolok, A.V.*

Lokal'naja komp'juternaja geometrija. Uch. poso-bie. – M.: IPR-Media, 2022. – 147 s. (In Russian)]
9. *Толок А.В.* Функционально-воксельный метод в компьютерном моделировании. – М.: Физматлит, 2016. – 112 с. [*Tolok, A.V.* Funkcional'no-voksel'nyj metod v komp'juternom modelirovanii. – M.: Fizmatlit, 2016. – 112 s.]
10. *Tolok A.V., Tolok N.B.* Arithmetic in Functional-Voxel Modeling // Scientific Visualization. – 2022. – Vol. 14, no. 3. – P. 107–121. – URL: http://sv-journal.org/2022-3/08/en.pdf.
11. *Masłowski, A.* Training in Military Robotics and EOD Unmanned Systems // NATO EOD Demonstrations and Trials 2014. – Trenčín, 2014. – URL: https://www.eodcoe.org/files/en/events/nato-eod-demonstrations-trials-2014/3-nato_eod_trencin-09_2014-maslowski-opt.pdf.
12. *Zhong, M., Yang, Y., Dessouky, Y., Postolache, O.* Multi-AGV scheduling for conflict-free path planning in automated container terminals // Comput. Ind. Eng. – 2020. – Vol. 142. – Art. no. 106371.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Е.Я. Рубиновичем.

Поступила в редакцию 16.09.2024,
после доработки 08.10.2024.
Принята к публикации 24.10.2024.

Толок Алексей Вячеславович – д-р техн. наук,
✉ tolok_61@mail.ru,
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-7257-9029

Толок Наталия Борисовна – канд. техн. наук,
✉ nat_tolok@mail.ru,
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-5511-4852

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, г. Москва.

© 2024 г. Толок А. В., Толок Н. Б.

Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная.

FUNCTIONAL VOXEL MODELING OF A PATH PLANNING ALGORITHM TO A TARGET BASED ON *R*-FUNCTIONS

A. V. Tolok* and N. B. Tolok**

*,**Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

*✉ tolok_61@mail.ru, **✉ nat_tolok@mail.ru

Abstract. This paper is devoted to analytical approaches to path planning with obstacles. Two analytical modeling principles are compared for obstacles in a scene: the methods of potentials and *R*-functional modeling. The functional voxel design principle of complex computational processes is presented on an illustrative example of modeling of the *R*-function for the union/intersection of the domains of two functions. The fundamentals of arithmetic operations over local geometrical characteristics describing the components of a homogeneous unit vector of a local function are discussed. The denormalization principle of such components is demonstrated for application in arithmetic operations constituting an *R*-function. The scene is modeled by the layout of concentric objects and a local function describing the target by a funnel surface at a given point. A dynamic formation algorithm is considered for the final local function of the union of the funnel and scene surfaces at a current point. The final local function is used to determine the components of the direction vector of gradient-based motion to the target.

Keywords: *R*-function, functional voxel modeling, local geometrical characteristic, local function, gradient, homogeneous vector, path planning with obstacles.