

## **ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАДАЧ МЕЖДУ БЕСПИЛОТНЫМИ ТРАНСПОРТНЫМИ СРЕДСТВАМИ С УЧЕТОМ ПОТРЕБЛЕНИЯ ЭНЕРГИИ<sup>#</sup>**

К. В. Семенков\*, Е. А. Абдулова\*\*, Е. Ф. Жарко\*\*\*, В. Г. Промыслов\*\*\*\*

\*-\*\*\*\*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва

\*✉ semenkov@ipu.ru, \*\*✉ consoft@ipu.ru, \*\*\*✉ zharko@ipu.ru, \*\*\*\*✉ vp@ipu.ru

**Аннотация.** Рассматривается актуальная задача обеспечения готовности беспилотных транспортных средств (агентов) в динамической технической системе (ДТС) в интеллектуальной транспортной среде. Исследуется проблема неравномерного распределения нагрузки между агентами и, как следствие, неэффективного расходования энергии, что сокращает общее время функционирования системы. Для решения проблемы предлагаются оптимизационная модель, включающая в себя целевую функцию, позволяющую максимизировать время работы всей ДТС, и набор ограничений, учитывающих доступную энергию каждого агента. Ключевой аспект модели – обеспечение равномерного распределения энергетической нагрузки между всеми агентами. Для решения задачи оптимизации модель использует алгоритм выполнимости булевых формул CP-SAT с целочисленными ограничениями. В ходе экспериментальной работы с алгоритмом CP-SAT было обнаружено интересное явление: существует корреляция между шагом дискретизации времени (интервалом, за который алгоритм ищет приемлемое решение) и временем работы оптимизационной программы, что позволило предложить эвристический метод изменения шага дискретизации. Основное внимание в исследовании уделено проверке работоспособности предложенной модели и алгоритма оптимизации в условиях реальных, подверженных внешним возмущениям, роботизированных транспортных систем. Модель испытана и показала работоспособность как на программных примерах с полностью известными параметрами системы, так и на реальном стенде, где параметры системы находятся под воздействием возмущений.

**Ключевые слова:** динамическая техническая система, готовность, оптимизация, распределение энергоресурсов, беспилотное транспортное средство, безопасность.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Разработка моделей и методов, направленных на повышение эффективности работы группы автономных устройств (агентов) в динамической технической системе (ДТС) для интеллектуальной транспортной среды, является важным направлением в области робототехники. Сюда входят и актуальные задачи управления энергетическими ресурсами отдельных агентов и всей группы, поскольку эффективность выполнения заданий,

функциональные возможности, продолжительность автономной работы системы напрямую зависят от энергии системы и сценариев использования этой энергии. Техническая возможность переназначения задач или обмена ресурсами между агентами в группе стимулирует развитие подходов, рассматривающих запас энергии и задачи, выполняемые индивидуальным агентом в составе ДТС, как единый распределенный актив.

Одной из сфер применения таких подходов могут быть интеллектуальные ДТС предприятия, участвующие в технологическом процессе. Их важными характеристиками являются функциональная безопасность и готовность. Функциональ-

<sup>#</sup> Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-19-00338, <https://rscf.ru/project/23-19-00338/>



ная безопасность, в терминах ГОСТ Р МЭК 61508-4-2012 [1], это «часть общей безопасности, обусловленная применением управляемого оборудования (УО) и системы управления УО, и зависящая от правильности функционирования систем, связанных с безопасностью, и других средств по снижению риска». Готовность (доступность) – это «способность объекта выполнять требуемые функции в заданных условиях, в заданный момент или период времени при условии, что все необходимые внешние ресурсы обеспечены» (см. ГОСТ Р 27.102-2021 [2]). Под неработоспособным состоянием БТС (беспилотного транспортного средства) в работе будет пониматься состояние, в котором оно не может выполнять задачи из-за истощения энергии.

Готовность непосредственно влияет на полноту безопасности ДТС [3]. Поясним это на примере: предположим, что энергия какого-то БТС, выполняющего задание в роботизированной транспортной системе предприятия, стала близка к нулю (например, почти разрядились батареи). В таком случае это БТС становится неработоспособным (неготовым), необходимо срочно снять с него все задания и перевести его в безопасное состояние, потому что нештатное завершение задания может привести к опасным последствиям.

С другой стороны, из экономических соображений желательно, чтобы простой БТС в системе был минимальным, т. е. сценарии работы ДТС должны быть нацелены на повышение коэффициента технического использования [2] транспортных средств. Под простоем БТС в настоящей работе понимается такое состояние, когда транспортное средство не может выполнять задачи из-за истощения энергии или из-за того, что ему не смогли назначить подходящую с точки зрения использования ресурсов задачу. Таким образом, задача энергоэффективного распределения заданий между мобильными агентами в ДТС предприятия важна как с точки зрения обеспечения безопасности ДТС, так и для повышения экономической эффективности работы всего предприятия.

В зависимости от особенностей постановки, проблема может быть сформулирована как математическая задача о назначениях, задача о ранце, задача об упаковке в контейнеры и т. д. Задача относится к классу NP-полных. Алгоритмы решения таких задач известны (например, алгоритмы динамического программирования) и позволяют при определенном наборе ограничений и виде целевой функции получить решение за приемлемое время, если решение существует, с учетом наличия ре-

сурсов у агента и ограничений на параметры задачи.

Современные исследования в основном сосредоточены на задании вида целевых функций и ограничений, а также на выборе эффективных алгоритмов оптимизации. Так, в работе [4] исследуется оптимизация распределения задач для мобильных роботов с целью оптимизации цикла заряда-разряда отдельных агентов с учетом погодных условий и маршрута движения. Разработанная модель учитывает такие параметры, как скорость, ускорение и полезная нагрузка. В качестве алгоритмов оптимизации используют градиентные методы для глобальной оптимизации [5] и эвристическую «аукционную процедуру» для локальной оптимизации. В работе делается вывод о том, что локальный подход, основанный на прогнозировании времени работы и запаса энергии, показал большую гибкость и потребовал меньших вычислительных затрат. Это делает его предпочтительным для сложных сценариев. Работа [6] фокусируется на оптимизации энергопотребления системы роботизированных ячеек на предприятии. Модель учитывает скорость роботов, их размещение внутри ячейки, поддерживаемые режимы энергосбережения и варианты цепочек операций. Для решения оптимизационной задачи применяются смешанное целочисленное линейное программирование (англ. *Mixed-Integer Linear Programming*, MILP) и гибридная эвристика для больших систем на основе библиотеки Гуроби (нем. Gurobi) [7]. Эксперименты, проведенные на реальной системе, показали возможность сокращения энергопотребления на 20 % за счет оптимизации последовательности операций и применения энергосберегающих режимов. В работе [8] рассматривается в основном имитационная модель группы роботов, выполняющих задачи с перераспределением энергетического ресурса между ними. Модель трансформируется в задачу о назначениях с целевой функцией, минимизирующей общее время выполнения задач в виде линейной нормы, для оптимизации применяется венгерский алгоритм [9].

Кроме того, выходит достаточное количество работ обзорного типа, что подчеркивает массовость и актуальность решения проблемы оптимизации энергии. Работа [10] предлагает систематический обзор методов повышения энергоэффективности в робототехнических и мехатронных системах. Основное внимание уделяется проблеме уменьшения размерности задач при оптимизации путем применения аппроксимирующих моделей. Отмечено, что в большинстве реальных систем нет

возможности получить точное решение оптимизационной задачи.

Работа [11] дополняет предыдущий обзор по обеспечению энергоэффективности робототехнических систем, однако больше внимания уделяет не математическим аспектам решения оптимизационной задачи, а обзору целевых функций и ожидаемому эффекту от решения задачи оптимизации. В статье подробно описываются методы оптимизации робототехнической системы, а также подходы к временному и последовательному планированию для минимизации энергопотребления. Особое внимание уделяется вопросам управления аппаратной и программной средой робота и подчеркивается необходимость их совместного анализа для повышения энергоэффективности.

Во всех статьях подчеркивается важность выбора адекватной модели применения алгоритмов смешанного типа с эвристиками, отражающими структуру объекта или целевой функции, для уменьшения пространства поиска при решении задачи оптимизации.

В настоящей работе рассматриваются вопросы оптимизации энергопотребления в ДТС, где БТС выполняют некоторый набор задач. Задачи агентам ДТС назначаются из центра управления, с которым БТС ведут информационный обмен. БТС работают независимо друг от друга. Для выполнения каждой задачи требуются определенные ресурсы БТС (например, грузоподъемность для задачи перевозки груза или объем цистерны для БТС, перевозящего жидкости). Ресурс характеризует задачу, но не БТС, на котором она выполняется, и ресурсы БТС, которые задействуются в задаче, независимы. Система незамкнута относительно количества агентов, задач и ресурсов, т. е. число БТС и задач в системе и доступные для выполнения задачи ресурсы БТС в следующий дискретный момент времени могут меняться (пример изменения ресурса БТС – установка цистерны другого объема).

Сделаем еще одно важное допущение. Пусть рассматриваемая ДТС компактна, т. е. характерный масштаб системы много меньше пути, который проходят БТС в ходе работы. Тогда можно пренебречь вопросами, связанными с пространственным размещением агентов – например, с реализацией передачи заданий между БТС, и сконцентрироваться на учете разнообразных статических ограничений на выполнение задач на агенте.

Целевая функция в задаче оптимизации зависит от сценария использования системы, и в данной работе рассматривается сценарий, нацеленный на максимизацию коэффициента технического использования ДТС.

Теоретические подходы к решению задач подобного рода известны, однако их апробация часто ограничивается компьютерными моделями, тогда как поведение реальной системы может существенно отличаться от идеализированной компьютерной модели. Целью настоящей работы является апробация известных алгоритмов оптимизации на натурной модели ДТС, т. е. разработка модели энергопотребления системы, применимой в широком диапазоне параметров агентов в ДТС и не требующей узкоспециализированной настройки каждого агента.

Как подчеркивается в литературе, одним из эффективных алгоритмов оптимизации для подобного типа задач в настоящее время является алгоритм MILP (*Mixed Integer Linear Programming*) [12]. В настоящей работе используется реализация MILP в библиотеке OR-TOOLS [13]. Алгоритм MILP дополнен блоком эвристики, который по косвенным признакам оценивает величину шага времени дискретизации, что, по наблюдениям авторов, позволяет снизить объем вычислений и вмешательство в функционирование системы. В качестве ограничений выступают минимальные и максимальные значения ресурсов, потребляемых при выполнении задач на агентах ДТС, «средство» задач друг к другу, ограничения на запуск задач на тех или иных агентах. Целевая функция оптимизации имеет вид вогнутой (квадратичной) функции с ограничением на целочисленность переменных [14].

Кроме главной задачи оптимизации энергопотребления, решается частная задача начального размещения задач на агентах ДТС при их начальном назначении. В этом случае для ускорения расчетов могут учитываться не все ограничения и может не проводиться оптимизация, что позволяет решать данную задачу методами линейного программирования.

В работе рассматривается математическая модель управления группой агентов (наземных роботов) ДТС, позволяющая перераспределять задачи между агентами. Модель управления обеспечивает поддержание готовности системы в течение длительного времени путем оптимизации расхода энергии отдельными БТС и максимизацию коэффициента технической готовности. В модели учитываются ограничения на выполнение задач как по принципиальной возможности, так и с точки зрения имеющихся у БТС ресурсов, необходимых для выполнения задач.

Отличительной чертой данной работы является то, что математическая модель опробована не только в рамках компьютерной симуляции, но и на



натурном макете – группе колесных роботов. Подход дает возможность оценить применимость модели для практических задач и выявить особенности реальных ДТС, которые должны быть учтены в модели.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ

При разработке модели ДТС к ней могут выдвигаться различные требования, зависящие как от объекта, так и от опыта разработчика модели, однако основным требованием должна быть способность модели отражать взаимодействие внутри системы тех агентов, которые влияют на энергетические характеристики системы [15]. Представленная ниже модель следует этому принципу.

### 1.1. Основные положения

Пусть ДТС  $\Xi$  состоит из конечного множества агентов  $S = \{s_i\}, i=1, \dots, B$ , которые в каждый момент времени выполняют некоторый набор задач  $\Phi = \{\phi_l\}, l=1, \dots, N$ . Для выполнения этих задач агенты располагают некоторыми делимыми ресурсами разных типов:  $R = \{r_{ij}\}, r_{ij} \geq 0, i=1, \dots, B, j=1, \dots, M$ , где  $i$  – индекс агента,  $j$  – тип ресурса. В общем случае для каждого множества можно определить ряд статических ограничений на область допустимых значений  $D$  для системы.

Для выполнения каждой задачи необходимо определенное количество ресурсов различных типов, что задается отображением

$$Q(f): \Phi \rightarrow R. \quad (1)$$

Перераспределение задач в системе достигается при помощи некоторого воздействия (управления)  $U = \{u_i\}, i=1, \dots, N$ , поэтому для наглядности снабдим отображение множества задач  $\Phi$  на множество агентов  $S$  подстрочным индексом  $u$ :

$$L_u(f): \Phi \rightarrow S. \quad (2)$$

Отображения  $Q$  и  $L_u$  могут включать в себя определенные статические ограничения на использование ресурсов и размещение задач.

Состояние системы в любой момент времени задается кортежем

$$\Xi = \langle S, R, Q, L_u \rangle. \quad (3)$$

Будем рассматривать систему без памяти, т. е. такую систему, где отображение  $L_u(\phi)$  определяется только текущим состоянием системы, но не историей перехода в это состояние.

При заданном начальном состоянии системы  $\Xi_0$ . оптимальное управление заключается в выборе такого  $U$ , которое обеспечит оптимум целевой функции от некоторых фазовых координат (параметров) системы. В качестве единственного параметра системы далее будем использовать вектор  $E = \{e_i\}, i=1, \dots, N$ , имеющий смысл энергии системы. Энергия БТС в физически реализуемой системе – это гладкая или кусочно-гладкая функция, в таком случае можно от непрерывного времени перейти к дискретному, вычислять энергию на некоторой сетке и затем аппроксимировать ее.

Обозначим зависимость состояния системы на шаге  $k+1$  от состояния на шаге  $k$  как

$$\Xi_{k+1} = F_D(\Xi_k, U_{k+1}), \quad (4)$$

где подстрочный индекс  $D$  означает учет ограничений.

Определим отображение

$$g(\Xi) \rightarrow E, \quad (5)$$

которое позволяет рассчитать изменение энергии системы, если известно распределение задач по агентам.

Пусть состояние системы  $\Xi$  на шаге  $k+1$ , если известно ее состояние на шаге  $k$ , может быть описано разностным уравнением

$$E_{k+1} = E_k + \alpha g(\Xi_k), 0 \leq \alpha \leq 1. \quad (6)$$

Введем функцию эффективности управления:

$$f(E_k, U_{k+1}). \quad (7)$$

На каждом шаге принимается оптимальное решение о переходе системы в следующее состояние, и общий показатель оптимальности управления рассчитывается как сумма показателей на каждом шаге. Тогда задача оптимизации будет аддитивной, и целевая функция примет вид:

$$Z = \sum_{i=1}^k \min_D (f(E_i, U_{i+1})). \quad (8)$$

Так как сценарий работы (см. введение) предполагает, что коэффициент технического использования БТС должен быть высоким, то управление должно достаточно равномерно нагружать все БТС в системе. Нагрузка рассчитывается как отношение энергии агента к потреблению энергии всеми задачами, назначенными данному агенту. В таком случае в качестве оценки эффективности управления  $f$  логично принять минимум дисперсии энергии среди агентов системы. Такое положение задает квадратичный вид целевой функции  $ECE^T$ , где  $C \geq 0$  – симметричная матрица размера  $n \times n$ . При

достаточно малом  $\alpha$  целевая функция будет иметь единственную неподвижную точку, к которой сойдется решение [16], причем скорость сходимости линейна.

В силу допущения о независимости задач и типов ресурсов оптимизацию можно проводить отдельно для каждого типа ресурса.

Оптимизационная проблема данного вида не может быть в большинстве реальных случаев решена аналитически [17], также известны трудности в оценке устойчивости и сходимости алгоритма из-за наличия возмущений, но, как показывает практика, численные методы оптимизации достаточно быстро находят весьма малое значение функции ошибок ([18, с. 153]).

Для численного решения задач такого вида существуют наработанные алгоритмы, обзор некоторых из них приведен в работах [19, 20]. Для решения оптимизационной задачи указанного типа в настоящей работе выбран хорошо зарекомендовавший себя метод МПР [13] с эвристиками, учитывающими особенности объекта управления и целевой функции.

## 1.2. Описание модели

Используя введенный уравнениями (1)–(8) формализм, рассмотрим систему  $\Xi$  БТС, способных выполнять определенные задачи. Однородность БТС в модели не предполагается, технические характеристики каждого из них индивидуальны. На ресурсы и БТС, предназначенные для выполнения тех или иных задач, могут накладываться дополнительные ограничения, т. е. не все БТС одинаково пригодны для выполнения конкретных задач. В реальных ДТС ограничения могут быть как количественными (например, у каждого БТС своя максимальная грузоподъемность), так и качественными, связанными, например, с отсутствием определенного сенсора или оборудования на БТС. В разработанном методе ограничения можно учесть, задавая область допустимых значений для ресурсов и задач  $D$ , как указано в табл. 1. Предполагается, что каждая задача характеризуется собственным набором потребляемых ресурсов.

В начальный момент времени каждое БТС (агент) имеет некоторый начальный запас энергии (например, заряд батарей), и в ходе работы ДТС этот запас не увеличивается (т. е. батареи не подзаряжаются и не заменяются). Необходимо распределять задачи между БТС таким образом, чтобы время, в течение которого все БТС будут иметь положительный запас энергии, было максимальным.

Пусть имеется  $B$  БТС и  $N$  задач. Нижние индексы  $b$  и  $i$ , если не оговаривается особо, будут обозначать номера БТС и задачи соответственно.

Введем следующие обозначения:

- $E_b(t)$  – энергия БТС в момент времени  $t$ .

Так как энергия в систему не поступает, то  $E_b(t)$  – невозрастающая функция;

$$h(i, b, t) = \begin{cases} 1, & \text{если задача } i \text{ выполняется} \\ & \text{на БТС } b \text{ в момент } t, \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases}$$

- $p_i$  – удельная мощность (т. е. мощность на единицу ресурса), затрачиваемая при выполнении задачи  $i$ . Для простоты предположим, что  $p_i$  не зависит от значения ресурса;

- $q_{ib}$  – текущее потребление ресурса данного типа на БТС при выполнении задачи  $i$ .

Разобьем время работы системы на интервалы  $\tau_k = t_{k+1} - t_k$ ,  $k = 1, \dots, K$ , в течение каждого из которых затрачиваемая на выполнение  $i$ -й задачи энергия задается простым линейным соотношением [21]

$$\Delta e_{ibk} = -p_i q_{ib} (t_{k+1} - t_k).$$

Тогда изменение энергии отдельного БТС на временном интервале  $\tau$  запишется как

$$E_b(t_{k+1}) - E_b(t_k) = \sum_{i=1}^N \Delta e_{ibk} h(i, b, t_k),$$

$$k = 1, \dots, K,$$

а изменение энергии всей ДТС на временном интервале  $\tau$  – как

$$E(t_{k+1}) - E(t_k) = \sum_{b=1}^B \sum_{i=1}^N \Delta e_{ibk} h(i, b, t_k),$$

$$k = 1, \dots, K.$$

Чтобы задать отображения (1) и (2), введем следующие обозначения:

- $r_{ib}$  – минимальное значение ресурса, необходимое для выполнения задачи (например, минимальный груз, который должно везти БТС или фоновая загрузка вычислителей);

- $R_{ib}$  – максимальное значение ресурса при выполнении задачи;

- $C_b$  – паспортные характеристики ресурса БТС (грузоподъемность, частота процессора бортового компьютера и т. п.);

- $\kappa_{ib} = 0,8 C_b$  – уставка для высокого уровня загрузки;



•  $\lambda_{ib} = 0,1 C_b$  – уставка для низкого уровня загрузки;

• функция уставки  $A(q_{ib}) = H(\lambda_{ib} - q_{ib}) + H(q_{ib} - \kappa_{ib})$ , где  $H(x)$  – функция Хевисайда;

•  $S_i$  – коэффициент, отражающий приоритетность задачи.

Ограничения  $D$  на распределение ресурсов и задач по агентам приведены в табл. 1.

Выше было сказано, что целевая функция является выпуклой, однако для реальной системы она имеет более сложный вид и включает в себя набор булевых функций, зависящих от параметров системы (табл. 2).

Таблица 1

## Перечень ограничений, реализованных в модели

| № | Ограничение  | Комментарий  |
|---|--|--|
| 1 | $\sum_{i=1}^N \Delta e_{ibk} h(i, b, t_k) \leq E_b(t_k)$   | Потребляемая за время $\tau$ всеми задачами энергия не превосходит наличную энергию агента $E_b(t)$  |
| 2 | $\sum_{i=1}^N r_{ib} \leq C_b$   | Характеристики БТС позволяют выполнить задачу. Требуемые всеми задачами размещаемые на агенте минимальные ресурсы задачи не превосходят наличный ресурс агента.<br>Если данное ограничение не активировано, то функционирование системы может позволить «перегрузку» |
| 3 | Ограничение на число задействованных в изменении назначений задач агентов на каждом шаге, в процентном соотношении от общего числа агентов в ДТС | —  |
| 4 | Ограничение на тип задач, которые может выполнить данный агент   | Список агентов, которые могут или не могут выполнять указанную задачу  |
| 5 | Ограничение на совместное выполнение задач   | Для каждой задачи может быть задан список других задач, с которыми она обязательно должна или, наоборот, не должна выполняться   |

Таблица 2

## Перечень целевых функций модели

| Целевая функция  | Комментарий   | №    |
|--|---|------|
| $\sum_{i=1}^N h(i, b, t) \left( \frac{R_{ib}}{C_b} + S_i \right) \rightarrow \min$ | По всем агентам $b$ минимизировать риск того, что если все задачи потребуют максимальной возможного ресурса, то его не хватит на БТС с учетом приоритета задачи   | (9)  |
| $D(E_b(t_j, \tau)) \rightarrow \min$   | Минимизировать дисперсию потребления энергии  | (10) |
| $\sum_{i=1}^N h(i, b, t) \frac{r_{ib}}{C_b} \rightarrow \min$                      | Стремиться размещать задачи с большим потреблением ресурса на агентах с большим запасом ресурсом данного типа   | (11) |
| $A(q_{ib}) \rightarrow \min$   | Избегать перегружать агента выше уровня 1 и оставлять агента нагруженными ниже уровня 2   | (12) |
| $\sum_{i=1}^N \sum_{b=1}^B (1 - h(i, b, t)) \rightarrow \min$                      | Избегать оставлять совсем не используемых агентов   | (13) |
| $\sum_{b=0}^B R_b^j \rightarrow \min$  | Избегать переназначения задач, потребляющих значительные ресурсы, так как на практике такое переназначение может быть затруднительным.<br>Ограничение неявно учитывает то, что мгновенно снять задачу с одного агента и назначить другому, вообще говоря, нельзя. Длительность и «цена» переназначения могут зависеть от типа задачи, способа передачи задания и т.п. | (14) |

Обобщенная целевая функция (8) для принятой модели ДТС имеет вид:

$$Z = \left( \sum_{i=0}^N v_i \min_{\arg} F_i \right), \quad (15)$$

где  $F_i$  – частные задачи оптимизации из табл. 2;  $v_i$  – весовой коэффициент для частной задачи оптимизации, при выполнении всех заданных ограничений из табл. 1;  $\arg$  – параметры, по которым производится оптимизация.

### 1.3. Процедура решения задачи оптимизации энергопотребления в ДТС

При решении оптимизационной задачи (15) нахождение точного решения не являлось обязательным, вместо этого использовалось приближенное решение, полученное за определенное время. Алгоритм решения задачи является итеративным, так как сама оптимизируемая система  $\Xi$  имеет динамический характер. Однако предполагается, что изменения в системе – например, появление новых задач или прекращение ранее выполняемых задач – имеют дискретный характер. Величина интервала дискретизации подбиралась в зависимости от скорости изменения параметров.

Отдельные целевые функции и ограничения, указанные в табл. 1 и 2, могут учитываться или не учитываться в зависимости от сценария использования оптимизируемой системы.

В обобщенном виде решение может быть описано следующей последовательностью действий.

**Шаг 1.** Инициализация и начальное размещение задач по агентам ДТС. Алгоритм начального размещения задач по агентам для ускорения старта системы может учитывать не все ограничения и целевые функции. При «быстрой» инициализации учитываются все ограничения из табл. 1, за исключением ограничения, указанного в п. 3 таблицы, и целевая функция (9). В таком виде задача является частным видом задачи о ранце, которая часто решается методами целочисленного линейного программирования. Некоторые методы решения задач данного типа приведены в работах [12, 22, 23].

Если не учитывать целевые функции и, соответственно, не решать оптимизационную задачу полностью, а ограничиться подходящим решением, которое удовлетворяет ограничениям из табл. 1 и целевым функциям вида (12), (13), то задача размещения сводится к решению системы линейных уравнений.

**Шаг 2.** Этот – основной – шаг алгоритма заключается в оптимизации размещения задач по

агентам с учетом всех ограничений (см. табл. 1) и целевых функций (9)–(14) (см. табл. 2) системы. Целевая функция (10) имеет квадратичный вид и участвует с наибольшим весом в интегральной целевой функции, т. е. суммарная ценность имеет вид неотрицательно определенной квадратичной формы. Так как, по практическим соображениям (например, из-за наличия возмущений в исследуемой системе), в поиске точного решения оптимизационной задачи нет необходимости, то для решения используется алгоритм задачи выполнимости булевых формул (англ. *Boolean Satisfiability Problem*, SAT) [24]. Он позволяет найти приемлемое решение при использовании целевых функций с ограничениями.

**Шаг 3.** Проверка критерия останова алгоритма, поступления новых задач для размещения на агентах и изменения количества агентов в системе. Если появились новые задачи или изменилось число агентов в системе, то алгоритм переходит к шагу 1, в противном случае, если состав агентов или задач не изменился, то происходит переход к шагу 2.

Критерий останова зависит от заданной целевой функции. Так, если важно сохранение всех агентов в системе, то критерием останова является исчерпание энергии хотя бы у одного из агентов; если целью является максимизация коэффициента технического использования БТС, то критерием останова станет отсутствие достаточной энергии для выполнения всех задач на следующем шаге.

На всех шагах обобщенного алгоритма в качестве реализации алгоритма выполнимости булевых формул использовалась библиотека CP-SAT [25]. Для того, чтобы упростить оптимизационную задачу на первом шаге алгоритма и соблюсти условия, необходимые для использования библиотеки [25], квадратичная функция была линеаризована введением вспомогательных переменных и ограничений, – аналогичный подход описан в работах [26, 27].

## 2. ОЦЕНКА РАБОТОСПОСОБНОСТИ МОДЕЛИ

Оценка работоспособности предложенной выше модели управления остаточной энергией ДТС является непростой задачей, так как во многом для реальных ДТС критерий работоспособности имеет субъективный характер [17]. Для оценки качества модели управления использовались тестовые сценарии, которые выполнялись как на программной модели (в основном для того, чтобы оценить работоспособность управления в известных «идеальных» условиях), так и на реальной системе, в присутствии возмущений и неопределенностей в параметрах системы.

Первичная оценка была проведена на двух тривиальных программных примерах, которые позволяют легко «сконструировать» оптимальное в смысле выбранной целевой функции управление и таким образом проверить корректность модели.

**Пример 2.1.** ДТС состоит из одинаковых агентов, все задачи одинаковы, число задач кратно числу агентов. Очевидно, что оптимальным решением для обеспечения равномерной загрузки системы при условии наибольшего времени жизни системы является равномерное распределение задач по агентам.

**Пример 2.2.** ДТС состоит из агентов, один из которых обладает существенно большим энергетическим ресурсом, чем все прочие. Все остальные агенты одинаковы, все задачи одинаковы, число задач при этом больше числа агентов. Оптимальным решением для обеспечения равномерной загрузки системы при условии наибольшего времени жизни системы является максимально возможная загрузка агента с большим запасом энергии и равномерное распределение остальных задач по агентам до тех пор, пока уровень остаточной энергии агентов не сравняется. Когда система достигнет этого состояния, то задача сведется к примеру 2.1. ♦

Для всех тривиальных случаев предложенный алгоритм и разработанная программа показали свою работоспособность. Поиск решения ограничивался разумным временем, определяемым характерной постоянной времени системы, на котором система, как предполагается, сохраняет свою стационарность.

После того как работоспособность модели была проверена на тривиальных примерах, были рассмотрены комплексные задачи. Параметры примеров и их обсуждение приведены ниже. В качестве примеров систем использовались как программные модели ДТС, так и натурные макеты ДТС, состоящие из физических агентов.

Во всех примерах критерием останова была невозможность выполнения требуемых задач из-за недостатка энергии всей системы.

## 2.1. Оценка работоспособности алгоритма с применением программных моделей

**Пример 2.3.** Данный пример является усложнением примера 2.1. Имеются пять агентов (DTS1–DTS5) и 15 задач (VM0–VM14). Один из агентов в ДТС (DTS5) обладает существенно большим запасом энергии (приблизительно на порядок), а энергии остальных различны, но разброс не превышает по абсолютному значению 400 %. Потребности в энергии и ресурсах для выполнения задач также неодинаковы, есть несколько задач (задачи с идентификатором VM5, VM7), которые потребляют приблизительно в 20 раз больше энергии, чем остальные. В целом, по экспертной оценке, решением для обеспечения равномерной загрузки системы и максимизации времени ее жизни является максимально

возможная загрузка агента с большим запасом энергии; агенты с малым запасом энергии имеют малую загрузку.

На рис. 1 и 2 показано распределение задач по агентам и соотношение ресурсов агентов к размещенным на них задачам как результат управления с использованием целевой функции (15). Здесь, а также на рис. 3 и 4 Свободный запас энергии для агента маркируется надписью “free resource”. Хорошо видно неравномерное соотношение потребления ресурсов первого и второго типа для различных задач, что усложняет задачу оптимизации.

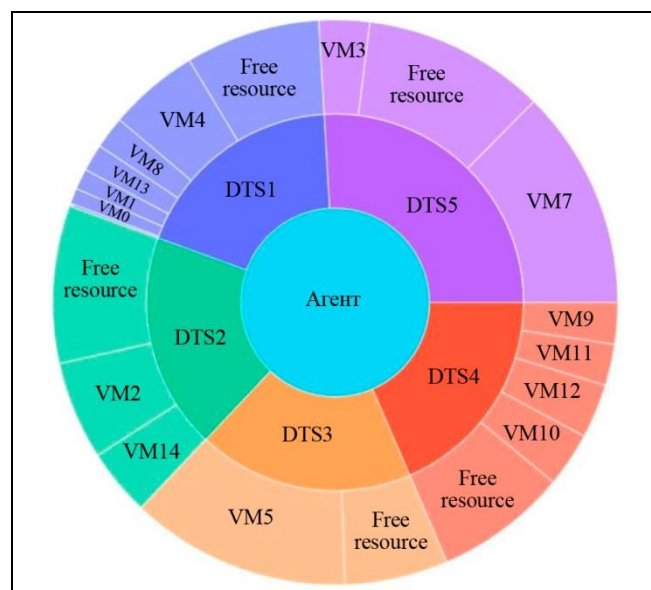


Рис. 1. Размещение задач по агентам для ресурса первого типа. Все значения ресурса нормированы на максимальное его значение

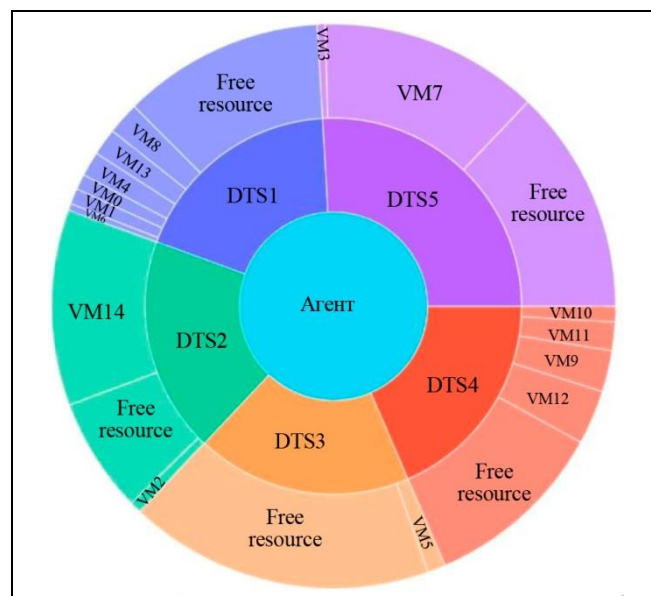


Рис. 2. Размещение задач по агентам для ресурса второго типа. Все значения ресурса нормированы на максимальное его значение

На рис. 1 и 2 показано, что в целом наибольшее количество энергозатратных задач распределяется на агента, имеющего больший запас энергии. Ограничением является наличие необходимых ресурсов для выполнения задачи (ограничения 2–5 из табл. 1). Например, агенту DTS5, который имеет значительный запас энергии, назначается задача с идентификатором VM7 (см. рис. 1), имеющая наибольший расход энергии и удовлетворяющая ограничениям по ресурсам.

На рис. 3 и 4 приведено соотношение энергии агентов и энергии, требуемой для выполнения задач, в начале старта системы при полном заряде энергии и на последних шагах ее функционирования, когда энергия истощилась.

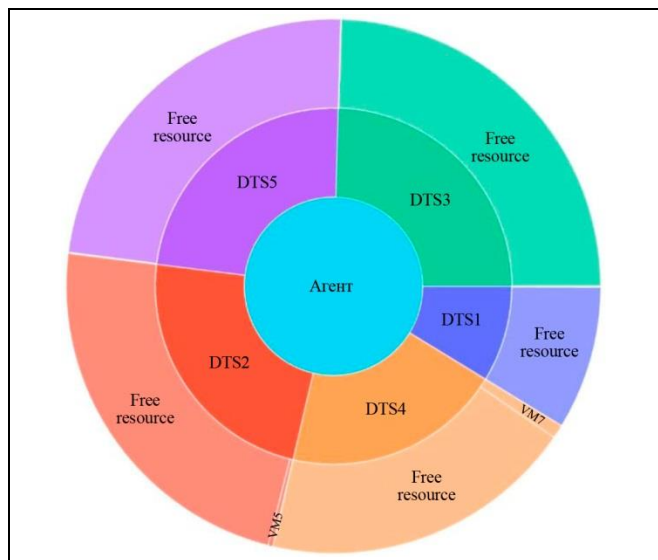


Рис. 3. Размещение задач в начале работы системы (полный запас энергии). Энергии агентов нормируются на максимальное значение энергии

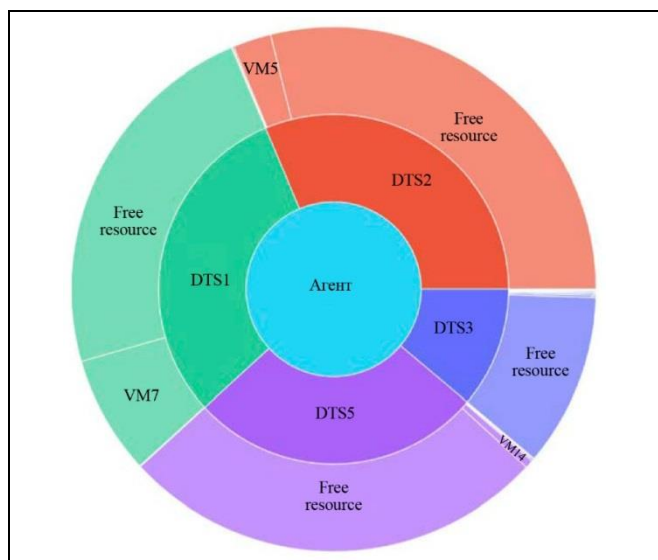


Рис. 4. Размещение задач в конце работы системы, когда все агенты израсходовали большую часть энергии. Энергии агентов нормируются на максимальное значение энергии

На рис. 5 показана траектория изменения энергии агентов системы на каждом шаге.

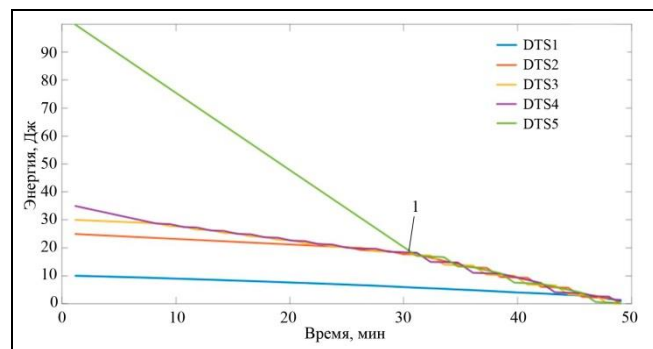


Рис. 5. Траектория изменения энергии агентов системы во время работы. Горизонтальная ось – абсолютное время, вертикальная ось – значение энергии БТС в Дж. Шаг дискретизации – 60 с

Видно, что управление распределением задач обеспечило постепенное выравнивание энергии агентов, что в основном удалось на шаге, отмеченном меткой 1 на рис. 5 (кроме DTS1). Эффект управления для «выравнивания» хорошо проявляется у агента DTS5, изначально обладавшего наибольшим запасом энергии. Такая стратегия управления является оптимальной с точки зрения обеспечения максимального использования агентов в течение всего времени жизни системы.

## 2.2. Оценка работоспособности алгоритма на натуральных макетах

Поведение и работоспособность алгоритма исследовались также на натуральных макетах робототехнических систем. Обычно основной объем проверки идей и алгоритмов выполняется на компьютерных моделях. Существует достаточно много моделей, апробированных только на компьютерных симуляторах [21, 28, 29]. Очевидно, что программная модель не дает полного представления обо всех физических процессах в системе, однако из-за дороговизны и сложности только небольшая часть работ могла быть доведена до проверки на полноразмерных моделях [30]. Современный этап развития робототехнических систем характеризуется удешевлением, массовостью и связанной с этим высокой доступностью компонентов для создания интеллектуальных робототехнических ДТС. Поэтому теперь значительный объем проверок можно выполнять в условиях лаборатории на недорогих экспериментальных стендах, что и продемонстрировано в представленной работе.

На рис. 6 приведена схема робота-агента, назначение компонентов на схеме приведено в табл. 3, общий вид робота показан на рис. 7. Всего в натурном макете было пять роботов-агентов (рис. 8). Такой размер системы обусловлен не вы-

числительными ограничениями модели или возможностями лаборатории, а поставленной задачей экспертной оценки эффективности управления: на большем количестве БТС проверка человеком за-

труднительна. Агенты построены на платформе ESP32 и управлялись с центрального компьютера, на котором обрабатывались данные с агентов и осуществлялось распределение задач между ними.

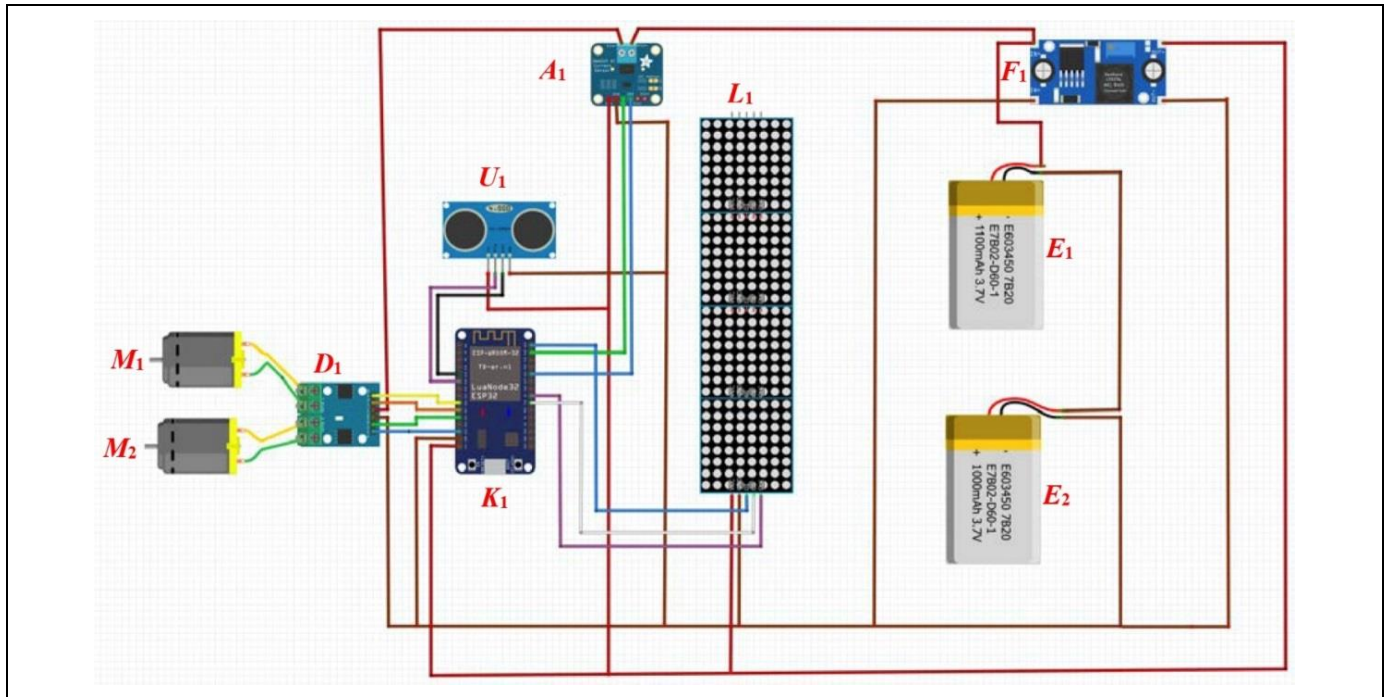


Рис. 6. Схема агента для натурального макета ДТС

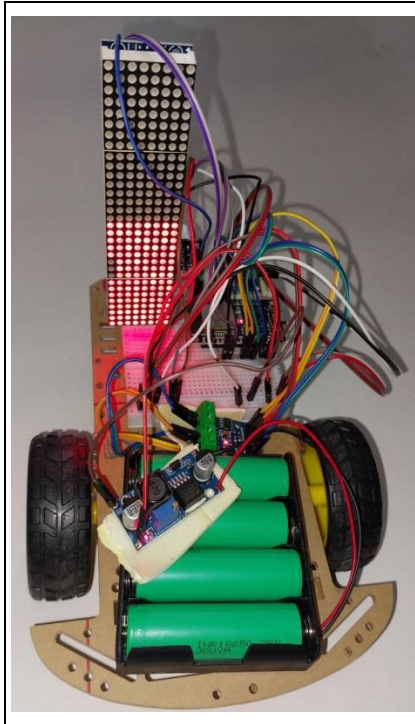


Рис. 7. Робот-агент экспериментального стенда крупным планом

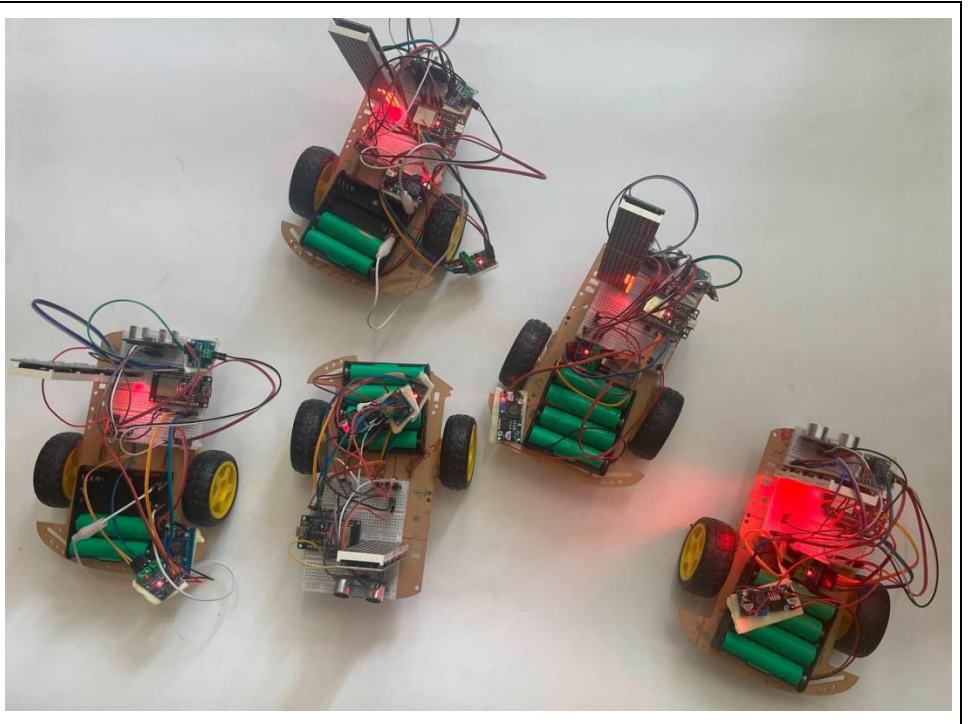


Рис. 8. Вид экспериментального стенда с пятью роботами-агентами

Таблица 3

**Перечень компонентов агента  
натурного макета ДТС**

| Обозначение на рис. Рис. | Назначение                           | Модель          |
|--------------------------|--------------------------------------|-----------------|
| $M_1, M_2$               | Исполнительные электродвигатели      | ТТ motor 3-6 V  |
| $U_1$                    | Ультразвуковой датчик                | HC-SR04         |
| $D_1$                    | Драйвер двигателей                   | L9110S          |
| $K_1$                    | Процессорная плата                   | ESP32DEV        |
| $A_1$                    | Плата измерения тока и напряжения    | MCU-219         |
| $L_1$                    | Светодиодная панель, 256 светодиодов | MAX7219         |
| $E_1, E_2$               | Аккумуляторная батарея               | тип 18650 3.7 V |
| $F_1$                    | Преобразователь напряжения           | LM2596S         |

Компактность системы обеспечивалась следующим образом: роботы двигались внутри ящиков, оценка расстояния до стенок ящиков выполнялась с помощью ультразвуковых датчиков, и при приближении к стенкам робот случайным образом менял направление движения.

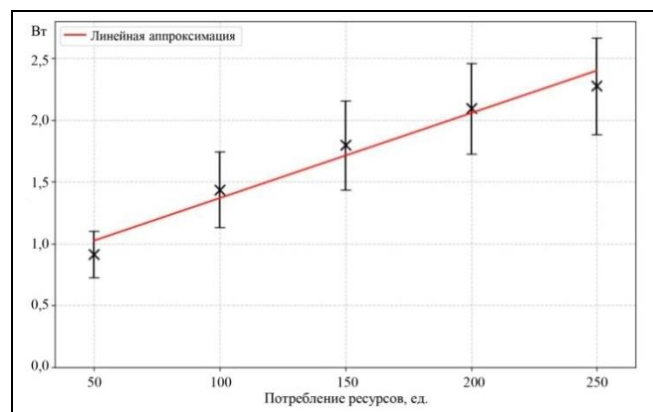
Как и в модельных примерах, в задачах использовались ресурсы двух типов: светодиоды на светодиодной панели (задавалось число горящих светодиодов) и скорость вращения электромоторов, перемещающих робота. Такой сценарий, несмотря на его простоту, является распространенным в реальных системах [4].

Из-за технических ограничений эксперимента не было возможности реализовать дифференцированное потребление энергии каждым ресурсом внутри типа (например, использовать лампы с различной мощностью), поэтому натурные эксперименты проводились только для сценариев с равномерным потреблением ресурсами одного типа энергии на условную единицу ресурса (аналогично примерам 2.1 и 2.2).

Перед началом экспериментов было измерено удельное энергопотребление для ресурсов обоих типов, а также была проведена оценка энергии, накопленной в аккумуляторах. В частности, проверялось предположение о линейной зависимости расхода энергии от потребляемого ресурса, которая закладывается в большинство компьютерных моделей [21]. Затраты энергии на каждом агенте измерялись специальной микросхемой. Измеренные характеристики показали достаточно высокий разброс удельного энергопотребления для ресурсов обоих типов, соизмеримый с абсолютным зна-

чением измеряемой величины, между агентами, однако для оценки работоспособности алгоритма это приемлемо.

Результаты натурального эксперимента приведены ниже на рис. 9–12. На рис. 9 отображена средняя мощность агентов DTS1–DTS5 при загрузке определенным количеством единиц ресурса первого типа (количество активных светодиодов). Аналогично, на рис. 10 приведена средняя за продолжительное время мощность агентов при использовании только ресурса второго типа (скорость вращения электродвигателей). Доверительные интервалы соответствуют уровню  $\sigma$ . Для обоснования вида разностной функции (6) для измеренных значений потребляемой мощности была построена линейная регрессия, где число единиц загрузки было взято за независимую переменную.



**Рис. 9.** Зависимость средней потребляемой мощности агентов от загрузки единицами ресурса при выполнении задачи типа 1

Заметим, что у ресурса второго типа, в отличие от ресурса первого типа (см. рис. 9), при высоких нагрузках наблюдался «завал», функция имеет выраженный S-образный характер. Однако для сопоставимости результатов с программной моделью линейная аппроксимация была сохранена.

Дополнительно в ходе экспериментов проводились проверки линейного характера расхода энергии при одновременном выполнении нескольких задач, в ходе которых линейный характер зависимости подтвердился.

**Пример 2.4.** Для оценки эффективности реализованного алгоритма одновременно с управлением на реальной системе проводилось управление на модельной системе с аналогичными параметрами. На рис. 11 приведена траектория модельной системы, на рис. 12 показана траектория изменения энергии агентов системы в последовательные интервалы времени в реальной системе.

Из рис. 11 и 12 видно, что в обоих случаях управление распределением задач по агентам обеспечило сравнимое время жизни (около 15 минут) ДТС.

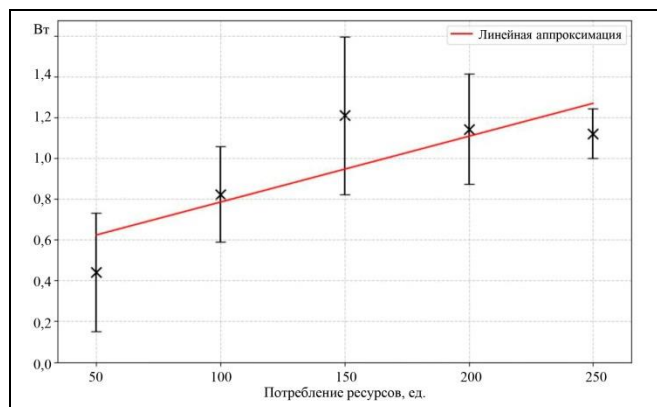


Рис. 10. Зависимость средней потребляемой мощности агентов от загрузки единицами ресурса при выполнении задачи типа 2

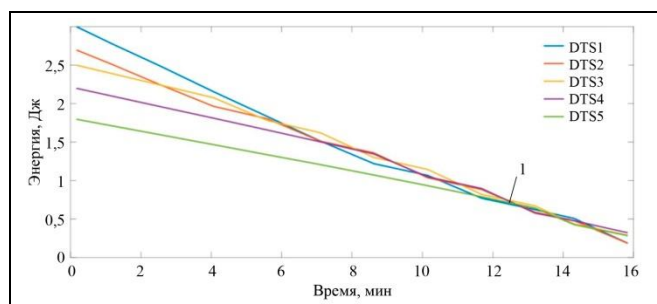


Рис. 11. Траектория изменения энергии агентов системы во время работы (компьютерная модель). Шаг дискретизации – 60 с

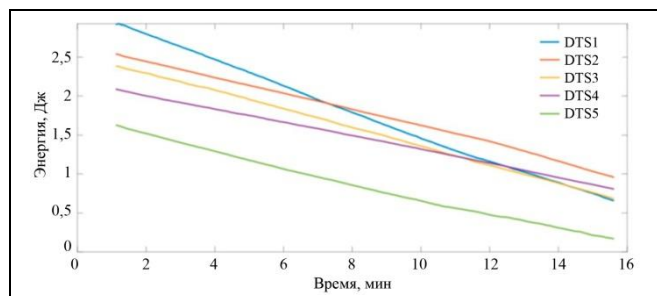


Рис. 12. Траектория изменения энергии агентов системы во время работы (ДТС с реальными агентами). Шаг дискретизации – 60 с

В обоих случаях управление выражалось в стремлении уравнивать энергии агентов. Однако для компьютерной модели управление более «адекватно» с точки зрения поведения системы: в точке соединения траекторий (точка «1» на рис. 11) энергия всех агентов сводится к одному уровню, дисперсия энергии системы оптимизируется. В реальной системе этого не происходит из-за наличия нелинейности в характеристиках энергопотребления ресурса второго типа (см. рис. 10), ошибок в определении удельной мощности, различий в технических характеристиках агентов и других возмущений.

В ходе тестирования на макете был проведен целый ряд подобных экспериментов, показавших повторяемость результатов и работоспособность алгоритма при значительном разбросе параметров ДТС (емкости аккумуляторов, потребления энергии моторами и т. д.).

### 3. ЭВРИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИЗМЕНЕНИЯ ШАГА ДИСКРЕТИЗАЦИИ

Сходимость и устойчивость алгоритмов динамического программирования обусловлены, в частности, выбором шага дискретизации, на котором система считается стационарной. Если есть описание системы в виде дифференциального уравнения, то величину шага можно рассчитать, задавая оценку локальной погрешности, например, методом Эйлера. Однако в ходе экспериментов с применением алгоритма CP-SAT был замечена особенность алгоритма, которая косвенно позволяет сделать выводы о стационарности системы для данной величины шага дискретизации и применить эвристический подход к выбору шага.

Эвристический подход к выбору шага алгоритма заключается в следующем. На каждом шаге для алгоритма CP-SAT задается максимальное разрешенное время для поиска решения, и если алгоритм завершает работу существенно ранее выделенного времени, то шаг дискретизации увеличивается, в противном случае он сбрасывается до некоторого значения, заданного по умолчанию. В обосновании такого подхода лежат следующие соображения: если состояние системы стационарно за время шага, то выбор в качестве начальных значений для оптимизируемых параметров системы (размещения задач по агентам) значений, полученных на предыдущем шаге, является хорошим приближением для решения на следующем шаге, и алгоритм быстро сходится к оптимальному решению, в ином случае требуется длительный поиск.

Для проверки эвристического подхода эксперименты из примеров 2.3 и 2.4, которые ранее проводились с фиксированным шагом, повторены с применением алгоритма, в котором шаг менялся динамически по указанному выше методу.

На рис. 13 приведена траектория расхода энергии для модельной системы (см. пример 2.3) с динамическим изменением времени цикла алгоритма управления.

Видно, что шаг дискретизации был малым при старте системы и после точки сведения траекторий, отмеченной на графике как «1». По сравнению с равномерным шагом (см. рис. 5), число шагов дискретизации (число вмешательств в поведение системы) снизилось почти на 80 %.

Работа алгоритма на системе из примера 2.4 показывает сходную картину как для модельного случая (рис. 14) так и для реальных роботов-агентов (рис. 15).

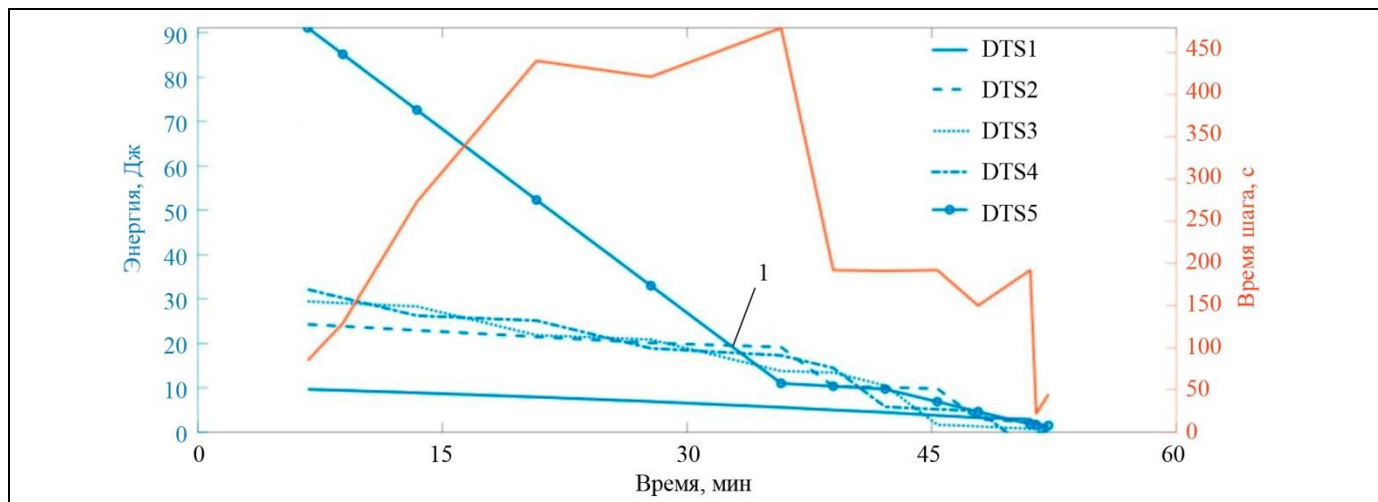


Рис. 13. Траектория изменения энергии программных агентов системы во время работы. Шаг дискретизации  $T = [30, 480]$  (с). Траектории DTS1–DTS5 показывают изменение запаса энергии агентов, оранжевая линия – изменение шага дискретизации

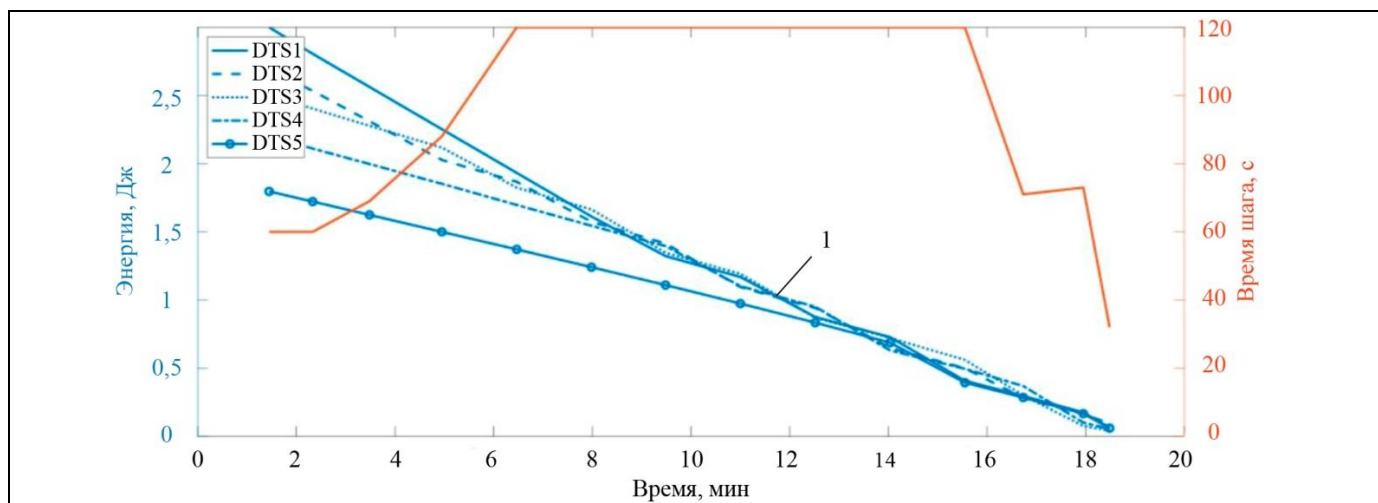


Рис. 14. Траектория изменения энергии реальных агентов системы во время работы. Шаг дискретизации  $T = [60, 180]$  (с). Траектории DTS1–DTS5 показывают изменение запаса энергии агентов, оранжевая линия – изменение шага дискретизации

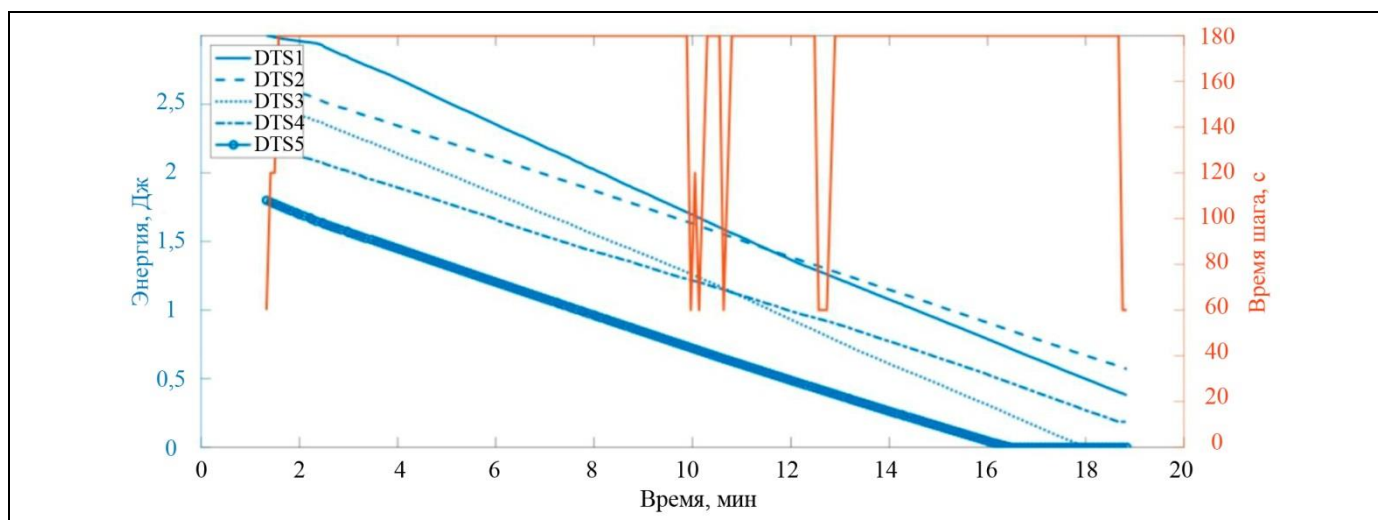


Рис. 15. Траектория изменения энергии реальных агентов системы во время работы. Шаг дискретизации  $T = [60, 180]$  (с). Траектории DTS1–DTS5 показывают изменение запаса энергии агентов, оранжевая линия – изменение шага дискретизации.



Из сравнения рис. 11 и 14, а также рис. 12 и 15 видно, что основной параметр качества управления – время жизни системы – у них мало отличается, однако число циклов управления во втором случае меньше почти в полтора раза.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

В работе рассмотрена практическая проблема оптимального с точки зрения потребления энергии распределения задач на БТС в интеллектуальной среде ДТС предприятия для обеспечения готовности (доступности) этой системы и повышения коэффициента технической готовности отдельных БТС. Она имеет значение как для обеспечения функциональной безопасности ДТС, так и для повышения экономической эффективности работы всего предприятия.

Для решения данной задачи разработана и реализована оптимизационная математическая модель, включающая специальную целевую функцию и набор ограничений на параметры системы и отдельных БТС. Модель решает вопросы распределения заданий на БТС, обладающих необходимыми ресурсами, и обеспечивает равномерный расход энергии отдельными агентами. Оптимизационная задача решается методами динамического программирования с применением алгоритма выполнимости булевых формул с целочисленными ограничениями на переменные CP-SAT [24], который показал свою эффективность при решении задач данного типа, если есть возможность принять приближенные решения.

Оценка работоспособности предложенной модели выполнялась как в рамках компьютерной симуляции, так и на экспериментальном стенде с группой колесных роботов (см. рис. 8). Опыт показывает, что в настоящее время дешевизна и доступность компонентов позволяют быстро создавать экспериментальные стенды в рамках лаборатории, и авторы полагают, что проверка моделей на подобных стендах войдет в широкое употребление. Аprobация на натурном макете крайне важна, потому что в симуляции очень трудно учесть особенности реальных систем: все БТС (даже из одной партии) будут разными, их характеристики с течением времени будут меняться по-разному, заложенные в модель характеристические кривые для различных параметров БТС могут отличаться от реальных и т. д.

Эксперименты на реальной системе подтвердили эффективность управления даже в условиях значительного разброса параметров однотипных агентов в ДТС. На реальной системе (см. рис. 12)

модель управления не показала сходимости траекторий изменения энергии БТС в одну траекторию, в отличие от компьютерной модели (см. рис. 11). Вероятно, это связано с двумя выявленными особенностями реальных БТС: во-первых, хотя БТС и однотипны, но удельная мощность на единицу ресурса сильно варьируется между ними даже в одной партии; во-вторых, модельное предположение о линейности энергопотребления в зависимости от значения ресурса, выполняется далеко не всегда (см. рис. 9 и 10), и требуется дополнительная калибровка зависимости.

В ходе работы с алгоритмом оптимизации была подмечена возможность контролировать шаг дискретизации в зависимости от времени, за которое алгоритм ищет приемлемое и удовлетворяющее всем ограничениям решение задачи: уменьшение времени работы оптимизационной программы является индикатором возможности увеличить шаг дискретизации. Данный эвристический прием требует дальнейшего исследования, так как он зависит от типа системы и выбора начальных значений для работы алгоритма. Однако он кажется заслуживающим внимания, потому что, кроме уменьшения вычислительных затрат, позволяет в разы сократить вмешательство в управление системой со стороны управляющего центра.

На современном компьютере средней мощности модель показала работоспособность с циклом порядка 15 мин для системы объемом порядка  $10^4$  агентов и  $10^5$  задач, что для ДТС уровня предприятия более чем достаточно.

Возможным направлением дальнейших исследований является разработка адаптивных алгоритмов, способных самостоятельно настраиваться, например, путем изменения набора компонентов целевой функции или ограничений, на основе получаемых данных о состоянии ДТС, что позволит повысить эффективность управления.

Решение задачи оптимизации распределения энергоресурсов ДТС может быть также частью общей задачи монитора безопасности ДТС [31]. Оптимальное распределение энергоресурсов перестает быть «черным ящиком» для системы безопасности, предоставляя ей ценную информацию о своем текущем состоянии и о степени близости к предельным режимам. Это позволяет монитору безопасности перейти от реактивного к предиктивному анализу безопасности. В свою очередь, монитор безопасности может выступать в роли метарегулятора, который динамически адаптирует границы области допустимых значений для задачи оптимизации энергоресурсов, обеспечивая нахождение системой наиболее эффективного решения в

пределах безопасного пространства состояний. Такой интегрированный подход является обязательным условием для создания сложных и одновременно надежных ДТС.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *ГОСТ Р МЭК 61508-4-2012. Функциональная безопасность систем электрических, электронных, программируемых электронных, связанных с безопасностью.* – М.: Стандартинформ, 2012. [*GOST R MEK 61508-4-2012. Funktsional'naya bezopasnost' sistem elektricheskikh, elektronnykh, programmiruemyykh elektronnykh, svyazannykh s bezopasnost'yu.* – Moscow: Standartinform, 2012. (In Russian)]
2. *ГОСТ Р 27.102-2021. Надежность в технике. Надежность объекта. Термины и определения.* – М.: ФГБУ "РСТ", 2021. [*GOST R 27.102-2021. Nadezhnost' v tekhnike. Nadezhnost' ob'ekta. Terminy i opredeleniya.* – Moscow: FGBU "RST", 2021. (In Russian)]
3. *Промыслов В.Г. Модель доступности на основе теории сетевого исчисления для потоковой системы обработки данных: Модель доступности на основе теории сетевого исчисления для потоковой системы обработки данных // Управление большими системами.* – 2024. – № 110. – С. 113–148. [*Promyslov, V.G. Availability Model Based on Network Calculus for Data Flow Processing System // Large-Scale Systems Control.* – 2024. – No. 110. – P. 113–148. (In Russian)]
4. *Härdtlein, C., Stadlbauer, H., Daub, R. Energy-Oriented Optimization of the Task Allocation for Mobile Robots // Procedia CIRP.* – 2024. – Vol. 126. – P. 182–187.
5. *Furnon, V., Perron, L. OR-Tools Routing Library.* – Mountain View: Google Developers, 2024. – URL: <https://developers.google.com/optimization> (дата обращения: 18.06.2025). [Accessed June 18, 2025].
6. *Bukata, L., Sucha P., Hanzalek, Z., Burget, P. Energy Optimization of Robotic Cells // IEEE Transactions on Industrial Informatics.* – 2017. – Vol. 13, no. 1. – P. 92–102.
7. *Gurobi Optimizer Reference Manual.* – Beaverton: Gurobi Optimization, LLC, 2024. – URL: <https://docs.gurobi.com/projects/optimizer/en/current/index.html> (дата обращения: 18.06.2025). [Accessed June 18, 2025].
8. *Крестовников К.Д. Математическая модель и алгоритмы управления группой наземных роботов с перераспределением энергетических ресурсов // Информационно-управляющие системы.* – 2023. – № 6 (127). – С. 20–34. [*Krestovnikov, K.D. Mathematical Model and Control Algorithms for a Group of Ground Robots with Energy Resource Redistribution // Informacionno-upravljajushhie sistemy.* – 2023. – No. 6 (127). – P. 20–34. (In Russian)]
9. *Kuhn, H.W. The Hungarian Method for the Assignment Problem // Naval Research Logistics (NRL).* – 1955. – Vol. 52. – P. 83–97.
10. *Carabin, G., Wehrle, E., Vidoni, R. A Review on Energy-Saving Optimization Methods for Robotic and Automatic Systems // Robotics.* – 2017. – Vol. 6, no. 4. – Art. no. 39.
11. *Chakraa, H., Guerin, F., Leclercq, E., Lefebvre, D. Optimization Techniques for Multi-Robot Task Allocation Problems: Review on the State-of-the-Art // Robotics and Autonomous Systems.* – 2023. – Vol. 168. – Art. no. 104492.
12. *Achterberg, T., Bixby, R., Gu, Z., et al. Presolve Reductions in Mixed Integer Programming // INFORMS Journal on Computing.* – 2020. – Vol. 32, no. 2. – P. 473–506.
13. *Белоусов Е.Г. Введение в выпуклый анализ и целочисленное программирование.* – М.: МГУ, 1977. – 196 с. [*Belousov, E.G. Vvedenie v vypuklyy analiz i tselochislennoe programmirovaniye.* – Moscow: MGU, 1977. – 196 s. (In Russian)]
14. *Garey, M.R., Johnson, D.S. Computers and Intractability: a Guide to the Theory of NP-completeness.* – New York: Freeman, 2009. – 338 p.
15. *Капустян С.Г., Каляев И.А., Гайдук А.Р. Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов.* – М.: Физико-математическая литература, 2009. – 280 с. [*Kapustyan, S.G., Kalyaev, I.A., Gayduk, A.R. Modeli i algoritmy kollektivnogo upravleniya v gruppah robotov.* – Moscow: Fiziko-matematicheskaya literatura, 2009. – 280 s. (In Russian)]
16. *Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Панопорт Л.Б. Математическая теория автоматического управления.* – М.: ЛЕНАНД, 2019. – 500 с. [*Polyak, B.T., Khlebnikov, M.V., Rapoport, L.B. Matematicheskaya teoriya avtomaticheskogo upravleniya.* – Moscow: LENAND, 2019. – 500 s. (In Russian)]
17. *Bonabeau, E. Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems.* – Cary: Oxford University Press, Incorporated, 1999. – 60 p.
18. *Goodfellow, I., Bengio, Y., Courville, A. Deep Learning.* – Cambridge: MIT Press, 2016. – 800 p.
19. *Нестеров Ю.Е. Методы выпуклой оптимизации.* – М.: МЦНМО, 2010. – 281 с. [*Nesterov, Yu. Introductory Lectures on Convex Optimization: A Basic Course.* – Kluwer Academic Publishers, 2004.]
20. *Handbook of Combinatorial Optimization / Ed. by P. M. Pardalos, D.-Z. Du, R. L. Graham.* – New York: Springer New York, 2013.
21. *Torabbeigi, M., Lim, G.J., Kim, S.J. Drone Delivery Scheduling Optimization Considering Payload-Induced Battery Consumption Rates // Journal of Intelligent & Robotic Systems.* – 2020. – Vol. 97, no. 3–4. – P. 471–487.
22. *Поздняков Ю.М. Декомпозиционная схема решения задач целочисленного линейного программирования // Ж. вычисл. матем. и матем. физ.* – 1982. – № 1 (22). – С. 57–67. [*Pozdnyakov, Yu.M. A Decomposition Scheme for Solving Problems of Integer-Valued Linear Programming // USSR Comput. Math. Math. Phys.* – 1982. – Vol. 22, no. 1. – P. 58–69.]
23. *Nemhauser, G.L., Wolsey, L.A. Integer and Combinatorial Optimization.* – New York: John Wiley & Sons, 1999. – 784 p.
24. *Du, D., Sun, J. Advances in Optimization and Approximation.* – Boston, MA: Springer US, 1994. – 404 p.
25. *Perron, L., Didier, F., Gay, S. The CP-SAT-LP Solver // Proceedings of 29th International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming (CP 2023).* – 2023. – Vol. 280. – P. 3:1–3:2.
26. *Adams, W.P., Forrester, R.J. Linear Forms of Nonlinear Expressions: New Insights on Old Ideas // Operations Research Letters.* – 2007. – Vol. 35, no. 4. – P. 510–518.
27. *Forrester, R.J., Waddell, L.A. Linearization Strategies for Binary Quadratic and Higher-Order Polynomial Programs / In: Encyclopedia of Optimization. Ed. by P.M. Pardalos, O.A. Prokopyev.* – Cham: Springer International Publishing, 2023. – P. 1–7.
28. *Martínez-Clark, R., Cruz-Hernández, C., Pliego-Giménez, J., and Adrellano-Delgado, A. Control Algorithms for the Emer-*



- gence of Self-organized Behaviours in Swarms of Differential-traction Wheeled Mobile Robots // *International Journal of Advanced Robotic Systems*. – 2018. – Vol. 15, no. 6. – Art. no. 1729881418806435.
29. Ögren, P., Sprague, C.I. Behavior Trees in Robot Control Systems // *Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems*. – 2022. – Vol. 5. – P. 81–107.
30. Vasiliev, A., Delyaev, I. Simulation Method for the Transport System of a Small-Sized Reconfigurable Mobile Robot // *Machines*. – 2021. – Vol. 9, no. 1. – Art. no. 8.
31. Жарко Е.Ф., Абдулова Е.А., Промыслов В.Г., Семенов К.В. Методология расчета доступности как функция монитора безопасности динамической технической системы // *Информационные технологии и вычислительные системы*. – 2024. – № 3. – С. 60–72. [Zharko, E.Ph., Abdulova, E.A., Promyslov, V.G., Semenov, K.V. Methodology for Calculating Availability as a Function of the Safety Monitor of a Dynamic Technical System // *Journal of Information Technologies and Computing Systems*. – 2024. – No. 3. – P. 60–72. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии  
Р. В. Мещеряковым.

Поступила в редакцию 03.07.2025,  
после доработки 11.09.2025.  
Принята к публикации 01.10.2025.

**Семенов Кирилл Валерьевич** – канд. физ.-мат. наук,  
✉ semenkov@ipu.ru  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-0865-9072>

**Абдулова Екатерина Алексеевна** – науч. сотрудник,  
✉ consoft@ipu.ru  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-7843-5202>

**Жарко Елена Филипповна** – канд. техн. наук,  
✉ zharko@ipu.ru  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8895-4786>

**Промыслов Виталий Георгиевич** – канд. физ.-мат. наук,  
✉ vp@ipu.ru  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-1919-8718>

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.

© 2025 г. Семенов К. В., Абдулова Е. А., Жарко Е. Ф., Промыслов В. Г.



Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная.

## OPTIMIZING TASK ASSIGNMENT AMONG UNMANNED VEHICLES IN TERMS OF ENERGY CONSUMPTION

K. V. Semenov\*, E. A. Abdulova\*\*, E. F. Zharko\*\*\*, and V. G. Promyslov\*\*\*\*

\*\*\*\*\*Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

\*✉ semenkov@ipu.ru, \*\*✉ consoft@ipu.ru, \*\*\*✉ zharko@ipu.ru, \*\*\*\*✉ vp@ipu.ru

**Abstract.** This paper considers the topical issue of ensuring the availability of unmanned vehicles (agents) in a dynamic technical system (DTS) within an intelligent transport environment. The problem of uneven load distribution among agents, causing inefficient energy consumption and reducing the total operating time of the system, is studied. This problem is solved by proposing an optimization model that includes an objective function (maximizing the total operating time of the entire DTS) and a set of constraints describing the available energy of each agent. The key aspect of the model is to ensure the uniform distribution of the energy load among all agents. The optimization problem is solved using the CP-SAT Boolean Satisfiability algorithm with integer constraints. According to the experimental results with the CP-SAT algorithm, there is an interesting phenomenon, i.e., a correlation between the sampling step (the time interval during which the algorithm searches for an acceptable solution) and the execution time of the optimization program. Based on this correlation, a heuristic method for changing the sampling step is proposed. The study is primarily focused on the performance of the model and optimization algorithm in real conditions of robotic transport systems with exogenous disturbances. According to the testing results, the model demonstrates good performance on virtual agents with completely known system parameters and on a group of real agents (wheeled robots), where the system parameters are subject to disturbances.

**Keywords:** dynamic technical system, availability, optimization, distribution of energy resources, unmanned vehicle, safety.

**Acknowledgments.** This work was supported by the Russian Science Foundation, project no. 23-19-00338, <https://rscf.ru/en/project/23-19-00338/>.