

# **АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СКАЛЯРНЫМ ОБЪЕКТОМ В ФОРМЕ ВХОД – ВЫХОД НА ОСНОВЕ ИДЕНТИФИКАЦИОННО-АППРОКСИМАЦИОННОГО ПОДХОДА<sup>#</sup>**

С. П. Круглов

ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения», г. Иркутск

✉ [kruglov\\_s\\_p@mail.ru](mailto:kruglov_s_p@mail.ru)

**Аннотация.** Рассмотрен подход к построению адаптивного управления скалярным объектом с текущей параметрической неопределенностью, для которого доступны измерению только его вход и выход, на основе упрощенных условий адаптируемости. Данный подход относится к непрямому самонастраиваемому управлению с использованием алгоритма текущей параметрической идентификации и неявной эталонной модели. Структура настраиваемой модели в алгоритме идентификации выбирается как можно более простой, соответствующей основному движению объекта управления и элементарному динамическому звену или звеньям. В результате текущие оценки в составе указанной модели аппроксимируют движение объекта, критерием чего является сходимость невязки идентификации. Также требуется обеспечить определенные требования к текущим оценкам параметров. Эти оценки, даже неточные, используются для формирования закона управления, доставляющего заданные свойства замкнутой системы управления. Указанное положение предложено трактовать как уточнение известного принципа уверенной эквивалентности с исключением требования асимптотически точного оценивания параметров для достижения самонастраиваемой системой адаптивных свойств в задачах управления по выходу объекта. Основные соотношения приведены для примера, когда доминирующая динамика объекта близка колебательному процессу без дополнительной временной задержки. Предложено применять алгоритм идентификации в виде рекуррентного метода наименьших квадратов с фактором забывания и некоторыми модификациями. Приведены два примера решения задач построения адаптивных систем: управление угловым движением мостового крана и парирование колебаний упругого трехмассового привода. Предложено назвать рассматриваемый подход идентификационно-аппроксимационным. Отмечены возможность и пути его дальнейшего совершенствования.

**Ключевые слова:** адаптивное управление с самонастройкой, текущая параметрическая неопределенность, алгоритм текущей параметрической идентификации, принцип уверенной эквивалентности, сходимость оценок параметров.

## **ВВЕДЕНИЕ**

Разработка систем адаптивного управления научным сообществом ведется уже более 70 лет, начиная с 1950-х гг. Получены выдающиеся результаты в обосновании теоретических положений

<sup>#</sup> Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №23-29-00654, <https://rscf.ru/project/23-29-00654/>.

и примеров применения методов адаптивного управления. Сюда можно отнести самонастраивающиеся системы адаптивного управления, системы управления с эталонной моделью, предиктивное управление с самонастройкой, управление на основе скользящих режимов, нейроконтроллеры, управление с нечеткой логикой и др. Но многие ученые признают, что применение на практике методов адаптивного управления при текущей не-



определенности (не по заранее созданной программе или настройке, пусть даже автоматической) крайне скромно [1–5].

Вместе с тем задачи практики, в силу широкого развития средств автоматизации в современных приложениях разных областей техники и необходимости дальнейшего развития, требуют обратного. Одну из причин автор видит в сложности, а порой и недостижимости на практике сформулированных условий адаптируемости замкнутой системы управления. Так, для самонастраивающихся систем (на основе идентификационного подхода, систем с настраиваемой моделью) камнем преткновения является так называемый принцип уверенной эквивалентности (*certainty equivalence principle*), требующий от идентификатора асимптотически точных оценок неизвестных параметров (см., например, работу [6]). Указанного чрезвычайно сложно достичь на практике в условиях несоответствия структуры настраиваемой модели объекту, действия неконтролируемых возмущений и шумов. К тому же, требуется постоянно возбуждающий входной сигнал и т. д.

Очень многие исследования в области построения адаптивных систем управления посвящены системам на основе правила МПТ и теории устойчивости: использования функции Ляпунова, критерия гиперустойчивости Попова и др. (см., например, работы [7, 8]). Однако такие подходы, как правило, порождают алгоритмы настройки с постоянными коэффициентами, подбор которых для конкретных задач и дискретной реализации неочевиден, а сами алгоритмы обладают слабыми идентифицирующими свойствами и т. д. Множественные модификации, связанные с повышением робастности адаптивного управления: введение в алгоритме адаптации обратной связи по оценкам, назначение барьерных функций Ляпунова и др. (см., например, работу [5]), безусловно, повышают возможность практической реализации, но до конца не решают этот вопрос. О последнем можно судить по изложенному выше.

Более того, многие работы в рамках указанного подхода с непрямым управлением (когда вначале оценивают параметры объекта управления алгоритмом, выведенным по функции Ляпунова, а затем на их основании строится закон управления) также требуют постоянного возбуждения регрессора и асимптотически точных оценок [9, с. 296, 10–12].

Настоящая работа является попыткой упрощения пути построения адаптивной системы управления в условиях текущей параметрической неопределенности с использованием самонастройки

в виде алгоритма параметрической идентификации и на основе упрощенных условий адаптируемости. Он, в частности, позволяет уточнить указанный принцип уверенной эквивалентности путем снижения требований к идентификатору в виде снятия требований по асимптотически точному оцениванию параметров, постоянному возбуждению и др. в задачах управления объектом по его выходу. Это демонстрируется на примере решения задачи со скалярным объектом управления, для которого доступны только измерения его входа и выхода. Данная работа является логическим продолжением публикаций [13, 14] и др.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим математическую модель скалярного объекта управления в форме вход – выход в виде

$$\begin{cases} \dot{v} = f_1(v, u, t), & v(t_0) = v_0, \\ y = f_2(v, t), \end{cases} \quad (1)$$

где  $v$  – вектор состояния ограниченной размерности с начальным значением  $v_0$ ;  $u$  – скалярное управление, или входной сигнал;  $y$  – скалярный выходной сигнал;  $t$  – текущее время с начальным моментом  $t_0$ ; структуры зависимостей  $f_1(v, u, t)$ ,  $f_2(v, t)$ , как правило, в технических задачах известны, а их параметры в текущем времени неизвестны. Из структуры указанных зависимостей, а также на основе общих данных об объекте часто можно получить априорную информацию о качественном соотношении некоторых параметров и оценить их приблизительные значения.

Будем считать, что объект (1) в принципе позволяет достичь поставленной цели управления, что, в частности, относится к его управляемости. Также он имеет низкочастотную область рабочих частот с известной верхней границей (обозначим ее как  $\Omega$ ), что соответствует большинству технических задач. Ограничимся рассмотрением класса минимально-фазовых, т. е. устойчивых по входу объектов.

Также предположим, что динамика объекта (1) в диапазоне используемых управлений на ограниченном интервале времени и в области рабочих частот близка к какому-нибудь элементарному звену из теории автоматического управления или к их простейшей совокупности. В данной работе не рассматривается динамика с временной задержкой (т. е. наличие звена транспортной задержки), так как в этом случае рассматриваемый ниже подход требует дополнительных решений.

Ниже для примера будем рассматривать случай, когда связь между входом и выходом объекта (1) близка к колебательной динамике – колебательно-му звену. Критерием отсутствия временных задержек является малая фазовая задержка выхода объекта на малых частотах входного сигнала. Такое поведение является характерным для некоторых механических систем. В соответствии с этим примем, что объект (1) можно аппроксимировать квазистационарным звеном второго порядка:

$$\left[ p^2 + a_1(t)p + a_0(t) \right] y(t) \approx \left[ b_1(t)p + b_0(t) \right] u(t), \quad (2)$$

где  $p = d/dt$  – оператор дифференцирования;  $a_1(t), a_0(t), b_1(t), b_0(t)$  – неизвестные переменные по времени параметры; области значений  $b_1(t), b_0(t)$  в указанном ниже смысле приблизительно известны; поскольку по условию объект (1) минимально-фазовый, то  $\text{sign}(b_1) = \text{sign}(b_0)$ .

Ставится задача построить управление этим объектом так, чтобы динамика замкнутой системы управления была близка к заданной посредством назначаемой неявной эталонной модели.

## 2. АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ

Для решения поставленной задачи введем в рассмотрение оператор  $d(p) = d_1 p + 1$ , где  $d_1 > 0$ ,  $d_1^{-1} \geq \Omega$ . Поделив уравнение (2) на полином  $d(p)$ , перепишем результат в виде

$$\tilde{z}_0(t) \approx \theta_1(t)z_1(t) + \theta_2(t)z_2(t) + \theta_3(t)z_3(t) + z_4(t), \quad (3)$$

где  $\tilde{z}_0(t), z_1(t), z_2(t), z_3(t), z_4(t)$  – новые переменные по времени, первые три из них определяются по формулам  $\tilde{z}_0(t) = \frac{p^2}{d(p)} y(t)$ ,  $z_1(t) = \frac{p}{d(p)} y(t)$ ,

$$z_2(t) = \frac{1}{d(p)} y(t); \quad \theta_1(t) = -a_1(t), \quad \theta_2(t) = -a_0(t);$$

переменная  $z_4(t)$  дополняет равенство (3) до корректности и состоит из суммы частей, пропорциональных скоростям изменения параметров уравнения (2), в силу принятой квазистационарности влияние этой переменной на основных динамических режимах мало в сравнении с остальными слагаемыми правой части уравнения (3). Будем иметь в виду два случая определения терминов  $\theta_3(t)$  и  $z_3(t)$ , вытекающих из априорной информации о параметрах  $b_1(t), b_0(t)$ :

- Случай 1. Влияние слагаемого  $b_1(t)p$  по сравнению с  $b_0(t)$  существенно мало, тогда можно принять  $\theta_3(t) = b_0(t)$  и, следовательно,  $z_3(t) =$

$$= \left( \mu_1(t) \frac{p}{d(p)} + \frac{1}{d(p)} \right) u(t), \quad \text{где } \mu_1(t) = b_1(t)/b_0(t);$$

примем, что  $0 < \mu_1(t) \leq 0,1$ .

- Случай 2 имеет место, если не выполняется случай 1:  $\theta_3(t) = b_1(t)$ ,  $z_3(t) = \left( \frac{p}{d(p)} + \mu_2(t) \frac{1}{d(p)} \right) \times u(t)$ , где  $\mu_2(t) = b_0(t)/b_1(t)$ ; примем, что  $0 < \mu_2(t) < 10$ .

Сигнал  $\tilde{z}_0(t)$  является технически нереализуемым, поэтому заменим его приближенной переменной  $z_0(t) = \frac{1}{(d_2 p + 1)} \tilde{z}_0(t)$ , где  $0 < d_2 \leq d_1$ . Тогда модель объекта (3) можно записать как

$$z_0(t) \approx \theta(t)^T \mathbf{z}(t) + z_4(t), \quad (4)$$

где  $z_0(t)$  – отклик объекта,  $\theta(t) = [\theta_1(t), \theta_2(t), \theta_3(t)]^T$  – вектор неизвестных параметров,  $\mathbf{z}(t) = [z_1(t), z_2(t), z_3(t)]^T$  – вектор регрессоров, верхний индекс «Т» обозначает транспонирование.

Назначим неявную эталонную модель в виде звена второго порядка, которое описывается как

$$\ddot{y}_m = a_1^M \dot{y}_m + a_2^M y_m + b^M u_{\text{зад}}, \quad (5)$$

$$y_m(t_0) = y(t_0), \quad \dot{y}_m(t_0) = \dot{y}(t_0),$$

где  $u_{\text{зад}} = u_{\text{зад}}(t)$  – входной сигнал эталона;  $y_m = y_m(t)$  – его выход;  $a_1^M, a_0^M, b^M$  – назначаемые постоянные параметры,  $a_1^M = -2\xi_M \Omega_M$ ,  $a_0^M = -\Omega_M^2$ ,  $b^M = k_M \Omega_M^2$ ;  $\xi_M$  – относительный коэффициент затухания;  $\Omega_M$  – собственная частота колебаний эталона;  $k_M$  – коэффициент усиления эталона.

Поделив уравнение (5) на полином  $d(p)$ , его можно переписать в виде

$$z_0^M(t) = a_1^M z_1^M(t) + a_2^M z_2^M(t) + b^M z_3^M(t), \quad (6)$$

$$y_m(t_0) = y(t_0), \quad \dot{y}_m(t_0) = \dot{y}(t_0),$$

$$\text{где } z_0^M(t) = \frac{p^2}{d(p)} y_m(t), \quad z_1^M(t) = \frac{p}{d(p)} y_m(t),$$

$$z_2^M(t) = \frac{1}{d(p)} y_m(t), \quad z_3^M(t) = \frac{1}{d(p)} u_{\text{зад}}(t).$$

В соответствии с назначенной эталонной моделью введем понятие желаемого отклика объекта (4):



$$\begin{aligned} \tilde{z}_0^{\text{жел}}(t) &\triangleq z_0^M(z_1(t), z_2(t), z_3^M(t)) = \\ &= a_1^M z_1(t) + a_2^M z_2(t) + b^M z_3^M(t). \end{aligned} \quad (7)$$

Действительно, если  $z_0(t) \rightarrow \tilde{z}_0^{\text{жел}}(t)$ , то  $\tilde{z}_0(t) \xrightarrow{\approx} \tilde{z}_0^{\text{жел}}(t)$  и из выражения (7) непосредственно следует, что поведение объекта (3), а значит и (4), стремится к динамике (6). Следовательно, справедлива запись  $\ddot{y}(t) \xrightarrow{\approx} a_1^M \dot{y}(t) + a_2^M y(t) + b^M u_{\text{зад}}(t)$  и, соответственно, выходной сигнал (1) стремится к заданному посредством эталона (5) поведению.

Для нахождения соответствующего управления приравняем правые части соотношений (4) и (7). Отсюда на основе используемых выше обозначений найдем закон управления, который назовем точным, основанным на полной априорной информации о параметрах (4) и переменной  $z_4(t)$ :

$$\begin{aligned} u_1^*(t) &= \frac{d_1 p + 1}{\mu_1(t)p + 1} \left[ (a_1^M - \theta_1(t)) z_1(t) + \right. \\ &+ \left. (a_2^M - \theta_2(t)) z_2(t) + b^M z_3^M(t) - z_4(t) \right] / b_0(t); \\ u_2^*(t) &= \frac{d_1 p + 1}{p + \mu_2(t)} \left[ (a_1^M - \theta_1(t)) z_1(t) + \right. \\ &+ \left. (a_2^M - \theta_2(t)) z_2(t) + b^M z_3^M(t) - z_4(t) \right] / b_1(t), \end{aligned} \quad (8)$$

где  $u_1^*$  – точный закон управления для первого случая,  $u_2^*$  – для второго.

Поскольку параметры объекта (4) неизвестны, для их определения предлагается применять алгоритм текущей параметрической идентификации. При этом переменную  $z_4(t)$  будем игнорировать в силу малости ее значения и аппроксимационных свойств алгоритма идентификации. Наиболее эффективным и часто используемым из них для условий переменных параметров объекта является рекуррентный метод наименьших квадратов с фактором забывания [3]. Дискретная его реализация в непрерывном времени описывается как

$$\begin{cases} \hat{\theta}(t_i) = \hat{\theta}(t_{i-1}) + \mathbf{K}(t_i) \varepsilon(t_i), \\ \varepsilon(t_i) = z_0(t_i) - \hat{\theta}(t_{i-1})^T \mathbf{z}(t_i), \\ \mathbf{K}(t_i) = \mathbf{P}(t_{i-1}) \mathbf{z}(t_i) (\beta + \mathbf{z}(t_i)^T \mathbf{P}(t_{i-1}) \mathbf{z}(t_i))^{-1}, \\ \mathbf{P}(t_i) = (\mathbf{E} - \mathbf{K}(t_i) \mathbf{z}(t_i)^T) \mathbf{P}(t_{i-1}) / \beta, \\ \mathbf{P}(t_0) = \vartheta \mathbf{E}, \beta < 1, \beta \rightarrow 1, \end{cases} \quad (9)$$

где символ «крышка» означает оценку соответствующего параметра;  $t_i \in \Delta t[(i-1), i)$  – текущее время с дискретным отсчетом с шагом  $\Delta t$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots$ ;  $\varepsilon(t_i)$  – невязка идентификации;  $\mathbf{K}(t_i)$ ,  $\mathbf{P}(t_i)$  – вектор и квадратная матрица соответственно с размерами, соответствующими векторам  $\theta$  и  $\mathbf{z}$ ;  $\vartheta$  – большое положительное число;  $\mathbf{E}$  – единичная матрица соответствующего размера;  $\beta$  – фактор забывания, обеспечивающий экспоненциальное исключение прошлой информации из работы алгоритма для отслеживания переменных параметров объекта управления с постоянной времени забывания прошлой информации, равной  $\Delta t/(1-\beta)$  [15].

Для формирования вектора  $\mathbf{z}(t_i)$  в алгоритме (9) по зависимостям (3) необходима информация о величине  $\mu(t_i) \in \{\mu_1(t_i), \mu_2(t_i)\}$ . Предположим, что ее оценка  $\hat{\mu}(t_i)$  имеется в распоряжении (пути достижения этого обсуждаются далее).

Дискретную реализацию закона управления для указанных выше случаев будем строить на основании закона (8) с заменой точных значений параметров их оценками, доставляемыми алгоритмом (9):

$$\begin{aligned} u_1(t_i) &= \frac{(d_1 + \Delta t)v(t_i) - d_1 v(t_{i-1})}{\hat{b}_0(t_i)(\hat{\mu}_1(t_i) + \Delta t)} + \\ &+ \frac{\hat{\mu}_1(t_i)}{\hat{\mu}_1(t_i) + \Delta t} u_1(t_{i-1}), \\ u_2(t_i) &= \frac{(d_1 + \Delta t)v(t_i) - d_1 v(t_{i-1})}{\hat{b}_1(t_i)(1 + \Delta t \hat{\mu}_2(t_i))} + \\ &+ \frac{1}{1 + \Delta t \hat{\mu}_2(t_i)} u_2(t_{i-1}), \end{aligned} \quad (10)$$

где  $v(t_i) = (a_1^M - \hat{\theta}_1(t_i)) z_1(t_i) + (a_2^M - \hat{\theta}_2(t_i)) z_2(t_i) + b^M z_3^M(t_i)$ .

Для того чтобы высокочастотные составляющие настройки оценок параметров благодаря дискретному алгоритму идентификации не поступали в сигнал управления, рекомендуется последний пропускать через низкочастотный фильтр с частотой среза не менее  $\Omega$ .

Законы управления (10) с алгоритмом идентификации (9) являются решением поставленной задачи. Рассмотрим его основные свойства.

Особенность алгоритмов идентификации заключается в следующем. В случае разомкнутой идентификации, когда алгоритм (9) функционирует автономно без формирования закона управления



(10), а также при условии, что регрессоры (4) являются линейно независимыми на скользящем интервале и имеют достаточно полный состав для описания (2), значение параметра  $\beta$  выбрано в соответствии со скоростью изменения параметров, а шаг  $\Delta t$  достаточно мал, тогда невязка идентификации с первых шагов алгоритма устремляется к нулю и в дальнейшем остается близкой к нему. При этом оценки параметров очень медленно сходятся к своим истинным значениям. При линейной зависимости регрессоров и/или наличии помех последние не сходятся вообще, что является широко известным фактом.

При использовании идентификационного подхода (систем с самонастройкой) обычно руководствуются принципом уверенной эквивалентности, в соответствии с которым структура закона управления формируется исходя из расчета полной априорной информации о неизвестных параметрах, а в процессе управления вместо последних подставляют их текущие оценки в предположении, что они с течением времени приближаются к истинным значениям. Этим обеспечивается достижение поставленной цели управления. Последнее напрямую требует постоянно возбуждающего («богатого») входного сигнала. В противном случае устойчивость замкнутой системы не гарантируется [1–6].

Вместе с тем многие исследователи отмечают «странное» свойство замкнутой системы управления – иногда формируемое управление точно достигает поставленной цели, а оценки далеки от истинных значений (см. работы [2, 3, 16–18] и др.). Четкого обоснования причин этого явления не было приведено.

По мнению автора, возможным ответом на отмеченное является рассмотрение не оценок параметров и их сходимости к истине, а невязки идентификации и ее сходимости к нулю [13]. Действительно, объект (4) через текущие оценки в непрерывном виде можно описать как

$$z_0(t) \approx \hat{\theta}(t)^T \mathbf{z}(t) + \varepsilon(t). \quad (11)$$

В этом выражении член  $\hat{\theta}(t)^T \mathbf{z}(t)$  является настраиваемой моделью отклика объекта, построенной на текущих оценках параметров. Если  $\varepsilon(t) \cong 0$ , это значит, что оценки параметров «строят» эту модель, аппроксимирующую текущую траекторию движения объекта (4), а соответственно, и выхода исходного объекта (1). Следовательно, все изложенные выводы справедливы и для модели объекта (11), построенной на текущих, даже неточных, оценках. Однако имеются дополнитель-

ные требования, которые в решаемой задаче определяются условиями сходимости невязки идентификации в замкнутом контуре системы управления [13, 14]. Они гораздо проще требования асимптотически точных оценок и в основном сводятся к определенному качеству оценивания параметров при управлении. Следовательно, снимаются требования к постоянно возбуждающему входному сигналу и др.

Эти требования были названы упрощенными и в работе [13] определены как достаточные и одновременно необходимые требования к качеству оценок, доставляемых идентификатором. Для рассматриваемой скалярной задачи управления эти требования сводятся лишь к оценкам  $\hat{b}_1$  и  $\hat{b}_0$  [14]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{sign}(\hat{b}_1) = \text{sign}(\hat{b}_0); \\ \text{sign}(\hat{b}_1) = \text{sign}(b_1), \\ |\hat{b}_1| > \lambda_i |b_1|/2; \hat{b}_1(t) \rightarrow \text{const}; \\ \text{sign}(\hat{b}_0) = \text{sign}(b_0), \\ |\hat{b}_0| > \lambda_i |b_0|/2; \hat{b}_0(t) \rightarrow \text{const}, \end{array} \right. \quad (12)$$

где  $\lambda(t_i) = \mathbf{z}(t_i)^T \mathbf{P}(t_i) \mathbf{z}(t_i)$ ,  $0 < \lambda(t_i) < 1$ . Первое условие в системе (12) необходимо для обеспечения устойчивости синтезируемого закона (10), что следует из закона (8) с заменой параметров на их оценки; остальные – для устойчивости невязки идентификации в условиях замкнутого контура управления с законом (10).

Можно показать, что условия (12) решают проблему «взрывного» поведения замкнутой системы, описанного в работе [19], а их нарушение приводит к высокочастотным колебаниям в замкнутой системе управления. Верхние ограничения для оценок  $\hat{b}_1$  и  $\hat{b}_0$  существуют в виде критерия результирующего качества управления: чем больше по модулю эти оценки, тем дольше переходные процессы в замкнутой системе. Требования (12) относятся только к параметрам при управлении, при известности диапазонов изменений  $b_1$ ,  $b_0$  они достаточно просты для реализации на практике.

Указанные требования к оценкам параметров управляемого объекта при условии сходимости невязки идентификации можно интерпретировать как уточнение принципа уверенной эквивалентности для самонастраивающихся систем управления в задачах слежения выхода управляемого объекта за требуемой траекторией, эталоном и т. п.



Исходя из требований (12), с целью упрощения реализации алгоритма управления предлагается назначить оценки  $\hat{b}_1, \hat{b}_0, \hat{\mu}$  постоянными с соблюдением требований (12) и, соответственно, исключить их из процедуры текущей идентификации. Тогда в алгоритме идентификации (9) откликом объекта, вектором оцениваемых параметров и вектором регрессоров будут соответственно

$$z_0(t) - \hat{\theta}_3 z_3(t), \quad \theta(t) = [\theta_1(t), \theta_2(t)]^T, \quad (13)$$

$$\mathbf{z}(t) = [z_1(t), z_2(t)]^T.$$

Предложенное решение может приводить к увеличению скорости изменения точных результирующих значений параметров  $\theta_1(t), \theta_2(t)$  в формуле (2), а значит, к увеличению размаха  $z_4(t)$ . Решением может служить уменьшение значения параметра  $\beta$  в алгоритме идентификации (уменьшение постоянной времени забывания). Из опыта исследований получено, что лучшим решением является назначение фактора забывания переменным, зависимым от невязки идентификации. Предлагается для этого применять подход из работы [20] с небольшой модернизацией:

$$\beta(t_i) = \text{sat} \left[ 1 - k_\varepsilon \varepsilon_{\text{нч}}^2(t_i) \right], \quad (14)$$

где  $\text{sat}(\cdot)$  – функция насыщения, применяемая с целью ограничения величины  $\beta(t_i)$ :  $\beta_{\min} \leq \beta(t_i) \leq \beta_{\max}$  с назначаемыми минимальной и максимальной границами  $\beta_{\min}, \beta_{\max}$  соответственно,  $0 < \beta_{\min} < \beta_{\max} \leq 1$ ;  $\varepsilon_{\text{нч}}^2(t_i)$  – квадрат низкочастотной части текущего значения невязки идентификации с ее формированием на низкочастотном фильтре с частотой среза не менее  $\Omega$ ;  $k_\varepsilon$  – коэффициент, значение которого выбирается в зависимости от среднего размаха квадрата низкочастотной части невязки идентификации.

Известно, что при использовании слишком малых значений фактора забывания норма матрицы  $\mathbf{P}(t_i)$  алгоритма (9) может сильно возрасти, что снижает устойчивость доставляемых оценок и формируемого управления. Тот же эффект имеет место и при появлении линейной зависимости в векторе регрессоров, например, на вырожденном движении. Для того, чтобы исключить это, будем использовать модификацию алгоритма (9), описанную в работе [21]. Она заключается в регуляризации матрицы  $\mathbf{P}(t_i)^{-1}$  – ограничении нормы  $\mathbf{P}(t_i)$  путем проверки диагональных элементов послед-

ней на предмет превышения ими назначенного числа  $q_{\max}$  и последующей ее коррекции по зависимости (сразу после вычисления этой матрицы в исходном алгоритме):

$$\mathbf{P}_{\text{ск}}(t_i) = \Lambda(t_i) \mathbf{P}(t_i) \Lambda(t_i),$$

где  $\mathbf{P}_{\text{ск}}(t_i)$  – скорректированное значение матрицы  $\mathbf{P}(t_i)$ ;  $\Lambda(t_i)$  – диагональная матрица соответствующего размера с единичными элементами на диагонали, за исключением номеров элементов (условно обозначим их  $j$ ), которые соответствуют неравенству  $\rho_j > \rho_{\max}$ ,  $\rho_j$  – диагональный элемент исходной матрицы  $\mathbf{P}(t_i)$  с номером  $j$ ,  $\rho_{\max}$  – назначенное ограничение диагональных элементов; значение  $j$ -го элемента матрицы  $\Lambda(t_i)$  равно  $\sqrt{\rho_{\max} / \rho_j}$ .

Еще одним дополнительным путем повышения качества управления (в некоторых случаях необязательным) в принятом условии (13) является запись законов управления (10) с учетом низкочастотной части невязки идентификации в составе переменной  $v(t_i)$ :

$$v(t_i) = \left( a_1^M - \hat{\theta}_1(t_i) \right) z_1(t_i) + \left( a_2^M - \hat{\theta}_2(t_i) \right) z_2(t_i) + b^M z_3^M(t_i) - \tilde{\varepsilon}_{\text{нч}}(t_i), \quad (15)$$

где  $\tilde{\varepsilon}_{\text{нч}}(t_i)$  – низкочастотная часть текущего значения невязки идентификации (отличная от указанной в формуле (14)), получаемая на низкочастотном фильтре с частотой среза менее  $\Omega$ . Такое решение уменьшает немоделированность исходного объекта искомыми оценками  $\hat{\theta}_1(t_i), \hat{\theta}_2(t_i)$  в принятых условиях.

Описанный подход по формированию адаптивного управления для объекта (1) на основе упрощенных условий адаптируемости также предлагается назвать идентификационным методом адаптивного управления с аппроксимацией, или идентификационно-аппроксимационным управлением.

### 3. ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕДЛОЖЕННОГО ПОДХОДА ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ МОСТОВЫМ КРАНОМ

Рассмотрим управление мостовым краном для перемещения груза в горизонтальной плоскости по одной оси. В качестве управляющего воздействия выступает сила, приложенная к тележке мостового крана (рис. 1).

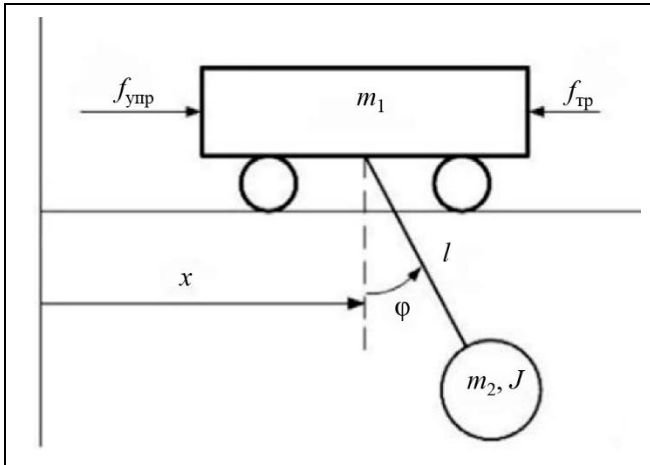


Рис. 1. Кинематическая схема мостового крана с перемещением груза по одной оси

Если не учитывать вес каната подвеса, трение угловых движений, ветровые возмущения и сухое трение, уравнение движения груза описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений [22]

$$\begin{cases} (m_1 + m_2)\ddot{x} + (m_2 l \cos \varphi)\ddot{\varphi} = \\ = m_2 l \dot{\varphi}^2 \sin \varphi + f_{\text{упр}} - f_{\text{тр}}, \\ (m_2 l \cos \varphi)\ddot{x} + (m_2 l^2 + J)\ddot{\varphi} = -m_2 g l \sin \varphi, \end{cases} \quad (16)$$

где  $x$  – линейное перемещение тележки крана;  $\varphi$  – угол отклонения подвеса груза от вертикальной оси;  $f_{\text{упр}}$  – управляющая сила, действующая на тележку;  $f_{\text{тр}} = k_x \dot{x}$  – сила трения при перемещении тележки;  $k_x$  – коэффициент вязкого трения;  $m_1$ ,  $m_2$  – массы тележки крана и переносимого груза соответственно;  $l$  – длина подвеса груза;  $J$  – центральный осевой момент инерции груза;  $g$  – ускорение свободного падения.

Будем рассматривать задачу управления, когда входом управляемого объекта будет сигнал  $f_{\text{упр}}$ , а выходом – угловая скорость отклонения подвеса ( $\omega = \dot{\varphi}$ ). Из элементарной физики следует, что связь между входом и выходом объекта (16) является колебательной. Причем используется именно такое сочетание входа и выхода, поскольку предварительные исследования показывают, что на малых частотах они имеют минимальную фазовую задержку (это обговаривалось выше).

Для крана со значениями параметров  $m_1 = 450$  кг,  $m_2 = 1000$  кг,  $J = 1000$  кг·м<sup>2</sup> (радиус инерции груза 1 м);  $l = 7$  м;  $k_x = 0,3$  Н·с/м пере-

даточная функция, построенная на основе линеаризации уравнений (16) в силу малости угла  $\varphi$  и его скорости, связывающая входную переменную  $f_{\text{упр}}$  и выходную  $\omega$ , может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \frac{\omega(t)}{f_{\text{упр}}(t)} &= \frac{\tilde{b}_2 p^2}{p^3 + \tilde{a}_2 p^2 + \tilde{a}_1 p + \tilde{a}_0} \approx \\ &\approx \frac{-2,98 \cdot 10^{-4} p^2}{p^3 + 6,38 \cdot 10^{-4} p^2 + 4,24 p + 8,77 \cdot 10^{-4}}, \end{aligned} \quad (17)$$

где  $\tilde{b}_2 = -m_2 l / \gamma$ ,  $\tilde{a}_2 = (J + m_2 l^2) k_x / \gamma$ ,  $\tilde{a}_1 = (m_1 + m_2) m_2 l g / \gamma$ ,  $\tilde{a}_0 = m_2 l k_x g / \gamma$ ,  $\gamma = (m_1 + m_2) J + m_1 m_2 l^2$ ; здесь и далее передаточные функции записаны через оператор дифференцирования; полагается, что начальные значения входа и выхода соответствующего им звена и их производные являются нулевыми.

Собственная частота колебаний этой механической системы составляет 2,1 рад/с с указанными ниже вариациями параметров крана  $\Omega \approx 5$  с<sup>-1</sup>. Будем считать, что выходная переменная  $\omega$  непосредственно измеряется.

Эталонную модель (5) представим так:  $u_m \triangleq \omega_m$ , где  $\omega_m$  соответствует угловой скорости  $\omega$ ;  $u_{\text{зад}}$  будет представлять заданное значение угловой скорости подвеса (обозначим ее как  $\omega_{\text{зад}}$ );  $\xi_m = 1$ ,  $\Omega_m = 3$  с<sup>-1</sup>,  $k_m = 1$ .

Исходя из значения  $\Omega$ , выберем  $d_1 = 0,2$  с,  $d_2 = 0,1$  с. Отсюда

$$z_0(t) = \frac{p^2}{(0,2p+1)(0,1p+1)} \omega(t),$$

$$z_1(t) = [p/(0,2p+1)] \omega(t),$$

$$z_2(t) = [1/(0,2p+1)] \omega(t),$$

$$z_3^M(t) = [1/(0,2p+1)] \omega_{\text{зад}}(t).$$

Заметим, что здесь формула (2) по структуре не совпадает с выражением (17), поэтому аппроксимация (17) на текущей траектории движения возможна только с помощью  $\theta = \theta(t)$ , т. е. модель (2), (3) является нестационарной.

Для синтеза управления необходимо иметь априорную информацию о значениях параметров  $b_1$ ,  $b_0$  в уравнении (2), аппроксимирующем объект (16), (17). Из формулы (17) известен их знак – от-

рицательный. Для получения более точной информации возможны следующие пути. Первый – выполнить предварительное оценивание всех параметров (2) с получением их приближенных значений. Второй – получить только оценки  $\hat{b}_1, \hat{b}_0$  на основе идентификации за пределами области рабочих частот объекта, как это предлагалось в патенте [23].

Третий, более простой, заключается в следующем. Зная, что в замкнутой системе управления слишком малые по модулю значения  $\hat{b}_1, \hat{b}_0$  по условиям (12) вызывают высокочастотные неустойчивые движения, можно экспериментально на модели системы управления подобрать их значения. Именно он был применен в данной работе. В связи с этим принято: использовать второй случай модели (3),  $\hat{b}_1 \equiv -3 \cdot 10^{-4} (\text{м} \cdot \text{кг})^{-1}$ ,  $\hat{\mu}_2 \equiv 5 \text{ с}^{-1}$ . Поэтому переменная  $z_3(t) = [(p+5)/(0,2p+1)] \times f_{\text{упр}}(t)$ .

Для идентификации использовался алгоритм (9), (13), (14) с параметрами  $\Delta t = 0,01 \text{ с}$  (с этим же шагом реализовывался дискретный закон управле-

ния (10), (15),  $u_2(t_i)$ ,  $\vartheta = \rho_{\text{max}} = 10$ ,  $\beta_{\text{min}} = 0,01$ ,  $\beta_{\text{max}} = 0,99$ ,  $k_e = 10 \text{ с}^2$ . Низкочастотные составляющие невязки идентификации таковы:  $\varepsilon_{\text{нч}}(t) = [1/(0,1p+1)]\varepsilon(t)$ ,  $\tilde{\varepsilon}_{\text{нч}}(t) = [1/(p+1)]\varepsilon(t)$ . Сформированный системой сигнал  $f_{\text{упр}}$  перед подачей на объект управления фильтровался на звене  $1/(0,1p+1)$ .

Модельные исследования проводились в компьютерной среде Matlab/Simulink/Multibody. Модель объекта управления соответствовала зависимостям (16) с указанными выше значениями параметров.

На рис. 2 представлены результаты исследования для этих значений параметров алгоритма управления при назначенной кривой заданной угловой скорости подвеса (рис. 2, в). Можно видеть, что текущая угловая скорость подвеса  $\omega$  практически следит за эталонной  $\omega_{\text{м}}$ , угловое движение устойчиво. Конечно, на практике такая система требует дополнительного контура управления по перемещению тележки, но это выходит за рамки решаемой задачи.

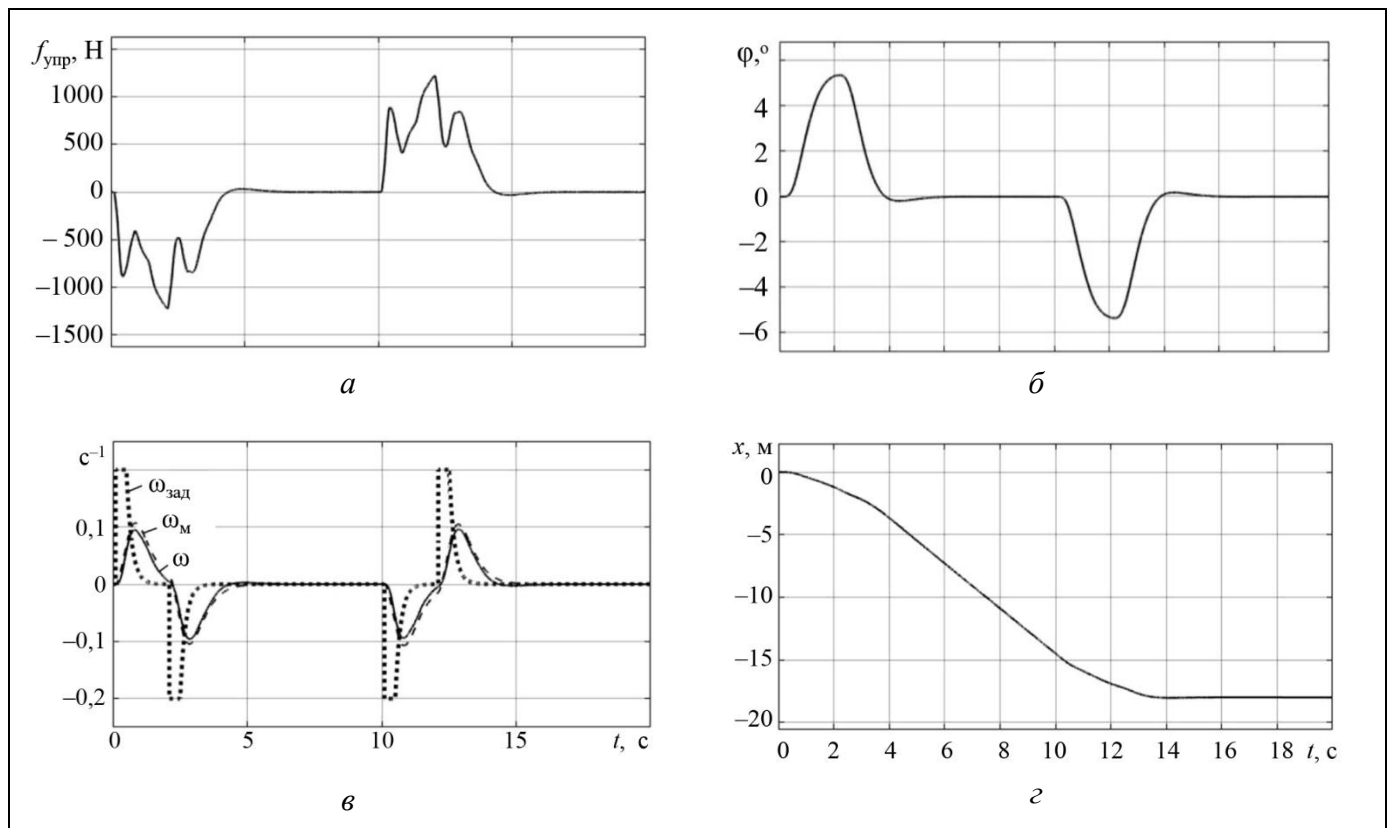


Рис. 2. Замкнутая система управления мостовым краном: а – управляющая сила; б – угол отклонения подвеса груза; в – заданная угловая скорость  $\omega_{\text{зад}}$ , угловая скорость эталона  $\omega_{\text{м}}$  и угловая скорость отклонения подвеса груза  $\omega$ ; г – пройденное тележкой крана расстояние



При том же законе управления было получено практически такое же по качеству поведение сигналов  $\omega$  и  $\varphi$  при других значениях параметров крана в большом диапазоне их варьирования: массы груза от 50 до 10 000 кг, длины подвеса от 2 до 10 м, радиуса инерции груза от 0,5 до 2 м (пропорционально весу груза). Изменялось только управление, т. е. можно говорить об адаптивном управлении в условиях текущей параметрической неопределенности.

Также были оценены робастные свойства используемого алгоритма управления при воздействии на систему управления реальных факторов. Так, моделировалась ситуация, когда выход объекта (16) измерялся с гауссовским центрированным шумом и имелась задержка в управлении. Шум со среднеквадратическим отклонением до 0,001 рад/с и задержка до 0,005 с практически не влияют на качество управления. Исследовался гипотетический случай больших амплитуд угла  $\varphi$  до  $30^\circ$  и более с проявлением нелинейных эффектов. Поведение замкнутой системы несколько снизило свое качество слежения за эталоном, но устойчивость углового движения обеспечивается.

#### 4. ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕДЛОЖЕННОГО ПОДХОДА ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ТРЕХМАССОВЫМ УПРУГИМ ОБЪЕКТОМ

Рассмотрим случай адаптивного управления трехмассовым упругим объектом, моделирующим множество быстродействующих приводов мехатронных систем, представленным на рис. 3 [24].

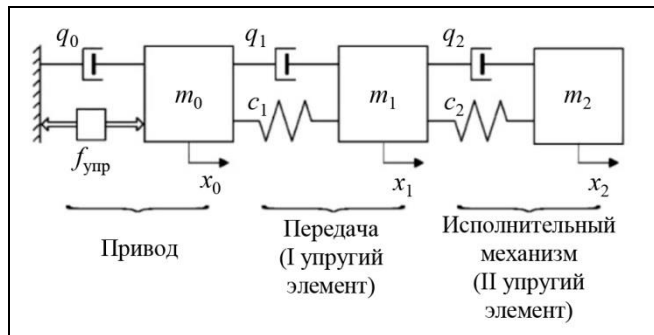


Рис. 3. Кинематическая схема трехмассового упругого привода

На рисунке приняты следующие обозначения:  $m_0, m_1, m_2$  – соответственно приведенные массы тел привода, механической передачи движения и исполнительного механизма;  $x_0, x_1, x_2$  – перемещение указанных тел относительно своего исходного положения;  $c_1, c_2$  – приведенные коэффициенты жесткости указанных на рисунке упругих

элементов;  $q_0, q_1, q_2$  – коэффициенты вязкого трения;  $f_{\text{упр}}$  – управляющая сила привода. Схема содержит два упругих элемента, показанных на рисунке, с собственными частотами  $\Omega_1 = \sqrt{c_1/m_1}$  и  $\Omega_2 = \sqrt{c_2/m_2}$ .

Указанная схема описывается дифференциальными уравнениями

$$\begin{cases} m_0 \ddot{x}_0 + q_0 \dot{x}_0 + q_1 (\dot{x}_0 - \dot{x}_1) + c_1 (x_0 - x_1) = f_{\text{упр}}, \\ m_1 \ddot{x}_1 + q_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_0) + c_1 (x_1 - x_0) + \\ \quad + q_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c_2 (x_1 - x_2) = 0, \\ m_2 \ddot{x}_2 + q_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + c_2 (x_2 - x_1) = 0. \end{cases} \quad (18)$$

Рассмотрим совокупность параметров исследуемого объекта, когда первый упругий элемент по быстродействию не уступает второму, т. е.  $\Omega_1 \geq \Omega_2$ :  $m_0 = 10$  кг;  $m_1 = 1$  кг;  $m_2 = 0,5$  кг;  $q_0 = 3$  Н·см<sup>-1</sup>;  $q_1 = q_2 = 0,5$  Н·см<sup>-1</sup>;  $c_1 = 10000$  Н·м<sup>-1</sup>;  $c_2 = 30$  Н·м<sup>-1</sup>. Эти параметры соответствуют значениям  $\Omega_1 = 100$  с<sup>-1</sup> и  $\Omega_2 \approx 7,7$  с<sup>-1</sup>. Будем считать, что вариациям параметров подвержен только второй упругий элемент, поэтому  $\Omega = 100$  с<sup>-1</sup>.

В этой схеме будем рассматривать в качестве входа переменную  $f_{\text{упр}}$ , а выхода  $x = x_2 - x_0$ , характеризующую упругие свойства системы. Связь между этими переменными колебательная, а фазовая задержка на малых частотах незначительная. Передаточная функция по указанному выходу имеет вид

$$\frac{x(t)}{f_{\text{упр}}(t)} = \frac{-(\tilde{b}_3 p^3 + \tilde{b}_2 p^2 + \tilde{b}_1 p)}{p^5 + \tilde{a}_4 p^4 + \tilde{a}_3 p^3 + \tilde{a}_2 p^2 + \tilde{a}_1 p + \tilde{a}_0} \approx \frac{-(0,1 p^3 + 0,2 p^2 + 1009 p)}{p^5 + 2,35 p^4 + 11091 p^3 + 14561 p^2 + 693 \cdot 10^3 p + 18 \cdot 10^4},$$

$$\text{где } \tilde{b}_3 = m_1 m_2 / \gamma, \quad \tilde{b}_2 = [q_1 m_2 + q_2 (m_1 + m_2)] / \gamma,$$

$$\tilde{b}_1 = (c_1 m_2 + c_2 m_1 + c_2 m_2) / \gamma,$$

$$\tilde{a}_4 = (q_0 m_1 m_2 + q_1 m_0 m_2 + q_2 m_0 m_1 + q_1 m_1 m_2 + q_2 m_0 m_2) / \gamma,$$

$$\tilde{a}_3 = \left[ \begin{array}{l} q_0 q_1 m_2 + q_0 q_2 (m_1 + m_2) + \\ + q_1 q_2 (m_0 + m_1 + m_2) + \\ + c_1 m_2 (m_0 + m_1) + c_2 m_0 (m_1 + m_2) \end{array} \right] / \gamma,$$



$$\tilde{a}_2 = \left[ \frac{q_0 q_1 q_2 + q_0 (c_1 m_2 + c_2 m_1 + c_2 m_2) + (q_1 c_2 + q_2 c_1) (m_0 + m_1 + m_2)}{\gamma} \right],$$

$$\tilde{a}_1 = \left[ \frac{q_0 (q_1 c_2 + q_2 c_1) + c_1 c_2 (m_0 + m_1 + m_2)}{\gamma} \right],$$

$$\tilde{a}_0 = q_0 c_1 c_2 / \gamma, \quad \gamma = m_0 m_1 m_2.$$

Эталонную модель (5) представим в виде

$y_m \triangleq x_m$ , где  $x_m$  соответствует  $x = x_2 - x_0$ ,  $u_{\text{зад}}$  будет представлять заданное значение  $x$ :  $x_{\text{зад}} \equiv 0$ ,  $\xi_m = 1$ ,  $\Omega_m = 10 \text{ c}^{-1}$ ,  $k_m = 1$ .

Исходя из значения  $\Omega$  рассматриваемого объекта, выберем  $d_1 = 0,01 \text{ c}$ ,  $d_2 = 0,001 \text{ c}$ . Отсюда  $z_0(t) =$

$$= \frac{p^2}{(0,01p+1)(0,001p+1)} x(t), \quad z_1(t) = \frac{p}{0,01p+1} x(t),$$

$$z_2(t) = \frac{1}{0,01p+1} x(t), \quad z_3^M(t) \equiv 0.$$

Оценки  $\hat{b}_1, \hat{b}_0$  определены тем же методом, что и в § 3, используется первый случай модели (3),  $\hat{b}_0 \equiv -0,4 \text{ кг}^{-1}$ ,  $\hat{\mu}_1 \equiv d_1$ . Поэтому переменная  $z_3(t) = f_{\text{упр}}(t)$ .

Алгоритм идентификации и его параметры использовались те же, что и в § 3, за исключением  $\Delta t = 0,001 \text{ c}$ ,  $k_e = 0,5 \text{ м}^2$ , низкочастотные составляющие невязки идентификации равны  $\varepsilon_{\text{ич}}(t) = [1/(0,1p+1)]\varepsilon(t)$ ,  $\tilde{\varepsilon}_{\text{ич}}(t) = [1/(0,05p+1)]\varepsilon(t)$ . Фильтрация сигнала  $f_{\text{упр}}$  производилась на апериодическом звене с постоянной времени  $0,01 \text{ c}$ .

На рис. 4 представлены графики исходного поведения объекта (18) при воздействии на него сигнала  $f_{\text{упр}} = f_{\text{упр}}^B$ , где  $f_{\text{упр}}^B$  представляет собой возмущение. На рис. 5 представлены результаты исследования замкнутой системы управления, в которой  $f_{\text{упр}} = f_{\text{упр}}^B + f_{\text{упр}}^U$ , где  $f_{\text{упр}}^U$  – целевое управление, формируемое системой управления для обеспечения заданных свойств замкнутой системы управления.

Также были проведены исследования с другими значениями параметров (18) второго упругого элемента, которые менялись в произвольном сочетании:  $c_2$  в диапазоне от 3 до  $240 \text{ Н}\cdot\text{с}/\text{м}$  и  $m_2$  в диапазоне от 0,1 до 6 кг, что соответствовало изменению частоты  $\Omega_2$  от 0,7 до  $50 \text{ c}^{-1}$ . Получено, что система управления во всех случаях обеспечивает устойчивое поведение переменной  $x = x_2 - x_0$ . Ошибка по этой переменной через 1–1,5 с после воздействия возмущения не превышает 0,002 м. При этом переходный процесс может несколько

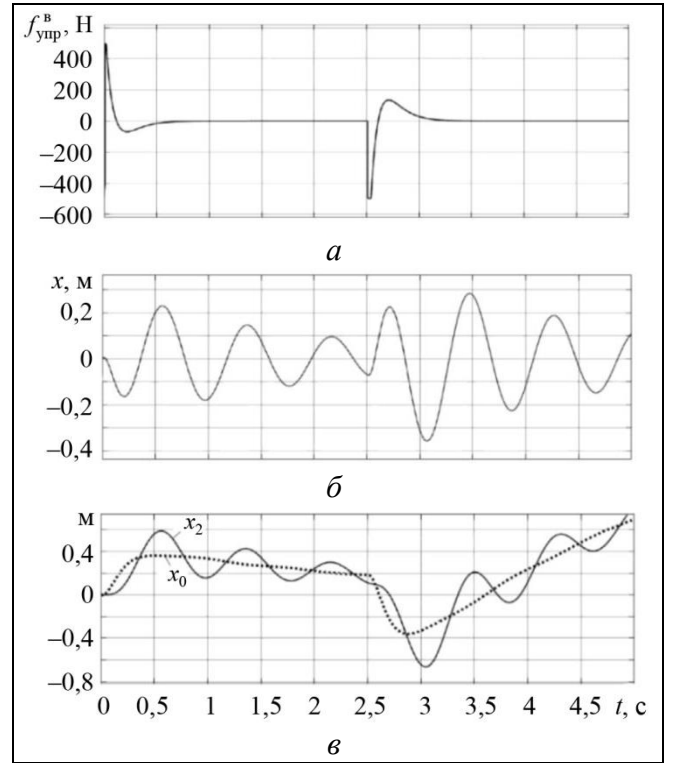


Рис. 4. Поведение трехмассового упругого привода при возмущении: а – внешняя возмущающая сила; б – относительное перемещение масс привода; в – перемещения тел с массами  $m_0, m_2$

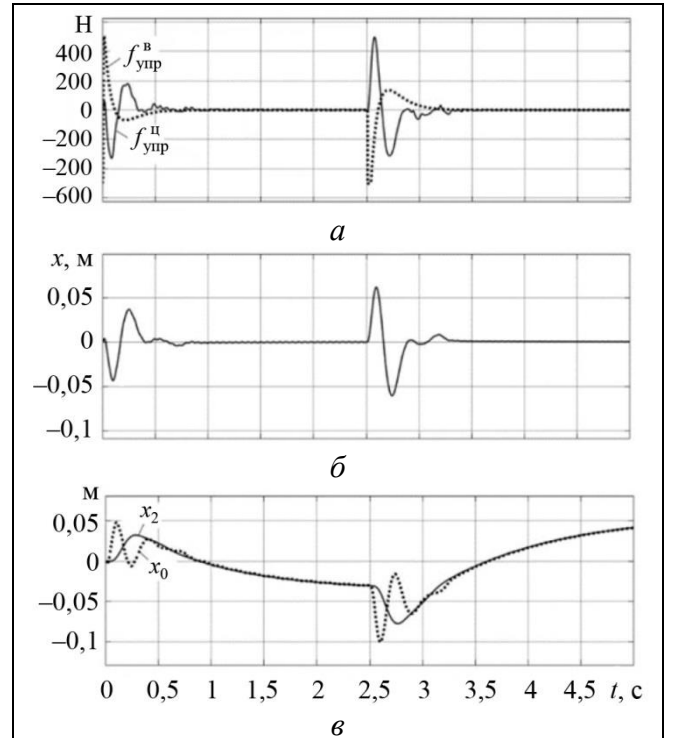


Рис. 5. Замкнутая система управления трехмассовым упругим приводом: а – внешняя возмущающая сила  $f_{\text{упр}}^B$  и управляющая сила  $f_{\text{упр}}^U$ ; б – относительное перемещение масс привода; в – перемещения тел с массами  $m_0, m_2$

отличаться от представленного на рис. 5. Система управления не снижает указанного качества управления, если измерения выходной переменной у зашумлены гауссовским центрированным шумом со среднеквадратическим отклонением не более 0,1 мм и имеется задержка управления не более, чем на 0,003 с.

Можно видеть, что система справляется с задачей гашения упругих колебаний: по окончании внешнего воздействия  $x \rightarrow 0$  в условиях большого многообразия параметров управляемого объекта.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен подход по использованию упрощенных условий адаптируемости, или идентификационно-аппроксимационный подход, относящийся к системам с самонастройкой, для решения задачи построения адаптивного управления скалярным объектом с доступными измерениями только по входу и выходу. Основной особенностью подхода является использование структурной и параметрической аппроксимации динамики движения объекта. Первая реализуется описанием динамики моделью с более простой структурой (в виде простого звена или их совокупности), чем у объекта. Вторая сводится к использованию текущих оценок параметров, доставляемых алгоритмом идентификации, не обязательно стремящихся в асимптотике к точным значениям и переменных по времени. При этом для достижения свойств замкнутой системы управления, близких к назначенному эталону, не требуются точные оценки параметров, достаточно выполнить условия (12) и получить сходимость невязки идентификации. По этой модели строится управление. Указанное можно интерпретировать как уточнение известного принципа уверенной эквивалентности в самонастраивающихся системах при решении задач по выходу управляемого объекта. Сопутствующим положительным моментом последнего является необязательность постоянно возбуждающих регрессоров («богатства» входного сигнала).

Изложенный подход доступен модификациям. Так, вместо алгоритма идентификации (9) можно использовать проекционный алгоритм Качмажа [3]. Постоянные оценки параметров при управлении аппроксимирующей модели можно заменить на переменные, доставляемые двухэтапной идентификацией [23]. Также для повышения робастности процедуры текущей параметрической идентификации и в целом адаптивного управления, можно применять подходы, изложенные, например, в работах [2, 3] и др. К ним относятся: введение в

алгоритм идентификации обратной связи по оценкам с малым параметром, «подтягивание» оценок к априорно известным их значениям, использование зоны нечувствительности невязки идентификации, ограничение ее размаха и др. Также следует отметить, что в работе рассматривались только объекты с колебательной динамикой, которые аппроксимированы колебательным звеном без транспортной задержки. Но обобщения на другие виды объектов очевидны.

Безусловно, рассмотренный в работе метод нельзя отнести к универсальным инструментам построения адаптивного управления. Но многие практические задачи с его помощью можно эффективно решать: например, кроме указанных выше задач, он успешно был применен и в других (см., например, работу [25] и др.).

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Tao, G.* Adaptive Control Design and Analysis. – Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., 2003. – 618 p.
2. *Ioannou, P., Fidan, B.* Adaptive Control Tutorial. – Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006. – 387 p.
3. *Åström, K.J., Wittenmark, B.* Adaptive Control. Second edition. – Mineola, NY: Dover Publications, Inc., 2008. – 575 p. – URL: [bayanbox.ir/view/8821671619590593184/Adaptive-Control-Astrom-2nd-edition.pdf](http://bayanbox.ir/view/8821671619590593184/Adaptive-Control-Astrom-2nd-edition.pdf) (дата обращения 10.10.2024). [Accessed October 10, 2024].
4. *Nguyen, N.T.* Model-Reference Adaptive Control, Advanced Textbooks in Control and Signal Processing. – Cham: Springer International Publishing AG, 2018. – 453 p. – URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-56393-0> (дата обращения 10.10.2024). [Accessed October 10, 2024].
5. *Annaswamy, A.M., Fradkov, A.L.* A Historical Perspective of Adaptive Control and Learning // Annual Reviews in Control. – 2021. – Vol. 52. – P. 18–41.
6. *Bobál, V., Böhm, J., Fessl, J., Macháček, J.* Digital Self-tuning Controllers: Algorithms, Implementation and Applications. – Berlin: Springer Science & Business Media, 2005. – 318 p. – URL: [https://matlab.fei.tuke.sk/taui\\_new/subory/prednasky/Digital\\_Self-tuning\\_Controllers.pdf](https://matlab.fei.tuke.sk/taui_new/subory/prednasky/Digital_Self-tuning_Controllers.pdf) (дата обращения 10.10.2024). [Accessed October 10, 2024].
7. *Fradkov, A.L., Miroshnik, I.V., Nikiforov, V.O.* Nonlinear and Adaptive Control of Complex Systems. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999. – 510 p.
8. *Еремин Е. Л., Теличенко Д. А., Семичевская Н. П.* и др. Управление техническими системами в условиях неопределенности. – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2014. – 211 с. [*Eremín, E.L., Telichenko, D.A., Semichevskaya, N.P., et al.* Upravlenie texnicheskimi sistemami v usloviyax neopredelennosti. – Blagoveshhensk: Amurskij gos. un-t., 2014. – 211 p. (In Russian)].
9. *Ефимов Д.Е.* Робастное и адаптивное управление нелинейными колебаниями. – СПб.: Наука, 2005. – 314 с. [*Efimov, D.V.* Robust and adaptive control of nonlinear oscillations. – SPb.: Nauka, 2005. – 314 p. (In Russian)].



10. Loria, A., Kelly, R., Teel, A. On Uniform Parametric Convergence in the Adaptive Control of Mechanical Systems // *European Journal of Control*. – 2005. – No. 11. – P. 90–101.
11. Dobriborsci, D., Kolyubin, S., Bobtsov, A. Output Adaptive Control for Linear Systems under Parametric Uncertainties with Finite-Time Matching Input Harmonic Disturbance Rejection // *ArXiv*. – 2020. – Vol. abs/2005.07639. – URL: <https://arxiv.org/pdf/2005.07639> (дата обращения 10.10.2024). [Accessed October 10, 2024].
12. Глуценко А. И., Ласточкин К. А. Аппроксимационный подход к адаптивному управлению линейными нестационарными системами // *Автоматика и телемеханика*. – 2024. – № 5. – С. 86–111. [Glushchenko, A.I., Lastochkin, K.A. Approximation-Based Approach to Adaptive Control of Linear Time-Varying Systems // *Automation and Remote Control*. – 2024. – Vol. 85, no 5. – P. 512–531].
13. Круглов С. П. Вопросы адаптируемости систем управления со схемой «идентификатор + эталон» // *Труды IV международной конференции «Идентификация систем и задачи управления»*. – Москва, 2005. – С. 1307–1348. [Kruglov, S.P. Voprosy` adaptiruemosti sistem upravleniya so skemoj` «identifikator + e`talon» // *Trudy` IV mezhdunarodnoj konferencii "Identifikaciya sistem i zadachi upravleniya"*, Moscow, 2005 g. – P. 1307–1348. (In Russian)].
14. Круглов С. П. Сходимость невязки идентификации в системе управления с параметрической адаптацией // *Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами: электрон. науч. журн.* – 2019. – № 1. – С. 27–40. – URL: <http://ismm-irgups.ru/toma/12-2019> (дата обращения 10.10.2024). [Kruglov, S.P. Sxodimost` nevyazki identifikacii v sisteme upravleniya s parametricheskoj adaptaciej // "Informacionny`e tehnologii i matematicheskoe modelirovanie v upravlenii slozhny`mi sistemami": e`lektron. nauch. zhurn. – 2019. – No. 1. – P. 27–40. URL: <http://ismm-irgups.ru/toma/12-2019> (accessed October 10, 2024). (In Russian)]
15. Лjung Л. Идентификация систем. Теория для пользователя / Под ред. Я.З. Цыпкина. – М.: Наука, 1991. – 432 с. [Ljung, L. System Identification: Theory for the User. – New York, Prentice Hall PTR, 1987. – 544 p.].
16. Срагович В. Г. Адаптивное управление. – М.: Наука, 1981. – 384 с. [Sragovich, V.G. Adaptivnoe upravlenie. – М.: Nauka, 1981. – 384 p. (In Russian)].
17. Изерман Р. Цифровые системы управления. – М.: Мир, 1984. – 541 с. [Isermann, R. Digital control systems. – Berlin–Heidelberg, Springer-Verlag, 1981. – 566 p.].
18. Буков В.Н. Адаптивные прогнозирующие системы управления полетом. – М.: Наука, 1987. – 232 с. [Bukov, V.N. Adaptivny`e prognoziryuyushhie sistemy` upravleniya poletom. – М.: Nauka, 1987. – 232 p. (In Russian)].
19. Anderson, B.D.O. Adaptive Systems, Lack of Persistency of Excitation and Bursting Phenomena // *Automatica*. – 1985. – Vol. 21, no. 3. – P. 247–258.
20. Dumont, G.A., Huzmezan, M. Concepts, Methods and Techniques in Adaptive Control // *Proceedings of the 2002 American Control Conference (IEEE Cat. No.CH37301)*. – Anchorage, AK, USA, 2002. – Vol. 2. – P. 1137–1150.
21. Круглов С. П. Модификации рекуррентного метода наименьших квадратов с фактором забывания для функциональной устойчивости текущего параметрического оценивания динамических процессов // *Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами: электрон. науч. журн.* – 2019. – № 1. – С. 1–12. – URL: <http://ismm-irgups.ru/toma/12-2019> (дата обращения: 10.10.2024). [Kruglov, S.P. Modifikatsii rekurrentnogo metoda naimen'shikh kvadratov s faktorom zabyvaniya dlya funktsional'noy ustoychivosti tekushchego parametricheskogo otsenivaniya dinamicheskikh protsessov // «Informacionny`e tehnologii i matematicheskoe modelirovanie v upravlenii slozhny`mi sistemami»: e`lektron. nauch. zhurn. – 2019. – No. 1. – P. 1–12. – URL: <http://ismm-irgups.ru/toma/12-2019> (accessed October 10, 2024). (In Russian)].
22. Черноусько Ф.Л., Ананьевский И.М., Реушин С.А. Методы управления нелинейными механическими системами. – М.: Физматлит, 2006. – 328 с. [Chernous'ko, F.L., Anan'evskij, I.M., Reshmin, S.A. Metody` upravleniya nelinejny`mi mexanicheskimi sistemami. – М.: Fizmatlit, 2006. – 328 p. (In Russian)].
23. Патент RU 2231819 С2. Адаптивная система управления с двухэтапным идентификатором и неявной эталонной моделью: № : заявл. 13.02.02; опубл. 27.06.04, бюл. № 18 / Буков В.Н., Круглов С. П., Бронников А.М., Сегедин Р.А. [Patent RU 2231819 С2. Adaptivnaya sistema upravleniya s dvuxe`tapny`m identifikatorom i neyavnoj e`talonnoj model'yu: No. 2002104086/09: appl. 13.02.02: publ. 27.06.04, bul. № 18 / Bukov, V.N., Kruglov, S.P., Bronnikov, A.M., Segedin, R.A. (In Russian)].
24. Кузнецов Н.К. Активное гашение упругих колебаний исполнительных механизмов мехатронных систем // *Современные технологии. Системный анализ. Моделирование*. – 2011. – № S-4 (32). – С. 101–110. [Kuznecov, N.K. Aktivnoe gashenie uprugix kolebanij ispolnitel'ny`x mexanizmov mexatronny`x sistem // *Sovremenny`e tehnologii. Sistemny`j analiz. Modelirovanie*. – 2011. – No. S-4 (32). – P. 101–110. (In Russian)].
25. Круглов С. П., Ковыршин С. В. Идентификационное скоростное управление мостовым краном с сокращенной моделью переноса груза // *Проблемы управления*. – 2023. – № 4. – С. 28–37. [Kruglov, S.P., Kovy'rshin, S.V. Identification-Based Speed Control of an Overhead Crane with a Reduced Cargo Transfer Model // *Control Sciences*. – 2023. – No 4. – P. 25–33].

Статья представлена к публикации членом редколлегии С.А. Красновой.

Поступила в редакцию 13.10.2024,  
после доработки 05.12.2024.  
Принята к публикации 09.12.2024.

**Круглов Сергей Петрович** – д-р техн. наук, ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения», г. Иркутск, ✉ [kruglov\\_s\\_p@mail.ru](mailto:kruglov_s_p@mail.ru), ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9241-3352>

© 2024 г. Круглов С. П.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



## ADAPTIVE CONTROL OF A SCALAR PLANT IN THE INPUT-OUTPUT FORM BASED ON THE IDENTIFICATION-APPROXIMATION APPROACH

S. P. Kruglov

Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russia

✉ kruglov\_s\_p@mail.ru

**Abstract.** This paper considers a scalar plant with current parametric uncertainty in which only the input and output are measured. For such plants, an adaptive control design approach based on simplified adaptability conditions is presented. The approach refers to indirect self-tuning control using the current parametric identification algorithm and an implicit reference model. The tuned model structure in the identification algorithm is selected as simple as possible, corresponding to the main motion of the controlled plant and an elementary dynamic link or links. As a result, the current estimates in this model approximate the plant's motion, which is confirmed by the convergence criterion of the identification residual. Also, it is required to satisfy definite requirements for the current parameter estimates. The estimates, even if imprecise, are used to construct a control law ensuring given properties of the closed-loop control system. This postulate is interpreted as a refinement of the well-known certainty equivalence principle except for the asymptotically accurate parameter estimation requirement to achieve adaptive properties of a self-tuning control system in output-feedback control problems. The main relationships are given for an example when the plant's dominant dynamics are close to an oscillatory process without an additional time delay. The identification algorithm is applied in the form of a recurrent least-squares method with a forgetting factor and some modifications. Two illustrative examples of adaptive control system design are provided: control of the angular motion of an overhead crane and counteraction to the vibrations of an elastic three-mass drive. The approach under consideration is called the identification–approximation one. The possibilities and ways of its further improvement are outlined.

**Keywords:** adaptive control with self-tuning, current parametric uncertainty, current parametric identification algorithm, certainty equivalence principle, convergence of parameter estimates.

**Acknowledgments.** This work was supported by the Russian Science Foundation, project no. 23-29-00654; <https://rscf.ru/project/23-29-00654/>.