УДК 35.073.5

КОРПОРАТИВНАЯ МОДЕЛЬ СОГЛАСОВАНИЯ ИНТЕРЕСОВ С УЧЕТОМ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ

Т.В. Золотова

Представлена модель управления отраслевой корпорацией с ограничением по дефицитным и природным ресурсам, описывающая двухуровневую иерархическую систему управления. Рассмотрены её варианты: с дополнительным ограничением по допустимому уровню загрязнения природной среды, квотами и с системой штрафов за превышение допустимого уровня загрязнения.

Ключевые слова: корпорация, идеальная согласованность, максимизация прибыли, расчетные цены, тарифы на дефицитные и природные ресурсы, квоты, штраф.

ВВЕДЕНИЕ

Стремление к повышению эффективности деятельности технологически близких предприятий и организаций привело к возникновению необходимости их объединения. Одной из разновидностей таких объединений является корпорация — сложное организационное образование, состоящее из производственных и функциональных единиц, связанных в рамках единого процесса управления производством и капиталом. Вопросы организационного управления освещены, например, в работах [1—3].

Рассмотрим модель отраслевой корпорации, т. е. совокупность предприятий, взаимодействующих между собой для производства какого-либо конечного продукта или услуги (видов продукции или услуг может быть несколько) в рамках единого полного технологического цикла, и управляющую компанию, осуществляющую функции корпоративного управления предприятиями (см., например, работу [4]). Экономическим эффектом деятельности отраслевой корпорации будем считать совокупность производственных результатов, включающую в себя прибыль от реализации производственной продукции, а также охрану окружающей среды. Нанесение вреда окружающей среде сопряжено с дополнительными и возможно большими затратами корпорации на ее восстановление. Наличие последней составляющей экономического эффекта обусловлено еще и тем, что в настоящее время защита окружающей природной среды представляет собой задачу государственного масштаба, требующую ее решения на каждом уровне управления [5].

Положительный эффект от интеграции — необходимое, но не достаточное условие успешности объединения. Объединение должно быть выгодным каждому предприятию, т. е. улучшать его положение. Это условие предъявляет требования к процессам планирования и управления в корпорации, которые должны включать в себя механизмы согласования интересов участников (внутренние расчетные цены, процедуры распределения прибыли и др.).

Корпоративное объединение предприятий представляет собой многоуровневую иерархическую систему, в центре которой управляющая компания, а её подсистемы — предприятия, находятся в подчинении у центра. В иерархической системе основным условием устойчивости (гарантированного выполнения необходимых глобальных ограничений на параметры системы) и эффективности функционирования (оптимизация гарантированного значения критерия эффективности центра) служит согласованность интересов всех элементов [6—8]. Если центр может достичь абсолютного максимума своего критерия эффективности, то интересы элементов системы идеально согласуемы.

Центр имеет возможность согласовывать выборы, воздействуя как на критерии элементов (собственно согласование интересов), так и на пространства управлений и информированность элементов о параметрах системы.

Такой подход к управлению корпорацией, прежде всего, позволяет диверсифицировать производство, снижая риски, связанные с изменяющимися условиями спроса на продукцию, а также обеспечить требуемый уровень качества окружающей природной среды, снижая риски неблагоприятных событий, вызванных воздействием негативных факторов производства. Методам управления риском в различных сферах деятельности посвящены, например, работы [9, 10].

1. МОДЕЛЬ КОРПОРАТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ОГРАНИЧЕНИЕМ ПО ДЕФИЦИТНЫМ И ПРИРОДНЫМ РЕСУРСАМ

Рассмотрим модель корпорации, состоящую из m дочерних предприятий, выпускающих l видов продукции. Одна из основных задач центра состоит в разработке системы экономического регулирования деятельности подразделений и построении производственно-экономических взаимоотношений в корпорации, позволяющих обеспечить технологический процесс и максимальную заинтересованность каждого предприятия в выпуске конечной продукции.

Решение данной задачи заключается в разработке механизма согласования интересов, включающего в себя систему расчетных цен c_i^p, по которым центр и подразделения рассчитываются между собой за поставки комплектующих и готовой продукции (внешние расчеты производятся центром по рыночным ценам), и систему тарифов t_i^p, по которым центр продает предприятиям дефицитные и природные ресурсы.

Введем обозначения: $x_i = (x_{i1}, ..., x_{il})$ — вектор валовой продукции i-го предприятия; $y_i = (y_{i1}, ..., y_{il})$ — вектор товарной продукции, которую i-е предприятие продает внутри корпорации; $f_i = (f_{i1}, ..., f_{ik_1}, \underbrace{0, ..., 0}_{k_2})$ — вектор производственных ресурсов i-го предприятия; $q_i = (\underbrace{0, ..., 0}_{k_1}, q_{i1}, ..., q_{ik_2})$ — вектор дефицитных (энергия) и природных (вода, земля, лес) ресурсов i-го предприятия; $f_i + q_i$ — вектор факторов производства i-го предприятия; $X = (x_1, ..., x_m)$ — полный вектор валовой продукции корпорации; $Q = (q_1, ..., q_m)$ — полный вектор дефицитных и природных ресурсов корпорации; $Y = \sum_{i=1}^{m} y_i$ — суммарный вектор товарной продукции корпорации; $c = (c_1, ..., c_l)$ — вектор рыночных цен; $s_i = (s_{i1}, ..., s_{il})$ — вектор себестоимости всех видов продукции; $d = (\underbrace{0, ..., 0}_{k_1}, d_1, ..., d_{k_2})$ — вектор цен, по которым центр получает дефицитные и природные ресурсы; $A_i = [a_{pr}^i]$ — матрица технологических коэффициентов i-го предприятия (a_{pr}^i — количество продукции вида p, затрачиваемое на производство единицы продукции вида r в i-м предприятии); $B_i = [b_{pr}^i]$ — матрица затрат факторов производства i-го предприятия (b_{pr}^i — количество фактора производства вида p, затрачиваемое на производство единицы продукции вида r в i-м предприятии); $D_i = [d_{pr}^i]$ — матрица коэффициентов пропорциональности выпуска товарной продукции (например, условия комплектности для i-го предприятия).

Пару (X, Q) назовем единым планом производственной деятельности объединения. Допустимым планом называется пара (X, Q), для которой выполняются соотношения

$$x_i \geqslant 0, \quad q_i \geqslant 0, \quad i = 1, ..., m; \tag{1}$$

$$B_i x_i \leqslant f_i + q_i, \tag{2}$$

$$y_i = x_i - A_i x_i \geqslant 0, \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{m} q_i \leqslant Q; \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{m} D_i y_i = d_0. \tag{5}$$

Здесь (1) — естественное условие неотрицательности вектора валовой продукции и вектора дефицитных и природных ресурсов, (2) — ограничения по затратам факторов производства, (3) — продуктовый баланс (товарная продукция равна валовой продукции минус производственные затраты продукции) и условие неотрицательности конечной (товарной) продукции, (4) — ограничение по объему используемых дефицитных и природных ресурсов, (5) — ограничение на производство товарной продукции в подсистемах (производственный баланс).

Эффективность деятельности корпорации может оцениваться различными показателями (валовая продукция, производительность труда и др.), но наиболее общим показателем, соизмеряющим результаты производства и затраты всех видов ресурсов, служит прибыль. Она в наибольшей степени описывает и интересы центра, так как из прибыли корпорации и составляющих ее прибылей предприятий формируются фонды развития производства, материального поощрения, социально-культурных мероприятий и т. д.

Прибыль корпорации от продаж можно записать в виде $\pi(X, Q) = \langle c, Y\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle s_i, x_i\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle d, q_i\rangle$, где $\langle .,.\rangle$ — скалярное произведение двух векторов.

Преобразуем данное выражение:

$$\pi(X, Q) = \langle c, \sum_{i=1}^{m}(x_i - A_i x_i)\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle s_i, x_i\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle d, q_i\rangle =$$

$$= \langle c, \sum_{i=1}^{m}(E - A_i)x_i\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle s_i, x_i\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle d, q_i\rangle.$$

В результате получим

$$\pi(X, Q) = \langle c, \sum_{i=1}^{m} G_i x_i\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle s_i, x_i\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle d, q_i\rangle, \quad (6)$$

где $G_i = E - A_i$, E — единичная матрица.

Оптимальным планом производственной деятельности корпорации назовем пару (X^0, Q^0), доставляющую максимум функции (6) при ограничениях (1), (2), (4), (5).

Прибыль i-го предприятия можно записать в виде $\pi_i(x_i, q_i) = \langle c_i^p, y_i\rangle - \langle s_i, x_i\rangle - \langle t_i^p, q_i\rangle$, где c_i^p — вектор расчетных цен, t_i^p — вектор тарифов на ресурсы для i-го предприятия.

Прибыль i-го предприятия с учетом соотношения (3) примет вид

$$\pi(x_i, q_i) = \langle c_i^p, G_i x_i\rangle - \langle s_i, x_i\rangle - \langle t_i^p, q_i\rangle. \quad (7)$$

При этом i-е предприятие будет максимизировать прибыль (7) при ограничениях (1) и (2), а расчетные цены и тарифы служат управляющими параметрами экономического механизма, выбираемыми руководством корпорации. На эти цены может быть наложено условие финансового баланса

$$\sum_{i=1}^{m}\langle c_i^p, G_i x_i\rangle = \langle c, \sum_{i=1}^{m} G_i x_i\rangle. \quad (8)$$

Исследуем вопрос: можно ли выбрать расчетные цены и тарифы на дефицитные и природные ресурсы так, чтобы оптимальный план корпорации был оптимальным для каждого предприятия и выполнялся финансовый баланс? Оказывается, что единых для всех предприятий расчетных цен, удовлетворяющих первому условию, не существует, а тарифы на ресурсы — единые для всех предприятий. Дифференцированные по предприятиям расчетные цены, стимулирующие выполнение оптимального плана корпорации и удовлетворяющие условию (8), существуют при весьма широких предположениях, причем выполнения условия (8) на оптимальном плане можно достичь при фиксированных ценах, а на любом плане — с помощью «плавающих» цен.

Теорема 1. *Если* $(X^0, Q^0) = (x_1^0, ..., x_m^0, q_1^0, ..., q_m^0)$ *доставляет максимум функции* (6) *при ограничениях* (1), (2), (4), (5) *и* $\pi(X^0, Q^0) > 0$ *и матрицы* G_i *невырождены, то существуют такие векторы* c_i^p *и* t_i^p, *что* (x_i^0, q_i^0) *— решение задачи*

$$\pi_i(x_i, q_i) = \langle c_i^p, G_i x_i\rangle - \langle s_i, x_i\rangle - \langle t_i^p, q_i\rangle \to \max \quad (9)$$

при ограничениях (1) *и* (2), *причем на оптимальном плане выполняется условие финансового баланса*

$$\sum_{i=1}^{m}\langle c_i^p, G_i x_i^0\rangle = \langle c, \sum_{i=1}^{m} G_i x_i^0\rangle. \quad (10)$$

Если дополнительно требуется выполнение финансового баланса для любого плана с положительной прибылью, т. е. условия (8), *то расчетные цены и тарифы определяются в параметрическом виде:* $c_i^p(\lambda)$, $t_i^p(\lambda)$. ♦

Доказательство. По теореме двойственности существует такие $\mu_0 \geqslant 0$, $\mu_1 \geqslant 0$, что (X^0, Q^0) — решение задачи максимизации функции Лагранжа

$$L(X, Q) = \langle c, \sum_{i=1}^{m} G_i x_i\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle s_i, x_i\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle d, q_i\rangle +$$

$$+ \langle \mu_0, \sum_{i=1}^{m} D_i y_i\rangle - \langle \mu_1, \sum_{i=1}^{m} q_i\rangle \quad (11)$$

при ограничениях (1) и (2). Причем на оптимальном плане имеем $\langle \mu_1, \sum_{i=1}^{m} q_i^0\rangle = \langle \mu_1, Q\rangle$.

Преобразуем функцию (11) к виду $L(X, Q) = \sum_{i=1}^{m}\langle c + D_i^T\mu_0, G_i x_i\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle s_i, x_i\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle d + \mu_1, q_i\rangle$.

Задача максимизации функции (11) при ограничениях (1) и (2) распадается на m задач максимизации по x_i, q_i функций $L_i(x_i, q_i) = \langle c + D_i^T\mu_0, G_i x_i\rangle - \langle s_i, x_i\rangle - \langle d + \mu_1, q_i\rangle$.

Если положить $c_i^p = c + D_i^T\mu_0$, $t_i^p = d + \mu_1$ $\forall i = 1, ..., m$, то $\pi_i(x_i, q_i) = L_i(x_i, q_i)$, т. е. (x_i^0, q_i^0) доставляет максимум (9) при ограничениях (1) и (2). При этом условие (8) или (10) выполняется при $\mu_0 = 0$.

Введем вспомогательный параметр $\lambda \in (0; 1]$ и положим

$$c_i^p = \lambda(c + D_i^T \mu_0) + (1 - \lambda)s_i G_i^{-1},$$
$$t_i^p = \lambda(d + \mu_1). \qquad (12)$$

С учетом этих выражений имеем $\pi_i(x_i, q_i) = \lambda\langle c + D_i^T \mu_0, G_i x_i\rangle + (1 - \lambda)\langle s_i G_i^{-1}, G_i x_i\rangle - \langle s_i, x_i\rangle - \lambda\langle d + \mu_1, q_i\rangle = \lambda\langle c + D_i^T \mu_0, G_i x_i\rangle - \lambda\langle s_i, x_i\rangle - \lambda\langle d + \mu_1, q_i\rangle = \lambda L_i(x_i, q_i)$.

Следовательно, (x_i^0, q_i^0) — решение задачи максимизации (9) при ограничениях (1) и (2), $\lambda > 0$.

Покажем, что существует такое $\lambda \in (0; 1]$, при котором для c_i^p, определяемых из выражений (12) при $\lambda = \lambda^0$, выполняется условие финансового баланса (10). Для λ^0 имеем

$$\sum_{i=1}^m \langle \lambda^0(c + D_i^T \mu_0) + (1 - \lambda^0)s_i G_i^{-1}, G_i x_i^0 \rangle = \langle c, \sum_{i=1}^m G_i x_i^0 \rangle,$$

$$\lambda^0 \sum_{i=1}^m \langle c + D_i^T \mu_0, G_i x_i^0 \rangle - \lambda^0 \sum_{i=1}^m \langle s_i, x_i^0 \rangle = \langle c, \sum_{i=1}^m G_i x_i^0 \rangle - \sum_{i=1}^m \langle s_i, x_i^0 \rangle.$$

Откуда $\lambda^0 = \left(\langle c, \sum_{i=1}^m G_i x_i^0 \rangle - \sum_{i=1}^m \langle s_i, x_i^0 \rangle\right)\left(\sum_{i=1}^m \langle c + D_i^T \mu_0, G_i x_i^0 \rangle - \sum_{i=1}^m \langle s_i, x_i^0 \rangle\right)^{-1}$.

Так как $\pi(X^0, Q^0) > 0$, $\mu_0 \geqslant 0$, то $\lambda \in (0; 1]$, причем $\lambda^0 = 1$ только в случае $\mu_0 = 0$.

Если задавать расчетные цены и тарифы на ресурсы в виде (12), не фиксируя λ, то все равно (x_i^0, q_i^0) будут оптимальными планами для предприятий. При этом значение параметра λ устанавливается по фактическому плану из условия (8):

$$\lambda = \left(\langle c, \sum_{i=1}^m G_i x_i\rangle - \sum_{i=1}^m \langle s_i, x_i\rangle\right) \times \left(\sum_{i=1}^m \langle c + D_i^T \mu_0, G_i x_i\rangle - \sum_{i=1}^m \langle s_i, x_i\rangle\right)^{-1},$$

если $\pi(X, Q) > 0$. Теорема доказана. ♦

Замечание. Для того чтобы матрицы G_i^{-1} существовали и, кроме того, выполнялись соотношения $s_i G_i^{-1} \geqslant 0$, достаточно, например, чтобы все собственные числа матриц A_i были по модулю меньше единицы. ♦

Из теоремы 1 вытекает, что при управлении в корпорации расчетными ценами и тарифами на дефицитные и природные ресурсы интересы верхнего (центра) и нижнего (предприятий) уровней идеально согласуемы.

Рассмотрим теперь различные варианты данной модели с некоторыми дополнительными ограничениями.

2. МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ КОРПОРАЦИИ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ОГРАНИЧЕНИЕМ ПО ДОПУСТИМОМУ УРОВНЮ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ОКРУЖАЮЩЕЙ ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ

Предположим, что имеются K показателей, определяющих уровень загрязнения окружающей природной среды в результате производственной деятельности предприятий.

Введем дополнительно к параметрам рассмотренной модели следующие величины: $H_i = [h_{kr}^i]$ — матрица коэффициентов загрязнения i-го предприятия (h_{kr}^i — объем загрязнения по k-му показателю при производстве единицы продукции вида r в i-м предприятии); $Z = (Z_1, ..., Z_K)$ — вектор предельно допустимых уровней загрязнения окружающей среды по каждому показателю.

План (X, Q) называется допустимым, если выполняются соотношения (1) — (5) и дополнительно ограничение по уровню загрязнения:

$$\sum_{i=1}^m H_i x_i \leqslant Z. \qquad (13)$$

План (X^0, Q^0) назовем оптимальным, если он доставляет максимум функции (6) при ограничениях (1), (2), (4), (5) и (13).

Построим механизм согласования интересов, включающих в себя систему расчетных цен и тарифов на дефицитные и природные ресурсы, который согласует интересы внутри корпорации при дополнительном ограничении (13) для центра.

Для задачи (6) с условиями (1), (2), (4), (5) и (13) рассмотрим функцию Лагранжа

$$L^1(X, Q) = \langle c, \sum_{i=1}^m G_i x_i\rangle - \sum_{i=1}^m \langle s_i, x_i\rangle - \sum_{i=1}^m \langle d, q_i\rangle + \langle \mu_0, \sum_{i=1}^m D_i y_i\rangle - \langle \mu_1, \sum_{i=1}^m q_i\rangle - \langle \mu_2, \sum_{i=1}^m H_i x_i\rangle, \qquad (14)$$

где μ_0, μ_1 и μ_2 — векторные множители Лагранжа.

Теорема 2. *Если* $(X^0, Q^0) = (x_1^0, ..., x_m^0, q_1^0, ..., q_m^0)$ *доставляет максимум функции* (6) *при ограничениях* (1), (2), (4), (5), (13) и $\pi(X^0, Q^0) > 0$ *и матрицы* G_i *невырождены, то существуют такие векторы* c_i^p *и* t_i^p, *что* (x_i^0, q_i^0) — *решение задачи максимизации* (9) *при ограничениях* (1) *и* (2), *причем на оптимальном плане выполняется условие финансового баланса* (10). *Если дополнительно требуется выполнение финансового баланса для любого плана с положительной прибылью, т. е. условия* (8), *то расчетные цены и тарифы определяются в параметрическом виде* $c_i^p(\lambda)$, $t_i^p(\lambda)$ *при* $D_i^T\mu_0 - (G_i^{-1}H_i)^T\mu_2 \geqslant 0$. ♦

Доказательство. По теореме двойственности существуют такие $\mu_0 \geqslant 0$, $\mu_1 \geqslant 0$ и $\mu_2 \geqslant 0$, что (X^0, Q^0) — решение задачи максимизации функции Лагранжа (14) при ограничениях (1) и (2), причем на оптимальном плане имеют место равенства $\langle \mu_1, \sum_{i=1}^{m} q_i^0 \rangle = \langle \mu_1, Q\rangle$, $\langle \mu_2, \sum_{i=1}^{m} H_i x_i^0 \rangle = \langle \mu_2, Z\rangle$. Преобразуем функцию Лагранжа (14) к виду

$$L^1(X, Q) = \sum_{i=1}^{m} \langle c + D_i^T\mu_0 - (G_i^{-1}H_i)^T\mu_2, G_i x_i\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle s_i, x_i\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle d + \mu_1, q_i\rangle.$$

Задача максимизации функции (14) при ограничениях (1) и (2) распадается на m задач максимизации по x_i, q_i функций $L_i^1(x_i, q_i) = \langle c + D_i^T\mu_0 - (G_i^{-1}H_i)^T\mu_2, G_i x_i\rangle - \langle s_i, x_i\rangle - \langle d + \mu_1, q_i\rangle$.

Если положить $c_i^p = c + D_i^T\mu_0 - (G_i^{-1}H_i)^T\mu_2 > 0$, $t_i^p = d + \mu_1$ $\forall i = 1, ..., m$, то $\pi_i(x_i, q_i) = L_i^1(x_i, q_i)$, т. е. (x_i^0, q_i^0) доставляет максимум (9) при ограничениях (1) и (2). При этом условие (8) или (10) выполняется при $\mu_0 = 0$, $\mu_2 = 0$.

Введем вспомогательный параметр $\lambda \in (0; 1]$ и положим

$$c_i^p = \lambda(c + D_i^T\mu_0 - (G_i^{-1}H_i)^T\mu_2) + (1 - \lambda)s_i G_i^{-1},$$
$$t_i^p = \lambda(d + \mu_1). \quad (15)$$

При условии (15) имеем $\pi_i(x_i, q_i) = \lambda\langle c + D_i^T\mu_0 - (G_i^{-1}H_i)^T\mu_2, G_i x_i\rangle + (1 - \lambda)\langle s_i G_i^{-1}, G_i x_i\rangle - \langle s_i, x_i\rangle - \lambda\langle d + \mu_1, q_i\rangle = \lambda\langle c + D_i^T\mu_0 - (G_i^{-1}H_i)^T\mu_2, G_i x_i\rangle - \lambda\langle s_i, x_i\rangle - \lambda\langle d + \mu_1, q_i\rangle = \lambda L_i^1(x_i, q_i)$.

Следовательно, (x_i^0, q_i^0) — решение задачи максимизации (9) при ограничениях (1) и (2), $\lambda > 0$. Полагая $\lambda = \left(\langle c, \sum_{i=1}^{m} G_i x_i\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle s_i, x_i\rangle\right)\left(\sum_{i=1}^{m}\langle c + D_i^T\mu_0 - (G_i^{-1}H_i)^T\mu_2, G_i x_i\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle s_i, x_i\rangle\right)^{-1}$, получаем, что условие (8) будет выполняться $\forall(X, Q)$. Если $\pi(X, Q) > 0$ и $D_i^T\mu_0 - (G_i^{-1}H_i)^T\mu_2 \geqslant 0$, то $\lambda \in (0; 1]$. Если в правой части выражения для λ положить $x_i = x_i^0$, то соответствующее значение λ^0 обеспечит выполнение условия (10). Теорема доказана. ♦

3. МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ КОРПОРАЦИИ С КВОТАМИ ПО УРОВНЮ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ОКРУЖАЮЩЕЙ ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ

Предположим, что существуют ограничения по уровню загрязнения окружающей среды, относящиеся непосредственно к конкретному предприятию:

$$\forall i = 1, ..., m, \quad H_i x_i \leqslant \beta_i Z, \quad (16)$$

где $\beta_i > 0$, $i = 1, ..., m$, $\beta_1 + ... + \beta_i + ... + \beta_m = 1$.

Коэффициенты β_i могут быть определены экспертно, исходя из информации, которой располагает центр (мощности предприятия, опасное или вредное производство и др.). Из ограничений (16) следует выполнение условия (13).

Оптимальным производственным планом корпорации назовем пару (X^0, Q^0), доставляющую максимум функции (6) при ограничениях (1), (2), (4) и (5). При этом i-е предприятие будет максимизировать прибыль (7) при ограничениях (1), (2) и (16), а расчетные цены и тарифы на дефицитные и природные ресурсы служат управляющими параметрами экономического механизма, выбираемыми руководством корпорации.

Построим механизм согласования интересов, включающих в себя систему расчетных цен и тарифов на дефицитные и природные ресурсы, который согласует интересы внутри корпорации при дополнительном ограничении (16) для предприятий.

Для задачи (6) с условиями (1), (2), (4) и (5) рассмотрим функцию Лагранжа (11), а для задачи (9) с условиями (1), (2) и (16) рассмотрим функцию Лагранжа

$$L_{0i}(x_i, q_i) = \langle c_i^p, G_i x_i\rangle - \langle s_i, x_i\rangle - \langle t_i^p, q_i\rangle - \\ - \langle v, H_i x_i \beta_i^{-1}\rangle, \quad (17)$$

где v — векторный множитель Лагранжа.

Теорема 3. *Если* $(X^0, Q^0) = (x_1^0, ..., x_m^0, q_1^0, ..., q_m^0)$ *доставляет максимум функции* (6) *при ограничениях* (1), (2), (4), (5) *и* $\pi(X^0, Q^0) > 0$ *и матрицы* G_i *невырождены, то существуют такие векторы* c_i^p *и* t_i^p, *что* (x_i^0, q_i^0) *— решение задачи максимизации* (9) *при ограничениях* (1), (2) *и* (16), *причем на оптимальном плане выполняется условие финансового баланса* (10). *Если дополнительно требуется выполнение финансового баланса для любого плана с положительной прибылью, т. е. условия* (8), *то расчетные цены и тарифы определяются в параметрическом виде* $c_i^p(\lambda)$, $t_i^p(\lambda)$ *при* $(G_i^{-1} H_i)^T v\beta_i^{-1} + D_i^T \mu_0 \geqslant 0$. ♦

Доказательство. По теореме двойственности существуют такие $\mu_0 \geqslant 0$, $\mu_1 \geqslant 0$, что (X^0, Q^0) — решение задачи максимизации функции Лагранжа (11) при ограничениях (1) и (2), причем на оптимальном плане имеет место равенство $\langle \mu_1, \sum_{i=1}^{m} q_i^0\rangle = \langle \mu_1, Q\rangle$.

Преобразуем функцию Лагранжа (11) к виду

$$L(X, Q) = \sum_{i=1}^{m}\langle c + D_i^T\mu_0, G_i x_i\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle s_i, x_i\rangle - \\ - \sum_{i=1}^{m}\langle d + \mu_1, q_i\rangle. \quad (18)$$

Задача максимизации (18) при ограничениях (1) и (2) распадается на m задач максимизации по x_i, q_i функций $L_i(x_i, q_i) = \langle c + D_i^T\mu_0, G_i x_i\rangle - \langle s_i, x_i\rangle - \langle d + \mu_1, q_i\rangle$.

По теореме двойственности существует такое $v \geqslant 0$, что (x_i^0, q_i^0) — решение задачи максимизации функции Лагранжа (17) при ограничениях (1) и (2). Причем на оптимальном плане (x_i^0, q_i^0) имеет место равенство $\langle v, H_i x_i^0\rangle = \langle v, \beta_i Z\rangle$.

Преобразуем функцию (17) к виду $L_{0i}(x_i, q_i) = \langle c_i^p - (G_i^{-1} H_i)^T v\beta_i^{-1}, G_i x_i\rangle - \langle s_i, x_i\rangle - \langle t_i^p, q_i\rangle$.

Если положить $c_i^p = c + D_i^T\mu_0 + (G_i^{-1} H_i)^T v\beta_i^{-1} > 0$, $t_i^p = d + \mu_1 \ \forall i = 1, ..., m$, то $L_{0i}(x_i, q_i) = L_i(x_i, q_i)$, т. е. (x_i^0, q_i^0) доставляет максимум (9) при ограничениях (1) и (2). При этом условие (8) или (10) выполняется при $\mu_0 = 0$, $v = 0$. Введем вспомогательный параметр $\lambda \in (0; 1]$ и положим

$$c_i^p = \lambda(c + D_i^T\mu_0) + (G_i^{-1} H_i)^T v\beta_i^{-1} + \\ + (1 - \lambda)s_i G_i^{-1}, \ t_i^p = \lambda(d + \mu_1). \quad (19)$$

При условии (19) имеем $L_{0i}(x_i, q_i) = \langle\lambda(c + D_i^T\mu_0) + (G_i^{-1} H_i)^T v\beta_i^{-1} - (G_i^{-1} H_i)^T v\beta_i^{-1}, G_i x_i\rangle + (1 - \lambda) \times \langle s_i G_i^{-1}, G_i x_i\rangle - \langle s_i, x_i\rangle - \lambda\langle d + \mu_1, q_i\rangle = \lambda\langle c + D_i^T\mu_0, G_i x_i\rangle - \lambda\langle s_i, x_i\rangle - \lambda\langle d + \mu_1, q_i\rangle = \lambda L_0(x_i, q_i)$.

Следовательно, (x_i^0, q_i^0) — решение задачи максимизации (17) при ограничениях (1), (2) или, что то же, решение задачи максимизации (9) при ограничениях (1), (2) и (16), $\lambda > 0$.

Покажем, что существует такое $\lambda \in (0; 1]$, при котором для c_i^p, определяемых из выражения (19) при $\lambda = \lambda^0$, выполняется условие финансового баланса (10). Для λ^0 имеем

$$\sum_{i=1}^{m}\langle\lambda^0(c + D_i^T\mu_0) + (G_i^{-1} H_i)^T v\beta_i^{-1} + \\ + (1 - \lambda^0)s_i G_i^{-1}, G_i x_i^0\rangle = \langle c, \sum_{i=1}^{m} G_i x_i^0\rangle,$$

$$\lambda^0\sum_{i=1}^{m}\langle c + D_i^T\mu_0, G_i x_i^0\rangle - \lambda^0\sum_{i=1}^{m}\langle s_i, x_i^0\rangle = \\ = \langle c, \sum_{i=1}^{m} G_i x_i^0\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle s_i, x_i^0\rangle - \\ - \sum_{i=1}^{m}\langle (G_i^{-1} H_i)^T v\beta_i^{-1}, G_i x_i^0\rangle.$$

Откуда

$$\lambda^0 = \left(\langle c, \sum_{i=1}^{m} G_i x_i^0\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle s_i, x_i^0\rangle - \\ - \sum_{i=1}^{m}\langle (G_i^{-1} H_i)^T v\beta_i^{-1}, G_i x_i^0\rangle\right) \times \\ \times \left(\sum_{i=1}^{m}\langle c + D_i^T\mu_0, G_i x_i^0\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle s_i, x_i^0\rangle\right)^{-1}.$$

Так как $\pi(X^0, Q^0) > 0$, $\mu_0 \geqslant 0$, $v \geqslant 0$, то $\lambda \in (0; 1]$, если $(G_i^{-1} H_i)^T v\beta_i^{-1} + D_i^T\mu_0 \geqslant 0$. Причем $\lambda^0 = 1$ только в случае $\mu_0 = 0$, $v = 0$.

Если задавать расчетные цены и тарифы на ресурсы в виде (19), не фиксируя λ, то все равно (x_i^0, q_i^0) будут оптимальными планами для предприятий. При этом значение параметра λ устанавливается по фактическому плану из условия (8):

$$\lambda = \left(\langle c, \sum_{i=1}^{m} G_i x_i\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle s_i, x_i\rangle - \right.$$
$$\left. - \sum_{i=1}^{m}\langle (G_i^{-1} H_i)^T \nu \beta_i^{-1}, G_i x_i\rangle\right) \times$$
$$\times \left(\sum_{i=1}^{m}\langle c + D_i^T \mu_0, G_i x_i^0\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle s_i, x_i\rangle\right)^{-1},$$

если $(G_i^{-1} H_i)^T \nu \beta_i^{-1} + D_i^T \mu_0 \geqslant 0$. Теорема доказана. ♦

4. МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ КОРПОРАЦИИ С СИСТЕМОЙ ШТРАФОВ ЗА ПРЕВЫШЕНИЕ ДОПУСТИМОГО УРОВНЯ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ОКРУЖАЮЩЕЙ ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ

Рассмотрим корпорацию, в которой центр имеет право штрафовать предприятия, если показатели загрязнения окружающей среды в результате деятельности предприятий оказываются выше предельно допустимых. Пусть w — штраф за единицу превышения допустимого уровня загрязнения.

Оптимальным производственным планом корпорации назовем пару (X^0, Q^0), доставляющую максимум функции (6) при ограничениях (1), (2), (4) и (5).

Прибыль i-го предприятия можно записать в виде

$$\tilde{\pi}_i(x_i, q_i) = \langle c_i^p, G_i x_i\rangle - \langle s_i, x_i\rangle - \langle t_i^p, q_i\rangle -$$
$$- w\max\{\max_{k=\overline{1,K}}(H_i x_i - \beta_i Z)_k, 0\}, \qquad (20)$$

где $(H_i x_i - \beta_i Z)_k$ означает k-ю компоненту вектора $H_i x_i - \beta_i Z$.

При этом i-е предприятие будет максимизировать прибыль (20) при ограничениях (1) и (2).

Построим механизм согласования интересов, включающих в себя систему расчетных цен и тарифов на дефицитные и природные ресурсы, который согласует интересы внутри корпорации при некоторой системе штрафов для предприятий.

Для задачи (6) с условиями (1), (2), (4) и (5) рассмотрим функцию Лагранжа вида (11). Компоненту вектора $H_i x_i - \beta_i Z$, соответствующую $\max_{k=\overline{1,K}}(H_i x_i - \beta_i Z)_k$ для i-го предприятия, обозначим $k(i)$.

Теорема 4. *Если* $(X^0, Q^0) = (x_1^0, ..., x_m^0, q_1^0, ..., q_m^0)$ *доставляет максимум функции* (6) *при ограничениях* (1), (2), (4), (5) и $\pi(X^0, Q^0) > 0$ *и матрицы* G_i *невырождены, то существуют такие векторы* c_i^p *и* t_i^p, *что* (x_i^0, q_i^0) *— решение задачи максимизации* (20) *при ограничениях* (1) и (2), *при любом фиксированном значении штрафа* w, *причем на оптимальном плане выполняется условие финансового баланса* (10). *Если дополнительно требуется выполнение финансового баланса для любого плана с положительной прибылью, т. е. условия* (8), *то расчетные цены и тарифы определяются в параметрическом виде:* $c_i^p(\lambda)$, $t_i^p(\lambda)$. *Если* $\max_{k=\overline{1,K}}(H_i x_i^0 - \beta_i Z)_k$, *то* $c_i^p(\lambda)$, $t_i^p(\lambda)$ *определяются при условии* $w\beta_i Z_{k(i)}(lx_i)^{-1} G_i^{-1} \leqslant D_i^T \mu_0$, *где* $Z_{k(i)}$ *—* $k(i)$*-я компонента вектора* Z, $(lx_i)^{-1}$ *есть вектор* $((lx_{i1})^{-1}, ..., (lx_{il})^{-1})$. ♦

Доказательство. По теореме двойственности существуют такие $\mu_0 \geqslant 0$, $\mu_1 \geqslant 0$, что (X^0, Q^0) — решение задачи максимизации функции Лагранжа (11) при ограничениях (1) и (2). Причем на оптимальном плане имеет место равенство $\langle \mu_1, \sum_{i=1}^{m} q_i^0\rangle = \langle \mu_1, Q\rangle$. Преобразуем функцию (11) к виду (18). Задача максимизации функции (18) при ограничениях (1) и (2) распадается на m задач максимизации по x_i, q_i функций $L_i(x_i, q_i) = \langle c + D_i^T\mu_0, G_i x_i\rangle - \langle s_i, x_i\rangle - \langle d + \mu_1, q_i\rangle$.

Рассмотрим следующие случаи решения задачи (20).

- x_i^0 такое, что $\max_{k=\overline{1,K}}(H_i x_i^0 - \beta_i Z)_k \leqslant 0$. Тогда, полагая $c_i^p = c + D_i^T\mu_0$, $t_i^p = d + \mu_1$ $\forall i = 1, ..., m$, имеем $\tilde{\pi}_i(x_i^0, q_i^0) = L_i(x_i^0, q_i^0)$, т. е. (x_i^0, q_i^0) доставляет максимум (20) при ограничениях (1) и (2). При этом $\tilde{\pi}_i(x_i^0, q_i^0) = \pi_i(x_i^0, q_i^0)$. Значит, условие (8) или (10) выполняется при $\mu_0 = 0$. Если положить $\lambda^0 = \left(\langle c, \sum_{i=1}^{m} G_i x_i^0\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle s_i, x_i^0\rangle\right) \times \left(\sum_{i=1}^{m}\langle c + D_i^T\mu_0, G_i x_i^0\rangle - \sum_{i=1}^{m}\langle s_i, x_i^0\rangle\right)^{-1}$, то условие (8) будет выполнено $\forall(X, Q)$. Если $\pi(X^0, Q^0) > 0$, то $\lambda \in (0; 1]$. Если в правой части выражения для λ положить $x_i = x_i^0$, то соответствующее значение λ^0 обеспечит выполнение условия (10).

- x_i^0 такое, что $(H_i x_i^0 - \beta_i Z)_{k(i)} = \max\limits_{k = \overline{1, K}} (H_i x_i^0 - \beta_i Z)_k > 0$. Прибыль i-го предприятия есть

$$\tilde{\pi}_i(x_i^0, q_i^0) = \langle c_i^p, G_i x_i^0 \rangle - \langle s_i, x_i^0 \rangle - \langle t_i^p, q_i^0 \rangle - w(H_i x_i^0 - \beta_i Z)_{k(i)}. \qquad (21)$$

Преобразуем выражение (21) к виду $\tilde{\pi}_i(x_i^0, q_i^0) = \langle c_i^p, G_i x_i^0 \rangle - \langle s_i, x_i^0 \rangle - \langle t_i^p, q_i^0 \rangle - w\langle (H_i)_{k(i)}, x_i^0 \rangle + w\beta_i Z_{k(i)} = \langle c_i^p - w(G_i^{-1})^T (H_i)_{k(i)}, G_i x_i^0 \rangle - \langle s_i, x_i^0 \rangle - \langle t_i^p, q_i^0 \rangle + w\beta_i Z_{k(i)}$, где $(H_i)_{k(i)}$ — $k(i)$-я строка матрицы H_i.

Если положить $c_i^p = c + D_i^T \mu_0 + w(G_i^{-1})^T (H_i)_{k(i)} > 0$, $t_i^p = d + \mu_1$ $\forall i = 1, ..., m$, то (x_i^0, q_i^0) доставляет максимум прибыли (21) при ограничениях (1) и (2). При этом условие (8) или (10) выполняется при $\mu_0 = 0$.

Введем вспомогательный параметр $\lambda \in (0; 1]$ и положим

$$c_i^p = \lambda(c + D_i^T \mu_0) + w(G_i^{-1})^T (H_i)_{k(i)} - w\beta_i Z_{k(i)} (lx_i)^{-1} G_i^{-1} + (1 - \lambda) s_i G_i^{-1},$$
$$t_i^p = \lambda(d + \mu_1). \qquad (22)$$

Тогда $\tilde{\pi}_i(x_i, q_i) = \langle \lambda(c + D_i^T \mu_0) + w(G_i^{-1})^T (H_i)_{k(i)} - w(G_i^{-1})^T (H_i)_{k(i)}, G_i x_i \rangle - \langle w\beta_i Z_{k(i)} (lx_i)^{-1} G_i^{-1}, G_i x_i \rangle + (1 - \lambda)\langle s_i G_i^{-1}, G_i x_i \rangle - \langle s_i, x_i \rangle - \lambda\langle d + \mu_1, q_i \rangle + w\beta_i Z_{k(i)} = \lambda\langle c + D_i^T \mu_0, G_i x_i \rangle - \lambda\langle s_i, x_i \rangle - \lambda\langle d + \mu_1, q_i \rangle = \lambda L_i(x_i, q_i)$.

Значит, (x_i^0, q_i^0) — решение задачи максимизации (21) при ограничениях (1) и (2), $\lambda > 0$. Если положить $\lambda = \left(\langle c, \sum\limits_{i=1}^m G_i x_i \rangle - \sum\limits_{i=1}^m \langle s_i, x_i \rangle + w\beta i Z_{k(i)} \right) \times \left(\sum\limits_{i=1}^m \langle c + D_i^T \mu_0, G_i x_i \rangle - \sum\limits_{i=1}^m \langle s_i, x_i \rangle \right)^{-1}$, то условие (8) будет выполнено $\forall (X, Q)$. Если $\pi(X, Q) > 0$ и $w\beta_i Z_{k(i)} (lx_i)^{-1} G_i^{-1} \leqslant D_i^T \mu_0$, то $\lambda \in (0; 1]$. Если в правой части выражения для λ положить $x_i = x_i^0$, то соответствующее значение λ^0 обеспечит выполнение условия (10). Теорема доказана. ♦

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

«Плавающие» расчетные цены и тарифы на дефицитные и природные ресурсы (с нефиксированным параметром λ), вообще говоря, представляют собой вид управления с обратной связью, а не программное управление. Еще один вид обратной связи появляется в расчетных ценах (22), которые зависят от фактических будущих значений x_i. Однако в рассмотренных моделях назначение обратной связи состоит только в выполнении финансового баланса, согласование интересов достигается и без нее, а оптимальное поведение нижнего уровня определяется оптимальным планом системы в целом. На практике такой механизм можно представить как схему итоговых расчетов за производственную деятельность, которые состоят из оплаты продукции и продажи дефицитных и природных ресурсов в течение некоторого промежутка времени по некоторым авансовым ценам и тарифам и доплат в конце промежутка времени по конечным результатам производственной деятельности корпорации.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бурков В.Н.* Механизмы корпоративного управления. — М.: ИПУ РАН, 2004. — 109 с.
2. *Новиков Д.А.* Теория управления организационными системами. — М.: Физматлит, 2007. — 583 с.
3. *Новиков Д.А., Иващенко А.А.* Модели и методы организационного управления инновационным развитием фирмы. — М.: Ленанд, 2006. — 335 с.
4. *Ашурбейли И.Р., Горелик А.Л., Горелик В.А.* Производственные корпорации: проблемы формирования и управления. — М.: ПАТЕНТ, 2006. — 180 с.
5. *Моисеев Н.Н.* Модели экологии и эволюции. — М.: Знание, 1983. — 63 с.
6. *Бурков В.Н. Дорохин В.В., Балашов В.Г.* Механизмы согласования корпоративных интересов. — М.: ИПУ РАН, 2002. — 73 с.
7. *Горелик В.А., Горелов М.А., Кононенко А.Ф.* Анализ конфликтных ситуаций в системах управления. — М.: Радио и связь, 1991. — 286 с.
8. *Горелик В.А., Кононенко А.Ф.* Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. — М.: Радио и связь, 1982. — 144 с.
9. *Акимов В.А., Лесных В.В., Радаев Н.Н.* Риски в природе, техносфере, обществе и экономике. — М.: Деловой экспресс, 2004. — 352 с.
10. *Управление* риском: Риск. Устойчивое развитие. Синергетика / В.А. Владимиров и др. — М.: Наука, 2000. — 429 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.В. Кульбой.

Золотова Татьяна Валерьяновна — канд. физ.-мат. наук, доцент, Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет, ✉ tgold11@mail.ru.