



CONTROL SCIENCES

**Научно-технический
журнал**

6 номеров в год

ISSN 1819-3161

УЧРЕДИТЕЛЬ

Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

Главный редактор

Д.А. Новиков

**Заместители главного
редактора**

Л.П. Боровских, Ф.Ф. Пащенко

Редактор

Т.А. Гладкова

Выпускающий редактор

Л.В. Петракова

Издатель

ООО «СенСиДат-Контрол»

Адрес редакции
117997, ГСП-7, Москва,
ул. Профсоюзная, д. 65, к. 272.
Тел./факс (495) 334-92-00

E-mail: pu@ipu.ru
www.ipu.ru/period/pu

Оригинал-макет
и электронная версия
подготовлены
ООО «Адвансед Солюшнз»

Отпечатано с готовых диапозитивов
в типографии ГКС

Подписано в печать
17.04.2008 г.

Заказ № РВ308

Журнал зарегистрирован
в Министерстве
Российской Федерации
по делам печати,
телерадиовещания
и средств массовых
коммуникаций

Свидетельство о регистрации
ПИ №77-11963
от 06 марта 2002 г.

Журнал входит в Перечень ведущих
рецензируемых журналов и изданий,
в которых должны быть опубликованы
основные научные результаты
диссертаций на соискание ученой
степени доктора и кандидата наук

Подписные индексы:
80508 и **81708** в каталоге Роспечати
38006 в объединенном каталоге
«Пресса России»

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

3.2008

СОДЕРЖАНИЕ

Обзоры

Абрамянц Т.Г., Маслов Е.П., Яхно В.П. Уклонение подвижных объектов от обнаружения на плоскости и в пространстве 2

Системный анализ

Новиков Д.А. «Когнитивные игры»: линейная импульсная модель 14

Анализ и синтез систем управления

Седова Н.О. Контролирующие функционалы в задаче стабилизации систем с запаздыванием. 23

Щелетов А.Г. Об оптимальных формах переходного процесса и амплитудно-частотной характеристики линейной динамической системы 30

Паршева Е.А. Модифицированный алгоритм адаптации высокого порядка для децентрализованного управления многосвязными объектами с запаздыванием по состоянию. 37

Жуков В.П. Об условиях грубости неустойчивых неавтономных линейных систем в смысле сохранения характера устойчивости 44

Управление в социально-экономических системах

Цыганов В.В., Кадымов Д.С. Механизмы управления политико-экономическими системами 49

Клепарский В.Г., Клепарская Ек.В. Изменения адекватности управления при переходе на траекторию интенсивного развития 59

Шиббаева Н.А. Методы оценки эффективности социальных инвестиций . . . 64

Попов Е.В., Коновалов А.А. Модель оптимизации издержек поиска информации. 69

Управление технологическими процессами

Амбарцумян А.А., Браништов С.А. Модель технологического регламента в АСУТП 73

Информационные технологии в управлении

Пономаренко В.С., Листровой С.В. Метод решения задачи о минимальном покрытии как средство планирования в GRID 78

Хроника

Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций: проблемы методологии, теории и практики. 85

* * *

Contents and abstracts 88

УКЛОНЕНИЕ ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ ОТ ОБНАРУЖЕНИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ

Т.Г. Абрамянц, Е.П. Маслов, В.П. Яхно

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва

Дан обзор результатов решения задач оптимизации траекторий уклонения одиночной и групповой целей на плоскости и в пространстве от обнаружения преследователем, снабженным ограниченной зоной наблюдения. Законы уклонения определяются в результате решения задач в оптимизационных (в случае одиночной цели) и игровых (в случае групповой цели) постановках.

ВВЕДЕНИЕ

Вопросы поиска-уклонения подвижного объекта (далее — цели или уклоняющегося) от преследователя, снабженного ограниченной областью обнаружения, рассматривались в ряде монографий [1–5] и многочисленных статьях. Задачи поиска-уклонения решались как самостоятельно, так и в рамках более общей задачи преследования-уклонения.

Вначале решались задачи поиска-уклонения одиночной цели.

В результате решения задач определялись оптимальные законы уклонения и вид зоны захвата — подвижной области в пространстве поиска, прилегающей к области обнаружения преследователя и обладающей тем свойством, что из точек этой области уклонение невозможно [2, 6].

Решенные задачи поиска-уклонения одиночной цели отличаются предположениями о:

- размерности пространства поиска — на прямой [6, 7], на плоскости [2, 3, 8] и в трехмерном пространстве [9];
- размерах области поиска — в ограниченной [3, 4] и неограниченной [5, 8] областях;
- классах стратегий поиска-уклонения — в чистых [1–5] и смешанных стратегиях [7, 8];
- видах поисковых траекторий [2, 3, 5, 8, 10];
- числе поисковых систем [2, 3, 5, 6].

Дальнейшее развитие теории поиска-уклонения получила в связи с применением уклоняющимся ложных целей [11–18].

Наличие ложных целей приводит к информационной дискриминированности преследователя, поскольку ему до момента классификации неизвестно, какую же из целей он обнаружил — ложную или истинную. Соответственно, преследователь должен затратить определенные ресурсы для обнаружения, классификации и, в случае обнаружения ложной цели, последующего поиска (догона) истинной цели. Это обстоятельство позволяет коалиции согласованно действующих целей сократить размеры области захвата истинной цели, избежать обнаружения истинной цели, увеличить время до обнаружения истинной цели и др.

В настоящей статье приводится обзор результатов решения задач оптимизации траекторий уклонения одиночной и групповой целей на плоскости и в пространстве от обнаружения преследователем, обладающим ограниченной зоной наблюдения. Законы уклонения определяются в результате решения задач в оптимизационных (в случае одиночной цели) и игровых (в случае групповой цели) постановках в предположении о том, что на этапе поиска преследователь движется по прямолинейной траектории.

Широкое применение на практике прямолинейных поисковых траекторий обусловлено тем,



что они оптимальны в смысле минимума времени сближения с объектом (начальной точкой) поиска.

Задачи оптимизации законов уклонения при иных предположениях о видах поисковых траекторий решались в работах [1, 6, 10, 19].

1. УКЛОНЕНИЕ НА ПЛОСКОСТИ

1.1. Уклонение одиночной цели

Два объекта — преследователь P и цель E , обладающая ограниченными скоростями, перемещаются по плоскости, имея возможность в каждый момент времени произвольно изменять направления своих движений («простые движения», по терминологии работы [20]). Преследователь снабжен зоной обнаружения в виде круга радиусом R (или кругового сектора с параметрами $(R, 2\alpha)$), центр которого совпадает с его текущим положением (рис. 1). Цель обнаруживается при попадании ее на границу зоны.

Вводится неподвижная прямоугольная система координат XOY , начало которой совмещено с исходным положением преследователя P^0 , а положительное направление оси абсцисс совпадает с вектором его скорости.

Уравнение относительного движения цели

$$\dot{w} = v - u, \quad w(0) = w^0, \quad (1)$$

где $w = w(t)$ — двумерный вектор, направленный от преследователя P к цели E в момент времени t . Временной масштаб выбран так, что максимальная скорость преследователя равна единичной, $u = (1; 0)$. Двумерный вектор v управления (скорости) цели подчинен ограничению $\|v\| \leq \beta < 1$; физически величина β есть отношение максимальных скоростей цели и преследователя. Верхний индекс здесь и далее обозначает момент времени; символ 0 — нулевой вектор, $\|\cdot\|$ — евклидова норма.

Управление цели определяется из условия максимизации минимального по времени расстояния между нею и преследователем:

$$G = \min_t \|w(t)\| \rightarrow \max_v. \quad (2)$$

Решение задачи (1), (2) состоит в следующем [1, 4, 6]. Цель уклоняется от обнаружения на максимальной скорости β . Независимо от начального расположения цели, оптимальной траекторией ее уклонения является прямая линия, составляющая с осью абсцисс угол $\psi^* = \gamma$; $\cos \gamma = \beta$ (оптимальные величины будем обозначать «звездочками»). Зона захвата имеет вид криволинейного треугольника $ABCD$ (см. рис. 1).

Уравнения прямолинейных границ зоны захвата:

$$\text{при } \alpha < \gamma \quad y = \frac{R \cos(\alpha - \gamma)}{\sin \gamma} \pm x \operatorname{ctg} \gamma; \quad (3)$$

$$\text{при } \alpha \geq \gamma \quad y = \frac{R}{\sin \gamma} \pm x \operatorname{ctg} \gamma. \quad (4)$$

При $\alpha \geq \arccos \beta$ прямолинейные отрезки касаются окружности, при $\alpha < \arccos \beta$ — кончатся в угловых точках сектора.

Знак минус соответствует границе в верхней полуплоскости, знак плюс — в нижней.

Из формул (3) и (4) следует, что при фиксированной поисковой траектории наклон прямолинейных границ зоны захвата не зависит от начального расположения цели и размера центрального угла сектора. Наибольший размер зоны захвата достигается при $\alpha = \gamma$. Дальнейшее увеличение угла α не приводит к расширению зоны захвата.

Функция $y = \cos x$ четная, поэтому цель имеет две траектории уклонения, оптимальные в смысле критерия (2); они перпендикулярны прямолинейным границам зоны захвата. Обе траектории дос-

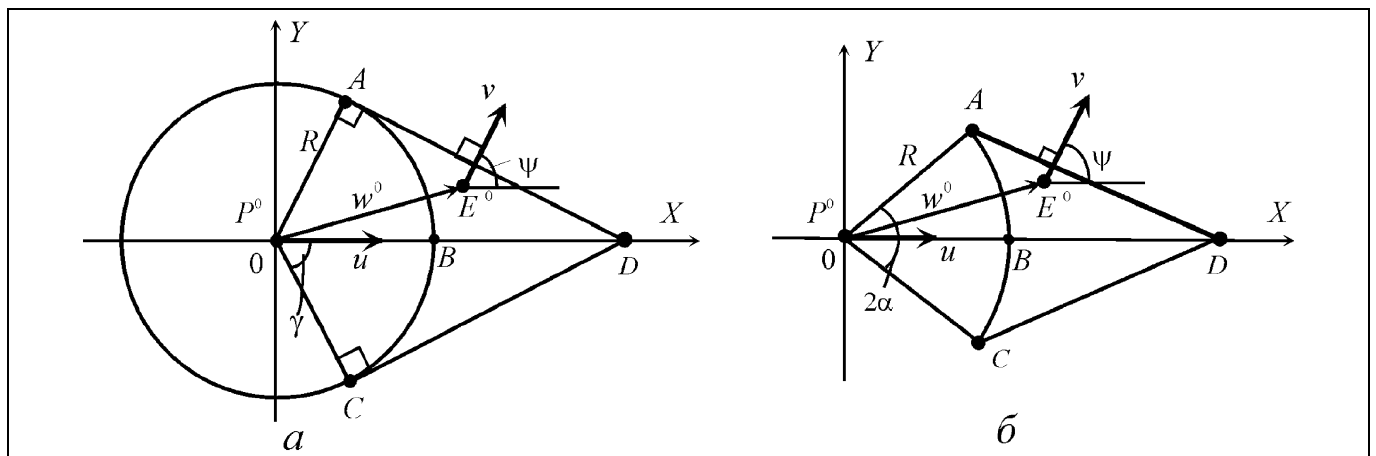


Рис. 1. Плоскостные зоны захвата одиночной цели при круговой (а) и секторной (б) зонах обнаружения

тавляют максимум критерию (2), но максимумы не равны. Глобальный максимум соответствует движению цели в той же полуплоскости, где находится ее начальное положение.

Уклонение цели из точек, лежащих внутри треугольника $ABCD$, невозможно. Для сокращения размера зоны захвата используется ложная цель.

1.2. Уклонение групповой цели

Три объекта — преследователь P , истинная E_1 и ложная E_2 цели перемещаются по плоскости с ограниченными скоростями, имея возможность в каждый момент времени произвольно изменять направления своих движений.

Как уже отмечалось, преследователь снабжен круговой зоной обнаружения радиусом R , центр которой совпадает с его текущим положением, и цель обнаруживается при попадании ее на границу этой зоны. До момента обнаружения какой-либо из целей преследователь движется по прямолинейной поисковой траектории с максимальной скоростью. После обнаружения цели — по траектории, соответствующей минимуму времени до классификации обнаруженной цели. Классификация цели осуществляется преследователем с расстояния $r \leq R$.

В неподвижной (исходной) прямоугольной системе координат X^0Y^0 (см. рис. 1, а), начало которой совмещено с исходным положением P^0 преследователя, а положительное направление оси абсцисс совпадает с вектором скорости преследователя при $t=0$, прямолинейной поисковой траектории соответствует зона захвата в виде симметричного криволинейного треугольника, ограниченного дугой окружности и двумя касательными к окружности, пересекающимися в точке с координатами $(R/\beta_1, 0)$, где β_1 — отношение скоростей истинной цели и преследователя.

В начальный момент времени обе цели находятся в одной точке $E_1^0 = E_2^0 = E^0$ вне зоны обнаружения, но внутри области захвата.

Процесс противодействия преследователя и системы целей состоит из *этапа поиска* и *этапа отвлечения* (преследователя).

Уравнения относительного движения целей

$$\dot{w}_i = v_i - u; \quad i = 1, 2, \quad (5)$$

где $w_i = w_i(t)$ — двумерный вектор, направленный от преследователя P к цели E_i в момент t ; u , v_i — двумерные векторы управлений (скоростей) цели E_i

$$\|u\| \leq 1, \quad \|v_i\| \leq \beta_i < 1. \quad (6)$$

Управление преследователя является программным на этапе поиска, позиционным — на этапе отвлечения до момента классификации обнаруженной цели и программным — после этого момента. Управления целей — позиционные.

Коалиция целей согласованно максимизирует минимальное по времени расстояние между преследователем и истинной целью:

$$G_1 = \min_t \|w_1(t)\| \rightarrow \max_{v_1, v_2}.$$

Преследователь минимизирует время от момента первичного обнаружения цели до момента ее классификации

$$G_2 = T - s \rightarrow \min_u,$$

где моменты s и T определяются соотношениями $\|w_2(s)\| = R$, $\|w_2(T)\| = r$.

В том случае, когда обнаруженная цель — истинная, преследователь после ее классификации осуществляет точечную встречу с ней. В противном случае — продолжает движение в выбранном направлении.

Решаемая задача двухкритериальная и решается поэтапно. В соответствии с методом динамического программирования вначале находятся оптимальные управления для этапа отвлечения (этап 2), а затем — для этапа поиска (этап 1).

Этап отвлечения. Вводится вспомогательная неподвижная система координат X^sY^s , начало которой совпадает с положением P^s преследователя в момент s обнаружения ложной цели, а ось абсцисс проходит через положение E_2^s обнаруженной цели тот же момент (рис. 2). Момент s принимается в качестве нулевого и от него ведется отсчет времени на этапе преследования.

Постановка задачи синтеза оптимальных законов управления преследователя и целей на этапе отвлечения включает в себя:

— уравнения движения $\dot{w}_i = v_i - u$; $i = 1, 2$;

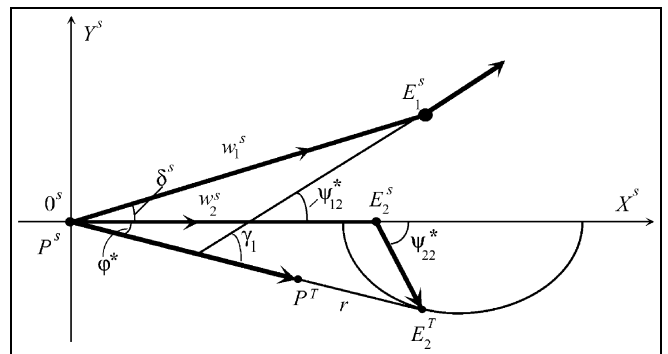


Рис. 2. Оптимальные траектории объектов на этапе отвлечения



- начальные условия $w_i^s = w_i(s); i = 1, 2, \|w_2(s)\| = R;$
- критерии $G_{1s} = \min_{t \geq s} \|w_1(t)\| \rightarrow \max_{v_1, v_2}, G_{2s} = T \rightarrow \min_u;$
- условие классификации $\|w_2(T)\| = r.$

Постановка и решение задачи иллюстрируются рис. 2, где для определенности принято, что угол между векторами $w_1^s, w_2^s: \delta^s > 0.$ Здесь и далее положительным считается направление отсчета угла против часовой стрелки.

Решение задачи состоит в следующем [15].

- Преследователь реализует алгоритм параллельного сближения.
- Все объекты движутся по прямым с максимальными скоростями.
- Цели движутся в разные полуплоскости относительно оси абсцисс системы $X^s O^s Y^s.$
- Геометрическое место точек r встречи преследователя и ложной цели — представляет собой овал Декарта с фокусами в точках P^s и $E_2^s.$

В полярной системе координат с полюсом в точке P^s и полярной осью, совпадающей с $O^s X^s,$ овал описывается уравнением [21]:

$$(1 - \beta_2^2)\rho^2 + 2(\beta_2^2 r - R \cos \varphi)\rho + R^2 - \beta_2^2 r^2 = 0$$

где ρ — радиус-вектор точки овала, φ — угол между траекторией преследователя и осью абсцисс.

- Углы, образованные прямой $P^s E_2^s$ и оптимальными траекториями объектов, определяются соотношениями:
 - для ложной цели $E_2: \cos \psi_{22}^* = \beta_2^2 \sigma, \text{sign} \psi_{22}^* = -\text{sign} \delta^s;$
 - для преследователя: $\cos \varphi^* = \beta_2^2 \sigma + \sqrt{(1 - \beta_2^2)(1 - \beta_2^2 \sigma^2)}, \text{sign} \varphi^* = -\text{sign} \delta^s;$
 - для истинной цели $E_1:$

$$\psi_{12}^* = \gamma_1 + \varphi^*, \text{sign} \psi_{12}^* = \text{sign} \delta^s, \quad (7)$$

где $\sigma = r/R; \cos \gamma_1 = \beta_1.$

Здесь и далее первая цифра двузначного индекса в законе управления указывает номер цели, вторая — номер этапа.

Из формулы (7) и рис. 2 следует, что оптимальная траектория уклонения истинной цели E_1 перпендикулярна границе зоны захвата, которая соответствует траектории преследователя на этапе отвлечения.

- Минимальное расстояние между преследователем и истинной целью

$$G_{1s}^* = \|w_1^s\| \cos(|\psi_{12}^*| - |\delta^s|)$$

достигается в момент

$$\tau = \|w_1^s\| (1 - \beta_1^2)^{-1/2} \sin(|\psi_{12}^*| - |\delta^s|).$$

- Классификация обнаруженной (ложной) цели происходит в момент

$$T = R \sqrt{(1 - \beta_2^2 \sigma^2)(1 - \beta_2^2)^{-1}} - r.$$

Напомним, что время отсчитывается от момента s и скорость преследователя принята равной единичной.

- В зависимости от скоростных характеристик целей и реализовавшихся в момент s положений векторов w_1^s и w_2^s возможны два случая:
 - найдется, по крайней мере, одно управление ложной цели, при котором $|\psi_{12}^*| - |\delta^s| = |\gamma_1 + \varphi^*(\psi_{22})| - |\delta^s| = 0;$
 - даже при оптимальном управлении целей

$$|\psi_{12}^*| - |\delta^s| > 0.$$

В первом случае минимальное расстояние между преследователем и истинной целью достигается в момент начала этапа отвлечения, и $G_{1s}^* = |w_1^s|.$

Во втором случае преследователь и истинная цель продолжают сближаться. Этот случай, соответствующий более тяжелым условиям уклонения истинной цели, рассматривается далее.

Этап поиска. Постановка задачи синтеза оптимальных законов управления целями на этапе поиска включает в себя:

- уравнения движения (5) и (6); в исходной системе координат $XOY,$ по предположению, управление преследователя на этапе поиска $u = (1; 0);$
- терминальное условие $\|w_2(s)\| = R;$
- критерий

$$G_{1s}^* = \|w_1^s\| \cos(|\psi_{12}^*| - |\delta^s|) \rightarrow \max_{v_1, v_2}. \quad (8)$$

В работе [15] показано, что на этапе поиска оптимальными траекториями целей служат прямые, по которым цели движутся с максимальными скоростями. Поэтому критерий (8) можно переписать в следующем виде:

$$G_{1s}^* = \|w_1^s\| \cos(|\psi_{i1}^*| - |\delta^s|) \rightarrow \max_{\psi_{11}, \psi_{21}}, \quad 0 \leq t \leq s,$$

где $\psi_{i1}, i = 1, 2$ — угол между траекторией цели E_i и осью абсцисс исходной системы $XOY.$

Выполним ряд построений (рис. 3). Обозначим символом P^s точку, в которую преследователь пе-

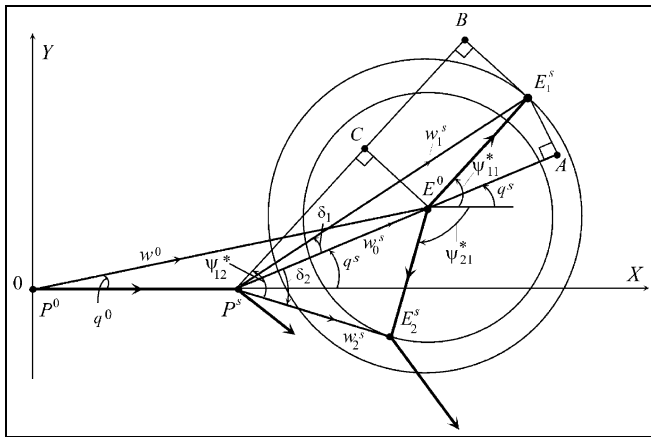


Рис. 3. Оптимальные траектории объектов на этапе поиска

реместится за время поиска. Область возможных позиций цели E_i , $i = 1, 2$ в момент s — окружность радиусом $\beta_i s$ с центром в точке E^0 .

Пусть E_1^s и E_2^s — положения целей в момент s . Из точки P^s отложим от прямой $P^s E_2^s$ в направлении прямой $P^s E_1^s$ угол $\psi_{12}^* > 0$. Из точки E_1^s опустим перпендикуляр на сторону $P^s B$ этого угла. Тогда значение функционала G_{1s}^* есть длина катета $P^s B$ прямоугольного треугольника $P^s B E_1^s$.

При любом фиксированном положении точки E_2^s (фиксированном управлении ψ_{21} ложной цели) длина катета максимальна, если управление ψ_{11} выбрано таким образом, что отрезок $E_1^s B$ касается окружности радиусом $\beta_1 s$. Соединим точки $P^s E^0$ прямой и введем обозначения: $\angle E^0 P^s E_1^s \triangleq \delta_1$, $\angle E^0 P^s E_2^s \triangleq \delta_2$, $\angle E_1^s P^s E_2^s \triangleq \delta^s$, $\angle E^0 P^s x \triangleq q^s$.

Максимум в выражении (8) достигается в том случае, если углы δ_1 и δ_2 имеют разные знаки. Рис. 3 соответствует случаю $\delta_1 > 0$, $\delta_2 < 0$.

Опустим из точки E_1^s перпендикуляр на прямую $P^s E^0$. Основание перпендикуляра — точка A (см. рис. 3).

При любом фиксированном управлении ψ_{21} ложной цели и оптимальном поведении истинной цели $\psi_{11}^* > 0$ (см. рис. 3):

$$G_1^* = \max_{\psi_{11}} G_{1s}^* = |P^s C| + |BC| = \sqrt{(l^0 \cos q^0 - s)^2 + (l^0 \sin q^0)^2} \cos(|\psi_{12}^*| - |\delta_2|) + \beta_1 s,$$

где $l^0 = \|w^0\|$ — начальное расстояние между преследователем и групповой целью.

Так как отрезки $P^s B$ и $E^0 E_1^s$ параллельны, то $\angle E^0 P^s B = \angle A E^0 E_1^s$, т. е., с учетом знаков углов ψ_{12}^* , δ_1 , δ_2 и q^s , $\psi_{12}^* + \delta_2 = \psi_{11}^* - q^s$.

Отсюда следует, что оптимальная траектория цели E_1 на этапе отвлечения составляет с осью абсцисс системы XOY угол $\psi_{11}^* = \psi_{12}^* + \delta_2 + q^s$. Но, по построению (см. рис. 3), сумма $\psi_{12}^* + \delta_2 + q^s$ есть угол, который составляет с осью абсцисс оптимальная траектория цели E_1 на этапе отвлечения, вычисленный в системе XOY . Следовательно, истинная цель E_1 на обоих этапах движется по одной и той же прямой.

Перейдем к нахождению оптимального управления цели E_2 .

В треугольнике $P^s E^0 E_2^s$: $\angle P^s E^0 E_2^s = \pi - |q^s - \psi_{21}|$. Поэтому

$$\sin|\delta_2|/\beta_2 s = \sin|q^s - \psi_{21}|/R, \quad (9)$$

где

$$\operatorname{tg} q^s = (l^0 \sin q^0)/(l^0 \cos q^0 - s), \quad (10)$$

а момент s есть меньший корень уравнения

$$(l^0 \cos q^0 + \beta_2 s \cos \psi_{21} - s)^2 + (l^0 \sin q^0 + \beta_2 s \sin \psi_{21})^2 = R^2. \quad (11)$$

Максимизация G_1^* по ψ_{21} с учетом условий (9)—(11) позволяет найти оптимальное управление ψ_{21}^* ложной цели E_2 на этапе поиска.

Решение уравнения $\max_{\psi_{21}} G_1^* = R$ относительно координат вектора w^0 определяет границу области начальных позиций внутри зоны захвата, из которой возможно уклонение истинной цели при наличии ложной цели.

На рис. 4 изображены кривые 1—3, соответствующие границам такой области. Кривые постро-

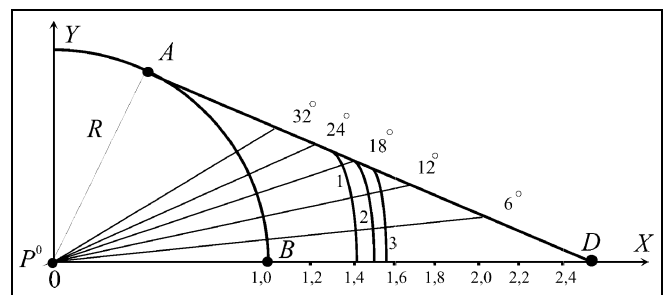


Рис. 4. Границы плоскостных зон захвата при наличии групповой цели

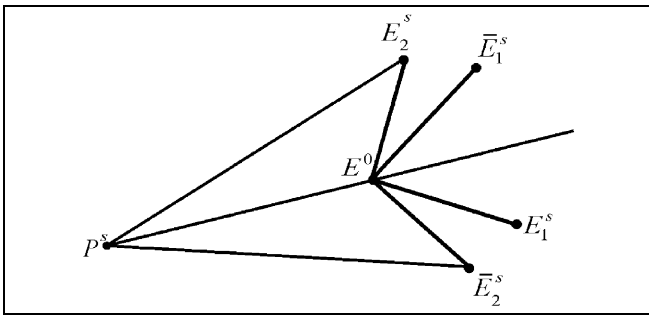


Рис. 5. Структура множества оптимальных траекторий групповой цели на этапе поиска

ены для значений $\beta_1 = \beta_2 = 0,4$ и $\sigma = 0$ (кривая 1), $\sigma = 0,2$ (кривая 2), $\sigma = 0,4$ (кривая 3). Уклонение возможно из точек, лежащих правее соответствующих кривых.

Оптимальный маневр коалиции целей неединствен. Для каждого начального положения E^0 существуют два оптимальных маневра групповой цели, эквивалентных в смысле критерия $\min_t \|w_1(t)\|$.

Эти маневры связаны следующим образом. Пусть s — момент обнаружения ложной цели преследователем при оптимальном маневрировании целей, P^s , E_1^s и E_2^s — положения в этот момент преследователя, истинной и ложной целей. Точка E_2^s является точкой пересечения окружности радиусом $\beta_2 s$ с центром в точке E^0 и окружности радиусом R с центром в точке P^s (рис. 5). Соединим точки P^s и E^0 отрезком и через точку E_2^s проведем прямую, перпендикулярную этому отрезку. Точку пересечения этой прямой с окружностью радиуса $\beta_2 s$ обозначим \bar{E}_2^s . Отрезок $P^s E^0$ является срединным перпендикуляром для отрезка $E_2^s \bar{E}_2^s$. Поэтому точка \bar{E}_2^s является второй точкой пересечения указанных окружностей. Используя отрезок $P^s E^0$ как ось вращения, совместим точки E_2^s и \bar{E}_2^s . При этом точка E_1^s перейдет в некоторую точку \bar{E}_1^s . Точки \bar{E}_1^s и \bar{E}_2^s соответствуют второму оптимальному маневру групповой цели. Действительно,

$$|P^s E_2^s| = |P^s \bar{E}_2^s|, \quad |E^0 E_1^s| = |E^0 \bar{E}_1^s| = \beta_1 s, \\ |E^0 E_2^s| = |E^0 \bar{E}_2^s| = \beta_2 s,$$

а взаимное расположение преследователя и целей на плоскости в момент s при указанном вращении не изменяется. Оптимальным маневрам соответствуют траектории истинной цели, перпендикулярные верхней и нижней границам зон захвата, построенным относительно траекторий преследователя на этапе отвлечения.

Таким образом, наличие ложной цели не только сокращает размеры зоны захвата, но и увеличивает число оптимальных маневров уклонения истинной цели.

2. УКЛОНЕНИЕ В ПРОСТРАНСТВЕ

2.1. Уклонение одиночной цели

В пространстве перемещаются с ограниченными скоростями два объекта — преследователь P и цель E .

Вводится неподвижная декартова система координат $0XYZ$, начало которой совпадает с исходным положением преследователя P^0 ; положительное направление оси абсцисс совпадает с направлением его вектора скорости; ось $0Y$ перпендикулярна оси $0X$ в горизонтальной плоскости; ось $0Z$ дополняет их до прямоугольной системы координат.

Уравнение относительного движения цели

$$\dot{w} = v - u, \quad w(0) = w^0, \quad (12)$$

где $w = w(t) = [x(t), y(t), z(t)]$ — трехмерный вектор, направленный от преследователя P к цели E в момент t . Оси координат подвижной системы, связанной с текущим положением преследователя, и неподвижной системы параллельны; временной масштаб выбран так, что максимальная скорость преследователя равна единичной, $u = (1, 0, 0)$. Трехмерный вектор v управления (скорости) цели E подчинен ограничению $\|v\| \leq \beta < 1$.

Преследователь снабжен телесной зоной обнаружения, которая аппроксимируется пересечением эллиптического конуса с эллипсоидом, причем:

- вершина конуса и центр эллипсоида совпадают с текущей позицией преследователя;
- образующие конуса в горизонтальной и вертикальной плоскостях составляют с осью $0X$ углы α и δ , соответственно;
- в подвижной системе координат, связанной с текущим положением преследователя, эллипсоид и конус пересекаются в плоскости $x = kD$, $0 < k < 1$, где D — длина полуоси эллипсоида, ориентированной вдоль оси абсцисс.

В частных случаях телесная зона обнаружения может быть пересечением кругового конуса и шара или просто шаром.

Математическое описание телесной зоны обнаружения:

$$\Omega = (x, y, z): \begin{cases} \frac{y^2}{\text{tg}^2\alpha} + \frac{z^2}{\text{tg}^2\delta} - x^2 < 0, & 0 \leq x \leq kD, \\ \frac{x^2}{D^2} + \frac{y^2}{n^2 D^2 \text{tg}^2\alpha} + \frac{z^2}{n^2 D^2 \text{tg}^2\delta} - 1 < 0, \\ kD \leq x \leq D, \end{cases} \quad (13)$$

где $n^2 = k^2/(1 - k^2)$ [9].

Цель считается необнаруженной, если $w(t) \notin \Omega$, $t \geq 0$.

Вводится качественный критерий G , принимающий значение 1, если $w(t) \notin \Omega$, $0 \leq t < \infty$, и 0 — в противном случае. Тогда задача оптимизации траектории уклонения сводится к задаче $G \rightarrow \max_v$.

Проведем плоскость, перпендикулярную к оси абсцисс и проходящую через точку $x = h$; $0 \leq h \leq D$. Обозначим получившееся сечение зоны обнаружения Ω символом $S(h) = S_h$. Этим же символом будем обозначать и плоскость, в которой расположено сечение. Границей сечения служит эллипс ∂S_h :

$$\frac{y^2}{a_h^2} + \frac{z^2}{b_h^2} = 1;$$

нижний индекс указывает на зависимость параметров эллипса от координат сечения. В соответствии с выражением (13) эллипсы ∂S_h , отвечающие различным значениям h , подобны, и $a_h/b_h = \text{tg}\alpha/\text{tg}\delta$. Пусть $\alpha > \delta$, так что $a_h > b_h$, $0 < h < D$.

Обозначим символом C_h эллиптический цилиндр с основанием S_h :

$$C_h = \left\{ (x, y, z): \frac{y^2(T)}{a_h^2} + \frac{z^2(T)}{b_h^2} - 1 = 0 \right\}, \\ 0 \leq h \leq D.$$

Обозначим символом $\Delta(w^0)$ область захвата. Она принадлежит внутренности эллиптического цилиндра C_{kD} . Из исходных позиций w^0 , принадлежащих боковой поверхности и внешности цилиндра C_{kD} , задача уклонения решается, например, управлением $v = (-\beta, 0, 0)$.

Задача о построении закона уклонения решается в два этапа [9]. Вначале ставится и решается задача об уклонении в пространстве от плоской фигуры — ограниченного эллипсом сечения S_h телесной зоны обнаружения плоскостью, перпендикулярной направлению движения преследователя. Затем, на основе полученных результатов, нахо-

дится решение задачи об уклонении в пространстве от телесной зоны Ω .

Уклонение в пространстве от плоской зоны обнаружения. Уклонение цели от сечения S_h состоит, если в момент T попадания точки $w(T)$ на боковую поверхность цилиндра C_h выполняется неравенство $x(T) \geq h$.

Поэтому задача оптимизации траектории уклонения цели от обнаружения сечением S_h сводится к задаче оптимального управления с уравнением движения (12), критерием $G = x(T) \rightarrow \max_v$ и терминальным условием

$$\frac{y^2(T)}{a_h^2} + \frac{z^2(T)}{b_h^2} - 1 = 0. \quad (14)$$

С помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина показывается, что решение задачи состоит в следующем [9].

Для цели оптимальна прямолинейная траектория уклонения, по которой она движется с максимальной скоростью β . Пусть ψ_x — угол, который составляет траектория (вектор скорости v) цели с осью абсцисс неподвижной системы координат, ψ_y — угол, который составляет с осью OY проекция v_{YZ} вектора v на плоскость YOZ (рис. 6). На оптимальной траектории уклонения

$$\cos\psi_x^* = \beta, \quad (15)$$

$$\text{ctg}\psi_y^* = \frac{b_h^2}{a_h^2} \cdot \frac{y(T)}{z(T)}. \quad (16)$$

Поясним геометрическую интерпретацию соотношения (16). Пусть $w(T) = [x(T), y(T), z(T)]$ — позиция цели в подвижной системе координат в момент ее выхода на боковую поверхность ци-

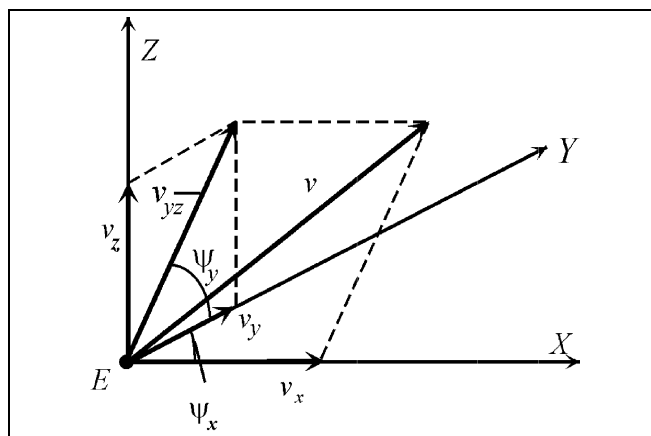


Рис. 6. Пространственная диаграмма скоростей



линдра C_h . Пара $[y(T), z(T)]$ удовлетворяет уравнению эллипса (14). Уравнение нормали к эллипсу, проходящей через точку $[y(T), z(T)]$, $z(T) \neq 0$, имеет вид [21]:

$$y = \frac{b_h^2}{a_h^2} \cdot \frac{y(T)}{z(T)} z + e^2 y(T), \quad (17)$$

где $e^2 = (a_h^2 - b_h^2)/a_h^2$, e — эксцентриситет эллипса. Из выражений (16) и (17) вытекает следующее утверждение.

При движении цели по оптимальной траектории уклонения проекция $E_{S(h)}$ текущей позиции цели E на плоскость S_h перемещается из начального положения $[y(0), z(0)]$ вдоль нормали к эллипсу ∂S_h . Скорость движения текущей позиции проекции E_x на ось OX неподвижной системы постоянна и равна β^2 , скорость движения текущей позиции проекции $E_{S(h)}$ постоянна и равна $\beta\sqrt{1-\beta^2}$.

Соотношение (17) задает плоскость, в которой происходит уклонение цели. В неподвижной системе координат соотношение (15) определяет угол, который составляет лежащий в этой плоскости вектор скорости E с направлением движения преследователя (осью абсцисс). Из формулы (15) следует, что размер угла ψ_x^* зависит от отношения β скоростей объектов, но не зависит от ориентации плоскости, в которой происходит уклонение. Это согласуется с результатами, полученными при оптимизации траектории уклонения в двумерном случае. Увеличение размерности пространства сказывается, таким образом, на выборе плоскости, в которой происходит уклонение.

Формула (18) упрощается, если сечением S_h служит круг, $a_h = b_h$. В этом случае $\text{ctg} \psi_x^* = y(0)/z(0)$, т. е. цель уклоняется таким образом, что проекция $E_{S(h)}$ движется из исходной позиции по радиусу.

Перейдем к построению области захвата $\Delta_S(w^0)$ для сечения S_h . В силу симметрии сечения S_h относительно осей OY и OZ достаточно построить область захвата для четверти сечения S_h , соответствующей первому квадранту плоскости YOZ . Пусть $\Delta_S(t, w^0)$ — подмножество начальных позиций цели, из которых обнаружение происходит при $t > 0$. Граница множества $\Delta_S(t, w^0)$ — обозначим ее W_S — находится в результате решения относительно w^0 уравнения $G^* = x(T^*, w^0) = h$, где звездочка указывает на то, что цель уклоняется от обнаружения по оптимальной траектории.

Из изложенного следует, что оптимальные траектории относительного движения цели обладают следующими свойствами:

- они прямолинейны;
- их проекции на плоскость S_h совпадают с нормальными к эллипсу ∂S_h ,
- для всех начальных позиций w^0 , проекции $E_{S(h)}$ которых лежат на общей нормали к эллипсу ∂S_h , оптимальные законы управления совпадают.

Поэтому все начальные позиции цели $w^0 = [x(0), y(0), z(0)]$, которым соответствует одна и та же терминальная точка $[y(T^*), z(T^*)]$ эллипса (14), лежат на одной прямой — общей оптимальной траектории относительного движения цели:

$$\frac{h-x(0)}{\beta^2-1} = \frac{y(T^*)-y(0)}{\beta\sqrt{1-\beta^2}\cos\psi_y^*} = \frac{z(T^*)-z(0)}{\beta\sqrt{1-\beta^2}\sin\psi_y^*}. \quad (18)$$

Система (18) есть по координатное выражение для интервала времени, в течение которого цель E переходит из точки w^0 в точку $w(T^*)$.

Из системы (21) следует, что граница W_S области захвата $\Delta_S(t, w^0)$ представляет собой линейчатую поверхность [18]. Она образуется при движении прямой по направляющему эллипсу ∂S_h ; характер движения прямой в пространстве таков, что проекция ее на плоскость $S(h)$ совпадает с нормалью к направляющему эллипсу.

Точки линейчатой поверхности $w^0 = [x(0), y(0), z(0)]$ удовлетворяют следующему условию: время движения проекции $E_{S(h)}$ вдоль нормали к эллипсу ∂S_h со скоростью $\beta\sqrt{1-\beta^2}$ от начальной точки $[y(0), z(0)]$ до соответствующей точки на эллипсе совпадает со временем перемещения проекции E_x по траектории относительного движения от точки $x(0) > h$ до точки $x(T^*) = h$ со скоростью $(1-\beta^2)$.

Формализация этого условия позволяет записать уравнение линейчатой поверхности в параметрической форме:

$$\begin{cases} y(0) = \frac{b_h}{a_h} z(0) \text{ctg} m + a_h e^2 \cos m, \\ [x(0) - h]^2 \text{ctg}^2 \gamma = [y(0) - a_h \cos m]^2 + \\ \quad + [z(0) - b_h \sin m]^2, \end{cases}$$

где $m > 0$ — параметр, $\cos \gamma = \beta$ и использовано параметрическое представление координат точек эллипса ∂S_h : $y = y(T) = a_h \cos m$, $z = z(T) = b_h \sin m$, $a_h > b_h$.

Обозначим через L_S кривую, которая образуется при пересечении линейчатой поверхности W_S и плоскости XOY . Координаты точек $w^0 \in L_S$ удовлетворяют тому же условию, что и все точки линейчатой поверхности; кроме того, кривая L_S проходит через точку $w^0 = (h, a_h, 0)$ пересечения эллипса S_h и его большой полуоси (напомним, что область захвата строится для первой четверти сечения S_h).

В работе [9] показано, что кривая L_S состоит из двух участков — криволинейного и прямолинейного.

Уравнение криволинейного участка

$$\frac{[x(0) - h]^2}{b_h^2 \operatorname{tg}^2 \gamma} + \frac{y^2(0)}{a_h^2 - b_h^2} = 1, \quad \cos \gamma = \beta. \quad (19)$$

Уравнение (19) определяет эллипс, который имеет общий центр с эллипсом ∂S_h и проходит через его фокусы.

Уравнение прямолинейного участка

$$x(0) - h = [a_h - y(0)] \operatorname{tg} \gamma. \quad (20)$$

Прямая (20) является касательной к эллипсу (19) в точке $w^0 = [h + a_h(1 - e^2) \operatorname{tg} \gamma, a_h e^2, 0]$.

Эллипс (19) пересекает ось OX в точке $x = h + b_h \operatorname{tg} \gamma$. Обозначим символом $L(h)$ прямую, по которой пересекаются плоскость S_h и XOY . На рис. 7

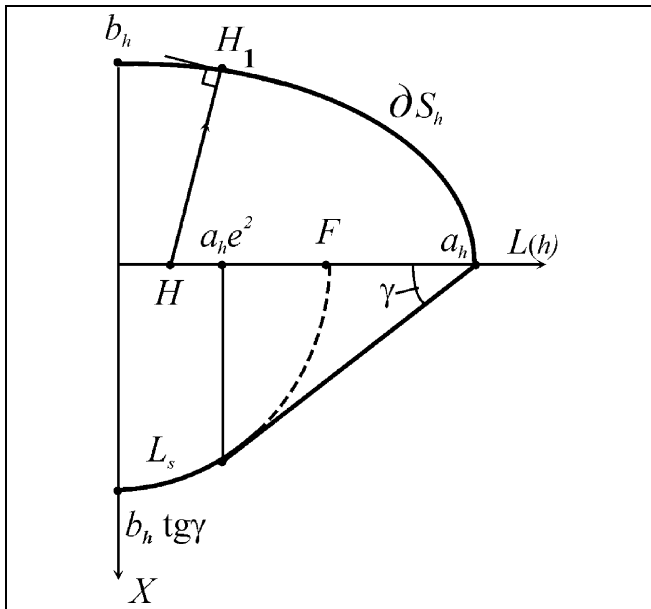


Рис. 7. Плоскостная проекция зоны обнаружения и границы области захвата одиночной цели в пространстве

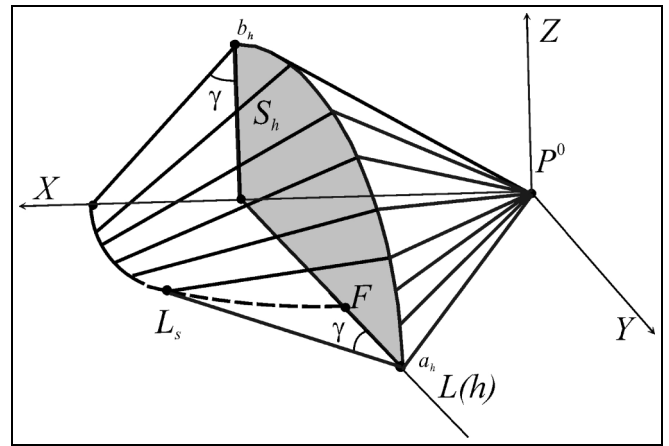


Рис. 8. Зона захвата одиночной цели в пространстве

изображена четверть сечения S_h и повернутый на 90° фрагмент плоскости XOY с кривой L_S . Через F обозначено положение фокуса эллипса ∂S_h , $y_F > a_h e^2$. Отрезок HH_1 есть проекция на плоскость S_h оптимальной траектории относительного движения цели из некоторой начальной точки, лежащей на кривой L_S .

На рис. 8 изображена аксонометрическая проекция четверти пространственной зоны обнаружения Ω и соответствующий ей фрагмент области захвата $\Delta_S(t, w^0)$. Показаны прямолинейные образующие линейчатой поверхности W_S и сечение S_h (затемненная фигура), $0 \leq h \leq kD$.

Линейчатая поверхность W_S может рассматриваться как «крыша», поставленная на основание — эллипс ∂S_h . Прямые (18) служат «стропилами» этой крыши, а кривая L_S — «коньком» крыши, лежащим в плоскости XOY .

Для частного случая кругового сечения S_h ; ($a_h = b_h = r$, $\alpha = \delta$) уравнение поверхности W_S находится в явном виде. Направления оптимального движения цели задаются формулами (15) и (19) — из начального положения $w^0 = [x(0), y(0), z(0)]$ проекция позиции цели движется по плоскости $E_{S(h)}$ вдоль радиуса круга S_h . Уравнение поверхности W_S :

$$[x(0) - h - r \operatorname{tg} \gamma]^2 = [y^2(0) + z^2(0)] \operatorname{tg}^2 \gamma. \quad (21)$$

Соотношение (21) задает круговой конус (точнее, коническую поверхность), координаты вершины которого $(h + r \operatorname{tg} \gamma, 0, 0)$.

Уклонение в пространстве от телесной зоны обнаружения. В соответствии с выражением (13) ук-



лонение от телесной зоны обнаружения есть уклонение от эллипсоида

$$\frac{x^2}{D^2} + \frac{y^2}{n^2 D^2 \operatorname{tg} \alpha} + \frac{z^2}{n^2 D^2 \operatorname{tg} \delta} - 1 < 0,$$

$$kD \leq x \leq D, \quad n^2 = k^2 / (1 - k^2), \quad 0 < k < 1.$$

Решение задачи об уклонении опирается на построение областей достижимости цели E в подвижной системе координат.

Из начальной позиции $w^0 = [x(0), y(0), z(0)]$ уклонение состоится, если найдется хотя бы одна траектория относительного движения цели E , имеющая с границей зоны обнаружения Ω не более одной общей точки. Управление $\{\|v\| = \beta, \psi_x = \arccos \beta, \psi_y = \text{const}\}$ реализует траекторию относительного движения E , обладающую тем свойством, что в момент попадания позиции цели E на произвольную (но фиксированную) плоскость $S(h)$ отстояние проекции $E_{S(h)}$ от точки $[y(0), z(0)]$ максимально. При фиксированном h границей области достижимости для точек проекций $E_{S(h)}$ является окружность

$$[x(0) - h]^2 \operatorname{ctg}^2 \gamma = [y - y(0)]^2 + [z - z(0)]^2. \quad (22)$$

Изменяя h в уравнении (22), получаем уравнение конической поверхности — границы множества в трехмерном пространстве, в пределах которого лежат все относительные траектории цели E . Вершина конуса совпадает с точкой $[x(0), y(0), z(0)]$; угол между осью симметрии конуса и образующей равен $\pi/2 - \gamma$, $\gamma = \arccos \beta$.

Условия существования точки, в которой окружность, лежащая в плоскости L_S , касается изнутри эллипса ∂S_h , имеют вид

$$y(0) = \frac{b_h}{a_h} z(0) \operatorname{ctg} m + a_h e^2 \cos m,$$

$$x(0) = h + \operatorname{tg} \gamma \sqrt{[y(0) - a_h \cos m]^2 + [z(0) - b_h \sin m]^2}. \quad (23)$$

При фиксированных параметрах $\{h, y(0), z(0)\}$ система (23) определяет положение точки w^0 с минимальной абсциссой $x(0)$, из которой возможно уклонение цели E от сечения $S(h)$, и ориентацию плоскости, проходящую через ось OX , в которой лежит траектория уклонения (значение параметра $m = m(h)$).

Алгоритм построения границ зоны захвата $\Delta(w^0)$ для телесной зоны обнаружения приведен в работе [9]. Для частного случая, когда зона обнаружения Ω есть пересечение кругового конуса и шара (вершина конуса и центр шара совпадают ($\alpha = \delta$;

$k = \cos \alpha$), область захвата $\Delta(w^0)$ удастся построить в явном виде). В этом случае зона Ω представляет собой объединение двух фрагментов:

— конуса $K_\alpha = \{(x, y, z): y^2 + z^2 - x^2 \operatorname{tg} \alpha < 0; 0 \leq x \leq D \cos \alpha\}$;

— шарового сегмента $\Omega_\alpha = \{(x, y, z): x^2 + y^2 + z^2 - D^2 < 0; D \cos \alpha \leq x \leq D\}$.

Сечение зоны обнаружения Ω любой плоскостью, перпендикулярной оси абсцисс, есть круг. Ему отвечает коническая зона захвата.

При «узкой» зоне обнаружения, $\alpha \leq \gamma$, $\cos \gamma = \beta$, уравнение границы конической зоны захвата имеет вид

$$\left[x(0) - D \frac{\cos(\gamma - \alpha)}{\cos \gamma} \right]^2 = [y^2(0) + z^2(0)] \operatorname{tg}^2 \gamma. \quad (24)$$

Координаты вершины конической поверхности — точки $C: \left(D \frac{\cos(\gamma - \alpha)}{\cos \gamma}, 0, 0 \right)$.

На рис. 9 изображено сечение зоны обнаружения и зоны захвата произвольной плоскостью, проходящей через ось OX . Здесь P^0 — начальное положение преследователя; прямая AB — проекция плоскости пресечения конического и шарового фрагментов зоны обнаружения. Зона захвата есть часть пространства, расположенная между сферической поверхностью и конической поверхностью (24).

В случае «широкой» зоны обнаружения, $\alpha > \gamma$, область захвата определяется следующим образом. В точке P^0 , как в вершине, строится круговой конус K_γ , ось симметрии которого ориентирована по оси абсцисс, а угол при вершине $\gamma = \arccos \beta$. Эта коническая поверхность пересекается с шаровым сегментом по окружности радиуса $r = D \sin \gamma$. На этой окружности, как на основании, строится конус W_γ , образующие которого перпендикулярны образующим конуса K_γ (рис. 10). Точки A, A_1 и C , лежащие в произвольной плоскости, проходящей

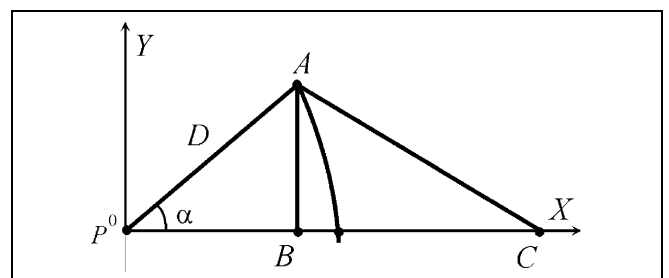


Рис. 9. Сечение «узкой» конической зоны захвата одиночной цели в пространстве



пространстве, в частности, расположение границ зон захвата, сечения которых плоскостью уклонения изображены на рис. 4.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложены результаты решения задач об оптимизации траекторий уклонения подвижного объекта (истинной цели) от обнаружения поисковой системой (преследователем) на плоскости и в пространстве в оптимизационной и игровой постановках.

В предположении о том, что объекты обладают простыми движениями, а поисковая траектория прямолинейна, найдены исчерпывающие решения оптимизационных задач уклонения. В частности, определены оптимальные законы уклонения и получено описание зоны захвата — подвижной области в пространстве поиска, связанной с текущим положением преследователя и обладающая тем свойством, что из точек этой области уклонение одиночной (истинной) цели невозможно.

Для сокращения размеров зоны захвата используется ложная цель. Задачи об уклонении групповой цели на плоскости и в пространстве решены в игровой постановке. Определены оптимальные законы управления объектов, получено описание зоны захвата, из точек которой невозможно уклонение истинной цели даже при наличии ложной цели.

Показано, что использование ложной цели не только сокращает размеры области захвата, но и увеличивает число оптимальных маневров уклонения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петросян Л.А., Гарнаев А.Ю. Игры поиска. — СПб.: Изд-во СПбГУ, 1992.
2. Абчук В.А., Суздаль В.Г. Поиск объектов. — М.: Сов. радио, 1977. — 334 с.
3. Черноусько Ф.Л., Меликян А.А. Игровые задачи управления и поиска. — М.: Наука, 1978.
4. Ким Д.П. Методы поиска и преследования подвижных объектов. — М.: Наука, 1989.
5. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А. Оптимальный поиск в условиях конфликта. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1987.

6. Чхатишвили А.Г., Шикин Е.В. Динамический поиск объектов. Геометрический взгляд на проблему // Фундаментальная и прикладная математика. — 1995. — Т. 1, вып. 4. — С. 827—862.
7. Железнов В.С., Кряковский Б.С., Маслов Е.П. Простейшая дифференциальная игра с выбором момента времени в смешанных стратегиях // Автоматика и телемеханика. — 1987. — № 8. — С. 46—55.
8. Ермолов А.Н., Кряковский Б.С., Маслов Е.П. Об одной дифференциальной игре в смешанных стратегиях // Там же. — 1986. — № 10. — С. 32—45.
9. Об одной задаче уклонения в пространстве / В.С. Железнов, М.Н. Иванов, Э.А. Курский, Е.П. Маслов // Там же. — 1992. — № 8. — С. 11—22.
10. Зенкевич Н.А., Петросян Л.А. Динамические модели поиска в условиях конфликта // Управление в динамических системах. Вопросы механики и процессов управления. — Л.: Изд-во ЛГУ. — 1984. — Вып. 7.
11. Иванов М.Н., Маслов Е.П. Об одной задаче уклонения // Автоматика и телемеханика. — 1984. — № 8. — С. 52—62.
12. Boyell R.L. Counterweapon Aiming for defense of a moving target // IEEE Trans. Aerospace Electron. Syst. — 1980. — Vol. 22. — P. 402—408.
13. Маслов Е.П., Рубинович Е.Я. Дифференциальные игры преследования-уклонения с групповой целью // Итоги науки и техники: Техническая кибернетика. — 1991. — Т. 23. — С. 32—58.
14. Shevchenko I.I. Successive Pursuit with a Bounded Detection Domain // Journal of Opt. Theory and Appl. — 1997. — Vol. 95. — N 1. — P. 25—48.
15. Об одной задаче уклонения от обнаружения / Т.Г. Абрамяни, М.Н. Иванов, Е.П. Маслов, В.П. Яхно // Автоматика и телемеханика. — 2004. — № 10. — С. 3—12.
16. Абрамяни Т.Г., Маслов Е.П., Яхно В.П. Об одной игровой задаче уклонения групповой цели в трехмерном пространстве // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2005. — № 5. — С. 62—65.
17. Абрамяни Т.Г., Маслов Е.П., Рубинович Е.Я. Управление подвижными объектами в условиях искусственно организованной неполноты информации // Проблемы управления. — 2005. — № 4. — С. 75—81.
18. Абрамяни Т.Г., Маслов Е.П., Яхно В.П. Уклонение от обнаружения в трехмерном пространстве // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2007. — № 5. — С. 6—11.
19. Иванов М.Н., Маслов Е.П. Уклонение от вращающейся зоны обнаружения // Автоматика и телемеханика. — 1992. — № 6. — С. 30—37.
20. Айзекс Р. Дифференциальные игры. — М.: Мир, 1967. — 415 с.
21. Савелов А.А. Плоские кривые. — М.: Физматгиз, 1960.

☎ (495) 334-91-81; e-mail: maslovep@ipu.ru

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.Г. Воликом. □

Новая книга

Бурков В.Н., Новиков Д.А., Щепкин А.В. Механизмы управления эколого-экономическими системами / Под ред. академика С.Н. Васильева. — М.: Изд-во физико-математической литературы, 2008. — 244 с.

Изложены результаты разработки и исследований комплекса оптимизационных, теоретико-игровых и имитационных моделей механизмов управления эколого-экономическими системами, включая механизмы: комплексного оценивания интегрального риска и ущерба, штрафов, платы за риск, финансирования снижения уровня риска, компенсации затрат на снижение уровня риска, продажи квот на уровень риска, аудита, снижения ожидаемого ущерба, экономической мотивации, оптимизации региональных программ, согласования интересов органов управления.

Для студентов, аспирантов и специалистов по математическому моделированию и управлению эколого-экономическими, социально-экономическими и организационными системами.

«КОГНИТИВНЫЕ ИГРЫ»: ЛИНЕЙНАЯ ИМПУЛЬСНАЯ МОДЕЛЬ

Д.А. Новиков

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва

Проведен анализ возможности и целесообразности совместного использования теоретико-игровых и когнитивных моделей для описания сложных систем. В целях интеграции этих двух подходов классифицированы возникающие на их пересечении задачи, что дало возможность систематизировать возможные направления будущих исследований. В качестве примера игра на линейной когнитивной карте с импульсным начальным управлением сведена к классической игре в нормальной форме.

ВВЕДЕНИЕ

Согласно определению, предложенному в [1], *теория игр* — раздел прикладной математики, исследующий модели принятия решений в условиях несовпадения интересов сторон (игроков), когда каждая сторона стремится воздействовать на развитие ситуации в собственных интересах. Результаты, полученные в теории игр, нашли множество приложений в самых разных областях — в социологии [2], экономике [3–5], организационном управлении [6, 7], экологии [8, 9], военном деле [10, 11] и др.

Когнитивный анализ или когнитивный подход, предмет которого (так же, как и теории игр) составляет описание развития ситуаций¹, в настоящей работе будем понимать в узком его значении [12], как основывающийся на применении *когнитивных карт* — взвешенных ориентированных графов (термин, введенный впервые в работе [13]) — для учета причинно-следственных связей и взаимовлияния факторов, а также для моделирования динамики слабо формализуемых систем. В широком понимании когнитивный анализ подразумевает учет когнитивных аспектов человеческой деятельности при решении задач описания и управ-

ления слабоструктурированными объектами и ситуациями [12]. У когнитивных моделей множество приложений — см. работы [9, 14–26]. Для первоначального ознакомления с этой областью можно порекомендовать классические монографии [9, 26] и современные обзоры [12, 15, 20, 23, 27].

Основная цель применения когнитивных карт заключается в *качественном анализе*, основываемся в большинстве случаев на имитационном моделировании (реже аналитически решаются обратные задачи управления) динамики ситуаций (тенденций, направлений изменения значений факторов, исследования сценариев и т. д.). Для це-

Цели и средства количественного и качественного анализа динамики ситуаций

Цель	Средство	
	Качественный анализ	Количественный анализ
Описание ситуации	Когнитивные карты	Дифференциальные или разностные уравнения
Анализ и управление (централизованное) ситуаций	Имитационное моделирование	Теория оптимального управления
Анализ взаимодействия субъектов, заинтересованных в развитии ситуации	«Когнитивные игры»	Динамические игры

¹ В соответствии со Словарем русского языка С.И. Ожегова, ситуация — совокупность обстоятельств, положение, обстановка.



лей *количественного анализа* традиционно применяется аппарат дифференциальных или разностных уравнений и теории оптимального управления, в игровой постановке — аппарат динамических или дифференциальных игр (см. таблицу).

Интуитивно напрашивается синтез теоретико-игрового и когнитивного подходов, что позволило бы говорить об «играх на когнитивных картах», т. е. «*когнитивных играх*»², в которых динамика факторов описывается когнитивной картой, причем эта динамика зависит от действий (формулируемых, быть может, в качественных терминах) активных субъектов, имеющих, с одной стороны, возможность так или иначе влиять на факторы, а с другой — заинтересованных в определенных значениях этих факторов.

Необходимо признать, что как когнитивное, так и теоретико-игровое моделирование сегодня являются чрезвычайно развитыми, разветвленными и интенсивно развивающимися научными направлениями. Поэтому попытка какого-либо их полного обзора обречена на неудачу. Тем не менее, «стык» этих направлений, хотя и привлекал внимание многих исследователей, не только не достиг завершеного в первом приближении состояния, но и не приобрел четко очерченных границ — грубо говоря, задача пока даже не сформулирована (единственное исключение составляет работа [28], в которой рассматривается одна частная позиционная игра двух лиц).

Возникает вопрос — имеют ли «когнитивные игры» право на самостоятельное существование, и что это, вообще, такое?

1. ОПИСАНИЕ КОГНИТИВНОЙ КАРТЫ

Под *когнитивной картой* в настоящей работе будем понимать взвешенный ориентированный граф $C = (M, G)$, множество $M = \{1, 2, \dots, m\}$ вершин которого представляет собой совокупность *факторов*, описывающих состояние исследуемой системы или моделируемую *ситуацию*. Значение

² В силу условности данного термина в настоящей работе он употребляется в кавычках. Термин «когнитивные модели» интуитивно гораздо шире, чем сложившееся и ставшее почти общепринятым его применение для обозначения динамических моделей, основанных на взвешенных ориентированных графах. Поэтому и употребляемый на уровне переноса понятий термин «когнитивная игра» шире, чем предлагаемое в настоящей работе его значение в смысле «игры на когнитивной карте». Действительно, под когнитивной игрой можно понимать и игру, в которой существенны когнитивные возможности, или развиваются когнитивные способности игроков («когнитивный» — в соответствии с Философским энциклопедическим словарем — «познаваемый, соответствующий познанию»; но и это определение представляется слишком узким и однозначным — см. работу [16]), или игру, моделирующую процессы познания, *распознавания ситуаций* и (или) образов и др.

j -го фактора (фазовая переменная в терминах теории управления) y_j является действительным числом³. Множество дуг $G \subseteq M \times M$ отражает причинно-следственные связи между факторами и их влияние друг на друга. Обычно когнитивная карта описывается квадратной матрицей $A = \|a_{kl}\|_{m \times m}$, элементы которой $a_{kl} \in \mathfrak{R}^1$ отражают непосредственное влияние l -го фактора на k -й фактор (знак элемента a_{kl} показывает «направление» влияния, а его абсолютная величина — «силу влияния», нулевое значение соответствует отсутствию влияния).

Отметим, что в когнитивных моделях иногда (но достаточно редко) используются *функциональные графы* (в которых «сила влияния» одного фактора на другой зависит — является известной функцией — от значений этих факторов [9, 21]; другой вариант раздельного учета положительного и отрицательного влияний факторов состоит в применении так называемых «расщепленных» когнитивных карт [15]). Еще реже встречаются *графы с запаздыванием* (в которых изменение значения одного фактора приводит к изменению значения другого фактора с некоторой задержкой [9]), *модулируемые графы* (в которых «сила» влияния одного фактора на другой может зависеть от значения третьего — модулирующего — фактора [9, 20, 21]), *иерархические графы* (см., например, в работе [29]) и *вероятностные графы* (в которых каждой дуге, помимо силы связи, поставлена в соответствие вероятность реализации воздействия; данный класс моделей на сегодня ближе к марковским цепям [9], однако со временем, наверное, будут частично применяться и подходы, развитые для Байесовских сетей [30]). Различные интерпретации вершин, ребер и весов на ребрах, а также различные функции, определяющие влияние связей на факторы, приводят к различным моделям (модификациям когнитивных карт) и средствам их анализа [17]. Достаточно распространены *нечеткие карты*, в которых факторы и связи между ними принимают нечеткие значения [15, 19, 20, 31]. Последний случай как раз в наибольшей степени соответствует качественному анализу, на который, с точки зрения автора, в основном и ориентированы когнитивные модели. Завершив краткое описание *видов когнитивных карт*, вернемся к формальной модели.

Пусть время дискретно и начальному состоянию исследуемой системы соответствует нулевой момент времени. В настоящей работе рассматри-

³ Значение фактора может быть действительным вектором или может априори быть ограниченным некоторым отрезком (например, от -1 до $+1$) и т. д. Значения факторов и связи между ними могут оцениваться экспертами по лингвистической шкале, а затем переводиться в числа и т. д.

вается случай линейной взаимосвязи между приращениями значений факторов:

$$y_k(t+1) = y_k(t) + \sum_{l \in M} a_{kl}(y_l(t) - y_l(t-1)), \\ k \in M, \quad t = 0, 1, \dots \quad (1)$$

при известных начальных значениях факторов $(y_k(0))_{k \in M}$ и их начальных приращениях $(y_k(0) - y_k(-1))_{k \in M}$. Другими словами, система разностных уравнений (1) однозначно описывает динамику ситуации при известных начальных значениях состояния и его изменения. Иногда, вводя «скорости» (импульсы в терминах работы [9]) $p_k(t) = y_k(t) - y_k(t-1)$, динамику описывают в виде

$$p_k(t+1) = \sum_{l \in M} a_{kl}p_l(t), \quad k \in M, \quad t = 0, 1, \dots, \quad (2)$$

считая известными начальные «скорости» $(p_k(0))_{k \in M}$ и начальные значения факторов $(y_k(0))_{k \in M}$.

С помощью когнитивных карт можно решать следующие задачи:

— прогноз саморазвития ситуации — изучение динамики изменений значений факторов в отсутствие управления;

— прогноз развития ситуации при фиксированном управлении (прямая задача) — варьируя управления, можно анализировать различные сценарии [21, 24];

— нахождение управления, обеспечивающего требуемую динамику ситуации (реализацию требуемого или желательного сценария) — обратная задача.

Обозначим $y_k^t = (y_k(0), y_k(1), \dots, y_k(t))$ — вектор динамики k -го фактора до момента времени t , $k \in M$, $Y(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t))$ — вектор значений факторов в момент времени t , $Y_t = (Y(0), Y(1), \dots, Y(t))$ — траектория, т. е. матрица динамики всех факторов до момента времени t , $t = 0, 1, 2, \dots$. Аналогичные обозначения будем использовать и для «скоростей».

Важнейшая особенность когнитивных карт заключается в возможности отражения опосредованного влияния факторов друг на друга, когда изменение значения одного фактора через «цепочку влияний» сказывается на изменении значения другого фактора, не связанного с первым непосредственно. Обозначим ${}_t b_{kl}$ — элемент квадратной матрицы

$${}_t B = E_m + A + A^2 + \dots + A^t, \quad t = 1, 2, \dots, \quad (3)$$

где E_m — единичная матрица размера $m \times m$ (матрица ${}_m B$ — транзитивное замыкание когнитивной карты). Из выражений (1) и (3) следует, что в мат-

ричном виде динамика значений факторов описывается следующим образом:

$$Y(t) = {}_t B Y(0) + (E_m - {}_t B) Y(-1), \quad t = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Если считать, что $y_j(t) \equiv 0$, $t < 0$ (отметим, что этим предположением⁴ «отмечается» вся «история» динамики системы и теряется полугрупповое свойство системы (4)), то $p_j(0) = y_j(0)$, $j \in M$, и выражение (4) примет вид

$$Y(t) = {}_t B Y(0), \quad t = 1, 2, \dots, \quad (5)$$

или в терминах «скоростей»:

$$P(t) = (A)^t P(0), \quad t = 1, 2, \dots$$

Пусть матрица A такова, что все ее собственные значения содержатся внутри окружности единичного радиуса на комплексной плоскости⁵. Это требование устойчивости достаточно для обеспечения сходимости суммы (3) натуральных степеней матрицы A (${}_m B \approx (E_m - A)^{-1}$) и асимптотической устойчивости нулевого положения равновесия системы (2).

Обозначим $q_{kl} = {}_\infty b_{kl}$ (элемент q_{kl} содержательно отражает «интегральное» (с учетом всех опосредованных влияний) влияние изменения l -го фактора на k -й, $k, l \in M$. Из выражения (5), устремляя время к бесконечности, для вектора Y_∞ «установившихся» значений факторов получаем:

$$Y_\infty = {}_\infty B Y(0). \quad (6)$$

Таким образом, описав взаимосвязь между факторами в виде (1) или (2) и задав начальные значения, можно анализировать динамику факторов, «установившиеся» значения (6) и др.⁶, рассматривая все эти аспекты с точки зрения лиц, заинтересованных в том или ином развитии ситуации, или исследуя несовпадение целей различных субъектов (см. работы [14, 18, 21, 23]). Традиционно, явное взаимодействие нескольких игроков рассматривает

⁴ Одним из возможных обоснований данного предположения является использование двух «времен» [32] — «медленного времени» (в котором осуществляется управление) и «быстрого времени», в котором переходные процессы, вызванные управляющими воздействиями, успевают закончиться.

⁵ Для выполнения данного требования, например, посредством нормировки, при решении практических задач необходимо иметь в виду содержательные интерпретации производимых преобразований.

⁶ Подчеркнем существенность всех (!) введенных выше предположений. Так, например, введение ограничений на значения факторов или применение дискретных шкал приведет к потере линейности связи между факторами (см. выражение (1)), т. е. выражения (4) и (6) уже не будут справедливы. Об этом достаточно часто забывают при разработке тех или иных прикладных моделей.



теория игр, поэтому попробуем описать соответствующий случай в теоретико-игровых терминах, т. е., определив, что понимается под когнитивной картой, рассмотрим общее описание «когнитивной игры».

2. ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ «КОГНИТИВНОЙ ИГРЫ»

Пусть имеется конечное множество $N = \{1, 2, \dots, n\}$, состоящее из n игроков, и фиксирован момент окончания игры T ; i -й игрок осуществляет выбор действия (управления) $x_i^T = (x_i(0), x_i(1), \dots, x_i(T)) \in X_i^T$ из множества его допустимых действий⁷ X_i^T , $i \in N$. Этот выбор может производиться или однократно (выбор сразу всего вектора x_i^T в начальный момент времени), или в периоде t может выбираться компонента $x_i(t)$ вектора x_i^T .

Пусть состояние управляемой игроками динамической системы описывается следующей системой разностных уравнений:

$$Y(t+1) = Y(t) + F(Y(t), Y(t-1), X(t)), \quad (7)$$

где $F(\cdot)$ — известная вектор-функция, $X(t)$ — вектор действий⁸ игроков в момент времени t , $t = 1, 2, \dots, T$.

Целевая функция i -го игрока $f_i(Y_T, x_i^T)$ зависит в общем случае от матрицы Y_T динамики всех факторов и от его действия x_i^T , т. е. $f_i: \mathfrak{R}^{m \cdot T} \times X_i^T \rightarrow \mathfrak{R}^1$, $i \in N$.

Предположим, что множество игроков, множества их допустимых действий, целевые функции и уравнение (7) являются общим знанием среди игроков, т. е. перечисленные параметры известны всем игрокам, всем известно, что всем это известно и так далее до бесконечности [33]. Будем считать, что на каждом шаге игроки выбирают действия одновременно.

В теории игр под стратегией игрока понимается отображение его информированности во множество возможных действий. Введенные выше предположения об информированности игроков (отсутствие неопределенности и ненаблюдаемых переменных, наличие общего знания) позволяют решать задачу поиска игроками оптимальных с их

точки зрения стратегий в виде программных управлений (условных — зависящих в каждый момент времени от текущей истории игры — управлений на все будущие периоды, выбираемых однократно в начальный момент времени).

Итак, описав множество игроков, множества их допустимых стратегий, функции выигрыша, информированность и порядок принятия решений, мы получили динамическую игру, поиск решений которой (равновесных действий игроков) представляется в силу абстрактности описания неразрешимой в общем виде задачей, которая в различных частных постановках привлекала внимание многих исследователей. Анализ результатов исследования динамических игр не является целью настоящей работы (см. обзоры в работах [5, 10, 34, 35]), поэтому в § 4 рассматривается частный случай — линейные «когнитивные игры».

Динамическая система (7) в дискретном времени может интерпретироваться как некоторая достаточно сложная «когнитивная карта» (выражение (1) — частный случай выражения (7)), поэтому определенная выше динамическая игра может в рамках традиции когнитивного анализа трактоваться как «обобщенная когнитивная игра» (см. таблицу во Введении).

Сделав маленькое отступление, подчеркнем, что даже в отсутствии игровой составляющей (при управлениях, выбираемых одним управляющим органом) изучение управляемой динамической системы (7) представляет собой самостоятельную задачу, составляющую теории оптимального управления. Кроме того, отдельный вопрос — устойчивость, причем устойчивость как самой системы, так и решений по параметрам модели⁹ (корректность задачи и др.) [36, 37].

Итак, по большому счету, если в случае нескольких игроков отбросить содержательные интерпретации и эволюционно сложившиеся традиции, «когнитивная игра» представляет собой динамическую игру, и для когнитивного игрового моделирования можно и нужно использовать и развивать все богатство результатов, накопленное в теории динамических (и дифференциальных) игр. Так как очень во многих случаях теория динамических игр не дает возможности найти явный вид решения игры, а когнитивный анализ «привык» опираться на интуитивно прозрачные и со-

⁷ Отметим, что мы не рассматриваем управление структурой «когнитивной карты», заключающееся в изменении множества факторов (удалении или (и) добавлении факторов) и связей между ними. В том числе, и в изменении весовых функций, характеризующих эти связи.

⁸ Часть или все действия игроков могут совпадать с состояниями системы.

⁹ Приходится с сожалением признать, что в большинстве «когнитивных» приложений, выписывая систему из большого числа разностных уравнений и производя имитационное моделирование, исследователи-практики даже не задаются вопросом о том, насколько изменятся траектории, отражающие поведение моделируемой системы, при незначительном изменении параметров модели (начальных условий, значений связей между факторами и т. д., не говоря уже об изменении состава факторов и (или) связей между ними).

держательно интерпретируемые результаты, то в смысле приложений целесообразным представляется либо поиск аналитических выражений для равновесий в «когнитивных играх», либо имитационное моделирование взаимодействия активных субъектов, влияющих на ситуацию, описываемую когнитивной картой.

Введем сначала систему классификаций «когнитивных игр», а затем для одного из частных случаев сведем задачу анализа взаимодействия игроков «на когнитивной карте» к классической игре в нормальной форме.

3. КЛАССИФИКАЦИЯ «КОГНИТИВНЫХ ИГР»

Приведенное в § 2 описание динамической («когнитивной») игры является лишь одним из множества возможных. Для систематизации всего многообразия различных «когнитивных игр» введем систему их классификаций с позиций теории игр¹⁰, перечислив основания классификации и возможные значения признаков классификации¹¹.

1. Вид динамической системы. По этому основанию будем различать *линейные игры* (когда приращение значения фактора линейно зависит от значений других факторов, их приращений и «управления») и *нелинейные игры*.

2. Информированность игроков. Возможные значения признаков классификации — параметры и текущие результаты игры являются общим знанием или общее знание отсутствует. В последнем случае получаем *рефлексивные «когнитивные игры»* (см. в работе [33] описание рефлексивных игр в нормальной форме). Этот класс игр может оказаться эффективным инструментом моделирования информационного противоборства, информационных войн и др. [21, 22, 38—40]. В зависимости от того, какие параметры наблюдаемы для различных игроков, может иметь место *информационная дискриминация* некоторых игроков.

3. Наличие или отсутствие неопределенности (как симметричной, так и асимметричной — когда игроки обладают различной априорной частной информацией, и этот факт является общим знанием). Более прост детерминированный случай, в то время как, например, «когнитивные игры» с *неопределенностью* (симметричной) могут отражать си-

туации принятия решений и (или) сценарного моделирования в условиях неопределенности.

4. Дискретность или непрерывность времени. В случае зависимости факторов от действий только соответствующих игроков получаем классические *дифференциальные игры*, представляющие чрезвычайно развитое и богатое результатами направление теории игр (см. работы [10, 11, 35, 41—43] и ссылки в них).

5. Структура целевых функций игроков. Выше описан случай, когда целевая функция каждого игрока зависит от динамики всех факторов (траектории) и его собственного действия¹². Возможны обобщения, когда выигрыш каждого игрока зависит от действий всех игроков. Возможны *интегральные критерии* — когда выигрышем игрока является интеграл по времени (быть может, нормированный на продолжительность — *усредненный критерий*) от траектории и действий игроков или *терминальные критерии* — когда выигрыши игроков зависят от значений факторов в конечный момент времени. Возможно выделение для каждого из игроков собственного множества целевых факторов (см. сноску 12) и т. д.

6. Интервал времени, на котором рассматривается динамика и для которого решается задача управления. Этот интервал может быть *конечным* или *бесконечным*.

7. Структура ограничений. В сформулированной выше динамической игре присутствовали только ограничения на индивидуальные действия игроков. Дополнительно могут присутствовать и *ограничения совместной деятельности* [7, 44], или (и) индивидуальные ограничения могут задаваться конструктивно (например, в виде ограниченности тех или иных «интегралов» по времени от действий игроков).

8. Дальновидность игроков. Выше предполагалось, что в условиях полной информированности и общего знания при конечном интервале времени, на котором рассматривается динамика, игроки могут сразу выбрать вектор своих действий на все будущие периоды времени (так называемое «*программное*» принятие решений). *Дальновидность игроков*, т. е. число учитываемых ими будущих периодов, может быть меньше интервала времени, на котором рассматривается динамика. Тогда необходимо рассматривать *скользящее принятие решений*,

¹⁰ Так как «когнитивная игра» определяется как «игра на когнитивной карте», то еще одной системой классификаций «когнитивных игр» может служить классификация собственно когнитивных карт — см. краткое перечисление некоторых видов когнитивных карт § 1.

¹¹ По каждому основанию возможно выделение большего числа подклассов (числа значений признаков классификации). Можно также увеличивать и число оснований, заимствуя их из теории оптимального управления, из исследования операций и др.

¹² В когнитивном анализе принято выделять управляемые факторы (т. е. те факторы, на которые непосредственно воздействуют игроки), релаксационные факторы (те, которые изменяются только вследствие изменений других факторов, но не явных действий игроков) и целевые факторы (от значений которых зависят предпочтения игроков или лиц, оценивающих ситуацию). В общем случае множество целевых факторов может пересекаться с множеством управляемых или с множеством релаксационных факторов.



при котором игроки могут брать или не брать на себя обязательства друг перед другом о выборе определенных действий (см. модели динамических активных систем в работе [34]).

9. Моменты времени выбора игроками своих действий. В частности, возможны следующие варианты: «импульсное» управление (термин, принятый в когнитивном анализе) — когда действия игроков явно влияют на изменения факторов только в одном (как правило, в начальном) периоде или в течение нескольких первых периодов, а дальше имеет место релаксационная динамика. Управление может быть *непрерывным* — когда действия игроков явно влияют на изменения факторов в каждом периоде¹³.

10. Множества факторов, контролируемых различными игроками. В рассмотренной выше динамической игре динамика каждого фактора зависит в общем случае от действий всех игроков. В частном случае возможно выделение для каждого игрока множества непосредственно управляемых им факторов. Множества факторов, управляемых различными игроками, могут пересекаться или пересечения могут быть запрещены.

11. Последовательность ходов. Выше считалось, что в каждом периоде времени игроки принимают решения (выбирают действия) *одновременно*. Последовательность выбора агентами действий может быть различна внутри одного временного интервала — получаем в случае двух агентов *многшаговые иерархические игры* [42, 45], в случае большего числа агентов — *многшаговые многоуровневые иерархические игры* [46]. Или различные агенты могут выбирать свои действия в различные временные интервалы — получаем аналог игр в развернутой форме или *позиционных игр*.

12. Возможность образования коалиций. Принимая решения, агенты могут обмениваться информацией, договариваться о совместных действиях и перераспределении выигрышей, что приведет к *кооперативной игре* [47, 48].

Комбинируя различные значения признаков по каждому из перечисленных оснований классификации, а также выбирая тот или иной вид когнитивной карты, можно, с одной стороны, систематически перечислить различные виды «когнитивных игр». С другой стороны, любую конкретную игру можно попытаться отнести к тому или иному классу.

¹³ Естественно, в общем случае у каждого игрока может быть собственная последовательность моментов времени, в которые выбранные им действия в явном виде влияют на изменение значений тех или иных факторов.

4. ЛИНЕЙНЫЕ ИМПУЛЬСНЫЕ «КОГНИТИВНЫЕ ИГРЫ»

Рассмотрим «когнитивную игру», которая в соответствии с введенной выше классификацией:

- 1) линейная;
- 2) происходит в условиях общего знания без информационной дискриминации игроков;
- 3) детерминированная;
- 4) дискретная;
- 5) с терминальными критериями выигрыша игроков, зависящими только от значений факторов;
- 6) с бесконечным интервалом времени;
- 7) без ограничений совместной деятельности;
- 8) с программным принятием решений дальновидными игроками (число учитываемых ими будущих периодов не меньше интервала времени, на котором рассматривается динамика);
- 9) с импульсным управлением, влияющим на начальные приращения значений факторов;
- 10) с непересекающимися множествами факторов, управляемых различными игроками;
- 11) с одновременным выбором действий игроками в начальный момент времени;
- 12) с невозможностью образования коалиций.

Напомним, что под *решением игры* понимается прогнозируемый устойчивый исход взаимодействия игроков [6]. Так как «устойчивость» исхода игры (совокупность действий игроков) можно трактовать по-разному, соответственно различным трактовкам могут возникать различные типы решения (равновесия игры) — см. подробное обсуждение различных концепций равновесия в работах [5, 6, 49–51].

Предположим, что¹⁴:

13) динамика значений факторов описывается выражением (1);

14) матрица A такова, что все ее собственные значения содержатся внутри окружности единичного радиуса на комплексной плоскости;

15) множества игроков и факторов совпадают ($N = M$), и каждый игрок имеет возможность воздействовать на фактор, номер которого равен номеру этого игрока;

16) целевая функция i -го игрока $f_i: \mathcal{R}^m \rightarrow \mathcal{R}^1$ определяет размер его выигрыша в зависимости от значений всех (в общем случае) факторов, $i \in N$;

17) целевые функции игроков зависят от вектора «установившихся» значений факторов (см. выражение (7)): $f_i = f_i(Y_\infty)$, $i \in N$;

18) игроки однократно, одновременно и независимо в нулевой момент времени выбирают на-

¹⁴ Некоторые из предположений 13–20 являются частными случаями одного из предположений 1–12.

чальные значения соответствующих факторов¹⁵, т. е. обозначим условно $x_i^T = x_i(0) = y_i(0)$, $i \in N$;

19) множества допустимых действий игроков $X_i = [x_i^-, x_i^+] \subseteq \mathbb{R}^1$, где $-\infty < x_i^- \leq x_i^+ < +\infty$, $i \in N$;

20) пп. 1–19 являются общим знанием среди игроков.

Обозначим $x_i = x_i(0)$, $i \in N$, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Базовым понятием теории игр является понятие *игры Γ в нормальной форме* [6, 51], которая задается перечислением множества игроков N (принимающих решения однократно, одновременно и независимо в условиях общего знания), множеств их допустимых действий $(x_i \in X_i)_{i \in N}$ и целевых функций $(F_i(x))_{i \in N}$, т. е.: $\Gamma = \{N, (x_i \in X_i)_{i \in N}, (F_i(x))_{i \in N}\}$.

Одна и та же игра в нормальной форме может «порождать» множество других игр различных типов. Например, отказываясь от предположения о наличии общего знания и вводя структуру информированности игроков I — см. подробности в работе [33], получаем *рефлексивную игру*: $\Gamma_I = \{N, (x_i \in X_i)_{i \in N}, (F_i(x))_{i \in N}, I\}$.

Если предположить, что выигрыши игроков зависят от значений факторов, которые, в свою очередь, зависят (эта зависимость определяется когнитивной картой C — см. выражения (1), (3) и (6)) от действий игроков, т. е. $F_i(x) = f_i(\infty Bx)$, $i \in N$, то получим «когнитивную игру»: $\Gamma_C = \{N, (x_i \in X_i)_{i \in N}, (F_i(x))_{i \in N}, C\}$.

К игре Γ_C уже можно применить весь богатый инструментарий, накопленный в теории игр.

Отметим, что, базируясь на одной и той же игре Γ в нормальной форме, можно, варьируя структуры информированности (когнитивные карты), построить множество рефлексивных (соответственно — когнитивных) игр.

«Когнитивную игру» Γ_C , удовлетворяющую свойствам 1–20, назовем *линейной импульсной «когнитивной игрой»*. Рассмотрим в качестве иллюстрации частный случай, когда предпочтения игроков линейны: $f_i(Y_\infty) = \sum_{j \in N} \gamma_{ij} Y_{\infty j}$, т. е.

$$F_i(x) = \sum_{j \in N} \sum_{k \in N} \gamma_{ij} q_{jk} x_k, \quad (8)$$

где $\{\gamma_{ij}\}$ — известные константы, причем без потери общности можно считать, что $X_i = [0; 1]$, $i \in N$.

¹⁵ Такая модель условно может рассматриваться как импульсная, поскольку если, как предполагалось выше, $y_j(t) = 0$, $t < 0$, то $p_j(0) = y_j(0)$, $j \in M$.

В линейных системах типа (8) в рамках предположения 19 у каждого игрока существует *доминантная стратегия* (т. е., действие, максимизирующее его целевую функцию независимо от игровой обстановки — действий других игроков [6]):

$$x_i^D = \text{sign}(\alpha_{ii}), \text{ где } \alpha_{ik} = \sum_{j \in N} \gamma_{ij} q_{jk}, \quad i, k \in N, \quad \text{sign}(z) = \begin{cases} 1, & z \geq 0 \\ 0, & z < 0 \end{cases}.$$

Обозначим $\beta_j = \sum_{i \in N} \alpha_{ij}$. Тогда суммарный выигрыш агентов (*критерий Бентама* в экономике общественного благосостояния [4])

$$\sum(x) = \sum_{j \in N} \beta_j x_j. \quad (9)$$

Парето-оптимальное (доставляющее максимум выражению (9)) действие i -го игрока есть

$$x_i^P = \text{sign}(\beta_i), \quad i \in N.$$

Если $\forall i \in N \text{ sign}(\alpha_{ii}) = \text{sign}(\beta_i)$, то равновесие в доминантных стратегиях эффективно по Парето. Если $\exists i \in N: \text{sign}(\alpha_{ii}) \neq \text{sign}(\beta_i)$, то требуется согласование интересов игроков. Если между игроками допустимы взаимные платежи, то можно найти условия (ограничения на систему взаимных платежей), при выполнении которых удастся согласовать интересы игроков (см. подробности в работах [7, 52]).

5. ВОЗМОЖНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАЗВИТИЯ МОДЕЛИ

Линейная импульсная «когнитивная игра» описана в рамках предположений 1–20. Возможным направлениям развития модели соответствует ослабление или изменение вводимых предположений. Изменение одного или нескольких предположений 1–12 приведет к принципиально новой модели (см. Заключение), а модификация предположений с тринадцатого по девятнадцатое — к «локальному» изменению модели линейной импульсной «когнитивной игры».

Например, предположение 15 можно модифицировать, предположив, что $n \leq m$ и задано разбиение $\{N_i\}_{i \in N}$ множества M , т. е. $N_i \cap N_j = \emptyset$, $j \neq i$, $i, j \in N$, $\bigcup_{i \in N} N_i = N$ (содержательно, N_i — множество факторов, контролируемых i -м игроком), $i \in N$. Можно также допустить, что на один фактор могут воздействовать несколько игроков (правда, пока не ясно, как в общем случае формализовать такое воздействие). Или считать, что есть управляемые игроками факторы, а есть релаксацион-



ные. Или модифицировать предположение 16, сузив и (или) «персонифицировав» множества целевых факторов, или допустив, что предпочтения агентов — нечеткие и имеют иерархическую структуру (см. работу [19]). Или изменить предположение 18, задав начальное состояние и считая, что игроки выбирают начальные импульсы, и т. д.

Перспективным также представляется усложнение предположения 17. Первый шаг — ввести затраты на выбор того или иного первоначального изменения значения фактора, а также добавить нелинейность — например, выигрыш в виде индикаторных функций окрестностей желаемой ситуации (когда, «попадая» в окрестность некоторой целевой точки, игроки получают фиксированные выигрыши, а «промахиваясь», не получают никакого выигрыша).

И так далее — можно легко сгенерировать множество различных вариантов (выбор конкретного варианта должен диктоваться, в значительной степени, содержательными соображениями) и исследовать их аналитически и (или) «тестировать» их на имитационных моделях.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы попытались посмотреть на когнитивные модели в смысле игрового взаимодействия участников ситуации. Наверное, не стоит настаивать на использовании термина «когнитивная игра» (так как имеется более общий термин «динамическая игра» — см. обсуждение во Введении). Однако в ряде научных направлений это понятие позволяет корректно определить предмет и аппарат исследования¹⁶. Вспомним, что широко распространенный в когнитивном анализе термин «когнитивная карта» не является самодостаточным, так как когнитивная карта — частный случай динамической системы (сравните выражения (1) и (7)). Тем не менее, все чаще под когнитивной моделью понимают (по крайней мере, специалисты по математическому моделированию) именно когнитивную карту. Другими словами, наличие для «когнитивных игр» самостоятельного «места под солнцем» обосновывается простотой и богатством качественных содержательных интерпретаций результатов анализа динамики процессов, описываемых когнитивной картой и

¹⁶ Для специалистов по теории игр образование термина «когнитивная игра», наверное, естественно, так как эта игра получается посредством расширения канонической игры в нормальной форме путем добавления когнитивной карты, отражающей связь между действиями игроков и переменными, от которых зависят их выигрыши. Для специалистов по когнитивному анализу более привычным и интуитивно корректным будет, наверное, термин «игра на когнитивной карте».

происходящих под влиянием решений, принимаемых заинтересованными субъектами.

Рассмотрение «когнитивных игр» представляется полезным как для когнитивного анализа (благодаря применению теоретико-игрового аппарата расширяются возможности корректного описания взаимодействия активных субъектов), так и для теории игр (применение когнитивных моделей дает возможность рассматривать слабо формализуемые и описываемые на качественном уровне ситуации).

Полученные в настоящей работе результаты, заключающиеся, по сути, в корректном сведении линейной импульсной «когнитивной игры» к классической игре в нормальной форме (см. § 5), представляются более чем скромными. Тем более грандиозными на их фоне видятся такие перспективные задачи будущих исследований, как теоретическое изучение и практическое применение моделей «когнитивных игр», перечисленных в § 2: нелинейных, рефлексивных, иерархических, кооперативных, описывающих принятие качественных решений (на основе нечетких и (или) вероятностных и (или) функциональных когнитивных карт) в условиях неопределенности.

Наряду с теоретическим исследованием аналитических решений «когнитивных игр» чрезвычайно актуальным представляется имитационное когнитивное моделирование динамики факторов как результата взаимодействия активных субъектов, влияющих на ситуацию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воробьев Н.Н. Теория игр для экономистов-кибернетиков. — М.: Наука, 1985. — 272 с.
2. Shubik M. Game Theory in the Social Sciences: Concepts and Solutions. — Massachusetts: MIT Press, 1982. — 514 p.
3. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. — М.: Мир, 1991. — 464 с.
4. Mas-Colell A., Whinston M.D., Green J.R. Microeconomic Theory. — N.-Y.: Oxford Univ. Press, 1995. — 981 p.
5. Myerson R.B. Game Theory: Analysis of Conflict. — London: Harvard Univ. Press, 1997. — 584 p.
6. Губко М.В., Новиков Д.А. Теория игр в управлении организационными системами. — М.: СИНТЕГ, 2002. — 148 с.
7. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. — М.: Физматлит, 2007. — 584 с.
8. Горелик В.А., Кононенко А.Ф. Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. — М.: Радио и связь, 1982. — 144 с.
9. Робертс Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. — М.: Наука, 1986. — 496 с.
10. Вайсборд Э.М., Жуковский В.И. Введение в дифференциальные игры нескольких лиц и их приложения. — М.: Советское радио, 1980. — 304 с.
11. Жуковский В.И., Салуквадзе М.Е. Некоторые игровые задачи управления и их приложения. — Тбилиси: Мецниереба, 1998. — 462 с.

12. *Абрамова Н.А.* О развитии когнитивного подхода к управлению слабоструктурированными объектами и ситуациями // Тр. VII междунар. конф. «Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций». — М.: ИПУ РАН, 2007. — С. 9—15.
13. *Tolman E.* Cognitive Maps in Rats and Men // *Psychological Review*. — 1948. — N 55. — P. 189—208.
14. *Корноушенко Е.К., Максимов В.И.* Структуризация целенаправленного взаимодействия участников в сложных ситуациях // Тр. I-й междунар. конф. «Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций». — М.: ИПУ РАН, 2001. — С. 118—135.
15. *Корноушенко Е.К.* Моделирование ситуаций с использованием «расщепленных» когнитивных карт // Тр. VII-й междунар. конф. «Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций». — М.: ИПУ РАН, 2007. — С. 137—141.
16. *Кубрякова Е.С.* О когнитивной лингвистике и семантике термина «когнитивный» // Вестник ВГУ / Сер. «Лингвистика и межкультурная коммуникация». — 2001. — № 1. — С. 4—10.
17. *Кузнецов О.П., Кулинич А.А., Марковский А.В.* Анализ влияний при управлении слабоструктурированными ситуациями на основе когнитивных карт // Человеческий фактор в управлении. — М.: КомКнига, 2006. — С. 311—344.
18. *Кулинич А.А.* Выбор сторонников в неструктурированных конфликтных ситуациях (когнитивный подход) // Тр. междунар. конф. «Интеллектуальное управление: новые интеллектуальные технологии в задачах управления» (ICIT'99). Переславль-Залесский, 6—9 декабря 1999 г. (www.raai.org/library).
19. *Кулинич А.А., Титова Н.С.* Интеграция нечетких моделей динамики и оценивания ситуаций // Тр. V-й междунар. конф. «Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций». — М.: ИПУ РАН, 2005. — С. 107—117.
20. *Кулинич А.А.* Систематизация когнитивных карт и методов их анализа / Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций // Тр. VII-й междунар. конф. «Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций». — М.: ИПУ РАН, 2007. — С. 50—56.
21. *Методы формирования сценариев развития социально-экономических систем* / В.В. Кульба, Д.А. Кононов, С.А. Косяченко, А.Н. Шубин. — М.: СИНТЕГ, 2004. — 296 с.
22. *Информационная безопасность систем информационного управления* / В.В. Кульба и др. — М.: Наука, 2006. — Т. 1. — 496 с.; Т. 2. — 438 с.
23. *Максимов В.И.* Структурно-целевой анализ развития социально-экономических ситуаций // Проблемы управления. — 2005. — № 3. — С. 30—38.
24. *Нижегородцев Р.М., Грибова Е.Н.* Сценарный подход в задачах экономического прогнозирования // Теоретические основы и модели долгосрочного макроэкономического прогнозирования. — М.: МФК, 2004. — С. 205—295.
25. *Axelrod R.* The Structure of Decision: Cognitive Maps of Political Elite. — Princeton: Princeton University Press, 1976. — 404 p.
26. *Когнитивный подход в управлении* / З.К. Авдеева, С.В. Коврига, Д.И. Макаренко, В.И. Максимов // Проблемы управления. — 2007. — № 3. — С. 2—8.
27. *Нижегородцев Р.М.* Информационная экономика. Кн. 3. Взгляд в Зазеркалье: технико-экономическая динамика кризисной экономики России. — М.: МГУ, 2002. — 170 с.
28. *Горелова Г.В.* Позиционные игры на взаимодействующих когнитивных моделях // Тр. VI междунар. Конф. «Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций». — М.: ИПУ РАН, 2006. С. 185—191.
29. *Горелова Г.В.* Модели задач принятия решений на иерархических динамических когнитивных картах взаимодействия сложных систем // Там же. — С. 163—172.
30. *Тулупьев А.Л., Николенко С.И., Сироткин А.В.* Байесовские сети. Логико-вероятностный подход. — М.: Наука, 2006. — 607 с.
31. *Kosko B.* Fuzzy Cognitive Maps // *International Journal of Man-Machine Studies*. — 1986. — Vol. 1. — P. 65—75.
32. *Юдицкий С.А., Мурадян И.А., Желтова Л.В.* Моделирование динамики развития конфигураций организационных систем на основе сетей Петри и графов приращений // Проблемы управления. — 2007. — № 6. — С. 26—34.
33. *Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г.* Рефлексивные игры. — М.: СИНТЕГ, 2003. — 160 с.
34. *Новиков Д.А., Шохина Т.Е.* Механизмы управления динамическими активными системами. — М.: ИПУ РАН, 2002. — 124 с.
35. *Петросян Л.А., Томский Г.В.* Динамические игры и их приложения. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1982. — 252 с.
36. *Малинецкий Г.Г.* Хаос. Структуры. Вычислительный эксперимент: введение в нелинейную динамику. — М.: Наука, 1997. — 255 с.
37. *Молодцов Д.А.* Устойчивость принципов оптимальности. — М.: Наука, 1987. — 280 с.
38. *Лефевр В.А.* Конфликтующие структуры. — М.: Советское радио, 1973. — 158 с.
39. *Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г.* Прикладные модели информационного управления. — М.: ИПУ РАН, 2004. — 130 с.
40. *Таран Т.А., Шемаев В.Н.* Метод моделирования рефлексивного управления на основе когнитивных карт // Тр. IV междунар. конф. «Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций». — М.: ИПУ РАН, 2004. — С. 132—139.
41. *Айзекс Р.* Дифференциальные игры. — М.: Мир, 1967. — 480 с.
42. *Горелик В.А., Горелов М.А., Кононенко А.Ф.* Анализ конфликтных ситуаций в системах управления. — М.: Радио и связь, 1991. — 288 с.
43. *Красовский Н.Н., Субботин А.И.* Позиционные дифференциальные игры. — М.: Наука, 1974. — 456 с.
44. *Гермейер Ю.Б.* Игры с противоположными интересами. — М.: Наука, 1976. — 327 с.
45. *Кононенко А.Ф., Халезов А.Д., Чумаков В.В.* Принятие решений в условиях неопределенности. — М.: ВЦ АН СССР, 1991. — 211 с.
46. *Новиков Д.А.* Сетевые структуры и организационные системы. — М.: ИПУ РАН, 2003. — 102 с.
47. *Губко М.В.* Механизмы управления организационными системами с коалиционным взаимодействием участников. — М.: ИПУ РАН, 2003. — 118 с.
48. *Оуэн Г.* Теория игр. — М.: Мир, 1971. — 230 с.
49. *Вилкас Э.Й.* Оптимальность в играх и решениях. — М.: Наука, 1990. — 256 с.
50. *Данилов В.И.* Лекции по теории игр. — М.: Российская экономическая школа, 2002. — 140 с.
51. *Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семин Е.А.* Теория игр. — М.: Высшая школа, 1998. — 304 с.
52. *Новиков Д.А.* Механизмы стимулирования как инструмент согласования интересов // Управление инновациями и стратегия инновационного развития России: Сб. научн. тр. — М.: Доброе слово, 2007. — С. 43—55.

☎ (495) 334-75-69, e-mail: novikov@ipu.ru

Статья представлена к публикации членом редколлегии
О.П. Кузнецовым. □

КОНТРОЛИРУЮЩИЕ ФУНКЦИОНАЛЫ В ЗАДАЧЕ СТАБИЛИЗАЦИИ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ¹

Н.О. Седова

Ульяновский государственный университет

Рассмотрена задача стабилизации управляемых систем, описываемых нелинейными функционально-дифференциальными уравнениями запаздывающего типа. Для построения стабилизирующего управления применяются так называемые контролирующие вспомогательные функционалы, свойства которых позволяют установить возможность стабилизации и в некоторых случаях построить стабилизирующие законы управления в явном виде. Обсуждены «обратная оптимальность» и робастность построенных управлений.

ВВЕДЕНИЕ

Построение законов управления с заданными свойствами представляет собой одну из наиболее трудных задач в нелинейном случае. Метод Ляпунова, широко применяемый для исследования устойчивости нелинейных систем, в последние годы получил новый импульс распространения в теории управления благодаря так называемой контролирующей функции Ляпунова (КЛФ — от англ. CLF — control Lyapunov function, см., например, работы [1—9]). Если существует КЛФ, то существует и непрерывный закон управления, такой, что положение равновесия управляемой системы глобально асимптотически устойчиво; при этом для линейной по управлению системы соответствующий закон можно в явном виде выразить через КЛФ. Кроме того, полученное управление оказывается оптимальным по отношению к некоторому функционалу качества, определяемому по данной КЛФ. Это свойство управления играет важную роль в установлении робастности замкнутой системы, что послужило поводом для рассмотрения так называемой *обратной задачи оптимального управления* [3, 6, 7], когда по заданному закону управления требуется определить минимизируемый на этом

управлении функционал качества. Эта проблема рассматривалась отечественными авторами как составная часть задачи синтеза стабилизирующего управления, в том числе оптимального по отношению к некоторому функционалу либо гарантирующего его априорную оценку (см., например, работы [10—13]).

В данной работе рассматриваются особенности применения КЛФ к функционально-дифференциальным уравнениям с конечным запаздыванием, а также возможные пути развития этого метода в направлении ослабления требований к КЛФ. Полученные утверждения и формулы развивают и обобщают ряд результатов из работ [4—6, 14, 15].

1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

В работе используются следующие обозначения: R^n — действительное n -мерное пространство с нормой $|\cdot|$, $r > 0$ — фиксированная постоянная, C — пространство $C([-r, 0], R^n)$ функций φ с нормой $\|\varphi\| = \max_{-r \leq s \leq 0} |\varphi(s)|$ и для $M > 0$ определяется шар $C_M = \{\varphi \in C: \|\varphi\| < M\}$. Если $a > 0$, $x \in C([-r, a], R^n)$ и $t \in [0, a)$, то $x_t \in C: x_t(s) = x(t + s)$, $s \in [-r, 0]$. Непрерывная скалярная функция α принадлежит классу \mathcal{K} , если она строго возрастает и $\alpha(0) = 0$; α

¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект N 05-01-00765, и программы «Ведущие научные школы», проект НШ-6667.2006.1.

принадлежит классу \mathcal{K}_∞ , если вдобавок $\alpha(u) \rightarrow \infty$ при $u \rightarrow \infty$.

Рассматривается нелинейная система с запаздыванием вида

$$\dot{x}(t) = f(x_t) + g(x_t)u, \quad (1)$$

где функционалы $f, g \in C(\mathbf{C}, R^n)$ ограничены на ограниченных множествах, $u \in R$ — управление, и $f(0) = 0$, так что при отсутствии управления система допускает нулевое решение. Требуется построить управление в виде $u(t) = k(x_t)$ так, что решение $x = 0$ системы (1) (глобально) асимптотически устойчиво (такое управление будем называть стабилизирующим).

Для изложения идеи построения рассмотрим сначала систему без запаздывания:

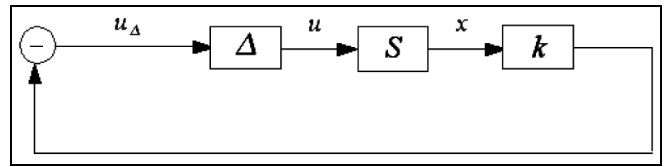
$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad (1')$$

где $f, g \in C(R^n, R^n)$, $f(0) = 0$.

Пусть $V(x)$ — непрерывно дифференцируемая функция со значениями в $R^+ = [0, +\infty)$, $V(x) \geq \beta(|x|)$ для некоторой $\beta \in \mathcal{K}_\infty$. Обозначим $L_f V = \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^T f$, $L_g V = \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^T g$ и предположим, что $\inf_{u \in R} \{L_f V + L_g V u\} < 0$ для всех $x \neq 0$. В этом случае $V(x)$ называется *контролирующей функцией Ляпунова* [1, 3, 9].

Определим управление в виде $k(x) = \operatorname{argmin}_{u \in R} \{|u|: L_f V + L_g V u \leq -\sigma(|x|)\}$ для некоторой $\sigma \in \mathcal{K}$. Тогда производная функции V в силу системы (1') отрицательно определена, и нулевое решение системы (1') (глобально) равномерно асимптотически устойчиво.

В зависимости от выбора «параметра» σ получаются различные законы управления. Известно, что каждой КЛФ соответствует какой-нибудь функционал качества, по отношению к которому она удовлетворяет уравнению Беллмана, а соответствующее управление $u = k(x)$ оптимально [3]. При этом управление $k(x)$ вычисляется непосредственно из функций V, f и g (уравнение Беллмана не используется). Это свойство получило название «обратной оптимальности» [3, 5, 7] и замечательно тем, во многих случаях гарантирует не только глобальную равномерную асимптотическую устойчивость для исследуемой системы, но и сохранение этого свойства в случае наличия неопределенности на входе системы, т. е. робастность управления. Понятие робастности по отношению к входным неопределенностям трактуется здесь следующим образом: пусть номинальная система S описывает-



Структурная схема системы с неопределенностью Δ на входе

ся уравнением (1'), рассмотрим систему с неопределенностью на входе (см. рисунок):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u, \\ u_\Delta &= -k(x), \\ \dot{z} &= p(t, z, u_\Delta), \\ u &= h(t, z, u_\Delta). \end{aligned} \quad (1'')$$

Если стабилизирующее управление $u = -k(x)$ оптимально по отношению к функционалу качества вида $J = \int_0^\infty (q(x) + u^2) dt$, то устойчивость системы

(1'') сохраняется для некоторого класса неопределенностей I . Этот класс включает в себя все неопределенности, удовлетворяющие неравенству $\dot{W}_\Delta(z) \leq u_\Delta u - \frac{1}{2} u_\Delta^2$ для некоторой неотрицательной функции $W_\Delta(z)$. В качестве простейших примеров неопределенностей класса I (неравенство выполняется при $W_\Delta \equiv 0$) можно привести следующие:

- неизвестный коэффициент при номинальном управлении $k \in (1/2, +\infty)$;
- будем говорить, что функция $\Phi: R \times R^+ \rightarrow R$ принадлежит сектору (c_1, c_2) , если $c_1 s^2 < s\Phi(s, t) < c_2 s^2$ для всех $s \neq 0$ и $t \geq 0$; тогда «статическая неопределенность», заданная соотношением $u = \Phi(u_\Delta, t)$, принадлежит классу I , если для нее $(c_1, c_2) \subset (1/2, +\infty)$.

2. КОНТРОЛИРУЮЩИЕ ФУНКЦИОНАЛЫ

Для исследования устойчивости систем с запаздыванием применяются как функции Разумихина [16], так и функционалы Красовского [17] — отсюда получаем два различных варианта распространения изложенной идеи на управляемые системы с запаздыванием.

Здесь мы рассмотрим случай функционала $V: \mathbf{C} \rightarrow R^+$. Для вычисления производной функционала вдоль решений системы (1) используем понятие инвариантной производной [15]. Представим функцию $\varphi \in \mathbf{C}$ в виде пары $(\varphi(0), \psi)$, где $\psi(s) = \varphi(s)$ при $s \in [-r, 0)$. Эту пару мы можем рассматривать как элемент пространства $\hat{\mathbf{C}} = \{(x, \psi) \in$



$\in R^n \times C([-r, 0), R^n): \psi(0-) = x$, изометричного \mathbf{C} .

Для простоты обозначений будем считать $\hat{\mathbf{C}}$ и \mathbf{C} тождественными. Определим для функции $\varphi \in \mathbf{C}$ непрерывные продолжения вправо на $[0, \Delta)$: $\Phi(s) = \varphi(s)$, $s \in [-r, 0]$, $\Phi(s) \in C([0, \Delta), R^n)$, и пусть

$$\Psi_\varphi(z, y) = V(\varphi(0) + z, \psi_y),$$

где $z \in R^n$, $y > 0$, $\psi_y = \{\Phi(y + s), s \in [-r, 0)\}$.

Предположим теперь, что функционал $V(\varphi) \equiv V(\varphi(0), \psi)$ можно продолжить на множество $R^n \times Q([-r, 0), R^n)$, где $Q([-r, 0), R^n)$ — множество кусочно-непрерывных функций. Тогда для него можно определить n частных производных по $\varphi_i(0)$, образующих вектор $\frac{\partial V}{\partial \varphi(0)}$, и частную производную по функциональной составляющей $\partial_\psi V$:

$$\frac{\partial V(\varphi)}{\partial \varphi(0)} = \frac{\partial}{\partial z} \Psi_\varphi(0, +0), \quad \partial_\psi V(\varphi) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial}{\partial y} \Psi_\varphi(0, +0).$$

Например, для $V(\varphi) = \sum_{i=1}^n \left(\varphi_i^2(0) + \int_{-r}^0 \varphi_i^2(s) ds \right)$

имеем $\frac{\partial V}{\partial \varphi(0)} = (2\varphi_1(0), \dots, 2\varphi_n(0))$, $\partial_\psi V = \sum_{i=1}^n (\varphi_i^2(0) - \varphi_i^2(-r))$.

Если функция Ψ непрерывна в нуле и предельное значение не зависит от продолжения Φ , то функционал V — инвариантно непрерывен, а если инвариантно непрерывны его частные производные, то он инвариантно дифференцируем [15].

Далее будем предполагать, что функционал V инвариантно дифференцируем во всем пространстве \mathbf{C} (это предположение выполняется для большинства функционалов, традиционно используемых при исследовании устойчивости). В этом случае производная функционала V в силу системы (1)

$$\dot{V}_{(1)}(\varphi) = \left(\frac{\partial V(\varphi)}{\partial \varphi(0)} \right)^T (f(\varphi) + g(\varphi)u) + \partial_\psi V(\varphi).$$

Положим $L_f V(\varphi) = \left(\frac{\partial V(\varphi)}{\partial \varphi(0)} \right)^T f(\varphi) + \partial_\psi V(\varphi)$, $L_g V(\varphi) = \left(\frac{\partial V(\varphi)}{\partial \varphi(0)} \right)^T g(\varphi)$.

Предположим теперь, что существует *контролирующий функционал Ляпунова—Красовского* (КЛКФ), согласно следующему определению.

Определение 1 [4]. Функционал $V: \mathbf{C} \rightarrow R^+$ является КЛКФ для системы (1), если существуют такие функции $\alpha \in \mathcal{K}$, $\beta_1, \beta_2 \in \mathcal{K}_\infty$, что для всех $\varphi \in \mathbf{C}$

$$\beta_1(|\varphi(0)|) \leq V(\varphi) \leq \beta_2(\|\varphi\|), \\ L_g V(\varphi) = 0 \Rightarrow L_f V(\varphi) \leq -\alpha(|\varphi(0)|). \spadesuit$$

3. ПОСТРОЕНИЕ СТАБИЛИЗИРУЮЩИХ УПРАВЛЕНИЙ. ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Для обыкновенных дифференциальных уравнений с известной КЛФ существует ряд «универсальных формул» стабилизирующих управлений [7]. Некоторые из них применимы и к системам с запаздыванием. Например, аналог самой распространенной в литературе «универсальной формулы» [9] для системы (1) имеет вид [4]:

$$u_S(\varphi) = -K_S(\varphi)L_g V(\varphi), \tag{2}$$

$$\text{где } K_S(\varphi) = \begin{cases} \frac{L_f V(\varphi) + \sqrt{(L_f V(\varphi))^2 + (L_g V(\varphi))^4}}{(L_g V(\varphi))^2}, \\ L_g V(\varphi) \neq 0; \\ 0, & L_g V(\varphi) = 0. \end{cases}$$

Другая известная формула [2, 11] для системы (1) принимает вид [6]:

$$u_F(\varphi) = -K_F(\varphi)L_g V(\varphi), \tag{3}$$

$$\text{где } K_F(\varphi) = \begin{cases} \frac{L_f V(\varphi) + \alpha(|\varphi(0)|)}{(L_g V(\varphi))^2}, \\ L_f V(\varphi) + \alpha(|\varphi(0)|) > 0; \\ 0, & L_f V(\varphi) + \alpha(|\varphi(0)|) \leq 0. \end{cases}$$

Заметим, что управление $u_S(\varphi)$ непрерывно, если V удовлетворяет *условию малого управления* [4, 9]: для любого $\varepsilon > 0$ существует $\delta(\varepsilon) > 0$ такое, что для всех $\varphi \in \mathbf{C}_\delta$ и некоторого $u: |u| < \varepsilon$ выполняется $L_f V + L_g V u < 0$. Если в формуле (2) заменить $(L_g V)^4$ на $(L_g V)^2$ (такая модификация часто используется), то управление $u_S(\varphi)$ может оказаться разрывным в нуле.

Третья известная формула имеет вид $u_D(\varphi) = -K_D(\varphi)L_g V(\varphi)$, где функция $K_D(\varphi) = \gamma(V(\varphi))$, $\gamma \in C(R^+, (0, +\infty))$ — такая, что $\lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T \gamma(s) ds = \infty$. Для

того, чтобы управление u_D было стабилизирующим, нужно, чтобы $L_f V - \gamma(V)(L_g V)^2 < 0$. Существуют, однако, уравнения (в том числе и без запаздывания) и КЛФ такие, что это неравенство не может выполняться при всех значениях аргумента, независимо от выбора γ . Например, КЛФ $V(x) = x^2/2$ и уравнение $\dot{x}(t) = x^3(t) + x^2(t)u$. Чтобы избежать

таких проблем, потребуем, чтобы для каждого $\Delta > 0$ выполнялось условие [4, 5]

$$\frac{L_f V}{(L_g V)^2} < c(\Delta) \text{ при } L_g V \neq 0, \varphi \in \mathbf{C}_\Delta. \quad (4)$$

Для уравнения с запаздыванием характерна еще одна особенность: функционал $V(\varphi)$ может оставаться ограниченным при неограниченном возрастании нормы $\|\varphi\|$; это приводит к тому, что коэффициент $\gamma(V(\varphi))$ не обязательно гарантирует глобальную устойчивость. Например, для уравнения $\dot{x}(t) = x(t) + \frac{1}{1+x^2(t-\tau)}$ и функционал $V(\varphi) = \frac{1}{2}\varphi^2(0)$ является КЛКФ, но независимо от выбора коэффициента $\gamma(\cdot)$ производная $\dot{V}(\varphi) = \varphi^2(0) - \gamma(\varphi^2(0)) \times \frac{\varphi^2(0)}{(1+\varphi^2(-\tau))^2}$ положительна при достаточно большом значении $|\varphi(-\tau)|$. Однако можно установить *полуглобальную асимптотическую устойчивость*, предположив, что начальные точки решений содержатся в шаре \mathbf{C}_M для некоторого (произвольно большого) $M > 0$. В этом случае, если выполняется условие (4), то управление $u_D(\varphi)$ обеспечивает асимптотическую устойчивость нулевого решения для некоторой функции $\gamma(\cdot)$ (зависящей в общем случае от M) [4].

Рассмотрим теперь для законов управления, построенных по формулам (2) и (3), задачу «обратной оптимальности». Минимизируемый функционал будем искать в виде

$$J = \int_0^\infty (q(x_t) + p(x_t)u^2(t))dt, \quad (5)$$

где функции $q(\varphi) \geq 0$ и $p(\varphi) > 0$ выражаются через заданный КЛКФ V и функционалы f и g .

Запишем уравнение Беллмана [15]:

$$0 = \min_{u \in R} \{q(\varphi) + p(\varphi)u^2 + L_f V(\varphi) + L_g V(\varphi)u\} = q(\varphi) + L_f V(\varphi) - \frac{(L_g V(\varphi))^2}{4p(\varphi)}. \quad (6)$$

Если равенства (6) выполняются для некоторых $V(\varphi)$ и $u(\varphi)$, то управление $u(\varphi)$ — оптимальное по отношению к функционалу (5), а $V(\varphi)$ — функционал Беллмана, т. е. минимум функционала (5) вдоль решений системы (1) с начальной точкой φ (по всевозможным управлениям) равен $V(\varphi)$. На основе этих свойств доказываются следующие результаты (доказательства их довольно несложные и в целях уменьшения объема статьи опускаются).

Теорема 1. Пусть $V(\varphi)$ — КЛКФ, функционалы $K_S(\varphi)$ и $K_F(\varphi)$ определяются соответственно формулами (2) и (3). Тогда если выполняется условие (4), то управление

$$\hat{u}_S(\varphi) = -\hat{K}_S(\varphi)L_g V(\varphi) := -(c_0 + K_S(\varphi))L_g V(\varphi) \quad (c_0 \geq 0)$$

стабилизирует нулевое решение системы (1) и минимизирует функционал (5), в котором

$$p_S(\varphi) = (2\hat{K}_S(\varphi))^{-1}, \\ q_S(\varphi) = \frac{1}{2}(-L_f V(\varphi) + \sqrt{(L_f V(\varphi))^2 + (L_g V(\varphi))^4} + c_0(L_g V(\varphi))^2),$$

а для управления $\hat{u}_F(\varphi) = -\hat{K}_F(\varphi)L_g V(\varphi) := -(c_0 + 2K_F(\varphi))L_g V(\varphi)$ функционалы с теми же свойствами определяются формулами

$$p_F(\varphi) = 2(\hat{K}_F(\varphi))^{-1}, \\ q_F(\varphi) = \max\{-L_f V(\varphi), \alpha(\varphi)\} + \frac{1}{2}c_0(L_g V(\varphi))^2. \spadesuit$$

Заметим, что модификации формул (2) и (3), а также требование (4), связаны с необходимостью гарантировать ограниченность и неотрицательность функций $p(\varphi)$ и $q(\varphi)$.

Теорема 2. Предположим, что:

1) $u(\varphi) = -\frac{1}{2p(\varphi)}L_g V(\varphi)$ — глобально стабилизирующее для системы (1) управление, оптимальное относительно функционала (5), где V — КЛКФ для системы (1);

2) функционал $1/p(\varphi)$ ограничен на множествах \mathbf{C}_a для всех $a > 0$;

3) функция $\gamma \in C(R^+, (0, +\infty))$ удовлетворяет неравенству $\gamma(V(\varphi)) \geq 1/p(\varphi)$.

Тогда управление $\hat{u}_D(\varphi) = -\frac{1}{2}\gamma(V(\varphi))L_g V(\varphi)$ является стабилизирующим и оптимальным по отношению к функционалу вида (5), в котором

$$p_D(\varphi) = 1, \\ q_D(\varphi) = \gamma(V(\varphi))\left(\frac{1}{4}\gamma(V(\varphi))(L_g V(\varphi))^2 - L_f V(\varphi)\right),$$

при этом функционал Беллмана равен $\bar{V}(\varphi) = \int_0^\infty \gamma(s)ds. \spadesuit$

Заметим, что при условии (4) управление $\hat{u}_D(\varphi)$ будет оптимальным и стабилизирующим с об-



ластью притяжения C_a также и для коэффициента $\gamma(\cdot) \geq 2(2c + 1)$, где $c = c(a)$ — оценка из условия (4).

На основе представленных законов управления можно рассмотреть также и «прямую» задачу оптимальной стабилизации, т. е. построения стабилизирующего управления, минимизирующего функционал вида (5) с заданными функциями $q(\varphi) \geq 0$ и $p(\varphi) > 0$.

Рассмотрим закон управления $u_{qp}(\varphi) = -K_{qp}(\varphi)L_g V(\varphi)$, где

$$K_{qp}(\varphi) = \begin{cases} \frac{L_f V(\varphi) + \sqrt{(L_f V(\varphi))^2 + \frac{q(\varphi)}{p(\varphi)}(L_g V(\varphi))^2}}{(L_g V(\varphi))^2}, & L_g V(\varphi) \neq 0; \\ 0, & L_g V(\varphi) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Нетрудно убедиться, что если функционал $u_{qp}(\varphi)$ непрерывен, то данный закон управления — глобально стабилизирующий. Кроме того, справедлива

Теорема 3. *Предположим, что $V(\varphi)$ — КЛКФ для системы (1), $\bar{V}(\varphi)$ — функционал Беллмана для функционала (5) (т. е. удовлетворяет уравнению (6)). Тогда если для некоторой функции $\beta \in K$ справедливо $V = \beta(\bar{V})$, то $u_{qp}(\varphi)$ — оптимальное относительно функционала (5). ♦*

Нетрудно получить также следующий результат о робастности:

Теорема 4. *Управление $u^r(t, \varphi) = \Phi(u(t, \varphi), t)$ является стабилизирующим для системы (1), если управление $u(t, \varphi)$ совпадает с любым из управлений u_S, \hat{u}_S или u_{qp} , а функция Φ принадлежит сектору $(1/2, +\infty)$. Управление $u^r_F(t, \varphi) = \Phi(u_F(t, \varphi), t)$ является стабилизирующим для системы (1), если функция Φ принадлежит сектору $(1, +\infty)$. ♦*

Приведенные результаты обобщаются на случай $u \in R^m, 1 < m \leq n$: в этом случае $L_g V$ есть вектор-столбец размерности m , а $p(\varphi)$ в интеграле (5) — матрица размера $m \times m$.

Пример 1. Рассмотрим линейную систему с квадратичным критерием качества:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_r x(t-r) + \int_{-r}^0 G(s)x(t+s)ds + Bu, \\ J = \int_0^\infty (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)u(t))dt,$$

где $x \in R^n$ и $u \in R^m$ (матрица Q предполагается положительно определенной). Нетрудно проверить, что если решения $P, D(s)$ и $R(s, v), s, v \in [-r, 0]$, обобщенных уравнений Риккати [15] таковы, что функционал

$$V(\varphi) = \varphi^T(0)P\varphi(0) + 2\varphi^T(0) \int_{-r}^0 D(s)\varphi(s)ds + \\ + \int_{-r}^0 \int_{-r}^0 \varphi^T(s)R(s, v)\varphi(v)dsdv$$

положительно определен, то он является КЛКФ, и формула (7) совпадает с формулой оптимального глобально стабилизирующего управления для линейной системы [15]: $u(\varphi) = -B^T(P\varphi(0) + \int_{-r}^0 D(s)\varphi(s)ds)$. ♦

4. ВОЗМОЖНЫЕ ОБОБЩЕНИЯ

В определении 1 свойства функционалов V и $L_f V$ определяются, исходя из классической теоремы Красовского об асимптотической устойчивости [17]. Обобщения условий этой теоремы можно применять и к контролирующим функционалам. В частности, можно использовать знакопостоянный функционал со знакопостоянной производной для построения (локально) стабилизирующего управления системой (1).

Это осуществляется на основе соответствующего результата об асимптотической устойчивости. Рассмотрим неуправляемую систему с запаздыванием:

$$\dot{x}(t) = f(x_t) \quad (8)$$

с непрерывным функционалом $f: C \rightarrow R^n$, удовлетворяющим локальному условию Липшица и равенству $f(0) = 0$.

Решение $x = 0$ системы (8) назовем притягивающим относительно множества $\Lambda \subset C$, если существует $\Delta > 0$, такое, что из $\varphi \in \Lambda \cap \bar{C}_\Delta$ следует $x(t; \varphi) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow +\infty$, где $x(t; \varphi)$ — решение уравнения (8) с начальной точкой $x_0(\varphi) = \varphi$.

Сформулируем теперь результат об асимптотической устойчивости:

Лемма [14]. Пусть для некоторого $M > 0$ на множестве C_M существует функционал $V: C_M \rightarrow R$ такой, что:

$$1) V(\varphi) \geq 0, V(0) = 0, \dot{V}_{(8)} \leq 0;$$

2) $x = 0$ — точка притяжения решений системы (8) относительно множества $\{\varphi: V(\varphi) = 0\}$, и множество $\{\varphi: V(\varphi) > 0, \dot{V}_{(8)}(\varphi) = 0\}$ не содержит положительных полутраекторий системы (8).

Тогда нулевое решение системы (8) асимптотически устойчиво. ♦

Изменив определение КЛКФ в соответствии с приведенным результатом, можно таким образом расширить возможности выбора КЛКФ:

Теорема 5. Пусть $V(\varphi): C \rightarrow R^+$ — функционал, удовлетворяющий условиям $V(0) = 0, L_f V(\varphi) \leq 0$ для всех φ , для которых $L_g V(\varphi) = 0$ (такой функционал назовем V вырожденным КЛКФ). Если управление $u_S(t, \varphi)$ ($\hat{u}_S(t, \varphi)$) ($u_{qp}(t, \varphi)$) непрерывно и для замкнутой системы (1) выполняется условие 2 леммы, то: 1) оно является стабилизирующим; 2) соответствующее управление $u_r = \Phi(u, t)$ также является стабилизирующим, если функция Φ принадлежит сектору $(1/2, +\infty)$. ♦

(Доказательство теоремы 5 непосредственно следует из леммы.)

Такое расширение определения V может значительно упростить поиск КЛКФ.

Однако отметим два очевидных недостатка вырожденного КЛКФ. Прежде всего, знакопостоянный функционал не гарантирует глобальной асимптотической устойчивости нулевого решения без дополнительного требования ограниченности всех решений системы. Так что использование вырожденного КЛКФ в общем случае позволяет построить лишь локально стабилизирующее управление. Далее, отсутствие знакоопределенности $L_f V$ может привести к разрыву управления u_S на множестве $\{\varphi: L_g V(\varphi) = 0\}$ (как отмечено выше, в случае КЛКФ, удовлетворяющего определению 1, $u_S(\varphi)$ непрерывно всюду, кроме нуля, а если выполняется условие малого управления, то и в нуле). Заметим, что условие малого управления можно записать в виде $\limsup_{\|\varphi\| \rightarrow 0} \frac{L_f V(\varphi)}{|L_g V(\varphi)|} \leq 0$. Модификация этого условия может обеспечить непрерывность управления u_S , построенного на основе вырожденного КЛКФ:

Теорема 6. Если V — вырожденный КЛКФ и выполняется условие

$$\limsup_{|L_g V(\varphi)| \rightarrow 0} \frac{L_f V(\varphi)}{|L_g V(\varphi)|} \leq 0,$$

то управление $u_S(\varphi)$ непрерывно во всем пространстве C . ♦

Если неравенство в теореме 6 не выполняется, то управление u_S может оказаться разрывным на множестве, где $L_f V(\varphi)$ и $L_g V(\varphi)$ одновременно обращаются в ноль (см. далее пример 2). В этом случае непрерывный закон управления можно построить, исходя, например, из условия $\tilde{u}_S(\varphi) \text{sign}(L_g V(\varphi)) \leq -\hat{K}_S(\varphi)|L_g V(\varphi)|$. Очевидно, что управление, удовлетворяющее такой оценке, является (локально) стабилизирующим. В частности, можно выбрать управление $\tilde{u}_S(\varphi) = -\tilde{k}_S L_g V(\varphi)$ с постоянным коэффициентом $\tilde{k}_S = \max_{\varphi \in C_a} \hat{K}_S(\varphi)$, $a > 0$ (в случае невырожденного функционала C_a при этом содержится в области притяжения). Однако такое управление необязательно оптимально по отношению к функционалу вида (5).

Пример 2. Рассмотрим систему

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_1(t)x_1^2(t-r)f_1(x_t) + x_1(t-r)u, \\ \dot{x}_2(t) = f_2(x_t) - x_2(t), \end{cases} \quad (9)$$

где $x_t = ((x_1)_t, (x_2)_t)$, $f_1(\varphi)$ и $f_2(\varphi)$ непрерывны на C , $f_2(0, \varphi_2) = 0$. Рассмотрим знакопостоянный функционал $V(\varphi) = \varphi_1^2(0)/2$. Если $L_g V(\varphi) = \varphi_1(0)\varphi_1(-r) = 0$, то $L_f V(\varphi) = 0$. Итак, V является вырожденным КЛКФ, и формула (2) для $\varphi_1(0)\varphi_1(-r) \equiv 0$ задает функционал

$$u_S(\varphi) = -\varphi_1(0)\varphi_1(-r)[f_1(\varphi) + \sqrt{(f_1(\varphi))^2 + 1}], \quad (10)$$

который, очевидно, непрерывен на множестве $\{\varphi: \varphi(0)\varphi(-r) = 0\}$. Используя результаты § 3, можно убедиться, что управление (10) минимизирует

функционал $J = \int_0^{+\infty} [x_1^2(t)x_1^2(t-r) + u^2(t)]f(x_t)dt$, где

$f(\varphi) = (2(\sqrt{(f_1(\varphi))^2 + 1} + f_1(\varphi)))^{-1}$. Нетрудно проверить, что условие 2 леммы также выполняется, таким образом, нулевое решение системы (9) при управлении (10) асимптотически устойчиво. Асимптотическая устойчивость (локальная) нулевого решения достигается также при управлениях $\tilde{u}_S(\varphi)$

$= -\tilde{k}_S \varphi_1(0)\varphi_1(-r)$ и $u_S^r(\varphi) = -k_S^r \varphi_1(0)\varphi_1(-r)$ с постоянными коэффициентами $\tilde{k}_S \geq f_M = \max_{\varphi \in C_a} 1/2f(\varphi)$,

$k_S^r \geq f_M/2$. Однако даже если f_M не зависит от a , глобальная асимптотическая устойчивость в общем случае не имеет места. Например, пусть



$f_2(x_1) = x_1(t)x_2^2(t)$. Заметим, что решение $x_1(t)$ замкнутой системы не меняет знак, если сохраняет знак на $[-r, 0]$ начальная функция φ_{10} . Решение второго уравнения системы с начальной точкой

$$(\varphi_{10}, \varphi_{20}) \text{ имеет вид } x_2(t) = \frac{e^{-t}}{1/\varphi_{20}(0) - \int_0^t e^{-s} x_1(s) ds}, \text{ и}$$

для достаточно большого значения $\varphi_{20}(0) > 0$ и положительного $x_1(t)$ знаменатель этой дроби обращается в ноль в конечный момент времени.

Если добавить в правую часть первого уравнения слагаемое $-x_1(t)$ и предположить, что $f_1(\varphi) \geq \varepsilon > 0$, то управление $u_{gp}(\varphi) = -2\varphi_1(0)\varphi_1(-r)f_1(\varphi)$ будет стабилизирующим и оптимальным по отношению к функционалу (5) с $q(\varphi) = \varphi_1^2(0)$, $p(\varphi) = 1/(4f_1(\varphi))$.

Если же в правую часть первого уравнения добавить, например, слагаемое $x_1(t-r)$, то V и для такой системы является вырожденным КЛКФ, однако неравенство из теоремы 6 уже не выполняется:

$\limsup_{|L_g V(\varphi)| \rightarrow 0} \frac{L_f V(\varphi)}{|L_g V(\varphi)|} = 1 > 0$. Формула для управления u_S в этом случае имеет вид

$$u_S(\varphi) = -1 - \varphi_1(0)\varphi_1(-r)f_1(\varphi) - \text{sign}(\varphi_1(0)\varphi_1(-r)) \times \sqrt{(\varphi_1(0)\varphi_1(-r)f_1(\varphi) + 1)^2 + \varphi_1^2(0)\varphi_1^2(-r)}$$

для $\varphi_1(0)\varphi_1(-r) \neq 0$, т. е. на множестве $\{\varphi: \varphi(0)\varphi(-r) = 0\}$ управление разрывно.

Заметим, что без дополнительных предположений о функционале $f_2(\varphi)$ невозможно построить КЛКФ, удовлетворяющий первоначальному определению.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены особенности применения контролируемых функций для решения задачи стабилизации систем с запаздыванием. Приведены явные формулы стабилизирующих робастных законов управления для линейных по управлению систем, исследован вид функционалов качества, которые достигают минимума на этих управлениях; рассмотрена прямая задача оптимального управления с функционалом качества специального вида; изучаются некоторые пути развития рассмотренного метода на основе обобщения достаточных условий асимптотической устойчивости, анализируются преимущества такого обобщения, а также возможные проблемы и варианты их решения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бобцов А.А., Ефимов Д.В., Сергеев К.А. К задаче стабилизации нелинейных аффинных систем // Навигация и управление движением / Материалы 3-й конф. молодых ученых. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2001. — С. 113–122.
2. Freeman R.A., Kokotovic P.V. Robust Control of nonlinear systems. — Birkhauser, Boston, 1996.
3. Freeman R.A., Primbs J.A. Control Lyapunov functions: new ideas from an old source // Proc. of the 35th IEEE Conf. on Decision and Control, Kobe, Japan, 1996. — P. 3926–3931.
4. Jankovic M. Extension of control Lyapunov functions to time-delay systems // Proc. of the CDC, Sydney, Australia, 2000. — P. 4403–4408.
5. Jankovic M. Control Lyapunov-Razumikhin functions and robust stabilization of time delay systems // IEEE Trans. on Automatic Control. — 2001. — Vol. 46. — P. 1048–1060.
6. Jankovic M. Control of nonlinear systems with time delay // Proc. of the 42nd IEEE Conf. on Decision and Control, Maui, Hawaii USA, 2003. — P. 4545–4550.
7. Jankovic M., Sepulchre R., Kokotovic P.V. CLF based designs with robustness to dynamic input uncertainties // Systems and Control Letters. — 1999. — Vol. 37. — P. 45–54.
8. Threshold policies control for predator-prey systems using a control Lyapunov function approach / M.E.M. Meza, A. Bhaya, E. Kaszkurewicz, M.I. Costa // Theor. Popul. Biol. — 2005. — Vol. 67, N 4. — P. 273–284.
9. Sontag E.D. A universal construction of Artstein's theorem on nonlinear stabilization // Systems & Control Letters. — 1989. — Vol. 13. — P. 117–123.
10. Андреев А.С., Безгласный С.П. О стабилизации управляемых систем с гарантированной оценкой качества управления // Прикладная математика и механика. — 1997. — Т. 61, вып. 1. — С. 44–51.
11. Кунцевич В.М., Лычак М.М. Синтез систем автоматического управления с помощью функций Ляпунова. — М.: Наука, 1977. — 400 с.
12. Румянцев В.В. Об оптимальной стабилизации управляемых систем // Прикладная математика и механика. — 1970. — Т. 34, вып. 3. — С. 440–456.
13. Румянцев В.В., Озиранер А.С. Устойчивость и стабилизация по отношению к части переменных. — М.: Наука, 1987. — 253 с.
14. Андреев А.С., Павликов С.В. Незнакоопределенные функционалы Ляпунова в задаче об устойчивости функционально-дифференциальных уравнений с конечным запаздыванием // Механика твердого тела. — 2004. — Вып. 34. — С. 112–118.
15. Ким А.В. i -гладкий анализ и функционально-дифференциальные уравнения. — Екатеринбург: УрО РАН, 1996. — 234 с.
16. Разумихин Б.С. Устойчивость эрдитарных систем. — М.: Наука, 1988. — 112 с.
17. Красовский Н.Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. — М.: Физматгиз, 1959. — 211 с.

☎/✉ (8422) 32-20-22, e-mail: sedovano@ulsu.ru

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Ю. Рутковским. □

ОБ ОПТИМАЛЬНЫХ ФОРМАХ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА И АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

А.Г. Щепетов

Московский государственный университет приборостроения и информатики

Описаны оптимальные формы переходного процесса и амплитудно-частотной характеристики линейной динамической системы n -го порядка. Предложена модификация диаграммы Вышнеградского, упрощающая уравнения границ ее областей. Дана новая диаграмма, иллюстрирующая зависимость формы амплитудно-частотной характеристики системы третьего порядка от ее параметров.

ВВЕДЕНИЕ

В инженерной практике часто возникает задача выбора конструктивных параметров системы управления или измерительной системы из условия заданной динамической точности движения. Многие звенья, подсистемы и динамические системы в целом описываются линейным дифференциальным уравнением, которому соответствует передаточная функция вида

$$W(p) = \frac{\omega_0^n}{p^n + a_1 \omega_0 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} \omega_0^{n-1} p + \omega_0^n}, \quad (1)$$

где n — порядок дифференциального уравнения; a_1, a_2, \dots, a_{n-1} — безразмерные постоянные коэффициенты, p — переменная преобразования Лапласа, ω_0 — собственная частота.

В соответствии с классификацией, предложенной Е.П. Поповым [1], динамическая система с передаточной функцией вида (1) относится к классу простых динамических систем. Для краткости будем называть рассматриваемую динамическую систему просто звеном. В качестве динамических характеристик звена рассматриваются переходная $h_0(t)$ и амплитудно-частотная (АЧХ) $A_0(\omega)$ характеристики

$$h_0(t) = L^{-1}(W(p)/p), \quad A_0(\omega) = |W(j\omega)|, \quad (2)$$

где $L^{-1}(\cdot)$ — обратное преобразование Лапласа.

Динамическим характеристикам звена с передаточной функцией (1) уделялось большое внимание за все годы развития теории автоматического управления. Особенную роль задача оценки динамических характеристик подобного звена приобретает в измерительной технике, где предъявляются жесткие требования к показателям динамической точности.

В настоящей работе сформулированы условия, при выполнении которых динамические характеристики звена (1) оптимальны в смысле минимума относительной длительности переходного процесса или максимума относительной полосы пропускания частот, и предложена методика расчета соответствующих значений коэффициентов передаточной функции звена для различных значений n .

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Как правило, первое необходимое требование к динамическим характеристикам звена с передаточной функцией (1) состоит в устойчивости его движения. Далее предполагается, что это требование выполнено.

При проектировании рассматриваемых систем обычно предъявляется требование минимума длительности переходного процесса t_n или максимума ширины полосы пропускания частот ω_n . Под эти-



ми динамическими характеристиками будем понимать наиболее распространенные в инженерной практике понятия:

— длительность переходного процесса t_{π} — это время достижения переходным процессом заданной трубки точности $1 \pm \Delta$, где Δ — допустимая переходная погрешность;

— полоса пропускания $(0, \omega_{\pi})$ — это полоса частот, в которой АЧХ звена еще остается внутри заданной трубки точности $1 \pm \varepsilon$, где ε — допустимая частотная погрешность.

В идеальном случае $t_{\pi} = 0$ или $\omega_{\pi} \rightarrow \infty$. Поскольку для звена (1) выполнение этих условий невозможно, оптимальными считаются такие значения параметров системы, при которых длительность переходного процесса минимальна или ширина полосы пропускания частот максимальна.

Введя в передаточную функцию (1) переменную $q = p/\omega_0$, получим относительную передаточную функцию

$$W(q) = \frac{1}{q^n + a_1 q^{n-1} + \dots + a_{n-1} q + 1}. \quad (3)$$

В этом случае аргументами функций (2) являются безразмерные время $\tau = \omega_0 t$ и частота $\gamma = \omega/\omega_0$. Отсюда следует $t_{\pi} = \tau_{\pi}/\omega_0$, $\omega_{\pi} = \gamma_{\pi}\omega_0$, где τ_{π} и γ_{π} — относительные длительность переходного процесса и ширина полосы пропускания частот, зависящие от конструктивных параметров звена и допустимой динамической погрешности. Их можно определить графическим способом, если на графики функций $h_0(\tau) = L^{-1}(W(q)/q)$ и $A_0(\gamma) = |W(j\gamma)|$ наложить трубку точности и определить соответствующие значения аргументов.

Требуется: для динамического звена с передаточной функцией (3) определить коэффициенты $a_i, i = \overline{1, n-1}$, обеспечивающие:

— минимальную относительную длительность переходного процесса $\tau_{\pi} = \tau_{\pi \min}$;

— максимальную относительную ширину полосы пропускания частот $\gamma_{\pi} = \gamma_{\pi \max}$.

2. УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ

На рис. 1 показаны формы переходного процесса и АЧХ для звена (3) относительно невысокого порядка $n \leq 3$. В этом случае различают монотонный переходный процесс и пологую АЧХ (кривые 1), колебательный переходный процесс и одногорбую АЧХ (кривые 2), монотонно-периодический переходный процесс и двугорбую АЧХ (кривые 3).

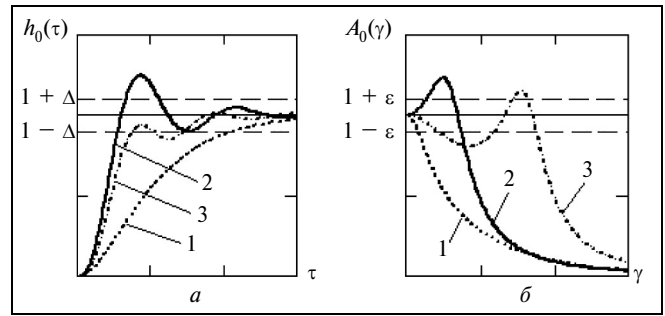


Рис. 1. Динамические характеристики звена невысокого порядка ($n \leq 3$): а — переходный процесс; б — амплитудно-частотная характеристика

Сформулируем условия, при которых рассматриваемые динамические характеристики звена (3) являются оптимальными.

Утверждение 1. *Относительная длительность переходного процесса τ_{π} минимальна, если его график $n - 1$ раз последовательно касается границ трубки точности, причем первое касание относится к верхней границе.*

Утверждение 2. *Относительная ширина полосы пропускания частот γ_{π} максимальна, если АЧХ $n - 1$ раз последовательно касается границ трубки точности, причем последнее касание относится к верхней границе.*

Эти утверждения следуют из идей П.Л. Чебышева о свойствах функций, наименее отклоняющихся от нуля [2]. При оптимальных значениях параметров рассматриваемых систем такими свойствами должны обладать относительная переходная погрешность $\delta h(\tau) = 1 - h_0(\tau)$ и относительная частотная погрешность $\delta A(\gamma) = 1 - A_0(\gamma)$.

Переходный процесс и АЧХ, удовлетворяющие этим условиям, будем называть равноволновыми динамическими характеристиками порядка $n - 1$. Тогда сформулированные утверждения 1 и 2 сводятся к одному утверждению — *оптимальными динамическими характеристиками простой динамической системы n -го порядка являются равноволновые динамические характеристики порядка $n - 1$.*

3. НЕКОТОРЫЕ КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

При $n = 1$ передаточная функция рассматриваемой системы совпадает с передаточной функцией инерционного звена

$$W_1(p) = \frac{1}{T_1 p + 1},$$

где T_1 — постоянная времени, при $n = 2$ — с передаточной функцией колебательного звена

$$W_2(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2} = \frac{1}{T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1},$$

где $T_2 = 1/\omega_0$ — постоянная времени; ξ — относительный коэффициент демпфирования, $a_1 = 2\xi$. Если $n = 3$, то возможны две формы записи:

$$W_3(p) = \frac{\omega_0^3}{p^3 + a_1\omega_0 p^2 + a_2\omega_0^2 p + \omega_0^3} = \frac{1}{T_3^3 p^3 + a_1 T_3^2 p^2 + a_2 T_3 p + 1}$$

или

$$W_3(p) = \frac{1}{(T_1 p + 1)(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1)} = \frac{1}{(Qs + 1)(s^2 + 2\xi s + 1)},$$

где $T_1, T_2, T_3 = 1/\omega_0$ — постоянные времени, a_1 и a_2 — параметры Вышнеградского, $Q = T_1/T_2$ — относительная постоянная времени, $s = T_2 p$.

Переходный процесс в системе первого порядка всегда монотонный, а АЧХ всегда пологая (см. кривые 1 на рис. 1). Единственная возможность снижения длительности переходного процесса и расширения полосы пропускания частот в такой системе — снижение постоянной времени T_1 .

Форма переходного процесса и АЧХ системы второго порядка зависят от значения относительного коэффициента демпфирования ξ . Если $0 < \xi < 1$, то переходный процесс колебательный, если $\xi \geq 1$ — монотонный. Если $0 < \xi < \sqrt{2}/2$, то АЧХ одногорбая, если $\xi \geq \sqrt{2}/2$, то она пологая (см. кривые 2 на рис. 1).

В такой системе возможен оптимальный выбор относительного коэффициента демпфирования ξ , обеспечивающий минимальную относительную длительность переходного процесса либо максимальную относительную ширину полосы пропускания частот [3]. В первом случае

$$\xi = \frac{\ln(1/\Delta)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(1/\Delta)}},$$

$$\text{во втором } \xi = \sqrt{(1 - \sqrt{1 - (1 + \varepsilon)^{-2}})/2}.$$

На рис. 2 показаны характеристики, соответствующие этим значениям ξ .

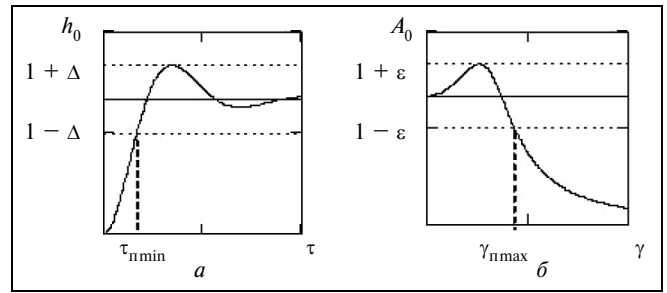


Рис. 2. Оптимальные динамические характеристики колебательного звена: *a* — переходный процесс; *b* — амплитудно-частотная характеристика

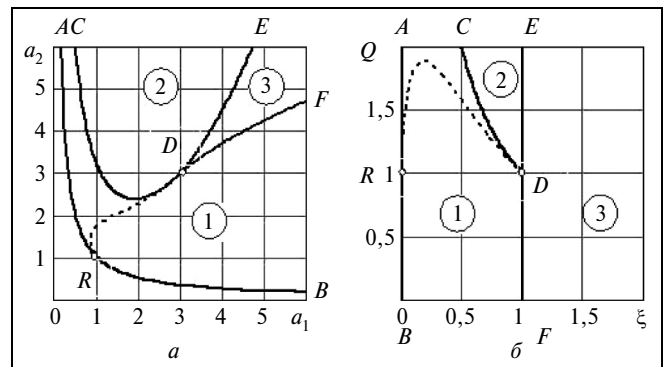


Рис. 3. Диаграммы переходных характеристик звена третьего порядка: *a* — диаграмма Вышнеградского; *b* — переходная ξQ -диаграмма

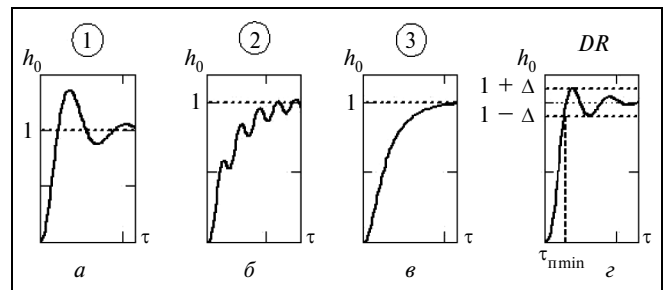


Рис. 4. Виды переходных процессов звена третьего порядка: *a* — колебательный; *b* — монотонно-периодический; *v* — монотонный; *z* — оптимальный

Форму переходного процесса в системе третьего порядка можно определить с помощью диаграммы Вышнеградского, показанной на рис. 3, *a*. В табл. 1 приведены уравнения границ областей этой диаграммы. Если точка с соответствующими координатами (a_1, a_2) попадает в области 1, 2 или 3 диаграммы, то переходный процесс оказывается соответственно колебательным (рис. 4, *a*), монотонно — периодическим (рис. 4, *b*) или монотонным (рис. 4, *v*).



Штриховая кривая DR соответствует оптимальной форме переходного процесса, показанной на рис. 4, z . В этом случае график переходной функции касается сначала верхней и затем нижней границы трубки точности. В результате относительная длительность переходного процесса оказывается минимальной.

Каждой точке на кривой DR соответствует определенное значение относительной переходной погрешности Δ , причем по мере приближения к точке D оно уменьшается, а значение $\tau_{п\ min}$ возрастает.

Вид диаграммы Вышнеградского в плоскости параметров ξ, Q показан на рис. 3, b . В этом случае значительно упрощаются уравнения границ, отделяющих области с переходными процессами различной формы (табл. 2). Такую диаграмму будем называть переходной ξQ -диаграммой. Из нее видно, что в системе третьего порядка переходный процесс монотонный при $Q > 0, \xi \geq 1$, колебательный при $0 < Q < 1/\xi, 0 < \xi < 1$ и монотонно-периодический при $Q > 1/\xi, 0 < \xi < 1$.

Для исследования зависимости формы АЧХ от параметров системы третьего порядка можно построить аналогичные диаграммы (рис. 5). На рис. 5, a показана частотная $a_1 a_2$ -диаграмма, построенная в плоскости параметров Вышнеградского, на рис. 5, b — частотная ξQ -диаграмма, построенная в плоскости параметров ξ, Q . Координаты характерных точек этих диаграмм: для рис. 5, a — $B(2^{-1/3}, 2^{1/3}), D(2, 2), G(3, 6^{1/2})$; для рис. 5, b — $B(0, 2^{1/2}), D(2^{-1}, 1), G(2^{-1/2}, 0)$. В табл. 3 и 4 приведены уравнения границ областей этих диаграмм.

Если параметры системы таковы, что точка (a_1, a_2) (или, соответственно, точка (ξ, Q)) попадает в области 1, 2, 4 и 6, или на границы 3 и 5 этих областей, то форма АЧХ системы будет такой, как показано на рис. 6. На этом рисунке кривая 1 соответствует одnogорбой резонансной АЧХ, кривые 2, 3, 4 — двугорбым АЧХ (с разным соотношением горбов), кривая 5 — стулообразной АЧХ, а кривая 6 — пологой АЧХ.

На рис. 6, $ж$ показана форма АЧХ оптимальной системы третьего порядка. График такой АЧХ касается сначала нижней, а затем верхней границы трубки точности $1 \pm \epsilon$ прежде чем выйти за ее пределы. В этом случае относительная ширина полосы пропускания частот $\gamma_{п\ max}$ максимальна.

На диаграммах рис. 5, a и b такой форме АЧХ соответствуют штриховые кривые DR . Каждой точке на этих кривых соответствует определенное значение относительной частотной погрешности ϵ ,

Таблица 1

Уравнения границ областей диаграммы Вышнеградского

Обозначение границы на рис. 3, a	Уравнение границы	Область допустимых значений параметра a_1
ARB	$a_2 = 1/a_1$	$a_1 > 0$
CD	$a_2 = (2/9)a_1^2 + 3/a_1$	$0 < a_1 \leq 3$
DE, DF	$(a_1 a_2)^2 - 4(a_1^3 + a_2^3) + 18a_1 a_2 - 27 = 0$	$a_1 > 3$

Таблица 2

Уравнения границ областей переходной ξQ -диаграммы

Обозначение границы на рис. 3, a	Уравнение границы	Область допустимых значений параметра ξ
ARB	$\xi = 0$	—
CD	$Q = 1/\xi$	$0 < \xi < 1$
EDF	$\xi = 1$	—

Таблица 3

Уравнения границ областей частотной $a_1 a_2$ -диаграммы

Обозначение границы на рис. 5, a	Уравнение границы	Область допустимых значений параметра a_1
ABC	$a_2 = 1/a_1$	$a_1 > 0$
ED	$a_2 = 0,25a_1^2 + 2/a_1$	$0 < a_1 < 2$
FD	$a_2 = 2a_1^2 \pm \sqrt{3a_1(a_1^3 - 2)}$	$\sqrt[3]{2} \leq a_1 \leq 2$
BDG	$a_2 = \sqrt{2a_1}$	$a_1 \geq 1/\sqrt[3]{2}$

Таблица 4

Уравнения границ областей частотной ξQ -диаграммы

Обозначение границы на рис. 5, b	Уравнение границы	Область допустимых значений параметров
ABC	$\xi = 0$	—
BDG	$Q = \sqrt{2 - 4\xi^2}$	$0 < \xi < 1/\sqrt{2}$
ED	$Q = 1/2\xi$	$0 < \xi < 1/2$
FD	$\xi = \frac{1}{4Q} \sqrt{2 + 8Q^2 - 2\sqrt{12Q^4 - 3}}$	$Q > 1$

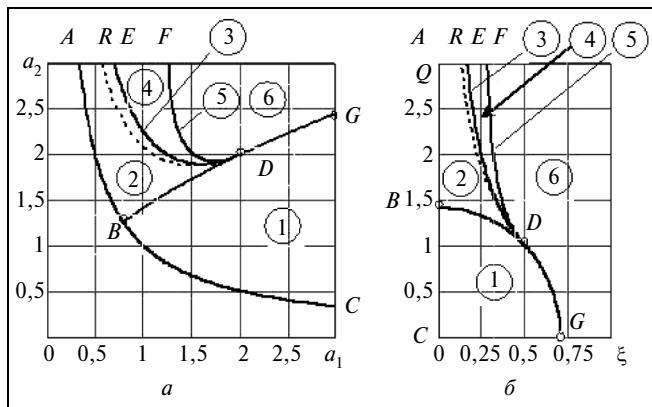


Рис. 5. Частотные диаграммы звена третьего порядка:
a — частотная $a_1 a_2$ -диаграмма; *б* — частотная ξQ -диаграмма

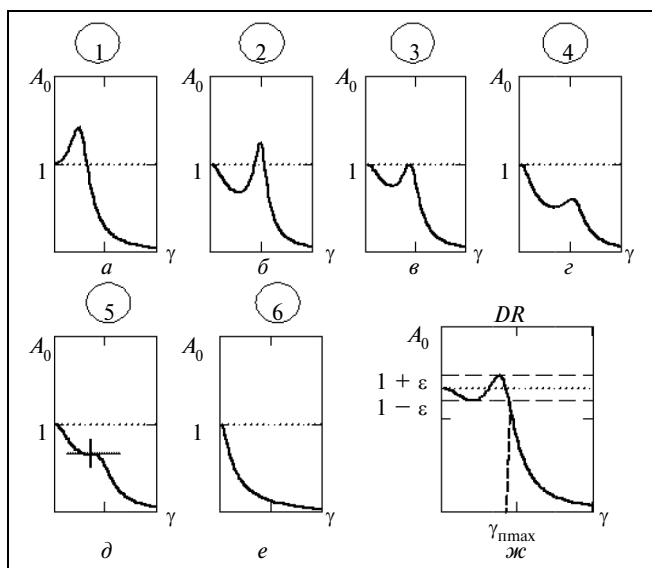


Рис. 6. АЧХ звена третьего порядка: *a* — одногорбая; *б, в и г* — двугорбая; *д* — ступообразная; *е* — пологая; *ж* — оптимальная

причем по мере приближения к точке *D* эта погрешность и значение $\gamma_{п\max}$ уменьшаются.

С увеличением порядка n передаточной функции (3) все более разнообразными становятся возможные формы переходных процессов и АЧХ. Среди них существуют оптимальные формы. Для системы второго порядка они показаны на рис. 2. Графики характеристик имеют одну точку касания с верхней границей трубки точности.

Оптимальные формы переходного процесса и АЧХ для системы третьего порядка показаны на рис. 7. Они имеют две точки касания с границами трубки точности [4].

Если $0,1\% \leq \Delta \leq 5\%$, то для получения оптимального переходного процесса достаточно выполнить соотношения: $a_2 = 1,719 + 0,14a_1^2 - 0,002a_1^3$,

где $1,5 \leq a_1 \leq 2,3$, или $Q = 2,215 - 1,287\xi$, где $0,34 \leq \xi \leq 0,71$. В этом случае справедлива формула $\tau_{п\min} \approx 0,777 \ln(3/\Delta)$.

Оптимальной форме АЧХ системы третьего порядка соответствуют другие соотношения: $a_2 = 0,269a_1^2 + 1,89/a_1$, где $1,4 \leq a_1 \leq 1,7$, или

Таблица 5

Значения коэффициентов передаточной функции звена (3), оптимизированных по критерию минимума относительной длительности переходного процесса, $n = 6$

$\Delta, \%$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	τ_{\min}
0,1	3,197	6,940	9,211	8,053	4,184	7,188
0,2	2,971	6,534	8,663	7,703	4,080	6,776
0,3	2,836	6,302	8,341	7,499	4,018	6,525
0,4	2,739	6,141	8,114	7,355	3,974	6,323
0,5	2,664	6,019	7,939	7,244	3,939	6,192
0,6	2,604	5,922	7,798	7,155	3,911	6,085
0,7	2,553	5,841	7,680	7,079	3,887	5,994
0,8	2,510	5,772	7,579	7,015	3,866	5,915
0,9	2,473	5,712	7,491	6,958	3,848	5,845
1,0	2,440	5,659	7,413	6,908	3,832	5,783
2,0	2,248	5,332	6,934	6,590	3,729	5,387
3,0	2,165	5,157	6,691	6,417	3,672	5,166
4,0	2,128	5,043	6,542	6,300	3,634	5,023
5,0	2,114	4,961	6,442	6,214	3,607	4,914
10,0	2,194	4,772	6,236	5,975	3,529	4,600

Таблица 6

Значения коэффициентов передаточной функции звена (3), оптимизированных по критерию максимума относительной полосы пропускания частот, $n = 6$

$\varepsilon, \%$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	$\gamma_{п\max}$
0,1	2,680	5,423	6,854	6,162	3,500	1,119
0,2	2,534	5,268	6,620	6,050	3,460	1,184
0,3	2,441	5,180	6,471	5,984	3,433	1,224
0,4	2,371	5,119	6,358	5,938	3,412	1,252
0,5	2,314	5,073	6,267	5,903	3,395	1,275
0,6	2,266	5,037	6,189	5,875	3,380	1,295
0,7	2,224	5,008	6,121	5,852	3,367	1,311
0,8	2,187	4,983	6,060	5,833	3,355	1,327
0,9	2,154	4,962	6,004	5,816	3,344	1,339
1,0	2,124	4,943	5,954	5,802	3,333	1,351
2,0	1,910	4,840	5,587	5,723	3,252	1,431
3,0	1,773	4,797	5,338	5,695	3,190	1,480
4,0	1,670	4,777	5,144	5,687	3,137	1,516
5,0	1,587	4,768	4,981	5,689	3,091	1,544
10,0	1,309	4,791	4,393	5,770	2,900	1,637

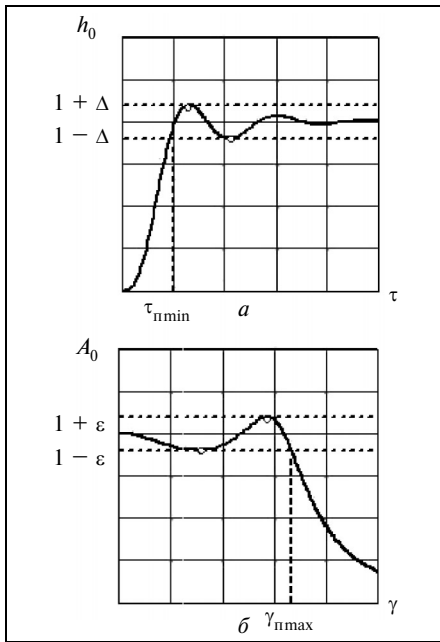


Рис. 7. Динамические характеристики оптимального звена третьего порядка: *a* — переходный процесс; *b* — амплитудно-частотная характеристика

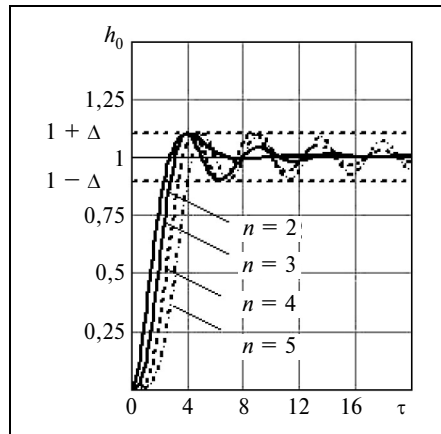


Рис. 8. Оптимальные переходные процессы звена (3) для $n = 2, 3, 4, 5$ и $\Delta = 10\%$

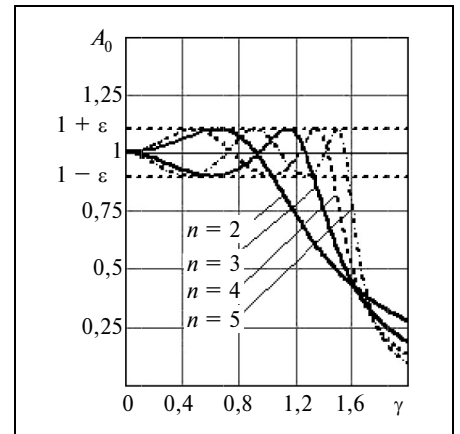


Рис. 9. Оптимальные АЧХ звена (3) для $n = 2, 3, 4, 5$ и $\epsilon = 10\%$

$Q = 0,563\xi^{-0,858}$, где $0,3 \leq \xi \leq 0,4$. При этом $\gamma_{п\ max} = 1,929\epsilon^{0,166}$.

В общем случае для каждого числа n при заданной ширине трубки точности существуют единственный оптимальный переходный процесс и единственная оптимальная АЧХ звена (3). На рис. 8 и 9 они показаны для случаев $n = 2, 3, 4, 5$ и $\Delta = \epsilon = 10\%$. В работе [5] приведены оптимальные значения коэффициентов a_1, a_2, \dots, a_{n-1} передаточной функции звена (3) для случаев $n = 2, 3, 4, 5$ и $\Delta = \epsilon = 0,1; 0,2; \dots, 1; 2; \dots, 10\%$, в табл. 5 и 6 они показаны для случая $n = 6$.

Все графики характеризуются наличием поочередных касаний пиковых отклонений переходной характеристики и АЧХ системы с границами трубки точности. Число таких касаний на единицу меньше порядка передаточной функции системы. При произвольном значении n их число должно быть равно $n - 1$. В этом случае относительная длительность переходного процесса $\tau_{п}$ минимальна, а относительная ширина полосы пропускания частот $\gamma_{п}$ максимальна.

На рис. 10 показано распределение корней характеристического уравнения системы с оптимальными значениями параметров для случаев $\Delta = 1\%$ (рис. 10, *a*) и $\Delta = 10\%$ (рис. 10, *б*). Видно, что с увеличением порядка n и ширины трубки точности корни характеристического уравнения такой системы приближаются к мнимой оси, т. е. снижается степень устойчивости системы.

Расчет коэффициентов a_1, a_2, \dots, a_{n-1} передаточной функции звена (3), оптимизированных по критерию $\tau_{п} = \tau_{п\ min}$, сводится к решению системы

$2(n - 1)$ алгебраических уравнений относительно $2(n - 1)$ неизвестных: искомым коэффициентов a_1, a_2, \dots, a_{n-1} и абсцисс $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}$ точек экстремумов относительной переходной погрешности

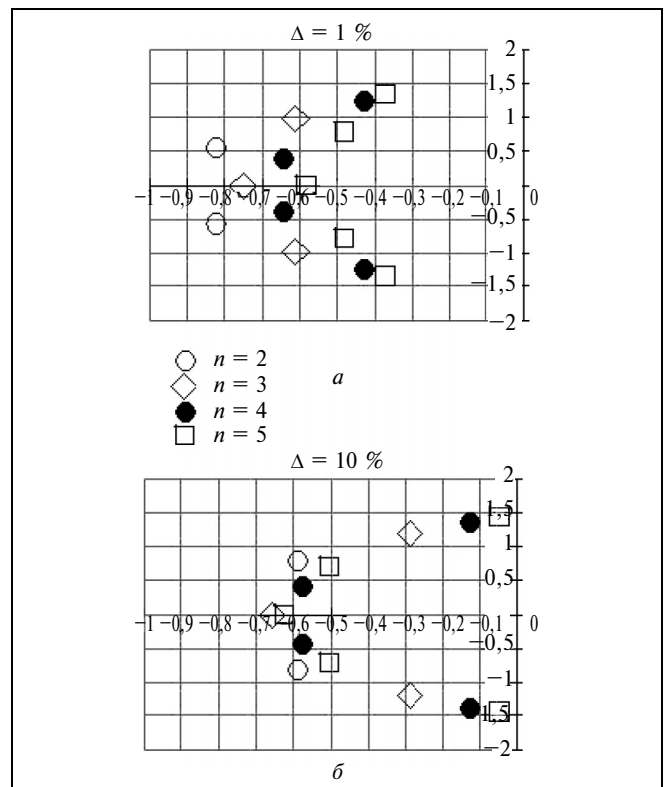


Рис. 10. Распределение корней характеристического уравнения оптимальной системы для $n = 2, 3, 4, 5$ и $\Delta = 1\%$ (*a*), $\Delta = 10\%$ (*б*)

$\delta h(\tau) = 1 - h_0(\tau)$, в которых она достигает предельных значений $\pm \Delta$:

$$h_0(\tau_i, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}) = 1 + (-1)^{i+1} \Delta,$$

$$\dot{h}_0(\tau_i, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}) = 0, \quad i = \overline{1, n-1},$$

где $\dot{h}_0 = dh_0/d\tau$.

Аналогично, для расчета коэффициентов a_1, a_2, \dots, a_{n-1} , оптимизированных по критерию $\gamma_{\Pi} = \gamma_{\Pi \max}$ нужно найти решение системы $2(n-1)$ алгебраических уравнений

$$A_0(\gamma_k, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}) = 1 + (-1)^{k+n+1} \varepsilon,$$

$$A'_0(\gamma_k, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}) = 0, \quad k = \overline{1, n-1},$$

где $A'_0 = dA_0/d\gamma$;

$\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{n-1}$ — абсциссы точек экстремумов относительной частотной погрешности $\delta A_0(\gamma) = 1 - A_0(\gamma)$, в которых она достигает предельных значений $\pm \varepsilon$. Для решения этих задач удобно воспользоваться программой Mathcad [5].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулированы условия, при выполнении которых относительная длительность переходного процесса в системе n -го порядка минимальна или

относительная ширина полосы пропускания частот максимальна. Найдены соответствующие оптимальные значения коэффициентов передаточной функции системы для случая $n = 6$. Предложена модификация диаграммы Вышнеградского и даны новые диаграммы, упрощающие решение задач анализа и синтеза динамических систем третьего порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Попов Е.П. Динамика систем автоматического регулирования. — М.: Гостехиздат, 1954. — 798 с.
2. Чебышев П.Л. Вопросы о наименьших величинах, связанные с приближенным представлением функции // Чебышев П.Л. Сочинения. — СПб., 1899. — Т. 1. — 273–378 с.
3. Браславский Д.А., Петров В.В. Точность измерительных устройств. М.: Машиностроение, 1976. — 312 с.
4. Шенетов А.Г. Теория, расчет и проектирование измерительных устройств: Ч. 1. Теория измерительных устройств. — М.: Стандартинформ, 2006. — 326 с.
5. Шенетов А.Г. Автоматизация инженерных расчетов в среде Mathcad: Практическое пособие. — М.: Стандартинформ, 2006. — 263 с.

☎ (495) 269-51-22, 269-50-87

Статья представлена к публикации членом редколлегии С.Д. Земляковым. □

Международная конференция

«Перспективы использования новых технологий и научно-технических решений в ракетно-космической и авиационной промышленности»

AEROSPACE
2008

20—24 августа 2008 г.,
Москва, Экспоцентр на Красной Пресне

ТЕМАТИКА КОНФЕРЕНЦИИ

- Теория и системы управления космическими аппаратами.
- Управление безопасностью объектов РКТ.
- Использование методов искусственного интеллекта в аэрокосмической области.
- Системы поддержки принятия решений.
- Новые технологии и интеллектуальные системы в аэрокосмической технике.
- Роботы и робототехнические системы в космонавтике.
- Новые информационные технологии, средства виртуальной реальности в автоматизированном проектировании РКТ.

ОРГАНИЗАТОРЫ:

- Российская академия наук;
- Министерство образования и науки РФ;
- РКЦ «Энергия»;
- Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН;
- ФГУП ГКНПЦ им. М.В. Хруничева.

КЛЮЧЕВЫЕ ДАТЫ:

до 5 июня 2008 г. — заявка на участие в конференции, перевод оргвзноса;
до 10 июня 2008 г. — тексты докладов;
доклады и заявки высылаются по e-mail: conf18@ipu.ru

АДРЕС ОРГКОМИТЕТА:

117997, Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная, 65, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
Оргкомитет конференции: телефоны для справок (495) 334-93-50, факс (495) 334-91-29,
e-mail: conf18@ipu.ru, URL: <http://lab18.ipu.ru>

Председатель конференции — д-р техн. наук, проф. Артамонов Евгений Иванович.
Ученый секретарь — канд. техн. наук., с.н.с. Смирнов Сергей Владимирович.



МОДИФИЦИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ АДАПТАЦИИ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА ДЛЯ ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ МНОГОСВЯЗНЫМИ ОБЪЕКТАМИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО СОСТОЯНИЮ

Е.А. Паршева

Астраханский государственный технический университет

Предложен модифицированный алгоритм адаптации высокого порядка многосвязным объектом в условиях параметрической неопределенности при наличии запаздывания во внутреннем канале связи. Для формирования управляющих воздействий используются только измеряемые переменные локальных подсистем, т. е. осуществляется полностью децентрализованное управление. Обоснована работоспособность синтезированных систем управления при действии на объект управления неизмеряемых ограниченных возмущений.

ВВЕДЕНИЕ

Задача адаптивного управления со скалярными входом — выходом стала одной из классических задач современной теории управления [1—3]. Для решения этой задачи предложены и исследованы различные способы: метод расширенной ошибки, алгоритмы высокого порядка, метод шунтирования и др. По принципу построения алгоритмы адаптации высокого порядка [4—6] следует разделить на два класса. В алгоритмах обоих классов применяются такие же вспомогательные фильтры, как в методе расширенной ошибки. А вместо генерации сигнала расширения в алгоритмах одного класса оцениваются производные настраиваемых параметров, а в алгоритмах другого — производные от ошибки, для чего применяются различные фильтры оценки. При этом порядок замкнутой системы во втором случае меньше, чем в первом.

В настоящей работе исследуется задача адаптивного управления многосвязными объектами, причем измерению доступны только скалярные входные и выходные сигналы локальных подсистем, и предлагается применять модифицированный алгоритм высокого порядка [7], в котором оцениваются производные управляющего воздействия, что позволяет существенно понизить порядок замкнутой системы путем исключения вспомо-

гательных фильтров. Для формирования управляющих воздействий и в алгоритмах настройки используются только измеряемые переменные локальных подсистем вместе с сигналами локальных эталонных моделей, т. е. осуществляется полностью децентрализованное управление.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим взаимосвязную систему, динамические процессы в локальных подсистемах которой описываются уравнениями

$$Q_i(P)y_i(t) + G_{1i}(P)y_i(t - \tau_i) = k_i R_i(P)u_i(t) + G_{2i}(P)f_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^k S_{ij}(P)y_j(t), \quad i = \overline{1, k}, \quad (1)$$

где $y_i(t)$ и $u_i(t)$ — измеряемые скалярные выход и вход i -й локальной подсистемы, $f_i(t)$ — неизвестное ограниченное возмущающее воздействие, τ_i — известное время запаздывания, $P = d/dt$ — оператор дифференцирования, $Q_i(P)$, $R_i(P)$, $G_{1i}(P)$, $G_{2i}(P)$ и $S_{ij}(P)$ — линейные дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами, $\deg Q_i = n_i$, $\deg R_i = m_i$, $\deg G_{1i} = n_{1i}$, $\deg G_{2i} = n_{2i}$, $\deg S_{ij} = n_{ij}$, k_i — неизвестный коэффициент.

Децентрализованное адаптивное управление для таких систем определяется как задача нахождения таких k локальных блоков адаптивного управления, каждому из которых доступна только текущая информация о системе [8]. Требуемое качество переходных процессов в подсистемах задается уравнениями локальных эталонных моделей

$$Q_{mi}(P)y_{mi}(t) = k_{mi}R_{mi}(P)r_i(t), \quad i = \overline{1, k}, \quad (2)$$

где $Q_{mi}(P)$ и $R_{mi}(P)$ — линейные дифференциальные операторы порядков n и m соответственно, $r_i(t)$ — скалярные ограниченные задающие воздействия.

Необходимо спроектировать систему управления, для которой будет выполнено условие

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |e_i(t)| = \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |y_i(t) - y_{mi}(t)| < \delta, \quad (3)$$

где δ — достаточно малая величина. При этом в локальных подсистемах управления не допускается использования измеряемых величин других подсистем.

Предположения.

А.1. Полиномы $R_i(\lambda)$, $Q_{mi}(\lambda)$ и $R_{mi}(\lambda)$ — гурвицевы (λ — комплексная переменная в преобразовании Лапласа).

А.2. Известны порядки полиномов n_i и m_i , относительная степень подсистем $\gamma_i = n_i - m_i > 1$.

А.3. Известны знаки коэффициентов k_i , будем считать, что $k_i > 0$ и известно предельное значение $k_i < \tilde{k}_i$.

А.4. Задающие и возмущающие воздействия являются ограниченными функциями.

А.5. Не допускается использовать производные сигналов $y_i(t)$, $u_i(t)$ и $r_i(t)$.

2. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Представим операторы $Q_i(P)$ и $R_i(P)$ в виде $Q_i(P) = Q_{mi}(P) + \Delta Q_i(P)$ и $R_i(P) = R_{mi}(P) + \Delta R_i(P)$, где $\deg \Delta Q_i = n_i - 1$, $\deg \Delta R_i = m_i - 1$, преобразуем уравнение объекта управления (1)

$$y_i(t) = \frac{k_i R_{mi}(P) T_i(P)}{Q_{mi}(P)} \left(\frac{1}{T_i(P)} u_i(t) - \frac{\Delta Q_i(P)}{k_i M_i(P)} y_i(t) + \frac{G_{1i}(P)}{k_i M_i(P)} y_i(t - \tau_i) + \frac{\Delta R_i(P)}{M_i(P)} u_i(t) + \frac{G_{2i}(P)}{k_i M_i(P)} f_i(t) + \sum_{j=1, i \neq j}^k \frac{S_{ij}(P)}{k_i M_i(P)} y_j(t) \right), \quad (4)$$

где $M_i(P) = R_{mi}(P) T_i(P)$, $T_i(P)$ — линейные дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами такие, что полиномы $T_i(\lambda)$ — гурвицевы, $\deg T_i = n_i - m_i - 1$, выбираются таким образом, чтобы было выполнено равенство

$$\frac{k_{mi} R_{mi}(\lambda) T_i(\lambda)}{Q_{mi}(\lambda)} = \frac{k_{mi}}{\lambda + a_{mi}}, \quad \text{где } a_{mi} > 0.$$

Для вывода основного результата воспользуемся известным подходом [3, 7], когда измерению доступны производные входного и выходного сигналов. Выберем закон управления в виде

$$u_i(t) = T_i(P) \vartheta_i(t), \quad (5)$$

где $\vartheta_i(t)$ — дополнительное управляющее воздействие. Составим уравнение для ошибки $e_i(t) = y_i(t) - y_{mi}(t)$, вычитая уравнение (2) из уравнения (4) и принимая во внимание закон уравнения (5):

$$e_i(t) = \frac{k_i}{P + a_{mi}} \left(\vartheta_i(t) - \frac{\Delta Q_i(P)}{k_i M_i(P)} y_i(t) + \frac{G_{1i}(P)}{k_i M_i(P)} y_i(t - \tau_i) + \frac{\Delta R_i(P)}{R_{mi}(P)} \vartheta_i(t) - \frac{k_{mi}}{k_i M_i(P)} r_i(t) + \frac{G_{2i}(P)}{k_i M_i(P)} f_i(t) + \sum_{j=1, i \neq j}^k \frac{S_{ij}(P)}{k_i M_i(P)} (e_j(t) + y_{mj}(t)) \right). \quad (6)$$

Введем на каждой подсистеме фильтры

$$\begin{aligned} \dot{V}_{yi} &= F_{1i} V_{yi} + b_{0i} y_i, & \eta_{yi} &= d_{0i} y_i + d_{1i}^T V_{yi}, \\ \dot{V}_{ui} &= F_{2i} V_{ui} + b_{0i} \vartheta_i, & \eta_{ui} &= d_{2i}^T V_{ui}, \\ \dot{V}_{ri} &= F_{3i} V_{ri} + b_{0i} r_i, & \eta_{ri} &= L_{ri} V_{ri}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $V_{yi} \in R^{n_i - 1}$, $V_{ui} \in R^{m_i}$, $V_{ri} \in R^{n_i - m_i - 1}$, F_{1i} , F_{2i} и F_{3i} — гурвицевы числовые матрицы, сопровождающие полиномы $M_i(\lambda)$, $R_{mi}(\lambda)$ и $T_i(\lambda)$ соответственно и заданные в форме Фробениуса; $L_{ri} = [1, 0, \dots, 0]$; $b_{0i}^T = [0, \dots, 0, 1]$ — в каждом из уравнений имеют соответствующий порядок.

Введем вектор регрессии

$$\omega_i = \text{col}(y_i, V_{yi}, y_i(t - \tau_i), V_{yi}(t - \tau_i), V_{ui}, \eta_{ri})$$

и вектор неизвестных параметров, зависящий от коэффициентов полиномов $\Delta Q_i(\lambda)$, $G_{1i}(\lambda)$, $R_i(\lambda)$, $M_i(\lambda)$, $S_{ij}(\lambda)$ и параметра k_i : $C_{0i} = \text{col}(d_{0i}, d_{1i}, \tilde{d}_{0i}, d_{3i}$,



$d_{2i}, \frac{k_{mi}}{k_i}$), тогда из выражения (6) получим уравнение ошибки

$$e_i(t) = \frac{k_i}{P + a_{mi}} \left(\vartheta_i(t) - C_{0i}^T \omega_i(t) + \varphi_i(t) + \sum_{j=1, i \neq j}^k \frac{S_{ij}(P)}{k_i M_i(P)} e_j(t) \right), \quad i = \overline{1, k}, \quad (8)$$

где $\varphi_i(t) = \frac{G_{2i}(P)}{k_i M_i(P)} f_i(t) + \sum_{j=1, i \neq j}^k \frac{S_{ij}(P)}{k_i M_i(P)} y_{mj}(t)$ — ограниченные функции, так как $M_i(\lambda)$ — гурвицевы полиномы, а $r_i(t)$ и $f_i(t)$ удовлетворяют предположению А.4.

Рассмотрим выражение, стоящее под знаком суммы в уравнении (8), введем переменные $\eta_{sj} = \frac{S_{ij}(P)}{k_i M_i(P)} e_j$, s_{ij} и векторы $\eta_{si} = \text{col}(\eta_{si1}, \dots, \eta_{sik})$, $s_i = \text{col}(s_{i1}, \dots, s_{ik})$ и получим уравнения $\dot{s}_{ij} = F_{1i} s_{ij} + B_{sij} e_j$, $\eta_{sij} = d_{sij} e_j + L_{sij} s_{ij}$, где $s_{ij} \in R^{n_i-1}$, $\eta_{sij} \in R$, F_{1i} , B_{sij} , L_{sij} , d_{sij} — матрицы минимальной реализации в пространстве состояний передаточной функции $\frac{S_{ij}(\lambda)}{k_i M_i(\lambda)}$, $L_{sij} = [1, 0, \dots, 0]$. Введем в рассмотрение вектор $e = \text{col}(e_1, \dots, e_k)$ и матрицы

$$F_{1i} = \text{diag}\{F_{1i1}, \dots, F_{1i1}\}, \quad L_{si} = \text{diag}\{L_{si1}, \dots, L_{sik}\}, \\ d_{si} = \text{diag}\{d_{si1}, \dots, d_{sik}\}, \quad B_{s1} = \text{diag}\{0, B_{s12}, \dots, B_{s1k}\}, \\ B_{s2} = \text{diag}\{B_{s21}, 0, \dots, B_{s2k}\}, \\ B_{si} = \text{diag}\{B_{si1}, B_{si2}, \dots, B_{si, i-1}, 0, B_{si, i+1}, \dots, B_{sik}\}$$

и получим следующее уравнение:

$$\dot{s}_i = F_i s_i + B_{si} e, \quad \eta_{si} = d_{si} e + L_{si} s_i. \quad (9)$$

Зададим закон изменения вспомогательного управляющего воздействия в виде [7]:

$$\vartheta_i(t) = C_i^T(t) \omega_i(t), \\ \frac{dC_i}{dt} = -\rho_i \omega_i(t) e_i - \alpha_i e_i^2(t) C_i(t), \quad (10)$$

где C_i — вектор настраиваемых параметров, структура которого аналогична структуре вектора C_{0i} ; $\rho_i > 0$, $\alpha_i > 0$. Таким образом, закон управления полностью децентрализован, поскольку в нем используются сигналы только локальных подсистем.

Тогда из уравнения ошибки (8) получим уравнение замкнутой системы

$$\dot{e}_i = -a_{mi} e_i(t) + k_i (C_i(t) - C_{0i})^T \omega_i(t) + k_i \varphi_i(t) + k_i E_i \eta_{si}(t), \quad i = \overline{1, k}, \quad (11)$$

где E_i — матрица строка порядка $(1 \times k)$, у которой все элементы равны единице.

Покажем, что система (7), (9)–(11) диссипативна и существует число ρ_{0i} такое, что при $\rho_i \geq \rho_{0i}$ выполнено целевое условие $\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} e_i(t) < \delta$. Возьмем функцию Ляпунова

$$V_1 = \sum_{i=1}^k \left(h_i e_i^2(t) + s_i^T(t) P_s s_i(t) + \frac{k_i}{\rho_{1i}} (C_i(t) - C_{0i})^T (C_i(t) - C_{0i}) \right), \quad h_i > 0, \quad \rho_i = h_i \rho_{1i},$$

где P_s — положительно-определенная симметричная матрица $P_s = \text{diag}\{P_{s1}, \dots, P_{sk}\}$. Вычислим полную производную функции Ляпунова в силу уравнений (9) и (11), определив алгоритмы настройки параметров локальных регуляторов согласно выражениям (10),

$$\dot{V}_1 = \sum_{i=1}^k \left(-2a_{mi} h_i e_i^2 + 2h_i e_i k_i E_i \eta_{si} + 2h_i e_i k_i \varphi_i(t) + s_i^T (P_s F_i + F_i^T P_s) s_i + 2s_i^T P_s B_{si} e - \frac{2\alpha_i k_i}{\rho_{1i}} ((C_i - C_{0i})^T e_i^2 C_i) \right). \quad (12)$$

Принимая во внимание, что матрицы P_s и F_i блочно-диагональные, получим, что для каждой подсистемы положительно-определенные матрицы P_{si} должны удовлетворять условиям $P_{si} F_{1i} + F_{1i}^T P_{si} = -2Q_{si} - \rho_{si} I$, где Q_{si} — произвольные положительно-определенные симметричные матрицы; $\rho_{si} > 0$; I — единичные матрицы соответствующего порядка.

Учитывая блочную диагональность всех матриц, воспользуемся оценками:

$$-2(C_i - C_{0i})^T C_i \leq -(C_i - C_{0i})^T (C_i - C_{0i}) + \|C_{0i}\|^2, \\ 2e_i h_i k_i \varphi_i \leq 2h_i \tilde{k}_i |e_i| |\varphi_i|, \\ 2e_i h_i E_i \eta_{si} \leq 2h_i |e_i| \|\eta_{si}\| \leq 2h_i |e_i| \|s_i\|, \\ -s_i^T Q_{si} s_i \leq -\lambda_{\min}(Q_{si}) \|s_i\|^2 \leq -\frac{\lambda_{\min}(Q_{si})}{\lambda_{\max}(P_{si})} s_i^T P_{si} s_i, \\ -s_i^T \rho_{si} s_i \leq -\lambda_{\min}(\rho_{si}) \|s_i\|^2,$$

$$s_{ij} Q_{si} s_{ij} \geq \frac{|s_{ij}^T P_{si} B_{sij}|^2}{B_{sij}^T P_{si} Q_{si}^{-1} P_{si} B_{sij}} = \chi_{sij} |s_{ij}^T P_{si} B_{sij}|^2,$$

$$\chi_{sij} = \frac{1}{B_{sij}^T P_{si} Q_{si}^{-1} P_{si} B_{sij}},$$

$$2s_{ij}^T P_{si} B_{sij} e_j \leq 2|s_{ij}^T P_{si} B_{sij}| |e_j|,$$

где λ_{\min} и λ_{\max} — минимальное и максимальное собственные числа соответствующих матриц, $Q_s = \text{diag}\{Q_{s1}, \dots, Q_{sk}\}$, $\rho_s = \text{diag}\{\rho_{s1}, \dots, \rho_{sk}\}$. Тогда из уравнения (12), дополняя соответствующие слагаемые правой части до полного квадрата, получим:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -\sigma_1 V_1 + \sum_{i=1}^k \left(-a_{mi} h_i e_i^2 + \frac{\alpha_i k_i}{\rho_{1i}} e_i^2 \|C_{0i}\|^2 - \right. \\ & - h_i \left(\sqrt{0,5 a_{mi}} e_i - \frac{\tilde{k}_i |\varphi_i|}{\sqrt{0,5 a_{mi}}} \right)^2 + \frac{h_i \tilde{k}_i^2 |\varphi_i|^2}{0,5 a_{mi}} - \\ & - \left(\sqrt{\lambda_{\min}(\rho_s)} \|s_{ij}\| - \frac{k_i h_i |e_i|}{\sqrt{\lambda_{\min}(\rho_s)}} \right)^2 - \\ & - \sum_{j=1}^k \left(\sqrt{\chi_{sij}} |s_{ij}^T P_{si} B_{sij}| - \frac{|e_j|}{\sqrt{\chi_{sij}}} \right)^2 - \\ & \left. - |e_i|^2 \left(0,5 h_i a_{mi} - \frac{k_i^2 h_i^2}{\lambda_{\min}(\rho_2)} - \sum_{j=1}^k \frac{1}{\chi_{sji}} \right) \right), \end{aligned}$$

где $\sigma_1 = \min \left\{ \alpha_i; 0,5 a_{mi}; \frac{\lambda_{\min}(Q_s)}{\lambda_{\max}(P_s)} \right\}$, откуда, выбрав

$0,5 h_i a_{mi} - \frac{k_i^2 h_i^2}{\lambda_{\min}(\rho_2)} - \sum_{j=1}^k \frac{1}{\chi_{sji}} > 0$, обеспечим положительность последнего слагаемого. Тогда производная от функции Ляпунова

$$\dot{V}_1 \leq -\sigma_1 V_1 - \sum_{i=1}^k e_i^2 \left(0,5 a_{mi} h_i - \frac{\alpha_i k_i}{\rho_{1i}} \|C_{0i}\|^2 \right) + \sigma_2, \quad (13)$$

где $\sigma_2 = \sup_t \left(\frac{h_i \tilde{k}_i^2 |\varphi_i|^2}{0,5 a_{mi}} \right)$. Если выбрать h_i и ρ_{1i} из условия $0,5 a_{mi} h_i - \frac{\alpha_i k_i}{\rho_{1i}} \|C_{0i}\|^2 > 0$, то, решив последнее

неравенство, получим $\lim_{t \rightarrow \infty} V_1 \leq \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$, а поскольку

$\sum_{i=1}^k h_{i \min} e_i^2 \leq V_1$, то и $|e_i|^2 < \frac{\sigma_2}{h_{i \min} \sigma_1}$, тогда $\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |e_i(t)| < \delta$.

Необходимо показать, что все переменные в (7) являются ограниченными функциями. Принимая во внимание условия А.1 и А.4 и гурвицевость

матриц F_{1i} и F_{3i} , получим, что векторы V_{yi} , V_{ri} и $(C_i(t) - C_{0i})^T \omega_i$ ограничены. Преобразуем второе уравнение (7):

$$\begin{aligned} \dot{V}_{ui} = & (F_{ui} + b_{0i} d_{2i}^T) V_{ui} + b_{0i} (C_i(t) - C_{0i})^T \omega_i + \\ & + b_{0i} \left(d_{0i} y_i(t) + d_{1i}^T V_{yi} + \tilde{d}_{0i} y_i(t - \tau_i) + \right. \\ & \left. + d_{3i}^T V_{ri}(t - \tau_i) + \frac{k_{mi}}{k_i} \eta_{ri}(t) \right). \end{aligned}$$

Характеристический многочлен $R_i(\lambda)$ матрицы $F_{ui} + b_{0i} d_{2i}^T$ в соответствии с предположением А.1 гурвицев, а следовательно, $V_{ui}(t)$ — ограниченный вектор, т. е. весь вектор $\omega_i(t)$ ограничен. Но тогда из второго из уравнений (10) следует ограниченность вектора $C_i(t)$, и из уравнений (7) и (10) следует ограниченность векторов $\dot{\omega}_i(t)$ и $\dot{C}_i(t)$. Это значит, что если система начинает работать из некоторой области Ω_0 , то существует область

$$\begin{aligned} \Omega = \{ & e_i(t), \omega_i(t), C_i(t), \dot{\omega}_i(t), \dot{C}_i(t) : |\omega_i(t)| \leq k_1, \\ & |C_i(t)| < k_2, |\dot{\omega}_i(t)| < k_3, |\dot{C}_i(t)| < k_4 \} \quad (14) \end{aligned}$$

с некоторой областью притяжения Ω_1 , для которой справедливо условие $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0$.

В связи с тем, что по условию сформулированной задачи измерение производных недопустимо, то сформулируем локальный закон управления (5) и (10) в виде

$$\begin{aligned} u_i(t) = & T_i(P) \bar{\vartheta}_i(t), \quad \vartheta_i(t) = C_i^T(t) \omega_i(t), \\ \frac{dC_i}{dt} = & -\rho_i \omega_i(t) e_i - \alpha_i e_i^2(t) C_i(t), \quad (15) \end{aligned}$$

где $\bar{\vartheta}_i(t)$ — оценка функции $\vartheta_i(t)$. Для реализации закона управления (15) требуется получить оценку $\bar{\vartheta}_i(t)$ и ее $\gamma_i - 1$ производных, для чего воспользуемся наблюдателем [8]

$$\dot{\zeta}_i = F_{0i} \zeta_i + H_i (\vartheta_i - \bar{\vartheta}_i), \quad \bar{\vartheta}_i = L_{0i} \zeta_i, \quad i = \overline{1, k}. \quad (16)$$

Здесь $\zeta_i \in R^{\gamma_i - 1}$, $L_{0i} = [1, 0, \dots, 0]$, $H_i^T = \left[\frac{h_{1i}}{\mu}, \dots, \frac{h_{\gamma_i - 1}}{\mu} \right]$, $F_{0i} = \begin{bmatrix} 0 & I_{\gamma_i - 2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, вектор H_i выбирается таким образом, чтобы матрица $F_i = F_{0i} + \bar{H}_i L_i$ была гурвицевой, где $\bar{H}_i^T = [-h_{1i}, \dots, -h_{\gamma_i - 1}]$; $\mu > 0$ — малое число. Очевидно, что теперь закон управле-



ния технически реализуем, так как содержит известные или измеряемые величины.

Введем два вектора $\theta_i^T(t) = [\vartheta_i(t), \dot{\vartheta}_i(t), \dots, \overset{(\gamma_i-1)}{\vartheta}_i]$, $\eta_i(t) = \Gamma_i^{-1}(\zeta_i(t) - \theta_i(t))$, где блочно-диагональная матрица $\Gamma_i = \text{diag}\{\mu^{\gamma_i-2}, \mu^{\gamma_i-1}, \dots, \mu, 1\}$, и из уравнения (16) получим уравнение для нормированных отклонений $\eta_i(t)$

$$\dot{\eta}_i(t) = \Gamma_i^{-1}(F_{0i} - H_i L_{0i})\Gamma_i \eta_i(t) + \Gamma_i^{-1} b_{0i} \overset{(\gamma_i)}{\vartheta}_i(t).$$

Структура матриц F_{0i} , b_{0i} , Γ_i и H_i такова, что $\Gamma_i^{-1}(F_{0i} - H_i L_{0i})\Gamma_i = \frac{1}{\mu} F_i$, $\Gamma_i^{-1} b_{0i} = b_{0i}$, и с учетом равенства $\zeta_i(t) - \theta_i(t) = \Gamma_i \eta_i(t)$ последнее уравнение примет вид

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_i(t) &= \frac{1}{\mu} F_i \eta_i(t) + b_{0i} \overset{(\gamma_i)}{\vartheta}_i(t), \\ \Delta \vartheta_i(t) &= \bar{\vartheta}_i(t) - \vartheta_i(t) = \mu^{\gamma_i-2} L_{0i} \eta_i(t). \end{aligned}$$

Преобразуем это уравнение в эквивалентное относительно выхода $\Delta \vartheta_i(t)$:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\eta}}_i(t) &= \frac{1}{\mu} F_i \bar{\eta}_i(t) + \tilde{b}_{0i} \dot{\vartheta}_i(t), \\ \Delta \vartheta_i(t) &= \mu^{\gamma_i-2} L_{0i} \bar{\eta}_i(t), \end{aligned} \quad (17)$$

где $\tilde{b}_{0i} = [1/\mu^{\gamma_i-2}, 0, \dots, 0]$, $\bar{\eta}_{i1}(t) = \eta_{i1}(t)$. Принимая во внимание, что управление формируется в виде (15), преобразуем уравнение (11) к виду

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= -a_{mi} e_i(t) + k_i(C_i(t) - C_{0i})^T \omega_i(t) + \\ &+ \mu^{\gamma_i-2} k_i L_{0i} \bar{\eta}_i(t) + k_i(\varphi_i(t) + E_i \eta_{si}(t)), \quad i = \overline{1, k}. \end{aligned} \quad (18)$$

Утверждение. Если выполнены предположения А.1—А.5, то существует число μ_0 такое, что при $\mu \leq \mu_0$ система (7), (15), (17) и (18) диссипативна, если движение системы начинается в области Ω_0 и выполнено целевое условие (3). ♦

Доказательство. Запишем уравнения (17), (9) и (18) в виде

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= -a_{mi} e_i(t) + k_i(C_i(t) - C_{0i})^T \omega_i(t) + \\ &+ \mu^{\gamma_i-2} k_i L_{0i} \bar{\eta}_i(t) + k_i(\varphi_i(t) + E_i \eta_{si}(t)), \quad i = \overline{1, k}, \\ \dot{s}_i &= F_1 s_i(t) + B_{si} e(t), \quad \eta_{si}(t) = L_{si} s_i(t), \\ \mu_1 \dot{\bar{\eta}}_i(t) &= F_i \bar{\eta}_i(t) + \mu_2 \tilde{b}_{0i} \dot{\vartheta}_i(t), \\ \dot{C}_i &= -\rho_i \omega_i(t) e_i - \alpha_i e_i^2(t) C_i(t), \end{aligned} \quad (19)$$

где $\mu_1 = \mu_2 = \mu$. Воспользуемся леммой.

Лемма [10]. Если система описывается уравнением $\dot{x} = f(x, \mu_1, \mu_2)$, $x \in R^{m_1}$, где $f(t)$ — непрерывная функция, липшицева по x , и при $\mu_2 = 0$ имеет ограниченную замкнутую область диссипативности $\Omega_1 = \{x | F(x) < \tilde{C}\}$, где $F(x)$ — положительно-определенная, непрерывная кусочно-гладкая функция, то существует $\mu_0 > 0$ такое, что при $\mu_2 \leq \mu_0$ исходная система имеет ту же область диссипативности Ω_1 , если для некоторых чисел \tilde{C}_1 и $\bar{\mu}_1$ при $\mu_2 = 0$ выполнено условие

$$\begin{aligned} \sup_{|\mu_1| \leq \bar{\mu}_1} \left(\left(\frac{\partial F(x)}{\partial x} \right)^T f(x, \mu, 0) \right) &\leq -\tilde{C}_1, \\ \text{при } F(x) &= \tilde{C}. \end{aligned} \quad (20)$$

Возьмем функцию Ляпунова $V_2 = \sum_{i=1}^k \bar{\eta}_i^T H_{2i} \bar{\eta}_i$,

где $H_{2i} = H_{2i}^T > 0$ определяется из решения уравнения $H_{2i} F_i + F_i^T H_{2i} = -Q_{2i}$, где $Q_{2i} = Q_{2i}^T > 0$, тогда учитывая уравнения (19), получим

$$\dot{V}_2 = - \sum_{i=1}^k \frac{1}{\mu_1} \bar{\eta}_i^T Q_{2i} \bar{\eta}_i \quad \text{при } \mu_2 = 0.$$

Таким образом, при $\mu_2 = 0$ имеем исходную систему уравнений (9) и (11), к которой добавляется независимое уравнение $\mu_1 \dot{\bar{\eta}}_i(t) = F_i \bar{\eta}_i(t)$ с асимптотически устойчивой переменной $\bar{\eta}_i(t)$. Следовательно, имеем область диссипативности Ω с областью притяжения Ω_1 .

Выберем в качестве функции $F(x)$ функцию Ляпунова

$$\begin{aligned} F &= \sum_{i=1}^k \left(h_{1i} e_i^2(t) + s_i^T P_s s_i(t) + \right. \\ &+ \frac{k_i}{\rho_i} (C_i(t) - C_{0i})^T (C_i(t) - C_{0i}) + V_{yi}^T(t) H_{3i} V_{yi}(t) + \\ &\left. + V_{ui}^T(t) H_{4i} V_{ui}(t) + \bar{\eta}_i^T(t) H_{2i} \bar{\eta}_i(t) \right), \end{aligned}$$

где $h_{1i} > 0$, H_{2i} , H_{3i} и H_{4i} — положительно-определенные симметричные матрицы. Выберем число \tilde{C} так, чтобы ограниченная замкнутая поверхность $F(x) = \tilde{C}$, где $x^T(t) = [y_i, s_i^T, \bar{\eta}_i^T, V_{yi}^T \text{ и } V_{ui}^T]$, совпала с границей области Ω по переменным $x(t)$, а поскольк множество притяжения Ω_1 лежит в откры-

той области $V(x) < \tilde{C}$, система диссипативна. Поэтому переменные $x(t)$ будут стремиться к области притяжения Ω_1 , а следовательно существует число \tilde{C}_1 , для которого выполнено условие (20). При этом только переменные $\bar{\eta}_i(t)$, а точнее, скорость их сходимости к нулю будет зависеть от выбора μ_1 . Таким образом, в соответствии с леммой [10], существует $\mu_0 > 0$ такое, что при $\mu < \mu_0$ область диссипативности системы (7), (15), (17) и (18) остается область Ω . Но необходимо отметить, что сохранение области диссипативности не гарантирует, что множество притяжения Ω_1 останется в сингулярно возмущенной системе тем же.

Пусть в уравнениях (19) $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$. Будем считать, что движение системы начинается во множестве начальных условий Ω_0 , следовательно, все траектории системы будут находиться в области диссипативности Ω . Возьмем функцию Ляпунова $V = V_1(e_i, s_i, (C_i - C_{0i})) + V_2(\bar{\eta}_i)$ и определим матрицу $Q_{2i} = 3I$. Вычислим полную производную от функции Ляпунова в силу уравнений (19), учитывая выражение (13),

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\sigma_1 V_1 + \sigma_2 + \sum_{i=1}^k \left(-e_i^2 \left(0,5a_{mi}h_i - \frac{\alpha_i k_i}{\rho_{1i}} \|C_{0i}\|^2 \right) + \right. \\ & + 2e_i(t)h_i\mu_0^{\gamma_i-1} L_{0i}\bar{\eta}_i(t) - \frac{3}{\mu_0} \|\bar{\eta}_i(t)\|^2 + \\ & \left. + 2\bar{\eta}_i^T H_{2i}\tilde{b}_{0i} (\dot{C}_i^T(t)\omega_i(t) + C_i^T(t)\dot{\omega}_i(t)) \right). \quad (21) \end{aligned}$$

Так как траектории системы находятся в области Ω (14), а именно:

$$\begin{aligned} \Omega = \{ & e_i(t), \omega_i(t), C_i(t), \dot{\omega}_i(t), \dot{C}_i(t) : |\omega_i(t)| \leq k_1, \\ & |C_i(t)| < k_2, |\dot{\omega}_i(t)| < k_3, |\dot{C}_i(t)| < k_4 \}, \end{aligned}$$

то справедливы оценки

$$\begin{aligned} 2\bar{\eta}_i^T H_{2i}\tilde{b}_{0i} (\dot{C}_i^T \omega_i(t) + C_i^T \dot{\omega}_i(t)) & \leq 2\|\eta_i(t)\|K_{0i}, \\ 2e_i(t)h_i\mu_0^{\gamma_i-2} L_{0i}\bar{\eta}_i & \leq 2|e_i(t)h_i\tilde{k}_i\mu_0^{\gamma_i-2} \|\bar{\eta}_i(t)\|, \end{aligned}$$

где $K_0 = \|H_{2i}\tilde{b}_{0i}\|(k_4k_1 + k_2k_3)$. Подставив эти оценки в производную (21), получим

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\sigma_3 V + \sigma_2 + \sum_{i=1}^k \left(-e_i^2 \left(0,25a_{mi}h_i - \frac{\alpha_i k_i}{\rho_{1i}} \|C_{0i}\|^2 \right) - \right. \\ & \left. - \left(\frac{1}{\sqrt{\mu_0}} \|\bar{\eta}_i(t)\| - \sqrt{\mu_0} K_{0i} \right)^2 + \mu_0^2 K_{0i}^2 - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \left(0,25a_{mi}h_i e_i^2(t) - 2|e_i(t)h_i\tilde{k}_i\mu_0^{\gamma_i-2} \|\bar{\eta}_i(t)\| + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\mu_0} \|\bar{\eta}_i(t)\|^2 \right), \end{aligned}$$

где $\sigma_3 = \min \left\{ \sigma_1, \frac{1}{\mu_0} \right\} = \min \left\{ \alpha_i; 0,5a_{mi}; \frac{\lambda_{\min}(Q_s)}{\lambda_{\max}(P_s)}; \frac{1}{\mu_0} \right\}$. Если выбрать μ_0 , h_i и ρ_{1i} из условия

$$\begin{aligned} \frac{0,25a_{mi}h_i}{\mu_0} - h_i^2 \tilde{k}_i^2 \mu_0^{2(\gamma_i-2)} & > 0, \\ \rho_{2i} = 0,25a_{mi}h_i - \frac{\alpha_i k_i}{\rho_{1i}} \|C_{0i}\|^2 & > 0, \quad (22) \end{aligned}$$

обеспечивая положительность второго слагаемого. Тогда справедливо неравенство

$$\dot{V} \leq -\sigma_3 V + \sum_{i=1}^k (-\rho_{2i} e_i^2 + \sigma_2 + \mu_0^2 K_{0i}^2),$$

откуда следует, что в области, где выполнено условие $|e_i(t)| > \sqrt{(\sigma_2 + \mu_0^2 K_{0i}^2)/\rho_{2i}}$, имеем $\dot{V} < -\sigma_3 V$, т. е. переменные $e_i(t)$ и $\bar{\eta}_i(t)$ ограничены. Следовательно $|e_i(t)| < \sqrt{(\sigma_2 + \mu_0^2 K_{0i}^2)/\rho_{2i}}$, при $\mu \leq \mu_0$, изменяя ρ_{1i} и μ в выражениях (22), можно получить требуемую величину δ в целевом условии (3). ♦

3. ПРИМЕР

Рассмотрим объект управления, динамические процессы в котором описываются уравнениями

$$\begin{aligned} (P^3 + a_1 P^2 + a_2 P + a_3)y_1(t) + (g_1 P^2 + g_2 P + g_3) \times \\ \times y_1(t - \tau_1) = b_1 u_1(t) + (s_1 P + s_2)y_2(t), \\ (P^3 + a_4 P^2 + a_5 P + a_6)y_1(t) + (g_4 P^2 + g_5 P + g_6) \times \\ \times y_2(t - \tau_2) = b_2 u_2(t) + (s_3 P + s_2)y_1(t). \end{aligned}$$

Параметры локальных эталонных моделей $Q_{mi}(P) = (P + 1)^3$, $R_{mi}(P) = 1$. Задающие воздействия $r_1(t) = 1 + \sin t$, $r_2(t) = 1 + 2\sin 0,5t$. Оператор $T_i(P) = P^2 + 2P + 1$, тогда число $a_{mi} = 1$ в уравнении (11), а фильтры (7) принимают вид

$$\begin{aligned} \dot{V}_{yi} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} V_{yi} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e_i(t), \quad \dot{V}_{ri} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} V_{ri} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r_i(t), \\ \eta_{ri} = [1 \ 0] V_{ri}, \quad i = 1, 2, \end{aligned}$$

при этом один фильтр исключается, поскольку $\deg R_{mi}(P) = 0$. Вектор регрессии принимает вид



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

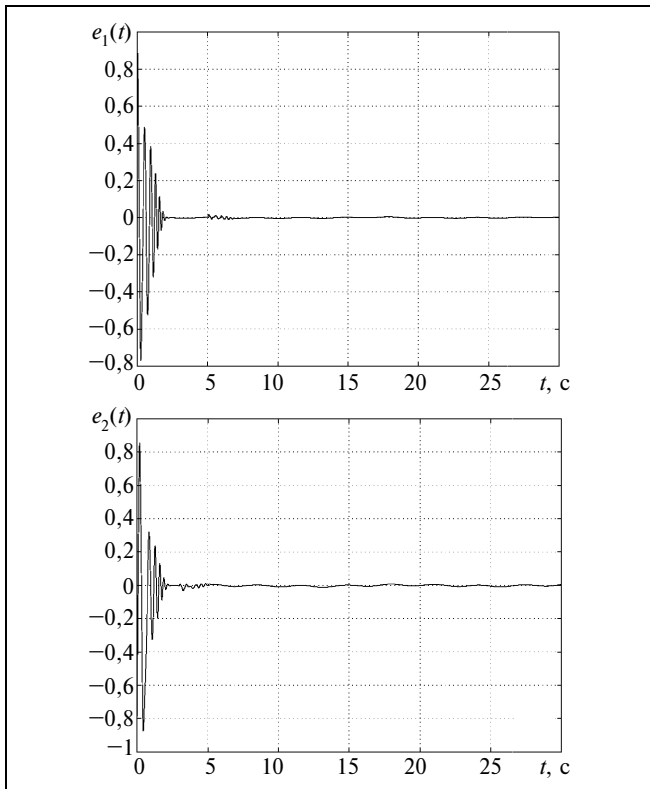
Рассмотрена задача адаптивного управления с эталонной моделью для многосвязного объекта с неизвестными параметрами, когда измерению недоступны производные входных и выходных сигналов локальных подсистем. Предложено и обосновано применение модифицированного адаптивного алгоритма высокого порядка, в котором по сравнению с известными алгоритмами адаптации высокого порядка исключены фильтры, через которые пропускаются все компоненты вектора регрессии, благодаря чему существенно уменьшается порядок замкнутой системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фрадков А.Л. Синтез адаптивной системы стабилизации линейного динамического объекта // Автоматика и телемеханика. — 1974. — № 12.
2. Narendra K.S., Valavani L.S. Stable adaptive controller design — direct control // IEEE Trans. on Automatic Control. — 1978. — Vol. 23, N 4.
3. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное адаптивное управление сложными динамическими системами. — СПб.: Наука, 2000.
4. Morse A.S. High-order parameter tuners for adaptive control of nonlinear systems // Syst. Models and Feedback: Theory Appl. Birkhauser. — 1992. — P. 339—364.
5. Nikiforov V.O. Robust high — order tuner of simplified structure // Automatica. — 1999. — Vol. 35, N 8. — P. 1409—1415.
6. Khalil H.K. Adaptive output feedback control of nonlinear systems represented by input — output models // IEEE Trans. on Automatic Control. — 1996. — Vol. 41, N 2. — P. 177—188.
7. Цыкунов А.М. Модифицированный адаптивный алгоритм высокого порядка для управления линейным объектом по выходу // Автоматика и телемеханика. — 2006. — № 8. — С. 143—153.
8. Миркин Б.М., Цой Ман-Су. Адаптивное децентрализованное управление динамическими системами. — Бишкек: Илим, — 1991.
9. Atassi A.N., Khalil H.H. A separation principle for the stabilization of a class of nonlinear systems // IEEE Trans. on Automatic Control. — 1999. — Vol. 44, N 9. — P. 1672—1687.
10. Брусин В.А. Об одном классе сингулярно возмущенных адаптивных систем. I // Автоматика и телемеханика. — 1995. — № 4. — С. 119—127.

e-mail: parsheva-el@yandex.ru

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Ю. Рутковским. □



Траектории ошибок

$\omega_i(t) = \text{col}(y_i, V_{y_i}, y_i(t - \tau_i), V_{y_i}(t - \tau_i), \eta_{y_i})$. Наблюдатель (16) и закон управления имеют вид

$$\dot{\zeta}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \zeta_i + \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ \mu & \mu^2 \end{bmatrix}^T (\vartheta_i(t) - \bar{\vartheta}_i), \quad \bar{\vartheta}_i = [1 \ 0] \zeta_i, \quad i = 1, 2,$$

$$u_i(t) = (P^2 + 2P + 1)\bar{\vartheta}_i(t), \quad \vartheta_i(t) = C_i^T(t)\omega_i(t), \quad \frac{dC_i}{dt} = -\rho_i \omega_i(t) e_i - \alpha_i e_i^2(t) C_i(t).$$

На рисунке приведены результаты моделирования при следующих исходных данных:

$$\begin{aligned} a_l &= -5, \quad g_l = 2, \quad l = 1, 2, 3; \quad \tau_1 = 5, \quad c; \\ s_1 &= s_2 = 2; \quad b_1 = 3; \\ a_l &= -4, \quad g_l = -3, \quad l = 4, 5, 6; \quad \tau_2 = 3, \quad c; \\ s_3 &= s_4 = 3; \quad b_2 = 2; \quad \alpha_i = 5, \quad \rho_i = 20, \quad \mu = 0,01, \\ y_1(0) &= \dot{y}_1(0) = \ddot{y}_1(0) = 1, \\ y_2(0) &= \dot{y}_2(0) = \ddot{y}_2(0) = -1, \end{aligned}$$

все остальные начальные условия нулевые.

ОБ УСЛОВИЯХ ГРУБОСТИ НЕУСТОЙЧИВЫХ НЕАВТОНОМНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ В СМЫСЛЕ СОХРАНЕНИЯ ХАРАКТЕРА УСТОЙЧИВОСТИ

В.П. Жуков

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва

Рассмотрены условия, при которых неустойчивость состояния равновесия неавтономных линейных динамических систем произвольного порядка переходит при определенном классе нелинейных возмущений их правых частей в неустойчивость состояния равновесия соответствующих нелинейных возмущенных динамических систем (грубость неустойчивых неавтономных линейных систем в смысле сохранения характера устойчивости). Приведены достаточные условия такой грубости относительно некоторых классов нелинейных возмущений.

ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем рассматривать грубость неавтономной линейной динамической системы произвольного порядка n

$$\dot{x}_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}(t)x_j, \quad i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

или в векторном виде

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}, \quad \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n,$$

где $\mathbf{A}(t)$ — квадратная матрица $n \times n$ с непрерывно зависящими от аргумента t вещественными элементами $a_{ij}(t)$, $i, j = 1, \dots, n$, которые в общем случае отличны от констант. Точка $\mathbf{x} = 0$, очевидно, точка равновесия системы (1).

Наряду с исходной (невозмущенной) системой (1) будем рассматривать возмущенную систему

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x} + \varphi(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n, \quad (2)$$

где возмущение описывается векторной функцией $\varphi(\mathbf{x}, t)$, $\varphi(0, t) = 0$, компоненты $\varphi_i(\mathbf{x}, t)$, $\varphi_i(0, t) = 0$, $i = 1, \dots, n$, которой определены на множестве $\mathbf{G}_p = \mathbf{G} \times \mathbf{R}^+ \subset \mathbf{R}^{n+1}$ ($\mathbf{R}^+ = [0, \infty)$ — положительная полуось аргумента t , $\mathbf{G} \subseteq \mathbf{R}^n$ — область, содержащая точку $\mathbf{x} = 0$) и непрерывны в \mathbf{G}_p по совокуп-

ности переменных x_1, \dots, x_n, t вместе со своими первыми частными производными $\partial\varphi_i(\mathbf{x}, t)/\partial x_j$, $i, j = 1, \dots, n$ ($\varphi_i(\mathbf{x}, t) \in \mathbf{C}_x^1$, $i = 1, \dots, n$; \mathbf{C}_x^1 — наиболее широкий класс непрерывно дифференцируемых по переменным x_1, \dots, x_n функций, включающий в себя как класс аналитических функций, так и класс всех неаналитических функций, непрерывно дифференцируемых по переменным x_1, \dots, x_n не менее одного раза). При указанных условиях на функции $\varphi_i(\mathbf{x}, t)$, $i = 1, \dots, n$, для любой точки $(\mathbf{x}_0, t_0) \in \mathbf{G}_p$ существует [1] единственное решение системы (2), проходящее через эту точку и максимально продолженное по t в пределах множества \mathbf{G}_p . Пусть эти функции $\varphi_i(\mathbf{x}, t)$ при любом $t \in \mathbf{R}^+$ удовлетворяют также условиям

$$\left. \frac{\partial\varphi_i(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} \right|_{\mathbf{x}=0} = 0, \quad i, j = 1, \dots, n. \quad (3)$$

Условия $\varphi_i(\mathbf{x}, t) \in \mathbf{C}_x^1$, $\varphi_i(0, t) = 0$, $i = 1, \dots, n$, в совокупности с условиями (3) назовем основными условиями, наложенными на функции $\varphi_i(\mathbf{x}, t)$. Основные условия обеспечивают при любом $t \in \mathbf{R}^+$ строгую нелинейность каждой функции $\varphi_i(\mathbf{x}, t)$, не равной тождественно нулю, по переменным x_1, \dots, x_n , т. е. обеспечивают ее нелинейность при отсутствии



в ней линейной составляющей по этим переменным. Действительно, из условий $\varphi_i(\mathbf{x}, t) \in \mathbf{C}_x^1$, $i = 1, \dots, n$, следует, что при любом $t \in \mathbf{R}^+$ приращение $\Delta\varphi_i(\mathbf{x}, t) = \varphi_i(\mathbf{x}, t) - \varphi_i(0, t) = \varphi_i(\mathbf{x}, t)$ каждой функции $\varphi_i(\mathbf{x}, t)$ при переходе из точки $(0, t) \in \mathbf{G}_p$ в точку $(\mathbf{x}, t) \in \mathbf{G}_p$ представимо в виде [2, 3]

$$\Delta\varphi_i(\mathbf{x}, t) = \varphi_i(\mathbf{x}, t) = \sum_{j=1}^n x_j \left. \frac{\partial \varphi_i(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} \right|_{\mathbf{x}=0} + 0_i(\mathbf{x}, t),$$

$$\lim_{\mathbf{x} \rightarrow 0} \frac{0_i(\mathbf{x}, t)}{|\mathbf{x}|} = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

При условиях (3) первый член в правой части этого соотношения (главная линейная часть функции $\varphi_i(\mathbf{x}, t) = \Delta\varphi_i(\mathbf{x}, t)$ в точке $\mathbf{x} = 0$) равен нулю, из чего следует, что

$$\varphi_i(\mathbf{x}, t) = 0_i(\mathbf{x}, t), \quad \lim_{\mathbf{x} \rightarrow 0} \frac{0_i(\mathbf{x}, t)}{|\mathbf{x}|} = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Это означает, что функции $\varphi_i(\mathbf{x}, t)$ не содержат линейной составляющей и поэтому при любом $t \in \mathbf{R}^+$ действительно являются строго нелинейными по переменным x_1, \dots, x_n .

Дополнительная характеристика рассматриваемых классов возмущающих функций $\varphi(\mathbf{x}, t)$ будет приведена в § 1 (пп. 1.1 и 1.2, где в виде двух теорем даются соответствующие двум рассматриваемым классам возмущений $\varphi(\mathbf{x}, t)$ условия грубости систем вида (1)).

Если некоторая невозмущенная динамическая система имеет точку равновесия $\mathbf{x} = 0$ одного из возможных характеров устойчивости (асимптотическая устойчивость, неасимптотическая устойчивость, неустойчивость) и нас интересуют лишь условия, при которых точка равновесия $\mathbf{x} = 0$ возмущенной системы будет иметь такой же характер устойчивости, то возникает понятие грубости невозмущенной системы в смысле сохранения характера устойчивости. При исследовании конкретных динамических систем чаще возникает вопрос именно о сохранении возмущенной системой характера устойчивости, а не о топологической эквивалентности фазовых портретов возмущенной и невозмущенной систем (т. е. о структурной устойчивости невозмущенной системы), требующей существования соответствующего гомеоморфизма, обеспечивающего указанную топологическую эквивалентность.

При исследовании условий грубости невозмущенных систем (1) будем исходить из следующего определения.

Определение. *Невозмущенную неавтономную линейную динамическую систему (1) будем называть грубой в смысле сохранения характера устойчивости по отношению к нелинейным возмущениям $\varphi(\mathbf{x}, t)$ рассматриваемого класса, если характер устойчивости точки равновесия $\mathbf{x} = 0$ возмущенной системы остается таким же, как и у точки равновесия $\mathbf{x} = 0$ невозмущенной системы. ♦*

В определении имеется в виду лишь факт сохранения характера устойчивости точки равновесия $\mathbf{x} = 0$ (например, если точка $\mathbf{x} = 0$ системы (1) асимптотически устойчива или неустойчива, то и точка $\mathbf{x} = 0$ системы (2) соответственно асимптотически устойчива или неустойчива). При этом не предполагается существование гомеоморфизма, осуществляющего топологическую эквивалентность фазовых портретов невозмущенной и возмущенной систем, т. е. данное в определении понятие грубости не является определением грубости в смысле структурной устойчивости [4], исследование условий существования которой и их применение связаны с большими трудностями (примером могут служить условия, полученные А.А. Андроновым и Л.С. Понтрягиным для систем второго порядка [5, 6]).

Цель статьи состоит в том, чтобы указать свойства матрицы $\mathbf{A}(t)$, обеспечивающие условия грубости (в смысле данного определения) неустойчивых невозмущенных систем (1) по отношению к рассматриваемым классам нелинейных возмущений $\varphi(\mathbf{x}, t)$.

1. ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ ГРУБОСТИ НЕУСТОЙЧИВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ (1)

Рассмотрим условия грубости неустойчивых динамических систем (1) по отношению к двум классам возмущающих нелинейных функций $\varphi(\mathbf{x}, t)$.

Пусть оба эти класса (назовем их классами K_1 и K_2) удовлетворяют описанным во Введении основным условиям ($\varphi_i(\mathbf{x}, t) \in \mathbf{C}_x^1$, $\varphi_i(0, t) = 0$, $i = 1, \dots, n$; функции $\varphi_i(\mathbf{x}, t)$ удовлетворяют соотношению (3)); кроме того, каждый из этих классов удовлетворяет своему дополнительному условию, рассматриваемому далее в одном из пп. 1.1 и 1.2. В этих же подразделах в теоремах 1 и 2 в терминах свойств матрицы $\mathbf{A}(t)$ приводятся два достаточных условия грубости неустойчивых систем (1), соответствующие двум рассматриваемым классам возмущений $\varphi(\mathbf{x}, t)$.

1.1. Сначала укажем дополнительное условие, предъявляемое к нелинейным возмущениям $\varphi(\mathbf{x}, t)$ класса K_1 . Оно заключается в том, что для функ-

ции $\varphi(\mathbf{x}, t)$ из класса K_1 можно указать такую непрерывную определенно отрицательную функцию $w(\mathbf{x})$ ($w(0) = 0$, $w(\mathbf{x}) < 0$ при $\mathbf{x} \neq 0$), что в некоторой окрестности ε точки $\mathbf{x} = 0$ при любом $t \in \mathbf{R}^+$ выполняется соотношение

$$\operatorname{div}\varphi(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \varphi_i(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i} \geq w(\mathbf{x}). \quad (4)$$

Заметим, что из условия (3) следует $\operatorname{div}\varphi(\mathbf{x}, t)|_{\mathbf{x}=0} = 0$ при любом $t \in \mathbf{R}^+$. Это определяет характер функции $\operatorname{div}\varphi(\mathbf{x}, t)$ в окрестности точки $\mathbf{x} = 0$: при любом фиксированном значении $t \in \mathbf{R}^+$ $\operatorname{div}\varphi(\mathbf{x}, t)$ как непрерывная функция аргумента \mathbf{x} проходит в точке $\mathbf{x} = 0$ через нулевое значение. Заметим также, что $\operatorname{div}\mathbf{A}(t)\mathbf{x} = \sum_{i=1}^n a_{ii}(t) = q(t)$ как след матрицы $\mathbf{A}(t)$ является непрерывной функцией лишь аргумента t .

Имеет место следующая теорема, дающая достаточные условия грубости неустойчивых неавтономных линейных систем (1) по отношению к нелинейным возмущениям $\varphi(\mathbf{x}, t)$ из класса K_1 .

Теорема 1. Если матрица $\mathbf{A}(t)$, соответствующая системе (1), такова, что $\operatorname{div}\mathbf{A}(t)\mathbf{x} = q(t)$ как непрерывная функция аргумента $t \in \mathbf{R}^+$ ограничена снизу положительной константой ($\operatorname{div}\mathbf{A}(t)\mathbf{x} = q(t) \geq C = \operatorname{const} > 0$), то невозмущенная неавтономная линейная система (1), имея неустойчивую точку равновесия $\mathbf{x} = 0$, является по отношению к возмущениям $\varphi(\mathbf{x}, t)$ из класса K_1 грубой в смысле сохранения характера устойчивости. ♦

Доказательство теоремы приведено в Приложении.

Рассмотрим пример применения теоремы 1. Пусть необходимо исследовать грубость в смысле сохранения характера устойчивости точки равновесия $\mathbf{x} = 0$ неавтономной линейной системы

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -4x_1(1 + e^{-t}) - 3x_2 + 7x_3, \\ \dot{x}_2 &= (5x_1 - 4x_2 + x_3)(1 + e^{-t}), \\ \dot{x}_3 &= 8x_1 + 7x_2 + 10x_3(1 + e^{-t}). \end{aligned} \quad (5)$$

Так как для исследуемой системы уравнений имеем $q(t) = \operatorname{div}\mathbf{A}(t)\mathbf{x} = -4(1 + e^{-t}) - 4(1 + e^{-t}) + 10(1 + e^{-t}) = 2(1 + e^{-t}) > 2 > 0$, т. е. $q(t) > 2$ при любом $t \in \mathbf{R}^+$, то согласно теореме 1 рассматриваемая система, имея неустойчивую точку равновесия $\mathbf{x} = 0$, является по отношению к возмущениям $\varphi(\mathbf{x}, t)$ класса K_1 грубой в смысле сохранения ха-

рактера устойчивости. Это, очевидно, позволяет утверждать, что точка равновесия $\mathbf{x} = 0$ любой нелинейной системы, полученной возмущением системы (5) нелинейной функцией $\varphi(\mathbf{x}, t)$, является неустойчивой, если эта функция принадлежит классу K_1 . В связи с этим рассмотрим нелинейную систему

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -4x_1(1 + e^{-t}) - 3x_2 + 7x_3 - 3x_1x_2^2, \\ \dot{x}_2 &= (5x_1 - 4x_2 + x_3)(1 + e^{-t}) - 3x_1^2x_2, \\ \dot{x}_3 &= 8x_1 + 7x_2 + 10x_3(1 + e^{-t}) - x_3^3(1 + e^{-t}), \end{aligned} \quad (6)$$

полученную возмущением системы (5) нелинейной функцией $\varphi(\mathbf{x}, t)$ с компонентами $\varphi_1(\mathbf{x}, t) = -3x_1x_2^2$, $\varphi_2(\mathbf{x}, t) = -3x_1^2x_2$, $\varphi_3(\mathbf{x}, t) = -x_3^3(1 + e^{-t})$. Эта функция удовлетворяет основным условиям. Проверим, принадлежит ли она классу K_1 . Так как

$$\begin{aligned} \operatorname{div}\varphi(\mathbf{x}, t) &= \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \varphi_i(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i} = \\ &= -3x_2^2 - 3x_1^2 - 3x_3^2(1 + e^{-t}), \end{aligned}$$

то функция $\varphi(\mathbf{x}, t)$ удовлетворяет дополнительно условию: при любом $t \in \mathbf{R}^+$ $\operatorname{div}\varphi(\mathbf{x}, t) \geq w(\mathbf{x}) = -3x_2^2 - 3x_1^2 - 6x_3^2$, где $w(\mathbf{x})$ — определенно отрицательная функция. Поэтому функция $\varphi(\mathbf{x}, t)$ принадлежит к классу K_1 . Так как система (5) согласно теореме 1 неустойчива и груба в смысле сохранения характера устойчивости по отношению к возмущениям класса K_1 , то, очевидно, неустойчивой будет и точка равновесия $\mathbf{x} = 0$ возмущенной системы (6).

1.2. Укажем теперь дополнительное условие, предъявляемое к возмущениям $\varphi(\mathbf{x}, t)$ класса K_2 . Оно заключается в том, что для функции $\varphi(\mathbf{x}, t)$ из класса K_2 в некоторой окрестности ε точки $\mathbf{x} = 0$ при любом $t \in \mathbf{R}^+$ выполняется соотношение

$$\operatorname{div}\varphi(\mathbf{x}, t) \geq 0, \quad (7)$$

включая тождественное равенство нулю. При этом $\operatorname{div}\varphi(\mathbf{x}, t)|_{\mathbf{x}=0} = 0$ при любом $t \in \mathbf{R}^+$, что следует из условия (3).

Следующая теорема дает достаточное условие грубости неустойчивых неавтономных систем (1) по отношению к нелинейным возмущениям $\varphi(\mathbf{x}, t)$ из класса K_2 .

Теорема 2. Если матрица $\mathbf{A}(t)$, соответствующая системе (1), такова, что $\operatorname{div}\mathbf{A}(t)\mathbf{x} = q(t)$ как непре-



рванная функция аргумента $t \in \mathbf{R}^+$, не удовлетворяя¹ условию теоремы 1 ($\text{div}\mathbf{A}(t)\mathbf{x} = q(t) \geq C = \text{const} > 0$), удовлетворяет условию

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t q(\tau) d\tau = \infty, \quad (8)$$

то невозмущенная неавтономная линейная система (1), имея неустойчивую точку равновесия $\mathbf{x} = 0$, является по отношению к возмущениям $\varphi(\mathbf{x}, t)$ из класса K_2 грубой в смысле сохранения характера устойчивости. ♦

Доказательство приведено в Приложении. Заметим, что при удовлетворении условию теоремы 2 функция $q(t)$ может принимать положительные значения не обязательно во всех точках множества \mathbf{R}^+ , а лишь на некотором его подмножестве $\mathbf{M} \subset \mathbf{R}^+$; на множестве \mathbf{R}^+/\mathbf{M} эта функция может принимать либо только нулевые значения, либо отрицательные и нулевые. При этом характер изменения непрерывной функции $q(t)$ при $t \rightarrow \infty$ может быть произвольным: она может как иметь обычный предел $\lim_{t \rightarrow \infty} q(t)$, так и не иметь его, имея всегда [7] нижний предел

$$\lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \inf_{t \leq \xi < \infty} q(\xi)$$

и верхний предел

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} q(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \sup_{t \leq \xi < \infty} q(\xi).$$

Рассмотрим пример применения теоремы 2. Исследуем грубость в смысле сохранения характера устойчивости точки равновесия $\mathbf{x} = 0$ неавтономной нелинейной системы

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1 \frac{2}{1+t} + 4x_2 + 5x_3, \\ \dot{x}_2 &= (6x_1 - x_2 + 8x_3) \frac{1}{1+t}, \\ \dot{x}_3 &= 7x_1 + 3x_2 + x_3 \frac{7}{1+t}. \end{aligned} \quad (9)$$

Для системы (9) имеем $q(t) = \text{div}\mathbf{A}(t)\mathbf{x} = -2/(1+t) + 1/(1+t) + 7/(1+t) = 4/(1+t)$. Так как функция $q(t)$ не удовлетворяет условию теоремы 1

¹ В теореме 2 условие $q(t) \geq C = \text{const} > 0$, из которого, очевидно, соотношение (8) следует, исключено потому, что это условие уже использовано в теореме 1 для получения условия грубости по отношению к возмущениям $\varphi(\mathbf{x}, t)$ класса K_1 , который шире класса K_2 , используемого в теореме 2. Сказанное означает, что множества грубых систем (1), соответствующие теоремам 1 и 2, не пересекаются.

(при любом $t \in \mathbf{R}^+$ $q(t) \geq C = \text{const} > 0$) и удовлетворяют условию (8), ибо

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t q(\tau) d\tau = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \frac{4}{1+\tau} \tau = \infty,$$

то согласно теореме 2 система (9), имея неустойчивую точку равновесия $\mathbf{x} = 0$, является по отношению к возмущениям $\varphi(\mathbf{x}, t)$ класса K_2 грубой в смысле сохранения характера устойчивости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Указаны два непересекающихся класса неустойчивых неавтономных линейных систем (1), которые являются грубыми в смысле сохранения характера устойчивости относительно соответствующих классов K_1 и K_2 нелинейных возмущений $\varphi(\mathbf{x}, t)$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство теоремы 1. Нужно доказать, что если $\mathbf{A}(t)$ — матрица, соответствующая невозмущенной системе (1), а функция $q(t) = \text{div}\mathbf{A}(t)\mathbf{x}$ удовлетворяет условию

$$q(t) \geq C = \text{const} > 0, \quad (\text{П.1})$$

то система (1), имея неустойчивую точку равновесия $\mathbf{x} = 0$, является по отношению к возмущениям $\varphi(\mathbf{x}, t)$ класса K_1 грубой в смысле сохранения характера устойчивости, т. е. при всех возмущениях $\varphi(\mathbf{x}, t) \in K_1$ неустойчивой является также точка равновесия $\mathbf{x} = 0$ возмущенной системы (2).

Условие (П.1) означает [8], что точка равновесия $\mathbf{x} = 0$ системы (1) неустойчива (см. в работе [8] следствие теоремы 2.5 или теорему 2.8). С учетом этого условия, кроме того, имеем для дивергенции от правой части системы (2)

$$\begin{aligned} \text{div}(\mathbf{A}(t)\mathbf{x} + \varphi(\mathbf{x}, t)) &= \text{div}\mathbf{A}(t)\mathbf{x} + \text{div}\varphi(\mathbf{x}, t) \geq \\ &\geq C + \text{div}\varphi(\mathbf{x}, t), \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

где $\varphi(\mathbf{x}, t) \in K_1$. Согласно дополнительному условию к возмущениям $\varphi(\mathbf{x}, t) \in K_1$ в некоторой (соответствующей возмущению $\varphi(\mathbf{x}, t)$) окрестности ε точки $\mathbf{x} = 0$ при любом $t \in \mathbf{R}^+$ выполняется соотношение (4) $\text{div}\varphi(\mathbf{x}, t) \geq w(\mathbf{x})$, где $w(\mathbf{x})$ — непрерывная в окрестности ε определенно отрицательная функция ($w(\mathbf{x}) = 0$ при $\mathbf{x} = 0$, $w(\mathbf{x}) < 0$ при $\mathbf{x} \neq 0$). Тогда из соотношения (П.2) получаем, что в окрестности ε при любом $t \in \mathbf{R}^+$

$$\begin{aligned} \text{div}(\mathbf{A}(t)\mathbf{x} + \varphi(\mathbf{x}, t)) &\geq C + \text{div}\varphi(\mathbf{x}, t) \geq \\ &\geq C + w(\mathbf{x}) = w_1(\mathbf{x}), \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

где $w_1(\mathbf{x}) = C + w(\mathbf{x})$ — непрерывная в окрестности ε функция, причем $w_1(0) = C + w(0) = C > 0$. Значения функции $w_1(\mathbf{x})$ могут быть положительны не во всех точках $\mathbf{x} \in \varepsilon$. Но существует такая окрестность $\varepsilon_1 \subset \varepsilon$ точки $\mathbf{x} = 0$, что $w_1(\mathbf{x}) > 0$ при $\mathbf{x} \in \varepsilon_1$, ибо функция $w_1(\mathbf{x})$ не-

прерывна в окрестности ε и $w_1(0) = C > 0$. Соотношение (П.3), будучи справедливым при $x \in \varepsilon$, очевидно, справедливо и при $x \in \varepsilon_1 \subset \varepsilon$ и при этом в соотношении (П.3) $w_1(x) > 0$. Таким образом, в окрестности ε_1 точки равновесия $x = 0$ возмущенной системы (2) дивергенция от правой части этой системы при любом $t \in \mathbf{R}^+$ не меньше положительной непрерывной функции $w_1(x)$. Согласно работе [8] точка равновесия $x = 0$ этой возмущенной системы неустойчива. Итак, показано, что система (1), имея при условии (П.1) неустойчивую точку равновесия $x = 0$, является по отношению к возмущениям $\varphi(x, t)$ класса K_1 грубой в смысле сохранения характера устойчивости. Теорема 1 доказана.

Доказательство теоремы 2. Необходимо показать, что если функция $q(t) = \text{div}A(t)x$ удовлетворяет условию (8) теоремы 2, то невозмущенная неавтономная линейная система (1), имея неустойчивую точку равновесия $x = 0$, является по отношению к возмущениям $\varphi(x, t)$ класса K_2 грубой в смысле сохранения характера устойчивости: при любом возмущении $\varphi(x, t) \in K_2$ неустойчивой является и точка равновесия $x = 0$ возмущенной системы (2).

Условие (8) означает, что точка равновесия $x = 0$ невозмущенной системы (1) неустойчива (теорема 2.8 в работе [8]). Покажем, что тогда точка равновесия $x = 0$ возмущенной системы (2) также будет неустойчивой при любом возмущении $\varphi(x, t) \in K_2$. Для этого покажем, что дивергенция от правой части системы (2)

$$\begin{aligned} \text{div}(A(t)x + \varphi(x, t)) &= \text{div}A(t)x + \text{div}\varphi(x, t) = \\ &= q(t) + \text{div}\varphi(x, t) \end{aligned}$$

удовлетворяет следующему соотношению

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \inf_{x \in \mathbf{B}} (q(s) + \text{div}\varphi(x, s)) ds = \infty, \quad (\text{П.4})$$

где \mathbf{B} — любое компактное множество, которое содержит точку $x = 0$ и принадлежит при этом окрестности ε этой точки (в окрестности ε при любом $t \in \mathbf{R}^+$ выполняется условие (7) $\text{div}\varphi(x, t) \geq 0$).

Так как при любом $t \in \mathbf{R}^+$ функция $q(t)$ не зависит от x и $\text{div}\varphi(x, t)|_{x=0} = 0$, а в окрестности ε $\text{div}\varphi(x, t) \geq 0$ при любом $t \in \mathbf{R}^+$, то тогда

$$\inf_{x \in \mathbf{B}} (q(t) + \text{div}\varphi(x, t)) \geq \inf_{x \in \mathbf{B}} q(t) = q(t), \quad t \in \mathbf{R}^+$$

и, следовательно, учитывая также условие (8) теоремы (2), получаем

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \inf_{x \in \mathbf{B}} (q(s) + \text{div}\varphi(x, s)) ds \geq \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t q(s) ds = \infty.$$

Таким образом, соотношение (П.4) при условии теоремы 2 выполняется, что согласно теореме 2.7 из работы [8] означает неустойчивость точки равновесия $x = 0$ системы (2). Теорема 2 доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. — М.: Наука, 1974.
2. Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа. — М.: Наука, 1968. — Т. 1.
3. Шилов Г. Е. Математический анализ (функции нескольких вещественных переменных). — М.: Наука, 1972.
4. Арнольд В. И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. — М.: Наука, 1978.
5. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. — М.: Физматгиз, 1959.
6. Андронов А. А. Собрание сочинений. — М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1956.
7. Математическая энциклопедия. — М.: Сов. энциклопедия, 1977. — Т. 1. — С. 670.
8. Жуков В. П. Полевые методы в исследовании нелинейных динамических систем. — М.: Наука, 1992.

☎ (495) 334-89-61, e-mail: vprzhukov@ipu.ru

Статья представлена к публикации членом редколлегии В. Ю. Рутковским. □

У К А З

ПРЕЗИДЕНТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

О награждении государственными наградами Российской Федерации

За заслуги в научной деятельности присвоить почетное звание

«ЗАСЛУЖЕННЫЙ ДЕЯТЕЛЬ НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

КУЛЬБЕ Владимиру Васильевичу — доктору технических наук, профессору, заведующему лабораторией Института проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук, город Москва.

Президент Российской Федерации
В. Путин

Москва, Кремль
3 апреля 2008 года

Поздравляем члена редколлегии нашего журнала Владимира Васильевича Кульбу с присвоением почетного звания. Желаем ему доброго здоровья и дальнейших творческих успехов.

Редколлегия
Редакция

МЕХАНИЗМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛИТИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

В.В. Цыганов, Д.С. Кадымов

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва

Дан анализ механизмов управления политико-экономическими системами в условиях динамики и неопределенности. Показано, что процесс общественного производства приводит к периодически обостряющимся противоречиям производительных сил и производственных отношений, связанным с проблемами координации и либерализации политико-экономических систем. Сделан вывод, что эти противоречия обуславливают циклы либерализации и централизации производственных отношений, вследствие которых возникают циклы атомизации и объединения общества.

ВВЕДЕНИЕ

Политэкономия — наука о законах, управляющих производством, распределением и обменом материальных благ в человеческом обществе на различных этапах его развития [1]. Представители классической политэкономии, придерживаясь рационалистической философии, пытались вывести экономические законы из природы «хозяйствующего человека», вступающего в экономические отношения с другими. В отличие от своих предшественников, К. Маркс поставил целью политэкономии открытие экономического закона движения капиталистического общества. Он показал, что производство носит общественный характер, и исследовал его структуру, определяющую психику, волю, сознание и действия людей. Предметом политэкономии стали производственные отношения, в их противоречивом единстве с производительными силами. Марксистская политэкономия дала возможность обобщить социальную реальность разных стран в понятии общественно-экономической формации. Она исследовала исторические процессы и установила, что развитие и смена таких формаций представляют собой естественно-исторический процесс, протекающий по определенным объективным законам, не зависящим от воли и сознания людей. Однако марксистская политэкономия ограничилась выводом о неизбежности смены капитализма социализмом.

Ускорение изменений, обусловленное научно-техническим прогрессом, приводит к появлению новых тенденций в динамике общественно-экономических формаций. Практика указывает на циклический характер изменений экономического и общественного строя, последовательно приобретающего характерные черты капитализма и социализма. В настоящей работе рассматриваются особенности механизмов управления общественно-экономическими формациями в условиях ускорения изменений. При этом сознательно сделан акцент на их содержательную сторону, а соответствующие формальные модели исследованы в работах [2–8].

1. СОЦИАЛЬНАЯ ПОЛИТИКО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

Анализ механизмов управления общественно-экономической формацией в условиях динамики и неопределенности основан на системном подходе, учете человеческого фактора, самоорганизации, адаптации и обучения. Социальная политико-экономическая система — это иерархическая модель общественно-экономической формации, на верхнем уровне которой находится общество, а на нижнем — экономика (рис. 1). Ее базис — экономика (хозяйство), надстройка — общество с его институтами. Общество устанавливает власть с по-

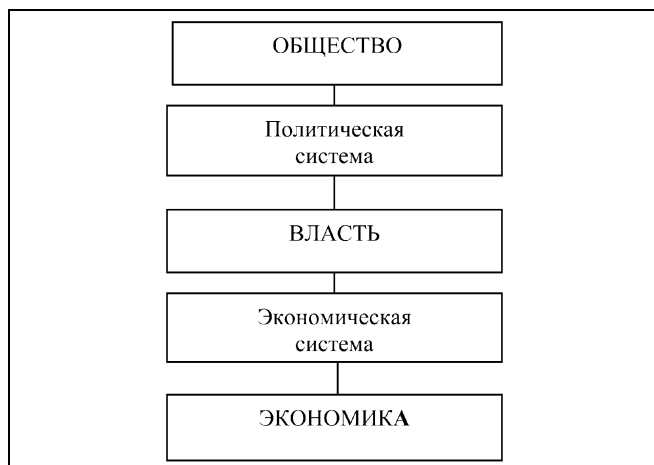


Рис. 1. Социальная политико-экономическая система

мощью политической системы. Власть устанавливает экономическую систему, регламентирующую функционирование экономики.

2. АРХЕТИПЫ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ И СОЦИАЛЬНЫХ ОТНОШЕНИЙ

Основой развития современного общества считаются знания, научно-технический прогресс (НТП), воплощаемый в новых технологиях, а также обучение и адаптация. Для исследования структуры общественного производства при быстрых изменениях, формализации простейших производственных отношений, в их единстве с производительными силами, воспользуемся концепцией адаптивных архетипов [2].

2.1. Производственные архетипы

Рассмотрим простейшую двухуровневую структуру общественного производства, представленную на рис. 2. На верхнем ее уровне находится орган управления производством (Центр), а на нижнем — производительная сила (дальновидный Работник), на которую воздействует меняющаяся внешняя среда. Центр адаптируется к ее изменениям — нововведениям, помехам и другим случайным факторам, используя процедуру обучения I . Другие основные функции (процедуры управления) Центра — распоряжение капиталом K , планирование заданий P и стимулирование F . В совокупности они составляют адаптивный механизм управления производительными силами (АМУПС) $\Sigma = (I, K, P, F)$.

Центр, который выполняет все упомянутые функции, назовем Хозяином. Содержательно, Хозяин — это «владелец, человек, ведущий хозяйство, лицо, пользующееся наемным трудом», а Работник — «тот, кто трудится» [9]. Роли Хозяина и Работника обусловлены экономическими отноше-

ниями, возникающими в процессе производства, обмена и распределения материальных благ в простейшей ячейке общества. Поэтому АМУПС одновременно описывает производственные отношения Хозяина и Работника. Отметим, что Работник — не обязательно исполнитель рутинных операций. Сложность технологий становится такой, что производство нуждается в высококвалифицированных, творчески мыслящих специалистах, инженерах, ученых. Они учитывают не только текущие, но и будущие последствия своих действий. Поэтому Хозяин не сможет контролировать Работника, если не будет учитывать его дальновидность.

Простейшую двухуровневую общественную структуру производства, представленную на рис. 2, будем называть архетипом «Хозяин». Он формализует экономические отношения «хозяйствующего человека» с Работником, включающие в себя обмен результатов (продуктов) труда на стимулы (например, заработную плату), зависящие от выполнения заданий Хозяина. Таким образом, архетип «Хозяин» формализует простейшие производственные отношения, в их противоречивом единстве с производительными силами (Работником). Он объединяет процесс производства с процессом обновления самих производственных отношений, выражающийся в изменении стимулов, напряженности заданий, капитала и др.

Другой важный архетип — «Руководитель». В нем Центр использует процедуры обучения I , планирования заданий P и стимулирования F , но не имеет права распоряжаться капиталом, сохраняющимся за собственником средств производства. Адаптивные архетипы «Хозяин» и «Руководитель» суть теоретическое выражение простейших производственных отношений людей при быстрых изменениях. Они позволяют исследовать структу-

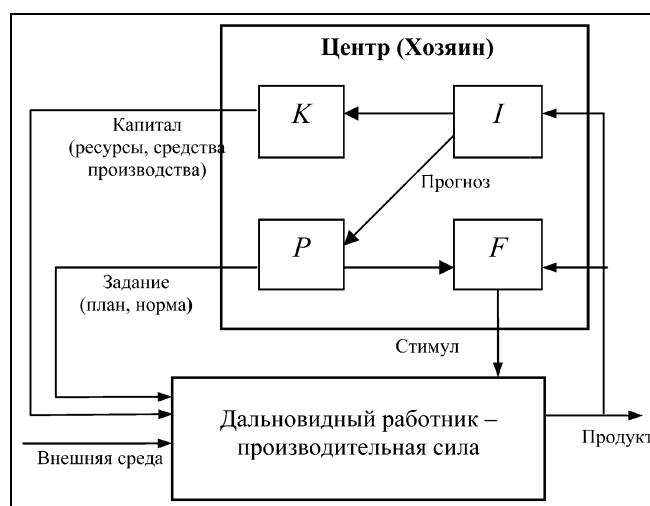


Рис. 2. Архетип производственных отношений «Хозяин»



ру общественного производства, определяющую сознание и действия людей. Поэтому архетипы «Хозяин» и «Руководитель» будем называть архетипами производственных отношений (кратко — производственными архетипами).

2.2. Социальные архетипы

В некоторых производственных и, особенно, в социальных отношениях распорядительные функции (такие, как распоряжение капиталом K и планирование заданий P) отсутствуют. Например, бухгалтер не может руководить рабочим, а избиратель — политиком. Однако бухгалтер может дать свою оценку затрат рабочим производственных ресурсов, влияющую на стимулирование. Избиратель дает свою оценку политику, проголосовав «за» или «против», и это влияет на результаты выборов или рейтинг популярности. Подобные отношения описывает архетип «Ученый» (рис. 3), получаемый из архетипа «Хозяин» путем изъятия у Центра распорядительных функций — выделения капитала K и планирования P . В нем Центр, самообучаясь, накапливает знания о работнике, формируя норму его оценки. Отсюда и наименование Центра — Ученый. В данном случае понятие «Ученый» используется в смысле «выученный, наученный, много знающий в какой-либо области» [9]. Путем сопоставления этой нормы с фактическим результатом Центр определяет оценку, которая используется при стимулировании Работника.

Однако не все могут обучаться самостоятельно в условиях быстрых изменений. По некоторым данным, до 95 % членов информационного общества можно отнести к ученикам средств массовой информации (СМИ), партий и всевозможных сетей [2]. Соответствующий архетип «Ученик» полу-

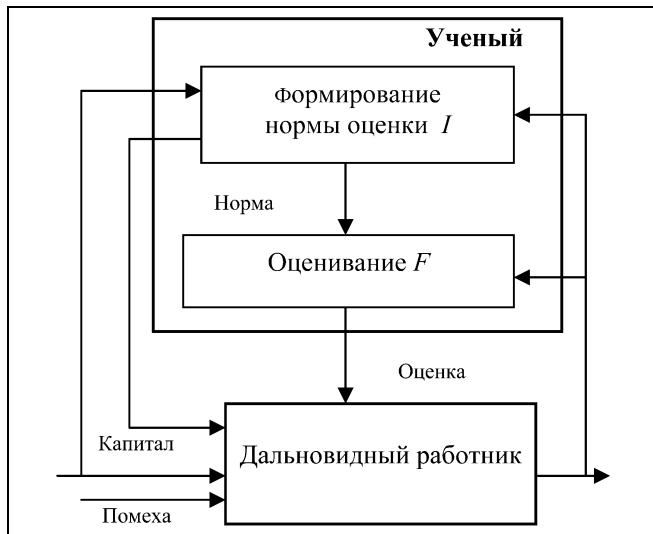


Рис. 3. Социальный архетип «Ученый»

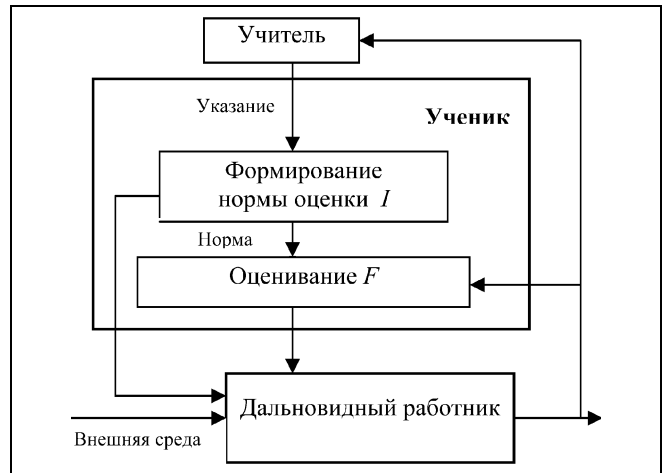


Рис. 4. Социальный архетип «Ученик»

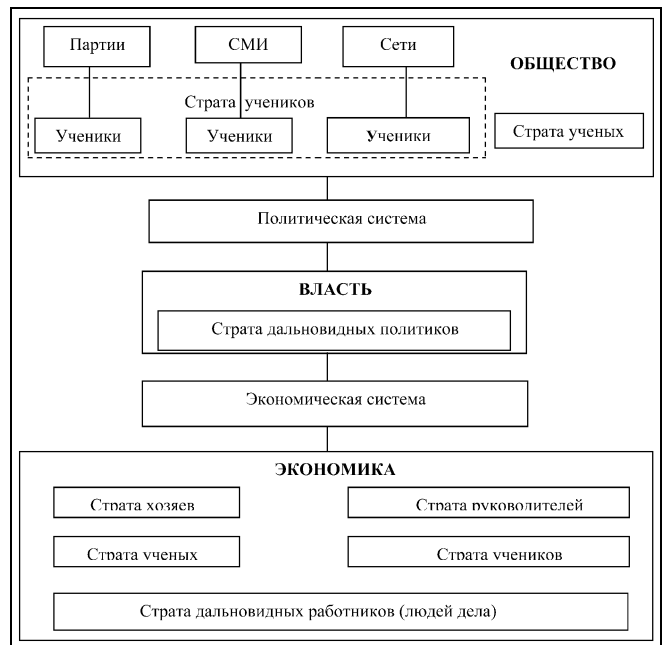


Рис. 5. Производственные и социальные архетипы в социальной политико-экономической системе

чается из архетипа «Ученый», если Центр обучается с использованием указаний Учителя (рис. 4). В роли Учителя могут выступать СМИ, партии, сети и др.

Архетипы «Ученый» и «Ученик» особенно часто используются в социальных отношениях. Поэтому будем называть их архетипами социальных отношений (кратко — социальными архетипами). На рис. 5 показано место производственных и социальных архетипов в социальной политико-экономической системе (см. рис. 1). Общество включает в себя страты ученых и учеников, по-разному

адаптирующихся к быстрым изменениям Страта ученых объединяет самообучающихся членов общества. Страта учеников объединяет обучаемых членов общества, роль учителей которых играют СМИ, партии, сети и др. При ускорении изменений с их помощью можно быстро менять общественное сознание учеников, составляющих подавляющее большинство членов общества. Аналогичным образом, экономика включает в себя страты дальновидных работников, хозяев, руководителей, ученых и учеников, по-разному адаптирующихся к быстрым изменениям.

3. АДАПТИВНЫЕ МЕХАНИЗМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫМИ СИЛАМИ

С одной стороны, адаптивный механизм суть формальное выражение процедур, регламентирующих функционирование производительных сил при быстрых изменениях. С другой стороны, он выражает производственные отношения людей. Поэтому адаптивный механизм отражает противоречивое единство производственных отношений и производительных сил.

3.1. Политэкономические законы и адаптивные механизмы

Совокупность процедур обучения I , планирования P , распоряжения капиталом K (средствами производства, ресурсами и др.) и стимулирования F отражает политэкономический закон, управляющий производством, распределением и обменом материальных благ в обществе. В то же время, $\Sigma = (I, K, P, F)$ — это механизм функционирования простейшей производственной ячейки общества, объединяющей Хозяина и Работника. Таким образом, АМУПС $\Sigma = (I, K, P, F)$ отражает политэкономический закон производства, распределения и обмена в обществе в условиях быстрых изменений. В антагонистическом обществе, разделенном на классы с противоположными интересами, этот закон управляет производством, распределением и обменом материальных благ в интересах Хозяина, в ущерб интересам Работника. В этом смысле интересы Хозяина и Работника противоположны, антагонистичны. В таком обществе производственные отношения представляют собой, в конечном счете, отношения между классами. Отношение классов к средствам производства закрепляется и оформляется в законах, в виде той или иной формы собственности на средства производства.

При отсутствии антагонизма между Центром и Работником, политэкономический закон может управлять производством, распределением и обменом материальных благ в интересах системы в целом и даже в интересах Работника. В последнем

случае, однако, может быть нанесен ущерб интересам Центра, отвечающего перед обществом за развитие производительных сил. Такая ситуация возникла, например, в СССР в эпоху развитого социализма (см. далее § 4).

3.2. Прогрессивность и регрессивность механизма

Механизм $\Sigma = (I, K, P, F)$, обеспечивающий рост стимулов (материальных благ) Работника с ростом капитала Центра, называется прогрессивным. Он раскрывает потенциал Работника, способствует использованию его производительных сил в условиях быстрых изменений, когда Центру неизвестны его возможности [2, 7, 8, 10]. Таким образом, прогрессивный механизм соответствует уровню развития производительных сил при быстрых изменениях. Он отражает политэкономический закон, управляющий производством, распределением и обменом материальных благ в интересах системы в целом, т. е. Центра и Работника.

Регрессивным называется механизм $\Sigma = (I, K, P, F)$, при котором поощрение Работника уменьшается с ростом капитала Центра (Хозяина). Этот механизм способствует сокрытию потенциала Работника, его производительных сил. Регрессивный механизм производственных отношений не соответствует уровню развития производительных сил. Он характерен, прежде всего, для антагонистического общества. Кроме того, регрессивный механизм может иметь место и в неантагонистическом обществе, если в нем поощрение Работника увеличивается с уменьшением капитала Центра (отвечающего за использование производительных сил в интересах общества). Пример — регрессивный адаптивный механизм с планированием «от достигнутого» в экономике развитого социализма (см. § 4).

3.3. Экономический строй общества

Совокупность законов производства, распределения и обмена материальных благ определяет совокупность производственных отношений данного общества, которая образует его экономический строй. Адаптивные механизмы управления производительными силами определяют производственные отношения при быстрых изменениях и, следовательно, экономический строй общества. Совокупность прогрессивных адаптивных механизмов формирует прогрессивный экономический строй, а совокупность регрессивных — регрессивный. Поскольку прогрессивные механизмы способствуют использованию производительных сил общества, а регрессивные — нет, то в соревновании прогрессивного и регрессивного экономического строя побеждает прогрессивный. Он



приводит к замене общественно-экономической формации, использующей регрессивный экономический строй, на новую, с прогрессивным экономическим строем.

4. ПРОБЛЕМА КООРДИНАЦИИ ПОЛИТИКО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Предположим, что в политико-экономической системе, представленной на рис. 5, используются централизованные экономические механизмы. Иными словами, власть управляет экономикой из единого Центра. В теории активных систем показано, что централизованная экономическая система такого рода оптимальна при полной информированности Центра, когда можно определить оптимальные планы (задания, ресурсы) для всех элементов экономики и обеспечить неукоснительное их выполнение, например, с помощью сильных штрафов [10].

4.1. Планирование «от достигнутого»

На производительные силы влияют быстрые изменения внешней среды — нововведения, случайные факторы, помехи и др. (см. рис. 2—4). Обычно Центр не имеет полной информации о них и вынужден действовать в условиях неопределенности, не успевая сформировать оптимальные планы (задания, ресурсы, капиталовложения). С другой стороны, для обеспечения балансов в сложной экономике с взаимозависимыми элементами требуется неукоснительное выполнение планов. В этой ситуации Центру приходится формировать сбалансированные гарантированно выполнимые планы, основанные на минимально возможных оценках потенциала производительных сил. Но это не позволяет учитывать их развитие, в частности, благодаря НТП. Для учета этого развития обычно применяется адаптивный механизм с процедурой планирования «от достигнутого», при которой план на следующий период должен превышать достигнутый уровень [7, 8]. Кроме того, для обеспечения балансов в сложной экономике система стимулирования должна строго наказывать за невыполнение этих планов. Но тогда перевыполнение текущего плана приводит к росту будущих планов и угрозе наказания при их невыполнении (например, из-за случайных помех). Теоретически, обеспечить прогрессивность адаптивного механизма и заинтересовать работника в использовании имеющихся возможностей можно путем поощрения за перевыполнение текущего плана [2, 7, 8]. Но для этого нужен фонд поощрений, размер которого тем больше, чем больше дальновидность работника. Ведь чем больше будущих периодов учитывает работник, тем больше его будущие возможные потери от сегодняшнего перевыполнения. Однако фонды поощрения на практике всегда ограничены.

4.2. Проблема координации

Разумеется, работники на местах лучше знают свои возможности и могут брать более напряженные планы, используя встречную процедуру формирования данных [8, 10]. При этом задача Центра — сбалансировать такие встречные планы, перераспределить задания и ресурсы в экономике. Однако быстрое и точное решение этой задачи для сложной экономики невозможно из-за громадной размерности (в математике эту проблему назвали «проклятием размерности»). Более того, даже если такое решение со временем будет получено, оно не даст оптимальных планов в изменившейся обстановке. Поэтому Центру и в этом случае приходится планировать «от достигнутого», строго наказывая за невыполнение плана. Но тогда принятие работником более напряженного встречного плана приводит к росту угрозы наказания за его невыполнение (не говоря уже о том, что перевыполнение текущего плана приводит к росту будущих планов и угрозы наказания за их невыполнение). Теоретически, прогрессивность механизма со встречным способом формирования плана (и заинтересованность работника в использовании имеющихся возможностей) можно обеспечить путем поощрения принятия и перевыполнения напряженных планов [7, 8, 10]. Однако на практике фонды поощрения ограничены, и инициатива наказания не реализуется. Это приводит к незаинтересованности дальновидных работников в использовании возможностей, внутренних ресурсов и резервов, возникающих в результате НТП. Поэтому централизованная система тем менее эффективна, чем сложнее экономика, и чем быстрее происходят изменения. *Проблема координации — это противоречие производительных сил и производственных отношений в централизованной экономической системе, выражающееся в ее неэффективности при быстрых изменениях.*

Например, в основе управления экономикой СССР лежал механизм планирования «от достигнутого». В условиях развитого социализма гарантии получения стабильного дохода в будущем (закондательно закрепленное право на труд) сочетались с относительно невысокой заинтересованностью в получении текущих доходов (обусловленной значительными сбережениями населения). Но при гарантии будущих доходов работника, не нуждающегося в текущем поощрении, трудно заинтересовать его в принятии напряженных планов и их перевыполнении. Это явилось одной из причин застоя экономики развитого социализма. Теоретически, прогрессивность механизма планирования «от достигнутого» можно было обеспечить путем дальнейшего роста поощрений [2, 7, 8]. Однако, поскольку социальный прогресс объективно приводил к росту дальновидности работника, необхо-

димы были все более сильные поощрения. Их источником поначалу были громадные доходы от продажи нефти. В середине 1980-х гг. цены на нефть упали, и фонды поощрения уменьшились. Механизм планирования «от достигнутого» стал регрессивным, и в экономике СССР наступил застой. По сути, управление производством, распределением и обменом материальных благ происходило в интересах отдельных работников, в ущерб всей общественно-экономической формации развитого социализма. Производственные отношения перестали соответствовать уровню развития производительных сил.

Чтобы разрешить аналогичную проблему координации, в 1980-х гг. Запад провел децентрализацию управления экономикой, используя либеральную экономическую систему. Ее механизмы поддерживали стремление человека дела к самоорганизации, использованию достижений НТП, внутренних ресурсов и резервов, т. е. были прогрессивными. В то же время, политэкономические исследования в СССР ограничивались выводом о превосходстве социализма над капитализмом. Не учитывались реалии развитого социализма, регрессивность механизма планирования «от достигнутого». Марксистская политэкономия и философия, вместе с научным коммунизмом, должны были раскрывать законы функционирования социализма. Однако прогрессивных механизмов, решающих проблему координации в экономической системе развитого социализма, разработано не было. В результате, в соревновании регрессивного централи-

зованного и прогрессивного либерального экономического строя, победил последний (см. п. 3.3), что привело к слому социалистической общественно-экономической формации.

5. ПРОБЛЕМА ЛИБЕРАЛИЗАЦИИ ПОЛИТИКО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Либеральная система решает проблему координации путем децентрализации управления и поддержки самоорганизации человека дела (работника).

5.1. Либерально-демократическая система

Предположим, что в политико-экономической системе, представленной на рис. 5, используются либеральные экономические механизмы [2]. Со стороны власти управление экономикой сводится к регулированию ее развития. Либеральная система приводит к созданию собственности, а конкуренция — к концентрации и централизации капитала, росту его размеров в результате объединения или поглощения. В инвестиционно привлекательной экономике производство и капитал концентрируются до степени возникновения монополий. Промышленный и банковский капиталы сливаются, формируя центр финансового капитала. В процессе монополизации капитал приобретает все большее влияние на политическую власть. Образуется либерально-демократическая система, в которой центр монополистического капитала играет роль лобби, оказывающего прямое влияние на власть (рис. 6). Отношения центра монополисти-

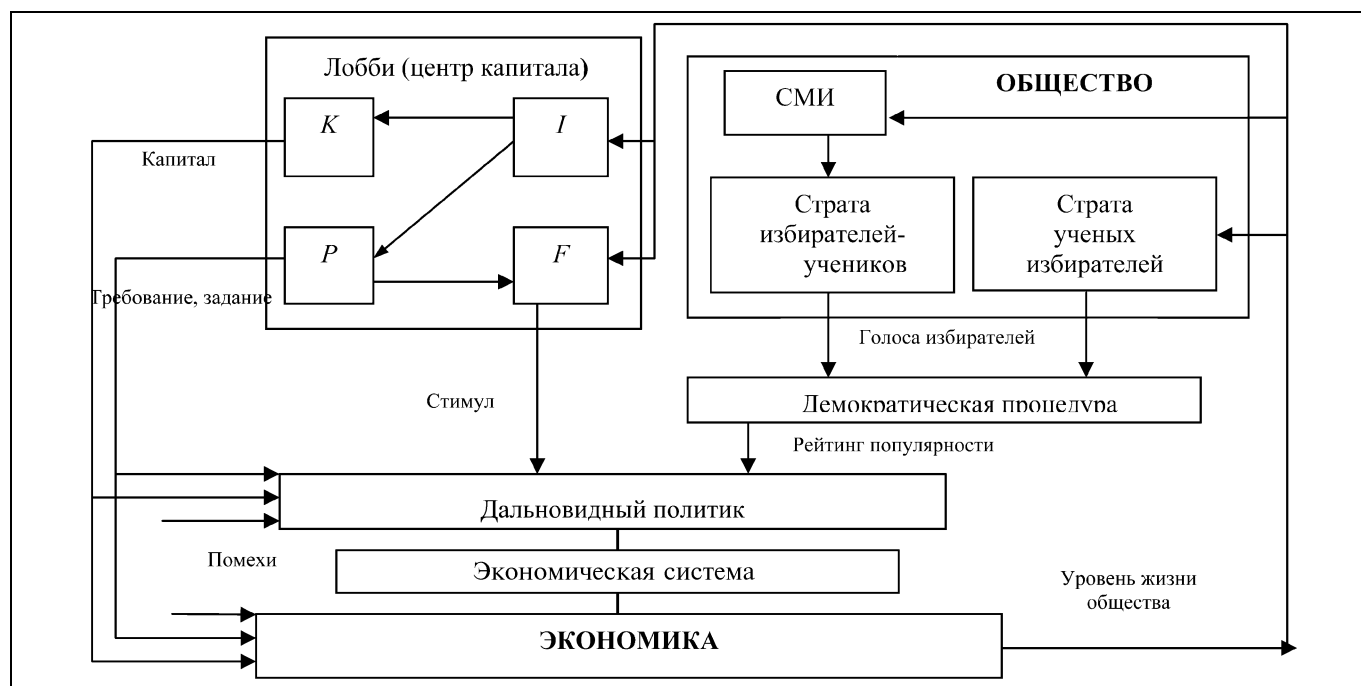


Рис. 6. Либерально-демократическая система

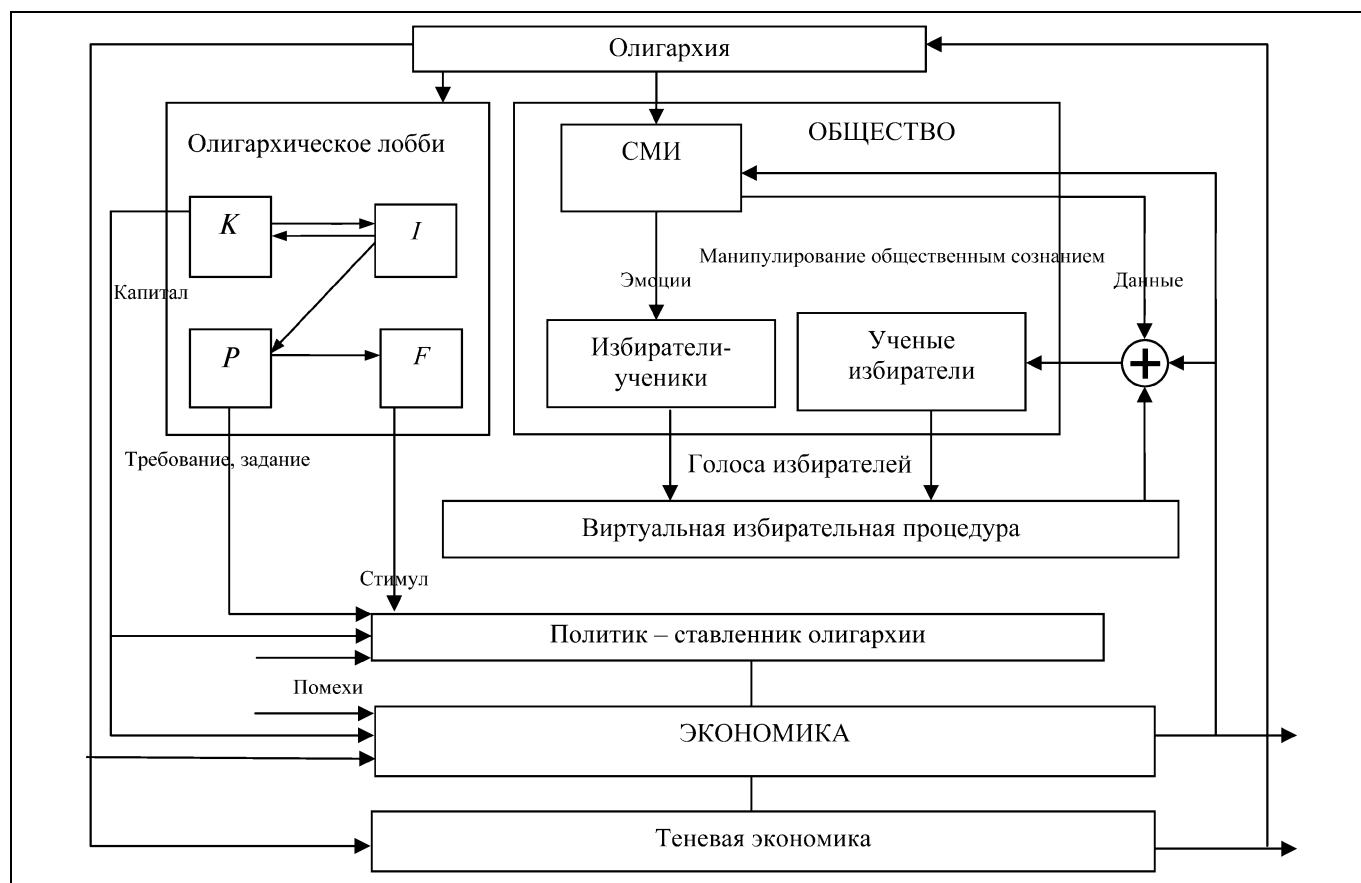


Рис. 7. Олигархическая система

ческого капитала с властью, в условиях изменений, основаны на архетипе «Хозяин» (см. рис. 2).

5.2. Олигархическая система

Дальнейшая централизация капитала, в условиях экономической свободы, приводит к усилению его монополизации. Олигархический центр капитала, возникший в результате длительного функционирования либерально-демократической системы (см. рис. 6), приватизирует и монополизует СМИ. Тем самым он присваивает функции Учителя в обществе, состоящем преимущественно из учеников СМИ. При необходимости, он может манипулировать общественным сознанием в своих целях. Возникает олигархия — власть немногих владельцев монополистического капитала. Олигархическая система — это иерархическая либеральная политико-экономическая система, на верхнем уровне которой находится олигархия — центр монополистического капитала (рис. 7). Это капитализм на той стадии развития, когда сложилось экономическое и политическое господство монополий и финансового капитала.

Олигархическая система использует информационные технологии манипулирования обще-

ственным сознанием, в том числе воздействия на эмоции граждан-учеников, а также искажение данных, используемых рациональными (учеными) гражданами. Такие воздействия позволяют сдвигать нормы избирателей-учеников и ученых избирателей, используемые при оценке политика, в соответствии с архетипами «Ученый» (см. рис. 3) и «Ученик» (см. рис. 4). Доказано, что для «эффективного» управления данной системой в интересах олигархов достаточно манипулирования большинством электората, лоббирования и политической коррупции [2]. Для манипулирования общественным сознанием на выборах и сохранения у власти политика — ставленника олигархов используется не реальная, а виртуальная избирательная процедура (см. рис. 7).

Поскольку манипулирование общественным сознанием проводится в интересах капитала, олигархическая система крайне обостряет основное социальное противоречие капитализма — между трудом и капиталом. Кроме того, теряется координация, характерная для централизованной экономической системы. Вследствие этого обостряются противоречия экономического характера — между высокой организацией производства на отдельных



интересы во власти, но не контролирует ее. Поскольку быстрые изменения создают условия для возникновения новых модификаций олигархической системы, описанный процесс ее мирного демонтажа может рассматриваться как типовой.

6. ОБНОВЛЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ И СОЦИАЛЬНЫХ ОТНОШЕНИЙ

Обновление производственных и социальных отношений обусловлено изменениями механизмов управления производительными силами. В свою очередь, эти изменения связаны с периодическим решением проблем координации и либерализации, возникающих из-за циклически обостряющихся противоречий производительных сил и производственных отношений.

6.1. Циклы координации и либерализации производственных отношений

Проблема либерализации крайне обостряет социальные и экономические противоречия капитализма. Проблема координации обостряет противоречие производительных сил и производственных отношений в централизованной экономической системе. Поэтому обновление производственных отношений при изменениях связано с чередованием централизованных экономических систем, с присущими им адаптацией и координацией, и либеральных систем, с присущей им самоорганизацией. Тем самым, формируются циклы либерализации и централизации производственных отношений. Следовательно, на некоторых этапах развития политико-экономической системы приоритетны интересы капитала, а на других — общества. Например, в либерально-демократической системе (см. рис. 6) «политический маятник», отражающий приоритеты власти, ответственной за экономическое и социальное развитие, колеблется то «вправо», в интересах капитала, то «влево», в интересах общества. Таким образом, общественный процесс производства при быстрых изменениях обуславливает циклы либерализации и централизации производственных отношений. Эти циклы касаются одновременно и процесса производства материальных условий для человеческой жизни, и процесса обновления самих производственных отношений.

6.2. Социологические исследования и управление

Социальная политико-экономическая система неустойчива в силу проблемы координации, а либеральная — в силу проблемы либерализации. Переход от одной системы к другой происходит в форме революции, если общество пассионарно. Эволюционное развитие общества обеспечивает чередование социальной и либеральной политико-экономических систем, формирующее циклы

централизации и либерализации. Сложные политико-экономические системы сочетают либерализм, поддерживающий самоорганизацию элементов экономики, с централизмом, стимулирующим социальную ответственность. Устойчивое развитие общества обеспечивает демократическая политическая система, которая поочередно усиливает социальную и либеральную составляющие политико-экономической системы. В экономическом и общественном строе, общественно-экономической формации периодически преобладают черты капитализма или социализма. Например, устойчивость либерально-демократической системы (см. рис. 6) обеспечивается обратными связями со стороны общества и капитала — общественным мнением и лоббированием. Для контроля и управления используются показатели настроений общества и капитала, получаемые в результате социологических исследований. К ним относятся рейтинги популярности власти, показатели уверенности потребителей, предпринимателей и др. Снижение этих индексов до критических уровней сигнализирует об угрозе политико-экономической системе, необходимости ее реформирования, балансировки и т. д.

6.3. Спираль социального прогресса

Последовательность циклов централизма и либерализма, каждому из которых соответствует рост производительных сил, образует спираль социального прогресса — повышения уровня жизни общества. Она связана с периодической заменой либеральной системы на централизованную и наоборот. Например, в процессе эволюции государства наблюдаются долгосрочные периоды либерализации и государственного регулирования экономики. В течение периода либерализации в инвестиционно привлекательной (или замкнутой) экономике формируется Центр капитала. В течение периода централизации накопленный в нем капитал используется для повышения уровня жизни общества. Эти циклы обеспечивают устойчивое развитие инвестиционно привлекательной (или замкнутой) экономики в течение длительного времени.

Иначе обстоит дело в инвестиционно непривлекательной открытой экономике. В течение периода либерализации происходит отток капитала из нее в инвестиционно привлекательный глобальный центр капитала (ГЦК) [2, 5]. Некоторые люди, преуспевшие в бизнесе, накапливают капитал за пределами родины, в ГЦК. Из них формируется олигархия, и возникает проклятие либерализации. Отток капитала приводит к снижению уровня жизни общества. Чтобы сохранить власть, олигархия использует механизмы манипулирования общественным сознанием (см. рис. 7). К тому времени, когда происходит замена либеральной системы на централизованную, и власть начинает

учитывать интересы общества, в ее распоряжении нет накопленного в предыдущем периоде капитала, и, следовательно, нет возможности повысить уровень жизни общества. Поэтому такая замена может происходить в форме революции, если общество пассионарно. В результате экономика (и общество) замыкается, и начинается период централизации. Восстанавливается главенство политики над экономикой. Формируется национальный Центр капитала, средства которого используются для повышения уровня жизни общества. По мере его роста пассионарность общества падает. С усложнением экономики возникает проблема координации, и степень централизации экономической системы снижается. Очередной цикл заканчивается, и начинается либерализация экономической системы. Накапливаемый капитал вновь мигрирует в инвестиционно привлекательный ГЦК и т. д. Теоретически, чем выше инвестиционная привлекательность экономики, тем короче периоды централизации и тем длиннее периоды либерализации [2]. И наоборот, чем ниже инвестиционная привлекательность экономики, тем длиннее периоды централизации и тем короче периоды либерализации.

6.4. Циклы атомизации и объединения общества

Циклы либерализации и централизации производственных отношений приводят к периодическим изменениям социальных отношений. Манипулирование общественным сознанием в олигархической политико-экономической системе основано на империалистическом принципе «разделяй и властвуй». Оно направлено на разделение (атомизацию) общества, ослабление социальных связей между людьми. Олигархическая система противопоставляет интересы людей и общества, культивирует эгоизм и безверие. Социальные отношения заменяются сделками. Рыночные отношения и мотив получения прибыли проникают во все сферы, даже туда, где им нет места — в политику и мораль, медицину и юриспруденцию, личные отношения и семью. Они приводят к вседозволенности, преступности, падению рождаемости и др.

Для общественных отношений в социальной политико-экономической системе характерно усиление социальных связей, институтов и структур. Адаптация человека к этой системе основана на социализации — процессе обучения и усвоения ценностей, норм, установок, образцов поведения, присущих данной системе. Она приводит к усилению коллективизма, координации интересов человека и общества. По мере усиления социальных связей человека происходит возврат от одномерных либеральных ценностей, связанных с деньгами, к традиционным многомерным ценностям — семейным, общественным. Растет патриотизм и рождаемость. Таким образом, цикл либерализа-

ции и централизации производственных отношений обуславливает цикл ослабления социальных связей и их усиления, атомизации и объединения общества.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Традиционная политэкономия ограничивалась исследованием капитализма, а марксистская — выводом о превосходстве социализма над капитализмом. Однако исследование процессов общественного производства и механизмов управления производительными силами в условиях динамики и неопределенности указывает на существование циклов либерализации и централизации производственных отношений. Их причина — циклические обострения противоречий между производительными силами и производственными отношениями, связанные с проблемами координации и либерализации. Их следствием являются циклические изменения экономического и общественного строя, приводящие к возникновению общественно-экономических формаций, последовательно являющихся характерными чертами капитализма и социализма. Одновременно с циклом либерализации и централизации производственных отношений в социальной сфере реализуется цикл атомизации и объединения общества.

ЛИТЕРАТУРА

1. *История философии*. — М.: Мысль, 1965.
2. *Цыганов В.В., Бородин В.А., Шишкин Г.Б.* Интеллектуальное предприятие: механизмы овладения капиталом и властью (теория и практика управления эволюцией организации). — М.: Университетская книга, 2004. — 768 с.
3. *Агеев И.А., Ермошкин А.И., Цыганов В.В.* Механизмы технологического управления эволюцией организации // *Проблемы управления*. — 2004. — № 2. — С. 40—44.
4. *Агеев И.А., Ермошкин А.И., Цыганов В.В.* Механизмы манипулирования корпорацией // *Там же*. — 2004. — № 3. — С. 34—38.
5. *Цыганов В.В., Багамаев Р.А.* Механизмы формирования центров капитала // *Там же*. — 2005. — № 5. — С. 50—54.
6. *Цыганов В.В., Бухарин С.Н., Васин В.В.* Интеллектуальные механизмы информационных войн // *Там же*. — 2007. — № 1. — С. 25—30.
7. *Цыганов В.В.* Адаптивные механизмы в отраслевом управлении. — М.: Наука, 1991.
8. *Теория активных систем и совершенствование хозяйственного механизма* / В.Н. Бурков, В.В. Кондратьев, В.В. Цыганов, А.М. Черкашин. — М.: Наука, 1984.
9. *Ожегов С.И.* Словарь русского языка. — М.: Русский язык, 1984.
10. *Бурков В.Н., Кондратьев В.В.* Механизмы функционирования организационных систем. — М.: Наука, 1981.

☎ (495) 334-91-91, e-mail: bbc@ipu.rssi.ru

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.В. Кульбой. □



ИЗМЕНЕНИЯ АДЕКВАТНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ ПЕРЕХОДЕ НА ТРАЕКТОРИЮ ИНТЕНСИВНОГО РАЗВИТИЯ

В.Г. Клепарский, Ек.В. Клепарская

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва

Выявлена определяющая роль адекватного управления (как составляющей человеческого капитала) в процессе перехода предприятий черной металлургии на траекторию интенсивного роста. Проведена сравнительная оценка капитализированной стоимости изменений адекватности управления, происшедших в первые два года после дефолта 1998 г.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время конкурентные и стратегические преимущества промышленных предприятий во все большей степени основываются на широком применении новых наукоемких технологий, что, в свою очередь, невозможно без существенного увеличения в структуре совокупного производительного капитала доли человеческого капитала, составляющие которого определяются, в основном, капитализированными расходами на образование, профессиональную подготовку, охрану здоровья, а также текущими расходами на НИОКР. Именно поэтому в развитых странах соотношение физического и человеческого капиталов в структуре совокупного производительного капитала уже в 1990 г. было равным 40 : 60, а в 1999 г. достигло 32 : 68 [1].

Основополагающее влияние изменений структуры совокупного производительного капитала на размер среднегодовых изменений ВВП в процессе выхода России на траекторию интенсивного экономического роста (среднегодовые значения прироста ВВП 5,8 % в период 1999—2002 гг.) показывает достаточно заметное улучшение соотношения физического и человеческого капиталов (66 : 34 в 1999 г. по сравнению с 74 : 26 в 1990 г. [1]). Такой результат позволяет предполагать, что человеческий капитал — это не только умение производственного персонала делать что-то новое по новой технологии, но и способность управленческого персонала всех уровней осуществлять адекватное управление («оптимальное» — слишком обяза-

вающий термин в рассматриваемой ситуации). И действительно, в работе [2] на примере предприятий черной металлургии было показано, что коридор возможностей, открывшийся в результате резкой девальвации рубля после дефолта 1998 г., был использован путем реализации предприятиями — сложными саморазвивающимися системами социально-экономической природы — режима адекватного (соответствующего потенциалу и обстановке) управления (самоуправления).

Цель данной работы состоит в выявлении определяющей роли адекватного управления (как составляющей человеческого капитала) в процессе перехода крупнейших предприятий черной металлургии на траекторию интенсивного экономического развития. Проведение при этом объективной оценки капитализированной стоимости реализованных изменений адекватности управления имеет важное прикладное значение.

1. ИСХОДНЫЕ МОДЕЛЬНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В качестве исходного положения напомним, что падение производства в черной металлургии России составило за 1991—1997 гг. почти 43 % (рис. 1). Тяжелая финансовая обстановка — практически полное отсутствие собственных средств и инвестиций в основной капитал — не позволяло реализовать организационную и технологическую перестройку, отвечающую новым социально-экономическим условиям. Как пример, приведем тот факт, что фактические затраты по целевой государственной программе «Техническое перевоору-

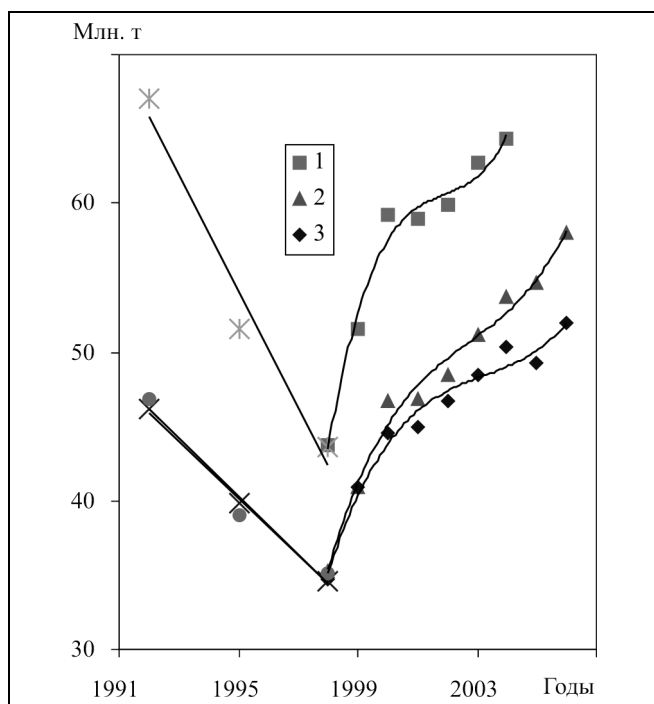


Рис. 1. Производство основных видов продукции черной металлургии в России: 1 — сталь, 2 — готовый прокат, 3 — чугун

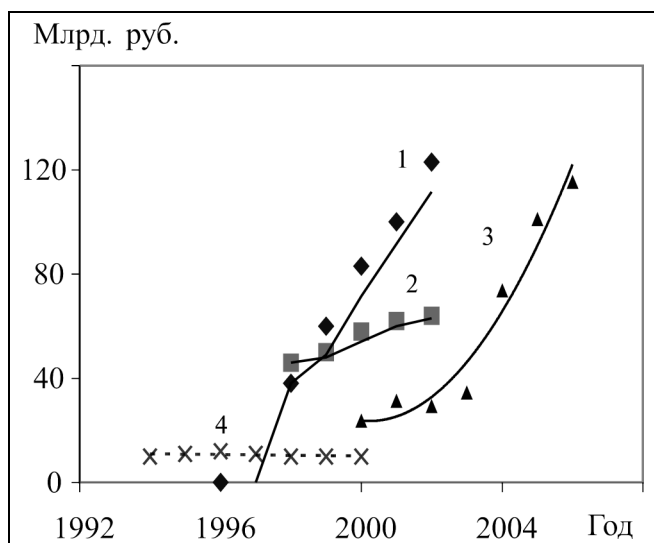


Рис. 2. Динамика изменения объема источников и потоков финансирования по предприятиям черной металлургии: 1 — собственные средства; 2 — заемные и привлеченные средства; 3 — инвестиции в основной капитал, 4 — инвестиции по целевой программе

жение и развитие металлургии в России на 1993—2000 гг.» составили всего 70 млрд. руб., т. е. примерно 10 млрд. руб. в год [3]. Кредиты отечественных банков в инвестиции черной металлургии не привлекались из-за высокой ставки (100—210 % в 1993—1995 гг., 25—150 % в 1996—2000 гг.). Сопос-

тавление графиков производства основных видов продукции (см. рис. 1) и динамики изменения объема источников и направления потоков финансирования черной металлургии в России (рис. 2, графики построены по данным работ [3, 4]) позволяет предположить, что резкий рост производства в первые годы после дефолта 1998 г. (особенно в 1999 и 2000 гг.) не был связан со значительными капиталовложениями. Более того, рост производства был реализован в условиях использования старого, в достаточной мере изношенного оборудования (по данным работы [3] износ основных производственных фондов в 1999 г. составлял 47,9 %, в 2000 г. — 50 %, в 2001 г. — 54 % и лишь в 2002 г. уменьшился до 51 %). Достаточно заметный рост инвестиций в основной капитал предприятий черной металлургии начался, как это следует из представленных на рис. 2 графиков, лишь после 2003 г.

Для объяснения показанных на рис. 1 и 2 тенденций развития напомним, что адекватное управление реализуется через формирование системой и окружающей средой соответствующего конечного притягивающего многообразия — аттрактора — и через отслеживание системой — предприятием — центральной линии канала аттракции (см., например, работу [2]). Исследование закономерностей формирования канала аттракции для предприятий проводилось с выделением основного «параметра порядка» — ежегодного роста объема продаж изучаемых сложных систем. Предложенный в работе [2] метод позволяет по данным наблюдения за сравнительно небольшим числом достаточного близких по объему продаж предприятий какой-либо отрасли получить профиль кривой плотности распределения вероятности (ПРВ) для ежегодного роста объема продаж, а тем самым и профиль зоны аттракции для рассматриваемой группы предприятий. Было показано также, что оценка достигнутого уровня адекватности управления может быть выполнена путем оценки стандартного отклонения σ от центральной линии канала аттракции.

Последующее «сшивание» зон аттракции (или, лучше, статистических характеристик функции распределения) в течение некоторого периода времени позволяет проследить изменение параметров функции распределения в процессе эволюции группы предприятий изучаемой отрасли промышленности.

2. ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ КАНАЛА АТТРАКЦИИ В ПРОЦЕССЕ ПЕРЕХОДА К ИНТЕНСИВНОМУ РОСТУ

Для визуализации особенностей формирования канала аттракции в процессе перехода предприятий к интенсивному росту на рис. 3 представлены



(по данным работ [2, 5]) графики зависимостей плотности распределения вероятности $p(r/S_0)$ ежегодного роста объема реализации $r \equiv \ln(S_1/S_0)$ для металлургических компаний России за 1999 г. (первый год после дефолта 1998 г. Здесь S_1 и S_0 — объем реализации за два последующих года и $S_0 = \ln S_0$). Можно заметить, что ширина кривой ПРВ $p(r/S_0)$ ежегодного роста объема реализации для крупнейших металлургических компаний заметно уже тех же кривых для «средних» и сравнительно «мелких» предприятий черной металлургии. При этом среднее значение достигнутого уровня роста объема реализации $r \equiv \ln(S_1/S_0)$, т. е. «стрежень» канала аттракции, лежит в зоне существенно больших (по сравнению с достигнутыми «средними» и сравнительно «мелкими» предприятиями) значений ежегодного роста объема реализации продукции. Предполагая, что эффективная «ширина» кривой $p(r/S_0)$, т. е. стандартное отклонение $\sigma(S_0)$ изучаемой группы предприятий, характеризует достигнутое состояние адекватности управления, можно утверждать, что крупнейшие металлургические компании России сумели наилучшим образом использовать ситуацию, сложившуюся в результате дефолта 1998 г., и вышли на более высокий (по сравнению со «средними» и «мелкими» предприятиями черной металлургии) уровень адекватного управления.

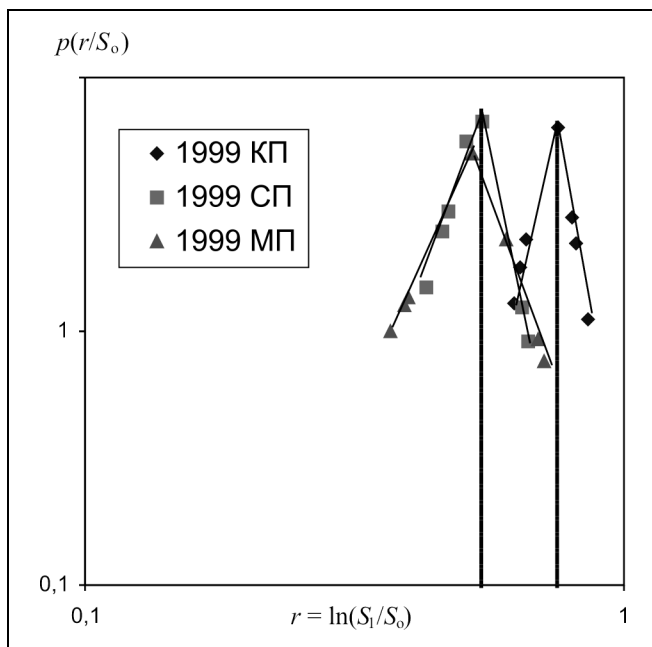


Рис. 3. Плотность распределения $p(r/S_0)$ ежегодного роста объема реализации $r = \ln(S_1/S_0)$ для металлургических компаний России за 1999 г.: *КП* — крупнейшие предприятия; *СП* — «средние»; *МП* — сравнительно «мелкие» предприятия

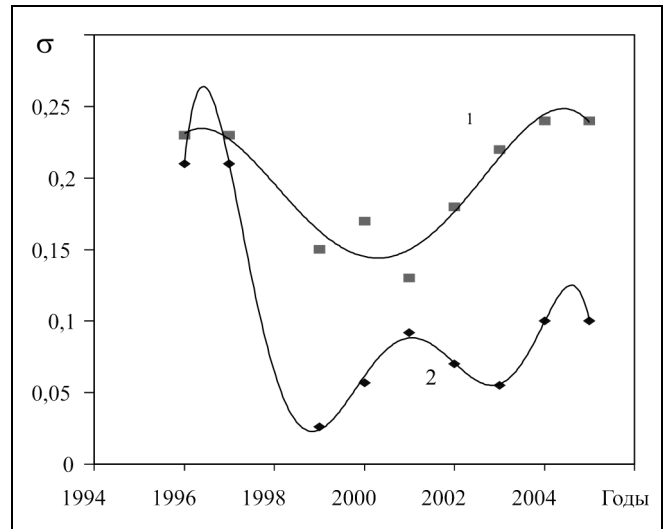


Рис. 4. Динамика изменений стандартного отклонения $\sigma(S_0)$: 1 — для основной массы предприятий черной металлургии ($S_0 < 0,5 \cdot 10^9$ руб.); 2 — для наиболее крупных предприятий ($S_0 > 1,1 \cdot 10^9$ руб.)

Для проведения сравнительной оценки влияния достигнутого предприятиями уровня адекватности управления (самоуправления) на ежегодный рост объема продаж была изучена динамика расхождения значений стандартного отклонения $\sigma(S_0)$. Изучение проводилось по методике, предложенной в работе [2], т. е. с использованием графиков ПРВ $p(r/S_0)$ ежегодного роста объема реализации $r \equiv \ln(S_1/S_0)$ в период с 1996 по 2005 г., как для основной массы предприятий черной металлургии, так и для крупнейших металлургических компаний России. Графики ПРВ $p(r/S_0)$ строились по данным, публикуемым ежегодно в журнале «Эксперт». Результаты исследования представлены на рис. 4.

Можно заметить, прежде всего, достаточно резкое (бифуркационного типа) снижение значений $\sigma(S_0)$ в первые «последефолтные» годы для всех предприятий черной металлургии. Одновременно, как это видно из графиков, представленных на рис. 1, имел место резкий подъем объема продаж продукции. Затем, примерно к 2003 г., уровень адекватности управления, характеризуемый размером стандартного отклонения $\sigma(S_0)$, для основной массы предприятий вышел на «преддефолтный» уровень, а для крупнейших предприятий — на уровень примерно в два раза меньший исходного. Можно говорить, следовательно, о выходе крупнейших предприятий черной металлургии на новый, соответствующий интенсивному развитию, уровень адекватности управления.

3. ОЦЕНКА ДОСТИГНУТОГО УРОВНЯ АДЕКВАТНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ

Представленные на рис. 4 результаты (в сочетании с данными, представленными на рис. 1) позволяют выявить влияние изменений эффективной ширины канала аттракции (стандартного отклонения $\sigma(S_0)$) графиков ПРВ $p(r/S_0)$) для крупнейших предприятий черной металлургии на ежегодный рост выпуска готовой продукции ΔPr . При этом может быть учтен тот факт, что крупнейшие предприятия черной металлургии обеспечивают производство половины всей продукции отрасли [3]. Как результат изучения этого влияния на рис. 5 представлены графики приращения выпуска готовой продукции ΔPr крупнейших предприятий черной металлургии в зависимости от изменений эффективной «ширины» канала аттракции $\Delta\sigma$ за предшествующий год.

Сопоставляя представленные на рис. 5 результаты с кривыми на рис. 1 и 4, можно заметить, что реализованное в период 1998 — 2000 гг. крупнейшими предприятиями черной металлургии среднегодовое увеличение производства готового проката $\Delta Pr_{\text{пр}} \approx 2,75$ млн. т, чугуна $\Delta Pr_{\text{ч}} \approx 2,5$ млн. т.

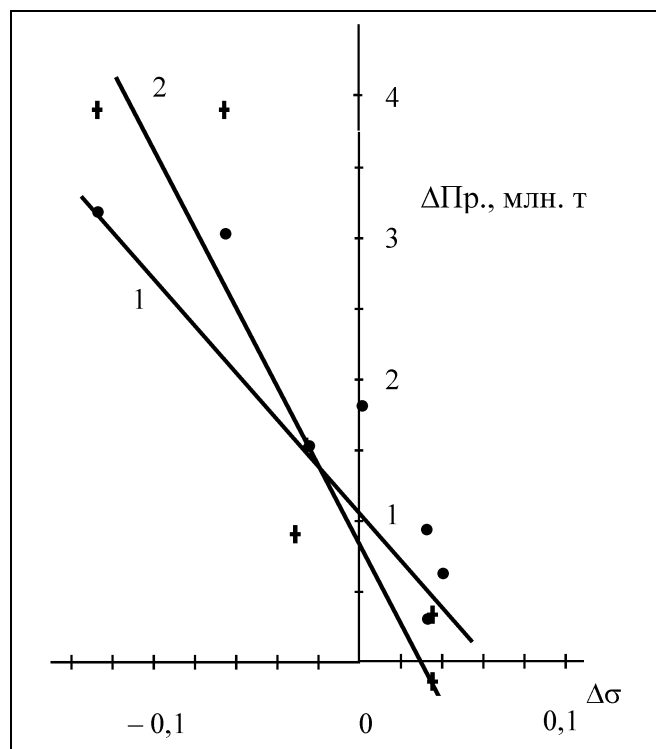


Рис. 5. Влияние изменения эффективной ширины канала аттракции (стандартного отклонения $\sigma(S_0)$) графиков ПРВ $p(r/S_0)$) на рост выпуска готовой продукции ΔPr для крупнейших предприятий: 1 — готового проката; 2 — стали

и стали $\Delta Pr_{\text{ст}} \approx 3,75$ млн. т. имело место одновременно со среднегодовым уменьшением эффективной ширины канала аттракции, оцениваемым через среднегодовое уменьшение стандартного отклонения $\Delta\sigma \approx -0,1$. Поскольку в этот период среднегодовой прирост инвестиций в основной (физический) капитал (согласно кривым 3 и 4 на рис. 2) может быть с достаточной точностью принят близким к нулю ($\Delta\Phi K \approx 0$), весь прирост металлургической продукции может быть объяснен как результат перехода системы (предприятия) к более адекватному управлению (в широком смысле этого термина, т. е. считая адекватное управление одной из составляющих человеческого капитала). Для сравнения, в период с 2003 по 2006 г., когда среднегодовой прирост инвестиций в основной (физический) капитал металлургической промышленности, как это показано на рис. 3, составил $\Delta\Phi K \approx 26$ млрд. руб., среднегодовой прирост промышленного производства готового проката был существенно меньше и составил для всей отрасли $\Delta Pr_{\text{пр}} \approx 2$ млн. т, а прирост производства стали для всей отрасли $\Delta Pr_{\text{ст}} \approx 2$ млн. т. Поскольку в этот период уровень значений стандартного отклонения σ может быть с достаточной точностью принят неизменным (для основной массы предприятий $\Delta\sigma \approx 0$ в период с 2003 по 2006 г., для крупнейших предприятий $\Delta\sigma \approx 0$ в период с 2004 по 2006 г.), можно предполагать весь прирост продукции обусловленным приростом инвестиций.

Для дальнейших оценок необходимо учесть, что доля металлургического производства в общем объеме товарной продукции черной металлургии составляет 70 % (см., например, работу [3]). В качестве первого приближения будем полагать, что среднегодовые вложения в физический капитал металлургического производства $\Delta\Phi K_{\text{мет}}$ также составляли 70 % от величины $\Delta\Phi K$, т. е. для периода с 2003 по 2006 г. $\Delta\Phi K_{\text{мет}} \approx 18$ млрд. руб. Полагая вложения $\Delta\Phi K_{\text{мет}}$ равномерно распределенными в производство стали, чугуна и готового проката, с достаточной для грубых оценок точностью получаем, что в отсутствие существенных улучшений адекватности управления ($\Delta\sigma \approx 0$), т. е. в период с 2003 по 2006 г., среднегодовое увеличение производства стали, чугуна, готового проката на ~ 1 млн. т требовало среднегодовых вложений физического капитала ~ 3 млрд. руб. Если предположить, что реализованное на крупнейших предприятиях черной металлургии в первые два года после дефолта 1998 г. в отсутствие существенных вложений в физический капитал увеличение среднегодового производства стали на $\Delta Pr_{\text{ст}} \approx 3,75$ млн. т было осуществлено, в основном, благодаря улучшению



адекватности управления (как об этом свидетельствует среднегодовое снижение эффективной ширины канала аттракции $\Delta\sigma \approx -0,1$), то капитализированная стоимость этого улучшения адекватности управления может быть оценена в сумму, равную $\sim 11,25$ млрд. руб. Соответственно, реализованное на крупнейших предприятиях увеличение среднегодового производства чугуна $\Delta Pr_{\text{ч}} \approx 2,5$ млн. т «стоит» 7,5 млрд. руб., а увеличение среднегодового производства готового проката $\Delta Pr_{\text{пр}} \approx 2,75$ млн. т — 8,25 млрд. руб. Среднегодовой общий прирост той составляющей совокупного производительного капитала, которая определяется человеческим капиталом и обусловлена улучшением адекватности управления в период 1998—2000 гг. может быть оценен, таким образом, в сумму, равную $\Delta ЧК_{\text{мет}} \sim 27$ млрд. руб. Полученное значение среднегодового прироста человеческого капитала в металлургическом производстве $\Delta ЧК_{\text{мет}} \sim 27$ млрд. руб. примерно в 1,5 раза превышает среднегодовой прирост инвестиций в физический капитал металлургического производства $\Delta ФК_{\text{мет}} \approx 18$ млрд. руб. в период 2003—2006 гг., что подтверждает определяющую роль реализации адекватного управления (самоуправления) предприятиями черной металлургии в первые два года после дефолта 1998 г. В последующем, как это показывают графики, представленные на рис. 4, произошло некоторое увеличение значений стандартного отклонения $\sigma(S_0)$ графиков ПРВ $p(r/S_0)$, что свидетельствует о снижении достигнутой степени адекватности управления (самоуправления), а значит, и о худшем использовании человеческого капитала. Как результат, среднегодовой прирост продукции металлургического производства в период 2003—2006 гг. был примерно в 3 раза меньше, чем сразу же после дефолта 1998 г., несмотря на значительные инвестиции в основной (физический) капитал.

Такое явление можно объяснить нарушениями общего (поскольку предприятия черной металлургии являются градообразующими, общность интересов выхода из кризиса была неизбежной) согла-

сованного (когерентного в терминах физики) отслеживания всеми уровнями иерархии управления интегральной зоны притяжения решений (зоны аттракции по терминологии нелинейной динамики) того эволюционного уравнения саморазвивающейся системы, которое определяется потенциалом системы и сложившимися обстоятельствами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, использование основных представлений модели формирования канала аттракции для промышленных предприятий — самоорганизующихся систем социально-экономической природы [2] — позволило не только проследить изменение адекватности управления при переходе крупнейших предприятий черной металлургии на интенсивный путь развития, но и провести грубую оценку капитализированной стоимости этих изменений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мельянец В.А. Проблемы и факторы становления современного (интенсивного) экономического роста в странах Запада, Востока и в России // История и синергетика: Методология исследования. — М.: URSS, 2005. — 180 с.
2. Клепарский В.Г., Клепарская Е.В. Адекватность управления саморазвивающимися системами социально-экономической природы (на примере предприятий черной металлургии) // Проблемы управления. — 2006. — № 5. — С. 23—29.
3. Суховерхова Ж.В. Механизм эффективного управления предприятиями черной металлургии. — М.: МАКС Пресс, 2005. — 219 с.
4. Пальшин К. Черным по белому // Итоги. — 2006. — № 49. — С. 50—54.
5. Клепарский В.Г., Клепарская Е.В. Роль нематериальных активов (человеческого капитала) в процессе перехода на новый уровень адекватности управления // Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций CASC'2007: Тр. VII междунар. науч.-практ. конф. «Управление большими системами — 2007». — М., 2007. — С. 129—136.

☎ (495) 334-92-00,

e-mail: klepavg@ipu.ru; ekleparskaya@mail.ru

Статья представлена к публикации членом редколлегии Д.А. Новиковым. □

MLSD'2008

Вторая международная конференция «Управление развитием крупномасштабных систем»

Москва, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 1—3 октября 2008 г.

Основные тематические направления конференции

- Проблемы управления развитием крупномасштабных систем, включая ТНК.
- Методы и инструментальные средства управления инвестиционными проектами и программами.
- Имитация и оптимизация в задачах управления развитием крупномасштабных систем.
- Управление топливно-энергетическими, транспортными и другими системами.
- Информационное и программное обеспечение систем управления крупномасштабными производствами.
- Мониторинг в задачах управления крупномасштабными системами.

Информация и регистрация — на сайте конференции: <http://ipu-conf.ru/mlsd>; справки по тел. (495) 334-90-50, 334-91-69

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ СОЦИАЛЬНЫХ ИНВЕСТИЦИЙ

Н.А. Шибаета

Орловский государственный технический университет

На основе многофакторной теории экономического роста обоснована необходимость учета и оценки воспроизводства человеческого капитала как составной части инвестиционных процессов общества. Предложена авторская классификация методов оценки эффективности социальных инвестиций. Показана целесообразность применения в методах оценки оптимально сочетаемых количественных и качественных критериев.

ВВЕДЕНИЕ

Формирование адекватного механизма оценки эффективности инвестиционных процессов составляет одну из актуальных проблем современной экономической науки. Достаточно полно исследованы качественная и количественная стороны эффективности инвестиционных процессов. Качественная сторона отражает логическое и теоретическое содержание, т. е. сущность этой категории, количественная раскрывает действие закона сбережения ресурсов при достижении определенных целей. Инвестиционные ресурсы обычно рассматриваются в аспектах финансово-промышленного, природного и человеческого капитала. Последний, по мнению автора, составляет качество экономики, которое изменяется с изменением профессиональных навыков, знаний, старением одного поколения и приходом другого.

Доля человеческого капитала в современной структуре национального богатства довольно высока и значима. Однако отсутствует единая научно обоснованная систематизация методов оценки эффективности социальных инвестиций, которая бы способствовала оптимизации выбора инструментария для обоснования инвестиционных проектов социального характера и их положительных результатов, имеющих большое значение для будущих поколений.

1. ОСНОВЫ КЛАССИФИКАЦИИ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ СОЦИАЛЬНЫХ ИНВЕСТИЦИЙ

Для создания и воспроизводства человеческого капитала в соответствии с требованиями современного экономического развития осуществляются социальные инвестиции, которые, исходя из методов их реализации и ожидаемых результатов, можно разделить на три вида (рис. 1) [1].

Инвестиции в человеческий капитал являются фактором формирования потенциала устойчивого, динамичного экономического роста и средством достижения поставленных целей в повышении качественного уровня самого человеческого капитала. Причинно-следственные связи между социальными инвестициями в человеческий капитал и показателями экономического роста сильно опосредованы, поскольку на экономическую сис-



Рис. 1. Виды социальных инвестиций и ожидаемые эффекты от их реализации

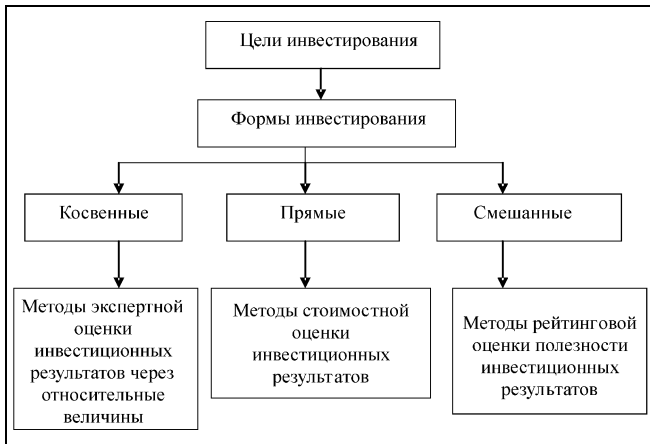


Рис. 2. Классификация методов оценки эффективности социальных инвестиций

тому влияет множество разнообразных и взаимосвязанных факторов. Поэтому сегодня фактически отсутствуют четкие, поддающиеся однозначному количественному и качественному выражению, критерии интегральной оценки эффективности смешанных социальных инвестиций.

Многофакторная теория экономического роста с широкими подходами к толкованию капитала послужила катализатором для разработки существующей концепции «человеческого капитала», учитывающей взаимосвязь между социальными инвестициями, накоплением человеческого капитала и доходами, которые получает общество от этих инвестиций. В частности, современной наукой доказывается роль совокупности специальных знаний, способностей, умений и навыков человека в качестве особой формы производительного капитала, накопление которого оказывает самостоятельное и возрастающее воздействие на темпы экономического роста.

Эффективность социальных инвестиций как результативность инвестиционного проекта (программы) и ее различные формы по существу являются выражением определенных интересов участников инвестиционного процесса или общества в целом. С позиций различных уровней управления полученный результат оценки неизбежно представляется по-разному в зависимости от поставленных целей.

Основная сложность оценки эффективности социальных инвестиций заключается в определении общественных выгод, полученных в результате осуществления определенной инвестиционной программы (проекта), которые часто не поддаются не только денежной, но и просто количественной оценке. Один из шагов к решению поставленной проблемы состоит в классификации методов оцен-

ки эффективности социальных инвестиций, сгруппированных нами по формам вложения капитала (рис. 2). Определив цель инвестирования, необходимо подобрать такие приемы и способы оценки, которые бы позволили показать истинное значение и реальные результаты социальных инвестиций в долгосрочном периоде [1].

2. КОСВЕННЫЕ И ПРЯМЫЕ ИНВЕСТИЦИИ В ЧЕЛОВЕЧЕСКИЙ КАПИТАЛ

Косвенные социальные инвестиции представляют собой инвестиционные проекты, позволяющие получить чистые общественные блага, которые характеризуются свойствами несоперничества и неисключаемости. Их цель состоит в повышении качественного состояния общества. Оценка таких инвестиций выходит за рамки расчетов экономических величин, т. е. дать точную количественную оценку результатов инвестирования практически невозможно.

При определении эффективности косвенных социальных инвестиций могут использоваться методы экспертных оценок через относительные величины. Например, через интегральный показатель эффективности общественного развития, методика расчета которого была опубликована в работе [2].

Интегральный показатель EO эффективности общественного развития за отчетный период рекомендуется исчислять по формуле:

$$EO = \frac{SGDRI_t / SGDRI_{t-1}}{ZO_{t-1/t-2}},$$

где $SGDRI_t$ и $SGDRI_{t-1}$ — интегральный показатель результатов гармоничного развития общества в периоды t и $t-1$; $ZO_{t-1/t-2}$ — интегральный показатель изменения инвестиционных затрат на общественное развитие.

В зарубежной литературе эффективность косвенных социальных инвестиций предлагается оценивать на основе анализа степени их влияния на экономический рост. Наиболее известные разработки принадлежат американцам Т. Шульцу и Э. Денисону [3]. Их исследования опираются на неоклассическую производственную функцию $Y = f(K, L)$, где Y — выпуск, K — затраты капитала, L — затраты труда.

Подобные оценки важны для измерения результативности косвенных социальных инвестиций в соответствии с поставленными целями социально-экономического развития.

Прямые социальные инвестиции объединяют инвестиционные проекты государственных, муниципальных, частных организаций, связанные с

оказанием адресных коммерческих или некоммерческих услуг в сфере образования, медицины, культуры, спорта и др., которые напрямую способствуют росту и улучшению качества человеческого капитала и поддаются количественным оценкам. Их эффективность оценивается на основе общепринятых в инвестиционном анализе показателей: чистого денежного потока, чистой текущей стоимости, внутренней нормы рентабельности, индекса рентабельности и срока окупаемости инвестиций.

Оценка коммерческой эффективности прямых социальных инвестиций базируется на исчислении показателей чистого денежного потока NV , который определяется по формуле

$$NV = \sum_{t=1}^n CF_t - I_0,$$

где CF_t — текущий денежный поток в период t (временной шаг расчета), I_0 — сумма социальных инвестиций, n — планируемый срок реализации инвестиций (совокупный расчетный период).

При оценке прямых социальных инвестиций необходимо составлять прогноз денежных потоков, основная цель которого — выявление дефицита источников финансирования социальных инвестиций. Выявленная необходимость в дополнительном капитале влияет на рейтинг альтернативных вариантов принимаемых инвестиционных решений [4].

Количественная оценка эффективности прямых некоммерческих социальных инвестиций, которые не предполагают получение экономической прибыли, может строиться по принципу альтернативной стоимости [5]. Инвестор выбирает лучший вариант из нескольких возможных, при котором инвестиционные расходы будут наименьшими. Финансовый эффект при этом можно выразить формулой:

$$\mathcal{E}_{\text{фин}} = \sum_{t=0}^n \frac{\text{Инв}_t^{\text{max}} - \text{Инв}_t^{\text{альт}}}{(1 + WACC)^t},$$

где $\text{Инв}_t^{\text{max}}$ и $\text{Инв}_t^{\text{альт}}$ — инвестиционные расходы по наиболее «дорогому» и альтернативному проектам в периоде t , $WACC$ — средневзвешенная стоимость совокупного капитала инвестора, отражающая минимально необходимый уровень доходности его основной коммерческой деятельности.

Финансирование прямых социальных инвестиций в большинстве случаев осуществляется инвестором за счет капитала, аккумулируемого в рамках его основной коммерческой деятельности, следовательно, снижение финансовой устойчивости инвестора снижает эффективность социальных ин-

вестиций. Соответственно один из этапов анализа эффективности таких инвестиций должен состоять в оценке финансовой устойчивости инвестора. Методика ее оценки предполагает два направления:

— анализ финансовой независимости и финансового риска инвестора по коэффициентам структуры капитала, основные из которых коэффициент автономии, плечо финансового рычага, а также доля собственных и долгосрочных заемных источников;

— анализ наличия у инвестора собственных средств и оценка коэффициентов обеспеченности собственными оборотными средствами оборотных активов и производственных запасов инвестора.

Кроме указанных направлений, оценку финансовой устойчивости инвестора необходимо дополнить показателями уровня риска, который выражается в варьировании финансовых результатов инвестора и размера его чистого денежного потока в целом и по текущей деятельности.

3. СМЕШАННЫЕ ИНВЕСТИЦИИ В ЧЕЛОВЕЧЕСКИЙ КАПИТАЛ

Смешанные социальные инвестиции предполагают получение смешанного социального эффекта, под которым подразумевается приобретение общественных благ как с позиций качественного улучшения общества, так и в форме конкретных социальных услуг, способствующих росту человеческого капитала. В этом случае эффективность может оцениваться, с одной стороны, в денежном выражении с помощью финансовых расчетов, по которым можно определить чистую приведенную стоимость проекта и другие показатели. С другой стороны, необходимо оценить высокую общественную значимость, которая может изменить общую полезность (ранжирование) инвестиционного проекта.

Эта форма социальных инвестиций наиболее распространена в экономике. Трудность оценки смешанных социальных инвестиций заключается в получении их агрегированной оценки.

Для оценки эффективности социальных инвестиций можно рекомендовать исчислять чистую приведенную стоимость по двум составляющим: $NPV = NPV_b + NPV_p$, где NPV_b — коммерческая чистая текущая стоимость инвестиционного проекта (бизнес-эффект), NPV_p — его общественная значимость (общественный эффект) [6].

Общественный эффект может выражаться, например, в повышении уровня образования или здоровья населения. Его можно представить как функцию от параметров, определяющих общественную эффективность социальных инвестиций: $NPV_p = F(q, t, i_p, T, U(t))$, где q — число пользова-



телей данного общественного блага; i_p — непрерывная ставка дисконтирования, определяемая на «основе общественных альтернатив»; t — текущий временной период; T — время использования данного общественного блага; $U(t)$ — усредненная полезность (эффект в стоимостном выражении), приходящаяся на одного пользователя в данный момент времени.

Самый простой вид функции F определяет дисконтированную интегральную сумму социальных полезностей каждого пользователя общественных благ:

$$F = \int_0^T qU(t)e^{-it} dt. \quad (1)$$

Данное выражение допускает более общую постановку задачи. Например, можно ввести зависимость числа пользователей от времени и использовать переменную во времени ставку дисконтирования [7].

Во многих странах проводятся предварительные опросы граждан по поводу реализации определенного инвестиционного проекта, имеющего социальный эффект. Цель опроса в определении возможности дополнительного финансирования путем введения нового налога или увеличения ставки налогообложения. Голосуя «за», гражданин тем самым соглашается профинансировать данный проект. Таким образом, при голосовании появляется возможность установить, чего стоит «голос» анкетированного, другими словами, есть ли у населения финансовые средства, которые подтверждают значимость их желания. Причем речь идет не только о реальных выплатах, поскольку инвестиционный проект может быть реализован частично или полностью за счет бюджетных средств региона.

В таком случае функцию полезности $U(t)$ можно определить по следующему варианту. Существует средний уровень доходов на душу населения, характерный для конкретного региона. Обозначим эту величину для одного временного периода w , а стоимость потребительской корзины — c^k . Тогда разница $\Delta_{wc} = w - c^k$ — это максимальная сумма, которая может быть уплачена за дополнительно приобретаемые блага. Фактически индивид за предоставляемые инвестиционным проектом блага может заплатить только часть этой величины, поскольку существуют неизбежные дополнительные траты, которые не вписываются в потребительскую корзину. Обозначим эту часть через α , $0 < \alpha < 1$. Индивид, согласный вложить в проект средства в размере $\alpha\Delta_{wc}$, рассчитывает на дополнительную полезность приобретаемых благ (в пересчете на денежный эквивалент) не менее этой величины. Ес-

ли на основе репрезентативной выборки проводится голосование и процент проголосовавших «за» составляет β , то можно определить полезность для «среднестатистического» индивида: $U(t) = \beta \cdot \alpha(w - c^k)$, где коэффициент β , $0 \leq \beta \leq 1$, определяет значимость предоставляемой общественной услуги.

Остановимся подробнее на экономическом смысле коэффициента α . Наряду с параметром Δ_{wc} он отражает уровень экономического развития территории. Различие заключается в том, что параметр Δ_{wc} в большей степени показывает чисто финансовые возможности индивида, а коэффициент α — часть этих возможностей, относительно свободную. Для определения коэффициента α в качестве ориентира может служить предельная склонность к сбережению (такое допущение непротиворечиво в рамках кейнсианской теории при условии постоянства потребительской корзины). Для нахождения его значения необходимо наличие статистических данных о доходах и расходах населения в конкретном регионе. В дальнейшем удобнее будет использовать обобщенный коэффициент $\lambda = \alpha\beta$, определяя его как коэффициент социальной значимости инвестиционного проекта. Если $\lambda = 0$, то это означает, что население отвергает этот проект ($\beta = 0$) или у населения нет средств ($\alpha = 0$). Таким образом, для определения функции полезности можно записать следующее уравнение

$$\int_0^{T1} U(t) dt = \lambda(w - c^k), \quad (2)$$

где $T1$ — период, на который разбивается продолжительность анализируемого инвестиционного проекта (обычно год).

Для получения окончательного решения необходимо определиться с конкретным видом функции $U(t)$. Самый простой вариант $U(t) = \text{const}$. В этом случае, из уравнения (2) получаем $U = \lambda(w - c^k)/T1$. Тогда функция (1) примет вид

$$F = \frac{\lambda q(w - c^k)}{T1} \int_0^T e^{-it} dt = \frac{\lambda q(w - c^k)}{iT1} \left(1 - \frac{1}{e^{iT}}\right). \quad (3)$$

В полученном выражении параметр $T1$ ответствен за согласованность величин Δ_{wc} и i . Если проект рассчитывается на несколько лет, то формулу (3) следует преобразовать к виду:

$$F = \frac{\lambda q \Delta_{wc}}{i} \left(1 - \frac{1}{e^{iT}}\right),$$

где Δ_{wc} — средний показатель годовой полезности для индивида, i — годовая ставка дисконтирования, T — горизонт расчета в годах.

В пределе, когда $T \rightarrow \infty$, функция полезности

$$F = \lambda q \Delta_{wc} / i.$$

К оценке эффективности смешанных социальных инвестиций можно применять различные подходы. На наш взгляд, описанная модель достаточно приемлема, она обладает меньшим субъективизмом в сравнении с методом экспертных оценок и дает возможность относительного сравнения социальной и коммерческой составляющих инвестиционного проекта. Кроме того, она позволяет учесть дифференциацию по регионам. Один и тот же инвестиционный проект, реализуемый на разных территориях, будет иметь разную значимость социальной составляющей. Для промышленно развитых регионов с относительно высоким уровнем жизни «вес» социальной составляющей результата будет высок. Наоборот, для неблагополучных регионов, нуждающихся в дотациях, на первый план выходит коммерческий результат, а социальная значимость проекта не будет играть существенной роли. В модели уровень развития региона отслеживается с помощью параметра Δ_{wc} и коэффициента α .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Специфика и разнообразие видов социальных инвестиций оказывают существенное влияние на методические подходы к количественной и качественной оценкам их эффективности. Предложенная классификация методов оценки эффективности социальных инвестиций позволяет сформировать целостную систему оценки разносторонних результатов социальных инвестиций, необходимых для воспроизводства человеческого капитала в соответствии с целями общественного развития и экономического роста.

Инвестиции в человеческий капитал обеспечивают воспроизводство и качественное улучшение производительной силы, прирост которой позволяет вносить нормативную долю в национальное богатство. Необходимо оптимальное сочетание количественных и качественных критериев при обосновании инвестиционных проектов социального характера. Определяющим фактором при выборе методов оценки эффективности социальных инвестиций служит цель инвестирования, которая определяет форму их реализации.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шибалева Н.А.* Управление инвестиционными процессами в регионах. — М.: Машиностроение-1, 2006. — 295 с.
2. *Садков В.Г., Греков И.Е.* Об эффективности общественного развития (вопросы методологии страновых измерений) // Общество и экономика. — 2006. — № 4. — С. 163—178.
3. *Bowman M. Schultz, Denison and the Contribution of Education to National Income Growth* // Journal of Political Economy. — 1964. — Oct. — P. 454.
4. *Методические рекомендации по оценке эффективности инвестиционных проектов.* Утв. 21.06.1999, № ВК 477. Министерство экономики РФ, Министерство финансов РФ, Государственный комитет РФ по строительной, архитектурной и жилищной политике.
5. *Буханова С.М., Дорошенко Ю.А.* Количественная оценка эффективности социальных инвестиций для государственного бюджета и инвестора // Экономический анализ: теория и практика. — 2006. — № 7(64). — С. 11—16.
6. *Бригхем Ю., Гапенски Л.* Финансовый менеджмент. — СПб: Экономическая школа, 1999.
7. *Архинов В.М., Окулова Е.Э.* Оценка социальной составляющей инвестиционных проектов // Финансы и кредит. — 2003. — № 4(118). — С. 15—19.

☎ (4862) 40-85-58, e-mail: n.shibaeva@mail.ru

Статья представлена к публикации членом редколлегии Р.М. Нижегородцевым. □

Российская академия наук
Отделение энергетики, машиностроения, механики и процессов управления,
Отделение нанотехнологий и информационных технологий,
Российский национальный комитет по автоматическому управлению,
Научный совет по теории управляемых процессов и автоматизации

МУЛЬТИКОНФЕРЕНЦИЯ «ТЕОРИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ»

26—30 января 2009 г.

Мультиконференция проводится Институтом проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Институтом проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН и Институтом системного анализа РАН и объединяет следующие четыре конференции.

IV Международная конференция по проблемам управления (МКПУ-IV)

URL: <http://www.ipu.ru> e-mail: iccp@ipu.ru тел./факс: +7 (495) 334-89-69

Конференция «Управление динамическими системами»

URL: <http://www.ipmnet.ru> e-mail: kostin@ipmnet.ru тел.: +7 (495) 434-92-63; факс: +7 (499) 739-95-31

Конференция «Математическая теория систем»

URL: <http://www.isa.ru> e-mail: znat@isa.ru тел./факс: +7 (499) 135-51-64

VIII Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления» (SICPRO'09)

URL: <http://www.sicpro.org/sicpro09/> e-mail: sicpro@ipu.ru тел./факс: +7 (495) 334-89-90

Более подробную информацию о конференциях, сроках подачи заявок и условиях участия в них можно найти на сайтах соответствующих конференций.



МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ ИЗДЕРЖЕК ПОИСКА ИНФОРМАЦИИ¹

Е.В. Попов, А.А. Коновалов

Институт экономики Уральского отделения РАН, г. Екатеринбург

Рассмотрена проблема анализа транзакционных издержек поиска информации. Представлена типология информационных потоков, институтов поиска информации и транзакционных издержек на производство и приобретение информации на уровне фирмы. Разработана модель оптимизации транзакционных издержек поиска информации.

ВВЕДЕНИЕ

Развитие институционального направления экономической мысли предопределяет необходимость дальнейшей разработки теории информации и оценки затрат на поиск информации. Однако проблемы информационного обмена на микроэкономическом уровне отдельных экономических агентов и миниэкономическом уровне внутрифирменной среды остаются одними из самых слабо освещенных в экономической литературе тем [1].

Обычно информацию рассматривают либо с позиций постиндустриальных концепций информационного общества, либо в рамках анализа информатизации экономики. Вопрос об исследовании неопределенности при принятии управленческих решений и информации как инструменте ее снижения был впервые поднят экономистами институциональной школы [2–5].

Цель данного исследования состоит в развитии концепции транзакционных издержек поиска информации как одной из фундаментальных категорий институционального направления экономической теории и создании математической модели оптимизации этих затрат для минимального уровня хозяйствования.

Экономическая информация — это набор данных содержательного характера, представляющий собой результат интеллектуальной деятельности человека или группы людей и обладающих определенной ценностью для потребителя этих данных в свете возможности снижения неопределенности при принятии управленческих решений. На миниэкономическом уровне мы представляем инфор-

мацию в виде потоков, сопровождающих трансакции: внутри фирмы и между фирмой и ее контрагентами: государством, банками, покупателями, другими фирмами.

Информационные потоки регулируются институтами поиска информации: нормами, ограничениями, методами, соглашениями, паттернами, определяющими функционирование экономической системы в части информационного обмена. Издержки создания и поддержания такого рода институтов являются транзакционными, поскольку не связаны напрямую с производством и появляются в результате функционирования рыночной системы.

Увеличение затрат на информацию позволяет принципалу устранить неопределенность, возникающую при принятии управленческих решений. Снижение неопределенности приводит к росту прибыли и объемов продаж.

Полученная фирмой прибыль может быть направлена на поиск информации либо оставлена в виде чистой прибыли. Существует определенный уровень, выше которого увеличение этих затрат нецелесообразно, поскольку оно не приведет к дальнейшим положительным изменениям.

Этот уровень и будет оптимальным. Основная задача данного исследования — определить границы оптимальности издержек на поиск информации для минимального уровня хозяйствования.

1. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПОТОКИ И ИНСТИТУТЫ ПОИСКА ИНФОРМАЦИИ

Рассмотрим экономическую информацию, представив ее в виде информационных потоков (рис. 1).

Исходящий информационный поток связан с необходимой отчетностью, которую фирма вынуж-

¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 07-06-96039.

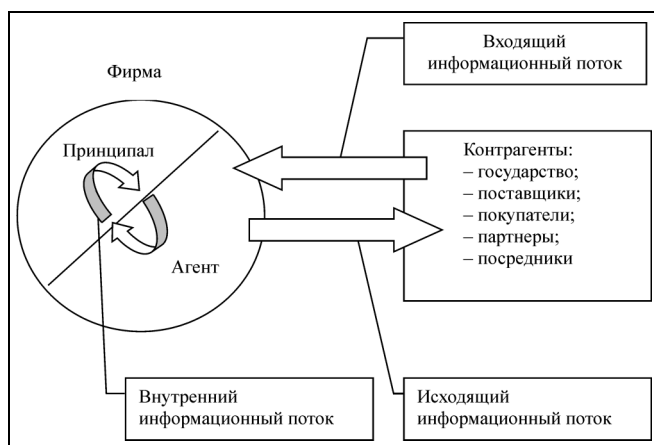


Рис. 1. Информационные потоки на микроэкономическом уровне

дена представлять своим контрагентам — поставщикам, покупателям, банкам, государству, поскольку таковы нормы и требования, обеспечивающие эффективную работу рынка и всей экономической системы.

Входящий и внутренний информационные потоки взаимосвязаны: они объединены общей целью удовлетворения информационных потребностей, обусловленными функциями управления.

Каждый из перечисленных потоков возникает при устойчивости соответствующей трансакции, которая при регулярном проведении становится институтом. Институт — это набор устоявшихся общественных норм, правил, соглашений, привычек, традиций, рутин, отношений между отдельными индивидами и группами индивидов, структурирующих взаимодействия между ними и предписывающих определенные поведенческие модели.

Под институтами поиска информации мы будем понимать институты, обеспечивающие удовлетворение информационных потребностей экономических агентов. Информационная потребность — это потребность в информации, возникающая, когда цель, стоящая перед потребителем, не может быть достигнута без определенного управляющего воздействия, т. е. без вмешательства извне в виде информации.

С каждым контрагентом фирма связана определенным информационным институтом, возникающим в процессе рыночного взаимодействия и определяющим правила этого взаимодействия. С государством она связана определенными правилами, согласно которым государство контролирует ее деятельность и следит за легитимностью рыночных операций. С потребителями фирма связана институтами маркетинговых коммуникаций в сфере потребительского рынка (сектора рынка B2C — business-to-customer) — принципов, по которым

организовано продвижение товара. С поставщиками фирма связана институтами коммуникаций промышленного рынка (сектора рынка B2B — business-to-business) — как рыночными институтами рекламы, контрактных отношений и др., так и надрыночными институтами межфирменных соглашений. Кроме того, внутри фирмы также существуют определенные институты, связанные с внутрифирменным информационным потоком. Рассмотрим каждую группу институтов.

Внутрифирменные институты определяют взаимоотношения «принципал—агент». Наиболее важен из них институт принятия решений. Именно управленческие решения принципала определяют действия фирмы как рыночного агента. Чтобы управлять агентами-работниками фирмы, принципал использует институты управленческих функций (стимулирования, контроля, планирования, организации). Для этих целей он связан с агентами-работниками институтами контрактов.

Внешние институты могут быть разделены на три группы.

- Институты внешнего контроля. Определяют взаимодействие фирмы и государства. Связаны с государственным контролем деятельности фирмы. Информационная часть этих институтов включает в себя институты финансовой, налоговой и статистической отчетности.
- Институты маркетинговых коммуникаций «фирма—потребитель». Определяют взаимодействие фирмы и ее покупателей (клиентов). Информационная часть этих институтов включает в себя институты рекламы и PR.
- Институты маркетинговых коммуникаций «фирма—фирма». Определяют взаимодействие между фирмами. Связаны с обеспечением контрактных отношений между ними. Информационный сектор включает в себя институты информационных услуг и распределения риска.

2. ТРАНСАКЦИОННЫЕ ИЗДЕРЖКИ ПОИСКА ИНФОРМАЦИИ И ИХ ОПТИМИЗАЦИЯ

Каждый институт требует определенных затрат на его содержание, как денежных, так и иных: временных, трудовых и капитальных. Сумма этих затрат образует трансакционные издержки фирмы, большую часть которых составляют именно затраты на поиск информации. Затраты на содержание институтов поиска информации мы отнесем к трансакционным затратам, поскольку они не относятся к производственным издержкам и представляют собой затраты на рыночное продвижение товара. В первую очередь это затраты на поддержание институтов рыночных коммуникаций и затра-



ты на обеспечение принципала информацией о состоянии рынка.

Исходя из существующей практики учета, к транзакционным издержкам поиска информации можно отнести следующие расходы:

- заработная плата сотрудников;
- расходы на обеспечение условий работы;
- расходы на оплату услуг контрагентов.

Предположим, что фирма может находиться в трех состояниях, когда расходы на информацию:

- недостаточны (фирма находится в ситуации неопределенности, недополучает доход и нет основы для дальнейшего развития);
- избыточны (затраты слишком велики, и есть возможность их уменьшения; увеличение затрат не приводит к росту выручки);
- оптимальны (фирма получает максимально возможный в текущих условиях доход и обладает необходимой для функционирования институтов информацией).

Для определения условий, при которых фирма находится на оптимальном для данного эволюционного отрезка времени уровне транзакционных издержек поиска информации, воспользуемся модифицированной моделью предпочтений расходов О. Уильямсона [6].

Функция прибыли фирмы в нашем случае выглядит следующим образом:

$$\pi(Q, TI) = R(Q, TI) - C(Q) - TI, \quad (1)$$

где π — чистая прибыль, Q — объем производства, TI — транзакционные издержки поиска информации, R — валовой доход, C — себестоимость продукции. Помимо максимизации прибыли, в условиях институциональной среды фирма вынуждена максимизировать и транзакционную функцию, характеризующую полноту информационного обеспечения ее деятельности:

$$TF = TF(\pi, TI). \quad (2)$$

Транзакционная функция носит характер кривой безразличия двух ресурсов — чистой прибыли и затрат на поиск информации. При росте одного из ресурсов объемы второго снижаются. Задача максимизации транзакционной функции (2) и задача максимизации прибыли (1) может быть сведена к нахождению максимума:

$$\max TF = TF(R(Q, TI) - C(Q) - TI, TI). \quad (3)$$

Дифференцируя выражение (3) по параметру TI , получаем следующее условие:

$$\frac{\partial TF}{\partial TI} = TF_1 \cdot \frac{\partial \pi}{\partial TI} + \frac{\partial TF}{\partial TI} \cdot TF_2 = 0, \quad (4),$$

где TF_1 и TF_2 — значения транзакционных функций в разные моменты времени.

Отсюда

$$\frac{\partial R}{\partial TI} = 1 - \frac{TF_2}{TF_1}. \quad (5)$$

Так как значения TF_1 и TF_2 заведомо положительны, то

$$\frac{\partial R}{\partial TI} \leq 1. \quad (6)$$

Кроме того, увеличение транзакционных издержек не должно приводить к падению валового дохода, поэтому условие (6) может быть расширено:

$$0 \leq \frac{\partial R}{\partial TI} \leq 1. \quad (7)$$

Условие (7) является основным условием оптимальности затрат на поиск информации. Графически оптимальность может быть представлена в виде, показанном на рис. 2.

В точке оптимума транзакционной функции прибыль фирмы ниже, чем возможный в данных условиях максимум, но только в этой точке достигается равновесие транзакционной функции, характеризующей полноту информационного обмена между агентами, и функции прибыли фирмы.

В эволюционном виде переход от одного равновесия к другому при росте выручки предприятия может быть представлен в виде, показанном на рис. 3.

Зависимости прибыли, выручки и транзакционных издержек от времени представлены на рис. 4.

При возрастании дохода фирмы ее предельный доход убывает. Важно, чтобы рост издержек поис-

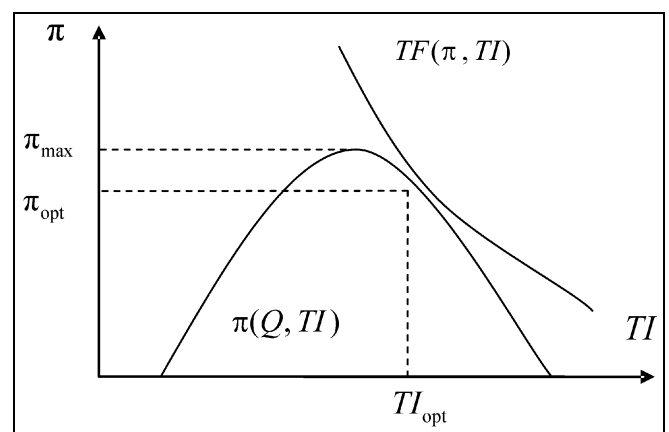


Рис. 2. Оптимальность издержек поиска информации в условиях равновесия между зависимостями прибыли π и транзакционной функции TF от транзакционных издержек TI

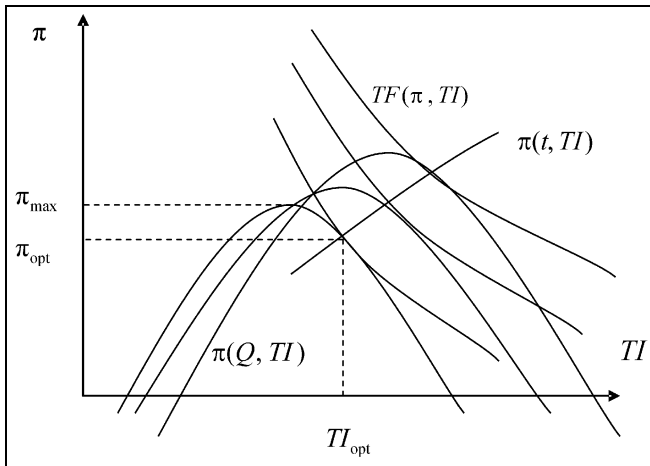


Рис. 3. Долгосрочная оптимальность транзакционных издержек

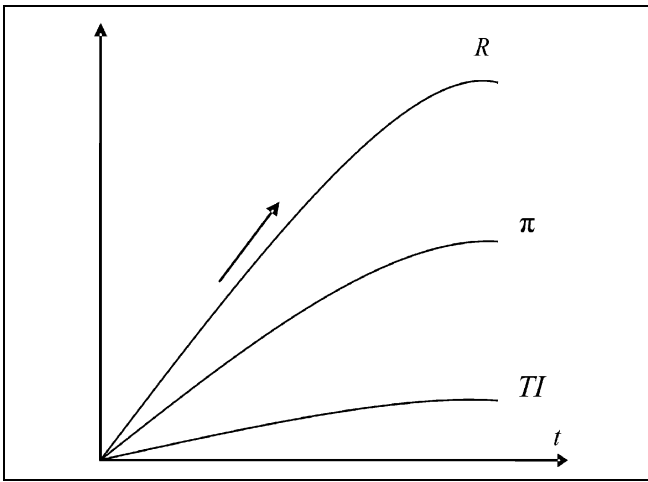


Рис. 4. Зависимости роста дохода фирмы R , прибыли π и транзакционных издержек поиска информации TI от времени t

ка информации соответствовал росту дохода, иначе средства на поиск информации расходуются недостаточно или неэффективно.

Фирма, желающая оптимизировать свои затраты на поиск информации, должна руководствоваться следующими соображениями:

- если ее предельный доход (относительно транзакционных издержек поиска информации) больше единицы на данном временном отрезке ее эволюционного развития, то она должна увеличивать затраты на поиск информации, поскольку это приведет к движению в сторону оптимального состояния и к улучшению условий институциональной среды;
- если ее предельный доход меньше нуля, то она должна снижать избыточные информационные затраты;

- если ее предельный доход находится на отрезке от 0 до 1, то фирма должна поддерживать текущий относительный уровень затрат на поиск информации; она эффективно обеспечивает функционирование всех информационных институтов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, информационные потоки обеспечивают устойчивость транзакций между экономическими агентами. Информация, которую получают экономические агенты, способствует снижению неопределенности при принятии управленческих решений. Институционализация информационных потоков приводит к возникновению институтов поиска информации. Издержки функционирования этих институтов являются транзакционными.

Каждая фирма сталкивается с необходимостью оптимизировать эти затраты на определенном временном отрезке. Адаптация эволюционного подхода к решению этой проблемы приводит к пониманию необходимости оптимизации предельного дохода фирмы относительно ее транзакционных издержек.

Авторами получено условие оптимальности издержек поиска информации. Фирма, желающая оптимизировать свои транзакционные издержки, должна удерживать отношение совокупного дохода к транзакционным издержкам поиска информации в пределах от 0 до 1. В этом случае будет обеспечиваться наиболее оптимальное соотношение между необходимыми транзакционными издержками и получаемой фирмой прибылью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Попов Е.В. Миниэкономические институты // Вопросы экономики. — 2005. — № 12. — С. 98–108.
2. Эрроу К. Информация и экономическое поведение // Вопросы экономики. — 1995. — № 5. — С. 30.
3. Уильямсон О.И. Экономические институты капитализма. — СПб.: Лениздат, 1996. — 463 с.
4. Стиглер Дж. Дж. Экономическая теория информации // Теория фирмы. — СПб.; 1995. — 290 с.
5. Ходжсон Дж. Экономическая теория и институты: манифест современной институциональной экономической теории. — М.: Дело, 2003. — 230 с.
6. Фуруботи Э., Рихтер Р. Институты и экономическая теория. — СПб.: Изд. дом СПбГУ, 2005. — С. 241.

☎ (343) 371-18-51, e-mail: epopov@mail.ru

Статья представлена к публикации членом редколлегии Р.М. Нижегородцевым. □

МОДЕЛЬ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО РЕГЛАМЕНТА В АСУТП

А.А. Амбарцумян, С.А. Браништов

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва

Рассмотрена роль технологического регламента в построении АСУТП. Предложен метод формального представления информации из регламента для разработки модели активного сценария управления оборудованием, процессами и персоналом.

ВВЕДЕНИЕ. РОЛЬ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО РЕГЛАМЕНТА В УПРАВЛЕНИИ ПРОЦЕССОМ

Технологический регламент — основной нормативный документ, описывающий технологические методы, технические средства, нормы и порядок производства продукта с заданными потребительскими свойствами и определяющий режим работы оборудования, параметры технологических операций, безопасные условия эксплуатации, требования по охране окружающей среды и пожарной безопасности и др. [1, 2]. Ответственность за соблюдение требований регламента лежит на каждом должностном лице, указанном в регламенте, непосредственно (в рамках его должностных обязанностей) и на тех лицах, кому адресованы приведенные в нем должностные инструкции.

Поскольку регламент — это основной нормативный документ, определяющий нормы и правила ведения технологического процесса (ТП), он служит неотъемлемым элементом схемы управления процессом.

В автоматизированную систему управления (АСУ) всегда заносятся те нормы процесса, которые могут быть измерены с помощью датчиков или рассчитаны по формальным алгоритмам, — допустимые значения параметров, уставки блокировок, защит и сигнализаций. Соответствующая информация четко представлена в регламенте в виде таблиц, формул, графиков и поэтому её не сложно перенести в АСУ. Требования к ведению ТП, представленные в регламенте, по-разному выполняются участниками схемы управления.

На рис. 1 показаны виды и роль информации, представленной в регламенте, и производные от нее функции участников схемы управления [3, 4].

Контроль технологии производства, последовательности производственных операций, их дли-

тельности и характера воздействия на материалы можно возложить на АСУ, если есть формальные методы представления этих данных в виде математических моделей и есть методы контроля соблюдения технологии. Однако не всегда это удается. По большей мере именно операторский и диспетчерский персонал выполняет эти обязанности. Ведь знание и понимание технологической схемы (с её основными, вспомогательными и резервными потоками), знание точек измерения на ней, взаимосвязи и влиянии параметров ТП друг на друга и знание взаимодействия оборудования довольно сложно занести в АСУ и поручить ей принимать решение по коррекции не просто параметров процесса, а технологии производства. Эта прерогатива повсеместно пока остается за человеком. Поэтому информация об условиях и организации нормальных режимов эксплуатации оборудования, переходных режимах пуска, останова и реконфигурации процесса, описанная в регламенте, используется именно оперативным персоналом при управлении и контроле ТП. Такая ситуация продолжает сохраняться, поскольку нет действенных методов формализации подобной информации.

Регламент как нормативная документация определяет зоны ответственности, права и обязанности персонала, устанавливая требования к выполняемым организационным, управленческим и контролирующим действиям персонала. В нем описывается кто (по должности), в каких случаях и каким образом должен реагировать на ситуацию и принимать решения. Эта информация никоим образом не присутствует в АСУ. Обязанность её использования и обеспечения качества исполнения ложится исключительно на персонал. Полномочия, обязанности и порядок взаимодействия персонала формально определяются должностными инструкциями (приложением к регламенту) и неформально расширяются и уточняются путем личных договоренностей на производственном

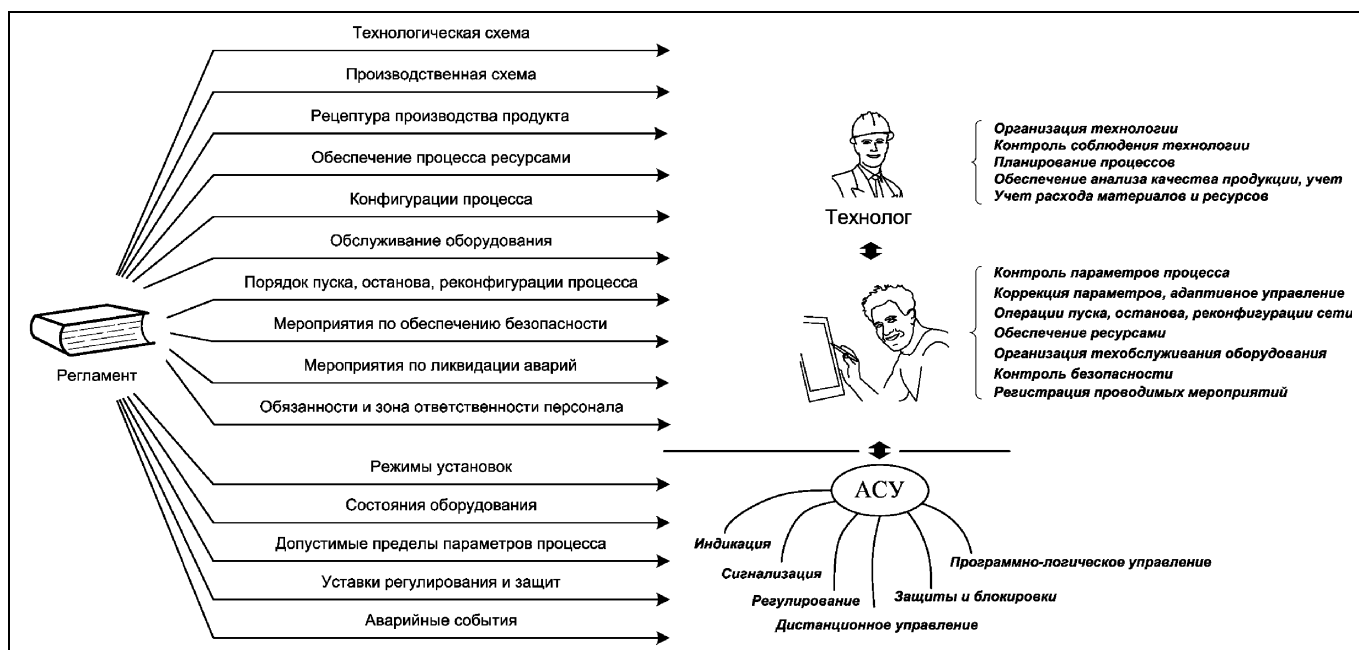


Рис. 1. Функции управления на основе информации из регламента

участке. При таком разграничении полномочий зачастую случаются неопределенности, недопонимания со стороны исполнителей задач, и в результате возникают ошибки в управлении из-за человеческого фактора. Контроль исполнения общих обязанностей и конкретных управляющих действий персонала лежит на руководстве, т. е. и здесь не исключен человеческий фактор. Тем не менее, роли персонала в схеме управления процессом можно занести в автоматизированную систему с тем, чтобы она могла контролировать и направлять действия человека согласно его обязанностям и полномочиям. Это, конечно же, касается не всех обязанностей персонала, а только тех, которые связаны с управлением технологическим процессом — непосредственным воздействием на него.

1. ОСНОВНОЙ ПОДХОД

В работе [5] предложена схема логического управления структурой технологического объекта управления (ТОУ) на основе событийного моделирования, открывающая новые возможности повышения степени автоматизации управления технологическими процессами. Однако апробация событийного моделирования на реальных задачах показала трудности, связанные с формированием таблиц моделей большой размерности и заданием последовательности включения моделей отдельных процессов в работу и их взаимодействия. В работе [6] излагается подход к структурированию поведения ТОУ в виде иерархии подобно устроенных процессов и задания последовательности процес-

сов в виде активных технологических сценариев. Каждый сценарий описывает последовательность управляющих и организационных процедур для достижения цели управления, которые определены в регламентной документации. Таким образом, технологические сценарии выступают еще и как средство формального представления регламентов комплексного управления производством, т. е. являются их моделью. В настоящей статье описана модель представления регламентов в виде активного технологического сценария, показана схема функционирования автоматизированной технологической сети, в которой технологический сценарий является «исполняемым модулем», т. е. компонентом, определяющим порядок активизации всех остальных компонентов схемы, в том числе и персонала.

Во включении в систему автоматизации нового средства управления производственным процессом, моделирующего технологический регламент, заключается основная идея расширения событийного моделирования и управления оборудованием, процессами и персоналом. Ставится цель разрешить основную коллизию традиционной схемы управления процессами, состоящую в том, что персонал как инициирует выполнение функций управления, так и контролирует результаты их исполнения, на основе чего он и планирует свои действия по управлению технологическим процессом. В традиционной схеме оператор находится над всеми задачами, являясь инициирующим и контролирующим звеном цепочки управления. Основным ограничительным инструментом вы-



ступают предписания регламентов и должностные инструкции. Формализация регламента и включение его модели в качестве главного супервизорного звена в схеме управления, с одной стороны, автоматизируют ряд функций, которые в традиционной схеме выполнял оператор, с другой — ограничивают роль персонала в рамках потребностей технологического процесса в конкретный момент. Другими словами, решение от персонала востребуется только тогда, когда оно необходимо по технологии, и в соответствии с рекомендациями нормативных документов. Регламентами и определяется роль человека в цепочке управления технологическим процессом в этот момент времени. Новые механизмы управления основаны на схеме управления, включающей в себя событийное моделирование, предложенное в работе [5], но расширяют ее путем введения модели активных сценариев, которые моделируют регламенты и другие нормативные документы, описывают алгоритмы управления, учитывают разделение ролей персонала и ограничение воздействия на объект управления [6].

2. СОБЫТИЙНЫЕ МОДЕЛИ

Основные задачи событийного моделирования состоят в представлении структуры производства, работ и операций по преобразованию сырья моделями процессов и активными сценариями в и интерпретации этих моделей.

Теория событийного моделирования предлагает набор моделей, включая модель агрегата, модель технологического процесса и модель структуры производства — технологическую сеть — достаточный для имитации описанной схемы поведения структуры потоковой технологии. В этих моделях, атрибутах и жизненных циклах достаточно информации для управления ТОУ на их основе.

Модель технологической сети предназначена для моделирования структуры производства в целях организации и поддержания требуемых параметров различного рода потоков (например, в нефтедобыче это потоки эмульсии, нефти, газа, воды, в энергетике — потоки топлива, теплоносителей, охлаждающей воды, электроэнергии и т. п.).

Модели агрегатов (узла сети) предназначены для представления в АСУТП состояний арматуры и различного рода исполнительных механизмов (насосов, компрессоров и т. д.), преобразующих агрегатов, емкостей, скважин и т. п.; а также для имитации их работы сменой состояний жизненных циклов агрегатов как функций команд и событий, поступающих на них. При этом состояния жизненного цикла соответствуют операциям, выполняемым узлом над входным потоком, и текущему статусу узла (занят—свободен, исправен—неисправен). Модель узла включает в себя функции управ-

ления преобразованием потока, проходящего через узел, функции регуляторов, защит, блокировок.

Модель технологического процесса (участка технологической сети) предназначена для представления в АСУТП состояний реальных процессов и имитации их выполнения сменой состояний жизненного цикла модели как функции команд и событий, поступающих в систему. Модель характеризуется структурой, событием и временем его начала и окончания, основными параметрами потоков в заданной структуре, множеством технологически осмысленных состояний (режимов), условиями (правилами) его запуска и функционирования, жизненным циклом.

Состояния жизненного цикла ТП представляют собой фазы выполнения процесса: проверку реализуемости, подготовку к выполнению (настройку узлов — агрегатов — на требуемые операции и запуск обеспечивающих процессов), выполнение ТП в заданном режиме и его разборку при наступлении соответствующего события.

Предложенный в теории событийного моделирования жизненный цикл процесса определяет порядок и правила работы с группой агрегатов, обуславливающих этот процесс. Перед стартом процесса или изменением его конфигурации требуется проверка реализуемости соответствующей задачи. Затем устанавливается необходимое положение агрегатов. И когда все агрегаты приняли это положение, процесс считается активированным в заданной конфигурации. Во время работы проверяются состояния агрегатов на предмет удовлетворения требованиям этого процесса. Если состояния изменились, то текущая конфигурация процесса не выполняется и следует произвести реконфигурацию или другие ответные действия.

Правила и порядок работы с жизненным циклом определяются методикой и алгоритмами, одновременно реализованными в программе соответствующего интерпретатора. В то время как модели процессов, агрегатов, их состояния, условия реализуемости и условия функционирования задаются с помощью матриц или таблиц отдельно по каждому процессу или участку производства.

Все возможные состояния (конфигурации) процесса описываются с помощью матриц MS , $M\Phi$ и $M\Psi$, где столбцы маркированы именами агрегатов, отнесенных к данному процессу в ТОУ, а строки описывают различные конфигурации процесса как совокупности состояний агрегатов. Конфигурации процесса нумеруются. Нулевая конфигурация соответствует погашенному процессу. С конфигурации 1, как правило, процесс начинает выполняться.

Матрица MS указывает на состояния агрегатов, в которых они должны находиться или в которые должны быть переведены перед запуском процесса в соответствующей конфигурации. Матрица $M\Phi$ описывает условия запуска процесса в какой-

либо конфигурации по каждому агрегату, а матрица $M\Psi$ — состояния агрегатов перед запуском процесса и во время его функционирования в соответствующей конфигурации по именам (номерам) датчиков положения агрегатов.

Модель технологического сценария. Активные технологические сценарии — это алгоритмы, представляющие собой планы достижения конкретных технологических целей в виде совокупности этапов и условий их выполнения.

Управление технологическими целями — это выбор последовательности действий по организации или изменению параметров и хода процесса для достижения определенной цели. Например, целью может быть определенное качество продукта или просто необходимая конфигурация технологической сети. Целенаправленное управление ТП формируется в два этапа: сначала осуществляется непрерывное или периодическое наблюдение за состоянием агрегатов и значениями параметров процесса, затем выполняется последовательность действий по модификации состояний исполнительных агрегатов на объекте управления. Этот процесс циклически замкнут — по результату наблюдения принимается решение об управляющем воздействии на технологический процесс, затем снова наблюдение и т. д.

В автоматизированных системах для мониторинга технологического процесса, как правило, используется система условий, в соответствии с которой значения параметров и состояния оборудования преобразуются в команды управления. Команда управления может либо непосредственно воздействовать на исполнительный механизм или же вызывать цепь управляющих действий по формированию требуемого режима технологического процесса.

Алгоритмы управления предлагается организовывать в виде сценариев достижения технологических целей управления. Сценарии определяют последовательность изменения режимов процессов, протекающих в объекте управления. По этим сценариям можно автоматически формировать команды на исполнительные механизмы, организовывать выполнение ручных работ на объекте, контролировать ход технологического процесса и пр. Например, сценарий поддержки основного технологического цикла — по сути, основной алгоритм управления технологическим процессом, который выполняется все время, пока осуществляется производство. Возможны также отдельные сценарии для решения частных производственных задач, выполняемых по возникновению определенных событий, например, сценарий поддержки принятия решений при возникновении чрезвычайной ситуации или сценарий организации взаимодействия персонала при проведении ремонтных работ. Сценарий может быть иерархическим, если на каком-то этапе он требует достижения промежуточ-

ной цели и для этого в его позиции имеется инструкция выполнения (вызова) другого сценария.

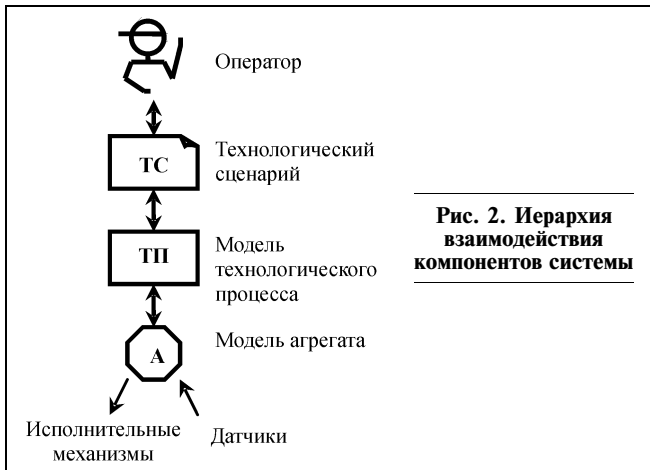
Как правило, варианты управления разрабатываются для каждого технологического объекта индивидуально, с учетом свойств установленного оборудования и конфигурации технологической структуры. Однако для типовых объектов стратегическое управление достижением целей и управление технологией, в целом, одинаково. Например, процедуры ликвидации чрезвычайной ситуации на линейном участке магистрального газопровода типизированы и имеют общую последовательность действий. Это дает право разрабатывать общие технологические сценарии контроля и управления технологией на основе регламентов таких объектов. При реализации системы управления эти сценарии, безусловно, потребуют адаптации в момент привязки их к конкретному объекту, которая должна учитывать особенности объекта, но структура алгоритма остается прежней. Возможность строить систему управления на базе типовых алгоритмов и заранее определенных в моделях обязательных требований для подобных объектов упрощает разработку системы и гарантирует выполнение этих требований с помощью типовых моделей.

3. СХЕМА УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО СЦЕНАРИЯ

Цели управления достигаются путем исполнения соответствующего сценария. Согласно сценарию последовательно, шаг за шагом, формируется необходимая структура технологической сети, настраивается оборудование и процессы на требуемые режимы, иницируются и контролируются организационные мероприятия. Сценарий исполняется следующим образом.

Оператор посредством человеко-машинного интерфейса выбирает в системе целевой сценарий и запускает его. В системе автоматизации работает процедура исполнения активного сценария, которая интерпретирует модель сценария и отрабатывает инструкции в его позициях. Оператор контролирует ход исполнения, подтверждает квитируемые операции, выбирает альтернативные варианты управления, обеспечивает выполнение ручных действий. В соответствии со сценарием выполняется автоматическое управление моделями процессов, агрегатами и другими дополнительными сценариями. Для этого в сценарии предусмотрены четыре типа инструкций в зависимости от адресата:

— инструкции оператору: квитирование сообщений, подтверждение (отмена) операций управления, выбор варианта управляющего воздействия, обеспечение ручного воздействия на исполнительные механизмы и визуального контроля; эти инструкции выдаются в форме диалога;



- для автоматической настройки режима технологического процесса;
- по управлению состояниями агрегатов;
- по совместному исполнению нескольких сценариев: запуск сценария, приостановка, завершение, синхронизация и пр.

На рис. 2 в общем виде показана иерархическая цепочка взаимодействия компонентов системы. Оператор реализует цели управления, исполняя различные технологические сценарии *ТС*. Те, в свою очередь, для комплексного управления арматурой объекта оперируют событийными моделями технологических процессов *ТП*, определяя необходимые режимы процессов на участках технологической сети. Событийные модели *ТП* содержат информацию о конфигурации сети и правила ее настройки, они передают в модель агрегата *А* требуемые состояния арматуры, получают ответ об исполнении и вычисляют условие функционирования процесса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Активные технологические сценарии в сочетании с событийными моделями технологических процессов и оборудования предоставляют новые возможности автоматизации управления технологическими процессами: управление процедурой ведения технологического процесса, автоматизированный контроль и управление деятельностью персонала, координация служб и технических работ на объекте, разграничение уровней управления путем персонализации интерфейсов.

Автоматизированное управление технологическим объектом с помощью активного сценария заключается в интерпретации шагов сценария, и в соответствии с инструкциями в его позициях вырабатываются команды на изменение структуры объекта управления, режимов работы процессов и (или) регламентации неавтоматизированных действий персонала на объекте.

Для автоматизации управления структурой и режимами технологического объекта используется совокупность событийных моделей агрегатов, технологических процессов и технологической сети, предложенных в работе [5] и дополненных в работе [6] моделями диалогов и активных технологических сценариев. Такое решение позволяет переложить ряд функций управления с человека на автоматизированную систему, такие как контроль параметров процесса и его режима, реакция на события, управление процессом, обеспечение соблюдения технологии и др.

Благодаря свойствам событийных моделей удалось построить схему управления процессами, основанную на интерпретации фаз технологического сценария, исполнения предусмотренных в фазе команд запуска и гашения технологических процессов. Схема управления основана на анализе текущего состояния структуры технологической сети по ее логической модели, и управление структурой процессов основано на принципе управления с обратной связью по отклонению текущего состояния структуры от требуемого. Активные технологические сценарии используются как программы достижения технологических целей производства. Сценарии предусматривают разделение ролей управляющих процессом лиц по уровню принятия решений, руководству выбором варианта управления, координации различных исполнителей и контролю исполнения заданий. Подход к контролю и ограничению действий персонала при управлении технологическими процессами на основе модели активных сценариев рассмотрен в работе [7].

ЛИТЕРАТУРА

1. *ОСТ 42-505—96*. Продукция медицинской промышленности. Технологические регламенты производства. Содержание, порядок разработки, согласования и утверждения. Стандарт отрасли. Утверждены Минздравом РФ 25 февраля 1998 г.
2. *Положение* о технологических регламентах производства продукции на предприятиях химического комплекса. Утверждено: Министерство экономики РФ, 06.05.2000 / Приложение 6: «Технологический регламент установки подготовки нефти».
3. *Технологический* регламент на эксплуатацию ДКС-7. — ООО «Ямбурггаздобыча», 2000.
4. *Технологический* регламент комплексного сборного пункта нефти № 11 Самотлорского месторождения. — ООО «Гипротюменнефтегаз», 2002.
5. Амбарцумян А.А., Казанский Д.Л. Управление технологическими процессами на основе событийной модели. Ч. I, II // Автоматика и телемеханика. — 2001. — № 10, 11.
6. Амбарцумян А.А., Браништов С.А. Методика иерархического структурирования событийных моделей технологических процессов // Информационные технологии в проектировании и производстве. — 2003. — № 2.
7. Амбарцумян А.А., Браништов С.А. Событийные модели управления технологическими процессами, ориентированные на защиту от ошибочных действий персонала. — М.: ООО «Гринвич», 2006. — 168 с.

☎ (495) 334-87-89, ambar@ipu.ru, branishtov@mail.ru

Статья представлена к публикации членом редколлегии О.П. Кузнецовым. □

МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О МИНИМАЛЬНОМ ПОКРЫТИИ КАК СРЕДСТВО ПЛАНИРОВАНИЯ В GRID

В.С. Пономаренко⁽¹⁾, С.В. Листровой⁽²⁾

⁽¹⁾ Харьковский национальный экономический университет;

⁽²⁾ Украинская академия железнодорожного транспорта, г. Харьков

Предложен метод решения задач о наименьшем покрытии и наименьшем вершинном покрытии в произвольных графах, позволяющий строить эффективные алгоритмы решения задачи определения минимального числа кластеров, позволяющего решить в GRID заданное подмножество задач с требуемой эффективностью.

ВВЕДЕНИЕ

Глобальные вычислительные сети GRID [1] были предложены в качестве новой парадигмы для решения крупномасштабных вычислительных задач в науке, технике и бизнесе [2]. Они дают возможность одновременного использования многочисленных вычислительных ресурсов [3], принадлежащих различным организациям и расположенных в различных административных регионах. Системы GRID объединяют разнородные вычислительные ресурсы (персональные компьютеры, рабочие станции, кластеры, суперкомпьютеры), используя разные стратегии доступа, выполняя различные приложения (научные, инженерные и коммерческие), предъявляющие к системе различные требования. Ресурсы принадлежат различным организациям, имеющим свои правила управления, использования и определения их стоимости для различных пользователей в различное время. Доступность и загруженность ресурсов также может динамически изменяться во времени. Последние работы в области GRID позволяют приложениям использовать вычислительные ресурсы, принадлежащие различным организациям, распределенным по различным странам и континентам. Один из видов ресурсов GRID — однородные многопроцессорные системы (кластеры), которые могут состоять из сотен или даже тысяч процессоров. В процессе распределения ресурсов в GRID возникает необходимость в определении

минимального числа кластеров, на которых можно выполнить заданное подмножество задач.

Рассмотрим двухуровневую систему, в которой на первом уровне несколько независимых брокеров распределяют вычислительные задачи на кластеры, а на втором уровне каждый кластер распределяет задачи, присвоенные ему локальным планировщиком. Пусть имеется n кластеров и каждый i -й процессор в кластере в состоянии решить некоторое подмножество L_i задач с требуемой эффективностью. Положим, что на решение поступило m задач, которые нужно решить. Требуется определить минимальное число кластеров, обеспечивающее решение всех m задач, как правило, $m > n$. Пусть возможности по решению задач определены графом, приведенным на рис. 1, кластеры

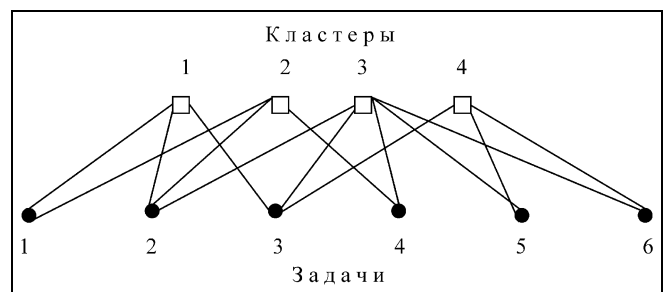


Рис. 1. Граф, отображающий возможности решения задач



соединены ребрами с теми задачами, которые они могут выполнить с требуемой эффективностью.

Требуется найти минимальное число кластеров, обеспечивающих выполнение всех задач с требуемой эффективностью. Представим граф (см. рис. 1) булевой матрицей B , в которой строкам соответствуют задачи, а столбцам — кластеры. Элемент (i, j) матрицы будем считать равным 1, если j -й кластер способен с требуемой эффективностью обеспечить решение i -й задачи, и равным нулю — в противном случае:

$$B = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

В данном случае задача сводится к определению минимального числа столбцов в матрице B , покрывающих единицами все строки в ней. Эта же задача может быть сформулирована как задача линейного булевого программирования, постановка которой в общем виде имеет вид:

$$L = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n \beta_{ij} x_j \geq 1, \quad i = \overline{1, m}, \quad x_j \in \{0, 1\}; \quad c_j \geq 0, \quad (2)$$

где

$$\beta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-я переменная может быть} \\ & \text{покрыта переменной } x_j, \\ 0 & \text{— в противном случае.} \end{cases} \quad (3)$$

Задачи о наименьшем покрытии (ЗНП) и о наименьшем вершинном покрытии (ЗНВП) имеют широкое прикладное значение в теории построения сложных систем, в системах диагностики вычислительных систем и сетей [4], при разработке их программного и математического обеспечения, а также для планирования распределения ресурсов в GRID. Основное требование к алгоритмам решения данных задач состоит в высокой оперативности решения и обеспечении минимально возможной погрешности этих решений.

Частным случаем ЗНП является задача о наименьшем разбиении (ЗНР), которая получается из задачи (1)—(3) путем замены неравенства (2) на

равенство. Вследствие особой природы задачи часто при ее исследовании удается сделать хорошо известные заранее выводы и упрощения [4, 5]: например, если в строке матрицы B присутствует одна единица, то столбец, в котором находится эта единица, обязательно принадлежит минимальному покрытию; если в матрице B есть столбцы, частично совпадающие с другими, но покрывающие меньшее число строк, то они могут быть исключены из анализа, так как любое множество, которое покрывает столбец с большим числом единиц, покрывает и все множества, которые покрывает столбец с меньшим числом единиц. Таким образом, в этом случае столбец с большим числом единиц доминирует над столбцом с меньшим числом единиц.

Ряд методов сначала разрабатывался для решения ЗНР, а потом адаптировался к решению в работах [6, 7]. В работе [1] предложены методы решения ЗНП, в которых используется дерево поиска и линейное программирование. Подходы, базирующиеся на рассмотрении отсекающих плоскостей и подобные в принципе тем, которые применяются в общем 0-1-программировании [8], представлены в работах [4, 9]. Сравнение этих методов и исследование их вычислительных характеристик приведено в работе [4]. Наиболее полный обзор методов решения ЗНП как задачи линейного булевого программирования, дан в статье [10], где показано, что алгоритмы на основе идей рангового подхода [15, 16] отличаются от методов, основанных на идеях метода ветвей и границ, меньшими временной сложностью и погрешностью.

Задачу нахождения независимых максимальных множеств или вершинных покрытий можно, например, решить последовательным перебором независимых множеств с одновременной проверкой каждого множества на максимальность (последнее осуществляется добавлением к исследуемому множеству дополнительной вершины, не принадлежащей ему, и выяснением, сохраняется ли независимость) и запоминанием максимальных множеств.

Однако с увеличением числа вершин этот способ становится весьма громоздким. На основе усовершенствования этой процедуры построены алгоритмы Брона и Кэрбоша [4]. Как показано в работах [13, 14], задача вершинного покрытия является NP -полной, и эффективные алгоритмы ее решения для произвольных графов неизвестны. Для двудольных графов на основе алгоритмов Хопкрофта и Карпа (с поиском в глубину) разработаны методы [11], позволяющие находить минимальное вершинное покрытие и максимальное независимое множество вершин в произвольном двудольном графе $H = \langle X, Y, E \rangle$ за время $O((m+n)\sqrt{n})$, где $n = |X \cup Y|$ и $m = |E|$. Полиномиальные алгоритмы

вычисления числа устойчивости были получены для совершенных графов — графов, у которых для любого его порожденного подграфа хроматическое число равно кликовому числу. Алгоритм вычисления числа устойчивости графа [16] основан на методе эллипсоидов и использует процедуру отделения матриц графа. В вычислительном плане этот алгоритм обладает рядом существенных недостатков, не позволяющих использовать его на практике. Как показано в работе [16], получить правильное решение при числе вершин в графе более 10-ти практически невозможно. Применение r -алгоритмов позволило увеличить размерность решаемых задач до 50, а при использовании двойственных оценок в схеме ветвей и границ — до 100, с погрешностью, не превышающей 5 % [16].

Таким образом, поскольку размерности задач, решаемых в GRID-системах, достаточно велики, представляется актуальной разработка эффективного приближенного алгоритма, решающего с единых позиций ЗНВП и ЗНП и обладающего малой временной сложностью и погрешностью.

1. ПОСТАНОВКА И МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Для решения с единых позиций ЗНВП и ЗНП будем представлять как граф $G(X, E)$, так и произвольную матрицу B в виде булевой функции. Рассмотрим конъюнктивное представление булевой матрицы B . Пусть задана булева матрица B с n столбцами и m строками. Столбцы будем задавать вектором $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, а строки — вектором $M = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m\}$. Покрытием Q строк M матрицы B назовем такое множество столбцов B , которое покрывает единицами все строки M . Для определения всех покрытий матрицы будем применять алгебраический метод получения по импликантной таблице приведенных систем простых импликант булевых функций. Если каждый столбец из совокупности $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ рассматривать как «простую импликанту», покрывающую совокупность строк $M = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m\}$, каждую строку μ_i как набор переменных, покрываемых простыми импликантами, то матрицу B можно представить как импликантную таблицу булевой функции. При такой интерпретации матрицы B для каждой строки μ_i можно записать дизъюнкцию столбцов b_j , покрывающих рассматриваемую строку, в следующем виде:

$$d\mu_i = (X_1 \vee X_k \vee \dots) \dots d\mu_i = (X_p \vee X_t \vee \dots). \quad (4)$$

Конъюнкция дизъюнкций (4) по всем строкам $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m$ матрицы B образует конъюнктивное

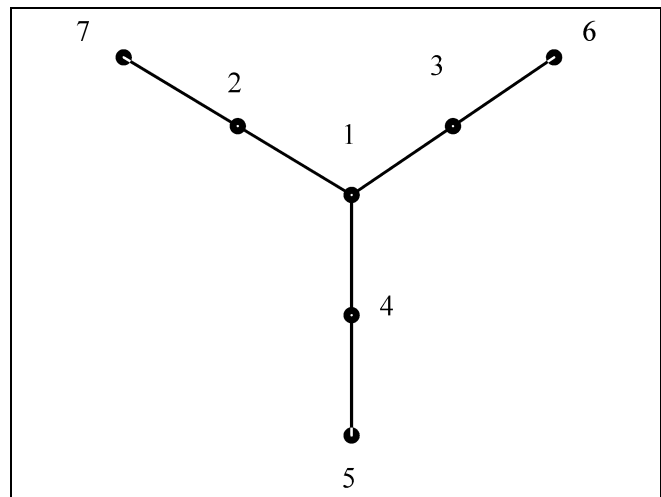


Рис. 2. Граф G

представление матрицы B , содержащее в себе все покрытия совокупности строк M :

$$k(M) = d\mu_1 \cdot d\mu_2 \cdot \dots \cdot d\mu_r = (X_1 \vee X_k \vee \dots) \cdot \dots \cdot (X_p \vee X_t \vee \dots). \quad (5)$$

Раскрывая скобки в соответствии с законами дистрибутивности, получаем дизъюнктивное представление матрицы B , образующее перечень всех возможных покрытий совокупности строк $M = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m\}$. Так, в соответствии с выражением (5) конъюнктивное представление матрицы

$$B = \begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \begin{matrix} 1-2 \\ 1-3 \\ 1-4 \\ 2-7 \\ 3-6 \\ 4-5 \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right], \end{matrix}$$

задающей граф G (рис. 2), имеет вид:

$$F = (X_1 \vee X_2)(X_1 \vee X_3)(X_1 \vee X_4)(X_2 \vee X_7) \times (X_3 \vee X_6)(X_4 \vee X_5). \quad (6)$$

Как показано в работе [17], если f — булева функция, построенная по графу $G = (V, E)$ в виде произведения дизъюнктов $(v_i \vee v_j)$, где $\{v_j\} \in \{0, 1\}$, $i = \overline{(1, n)}$, $j = \overline{(1, n)}$, $i \neq j$, и при этом каждый дизъюнкт $(v_i \vee v_j)$ соответствует ребру (v_i, v_j) , то все наборы переменных $\{v_i, v_j\}$, на которых она принимает значение «истинно», соответствуют вершинным покрытиям в графе $G = (V, E)$. И для перечисления всех вершинных покрытий графа $G = (V, E)$ необходимо определить те системы зна-



чений переменных $\{v_p, v_j\}$, при которых высказывание

$$F(V_1, V_2, \dots, V_n) = 1 \quad (7)$$

«истинно». Чтобы найти эти системы значений переменных $\{v_p, v_j\}$, необходимо привести левую часть выражения (7) к минимальной дизъюнктивной нормальной форме, раскрывая скобки и пользуясь законом поглощения. Такая форма единственная, ввиду отсутствия в выражении (7) логических отрицаний.

Введем следующие понятия и определения для элементов булевой матрицы B , задающей некоторый граф $G(X, E)$. Если в матрице B выделить произвольный столбец j , то с ним можно связать некоторое подмножество столбцов $\{q\}$, с которыми данный столбец пересекается, поскольку столбец j соответствует вершине графа, а число единиц в столбце определяется степенью вершины d_j , и подмножество $\{q\}$ будет всегда содержать d_j таких столбцов. Будем говорить, что подмножество столбцов $\{q\}_j$ образует связку столбцов относительно столбца j . Число столбцов в матрице B равно числу вершин n в графе $G(X, E)$, а число возможных связок столбцов для матрицы B равно n . Отметим, что все столбцы в матрице B пересекаются друг с другом только в одной строке, поскольку в каждой строке матрицы B находится по две единицы. Поэтому, с точки зрения их пересечения, возможность их принадлежности минимальному покрытию равновелика. Каждая связка столбцов $\{q\}_j$ покрывает определенное число строк l_j . Связку $\{q\}_j$ покрывающую максимальное число строк в матрице B , назовем максимальной. Если в графе $G(X, E)$ есть висячие вершины, то это означает, что в матрице B есть столбцы P , содержащие только одну единицу, и, следовательно, связки этих столбцов содержат только по одному столбцу в каждой. Эти столбцы обладают интересным свойством, которое для произвольных графов $G(X, E)$ определяет следующее

Утверждение. Если граф $G(X, E)$ содержит некоторое подмножество висячих вершин $Q \in X$, то подмножество вершин $P \in X$ смежных с Q может быть дополнено до одного из минимальных вершинных покрытий графа $G(X, E)$. ♦

Доказательство. Пусть граф $G(X, E)$ содержит висячую вершину j , которая соединена с ним ребром (i, j) . Тогда граф $G(X, E)$ можно представить в виде объединения подграфов G' и G'' , при этом вершина i является точкой сочленения, т. е. принадлежит подграфам G' и G'' . Пусть подграф G' содержит k вершин, тогда степени вершин в подграфе G' могут изменяться от 1 до $k - 1$. Предпо-

ложим, что в графе $G(X, E)$ покрытие $\{X_i\}_{\min}$ не включает в себя вершину i , но тогда оно должно включать в себя вершину j (т. е. $j \in \{X_j\}_{\min}$) для того, чтобы ребро (i, j) оказалось покрытым. Пусть степень вершины i в подграфе G' равна 1 и вершина i в подграфе G' соединена с вершиной X_1 . Поскольку ребро (i, X_1) должно быть покрыто, а вершина i в покрытие не входит, то $X_1 \in \{X_i\}_{\min}$. Следовательно, обе вершины $(j, X_1) \in \{X_j\}_{\min}$. Если вместо вершин (j, X_1) в покрытие ввести вершину i , то мы получаем новое покрытие $\{X_j\}'$, которое содержит на одну вершину меньше, чем покрытие $\{X_j\}_{\min}$. Это противоречит первоначальному предположению о том, что покрытие $\{X_j\}_{\min}$, содержащее вершину j , является минимальным вершинным покрытием в графе $G(X, E)$. Аналогичное рассуждение можно провести, полагая степени вершины i в подграфе G' равными 2, 3, ..., $k - 1$; следовательно, по индукции следует, что во всех возможных случаях возникает противоречие с первоначальным предположением, и вершина i принадлежит минимальному вершинному покрытию. Поскольку аналогичное рассуждение можно провести для любой висячей вершины графа $G(X, E)$, то по индукции утверждение можно считать доказанным. ♦

В общем случае, если в графе существует несколько минимальных вершинных покрытий, то могут существовать и минимальные вершинные покрытия без вершины, смежной с висячей вершиной графа $G(X, E)$, но если оно одно, то эта вершина обязательно в нем присутствует. Таким образом, если в матрице B есть столбец j , содержащий одну единицу, то связка столбцов относительно столбца j (в данном случае она состоит из одного столбца) принадлежит минимальному покрытию X_{\min} . В случае представления графа в виде булевой функции $F(X_1, X_2, \dots, X_n)$ данное утверждение эквивалентно тому, что если в дизъюнктах есть переменная X_p , которая в них встречается один раз, то переменная X_n , составляющая ей пару, в дизъюнкции входит в покрытие. И, следовательно, данную дизъюнкцию можно заменить переменной X_n , при этом исключить из анализа все дизъюнкции, содержащие переменную X_n . В работе [8] при анализе графов $G(X, E)$, не имеющих висячих вершин, представленных в конъюнктивной нормальной форме в виде некоторой булевой функции F , для определения наименьшего множества переменных $\{X_j\}$, которые покрывают все дизъюнкты в конъюнктивном представлении графа $G(X, E)$, предложено применять принцип су-

перпозиции в булевой алгебре, основанный на следующем равенстве:

$$f(X_1, X_2, \dots, X_n) = f(X_1 = 0, X_2, \dots, X_n) \vee f(X_1, X_2 = 0, \dots, X_n) \vee \dots \vee f(X_1, X_2, \dots, X_n = 0). \quad (8)$$

Не нарушая принципа суперпозиции, соотношение (8) можно представить в виде

$$f(X_1, X_2, \dots, X_n) = X_1 \cdot f(X_1, X_2, \dots, X_n) \vee X_2 \cdot f(X_1, X_2, \dots, X_n) \vee \dots \vee X_n \cdot f(X_1, X_2, \dots, X_n). \quad (9)$$

Особенность конъюнктивного представления графа $G(X, E)$ в виде булевой функции состоит в том, что она содержит число дизъюнктов, равное числу ребер в графе, а число переменных в каждом дизъюнкте равно 2, и каждая переменная соответствует некоторой вершине графа $G(X, E)$. Введем

понятие характеристического вектора $h_q = (h_{i=1}^1, h_{i=2}^2, \dots, h_{i=n}^n)_q$ некоторой булевой функции

$$f_q = X_p \cdot X_h \cdot \dots \cdot X_q f(X_1, X_2, \dots, X_n), \quad (10)$$

в которой переменные X_p, X_h, \dots, X_q не встречаются в функции $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$.

Вес j_i в векторе h_q указывает, как часто переменная X_i встречается в дизъюнктах функции $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$, а сам вектор будем описывать суммарной весовой характеристикой

$$V_q = \sum_{i=1}^n j_i. \quad (11)$$

Рассмотрим алгоритм решения данной задачи в виде следующей процедуры A преобразования булевой функции $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$, задающей некоторый граф $G(X, E)$.

Шаг 1. Проверяем, есть ли в дизъюнктах $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ переменные $\{X_k\}$, встречающиеся по одному разу. Если да, то умножаем $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ на переменные $\{X_i\}$, стоящие совместно в дизъюнктах с переменными $\{X_k\}$ и образующие сомножитель $X_p \cdot X_h \cdot \dots \cdot X_q$, состоящий из r переменных, находящихся в дизъюнктах совместно с X_k , при этом все дизъюнкты в $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$, содержащие переменные X_p, X_h, \dots, X_q , исключаем из дальнейшего анализа.

Шаг 2. Проверяем, встречаются ли в полученной функции $f = X_p \cdot X_h \cdot \dots \cdot X_q \cdot f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ оставшиеся переменные по одному разу или нет; если да, то мы получили минимальное вершинное покрытие, в которое входят вершины, соответствующие переменным $X_p \cdot X_h \cdot \dots \cdot X_q$ и переменным,

выбираемым по одной из каждого оставшегося дизъюнкта, и процедура заканчивается; если нет, то выполняем следующий шаг.

Шаг 3. Полученные функции $f = X_p \cdot X_h \cdot \dots \cdot X_q \cdot f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ умножаем поочередно на переменные X_p , оставшиеся в $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$, и исключаем при этом дизъюнкты, содержащие X_p , если их q , то мы получим q таких функций $\{f_1, f_2, \dots, f_q\}$, и для каждой функции вычисляем характеристический вектор $h_q = (h_{i=1}^1, h_{i=2}^2, \dots, h_{i=n}^n)_q$ и его весовую характеристику $V_q = \sum_{i=1}^n j_i$. Среди них вы-

бираем функцию f_q с минимальным значением весовой характеристики и переходим к шагу 1. Если же все весовые характеристики функций окажутся одинаковыми, то выбираем любую из них. ♦

Данная процедура представляет собой «жадный» алгоритм, который строит минимальное вершинное покрытие в графе $G(X, E)$ заданным в виде конъюнктивного представления матрицы B , в которой столбцам i соответствуют вершины графа $\{X_i\}$, а строкам s — ребра $(X_p, X_j) \in E$ графа.

В процессе выполнения алгоритма, когда мы полагаем $X_i = 1$, появляется произведение $X_p X_k \dots X_c$, которое поглощает все дизъюнкты, содержащие эти переменные, последнее эквивалентно удалению из графа вершин (i, p, k, \dots, c) и ребер, им инцидентных. В результате такого преобразования исходного графа возможны два варианта: вновь полученный подграф может содержать или не содержать висячие вершины.

Если подграф содержит висячую вершину, то, включая ее в минимальное покрытие и удаляя из графа вместе с инцидентными ей ребрами, получим новый подграф. Если в процессе преобразования мы каждый раз получаем подграф с висячими вершинами, то в соответствии с утверждением мы получим в худшем случае за n шагов минимальное вершинное покрытие исходного графа. Так, если исходный граф является деревом, содержащим n ярусов и имеющим ширину, равную h (под шириной дерева подразумевается максимально возможное число вершин на ярусе дерева), то данная стратегия последовательного включения в покрытие вершин, смежных с висячими, позволит построить минимальное вершинное покрытие дерева за $O(hn)$ шагов.

В случае, когда после удаления вершин (i, p, k, \dots, c) и ребер, им инцидентных, получается подграф, не содержащий висячих вершин, можно выделить три варианта: два предельных случая, когда получаемый подграф является полно связанным компонентом или образует простой цикл на остав-



шемся множестве вершин, и оптимальность работы алгоритма в этих крайних случаях очевидна; промежуточный вариант — когда в подграфе нет висячих вершин и степени его вершин произвольны. Обоснование оптимальности работы алгоритма в этом случае дает следующая

Теорема. Если при $X_j = 1$ получается связка столбцов $\{q\}_j^*$, покрывающая максимальное число строк в матрице B , то применение к ней процедуры A приводит к построению минимального покрытия матрицы B . ♦

Доказательство. Предположим, что множество столбцов, принадлежащее связке $\{q\}_j^*$, покрывает максимально возможное из всех связок столбцов число строк l , а оставшиеся $(m - l)$ строк непокрыты. Процедура A , добавляющая число столбцов до полного покрытия строк матрицы B , на каждом шаге добавляет в покрытие каждый раз столбец, покрывающий максимальное число строк из непокрытых. Следовательно, к столбцам $\{q\}_j^*$ добавится минимальное число столбцов $\{p\}$. Итак, мы получили покрытие, состоящее из множества столбцов $\{q\}_j^* \cup \{p\}$. Предположим, что оно не минимально, но поскольку число добавленных до покрытия столбцов $\{p\}$ процедурой A минимально, последнее возможно, если существует связка столбцов, а связку столбцов $\{q\}_j$ покрывает число строк $k > 1$. Это противоречит первоначальному предположению о том, что $\{q\}_j^*$ является максимальной связкой столбцов, следовательно наше предположение неверно и множество столбцов образует минимальное покрытие матрицы B графа $G(X, E)$. ♦

Потеря оптимального решения при работе процедуры A происходит тогда, когда возникает ситуация, при которой весовые характеристики всех булевых функций f_q в процедуре A оказываются одинаковыми, и тогда мы выбираем любую из них. Однако возникновение такой ситуации возможно в основном на однородных графах, что в задачах планирования ресурсов в GRID встречается довольно редко. Ясно, что процедура A может быть применена не только для булевых матриц, которые задают некоторый граф $G(X, E)$, но и для произвольных булевых матриц.

Пример. Определим минимальное вершинное покрытие в графе, приведенном на рис. 3.

Строим булеву функцию графа:

$$f = (x_1 \vee x_2)(x_1 \vee x_3)(x_1 \vee x_5)(x_2 \vee x_3) \times (x_2 \vee x_6)(x_3 \vee x_4)(x_4 \vee x_5)(x_5 \vee x_6).$$

Определяем, есть ли переменные, которые встречаются один раз. Если да, то умножаем функцию на переменную, соседнюю с ней, иначе вы-

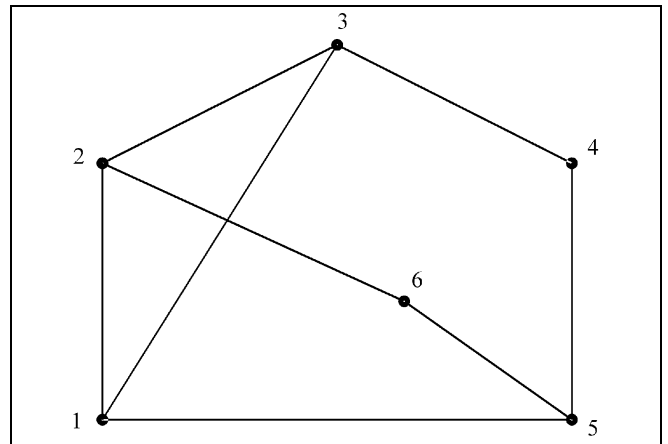


Рис. 3. Граф G

писываем все функции, умноженные поочередно на все переменные, присутствующие в ней, и вычисляем векторы, характеризующие данные функции и их весовые характеристики:

$$f_1 = x_1(x_2 \vee x_3)(x_2 \vee x_6)(x_3 \vee x_4)(x_4 \vee x_5)(x_5 \vee x_6);$$

$$h_1 = (2_2, 1_3, 2_4, 2_5, 2_6); \quad V_1 = 9;$$

$$f_2 = x_2(x_1 \vee x_3)(x_1 \vee x_5)(x_3 \vee x_4)(x_4 \vee x_5)(x_5 \vee x_6);$$

$$h_2 = (2_1, 2_3, 2_4, 3_5, 1_6); \quad V_2 = 10;$$

$$f_3 = x_3(x_1 \vee x_5)(x_2 \vee x_6)(x_4 \vee x_5)(x_5 \vee x_6);$$

$$h_3 = (2_1, 2_2, 1_4, 2_5, 2_6); \quad V_3 = 9;$$

$$f_4 = x_4(x_1 \vee x_2)(x_1 \vee x_3)(x_1 \vee x_5)(x_2 \vee x_3)(x_2 \vee x_3) \times (x_5 \vee x_6);$$

$$h_4 = (3_1, 3_2, 2_3, 2_5, 2_6); \quad V_4 = 12;$$

$$f_5 = x_5(x_1 \vee x_2)(x_1 \vee x_3)(x_2 \vee x_3)(x_2 \vee x_6)(x_3 \vee x_4);$$

$$h_5 = (3_1, 2_2, 2_3, 1_4, 1_6); \quad V_5 = 9^*;$$

$$f_6 = x_6(x_1 \vee x_2)(x_1 \vee x_3)(x_1 \vee x_5)(x_2 \vee x_3)(x_3 \vee x_4) \times (x_4 \vee x_5);$$

$$h_6 = (3_1, 2_2, 3_3, 2_4, 2_5); \quad V_6 = 12.$$

Из полученных таким образом функций выбираем ту, в которой суммарная весовая характеристика вектора минимальна: функция f_5 . Поскольку в выражении для f_5 переменная x_4 встречается только один раз, умножаем f_5 на переменную соседнюю с ней — это x_3 — и получаем:

$$f_{53} = x_5x_3(x_1 \vee x_2)(x_2 \vee x_6).$$

Поскольку в выражении для f_{53} переменные x_6 и x_1 встречается только один раз, то умножаем f_5 на переменную соседнюю с ней — это x_2 — и получаем:

$$f_{532} = x_5x_3x_2.$$

Таким образом, минимальное вершинное покрытие образуют вершины $\{2, 3, 5\}$.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Исследование временной сложности разработанного алгоритма проводилось для произвольных графов с различными плотностями ребер в графе. Плотность A изменялась от 0,1 до 0,5, а число N вершин — от 4 до 100. Графики зависимости числа Q элементарных операций от числа вершин в графе приведены на рис. 4. Как видно, временная сложность алгоритма определения минимальных вершинных покрытий в графе в среднем не превышает величины $O(0,9n^3)$.

Все результаты получены с доверительной вероятностью 0,95, погрешность решений не превышала 2–6 %, а процент неточных решений не превышал 20 %.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный метод позволяет с достаточно высокой оперативностью и точностью решать как задачи о наименьшем покрытии, так и задачи о наименьшем вершинном покрытии. Временную сложность соответствующего алгоритма можно легко понизить до $O(n^2)$, если его реализовывать на n -процессорной вычислительной системе, поскольку функции f_q при реализации процедуры A можно вычислять одновременно независимо друг от друга, что очень важно для планирования распределением ресурсов в системах, работающих в реальном времени, к которым и относятся системы распределения ресурсов в GRID. Данный ме-

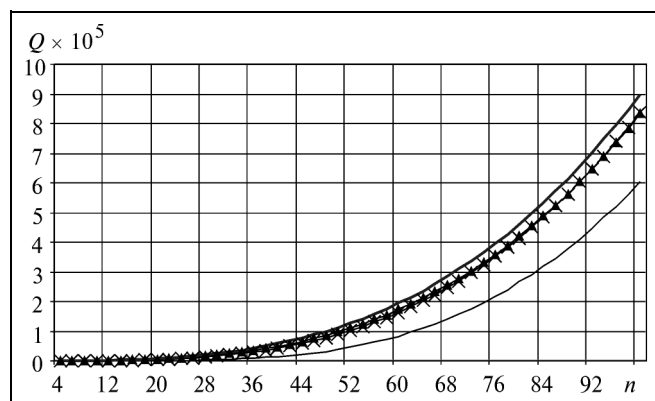


Рис. 4. Зависимость числа элементарных операций от размерности графа при различных значениях плотностей ребер в графе: — $A = 0,1$; -x- $A = 0,3$; -▲- $A = 0,5$; — $A = 0,9n^3$

тод даст возможность эффективно решать динамически изменяющуюся задачу определения минимального числа кластеров, позволяющих решить заданное подмножество задач с требуемой эффективностью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Brucker P. Scheduling Algorithms. — Springer Verlag, 1998. — P. 217–218.
2. Methods and Experiences of Parallelizing Flood Models / L. Hluchy, et al. // The 10th EuroPVM/MPI Conference. LNCS 2840. Sept. 2003, Venice. — P. 677–681.
3. Baker B.S., Brown D.J. and Katseff H.P. A 5/4 algorithm for two-dimensional packing // Journal of Algorithms. — 1981. — Vol. 2, — P. 348–368.
4. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. — М.: Мир, 1978. — 309 с.
5. Balinski M. Integer programming: methods, uses, computation // Man. Sci. — 1965. — N 12. — P. 253.
6. Garfinkel R.S., Nemhauser G.L. The set partitioning problem: set covering with equality constraints // Ops. Res. — 1969. — N 17. — P. 848.
7. Pierce J.F. Application of combinatorial programming to a class of all-zero-one integer programming problems // Man. Sci. — 1968. — N 15. — P. 191.
8. Gomory R. An algorithm for integer solutions to linear programs, Recent Advances in mathematical Programming. — N-Y.: McGraw-Hill, 1963.
9. Bellmore M., Ratliff H.D. Set covering and involuntary bases // Man. Sci. — 1971. — N 18. — P. 427.
10. Листровой С.В., Симашкевич О.Н. Об использовании гарантированных прогнозов в методах решения задач булевого программирования на основе рангового подхода // Электронное моделирование. — 2003. — Т. 25. — № 4. — С. 89–103.
11. Липский В. Комбинаторика для программистов. — М.: Мир, 1988. — 203 с.
12. Шор Н.З., Стеценко С.И. Квадратичные экстремальные задачи и недифференцируемая оптимизация. — Киев: Наукова думка, 1989. — 196 с.
13. Пападимитриу К., Стайглиц М. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. — М.: Мир, 1985. — 512 с.
14. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. — М.: Мир, 1982. — 416 с.
15. Листровой С.В., Гуль А.Ю. Метод решения задачи о минимальном покрытии на основе рангового подхода // Электронное моделирование. — 1999. — № 1. — С. 58–70.
16. Listrovoy S.V. and Gul A.Yu. Method of Minimum Covering Problem Solution on the Basis of Rank Approach // Engineering Simulation. — 1999. — Vol. 17. — P. 73–89.
17. Листровой С.В., Яблочков С.В. Метод решения задачи определения минимальных вершинных покрытий и независимых максимальных множеств // Электронное моделирование. — 2003. — Т. 25. — № 2. — С. 31–43.

☎ +38057-730-10-62, e-mail: om1@yandex.ru

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Д. Малюгиным. □

КОГНИТИВНЫЙ АНАЛИЗ И УПРАВЛЕНИЕ РАЗВИТИЕМ СИТУАЦИЙ: ПРОБЛЕМЫ МЕТОДОЛОГИИ, ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ

По материалам международной конференции

13—14 ноября 2007 г. в Москве, в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН состоялась VII международная конференция «Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций» CASC'07. Основные тематические направления конференции: структуризация и формализация ситуаций; учет человеческого фактора в управлении; формальные методы анализа и управления в слабоструктурированных ситуациях; прикладные аспекты когнитивного анализа и управления в слабоструктурированных ситуациях.

В пленарном докладе председателя программного комитета конференции *Н.А. Абрамовой* проанализировано на основе докладов, представленных на последних конференциях CASC, развитие когнитивного подхода к управлению слабоструктурированными объектами и ситуациями. В своем выступлении *Н.А. Абрамова* подняла важную проблему несогласованности системы ключевых понятий в данном научном направлении. В частности, она уточнила, что означают ключевые слова и словосочетания: «когнитивный», «когнитивный подход», «когнитивное моделирование» применительно к решению задач управления, в частности, управления слабоструктурированными объектами и ситуациями. В настоящее время устанавливается связь складывающихся понятий с их использованием в когнитивной науке, которая могла бы служить естественным источником теоретических знаний для когнитивного подхода в управлении.

Из рассмотренных докладов видно, что сегодня существуют два перекрывающихся направления исследований, объединенных понятием «когнитивный подход», хотя и на разных основаниях. Когнитивный подход к управлению слабоструктурированными объектами и ситуациями в узком понимании связан с семейством формальных моделей на основе когнитивных карт. Когнитивный подход в широком смысле ориентирован на целостный процесс решения практических задач управления для слабоструктурированных объектов и ситуаций. Он включает в поле зрения не только этапы решения, обеспечиваемые формальными методами, но и такие *субъектно-зависимые этапы* как формализацию первичных представлений о проблемной ситуации, целеполагание и другие этапы, которые выполняются людьми, и для них также требуется свое *научно-методическое обеспечение*, так что уместно говорить о *субъектно-формальных методах*.

Анализ тезисов, представленных на конференцию CASC'07, и общение с авторами позволяют выделить две тенденции в развитии когнитивного подхода.

- По типу используемых формальных методов наблюдается сдвиг от некоторой «фетишизации» моделей на основе когнитивных карт как единственного «когнитивного» (т. е. присущего человеку в качестве когнитивного ресурса) средства структурирования сложных ситуаций в сторону применения разных моделей в ходе решения практических задач.
- В среднем наблюдается тенденция к большему охвату субъектно-зависимых этапов решения практических задач управления сложными объектами и ситуациями (это относится и когнитивному подходу в узком смысле). Однако достижению реальных научных результатов в этом плане мешает почти полное отсутствие *методологии представления, обоснования и развития знаний*, которые могли бы лечь в основу когнитивного подхода как научного направления. Следствием оказываются соображения «здравого смысла» вместо доказательности, демонстрации примеров успешного решения практических задач вместо постановок и решений научных проблем и т. д. Кроме того, извлечение и адаптация знаний когнитивной науки, которые могут быть полезными для решения задач управления при когнитивном подходе в управлении, оказывается нетривиальной задачей.

На заседании секции **«Структуризация и формализация ситуаций. Учет человеческого фактора в управлении»** было заслушано 16 докладов. Основной блок докладов был посвящен проблеме применения и адаптации формальных методов к решению задач, в которых значимую роль играет учет влияния тех или иных аспектов интеллектуальной деятельности людей (не только экспертов, ЛПР, аналитиков, но и специалистов по формальным методам); рассматривались также современные подходы к классической проблеме принятия решений на основе экспертизы.

В докладе *Н.А. Абрамовой* «Когнитивный подход к проблеме нетранзитивности предпочтений» проанализирована история отношения ученых к известному принципу транзитивности попарных предпочтений. Этот принцип служит характерным примером явных и неявных допущений о том, как думают и должны думать эксперты (или ЛПР), которые делают специалисты по формальным методам принятия решений. Выдвинута концепция *рациональной нетранзитивности экспертных предпочтений*. Согласно этой концепции, нетранзитивность может быть не только следствием ошибок эксперта (что принято в традиционном подходе), но и результатом рациональных эвристик, примененных экспертом

для определения предпочтений в контексте решаемой задачи. На основе концепции предлагается адаптивный подход к формированию математических средств для решения задач. Он означает, что формальные методы для поддержки принятия решений должны адаптироваться к рациональным экспертным эвристикам в контексте особенностей конкретных решаемых задач, чтобы не создавать риск для достоверности решений.

Оживленное обсуждение вызвал доклад *Л.В. Аршинского* «Парадоксы нечеткого оценивания», продолжающий открытую *Н.А. Абрамовой* тематику ошибок и рисков. Докладчик отметил, что во многих прикладных задачах, связанных с моделированием плохо формализованных предметных областей, в качестве основы моделирования часто выступает теория вероятностей или нечеткие логики. Оба подхода считаются хорошей основой для формализации дефицита и противоречивости данных, которые встречаются в подобных задачах. Автор показал, что базовое соотношение, лежащее в основе этих подходов, приводит к парадоксам и, как следствие, к ошибкам, и предложил альтернативные подходы к моделированию дефицита и противоречивости данных.

В докладе *С.В. Ковриги* «Некоторые критерии достоверности моделей на основе когнитивных карт» представлен ряд критериев качества формализации первичных экспертных знаний применительно к моделям на основе когнитивных карт. Критерии, в значительной мере, опираются на практику построения когнитивных карт сложных ситуаций. Они направлены на распознавание и блокирование семантических ошибок и рисков формализации первичных представлений субъекта о сложной слабоструктурированной ситуации в ходе построения когнитивных карт.

Оригинальный подход к учету продуктивных методов мышления специалистов-управленцев в формализованных методах и системах поддержки принятия решений представлен в докладе *А.С. Мандела, И.И. Барладян, А.Б. Токмаковой* «Имитационное моделирование поведения человека в системе управления и системы обучения (тренажеры) с использованием метода аналогов». Авторы рассмотрели проблему выбора «окон», пользуясь которыми специалист-управленец может влиять на принимаемые в интегрированной автоматизированной системе решения, и предложили подход, основанный на практике решения рассматриваемого типа задач по аналогии.

На секции «**Формальные методы анализа и управления в слабоструктурированных ситуациях**» был представлено 15 докладов, охватывающих методы на различных типах когнитивных карт, а также методы структурного анализа в слабоструктурированных системах. Прежде всего, следует отметить доклад *Ю.А. Дорофеюк* «Методология структурного анализа и прогнозирования в слабоформализованных системах управления». В нем рассмотрены: задача кластеризации многопараметрических объектов в заданные моменты времени, процесс временного изменения структуры кластеров и прогнозирование будущей структуры кластеров на такт вперед. Подчеркнута прикладная направленность решаемой задачи: в качестве исходных многопараметрических объектов выступают регионы РФ.

В докладе *В.Б. Гусева, В.В. Павельева, В.Е. Другова* «Индикативное регулирование регионального развития с применением комплексных оценок» предложены разработанные авторами схемы индикативного регулирования для управления состоянием таких многопараметрических объектов, как мегаполис или регион. В последующей затем дискуссии отмечалось, что задачи управления подобными объектами, важным компонентом которых является присутствие человеческого фактора в самой системе управления, должны решаться с обязательным учетом интересов участников, включаемых в систему управления.

В докладе *Е.К. Корноушенко* «Моделирование ситуаций с использованием «расщепленных» когнитивных карт» представлен интервальный подход к анализу поведения слабоструктурированных ситуаций в терминах когнитивных карт, являющийся расширением описанного в литературе «точечного» подхода. Необходимость подобного расширения обусловлена существующей проблемой неопределенности результатов сложения разнознаковых влияний факторов — при интервальном подходе сложение разнознаковых влияний факторов отсутствует. В терминах интервального подхода рассмотрен процесс корректировки развития ситуации, а также процедура взаимодействия участников ситуации с учетом их интересов.

Доклад *А.В. Марковского* «Оценки уверенности размытых значений факторов в качественных динамических когнитивных картах» привлекает внимание к *проблеме точности результатов*, получаемых при решении задач посредством динамических когнитивных карт, ввиду ограниченной точности весов влияния. Важно, что проблема ограниченной точности экспертных представлений имеет место не только для динамических когнитивных карт, но является общей и для других моделей представления знаний в случае слабоструктурированных ситуаций, и на сегодня она мало изучена. Автор развивает результаты своих прежних исследований, применимых к разным типам качественных шкал, предлагает и обосновывает свой формальный критерий достоверности данных в течение всего процесса вычислений для класса когнитивных карт в выбранной области исследования.

В докладе *А.А. Кочкарова, Р.А. Кочкарова* «Моделирование структурного разрушения систем» рассмотрено решение задачи о том, при каких условиях система может перейти в критическое состояние (начальные причины повреждения системы могут быть как внутренние, так и внешние).

Доклад *А.В. Толока* «Автоматизированная система аналитического проектирования в моделировании сложных экономических процессов» в рамках когнитивного подхода интересен тем, что построение сложных многомерных моделей для последующего решения на их основе задач оптимизации увязывается с визуализацией модели. Докладчик привел один из программируемых методов оптимизации в системе аналитического проектирования на основе образного представления функциональных зависимостей и показал результативность его применения.

На секции «**Прикладные аспекты когнитивного анализа и управления в слабоструктурированных ситуациях**» были представлены 10 докладов о применении моделей



и методов, основанных на когнитивных картах, для решения различных проблемных ситуаций.

Так, в докладе *А.И. Орлова* «Моделирование и оценка результатов взаимовлияний факторов при помощи системы ЖОК» представлены результаты практического применения когнитивных карт на примерах оптимизации экономической стороны деятельности промышленного предприятия или организации в иной сфере, экономических взаимоотношений отраслей народного хозяйства. На базе системы было проведено макроэкономическое моделирование, в ходе которого удалось вскрыть две неточности в базовой схеме фундаментального экономического труда «Экономикс», а затем исправить их, включив дополнительные блоки в соответствующую модель.

В представленных докладах были затронуты аспекты практического применения моделей и методов на основе когнитивных карт и некоторых других для решения следующих прикладных задач:

- управление проблемными ситуациями в бюджетном процессе на основе когнитивного моделирования (*М.С. Борисова*);
- анализ проблемных вопросов управления мегаполисом (*В.Б. Гусев, Ф.Ф. Пащенко*);
- оценки эффективности управления работами по содержанию жилищно-коммунального хозяйства Москвы (*А.А. Дорофеев, А.С. Мандель, А.Л. Чернявский*);
- моделирование сложных социальных явлений на примере анализа проблемы футбольного хулиганства (*Е.С. Еркина*);
- моделирование взаимодействия образования и экономики РФ (*Г.А. Лисьев*);
- моделирование взаимодействия сельскохозяйственных предприятий и сетевых энергокомпаний (*М.Б. Перова, Л.В. Ярыгина*) и др.

В рамках конференции был проведен круглый стол «Когнитивные аспекты управления» с участием иностранных специалистов *Э. Бадреддина* (руководителя лаборатории автоматизации университета г. Манхейма, Германия) с докладом «Основы теории структурированного интеллекта» и его ученицы *М. Джип* с докладом «Оценка намерений и идея когнитивного управления» и последующим обсуждением этих докладов.

В своем выступлении *Э. Бадреддин* привлек внимание к тому факту, что, несмотря на обширные исследования по интеллекту в разных дисциплинах, включая когнитивные науки, психологию или компьютерные науки, в действительности только классифицируется «интеллектуальное поведение». По мнению автора, не обеспечивается объяснение интеллектуального поведения, и при этом не учитывается возможность его применения в технических системах. В связи с этим он предложил свою теорию структурного интеллекта. В ее основе лежит допущение, что решение проблем состоит из двух частей: основанной на опыте и инновационной. Предложенная в докладе схема реализует основную функцию интеллекта — решение проблем — и лежит в основе разрабатываемых человеко-машинных систем для людей с ограниченными способностями.

Доклад *М. Джип* относится к комплексной проблеме разработки вспомогательных устройств, облегчающих жизнь людей, таких как, например, передвижные уст-

ройства для людей с ограниченными двигательными и когнитивными способностями. В докладе обсуждалась теория когнитивного управления, выделяющая когнитивные механизмы, лежащие в основе выбора человеческого поведения (применительно к рассматриваемым задачам управления). Показана (в том числе и экспериментально) возможность технической системы достичь пользовательской поведенческой цели путем зеркалирования когнитивных механизмов человека.

В заключительном выступлении *Н.А. Абрамова* подвела итоги конференции и выделила две значимые проблемы, разрешение которых могло бы повлиять на дальнейшее развитие научного направления:

- научно-методологическая *проблема обоснованности современных научных представлений о том, как думает и как должен думать человек* (эксперт, аналитик, ЛПР), и соответствующих нормативных — по отношению к человеку — теоретических моделей, закладываемых в тот или иной субъектно-формальный метод;
- *прикладная проблема качества конкретных знаний*, порождаемых применением определенных экспертных методов и технологий в условиях действия человеческих факторов.

Можно выделить некоторые цели исследований в области когнитивных исследований:

— междисциплинарный обзор литературы *по когнитивному подходу к решению прикладных задач* с охватом публикаций в областях теории управления, теории и методов экспертного оценивания, искусственного интеллекта, гуманитарных наук (психологии, лингвистики, социологии), информационных технологий;

— разработка принципов построения *научного языка для описания и анализа качества субъектно-формальных методов*, который позволял бы учитывать не только информационную структуру процесса решения задачи, но и мыслительные процессы субъекта, разрабатывающего и (или) применяющего такие методы и технологии, причем — в той мере, в какой они влияют на достоверность конечных результатов;

— *эмпирическая проверка гипотез о субъектах интеллектуальной деятельности* — активных участников процесса поиска и разрешения слабоструктурированных проблемных ситуаций;

— *систематизация практического опыта* применения субъектно-формальных методов и моделей для формализации знаний при поддержке принятия решений в слабоструктурированных проблемных ситуациях. В частности, ежегодно появляется масса интересных практических работ с конкретным применением моделей и методов на основе когнитивных карт и др. Но при этом мало внимания уделяется теоретическим и методологическим аспектам их применения: принципам, лежащим в основе работы с экспертами; критериям важности факторов; критериям применимости формальных моделей и ряда других.

*Н.А. Абрамова,
З.К. Авдеева*

☎ (495) 334-92-09, 334-78-00

e-mail: abramova@ipu.ru; max@ipu.ru □



CONTENTS & ABSTRACTS

ON MOVING OBJECTS DEVIATION FROM DETECTION IN 2-D AND 3-D 2

Abramyants T.G., Maslov E.P., Yakhno V.P.

The paper overviews the results of the problems of single and multiple targets deviation in 2-D and 3-D from a pursuer provided with a restricted detection zone. Evasion laws are derived as the solutions to optimization (for a single target) and game-theoretic (for a multiple target) problems.

COGNITIVE GAMES: A LINEAR STEP-FUNCTION MODEL 14

Novikov D.A.

The analysis of joint application of game-theory and cognitive maps in complex systems modeling is undertaken. For the integration of the both approaches, the problems arising in their intersection are classified and future research areas are systemized. A case study is included where a game on a linear cognitive map with initial step-function control is reduced to a classical normal form game.

CONTROL FUNCTIONALS IN DELAY SYSTEM STABILIZATION PROBLEM 23

Sedova N.O.

The stabilization problem is considered for controlled systems governed by nonlinear functional differential equations with delays. The so-called control auxiliary functionals are used to construct a stabilizing control. The properties of these functionals enable to stabilize the system and sometimes to design stabilizing controls in the explicit form. «Inverse optimality» and robustness of the controls designed are also discussed.

OPTIMAL TRANSIENT AND FREQUENCY RESPONSE CURVE SHAPES FOR A LINEAR DYNAMIC SYSTEM 30

Schepetov A.G.

Optimal transient and frequency response curve shapes of an n -th order linear dynamics system are described. A modification of Vyshnegradsky diagram simplifying the equations of its domain boundaries is offered. A new diagram illustrating the dependency of third-order system's frequency response curve on system parameters is presented.

A MODIFIED HIGH ORDER ADAPTATION ALGORITHM FOR DECENTRALIZED CONTROL OF MULTIVARIABLE PLANTS WITH STATE DELAY 37

Parsheva E.A.

A modified high order adaptation algorithm is offered for a multivariable object under parametric uncertainty with a delay in internal communication channel. Only measurable variables of local subsystems are used to create control impacts, i.e., the completely decentralized control is realized. The operability of the synthesized control systems under limited unmeasured disturbances is justified.

ON ROUGHNESS CONDITIONS FOR UNSTABLE NONAUTONOMOUS LINEAR SYSTEMS IN TERMS OF STABILITY TYPE PRESERVATION 44

Zhukov V.P.

The paper discusses the conditions under which the instability of equilibrium condition of nonautonomous linear systems of any order grades into instability of equilibrium condition of corresponding nonlinear perturbed systems under certain class nonlinear perturbations of their right-hand members (unstable nonautonomous linear system roughness in terms of stability type preservation). Suf-

ficient conditions of such roughness are formulated for certain classes of nonlinear perturbations).

MANAGEMENT MECHANISMS FOR SOCIO-ECONOMIC SYSTEM 49

Tsyganov V.V., Kadymov D.S.

The mechanisms for managing political and economic systems under changing and uncertainty conditions are analyzed. The paper shows that the social production process results in periodically aggravating collisions of productive forces and production relations caused by coordination and liberalization problems of socio-economic systems. The paper concludes that these contradictions determine liberalization and centralization cycles in production relations resulting in the interchanging cycles of autonomism and liberalism in society.

EVALUATION OF MANAGEMENT ADEQUACY IN TRANSITION ON INTENSIVE DEVELOPMENT TRAJECTORY 59

Kleparsky V.G., Kleparskaya Ek.V.

The paper identifies the critical role of adequate management (as a component of human capital) in process of ferrous metallurgy enterprises transition to intensive growth. An estimate of capitalized costs of management adequacy changes that took place in the first 2 years after the 1998 default is obtained.

EFFICIENCY EVALUATION TECHNIQUES FOR SOCIAL INVESTMENTS 64

Shibaeva N.A.

The necessity of accounting and evaluation of the reproduction of human capital as a component of investment processes in human society is justified on the basis of the multifactorial economic growth theory. Authorial classification of the efficiency evaluation techniques is proposed. The expediency of applying optimally matched quantitative and qualitative criteria in evaluation techniques is shown.

A MODEL OF INFORMATION RETRIEVAL COSTS OPTIMIZATION 69

Popov E.V., Kononov A.A.

The paper analyzes the problem of information retrieval transaction costs. The typology of information flows is presented along with the institutes and transaction costs of information production and consumption. A model of information retrieval costs optimization is developed.

A MODEL OF PROCESS REGULATIONS IN INDUSTRIAL AUTOMATION SYSTEMS 73

Ambartsumian A.A., Branishtov S.A.

The role of process regulations in industrial automation system design is discussed. A method for formal representation of information from the process regulations in order to develop a model of an active scenario of process, equipment and personnel control is proposed.

A METHOD FOR SOLVING LEAST COVERAGE PROBLEMS AS A GRID PLANNING TOOL 78

Ponomarenko V.S., Listrovoy S.V.

A method for solving least cover and least vertex cover problems in arbitrary graphs enabling the construction of effective algorithms for calculating minimum cluster numbers is proposed. This enables the solution of a given subset of tasks in GRID with desirable efficiency.

COGNITIVE ANALYSIS AND SITUATION CONTROL: METHODOLOGY, THEORY AND PRACTICE PROBLEMS 85