



CONTROL SCIENCES

**Научно-технический
журнал**

6 номеров в год
ISSN 1819-3161

УЧРЕДИТЕЛЬ

Учреждение Российской
академии наук

Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

Главный редактор

Д.А. Новиков

**Заместители главного
редактора**

Л.П. Боровских, Ф.Ф. Пащенко

Редактор

Т.А. Гладкова

Выпускающий редактор

Л.В. Петракова

Издатель

ООО «СенСидат-Контрол»

Адрес редакции
117997, ГСП-7, Москва,
ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410.
Тел./факс (495) 334-92-00

E-mail: pu@ipu.ru

Интернет: http://pu.mtas.ru

Оригинал-макет
и электронная версия
подготовлены
ООО «Авансд Солюшнз»

Отпечатано в ИПУ РАН

Заказ № 105

Подписано в печать
21.09.2010 г.

Журнал зарегистрирован
в Министерстве Российской
Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств
массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации
ПИ №77-11963 от 06 марта 2002 г.

Журнал входит в Перечень ведущих
рецензируемых журналов и изданий,
в которых должны быть опубликованы
основные научные результаты
диссертаций на соискание ученой
степени доктора и кандидата наук

Подписные индексы:
80508 и **81708** в каталоге Роспечати;
38006 в объединенном каталоге
«Пресса России»

Цена свободная

© Учреждение Российской
академии наук
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

5.2010

СОДЕРЖАНИЕ

Обзоры

Крюков К.В., Панкова Л.А., Пронина В.А. и др. Меры семантической близости в онтологии 2

Анализ и синтез систем управления

Цыкунов А.М. Робастное управление нелинейным объектом по выходу 15

Батурина О.В. Билинейные динамические системы: исследование итеративных методов оптимизации 22

Управление в социально-экономических системах

Гераськин М.И. Модели оптимизации управления неиерархическими системами корпораций при межкорпоративных взаимодействиях 28

Управление в медико-биологических системах

Дорофеюк А.А., Гучук В.В., Десова А.А., Дорофеюк Ю.А. Методология экспертно-классификационного анализа квазипериодических сигналов в задачах диагностики 39

Информационные технологии в управлении

Ведешенков В.А. Подход к диагностированию неоднородных цифровых систем со структурой симметричного двудольного графа 48

Управление подвижными объектами и навигация

Рапопорт Л.Б. Метод определения относительной ориентации 57

Силаев А.В. Градиентный алгоритм адаптации в системе управления ориентацией деформируемого космического аппарата 65

Абрамянц Т.Г., Маслов Е.П., Яхно В.П. Уклонение подвижного объекта от обнаружения группой наблюдателей 73

* * *

Contents and abstracts 80

МЕРЫ СЕМАНТИЧЕСКОЙ БЛИЗОСТИ В ОНТОЛОГИИ

К.В. Крюков, Л.А. Панкова, В.А. Пронина, В.С. Суховеров, Л.Б. Шипилина

Представлены обзор и классификация существующих мер семантической близости для онтологических термов — понятий, отношений и экземпляров — и онтологий. В основу классификации мер положены характеристики онтологических термов — положения в иерархических структурах, отношения и их типы, атрибуты понятий и экземпляров. Дан обзор способов оценки мер близости.

Ключевые слова: онтология, понятие, отношение, атрибут, экземпляр, семантическая близость.

ВВЕДЕНИЕ

Онтология — это спецификация концептуализации предметной области (ПО). Онтологический подход дает целостный, системный обзор ПО и позволяет сделать знания доступными и повторно используемыми. Онтологии — неотъемлемый компонент Semantic Web.

Онтология состоит из организованных в иерархию понятий ПО, отношений между понятиями и атрибутов понятий, а также аксиом и правил вывода. Понятия представляют множества экземпляров. Выражения, используемые в онтологии для обозначения понятий, экземпляров и отношений, будем называть *онтологическими термами*. Каждая онтология отражает взгляд некоторого сообщества на ПО и сконструирована для специфических задач, решаемых в рамках этой онтологии.

Под *семантической близостью* подразумевается сходство пар объектов, а не семантическая связанность¹ объектов, когда объекты различной природы имеют некоторую связь, например *публикация* — *автор*. Семантическая близость объектов включает в себя множество аспектов сходства, поэтому выбор тех или иных критериев для оценки близости в каждом отдельном случае представляет собой непростую задачу, зависящую от целей исследования. Онтологический подход позволяет нам оперировать не простыми словами (*plain words*), а их смыслом (*senses of words*), т. е. словами, смысл которых определен онтологией. Меры близости онтологических термов используют различные

семантические характеристики сравниваемых термов — их свойства (атрибуты и отношения с другими термами), взаимное положение в онтологических иерархиях.

Данный обзор рассматривает онтологические меры семантической близости, предполагающие однозначную интерпретацию термов для одной онтологии. Для кросс-онтологических мер при разных лексиконах онтологий используется еще и лексическая близость термов.

Онтологический подход обеспечивает новый уровень в решении задач *поиска* и *интеграции информации* (объединение информации из разных источников).

Запрос пользователя, как правило, не полностью отражает его интерес, так как пользователь, с одной стороны, не знает всех терминов и структур данных, заложенных в систему, с другой — не всегда точно выражает, что он ищет. Использование семантической близости дает возможность расширять запросы и ранжировать результаты запросов. Другими словами, объект *s* может быть представлен как размытое (нечеткое) множество, включающее в себя, кроме этого объекта, семантически близкие объекты со значением семантической близости выше заданного порога.

При интеграции информации, например, при операциях над онтологиями, использование мер близости позволяет автоматически находить семантически близкие понятия, принадлежащие к разным системам концептуализации.

Ключевой момент в решении задач поиска и интеграции информации состоит в разработке количественных оценок семантической близости. В работе представлен обзор и классификация методов, которые используют знания, заложенные в

¹ Связанность (*relatedness*) — более общее понятие, чем близость [1].



концептуализации ПО — онтологии, для оценок семантической близости понятий, отношений и онтологий.

1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Онтология есть кортеж $\langle L := L^C \cup L^P \cup L^A \cup L^{VA}, C, P, A, F, G, H^C, J, H^P, I \rangle$, где L — лексикон, т. е. множество терминов понятий (L^C), отношений (L^P), атрибутов (L^A), значений атрибутов (L^{VA}); C — множество понятий; $P: C \times C$ — множество отношений между понятиями; $A: C \times L^{VA}$ — множество атрибутов понятий; $F: L^C \rightarrow C$ — функция связи лексикона с понятиями; $G: L^P \rightarrow P$ — функция связи лексикона с отношениями; $J: L^A \rightarrow A$ — функция связи лексикона с атрибутами; $H^C: C \times C$ — таксономическая иерархия классов; $H^P: P \times P$ — иерархия отношений, I — множество экземпляров (экземпляр — понятие единичного объема).

Для отношения $p(X, Y)$ X будем называть *доменом* (*domain*) — множество, для которого допустимо использование отношения, Y — *диапазоном* (*range*) — область допустимых значений отношения. Например, для отношения «иметь публикацию» множество авторов является доменом, множество публикаций — диапазоном.

Семантическая близость онтологических термов x, y определяется с помощью функции $S(x, y) \in [0, 1]$.

2. МОДЕЛЬ ТВЕРСКИ

Традиционно объект представляется точкой в n -мерном пространстве свойств (геометрическая модель). Близость двух объектов является функцией от расстояния между соответствующими точками пространства. Расстояние между точками i и j рассчитывается по формуле:

$$D(i, j) = \left[\sum_{k=1}^n |X_{ik} - X_{jk}|^r \right]^{1/r},$$

где n — размерность пространства, X_{ik} — значение координаты k для объекта i , r — параметр, позволяющий использовать различные пространственные метрики. При $r = 2$ используется евклидова мера расстояния. Каждая ось интерпретируется как свойство. Качественная характеристика объекта может быть приведена к количественной одной из процедур приведения лингвистических шкал к цифровым.

В геометрической модели расстояние $d(a, b)$ между объектами a и b должно удовлетворять следующим аксиомам:

$d(a, b) \geq d(a, a) = 0$ (минимальность);

$d(a, b) = d(b, a)$ (симметрия);

$d(a, b) + d(b, c) \geq d(a, c)$ (неравенство треугольника).

Недостаток геометрической модели заключается в том, что субъективная оценка близости не всегда удовлетворяет аксиомам геометрической меры близости.

В основу многих онтологических мер близости положен теоретико-множественный подход Тверски [2], определяющий меру близости двух объектов через сопоставление свойств (*feature matching*), как одинаковых, так и различных. Если мера близости $S(a, b)$ между объектами a и b является функцией трех аргументов $A \cap B, A - B, B - A$, где A и B — множества свойств этих объектов, и удовлетворяет аксиомам монотонности, независимости, разрешимости и инвариантности [2], то она определяется формулой:

$$S(a, b) = \theta f(A \cap B) - \alpha f(A - B) + \beta f(B - A),$$

где f — некоторая функция; θ, α , и $\beta \geq 0$ — веса для общих и различных свойств объектов. Веса позволяют определить ассиметричную меру близости. Эта модель называется *контрастной моделью* (*contrast model*) близости объектов. В развитие модели Тверски была предложена *нормализованная модель* (*ratio model*):

$$S(a, b) = \frac{f(A \cap B)}{f(A \cap B) + \alpha f(A - B) + \beta f(B - A)}.$$

В большинстве методов вычисления мер близости используется *ratio model*, а в качестве функции f — мощность множества-аргумента.

Модель Тверски более подходит для мер близости в онтологии, чем геометрическая, так как в геометрической модели при большом числе координат наглядность представления существенно уменьшается. Кроме того, свойства геометрической модели не всегда соответствуют содержательным представлениям о семантической близости. Так, при сравнении варианта с прототипом (или дочернего понятия с родительским) вариант более подобен прототипу, чем прототип варианту. Например, портрет больше похож на человека, изображенного на нем, чем наоборот [2], т. е. аксиома симметрии не соблюдается. При попарном сравнении России, Кубы и Ямайки получаем, что Ямайка подобна Кубе (географическая близость), Куба подобна России (политическая близость (в 1970-е гг.)), но Ямайка вовсе не подобна России, т. е. в данном случае отношение близости не транзитивно, и неравенство треугольника не выполняется.

Кроме того, геометрическая модель близости не «реагирует» на добавление общих свойств к объектам, что должно бы увеличивать их близость [3].

3. МЕРЫ БЛИЗОСТИ ОНТОЛОГИЧЕСКИХ ТЕРМОВ

3.1. Меры близости понятий

3.1.1. Меры, основанные на иерархических структурах

Близость двух понятий оценивается по положению вершин, соответствующих этим понятиям в иерархических онтологических структурах — главным образом в таксономической иерархии (иерархии, основанной на отношениях $IS - A$).

Простейшая мера близости такого рода основана на *длине кратчайшего пути*, измеряемого числом вершин (или ребер) в пути между двумя соответствующими вершинами таксономии [4], с учетом глубины таксономической иерархии² [5] — чем меньше длина пути между вершинами, тем они ближе:

$$S(c_1, c_2) = \log \frac{2N}{d(c_1, c_2)},$$

где N — глубина дерева, $d(c_1, c_2)$ — длина кратчайшего пути между вершинами. Рассмотрим, например, фрагмент таксономического дерева из *Medicine Subject Heading* онтологии (рис. 1).

Длина пути между вершинами $G01$ и $G03$ равна 3 (число вершин). Длина пути между вершинами $G01.273$ и $G01.550$ тоже 3. Однако интуитивно близость первой пары меньше, чем второй, которая принадлежит более низкому уровню и разделяет больше информации, чем первая пара. Чем ниже уровень пары вершин, тем они семантически ближе по сравнению с парами более высокого уровня. По мере спуска уровень семантической детализации увеличивается. Значит, глубина вершин должна тоже приниматься во внимание.

В работе [6] предложена мера близости, учитывающая только глубины вершин понятий:

$$S(c_1, c_2) = \frac{2 \times N(LCS)}{N(c_1) + N(c_2)}, \quad (1)$$

где $N(LCS)$ — глубина наименьшей общей родовой вершины — ближайшего общего родителя (*least common subsumer* — LCS), $N(c_1)$ и $N(c_2)$ — глубины вершин. Например, на рис. 1 $LCS(G01.273, G01.550) = G01$ и $LCS(G01, G03) = G$.

В работе [7] предложена мера близости, учитывающая два параметра: расположение вершин в таксономии (длину кратчайшего пути между вершинами) и глубину LCS -вершины — с учетом их весов a и b . Были исследованы линейные и нелинейные комбинации этих параметров, и наиболь-

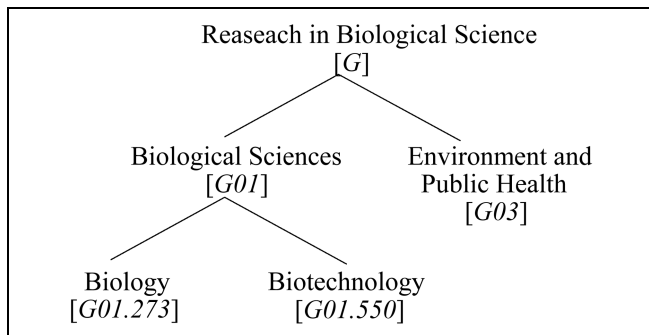


Рис. 1. Фрагмент *MeSH*-онтологии

шая корреляция с экспертными оценками получена при применении формулы:

$$S(c_1, c_2) = e^{-ad(c_1, c_2)} \frac{(e^{bN(LCS)} - e^{-bN(LCS)})}{(e^{bN(LCS)} + e^{-bN(LCS)})},$$

где d и N — длина кратчайшего пути между вершинами и глубина LCS -вершины, соответственно.

При оценке семантической близости понятий предлагается ограничивать конфигурацию пути: длину пути и количество перегибов [8]. Предполагается, что два понятия семантически близки, если соединены достаточно коротким путем с малым числом перегибов:

$$S(c_1, c_2) = \frac{k_0 - d(c_1, c_2) - kh}{k_0},$$

где h — число перегибов на протяжении пути, k_0 и k — константы. Например, при $k_0 = 8$, $k = 1$ максимальная длина пути ограничивается пятью шагами.

Этот подход развивается в работах [9, 10], рассматриваются либо пути, состоящие из совокупности иерархических отношений, направленных в одну сторону (например, последовательность отношений от потомка к предку), либо включающие ровно один перегиб, т. е. изменение направления движения. Рассматриваются перегибы двух видов: перегиб-сверху, например, сначала несколько отношений от видовых понятий к родовым, затем несколько отношений от родовых понятий к видовым, и перегиб-снизу — наоборот.

Для измерения близости используется *семантическое расстояние* *SemDist* [1], инверсное семантической близости: чем больше семантическое расстояние, тем меньше семантическая близость. Вводится понятие *общей специфичности* двух вершин $CSpec(c_1, c_2) = N - N(LCS(c_1, c_2))$, где N — глубина таксономического дерева. Чем меньше специфичность двух вершин, тем больше их близость. Семантическое расстояние является функцией двух параметров — длины кратчайшего пути между

² Глубина вершины — путь от вершины до корня (top-вершины), глубина таксономической иерархии — это максимальная глубина по всем вершинам.



вершинами и общей специфичности двух вершин с их весами, причем при совпадении сравниваемых вершин (единичная длина пути) семантическое расстояние нулевое:

$$\text{SemDist}(c_1, c_2) = \log((d(c_1, c_2) - 1)^\alpha (\text{CSpec}(c_1, c_2))^\beta + k), \quad (2)$$

где $\alpha > 0, \beta > 0; k \geq 1$ — константа (обеспечивает нелинейность и положительность SemDist), $d(c_1, c_2)$ — длина кратчайшего пути между двумя вершинами, выражаемая числом вершин.

При определении семантического расстояния в таксономическом дереве онтологии предлагается учитывать гранулированность (*granularity*)³ кластеров [1]. Кластером называется категориальное⁴ поддереву таксономического дерева. Кластер, имеющий наибольшую глубину, объявляется главным (*primary*), и остальные (вторичные) шкалируются относительно главного. При вычислении кросс-кластерного расстояния между вершинами, находящимися в разных кластерах, LCS двух вершин есть глобальный корень дерева. Тогда:

$$\begin{aligned} \text{CSpec}(c_1, c_2) &= \text{CSpec}_{\text{primary}} = N_{\text{primary}} - 1, \\ \text{и } d(c_1, c_2) &= d(c_1, \text{root}) + d(c_2, \text{root}) - 1, \end{aligned}$$

где N_{primary} — глубина главного кластера. Предлагается шкалировать путь во вторичном кластере величиной $(2N_1 - 1)/(2N_2 - 1)$, где N_1 и N_2 — глубины кластеров, $(2N_1 - 1)$ и $(2N_2 - 1)$ — максимальная длина пути между вершинами в главном и вторичном кластерах. Длина пути между вершинами с учетом гранулированности кластеров вычисляется как

$$d(c_1, c_2) = N(c_1) + \frac{2N_1 - 1}{2N_2 - 1} N(c_2) - 1.$$

В работе [11] вводится *информационное содержание* IC (*information content*) понятия, которое определяется как частота встречаемости понятия и его подпонятий в стандартном корпусе текстов и трактуется как значение вероятности $P(c)$. Если c_2 — родитель для c_1 , то $P(c_1) \leq P(c_2)$. Значение $P(c)$ для корня иерархии равно 1. В теории информации $IC(c) = -\log P(c)$. Чем более абстрактно понятие, тем меньше значение IC . В мерах семантической близости используется таксономическая иерархия в онтологии как первичный источник информации и IC — как вторичный.

В качестве информационного содержания понятия предлагается использовать так называемое

«внутреннее» информационное содержание (*intrinsic information content*), основанное только на иерархической структуре [12]:

$$IC(c) = 1 - \frac{\log(\text{hypo}(c) + 1)}{\log K},$$

где $\text{hypo}(c)$ — число прямых потомков (*hyponym*) понятия c , K — общее число вершин иерархии.

В работе [11] близость между двумя понятиями оценивается по информационному содержанию IC ближайшего по таксономической иерархии общего понятия (родителя сравниваемых понятий): $S(c_1, c_2) = IC(\text{LCS}(c_1, c_2))$. В случае множественного наследования для сравниваемых понятий учитывается множество $\text{Sup}(c_1, c_2)$ ближайших общих родителей (LCS):

$$S(c_1, c_2) = \max_{c \in \text{sup}(c_1, c_2)} [IC(c)].$$

В работе [13] учитывается не только IC ближайшего общего родителя, но и IC самих понятий — их исходное местоположение:

$$S(c_1, c_2) = IC(c_1) - 2IC(\text{LCS}(c_1, c_2)).$$

Мера близости из работы [14] подобна мере близости из работы [6] — см. формулу (1), но вместо глубины вершины используется ее IC — «взвешенная» глубина:

$$S(c_1, c_2) = \frac{2IC(\text{LCS}(c_1, c_2))}{IC(c_1) + IC(c_2)}.$$

Общая специфичность двух концептов CSpec [1] вычисляется с использованием IC :

$$\text{CSpec}(c_1, c_2) = IC_{\text{max}} - IC(\text{LCS}(c_1, c_2)),$$

где IC_{max} — максимальное значение IC для всех понятий онтологии, а семантическое расстояние SemDist вычисляется по формуле (2).

Для вычисления семантической близости понятий вводится множество вершин [15], которое содержит все вышележащие вершины (суперпонятия) по таксономической иерархии H^C по отношению к заданной вершине-понятию и заданную вершину, — так называемая «верхняя котопия» (*upwards cotopy* — UC):

$$UC(c_i, H^C) := \{c_j \in C | H^C(c_i, c_j) \vee (c_i = c_j)\}.$$

Таксономическая мера близости понятий определяется как отношение числа общих суперпонятий обеих вершин к числу всех суперпонятий обеих вершин:

$$S(c_1, c_2) = \frac{|UC(c_1, H^C) \cap UC(c_2, H^C)|}{|UC(c_1, H^C) \cup UC(c_2, H^C)|}. \quad (3)$$

При вычислении семантической близости понятий *ислам* и *христианство* по фрагменту онто-

³ Чем больше вершин в кластере, тем больше гранулированность кластера.

⁴ Вершины-категории — первый после корня уровень таксономического дерева.

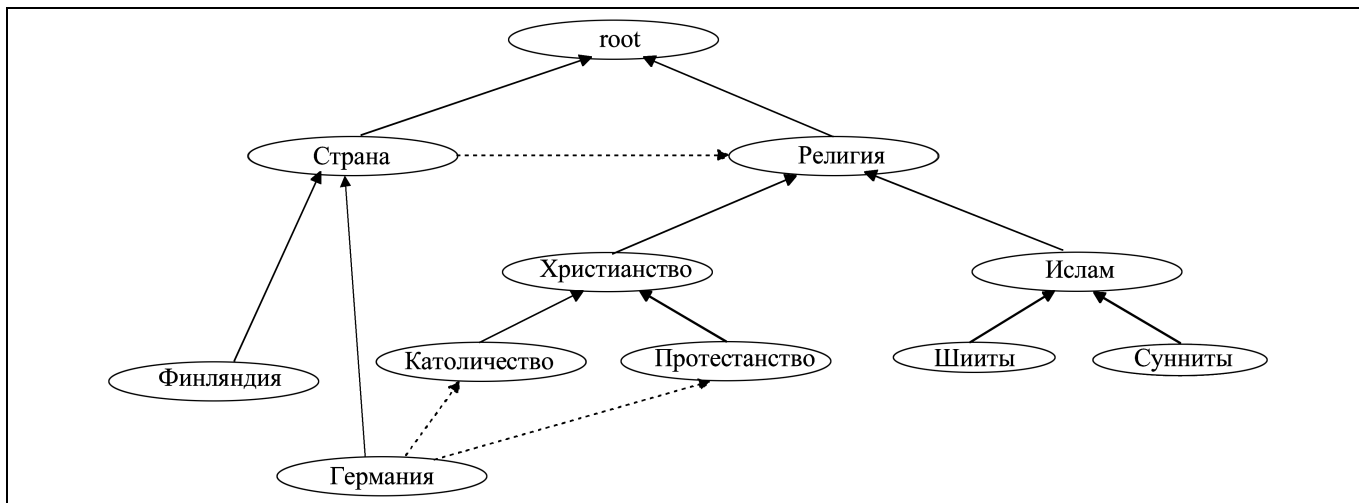


Рис. 2. Пример онтологии (пунктирными стрелками показано отношение «верить»)

логии, изображенной на рис. 2, по формуле (3) получаем:

$$UC(\text{христианство}) = \{\text{христианство}, \text{религия}, \text{root}\};$$

$$UC(\text{ислам}) = \{\text{ислам}, \text{религия}, \text{root}\};$$

$$S(\text{ислам}, \text{христианство}) = 1/2.$$

Недостаток большинства мер, основанных на структуре графа онтологии, состоит в симметричности (экспертные оценки показывают, что мера близости не всегда симметрична). Кроме того, эти меры независимы от контекста и чувствительны к структуре иерархии.

В работе [16] предлагается асимметричная мера семантической близости. В зависимости от направления прохождения ребрам придается разный вес, так как потомок более подобен родителю, чем наоборот.

Пусть $d = \{c_1, \dots, c_n\}$ — путь в вершинах между вершинами c_1 и c_n , $s(d)$ ($g(d)$) — число непосредственных ребер от дочерней вершины до родительской (от родительской до дочерней) в этом пути, σ — вес ребра в направлении от дочерней вершины до родительской, γ — от родительской до дочерней. Тогда:

$$S(c_1, c_2) = \max_{j=1, \dots, m} \{\sigma^{s(d^j)} \gamma^{g(d^j)}\},$$

где $d^1, \dots, d^m$ — пути в вершинах между вершинами c_1 и c_n .

3.1.2. Меры, использующие неиерархические отношения

Оценка близости понятий, использующая неиерархические («горизонтальные») отношения, опирается на предположение, что если два понятия имеют одно и то же отношение с третьим, то

они ближе, чем два понятия, которые имеют это же отношение с различными понятиями, т. е. близость двух понятий зависит от близости понятий, с которыми они имеют отношения. Таким образом, мера близости вычисляется рекурсивно.

В работе [15] предлагается мера близости между экземплярами⁵, основанная на неиерархических отношениях.

Пусть сравниваются два экземпляра i_1 и i_2 . Пусть P_1 (P_2) — множество отношений, для которых i_1 (i_2) является элементом домена или диапазона. Множество $P_{CO} = P_1 \cap P_2$ будем использовать для реляционной меры близости экземпляров i_1 и i_2 . В свою очередь, $P_{CO} = P_{CO-I} \cup P_{CO-O}$, где P_{CO-I} — входящие отношения (i_1 и i_2 — диапазоны), P_{CO-O} — выходящие отношения (i_1 и i_2 — домены). Множества входящих и выходящих отношений пар i_1 и i_2 — $P_{CO-I}(i_1, i_2) = P_{CO-I}(i_1) \cap P_{CO-I}(i_2)$ и $P_{CO-O}(i_1, i_2) = P_{CO-O}(i_1) \cap P_{CO-O}(i_2)$, соответственно.

Для i_1 и каждого отношения p_n из P_{CO-I} (P_{CO-O}) существует множество AS ассоциированных экземпляров i_x , таких что $p_n(i_x, i_1)$ ($p_n(i_1, i_x)$).

Для p_n из P_{CO-I} : $AS(p_n, i_1) = \{i_x | p_n(i_x, i_1)\}$.

Для p_n из P_{CO-O} : $AS(p_n, i_1) = \{i_x | p_n(i_1, i_x)\}$.

Сравнение экземпляров относительно отношения p_n будет сводиться к сравнению множеств $AS(p_n, i_1)$ и $AS(p_n, i_2)$.

⁵ Экземпляр — понятие единичного объема (висячая вершина таксономической иерархии).



Близость экземпляров относительно одного отношения $S(i_1, i_2, p)$ вычисляется по формуле:

$$S(i_1, i_2, p) = \begin{cases} \frac{1}{|AS(p, i_1)|} \sum_{a \in AS(p, i_1)} \max_{b \in AS(p, i_2)} \{S(a, b)\}, & \text{если } |AS(p, i_1)| \geq |AS(p, i_2)|, \\ \frac{1}{|AS(p, i_2)|} \sum_{a \in AS(p, i_2)} \max_{b \in AS(p, i_1)} \{S(a, b)\}, & \text{если } |AS(p, i_1)| < |AS(p, i_2)|. \end{cases}$$

Реляционная мера близости $S(i_1, i_2)$ с учетом всех отношений из $P_{CO} = P_1 \cap P_2$ вычисляется по формуле:

$$S(i_1, i_2) = \frac{1}{|P_{CO-I}| + |P_{CO-O}|} \times \left(\sum_{p \in P_{CO-I}} S(i_1, i_2, p) + \sum_{p \in P_{CO-O}} S(i_1, i_2, p) \right).$$

Задается максимальная глубина рекурсии. При ее достижении близость экземпляров оценивается, например, по таксономической мере.

Вычислим реляционную меру близости между вершинами *Финляндия* и *Германия* для отношения *верить* (см. рис. 2) при глубине рекурсии 1:

$AS(\text{верить}, \text{Германия}) = \{\text{Католичество}, \text{Протестантство}\};$

$AS(\text{верить}, \text{Финляндия}) = \{\text{Протестантство}\};$

$S(\text{Протестантство}, \text{Протестантство}) = 1;$

$AS(\text{верить}, \text{Протестантство}) = \{\text{Финляндия}, \text{Германия}\};$

$AS(\text{верить}, \text{Католичество}) = \{\text{Германия}\};$

$S(\text{Католичество}, \text{Протестантство}) = 0,75.$

Следовательно, $S(\text{Финляндия}, \text{Германия}) = (1 + 0,75)/2 = 0,87.$

3.1.3. Меры, учитывающие значения атрибутов

Атрибутивная мера близости основана на близости значений общих атрибутов понятий. Атрибуты можно рассматривать как отношения, диапазоны которых — литералы, числа, строки и другие типы данных.

В работе [15] предлагается мера близости между экземплярами, учитывающая значения атрибутов.

Пусть A — множество атрибутов; $A(i)$ — множество атрибутов экземпляра i ; $A_{CO} = A(i_1) \cap A(i_2)$ — множество общих атрибутов экземпляров i_1 и i_2 ; $AS(a, i) = \{l_x | a(i, l_x)\}$ — множество значений атрибута a для экземпляра i ; $LS(l_1, l_2, a) \in [0, 1]$ — близость значений l_1, l_2 атрибута a , причем минимальная близость при сравнении атрибутов равна нулю.

В качестве меры близости для строковых данных можно использовать пронормированное редак-

торское расстояние⁶ [17], для чисел — инверсию разности, пронормированную максимальным значением атрибута. Тогда близость двух экземпляров i_1 и i_2 в отношении одного атрибута $S(i_1, i_2, a)$ может быть вычислена так [15]:

$$S(i_1, i_2, a) = \begin{cases} \frac{1}{|AS(a, i_1)|} \sum_{l \in AS(a, i_1)} \max_{m \in AS(a, i_2)} \{LS(l, m, a)\}, & \text{если } |AS(a, i_1)| \geq |AS(a, i_2)|, \\ \frac{1}{|AS(a, i_2)|} \sum_{l \in AS(a, i_2)} \max_{m \in AS(a, i_1)} \{LS(l, m, a)\}, & \text{если } |AS(a, i_1)| < |AS(a, i_2)|. \end{cases}$$

Атрибутивная мера близости экземпляров $S(i_1, i_2)$ с учетом всех атрибутов из $A_{CO} = A_1 \cap A_2$ вычисляется по формуле:

$$S(i_1, i_2) = \frac{1}{|A_{CO}|} \sum_{a \in A_{CO}} S(i_1, i_2, a).$$

3.1.4. Гибридные меры

Гибридные меры являются свертками перечисленных мер близости понятий. Чем полнее будут учитываться характеристики двух сущностей с разных точек зрения, тем более качественную меру близости можно получить. В связи с этим наиболее перспективными представляются именно гибридные меры, сочетающие несколько подходов.

Чаще всего в гибридных мерах используется аддитивная свертка:

$$S(c_1, c_2) = \sum_{i=1}^n w_i S^i(c_1, c_2),$$

где S^i — мера близости по определенному критерию, вес w_i определяет относительную важность критерия, сумма весов равна 1, n — число критериев. Распространенная модификация аддитивной свертки основана на использовании сигмоидальной функции:

$$S(c_1, c_2) = \sum_{i=1}^n w_i \text{sig}(S^i(c_1, c_2)),$$

где $\text{sig}(x) = 1/(1 + e^{-ax})$, $a > 0$.

Сигмоидальная функция позволяет повысить веса мер с большими значениями и практически пренебречь мерами с малыми значениями.

⁶ Редакторское расстояние (*ed*) между строками измеряется в минимальном числе символов, которые надо удалить или добавить при переходе от одной строки к другой. Например, $ed(\text{«TopHotel»}, \text{«Top Hotel»}) = 1$.

Веса могут определяться интерактивно экспертами и (или) пользователями, а также автоматически с помощью обучаемой нейронной сети [18] или генетического алгоритма [19].

В работе [20] гибридная мера оценивает близость понятий, комбинируя *ratio*-модель Тверски с мерой, основанной на иерархических структурах. Мера близости представляет собой аддитивную свертку трех составляющих по разным типам свойств: части (компоненты понятий); функции (функциональные возможности); атрибуты (остальные свойства):

Для вычисления значения меры по каждому типу используется *ratio*-модель:

$$S(c_1, c_2) = w_p S^p(c_1, c_2) + w_f S^f(c_1, c_2) + w_a S^a(c_1, c_2).$$

$$S^t(c_1, c_2) = \frac{|C_1 \cap C_2|}{|C_1 \cap C_2| + \alpha(c_1, c_2)|C_1 - C_2| + (1 - \alpha(c_1, c_2))|C_2 - C_1|},$$

где S^p , S^f и S^a — составляющие близости по частям, функциям и атрибутам, $t = \{p, f, a\}$, c_1 и c_2 — сравниваемые понятия, C_1 и C_2 — множества различных свойств данного типа сравниваемых понятий, α определяется через длины путей между вершинами, соответствующими сравниваемым понятиям, и ближайшим общим родителем (LCS) в иерархии:

$$\alpha(c_1, c_2) = \begin{cases} \frac{d(c_1, LCS)}{d(c_1, c_2)}, & \text{если } d(c_1, LCS) \leq d(c_2, LCS), \\ 1 - \frac{d(c_1, LCS)}{d(c_1, c_2)}, & \text{если } d(c_1, LCS) > d(c_2, LCS). \end{cases}$$

Из определения α следует несимметричность меры близости. При сравнении подкласса и надкласса (варианта и прототипа) $\alpha = 0$, т. е. не учитываются свойства варианта, которыми не обладает прототип, а при сравнении прототипа и варианта они учитываются ($\alpha = 1$). Таким образом, вариант ближе к прототипу, чем прототип к варианту, что согласуется с интуицией.

Гибридная мера, предложенная в работе [15], содержит оценку близости экземпляров, состоящую из трех частей — таксономической, реляционной и атрибутивной (см. п. 3.1.1 — 3.1.3), представленную аддитивной сверткой:

$$S(i_1, i_2) = tS^t(i_1, i_2) + pS^p(i_1, i_2) + aS^a(i_1, i_2),$$

где S^t , S^p и S^a — таксономическая, реляционная и атрибутивная составляющие близости, соответственно, t , p и a — веса.

3.2. Меры близости отношений

До сих пор рассматривались меры близости между понятиями. Рассмотрим меры близости между отношениями.

В работе [21] близость двух бинарных отношений p_1 и p_2 вычисляется как среднее геометрическое (а не арифметическое среднее) близости понятий доменов и диапазонов этих отношений. Это основано на интуиции: если близость по одному из компонентов достигает значения 0, то и общая близость двух предикатов также достигает значения 0:

$$S(p_1, p_2) := \sqrt{S(d(p_1), d(p_2))S(r(p_1), r(p_2))},$$

где $d(p)$ — понятие домена отношения p , $r(p)$ — диапазон отношения p , $S(c_1, c_2)$ — близость понятий в таксономической иерархии.

В работе [22] близость двух n -арных отношений p_1 и p_2 вычисляется как среднее геометрическое близости понятий соответствующих аргументов сравниваемых отношений. В измерении близости двух n -арных отношений учитываются как близости пар соответствующих аргументов сравниваемых отношений, так и близость самих отношений по иерархии отношений H^R , измеряемая аналогично таксономической близости понятий в иерархии понятий H^C , см. формулу (3):

$$S(p_1, p_2, H^R) = \frac{|(UC(p_1, H^R) \cap UC(p_2, H^R))|}{|(UC(p_1, H^R) \cup UC(p_2, H^R))|},$$

т. е. отношение числа одинаковых надотношений (всех предков в иерархии отношений) обеих вершин к числу всех надотношений обеих вершин, и с учетом аргументов i, j :

$$S(p_1(i_1, \dots, i_n), p_2(i_1, \dots, i_n)) = {}^{n+1}\sqrt{S(p_1, p_2, H^R)S(i_1, j_1) \dots S(i_n, j_n)}.$$

3.3. Кросс-онтологические меры

Трудности сравнения разных онтологий ПО (различных концептуализаций одной и той же ПО) заключаются, с одной стороны, в различии используемых лексиконов термов, с другой — в различных путях концептуализации и ее представления.

3.3.1. Меры близости понятий

Отображение онтологии O_1 на онтологию O_2 означает попытку найти для каждого из концептов онтологии O_1 подобный ему концепт в онтологии O_2 , т. е. возникает задача поиска наилучших кандидатов для установления соответствий онтологий.

В работе [1] таксономии двух онтологий связываются через «мосты» («якори») — вершины, соот-



ветствующие эквивалентным понятиям, которые определяются с использованием синсетов (множеств синонимов) из онтологий *MeSH* и *WordNet*.

Например, вершины a_9 и b_2 из разных онтологий (рис. 3, а) сливаются в одну вершину-мост (рис. 3, б).

Параметры меры — длина кратчайшего пути между двумя вершинами, соответствующими сравниваемым понятиям, и общая специфичность вершин — рассчитываются с учетом введенных мостов. Ближайшим общим родителем (*LCS*) для сравниваемых понятий из разных онтологий O_1 и O_2 является ближайший общий родитель первого элемента сравниваемой пары и вершины-моста:

$$LCS(c_{1i}, c_{2j}) = LCS(c_{1i}, \text{Bridge}).$$

Путь между двумя сравниваемыми вершинами проходит через вершину-мост и через две онтологии с разными глубинами таксономии. Часть длины пути во вторичной онтологии «шкалируется» длиной пути в первичной онтологии:

$$d(c_{1i}, c_{2j}) = d(c_{1i}, \text{Bridge}) + \frac{2N_1 - 1}{2N_2 - 1} d(c_{2j}, \text{Bridge}) - 1,$$

где N_1 и N_2 — глубина соответствующих таксономий, $d(c_{1i}, \text{Bridge})$ и $d(c_{2j}, \text{Bridge})$ — длины путей от каждой вершины до вершины-моста, вычитание 1, так как вершина-мост считается дважды.

Общая специфичность *CSpec* двух вершин и семантическое расстояние *SemDist* при наличии одной вершины-моста рассчитываются по формулам:

$$CSpec(c_{1i}, c_{2j}) = N_1 - N(LCS(c_{1i}, \text{Bridge})),$$

$$\begin{aligned} SemDist(c_{1i}, c_{2j}) = \\ = \log((d(c_{1i}, c_{2j}) - 1)^{\alpha} (CSpec(c_{1i}, c_{2j}))^{\beta} + k). \end{aligned}$$

Две онтологии могут иметь много пар эквивалентных вершин, образующих вершины-мосты.

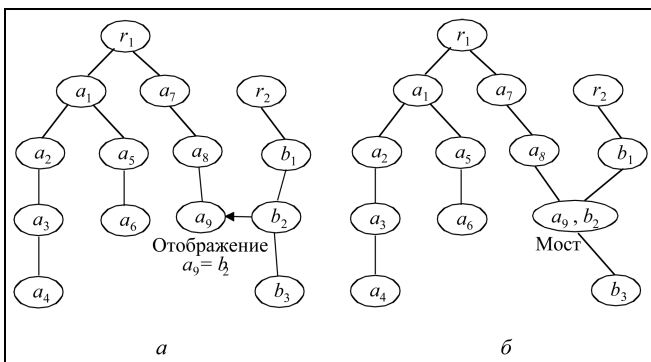


Рис. 3. Связь двух онтологических фрагментов: слияние двух вершин из разных онтологий (а) в одну вершину-мост (б)

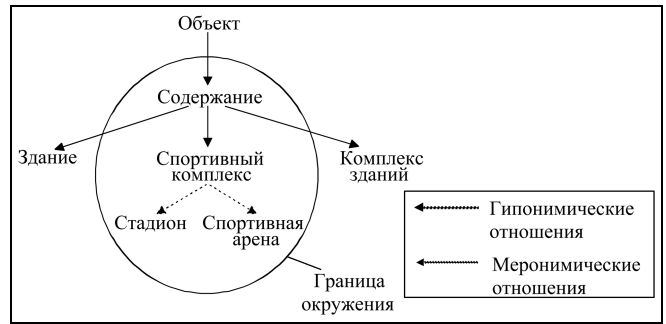


Рис. 4. Множество семантического соседства вершины *Спортивный комплекс* радиуса 1

Для нескольких мостов, связывающих две онтологии:

$$SemDist(c_{1i}, c_{2j}) = \min_{k=1, \dots, n} \{SemDist_k(c_{1i}, c_{2j})\},$$

где n — число вершин-мостов. Таким образом, семантическое расстояние между двумя сравниваемыми вершинами (понятиями в разных онтологиях) определяется как минимальное из множества расстояний по всем вершинам-мостам.

Для вычисления кросс-онтологической меры таксономии двух онтологий связываются через вводимый корень обеих иерархий [20]. Близость понятий в двух онтологиях вычисляется с учетом лексической близости⁷ термов, соответствующих сравниваемым вершинам, семантической близости соседних (в заданном радиусе окрестности вершины в иерархии) вершин, а также близости различных свойств понятий, соответствующих сравниваемым вершинам.

Множество семантического соседства вершины радиуса r в объединенной онтологической иерархии, основанной на таксономических (*IS-A*) и меронимических (*PART-OF*) отношениях — множество вершин-понятий, расстояние (в ребрах) до которых от заданной вершины меньше r (рис. 4):

$$N(c, r) = \{c_i | d(c, c_i) \leq r\}.$$

Сравнение семантических соседей сравниваемых объектов основано на том, что чем ближе объекты, с которыми сравниваемые объекты связаны таксономическими и меронимическими отношениями, тем сравниваемые объекты ближе.

Мера близости между объектами в разных онтологиях представляет собой взвешенную сумму значений близости для каждой составляющей: лек-

⁷ Основывается, например, на редакторском расстоянии $ed(l_i, l_j)$ между двумя терминами l_i, l_j (сколько символов надо добавить, удалить или изменить, чтобы сделать из одной лексемы другой): $LS(l_i, l_j) = \max\left(0, \frac{\min(|l_i|, |l_j|) - ed(l_i, l_j)}{\min(|l_i|, |l_j|)}\right) \in [0, 1]$.

сическое соответствие, соответствие свойств, соответствие семантического соседства. Веса определяют относительную важность каждой составляющей:

$$S(c_{1i}, c_{2j}) = w_l S^l(c_{1i}, c_{2j}) + w_u S^u(c_{1i}, c_{2j}) + w_n S^n(c_{1i}, c_{2j}),$$

где c_{1i} и c_{2j} — сравниваемые вершины-понятия из онтологий O_1 и O_2 , соответственно S^l , S^u и S^n — составляющие близости по лексикону, свойствам и семантическому соседству, w — веса составляющих близости объектов в интервале $[0, 1]$, их сумма равна единице.

Для вычисления значения по каждой составляющей меры близости используется *ratio*-модель [2], адаптированная для каждого типа близости:

$$S^l(c_{1i}, c_{2j}) = \frac{|C_{1i} \cap C_{2j}|}{|C_{1i} \cap C_{2j}| + \alpha(c_{1i}, c_{2j})|C_{1i} - C_{2j}| + (1 - \alpha(c_{1i}, c_{2j}))|C_{2j} - C_{1i}|},$$

где $t = \{l, u\}$, c_{1i} и c_{2j} — сравниваемые понятия; C_{1i} и C_{2j} — множества слов в названиях вершин (или в множестве их синонимов) при $t = l$, множества различных свойств сравниваемых вершин-понятий при $t = u$.

Близость по семантическому соседству S^n радиуса r между вершинами c_{1i} и c_{2j} из онтологий O_1 и O_2 есть функция от так называемого аппроксимирующего пересечения ($\cap_n$) между множествами семантического соседства для c_{1i} и c_{2j} , которое характеризует семантическую близость окрестности первой вершины по отношению к окрестности второй:

$$c_{1i} \cap_n c_{2j} = \left[\sum_{k \leq n} \max_{l \leq m} S(c_{1i}^k, c_{2j}^l) \right] - \varphi S(c_{1i}, c_{2j}),$$

$$\varphi = \begin{cases} 1, & \text{если } S(c_{1i}, c_{2j}) = \max_{l \leq m} S(c_{1i}, c_{2j}^l), \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где n и m — число вершин в сравниваемых окрестностях.

Близость по семантическому соседству определяется по формуле:

$$S^n(c_{1i}, c_{2j}) = [c_{1i} \cap_n c_{2j}] / [c_{1i} \cap_n c_{2j} + \alpha(c_{1i}, c_{2j}) \times \delta(c_{1i}, c_{1i} \cap_n c_{2j}, r) + (1 - \alpha(c_{1i}, c_{2j})) \delta(c_{1i}, c_{1i} \cap_n c_{2j}, r)],$$

$$\begin{aligned} \delta(c_{1i}, c_{1i} \cap_n c_{2j}, r) &= \\ &= \begin{cases} |N(c_{1i}, r) - c_{1i} \cap_n c_{2j}| & \text{если } |N(c_{1i}, r)| < c_{1i} \cap_n c_{2j}, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \end{aligned}$$

Коэффициент α для *ratio*-модели [2] — функция от глубин вершин-понятий — кратчайшего расстоя-

ния от данной вершины до введенного корня, который является единственным общим надклассом для вершин-понятий из разных онтологий:

$$\alpha(c_{1i}, c_{2j}) = \begin{cases} \frac{N(c_{1i})}{N(c_{1i}) + N(c_{2j})}, & N(c_{1i}) \leq N(c_{2j}), \\ 1 - \frac{N(c_{1i})}{N(c_{1i}) + N(c_{2j})}, & N(c_{1i}) > N(c_{2j}). \end{cases}$$

Существенную роль в этой мере играет различие путей формализации и ее представления в онтологиях сравниваемых понятий (например, различная классификация различных свойств или несовпадение множества свойств подобных понятий). Лексика определяет все три составляющие меры близости, поэтому при использовании этой меры существенно соответствие лексиконов онтологий сравниваемых понятий.

В работе [23] мера близости между терминами разных онтологий разбивается на элементарные критерии, для свертки которых используются аддитивная или сигмоидальная функции:

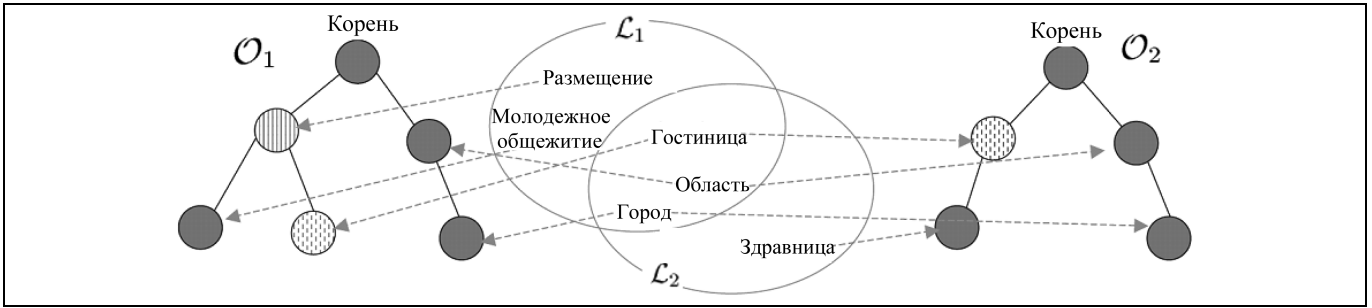
- лексическая близость⁸;
- отношение «*SameClassAs*» и «*SameIndividualAs*»;
- близость свойств — атрибутов и отношений;
- близость доменов и диапазонов для отношений;
- близость родительских понятий;
- близость родительских атрибутов;
- близость дочерних понятий;
- близость дочерних атрибутов;
- близость понятий одного уровня;
- близость экземпляров понятий;
- близость ограничений и правил;
- другие.

Расчет близости между понятиями в разных онтологиях представляет собой итерационный процесс, поскольку многие из рассмотренных критериев близости двух понятий основываются на близости других сущностей (понятий, свойств, экземпляров). На первой итерации используются критерии близости, которые не основываются на других критериях, т. е. критерии, основанные на лексике и отношениях «*SameClassAs*» и «*SameIndividualAs*».

3.3.2. Меры близости онтологий

В работе [21] рассматриваются методы измерения близости между онтологиями на двух уровнях — вербальном и концептуальном. На вербальном уровне сравниваются лексиконы двух онтологий, на концептуальном — сравниваются таксономии понятий и других отношений двух он-

⁸ Здесь лексическая близость термов основывается на редакторском расстоянии между терминами.

Рис. 5. Пример двух онтологий O_1 и O_2

тологий. Под лексиконом подразумевается множество терминов понятий, отношений и атрибутов онтологии $L := L^C \cup L^P \cup L^A$. Лексикон и понятия (отношения) связаны через функцию $F(G)$, которая ставит термины в соответствие понятиям (отношениям) в онтологии.

Лексическая близость между двумя онтологиями вычисляется с использованием лексической близости между терминами:

$$S(L_1, L_2) = \frac{1}{|L_1|} \sum_{l_i \in L_1} \max_{l_j \in L_2} LS(l_i, l_j),$$

где L_1, L_2 — лексиконы сравниваемых онтологий.

Концептуальная близость онтологий оценивается с двух сторон — близость таксономий и близость отношений.

Для вычисления близости таксономий используется множество вершин, которое содержит все выше- и нижележащие вершины по таксономической иерархии H^C по отношению к заданной вершине-понятию, — семантическая котопия (SC — *semantic cotopy*):

$$SC(c_i, H^C) := \{c_j \in C | H^C(c_i, c_j) \vee H^C(c_j, c_i)\}.$$

Для множества понятий:

$$SC(\{c_1, \dots, c_n\}, H^C) := \bigcup_{i=1, \dots, n} SC(c_i, H^C).$$

Если термин l используется в обеих онтологиях O_1 и O_2 с таксономиями H_1^C и H_2^C , то таксономическая близость онтологий относительно этого термина определяется по формуле:

$$S'(l, O_1, O_2) := \frac{|F_1^{-1}(SC(F_1(\{l\}), H_1^C)) \cap F_2^{-1}(SC(F_2(\{l\}), H_2^C))|}{|F_1^{-1}(SC(F_1(\{l\}), H_1^C)) \cup F_2^{-1}(SC(F_2(\{l\}), H_2^C))|}.$$

Чем больше одинаковых терминов в семантических котопиях понятий, названных этим термином в обеих онтологиях, тем больше таксономическая близость онтологий относительно этого термина.

Если термин есть только в одной онтологии, а во второй отсутствует, то сравниваются термины семантических котопий понятия, соответствующего термину l , и всех понятий во второй онтологии, и в качестве таксономической близости относительно этого термина берется максимум:

$$S''(l, O_1, O_2) := \max_{c \in C_2} \frac{|F_1^{-1}(SC(F_1(\{l\}), H_1^C)) \cap F_2^{-1}(SC(c, H_2^C))|}{|F_1^{-1}(SC(F_1(\{l\}), H_1^C)) \cup F_2^{-1}(SC(c, H_2^C))|}.$$

Такая операция делается для каждого термина в первой онтологии, после чего вычисляется таксономическая близость для двух онтологий как среднее значение по лексикону понятий первой онтологии:

$$S_l(O_1, O_2) = \frac{1}{|L_1^C|} \sum_{l_i \in L_1^C} S(l_i, O_1, O_2),$$

где

$$S(l, O_1, O_2) = \begin{cases} S'(l, O_1, O_2), & \text{если } l \in L_2^C, \\ S''(l, O_1, O_2), & \text{если } l \notin L_2^C. \end{cases}$$

Рассмотрим пример. На рис. 5 представлены две онтологии O_1 и O_2 , которым соответствуют частично пересекающиеся лексиконы L_1 и L_2 . Таксономическая близость S («гостиница», H_1, H_2) определяется следующим образом:

$$F_1^{-1}(SC(F_1(\{\text{«гостиница»}\}), H_1^C)) = \{\text{«гостиница»}, \text{«размещение»}\} \text{ и}$$

$$F_2^{-1}(SC(F_2(\{\text{«гостиница»}\}), H_2^C)) = \{\text{«здравница»}, \text{«гостиница»}\}.$$

Следовательно, $S'(\text{«гостиница»}, H_1^C, H_2^C) = 1/3$.

Для термина «размещение», которая есть только в лексиконе L_1^C :

$$F_1^{-1}(SC(F_1(\{\text{«размещение»}\}), H_1^C)) = \{\text{«молодежное общежитие»}, \text{«размещение»}, \text{«гостиница»}\}.$$

В онтологии O_2 нет понятия, соответствующего «размещению», поэтому берется то, которое даст наилучший результат. В данном случае это «гостиница»:

$$F_2^{-1}(SC(F_2(\{\text{«гостиница»}\}))) = \{\text{«здравница», «гостиница»}\}.$$

Таким образом: $S''(\text{«размещение», } H_1^C, H_2^C) = 1/4$.

Для оценки близости отношений используется понятие верхней котопии — все предки понятия c_i . Вводится таксономическая близость понятий с учетом лексиконов⁹:

$$S^l(c_1, O_1, c_2, O_2) := \frac{|F_1^{-1}(UC(c_1, H_1^C)) \cap F_2^{-1}(UC(c_2, H_2^C))|}{|F_1^{-1}(UC(c_1, H_1^C)) \cup F_2^{-1}(UC(c_2, H_2^C))|}.$$

Близость отношений из разных онтологий вычисляется как среднее геометрическое близостей понятий для доменов и для диапазонов:

$$S^l(p_1, O_1, p_2, O_2) := \sqrt{S^l(d(p_1), O_1, d(p_2), O_2) \cdot S^l(r(p_1), O_1, r(p_2), O_2)},$$

где $d(p)$ — домен отношения p , $r(p)$ — диапазон отношения p .

Для отношений, присутствующих в обеих онтологиях:

$$S''(l, O_1, O_2) := \frac{1}{|G_1(\{l\})|} \sum_{R_1 \in G_1(\{l\})} \max_{R_2 \in G_2(\{l\})} \{S^l(R_1, O_1, R_2, O_2)\},$$

так как в онтологиях может быть несколько отношений с одинаковыми названиями.

Если отношение присутствует только в одной онтологии O_1 , то:

$$S'''(l, O_1, O_2) := \frac{1}{|G_1(\{l\})|} \sum_{R_1 \in G_1(\{l\})} \max_{p_2 \in P_2} \{S^l(p_1, O_1, p_2, O_2)\}.$$

Тогда реляционная близость между онтологиями будет вычисляться по формуле:

$$S^p(O_1, O_2) := \frac{1}{|L_1^p|} \sum_{l_i \in L_1^p} S(l, O_1, O_2),$$

⁹ В работе [15] введена таксономическая близость понятий как отношение числа совпадающих понятий к общему числу понятий в верхних котопиях, а здесь таксономическая близость понятий вводится как отношение числа совпадающих терминов понятий к общему числу терминов понятий в верхних котопиях.

где

$$S(l, O_1, O_2) := \begin{cases} S''(l, O_1, O_2), & \text{если } l \in L_2^p, \\ S'''(l, O_1, O_2), & \text{если } l \notin L_2^p. \end{cases}$$

Предлагается подход к семантическому ранжированию ответов на запрос к Web-порталу [22]. Задача ранжирования может быть сведена к сравнению пар баз знаний¹⁰ — каждого результата запроса (QKB_i) и портала (KB). Один ответ — результат запроса, преобразованный в предложения $F\text{-Logic}$, интерпретируется как база знаний. Базы знаний запроса, результата и портала имеют один лексикон и одни понятия, поэтому сравниваются только отношения. Ранжирование производится по значению близости баз знаний результатов запроса к базе знаний портала, причем понятие близости между двумя базами знаний сводится к определению близости отношений:

$$S(QKB_i, KB) = \frac{1}{|P_Q|} \sum_{p_j \in P_Q} \max_{p_i \in P} S(p_j, p_i),$$

где P_Q — множество отношений базы знаний результата запроса QKB_i , P — множество отношений базы знаний портала, $S(p_j, p_i)$ — близость двух n -арных отношений p_j и p_i .

4. СПОСОБЫ ОЦЕНКИ МЕР БЛИЗОСТИ ПОНЯТИЙ

Отсутствие «золотого стандарта» меры семантической близости — хорошо известная проблема. Усилия многих исследователей направлены на оценку и сравнение мер семантической близости.

В работе [24] выделяются три подхода к оценке мер семантической близости.

Первый подход — теоретическая проверка желательных математических свойств предлагаемой меры [2, 14]. Например, является ли мера симметричной или асимметричной, гладкой, имеет ли особые точки и т. д. Такой анализ может служить грубым фильтром при оценке меры.

Второй подход — сравнение с экспертными оценками [1, 20, 24]. Насколько экспертные оценки считаются корректными, настолько этот подход дает правильную оценку мере. Главная помеха — трудность проектирования психолингвистического эксперимента и обоснования его результатов для получения достоверных оценок.

Третий подход — оценка эффективности мер в рамках конкретного приложения [24].

В рамках второго подхода рассматриваются разные способы проведения экспериментов для получения экспертных оценок. Можно выделить три

¹⁰ Считается, что база знаний и онтология — одно и то же.



способа получения информации о семантической близости терминов от экспертов:

— для множества пар понятий по заданной шкале оценивается семантическая близость;

— понятия из выбранного множества ранжируются по семантической близости с заданным понятием;

— из заданного множества понятий, достаточно близких к некоторому понятию, выбирается ближайшее.

Мера семантической близости оценивается степенью совпадения с экспертными оценками, выраженной значением корреляции или в процентах совпадения.

Для автоматизированной оценки мер близости существуют электронные ресурсы:

— онтологии (например, *WordNet*, *MeSH*);

— корпуса текстов (например, *PubMed* — <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/>);

— наборы пар понятий (*Data Set*) экспертными оценками семантической близости (например, [25, 26]);

— наборы понятий, семантически близких к фиксированному понятию с выбранным ближайшим (например, *TOEFL_Synonym_Questions* — http://www.aclweb.org/aclwiki/index.php?title=TOEFL_Synonym_Questions);

— программные системы (например, *WordNet: similarity* — <http://wn-similarity.sourceforge.net/>).

Система *WordNet: similarity* позволяет оценить заданную меру (из существующего списка или пользовательскую), используя онтологию *WordNet*, а также корпуса текстов, которые можно выбрать самому.

Результаты экспериментов показали, что оценка мер семантической близости зависит от контекста сравнения понятий, при учете которого корреляция увеличивалась [20]. Также замечено, что специалисты разного профиля в одной ПО могут давать разные оценки семантической близости. Например, в работе [1] семантическую близость оценивали практикующие врачи и эксперты в области медицины, и оценки различались. Кроме того, оценки зависят от корпуса текстов, а также от его размера.

Во многих работах оцениваются результаты сравнения ряда мер семантической близости. Так, была проведена серия экспериментов [1], в которых сравнивались различные меры, основанные на иерархических онтологических структурах (см. п. 3.1.1). Результаты, наиболее близкие к экспертным оценкам, дала мера самого автора, а также мера из работы [13]. Среди мер, не использующих информационный контент, лучше всего показал себя метод из работы [5]. В исследовании [27] среди иерархических мер также лучшей оказалась мера из работы [5].

Однако общепринятая методология оценки мер семантической близости отсутствует. К настоящему времени каких-либо рекомендаций по использованию той или иной меры для конкретных задач не прослеживается.

5. О РЕКОМЕНДАЦИЯХ ПО ПРИМЕНЕНИЮ МЕР БЛИЗОСТИ

Как уже было сказано, меры семантической близости используются в широком спектре задач. Эффективность применения той или иной меры, по нашему мнению, зависит как от задачи, так и от пользователя — автора запросов. Этот вопрос не рассматривается в известной авторам данного обзора литературе и ожидает своего исследования. Например, факторами, определяющими выбор меры семантической близости, применяемой системой для ответа на запрос, могут быть предпочтения пользователя:

- выбор критериев, составляющих меру близости, как то: таксономические отношения между понятиями и (или) конкретный набор отношений и (или) атрибутов;
- выбор значимости критериев — коэффициентов важности в гибридной аддитивной мере близости.

Интерактивный интерфейс при задании запроса поможет пользователю определить свои предпочтения при выборе меры семантической близости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе дан обзор и классификация существующих мер семантической близости. Рассмотрена семантическая близость между онтологическими терминами — понятиями, отношениями и экземплярами — и между онтологиями. В основу классификации мер положены характеристики термов — свойства, отношения и их типы, атрибуты понятий — и структура онтологии.

При построении мер близости рассматриваются разные подходы:

- теоретико-множественный подход — пересечение одинаковых и различных свойств;
- информационный подход — статистика на стандартных корпусах текстов (частота встречаемости терминов) или на таксономической иерархии;
- структурный подход — характеристики онтологических структур (длина пути, глубина иерархии и т. д.).

При кросс-онтологическом подходе важный момент состоит в соответствии лексиконов. Для установления соответствия понятий рассматриваются «окрестности» понятий в онтологических структурах.

Гибридные меры используют различные комбинации мер близости понятий. Наиболее эффективными представляются именно гибридные меры, сочетающие несколько критериев, так как чем полнее будут учитываться характеристики двух сущностей с разных точек зрения, тем более качественную меру близости можно получить. Чаще всего в качестве гибридной меры используется аддитивная свертка мер. Использование сигмоидальной функции в гибридных мерах позволяет повысить веса мер, имеющих большие значения, и практически пренебречь мерами с малыми значениями. Веса определяются на основе суждения экспертов и (или) обучающих алгоритмов. Дан обзор способов оценки мер близости.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Nguyen H.A., Eng B.* New Semantic Similarity Techniques of Concepts applied in the Biomedical Domain and WORDNET // Thesis Presented to the Faculty of the University of Houston Clear Lake in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Master of Science the University of Houston-Clear Lake, December 2006.
2. *Tversky A.* Features of similarity // *Psychological Review*. — 1977. — 84(4). — P. 327–352.
3. *Goldstone R.L., Son J.* Similarity // In *Cambridge Handbook of Thinking and Reasoning* / K. Holyrak & R. Morrison (Eds.) — Cambridge: Cambridge University Press. 2005. — P. 13–36. — URL: <http://cognitivn.psych.indiana.edu/rgoldsto/pdfs/similarity2004.pdf>.
4. *Development and Application of a Metric on Semantic Net* / Rada R., et al. // *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*. — 1989. — 19(1). — P. 17–30.
5. *Leacock C., Chodorow M.* Combining local context and WordNet similarity for word sense identification // *WordNet: An electronic lexical database* / Fellbaum C. (ed.). — Cambridge, MA: MIT press, 1998. — P. 265–283.
6. *Wu Z., Palmer M.* Verb semantics and lexical selection // 32nd Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics, 1994. — P. 133–138.
7. *Li Y., Bandar Z.A., McLean D.* An Approach for Measuring Semantic Similarity between Words Using Multiple Information Sources // *IEEE Trans. on Knowledge and Data Engineering*, 2003. — 15(4). — P. 871–882.
8. *Hirst G., St-Onge D.* Lexical Chains as representation of context for the detection and correction malapropisms // *WordNet: An electronic lexical database and some of its applications* / C. Fellbaum (ed.). — Cambridge, MA: The MIT Press, 1997.
9. *Лукашевич Н.В., Добров Б.В.* Тезаурус русского языка для автоматической обработки больших текстовых коллекций // Компьютерная лингвистика и интеллектуальные технологии: Тр. междунар. семинара «Диалог'2002». — М., 2002. — Т. 2. — С. 338–346.
10. *Лукашевич Н.В., Добров Б.В.* Разрешение лексической многозначности на основе тезауруса предметной области // Компьютерная лингвистика и интеллектуальные технологии: Тр. междунар. конф. «Диалог 2007» (Бекасово, 30 мая — 3 июня 2007 г.). — М., 2007. — С. 400–406.
11. *Resnik P.* Using information content to evaluate semantic similarity in ontology // *Proc. of the 14th Int'l Joint Conference on Artificial Intelligence*, 1995. — P. 448–453.
12. *Seco N., Veale T., Hayes J.* An intrinsic information content metric for semantic similarity in WordNet // *Proc. of the 16th European Conference on Artificial Intelligence*, Valencia, Spain, 23–27 August 2004. — P. 1089–1090.
13. *Jiang J. and Conrath D.* Semantic Similarity Based on Corpus Statistics and Lexical Taxonomy // *Intern. Conf. on Computational Linguistics (ROCLING X)*, Taiwan, 1997. — P. 19–35.
14. *Lin D.* An information-theoretic definition of similarity // *Proc. of the Int'l Conference on Machine Learning*, 1998.
15. *Maedche A., Zacharias V.* Clustering Ontology-Based Metadata in the Semantic Web / *Proceedings PKDD-2002*, LNAI 2431, 2002. — P. 348–360.
16. *Bulskov H., Knappe R., Andreassen T.* On Measuring Similarity for Conceptual Querying / *FQAS 2002*, LNAI 2522, 2002. — P. 100–111.
17. *Levenshtein I.V.* Binary Codes capable of correcting deletions, insertions, and reversals // *Cybernetics and Control Theory*. — 1966. — 10(8). — P. 707–710.
18. *Ehrig M., Sure Y.* An Ontology Mapping — An Integrated Approach / *The semantic web: Research and applications*. — Berlin: Springer, 2004. — P. 3–13.
19. *Supervised Learning of Term Similarities* / I. Spasić, G. Nenadić, K. Manios, and Ananiadou S. // *IDEAL 2002*, H. Yin et al. (eds.), LNCS 2412, 2002. — P. 429–434.
20. *Rodríguez M.A.* Assessing Semantic Similarity among Spatial Entity Classes / A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy (in Spatial Information Science and Engineering), The Graduate School University of Maine May, 2000.
21. *Maedche A., Staab S.* Measuring Similarity between Ontologies / *EKAU 2002*, A. Gomez-Perez and V.R. Benjamins (eds.), LNAI 2473, 2002. — P. 251–263.
22. *A framework for developing semantic portals* / N. Stojanovic, et al. // *Proc. of the first international ACM conferences on knowledge capture K-CAP'01*, October 22–23, 2001, Victoria, British Columbia, Canada, <http://www.aifb.uni-karlsruhe.de/WBS/Publ/2001/sealkcap2.pdf>.
23. *Карпенко А.П., Сухарь Р.С.* Методы отображения онтологий. Обзор / Наука и образование: электронное научно-техническое издание, 2009, 1 (январь). — URL: <http://elibrary.ru/item.asp?id=11991555>.
24. *Budanitsky A., Hirst G.* Evaluating WordNet-based Measures of Lexical Semantic Relatedness // *Computational Linguistics*. — 2006. — Vol. 32, N 1. — P. 13–47.
25. *Placing Search in Context: The Concept Revisited* / L. Finkelstein, et al. // *ACM Trans. on Information Systems*. — January 2002. — 20(1). — P. 116 – 131, http://www.cs.technion.ac.il/~gabr/papers/tois_context.pdf.
26. *Miller G.A., Charles W.G.* Contextual Correlates of Semantic Similarity // *Language and Cognitive processes*. — 1991. — N 6(1).
27. *Крижановский А.А.* Оценка результатов поиска семантически близких слов в Википедии / Тр. СПИИРАН. — СПб., 2007. — Вып. 5. — С. 113–116.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Г. Лебедевым.

Крюков Кирилл Вячеславович — ст. математик,
☎(495) 334-76-39, ✉ kryukovkirill@yandex.ru,

Панкова Людмила Александровна — канд. техн. наук,
ст. науч. сотрудник, ☎(495) 334-92-49, ✉ pankova@ipu.ru,

Пронина Валерия Александровна — канд. техн. наук,
ст. науч. сотрудник, ☎(495) 334-92-39, ✉ pron@ipu.ru,

Суховеров Виктор Степанович — канд. техн. наук,
ст. науч. сотрудник, ☎(495) 334-76-39, ✉ suhoverv@ipu.ru,

Шипилина Любовь Борисовна — канд. техн. наук,
ст. науч. сотрудник, ☎(495) 334-76-39, ✉ lubship@ipu.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН.

РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫМ ОБЪЕКТОМ ПО ВЫХОДУ

А.М. Цыкунов

Рассмотрена задача слежения за эталонным сигналом для объекта, динамические процессы в котором описываются нелинейными дифференциальными уравнениями. Получен алгоритм управления, позволяющий осуществлять слежение за эталонным сигналом с требуемой точностью и компенсацию влияния параметрических и внешних ограниченных возмущений на регулируемую переменную. Полученный результат обобщен на нелинейные системы с запаздыванием по состоянию. Приведены числовой пример и результаты его моделирования.

Ключевые слова: робастное управление, запаздывание, функция Ляпунова, эталонный сигнал, возмущающее воздействие.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема управления неопределенными объектами — одна из классических задач теории управления. Особое место в классе управляемых систем занимают объекты, динамические процессы в которых описываются нелинейными дифференциальными уравнениями. Это объясняется большим разнообразием нелинейных функций, которые могут входить в математическую модель объекта управления, в результате чего каждый объект требует индивидуального подхода при проектировании системы управления.

Наиболее распространены методы, базирующиеся на прямом методе Ляпунова и дифференциально-геометрической теории дифференциальных уравнений. В работе [1] решаются задачи проектирования различных систем управления для разных классов нелинейных объектов с помощью прямого метода Ляпунова. В работах [2–4] приведена теория построения эквивалентных математических моделей, позволяющая преобразовывать исходные нелинейные уравнения в более простые, а иногда даже в линейные [4], и тем самым упрощать процессы анализа и синтеза систем управления, а также применять ранее разработанные методы проектирования. Дифференциально-геометрическая теория в работе [5] применена для выяснения вопросов управляемости нелинейными

системами. В книге [6] приводятся результаты по преобразованию нелинейных уравнений к каноническим формам, что дополняет ранее полученные результаты [1], решаются задачи управления для неопределенных объектов, с помощью метода скоростного градиента проектируются алгоритмы адаптации и пассивации. Обзор работ по пассивации и пассивности нелинейных систем выполнен в работе [7]. Эффективный метод синтеза систем регулирования по выходу, заключающийся в обратном обходе интегратора [8], применяется для проектирования различных типов систем, например, для построения адаптивных и робастных систем управления по выходу [9], для глобальной стабилизации нелинейной системы [6]. Обширную библиографию по эквивалентному преобразованию нелинейных систем можно найти в работах [2, 3, 6], а по различным методам проектирования алгоритмов управления для различных классов объектов — в работах [1, 6, 7, 9].

Как правило, для нелинейных систем решаются задачи стабилизации, а при наличии внешних возмущений требуется обеспечение устойчивости.

В отличие от известных работ по управлению нелинейными системами, в данной статье выделяется сигнал, несущий информацию о возмущениях. Он используется для получения оценки возмущения, что позволяет получить алгоритм управления, компенсирующий параметрические и внешние ограниченные возмущения. Полученный результат

обобщается на нелинейные системы с запаздыванием по состоянию. Для иллюстрации работоспособности полученных алгоритмов управления приводится числовой пример и результаты моделирования спроектированной системы управления.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим объект управления, математическая модель которого представляет собой дифференциальное уравнение

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x, \xi) + b(x, \xi)(u(t) + \varphi(x, t)), \\ y(t) &= h(x), \quad x(0) = x_0,\end{aligned}\quad (1)$$

где $x \in M \subset R^n$ — вектор состояния, $u \in R$, $y \in Y \subset R$ — управляющее воздействие и регулируемая переменная, $f(x, \xi)$, $b(x, \xi)$, $h(x)$ — гладкие функции соответствующего порядка, $\varphi(x, t)$ — функция, в которой сконцентрированы внутренние и внешние возмущения, $\xi \in \Xi$ — вектор неизвестных параметров, Ξ — ограниченное множество возможных значений вектора ξ , $x_0 \in M$ — вектор начальных условий.

Формулируется традиционная задача слежения за эталонным сигналом $y_m(t) \in R$. Требуется спроектировать алгоритмическое обеспечение управляющего устройства, обеспечивающего выполнение целевого условия

$$|y(t) - y_m(t)| < \delta \text{ при } t > T_0, \quad (2)$$

где $\delta > 0$, T_0 — время, по истечении которого динамическая ошибка $e(t) = y(t) - y_m(t)$ должна иметь значение, удовлетворяющее приведенному неравенству. При этом все сигналы в замкнутой системе должны быть ограниченны.

Будем решать сформулированную задачу при следующих предположениях.

Функции $f(x, \xi)$, $b(x, \xi)$, $h(x)$ гладкие, и для любых $x \in M$, $\xi \in \Xi$ выполнены условия:

$$\begin{aligned}L_b h &= L_b L_f^1 h = \dots = L_b L_f^{n-2} h = 0, \\ \beta(x, \xi) &= L_b L_f^{n-1} h > 0,\end{aligned}$$

где $L_f^1 h = \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x)$, $L_b h = \frac{\partial h(x)}{\partial x} b(x)$ — производные Ли от функции $h(x)$ по направлению векторов $f(x)$ и $b(x)$ соответственно, а производные высших порядков вычисляются по формулам $L_f^2 h = L_f(L_f^1 h)$, $L_f^k = L_f(L_f^{k-1} h)$.

Векторная функция $\bar{x}(t) = \phi(x) = [y, y', \dots, y^{n-1}]^T = [h(x), L_f^1 h, \dots, L_f^{n-1} h]^T$, взаимно однозначная, т. е. существует гладкая обратная функция $\phi^{-1}(\bar{x})$.

Функция $c(x, \xi) = L_f^n h$ ограниченная или ограниченная по переменной ξ и удовлетворяет условию Липшица по вектору $x \in M$.

Функция $\varphi(x, t)$ ограниченная или ограниченная по переменной t и удовлетворяет условию Липшица по вектору $x \in M$.

Эталонный сигнал $y_m(t)$ и его производные до n -го порядка должны быть ограниченными функциями. ♦

Отметим, что ограничения 1 и 2 такие же, как в работах [2, 6]. Они гарантируют преобразование математической модели (1) в каноническую форму, которая используется для получения алгоритма управления. Условия 3—5 требуются для обеспечения работоспособности системы управления. Например, если функция $\varphi(x, t)$ будет не ограничена по переменной t , управляющее воздействие тоже будет не ограничено, что недопустимо для работоспособности системы управления. Таким образом, приведенные ограничения выделяют класс нелинейных объектов, математическая модель которых может быть преобразована в каноническую форму, и для которых разрешима задача компенсации влияния параметрических и внешних возмущений на регулируемую переменную.

2. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Процесс решения сформулированной задачи состоит из следующих этапов:

— исходную математическую модель преобразуем к каноническому виду и формируем систему получения сигнала, который несет информацию о параметрических и внешних возмущениях;

— формируем алгоритм управления, используя оценки возмущений, для чего будем использовать наблюдатель производных.

Если выполнено первое условие предположений то, продифференцировав уравнение выхода в модели (1) n раз, получим

$$P^n y(t) = c(x, \xi) + \beta(x, \xi)(u(t) + \varphi(x, t)), \quad (3)$$

где $P = d/dt$ — оператор дифференцирования. Учитывая выражение (3), составим уравнение для ошибки $e(t) = y(t) - y_m(t)$:

$$\begin{aligned}P^n e(t) &= \\ &= c(x, \xi) + \beta(x, \xi)(u(t) + \varphi(x, t)) - P^n y_m(t).\end{aligned}\quad (4)$$



Введем новое управляющее воздействие $v(t)$

$$u(t) = \alpha v(t), \quad \alpha > 0. \quad (5)$$

Возьмем вспомогательный контур, динамические процессы в котором описываются уравнением

$$Q(P)e_v(t) = \gamma v(t). \quad (6)$$

Здесь $\gamma > 0$, $Q(P)$ — линейный дифференциальный оператор n -го порядка, такой, что полином $Q(\lambda)$ гурвицев, где λ — комплексная переменная в преобразовании Лапласа, e_v — скалярный выход вспомогательного контура. Составим уравнение для сигнала рассогласования $\zeta(t) = e(t) - e_v(t)$, вычитая уравнение (6) из уравнения (4) и принимая во внимание формулу (5):

$$Q(P)\zeta(t) = \psi(x, \xi, y_m, t), \quad (7)$$

где $\psi(x, \xi, y_m, t) = c(x, \xi) + \beta(x, \xi)\varphi(x, t) - P^n y_m(t) + Q_{n-1}(P)e(t) + (\beta(x, \xi)\alpha - \gamma)v(t)$ — обобщенное возмущение, $Q_{n-1}(P)$ — дифференциальный оператор степени $n - 1$, полученный из оператора $Q(P)$ путем удаления старшей производной.

Таким образом, получен сигнал $\zeta(t)$, несущий информацию о параметрических и внешних возмущениях. Идеальный закон управления, позволяющий скомпенсировать влияние возмущений на регулируемую переменную, имеет вид

$$v(t) = -\frac{1}{\gamma} \psi(x, \xi, y_m, t) = -\frac{1}{\gamma} Q(P)\zeta(t).$$

Однако, он нереализуем, так как производные выходного сигнала не измеряются. Поэтому необходимо получить оценки производных.

Введем векторы $\theta(t) = [\zeta(t), P\zeta(t), \dots, P^n \zeta(t)]^T$, $z(t) = [\bar{\zeta}(t), \zeta_1(t), \dots, \zeta_n(t)]^T$, где $\bar{\zeta}(t)$, $\zeta_i(t)$ — оценки сигнала $\zeta(t)$ и его производных. Сформируем управляющее воздействие $v(t)$ в виде

$$v(t) = -\frac{1}{\gamma} g^T z(t). \quad (8)$$

Здесь g — вектор, компоненты которого коэффициенты оператора $Q(P)$, записанные в обратном порядке. Оценки производных будем получать с помощью наблюдателя [10], математическая модель которого имеет вид

$$\dot{z}(t) = \Gamma_0 z(t) + d_0(\zeta(t) - \bar{\zeta}(t)), \quad \bar{\zeta}(t) = L_1 z(t). \quad (9)$$

Здесь $z(t) \in R^{n+1}$, $\Gamma_0 = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $d_0 = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_{n+1} \end{bmatrix}$, $L_1 = [1, 0, \dots, 0]$, числа $d_1, \dots, d_{n+1}$ выбираются так, чтобы матрица $\Gamma = \Gamma_0 + \bar{d} L_1$ была гурвицевой,

$\bar{d}^T = [d_1, \dots, d_{n-1}]$, $\mu > 0$ — достаточно малая величина. Отметим, что порядок уравнения (9) на единицу больше, чем это необходимо при реализации. Это сделано для упрощения преобразований при доказательстве работоспособности.

Преобразуем уравнение (8), принимая во внимание идеальный закон управления

$$v(t) = -\frac{1}{\gamma} \psi(x, \xi, y_m, t) + \frac{1}{\gamma} g^T \Delta(t),$$

где $\Delta(t) = \theta(t) - z(t)$. Подставим в полученную формулу выражение для $\psi(x, \xi, y_m, t)$ из уравнения (7):

$$v(t) = -\frac{1}{\gamma} (c(x, \xi) + \beta(x, \xi)\varphi(x, t)) - P^n y_m(t) + Q_{n-1}(P)e(t) + (\beta(x, \xi)\alpha - \gamma)v(t) + \frac{1}{\gamma} g^T \Delta(t). \quad (10)$$

Разрешим уравнение (10) относительно переменной $v(t)$:

$$v(t) = -\frac{1}{\alpha} (c(x, \xi) + \varphi(x, t)) - \frac{1}{\beta(x, \xi)\alpha} (Q_{n-1}(P)e(t) - P^n y_m(t) + g^T \Delta(t)). \quad (11)$$

Подставив это значение в выражение (5), а полученный результат — в уравнение (4), получим

$$Q(P)e(t) = g^T \Delta(t). \quad (12)$$

Принимая во внимание гурвицевость полинома $Q(\lambda)$, можно сделать вывод, что для выполнения целевого условия (2) величина $|\Delta(t)|$ должна быть меньше δ .

Утверждение 1. Пусть выполнены условия предположений. Тогда существует число $\mu_0 > 0$ такое, что при $\mu < \mu_0$ алгоритм управления (5), (6), (8), (9) обеспечивает выполнение целевого неравенства (2). При этом все сигналы в замкнутой системе ограничены. ♦

Доказательство утверждения приведено в Приложении.

3. ОБОБЩЕНИЕ НА СИСТЕМЫ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО СОСТОЯНИЮ

Рассмотрим объект, динамические процессы в котором описываются уравнением

$$\dot{x}(t) = f(x(t), x(t-\tau), \xi) + b(x, \xi)(u(t) + \varphi(x, t)), \\ y(t) = h(x), \quad x(s) = \sigma(s), \quad s \in [-\tau; 0], \quad (13)$$

где $\sigma(s)$ — начальная ограниченная векторная функция, τ — постоянное время запаздывания. Остальные обозначения такие же, как в уравнении (1).

Формулируется задача слежения за эталонным сигналом с целевым условием (2).

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}\bar{L}_f^1 h &= \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x, x(t-\tau), \xi), \\ \bar{L}_f^2 h &= \frac{\partial}{\partial x} (\bar{L}_f^1 h) f(x, x(t-\tau), \xi) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x(t-\tau)} (\bar{L}_f^1 h) f(x(t-\tau), x(t-2\tau), \xi), \\ \bar{L}_f^n h &= \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\partial}{\partial x(t-i\tau)} (\bar{L}_f^{n-1} h) \times \\ &\times f(x(t-i\tau), x(t-(i+1)\tau), \xi), \\ L_{bu} \bar{L}_f^{n-1} &= \sum_{i=0}^{n-1} \beta_i u(t-i\tau) = \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\partial}{\partial x(t-i\tau)} (\bar{L}_f^{n-1} h) b(x(t-i\tau), \xi) u(t-i\tau).\end{aligned}$$

Пусть выполнены **ограничения**.

1. Функции $f(x, x(t-\tau), \xi)$, $b(x, \xi)$, $h(x)$ гладкие по переменным $x(t)$, $x(t-\tau)$, и для любых $x \in M$, $\xi \in \Xi$, выполнены условия:

$$L_b h = L_b \bar{L}_f^1 h = \dots = L_b \bar{L}_f^{n-2} h = 0, \quad \beta_0 > 0.$$

2. Векторная функция $\bar{x}(t) = \phi(x(t), x(t-\tau), \dots, x(t-(n-1)\tau)) = [y, y', \dots, y^{n-1}]^T = [h(x), \bar{L}_f^1 h, \dots, \bar{L}_f^{n-1} h]^T$ взаимно однозначная, когда $x(t-i\tau) = 0$, $i = 0, \dots, n-1$, т. е. существует гладкая обратная функция $\phi^{-1}(\bar{x})$.

3. Разностные уравнения $\phi(x(t), x(t-\tau), \dots, x(t-(n-1)\tau)) = 0$, $\sum_{i=0}^{n-1} \beta_i u(t-i\tau) = 0$ асимптотически устойчивы относительно переменных $x(t)$ и $u(t)$. Кроме того, решение разностного уравнения $\phi(x(t), x(t-\tau), \dots, x(t-(n-1)\tau)) = [y, y', \dots, y^{n-1}]^T$ ограничено, если вектор $[y, y', \dots, y^{n-1}]^T$ ограничен.

4. Функция $c(x(t), x(t-\tau), \dots, x(t-n\tau), \xi) = L_f^n h$ ограниченная или ограниченная по переменной ξ и удовлетворяет условию Липшица по векторам $x(t-i\tau)$, $i = 0, \dots, n$, $x \in M$.

5. Функция $\phi(x, t)$ ограниченная или ограниченная по переменной t и удовлетворяет условию Липшица по вектору $x \in M$.

6. Эталонный сигнал $y_m(t)$ и его производные до n -го порядка ограниченные функции. ♦

В данном случае условия 1—3 обеспечивают возможность преобразования математической модели (13) в каноническую форму, а ограничения 5 и 6 необходимы для обеспечения работоспособности системы управления. Отметим условие 3, которое подчеркивает специфику систем с запаздыванием.

Утверждение 2. Пусть выполнены условия ограничений. Тогда существует число $\mu_0 > 0$ такое, что при $\mu < \mu_0$ алгоритм управления (5), (6), (8), (9) обеспечивает выполнение целевого неравенства (2). При этом все сигналы в замкнутой системе ограничены. ♦

Доказательство утверждения и способ получения ранее полученного алгоритма управления (5), (6), (8), (9) точно такие же, как в предыдущем случае. Отличие составляют рассуждения при доказательстве ограниченности управляющего воздействия, для чего используется условие 3 ограничений.

Замечание. При технической реализации алгоритма управления следует учесть тот факт, что в условиях утверждения везде требуется гладкость сигналов. В системах управления, где используются наблюдатели производных, при нарушении этого условия выходные сигналы наблюдателя становятся большими, что ведет к увеличению сигналов управления. Такая ситуация появляется в момент включений, а в системах с запаздыванием в момент времени $t = \tau$. Если в линейных системах это приводит только к увеличению управляющего воздействия, то нелинейная система может стать неустойчивой, если замкнутая система неустойчива в большом. Поэтому целесообразно выходные сигналы наблюдателя искусственно ограничить в разумных пределах. ♦

4. ПРИМЕР

Предположим, что математической моделью объекта управления служит следующая система нелинейных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \xi_1 \arctg x_1(t) + x_2(t) - x_3(t) + \xi_2 (x_2(t-\tau) - x_3(t-\tau)), \\ \dot{x}_2(t) = x_1(t)x_2(t) + x_1(t-\tau)x_3(t-\tau) + \\ + (1 + (\arctg x_2(t))^2)(u(t) + \phi(x, t)), \\ \dot{x}_3(t) = x_1(t)x_2(t) + x_1(t-\tau)x_3(t-\tau) - x_3(t) + \\ + (1 + (\arctg x_2(t))^2)(u(t) + \phi(x, t)), \\ y(t) = x_1(t), \quad x(s) = \sigma(s), \quad s \in [-\tau; 0]. \end{cases}$$

Класс неопределенности задан соотношениями:

$$\xi_1 \in [-3; 3], \quad \xi_2 \in [-0,5; 0,5], \quad \phi(x, t) = \sum_{i=1}^3 \varphi_i(x_i) + f(t),$$



$f(t) = \sin t$, $\varphi_i(x_i) = x_i^3$, если $|x_i^3| < a_i$, $\varphi_i(x_i) = a_i \operatorname{sign} x_i^3$,
если $|x_i^3| \geq a_i$, $a_i \in [5; 15]$.

В данном случае

$$\begin{pmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ \xi_1 \arctg x_1(t) + x_2(t) - x_3(t) + \xi_2(x_2(t-\tau) - x_3(t-\tau)) \\ \frac{\xi_1}{1+x_1^2}(\xi_1 \arctg x_1(t) + x_2(t) - x_3(t) + \\ + \xi_2(x_2(t-\tau) - x_3(t-\tau))) + x_3(t) + \xi_2 x_3(t-\tau) \end{pmatrix},$$

$$L_{bu} \bar{L}_f^{n-1} = (1 + \arctg x_2(t))u(t) +$$

$$+ \xi_2(1 + (\arctg x_2(t-\tau))^2)u(t-\tau),$$

$$c(x(t), x(t-\tau), \dots, x(t-n\tau), \xi) =$$

$$= \left(\frac{\xi_1^2(1-2x_1 \arctg x_1)}{(1+x_1^2)^2} - \frac{2\xi_1 x_1}{(1+x_1^2)^2}(x_2(t) - x_3(t) + \right.$$

$$+ \xi_2(x_2(t-\tau) - x_3(t-\tau))) \left(\xi_1 \arctg x_1(t) + x_2(t) - \right.$$

$$- x_3(t) + \xi_2(x_2(t-\tau) - x_3(t-\tau))) -$$

$$\left. - \left(1 - \frac{\xi_1}{1+x_1^2} \right) x_3 - \left(\xi_2 - \frac{\xi_1 \xi_2}{1+x_1^2} \right) x_3(t-\tau) \right).$$

Имеем неустойчивый нелинейный объект с запаздыванием по состоянию. В области начальных условий $\{x \in M \subset R^3 : |x_i| \leq 10, i = 1, 2, 3\}$ все условия ограничения выполнены.

Управление (5) и уравнение вспомогательного контура (6) выберем в виде

$$u(t) = 70v(t), \quad (P^3 + 9P^2 + 12P + 18)e_v(t) = 5v(t).$$

Возьмем уравнение наблюдателя производных (9)

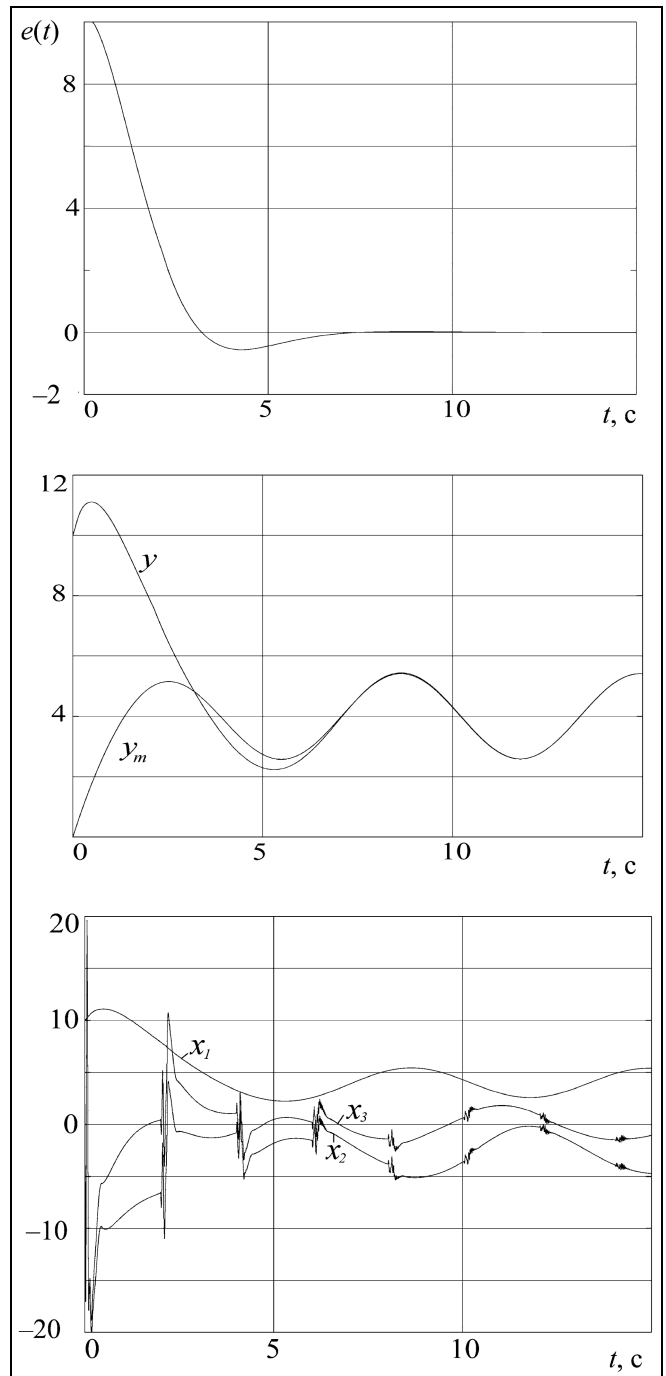
$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 + \frac{9}{\mu}(\zeta - \bar{\zeta}), \\ \dot{z}_2 = z_3 + \frac{12}{\mu}(\zeta - \bar{\zeta}), \\ \dot{z}_3 = \frac{8}{\mu}(\zeta - \bar{\zeta}), \quad \bar{\zeta} = z_1, \quad \zeta = e - e_v, \quad e = y - y_m. \end{cases}$$

Как уже отмечалось, на оценки производных целесообразно ввести ограничения: $\bar{z}_2 = z_2$, если $|z_2| < 20$, $\bar{z}_2 = 20 \operatorname{sign} z_2$, если $|z_2| \geq 20$, $\bar{z}_3 = z_3$, если $|z_3| < 20$, $\bar{z}_3 = 20 \operatorname{sign} z_3$, если $|z_3| \geq 20$, $\bar{z}_4 = \dot{z}_3$, если $|\dot{z}_3| < 20$, $\bar{z}_4 = 20 \operatorname{sign} \dot{z}_3$, если $|\dot{z}_3| \geq 20$.

Будем вычислять управляющее воздействие $v(t)$ по формуле

$$v(t) = -0,2(\bar{z}_4 + 9\bar{z}_3 + 12\bar{z}_2 + 18\bar{z}_1).$$

На рисунке приведены результаты моделирования при следующих исходных данных: $\mu = 100$, $\tau = 2$, $\xi_1 = 2$, $\xi_2 = 0,5$, $a_1 = 10$, $\sigma(s) = 0$, $s \in [-\tau; 0)$, $x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 10$. Остальные начальные условия нулевые.



Переходные процессы в следящей системе

5. ОБСУЖДЕНИЕ

Повышенный интерес к нелинейным системам объясняется тем, что математические модели большинства объектов управления описываются нелинейными дифференциальными уравнениями. Мощными средствами анализа и синтеза нелинейных систем управления служит прямой метод Ляпунова и дифференциально-геометрическая теория. Однако, несмотря на то, что аналитически эти методы хорошо обоснованы и есть множество статей и книг, посвященных этому обоснованию, например, [1–6], конструктивные результаты удается получить только при определенных ограничениях на математические модели объектов управления. Это связано с тем, что многие результаты, полученные в рамках теории, зачастую требуют наличия такой информации об объекте управления или его математической модели, которую невозможно или слишком сложно получить. Например, часто требуется знание функции Ляпунова для данного объекта или ее необходимо найти из решения некоторого уравнения, что зачастую представляет собой аналитически неразрешимую задачу.

В данной статье рассмотрен класс нелинейных объектов, математические модели которых можно преобразовать в канонические формы. Для получения оценки параметрических и внешних возмущений вводится вспомогательный контур, который позволяет выделить сигнал несущий информацию о возмущениях. С помощью наблюдателя производных получается оценка возмущений. Формируя управление, противоположное по знаку оценке возмущений, осуществляется их компенсация.

В статье приведен числовой пример, для которого дифференциально-геометрическая теория не применима, поскольку она отсутствует для таких классов объектов. Можно попытаться воспользоваться теорией функционалов Ляпунова—Красовского, но выбрать необходимый функционал — довольно сложная проблема. Сложность усугубляется наличием параметрических, априорно неопределенных, возмущений, и действием на объект ограниченных не измеряемых возмущений. Предлагаемый подход позволил, относительно просто, решить сформулированную задачу.

Основные недостатки полученного алгоритма управления:

- отсутствует аналитически обоснованный алгоритм определения величин α и μ ;
- применение наблюдателя производных требует подбора ограничений на его выходные сигна-

лы, что необходимо для ограничения управляющего воздействия в момент включения системы в работу; поэтому эти параметры приходится выбирать на этапе моделирования системы.

К достоинствам следует отнести его простоту и легко проверяемые условия для математической модели объекта управления, а самое главное — это возможность компенсации влияния параметрических и внешних возмущений на регулируемые переменные.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена задача слежения за эталонным сигналом для объектов, математической моделью которых служат нелинейные дифференциальные уравнения с запаздыванием по состоянию. На объект действуют ограниченные внешние, неизмеряемые возмущения, а также присутствуют параметрические возмущения. Выделен класс нелинейных объектов управления, для которых может быть решена задача компенсации внешних и параметрических возмущений, когда измерению доступны регулируемая переменная и управляющее воздействие. Получен алгоритм управления для данного класса объектов, обеспечивающий инвариантность следящей системы к внешним и параметрическим возмущениям с требуемой точностью.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство утверждения 1. Составим уравнение для нормированного вектора ошибок оценивания производных, принимая во внимание модель (9):

$$\eta(t) = T^{-1}(z(t) - \theta(t)), \quad T = \text{diag}\{\mu^n, \dots, \mu, 1\},$$

$$\mu_1 \dot{\eta}(t) = \Gamma \eta(t) - \mu_2 b_1 \zeta^{n+1}(t), \quad \zeta(t) - \bar{\zeta}(t) = \mu^n L_1 \eta(t), \quad (\text{П.1})$$

где $\mu_1 = \mu_2 = \mu$, $b_1^T = [0, \dots, 0, 1]$. Преобразуем уравнение (12) в векторно-матричную форму

$$\dot{\varepsilon}(t) = A \varepsilon(t) - b_1 g^T T \eta(t), \quad e(t) = L_1 \varepsilon(t). \quad (\text{П.2})$$

Воспользуемся следующим утверждением.

Лемма [11]. Если динамическая система описывается уравнением

$$\dot{x}(t) = f(x, \mu_1, \mu_2), \quad x(t) \in R^n, \quad \mu_1 > 0, \quad \mu_2 > 0, \quad (\text{П.3})$$

где $f(x, \mu_1, \mu_2)$ — непрерывная функция, липшицева по x , и при $\mu_2 = 0$ система (П.3) имеет ограниченную замкнутую область диссипативности

$$D_x = \{x : F(x) \leq K\}, \quad (\text{П.4})$$



где $F(x)$ — непрерывная, кусочно-гладкая, положительно определенная в R^n функция, такая, что при некоторых $\varepsilon > 0$ и $\mu_0 > 0$ выполнено неравенство

$$\sup_{\mu_i \leq \mu_0} \left[\left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^T f(x, \mu_1, 0) \right] \leq -\varepsilon \text{ при } F(x) = C$$

тогда для всех достаточно малых $\mu_1, \mu_2 \leq \mu_0$ множество (П.4) остается областью диссипативности системы (П.3). ♦

Если $\mu_2 = 0$ в уравнении (П.1), то система (П.1), (П.2) асимптотически устойчива в области M так, как матрицы Γ и A гурвицевы. Условия леммы выполнены. Требуется доказать ограниченность всех сигналов в замкнутой системе. В этом случае переменная $y(t)$ и ее производных ограничены в силу условия 5 предположений. Из условия 2 предположений следует ограниченность вектора $x(t)$. Принимая во внимание условия 3–5, из формул (11) и (5) получаем ограниченность управляющего воздействия. Тогда из формулы (6) следует ограниченность сигнала $e_v(t)$ и его производных, а из формулы (7) — ограниченность переменной $\zeta(t)$ и ее производных. Найдем область притяжения системы (П.1), (П.2), когда $\mu_2 \neq 0$. Пусть $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$. Возьмем функцию Ляпунова

$$V = \varepsilon^T(t) H \varepsilon(t) + \eta^T(t) \Lambda \eta(t), \quad \text{П.5}$$

где положительно-определенные симметрические матрицы H, Λ являются решением матричных уравнений

$$HA + A^T H = -\rho_1 I, \quad \Lambda \Gamma + \Gamma^T \Lambda = -\rho_2 I. \quad \text{П.6}$$

Здесь $\rho_1 > 0, \rho_2 > 0, I$ — единичная матрица.

Вычислим полную производную от функции (П.5) на траекториях системы (П.1), (П.2), принимая во внимание уравнения (П.6):

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\rho_1 |\varepsilon(t)|^2 - 2\varepsilon^T(t) H b_1 g^T T \eta(t) - \\ & - \frac{\rho_2}{\mu_0} |\eta(t)|^2 - 2\eta^T \Lambda b_1 \zeta^{n+1}(t). \end{aligned} \quad \text{П.7}$$

Воспользуемся оценками:

$$-2\varepsilon^T(t) H b_1 g^T T \eta(t) \leq \mu_0 |\varepsilon(t)|^2 + \frac{1}{\mu_0} k_1 |\eta(t)|^2,$$

$$k_1 = \|T^T g b_1^T H H b_1 g^T T\|,$$

$$-2\eta^T \Lambda b_1 \zeta^{n+1}(t) \leq \frac{1}{\mu_0} |\eta(t)|^2 + \mu_0 k_2, \quad k_2 = \sup_t |\Lambda b_1 \zeta^{n+1}(t)|^2.$$

Подставив полученные оценки в выражение (П.7), получим

$$\dot{V} \leq -(\rho_1 - \mu_0) |\varepsilon(t)|^2 - \left(\frac{\rho_2 - 1 - k_1}{\mu_0} \right) |\eta(t)|^2 + \mu_0 k_2. \quad \text{П.8}$$

Если выбрать числа ρ_1, ρ_2 и ρ_3 из условий $\rho_1 - \mu_0 = \rho_0/\mu_0, \rho_2 - 1 - k_1 = \rho_0, \rho_0 > 0, \rho_3 = \min \left\{ \frac{\rho_0}{\lambda_{\max}(H)}, \frac{\rho_0}{\lambda_{\max}(\Lambda)} \right\}$, где $\lambda_{\max}(\cdot)$ — максимальное

собственное число соответствующей матрицы, то из неравенства (П.8) получим $\dot{V} \leq -\frac{\rho_3}{\mu_0} V + \mu_0 k_2$. Решим полученное неравенство

$$V(t) \leq V(0) \exp\left(-\frac{\rho_3}{\mu_0} t\right) + \frac{\mu_0 k_2}{\rho_3} \left(1 - \exp\left(-\frac{\rho_3}{\mu_0} t\right)\right),$$

откуда следует

$$\begin{aligned} \delta^2 \leq & \frac{1}{\lambda_{\min}(H)} V(t) \leq \frac{1}{\lambda_{\min}(H)} \times \\ & \times \left(V(0) \exp\left(-\frac{\rho_3}{\mu_0} t\right) + \frac{\mu_0 k_2}{\rho_3} \left(1 - \exp\left(-\frac{\rho_3}{\mu_0} t\right)\right) \right). \end{aligned}$$

Из этой формулы можно сделать вывод, что, подставив в правую часть значение T_0 из условия (2), можно выбрать величину μ_0 таким образом, что величина δ будет иметь требуемое значение. ♦

ЛИТЕРАТУРА

1. Khalil H.J. Nonlinear systems. — N.-J.: Prentice Hall, 1996.
2. Isidori A. Nonlinear control systems. — N.-Y.: Springer, 1995.
3. Аграчев А.А., Сачков Ю.Л. Геометрическая теория управления. — М.: Физматлит, 2005.
4. Елкин В. И. О редукции нелинейных управляемых систем к линейным // Автоматика и телемеханика. — 2000. — № 2. — С. 45–55.
5. Sussmann H. J. A general theorem on local controllability // SIAM J. Control optim. — 1987. — Vol. 25. — P. 138–194.
6. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. — СПб.: Наука, 2000.
7. Полушин И.Г., Фрадков А.Л. Пассивность и пассивфикация нелинейных систем // Автоматика и телемеханика. — 2000. — № 3. — С. 3–37.
8. Byrnes C.I., Isidori A. New results and examples in nonlinear feedback stabilization // Systems and control letters. — 1989. — Vol. 12. — P. 437–442.
9. Никифоров В.О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. — СПб.: Наука, 2003.
10. Atassi A.N., Khalil H.K. Separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems // IEEE Trans. on Automat. Control. — 1999. — Vol. 44, N 9. — P. 1672–1687.
11. Брусин В.А. Об одном классе сингулярно-возмущенных адаптивных систем // Автоматика и телемеханика. — 1995. — № 4. — С. 119–127.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Ю. Рутковским.

Цыкунов Александр Михайлович — д-р техн. наук, зав. кафедрой, Астраханский государственный технический университет, ☎(8512) 61-42-48, ✉tsykunov_al@mail.ru.

БИЛИНЕЙНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ: ИССЛЕДОВАНИЕ ИТЕРАТИВНЫХ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ

О.В. Батурина

Рассмотрена задача оптимального управления динамическими системами, описываемыми билинейными дифференциальными уравнениями и квадратичным критерием оптимальности. Для такой задачи приведено сравнение эффективности метода Кротова и градиентного метода последовательного улучшения управления на основе их численной реализации.

Ключевые слова: оптимальное управление, итеративные методы, процедура улучшения, метод Кротова, градиентный метод.

ВВЕДЕНИЕ

Основополагающий результат теории оптимального управления — принцип максимума Л.С. Понтрягина [1], который сводит решение задачи оптимального управления к решению краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Алгоритмические трудности на этом пути возрастают экспоненциально с увеличением размерности задачи. Поэтому наряду с уравнениями принципа максимума широкое применение нашли методы непосредственной оптимизации управления, в частности методы его последовательного улучшения [2–6].

Данная статья посвящена экспериментальному исследованию и сравнительному анализу итерационных методов решения задачи оптимального управления динамическими системами, которые описываются билинейными уравнениями. Этот класс задач играет существенную роль в теории оптимального управления. Так, к нему относится класс актуальных задач управления квантовыми системами [7]. Теоретическое исследование свойств рассматриваемой в статье задачи и методов ее решения выполнено в работе [8].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается задача оптимального управления:

$$I(v) = \int_0^T f_0[t, x(t), u(t)] dt + F(x(T)) \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$\dot{x} = f[t, x(t), u(t)], \quad x(0) = x^0, \quad x \in E^n, \\ u \in U \subset R, \quad (2)$$

где E^n — евклидово пространство размерности n с произведением $xy = \sum_{i=1}^n x^i y^i$, число $T > 0$, вектор x^0 ,

вектор-функция $f(t, x, u)$, функции $F(x)$, $f_0(t, x, u)$ и компактное множество U заданы. Множество пар вектор-функций $v = (x(\cdot), u(\cdot))$, определенных на отрезке $[0, T]$ и удовлетворяющих условиям (2), будем называть множеством допустимых процессов и обозначать через D . При этом функция $u(t)$ — кусочно-непрерывна, $x(t)$ — непрерывна и кусочно-дифференцируема. Предполагается, что множество D непустое. Выделим из данной задачи подзадачу улучшения.

Пусть имеется допустимый неоптимальный процесс $v_0 = (x_0(t), u_0(t)) \in D$. Требуется найти процесс $v = (x(t), u(t)) \in D$, такой что $I(v) < I(v_0)$. Повторяя операцию улучшения, построим улучшающую последовательность допустимых процессов $\{v_s\} \subset D$, для которой $I(v_{s+1}) < I(v_s)$.

Рассмотрим частный случай задачи (1), (2):

$$I(v) = \int_0^T \beta u^2(t) dt + (x(T), Lx(T)) \rightarrow \min, \quad (3)$$

$$\dot{x} = (A + uB)x, \quad x(0) = x^0, \quad u \in [-a, a], \quad (4)$$

где L , A и B — матрицы размерности $n \times n$, $\beta \geq 0$.

Слагаемое $\int_0^T \beta u^2(t) dt$ в данной задаче имеет регуляризирующий смысл. Главная цель — минимизация функции $F(x(T)) = (x(T), Lx(T))$, при этом часть ресурса управления расходуется на минимизацию



регуляризующего слагаемого. Его использование упрощает уравнения операции улучшения, но ухудшает скорость сходимости последовательности улучшений.

2. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ УЛУЧШЕНИЯ

В данной статье рассматриваются градиентный метод [5, 6] и метод Кротова (глобальный метод по терминологии работы [4]) решения поставленной задачи.

Введем в рассмотрение конструкции из работы [4]:

$$H(t, \psi, x, u) = \psi(A + Bu)x - \beta u^2,$$

$$R(t, x, u) = H(t, \psi(t), x, u) + \frac{d\psi}{dt}x,$$

$$G(x) = (x, Lx) + \psi(T)x - \psi(0)x_0,$$

$$\tilde{u}(t, x) = \arg \max R(t, x, u), \quad u \in [-a, a],$$

где ψ — вектор пространства E^n , функция $\psi(t)$ — решение сопряженной системы

$$R_x(t, x_0(t), u_0(t)) = d\psi/dt + (A^T + B^T u_0)\psi(t) = 0, \quad (5)$$

$$G_x(x_0(T)) = \psi(T) + F_x(x_0(T)) = \psi(T) + 2Lx_0(T) = 0. \quad (6)$$

Здесь и далее R_x , G_x , F_x и R_u — частные производные по соответствующим переменным.

2.1. Градиентный метод

Для унификации записи опишем градиентный метод в терминах метода Кротова.

Известны управление $u_0(t)$ и, в силу уравнений процесса и начальных условий (4), траектория $x_0(t)$. Пусть частная производная $R_u(t, x_0(t), u_0(t))$ не равна нулю тождественно на отрезке $[0, T]$. Новое управление $u(t)$ будем искать достаточно близким к управлению $u_0(t)$ так, чтобы знак разности $\Delta I = I(v) - I(v_0)$ совпадал со знаком ее главной линейной части

$$\delta I = G_x(x_0(T))\delta x(T) - \int_0^T (R_x(t, x_0(t), u_0(t))\delta x(t) + R_u(t, x_0(t), u_0(t))\delta u(t))dt,$$

где $\delta x = x(t) - x_0(t)$, $\delta u = u(t) - u_0(t)$.

Определим семейство управлений $u(t, \varepsilon) = u_0 + \varepsilon \gamma(t)$, т. е. $\delta u = \varepsilon \gamma(t)$, с параметром $\varepsilon > 0$, соответствующее ему семейство траекторий $x(t, \varepsilon)$ и

семейство процессов $v(\varepsilon) = (x(t, \varepsilon), u(t, \varepsilon))$. Существует $\varepsilon > 0$ такое, что $I(v) < I(v_0)$.

Алгоритм улучшения.

Шаг 1. Решая задачу Коши (5), (6), находим сопряженную функцию $\psi(t)$ и соответственно имеем

$$\delta I = -\varepsilon \int_0^T R_u(t, x_0(t), u_0(t))\gamma(t)dt. \quad (7)$$

Шаг 2. Функцию $\gamma(t)$ выбираем так, чтобы правая часть выражения (7) была положительной.

Шаг 3. Выбираем произвольное $\varepsilon > 0$ и новое управление $u(t, \varepsilon)$, из системы (4) определяем траекторию $x(t, \varepsilon)$.

Шаг 4. Вычисляем новое значение функционала $I(v(\varepsilon))$, соответствующее найденным управлению и траектории. Если улучшения не произошло, то уменьшаем ε и повторяем шаг 3.

Основные недостатки градиентного метода:

— необходимость подбирать настроечный параметр ε на каждой итерации, если выбрать ε постоянным и достаточно малым для получения улучшения на каждой итерации, то скорость сходимости существенно снижается.

— приращения управления малы по определению, поэтому малы и приращения функционала на каждой итерации, таким образом, скорость улучшения критерия оптимальности (3) при последовательном итерировании получается низкой.

2.2. Метод Кротова

Известны начальное управление $u_0(t)$ и начальная траектория $x_0(t)$, полученная из системы (4).

Алгоритм улучшения, основанный на достаточных условиях оптимальности, выглядит следующим образом [4].

Шаг 1. Решая задачу Коши (5), (6) с известными управлением u_0 и траекторией x_0 , строим сопряженную функцию $\psi(t)$.

Шаг 2. Замыкая систему (4) управлением $\tilde{u}(t, x)$, находим траекторию $x(t)$ и соответствующее управление $u(t) = \tilde{u}(t, x(t))$.

Улучшение функционала гарантировано в том случае, если функция $F(x)$ вогнутая. В этом случае функция $R(t, x, u)$ выпуклая по x , а функция $G(x)$ — вогнутая, т. е. выполнение соотношений

$$R_x(t, x_0(t), u_0(t)) = 0, \quad G_x(x_0(T)) = 0$$

обеспечивает выполнение условий теоремы Кротова

$$R(t, x_0(t), u_0(t)) = \min_x R(t, x(t), u_0(t)),$$

$$G(x_0(T)) = \max_x G(x(T)).$$

Кроме того, существует актуальный класс задач [7], в котором невогнутая функция $F(x) = (x, Lx)$ может быть модифицирована таким образом, что глобальный алгоритм улучшения становится применимым.

Рассмотрим частный случай системы (4), когда матрицы A и B имеют следующую блочную структуру:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & P_A \\ -P_A & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & P_B \\ -P_B & 0 \end{pmatrix},$$

где P_A и P_B — симметричные матрицы размерности $n/2 \times n/2$.

В этом случае, независимо от выбора управления, значение произведения (x, x) остается постоянным, поэтому если функция $F(x)$ не является вогнутой, то ее следует преобразовать путем прибавления к матрице L слагаемого $(-\alpha E)$ с достаточно большим значением $\alpha > 0$, где E — единичная матрица. В работе [8] показана возможность такого преобразования. Будем считать, что матрица L в данном случае такова, что $F(x)$ — вогнутая функция.

Алгоритмы решения задачи улучшения методом Кротова при $\beta = 0$ и $\beta > 0$ существенно различаются. Использование регуляризующего слагаемого $\beta \int_0^T u^2(t) dt$ при $\beta > 0$ упрощает итерационные алгоритмы улучшения, но при этом ухудшается сходимость их последовательности.

Рассмотрим эти два варианта задания целевого функционала.

Пусть $\beta > 0$. Функция H является квадратичной функцией по u с отрицательным коэффициентом при u^2 . Обозначим $K(t, x) = \psi(t) Bx(t)$. Новое управление, построенное на втором шаге алгоритма, будет иметь вид:

$$\tilde{u}(t, x) = \begin{cases} -a, & \text{если } \frac{K}{2\beta} < -a, \\ \frac{K}{2\beta}, & \text{если } -a \leq \frac{K}{2\beta} \leq a, \\ a, & \text{если } \frac{K}{2\beta} > a. \end{cases}$$

В этом случае правая часть системы (4) при $u(t) = \tilde{u}(t, x)$ является непрерывной и решение задачи Коши не вызывает сложностей.

Пусть $\beta = 0$. Функция H линейна по u , коэффициент при u равен K .

Исходя из этого, управление, отвечающее шагу 2 описанного алгоритма, будет иметь вид:

$$\tilde{u}(t, x) = \begin{cases} -a, & \text{если } K < 0, \\ \text{любое из } [-a, a], & \text{если } K = 0, \\ a, & \text{если } K > 0. \end{cases}$$

Основная сложность здесь состоит в том, что правая часть системы может иметь поверхности разрыва в фазовом пространстве. В этом случае задача (4), где в качестве управления берется управление $\tilde{u}(t, x)$, решается поэтапно, каждый этап состоит в решении отдельной задачи Коши на участке непрерывности правой части системы. В качестве начальных условий на каждом этапе берется конечная точка полученной траектории предыдущего этапа.

В этом случае найденное управление будет состоять из нескольких участков, на каждом из которых оно будет принимать либо одно из своих граничных значений, либо такие значения, чтобы обеспечить продолжение движения вдоль поверхности $K(t, x) = 0$. Введем понятие особого режима. Управление называется особым на отрезке $[0, T]$, если на этом отрезке $K(t, x(t)) = 0$ для всех t . Решая уравнение $dK/dt = 0$, получаем

$$u(t) = u_0(t) + \frac{((AB - BA)x(t), \psi(t))}{(B^2 x(t), \psi(t))}.$$

Таким образом, на участках особого режима следует решать систему

$$\dot{x} = \left(A + \left(u_0(t) + \frac{((AB - BA)x, \psi(t))}{(B^2 x, \psi(t))} \right) B \right) x$$

с начальными условиями, полученными в конечной точке предыдущего этапа.

Возможно другое решение задачи улучшения при $\beta = 0$, когда решение не включает в себя особое управление. В этом случае

$$\tilde{u}(t, x) = \begin{cases} -a, & \text{если } K < 0, \\ a, & \text{если } K \geq 0. \end{cases}$$

При решении задачи данным методом найденное управление принимает только граничные значения. Участки особого режима аппроксимируются частыми переключениями управления с $-a$ на a и обратно (так называемый скользящий режим). При этом значение $K(t, x)$ будет близко к нулю. При уменьшении шага интегрирования число этих переключений возрастает. Полученное таким образом управление достаточно сложно использовать на практике, поэтому на таких отрезках более целесообразно особое управление, полученное при помощи дифференцирования равенства $K(t, x) = 0$.



Таблица 3

3. ПРИМЕРЫ

Далее рассматривается конкретная задача оптимального управления, для которой реализуются описанные итеративные методы решения. Исследовано изменение скорости сходимости методов при варьировании исходных данных задачи: отрезка времени T , числа a , задающего границы управления, параметра регуляризации β .

Рассмотрим задачу (3), (4) со следующими исходными данными:

$$L = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad x_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

В данной задаче матрица L отрицательно определенная, поэтому функция $F(x(T))$ — вогнутая, и к задаче может быть применен глобальный метод улучшения. Кроме того, матрицы A и B имеют блочную структуру и выражение (x, x) остается постоянным для различных способов задания управления. Поэтому метод Кротова применим при решении задачи минимизации функционала $I(v) - \alpha(x, Ex)$, $\alpha > 0$.

Варьирование допустимых границ управления

Номер итерации	$a = 2$	$a = 3$	$a = 6$	$a = 10$
0	-6,5645	-6,5645	-6,5645	-6,5645
1	-7,2103	-7,2889	-7,3406	-8,2363
2	-7,5404	-7,7260	-7,8619	-8,9838
3	-7,7803	-8,0689	-8,3341	-9,2730
4	-7,9787	-8,3702	-8,7236	-9,5488
5	-8,1422	-8,6404	-9,0462	-9,6718
6	-8,2789	-8,8816	-9,2672	-9,8144
7	-8,3916	-9,0869	-9,4532	-9,9429
8	-8,4823	-9,2653	-9,6175	-10,0456
9	-8,5551	-9,4140	-9,9166	-10,1637
—	-8,8241	-10,1606	-11,7656	-11,9317

В ходе расчетов интервал времени $[0, T]$ аппроксимировался равномерной сеткой с шагом 0,0005, при этом значения управления, траектории и сопряженной траектории в узлах хранились в массивах. Их значения в промежуточных точках аппроксимировались линейными сплайнами. Начальное управление было задано постоянным $u_0 = 1$ на всем отрезке $[0, T]$. При решении задачи Коши применялся метод Рунге — Кутты четвертого порядка. Задача решалась методом Кротова. Варьировалась правая граница промежутка времени T (табл. 1), при этом $U = [-3, 3]$, $\beta = 0$. Здесь и далее в клетках таблиц указаны значения функционала I .

Можно видеть, что при увеличении отрезка времени значение целевого функционала, которого удастся достичь, становится меньше. При этом с увеличением T оптимального значения можно достичь на более ранних итерациях. При больших значениях T достигается абсолютный минимум квадратичной формы (x, Lx) на сфере $(x, x) = (x_0, x_0)$. В данной задаче эта величина принимает значение -12 .

Рассмотрим изменение процедуры улучшения функционала при варьировании параметра регуляризации β (табл. 2). Конечный момент времени $T = 0,5$, границы управления задаются числом $a = 3$. При уменьшении β процесс улучшения становится более эффективным и позволяет точнее приблизиться к оптимальному значению функционала для данной задачи. Этот способ позволяет снизить трудоемкость вычислений, но ухудшает эффективность метода.

Рассмотрим как изменяется итерационный процесс при варьировании допустимых границ управления, при этом $T = 0,5$, $\beta = 0$. В последней строке табл. 3 приведено наименьшее значение функционала, которого удастся достичь. Отметим, что при увеличении границ управления оптимальное значение целевого функционала уменьшается.

В табл. 4 проведено сравнение решений задачи методом Кротова и градиентным методом. Конечный момент времени $T = 0,5$, границы управления задаются числом $a = 3$, параметр регуляризации $\beta = 0$. Можно

Таблица 1

Варьирование времени T

Номер итерации	$T = 0,5$	$T = 3$	$T = 6$
0	-6,5945	-6,6382	-7,4850
1	-7,2889	-8,8029	-8,5175
2	-7,7260	-10,8684	-8,9996
3	-8,0689	-11,0557	-9,7743
4	-8,3702	-11,1628	-10,6686
5	-8,6404	-11,5634	-11,2690
6	-8,8816	-11,6864	-11,3286
7	-9,0869	-11,7846	-11,9899
8	-9,2653	-11,826	-11,9928
9	-9,4140	-11,8179	-11,9945

Таблица 2

Варьирование параметра β

Номер итерации	$\beta = 0$	$\beta = 0,1$	$\beta = 0,5$	$\beta = 1$
0	-6,5945	-6,5945	-6,5945	-6,5945
1	-7,2889	-7,2578	-7,1564	-6,9970
2	-7,7260	-7,7260	-7,5375	-7,2881
3	-8,0689	-8,0535	-7,8494	-7,5315
4	-8,3702	-8,3592	-8,1508	-7,7623
5	-8,6404	-8,6208	-8,4272	-7,9935
6	-8,8816	-8,8097	-8,6833	-8,2229
7	-9,0869	-9,0710	-8,9322	-8,4407
8	-9,2653	-9,2533	-9,1448	-8,6361
9	-9,4140	-9,4152	-9,3589	-8,8017

заметить, что значения функционала $I = -8,8$ методом Кротова удается достичь на шестой итерации, а градиентный метод приводит к нему только на одиннадцатой.

Увеличим допустимые границы управления, пусть $a = 10$, при этом $T = 0,5$, $\beta = 0$ (табл. 5). При расширении отрезка допустимых значений управления до $[-10, 10]$ метод Кротова остается также более эффективным, значение функционала $-9,6$ при его примене-

Таблица 4

Сравнение метода Кротова и градиентного метода

Номер итерации	Метод Кротова	Градиентный метод
0	-6,5645	-6,5645
1	-7,2889	-6,8024
2	-7,7260	-7,0236
3	-8,0689	-7,2537
4	-8,3702	-7,4873
5	-8,6404	-7,7188
6	-8,8816	-7,9433
7	-9,0869	-8,1569
8	-9,2653	-8,3568
9	-9,4140	-8,5416

Таблица 5

Сравнение метода Кротова и градиентного метода при увеличении допустимых границ управления

Номер итерации	Метод Кротова	Градиентный метод
0	-6,5645	-6,5645
1	-8,2363	-7,0158
2	-8,9838	-7,4758
3	-9,2730	-7,9341
4	-9,5488	-8,3537
5	-9,6718	-8,7139
6	-9,8144	-9,0116
7	-9,9429	-9,2534
8	-10,0456	-9,4486
9	-10,1637	-9,6063

Таблица 6

Модификация функции $F(x)$

Номер итерации	$I = (x, Lx)$	$I = (x, (L - 2E)x)$
0	-7,7601	-7,7601
1	-8,4033	-8,1487
2	-9,9071	-9,7277
3	-10,8199	-10,8279
4	-11,2210	-11,4753
5	-11,4234	-11,5165
6	-11,5449	-11,7276
7	-11,7511	-11,8034
8	-11,8267	-11,8498
9	-11,8677	-11,8422
10	-11,9100	-11,9421

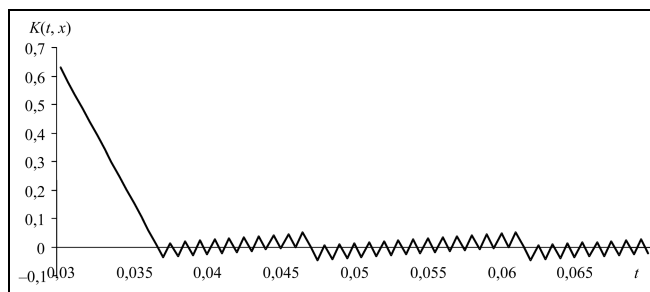
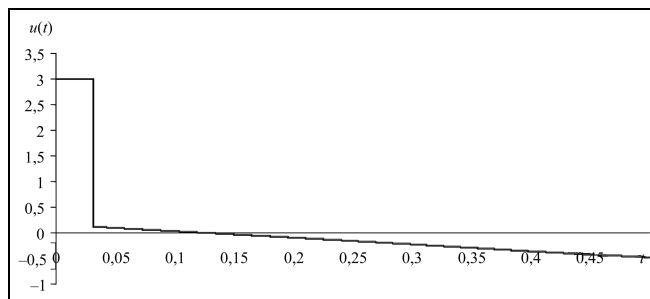

Рис. 1. График $K(t, x)$ при переходе на особый режим


Рис. 2. График управления

нии достигается на пятой итерации, градиентный метод позволяет получить такое же значение на девятой.

Отметим, что при решении задачи градиентным методом некоторые итерации требуют нескольких прогонок, так как параметр ε выбирается интуитивно, и время получение решения, близкого к оптимальному, увеличивается. Метод Кротова не требует подбирать настроечный параметр, и каждая итерация выполняется за одну прогонку.

Рассмотрим применение метода Кротова к задаче с измененным функционалом, полученным с помощью прибавления к матрице L матрицы $(-\alpha E)$. В рассматриваемой задаче матрица L отрицательно определенная, поэтому при изменении критерия оптимальности вогнутость функции $F(x)$ сохраняется. Новое управление, полученное в результате улучшения, на каждом шаге не единственно, но при этом оптимальное значение функционала не должно измениться.

Пусть $T = 4$, $a = 3$, $\beta = 0$. В качестве начального управления было выбрано постоянное управление $u_0 = 0,3$ на всем отрезке $[0, T]$ (табл. 6). Видно, что при изменении функционала путем прибавления к матрице L матрицы $(-\alpha E)$ процедура улучшения остается эффективной, но при различных α может изменяться скорость улучшения функционала.

Опишем более подробно одну итерацию метода Кротова при наличии особого режима. Начальное управление выберем постоянным $u_0 = 0,3$ на всем отрезке $[0, T]$, $\beta = 0$, $a = 3$, $T = 0,5$.

Начиная с $t = 0,035$, реализуется особый режим, где $K(t, x)$ принимает значения, близкие к нулю, но с разными знаками. На рис. 1 более подробно выделен отрезок участка особого режима. При уменьшении шага



Таблица 7

Модификация матрицы L для невогнутой функции $F(x)$

Номер итерации	Градиентный метод с матрицей L	Метод Кротова с матрицей L	Метод Кротова с матрицей L_1
0	6,5945	6,5945	6,5945
1	5,7352	8,5095	5,5292
2	5,3442	9,3013	4,8725
3	5,0876	7,7084	4,4702
4	4,8675	9,1927	4,2824
5	4,6843	8,0539	4,1819
6	4,5385	9,1579	4,1319
7	4,4255	8,0816	4,1003
8	4,3392	9,1503	4,0807
9	4,2735	8,1003	4,0686

интегрирования точность метода повышается, и границы диапазона, в котором изменяется $K(t, x)$ на участках особого режима, становятся ближе к нулю.

График управления, полученный с помощью глобального метода улучшения, представлен на рис. 2.

При $t < 0,035$ значение $K(t, x) > 0$, $u^* = \operatorname{argmax} H(t, x) = 3$, $u \in [-3, 3]$. При $t > 0,035$ реализуется особый режим.

Рассмотрим задачу, в которой функция $F(x)$ невогнутая. Положим

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$T = 0,5$, $a = 3$, $\beta = 0$, начальное управление $u_0 = 1$ на всем отрезке времени $[0, 0,5]$. Решая задачу с модифицированной матрицей

$$L_1 = L - 3E = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix},$$

получим улучшение исходного функционала с матрицей L (табл. 7).

В исходной задаче с невогнутой функцией $F(x)$ глобальный метод не дает улучшения, но в модифицированной задаче он показывает лучший результат, чем градиентный метод. Оптимальное значение для данной задачи $I = 4,03$. Градиентным методом оно достигается на 43-й итерации, а глобальный метод с модифицированной матрицей L_1 позволяет получить его на 15-й.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экспериментально исследована задача оптимального управления динамическими системами, которые описываются билинейными дифференциальными уравнениями и квадратичным критерием оптимальности. Рассмотрен пример, когда

задача решалась тремя итеративными методами — градиентным, методом Кротова и методом Кротова с регуляризацией при варьировании исходных данных задачи: конечного момента времени, границ управления и параметра регуляризации. При увеличении конечного момента времени T значение целевого функционала, которого удается достичь, становится меньше. При расширении отрезка допустимых значений управления оптимальное значение целевого функционала уменьшается. Вывод исследования: метод Кротова оказывается более эффективным для решения задач такого класса. Использование регуляризующего слагаемого облегчает алгоритм улучшения, но ухудшает скорость сходимости метода. Исследован способ описания особых режимов, возникающих при решении задачи методом Кротова, который позволяет исключить участки скользящего режима, что существенно облегчает использование полученного управления в практических целях.

Кроме того, описана задача управления системой, записанной в особом блочном виде, с невогнутым критерием оптимальности. Рассмотрено преобразование критерия качества, которое позволяет применять метод улучшения Кротова для таких систем в силу наличия для них динамического инварианта. Системы такого вида возникают в прикладных задачах физики, в частности, в задачах управления квантовыми системами с помощью лазерного излучения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. — М.: Наука, 1976. — 384 с.
2. Черноусько Ф.Л., Колмановский В.Б. Вычислительные и приближенные методы оптимального управления // Итоги науки и техники / Сер. Мат. анализ, 14, ВИНТИ, М., 1977. — С. 101–166.
3. Федоренко Р.П. Приближенное решение задач оптимального управления. — М.: Наука, 1978. — 488 с.
4. Krotov V.F. Global Methods in Optimal Control Theory. — N.-Y.: Marcel Decker Inc., 1996. — 382 p.
5. Kelley H. J. Gradient theory of optimal flight paths // ARS Journal. — 1960. — N 30. — P. 947–954.
6. Энеев Т.М. О применении градиентного метода в задачах теории оптимального управления // Космические исследования. — 1966. — Т. 4, № 5. — С. 651–669.
7. Кротов В.Ф. Управление квантовыми системами и некоторые идеи оптимального управления // Автоматика и телемеханика. — 2009. — № 3. — С. 15–23.
8. Батурина О.В., Булатов А.В., Кротов В.Ф. К оптимизации линейных систем с управляемыми коэффициентами // ArXiv 1004.3237v1 [math.OC] 19 Apr 2010. — 18 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Ю. Рутковским.

Батурина Ольга Владимировна — вед. инженер, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎(495) 334-91-59, ✉ol.baturina@mail.ru.

МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ НЕИЕРАРХИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ КОРПОРАЦИЙ ПРИ МЕЖКОРПОРАТИВНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ

М.И. Гераськин

Дан анализ современного состояния теории управления корпорациями при межкорпоративных взаимодействиях. Показаны недостаточные возможности существующих экономико-математических моделей управления корпорациями, как иерархическими системами, для формирования управления интегрированными (неиерархическими) системами корпораций. Разработаны модели и механизмы управления неиерархическими системами взаимодействующих корпораций, основанные на перераспределении экономического эффекта взаимодействий.

Ключевые слова: корпорация, иерархическая система, вертикальное и горизонтальное согласование интересов, поликорпоративная система.

ВВЕДЕНИЕ

В современной российской экономике развитие межкорпоративных взаимодействий приводит к образованию интегрированных корпоративных структур и формированию многоуровневой системы интеграции экономики. Современный уровень развития корпоративных отношений характеризуется широкой разветвленностью корпоративных структур, взаимосвязанностью и пересечением хозяйственных процессов в различных корпорациях. В связи с этим стали актуальными проблемы комплексного управления взаимодействиями корпораций и входящих в них организаций с учетом всех практически реализуемых товарных и финансовых связей и критериев эффективности, организации систем стимулирования субъектов взаимодействий в рамках процессов перераспределения эффекта.

1. ПРИНЦИПЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ МЕЖКОРПОРАТИВНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Методологическая основа теорий формирования систем корпораций в современной экономической науке образована фундаментальными исследованиями зарубежных ученых-институционалистов, таких, как Рональд Коуз и Оливер Уиль-

ямсон. Основополагающий принцип вертикальной и горизонтальной интеграции Р. Коуза [1], заключающийся в интернализации транзакций при создании фирмы вместо механизма рыночного обмена, получает при межкорпоративных взаимодействиях, когда агентами рыночного обмена выступают корпорации, новую трактовку: интернализация межкорпоративных транзакций в виде взаимодействий организаций, относящихся к различным корпорациям, становится фактором образования поликорпоративной системы. Особое значение в процессах вертикальной интеграции корпораций, по мнению О. Уильямсона [2], приобретает появление налоговых эффектов также за счет интернализации межкорпоративных транзакций.

При моделировании взаимодействий корпораций в России необходимо учитывать такие формы интеграции предприятий [3, 4], как:

— имущественная (жесткая) интеграция, основанная на участии в капитале, приводящая к созданию таких форм, как холдинги с дочерними и зависимыми обществами, распределенные холдинги, имеющие в виде центра корпорацию, и структуры взаимного участия в капитале;

— неимущественная (мягкая) интеграция в виде контроля над ресурсами или продуктами либо в виде добровольной централизации участниками



некоторых функций управления через некоторый метациентр.

Поликорпоративная система рассматривается как результат неимущественной интеграции и представляет собой организационно-экономическую систему, реализующую основные механизмы взаимодействия входящих в нее корпораций, не обязательно юридически оформленную, функционирующую в целях организации процесса управления взаимодействиями корпораций, исходя из условия максимизации организационно-экономического эффекта взаимодействий.

Структурно поликорпоративные системы близки к такому исторически ранее изучавшемуся макрообъекту, как многосекторные модели экономики. Аналогичные проблемы рассматривались в моделях «затраты — выпуск» [5], исследованных российскими экономистами применительно к агрегированию межотраслевых балансов [6, 7], в результате чего проявилась взаимозависимость эффектов отдельных отраслей. Также рассматривалась трехсекторная модель экономики [8], состоящая из таких подсистем, как материальный сектор, фондосоздающий сектор и потребительский сектор; в случае замкнутости экономики [9] управление такой полисекторной системой может быть получено на основе балансов доходов и расходов секторов (подсистем).

На микроуровне моделирование внутрикорпоративных и отчасти межкорпоративных взаимодействий осуществлялось в форме анализа процессов обмена фирм (агентов). Графоаналитические обменные модели [10] позволили сформулировать задачу оптимизации обмена ресурсами в вертикально-интегрированной системе агентов (включая фирму-оператора, т. е. центр) из условий [11] максимизации прироста суммарного дохода агентов, или из условия [12] максимизации суммарного гарантированного относительного дохода (относительно максимума дохода каждого агента), или из условия [13] минимума суммарных издержек центра на выполнение некоторого контракта, для осуществления которого агентам предоставляются ресурсы (заказы); во всех случаях учитывалось условие безубыточности каждого агента. Аналогичные модели обмена с использованием более общего критерия эффективности — совокупной полезности центра (по существу, выражающей прибыль) стали основой для исследования механизмов обмена с позиций манипулирования информацией [14]. Рассматривались динамические графовые модели, в которых оптимизировались [15] моменты начала обмена ресурсов между фирмами, исходя из условия максимума объемов переданных ресурсов за некоторый период времени.

Во всех случаях при моделировании предполагалось иерархическое строение интегрированных комплексов [16] (холдингов, финансово-промышленных групп), что становилось предпосылкой выбора агрегированных критериев их эффективности, например, линейно-однородных степенных функций [17].

Результатами моделирования стали механизмы согласования действий агентов в иерархических системах, разработанные на основе:

- принципа декомпозиции [18, 19] моделей их взаимодействий с выделением режима сотрудничества и режима конкуренции для разрешения противоречий интересов центра и агента;

- принципа компенсации затрат [20] агента центром (минимальная система стимулирования), обеспечивающего единственность Парето-оптимального действия агента в рамках режима сотрудничества (гипотезы благожелательности);

- обоснования адекватности и, при необходимости, корректировки разработанного механизма в режиме конкуренции.

Однако существующие многосекторные и обменные модели управления недостаточно совершенны в силу следующих особенностей прикладного использования:

- не учитывается элементная структура расходов организаций, в частности не предусмотрено выделение таких экономических элементов, как материальные расходы, оплата труда, амортизация основных фондов, которые приняты на практике и имеют принципиально различные системы планирования;

- не учитывается система налогообложения коммерческой деятельности в России, в частности, необходимость уплаты таких основных налогов, как налог на прибыль, налог на добавленную стоимость (НДС), единый социальный налог (ЕСН), налог на имущество.

В связи с этим затруднена возможность прикладного использования существующих моделей для решения реальных задач корпоративного управления.

Кроме того, существующим моделям корпоративного управления на основе механизмов обмена присущи следующие теоретические несовершенства:

- критерием эффективности обмена выступает либо непосредственный результат обменных операций, либо совокупный результат всей деятельности корпорации; однако целенаправленные взаимодействия (в отличие от обмена) возможны только на основе сравнительного анализа совокупного результата (прибыли) корпорации, результата взаимодействий и возможного резуль-

тата при элиминировании взаимодействий; при такой формулировке проблемы выявляется относительный эффект взаимодействий и определяются приоритеты развития взаимодействий в определенных направлениях (например, предпочтительность обмена теми или иными экономическими элементами расходов корпорации);

— управление формируется на основе оптимизации единственного, как правило, агрегированного критерия эффективности, т. е. корпоративная система рассматривается как иерархическая; тем самым из рассмотрения исключается целый класс неиерархических систем, к которым относятся системы неимущественного (мягкого) типа интеграции.

В связи с этим актуальна проблема совершенствования разработанных на современном этапе механизмов обмена в направлениях конкретизации моделей управления и детализации экономических эффектов обмена, решение которой позволит вырабатывать стратегии развития взаимодействий.

2. МОДЕЛЬ СОГЛАСОВАНИЯ ИНТЕРЕСОВ ПРИ МЕЖКОРПОРАТИВНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ

Рассмотрим обобщенную модель поликорпоративной системы (рис. 1), образующейся при межкорпоративных взаимодействиях, которая включает в себя взаимодействующие:

— корпорации (подсистемы), общее число которых K , а соответствующей корпорации присвоен индекс $k = 1, \dots, K$;

— организации-агенты (обозначены символом A на рис. 1), интегрированные в корпорации, число которых в k -й корпорации равно N_k , а соответствующей организации присвоен индекс $n = 1, 2, \dots, N_k$.

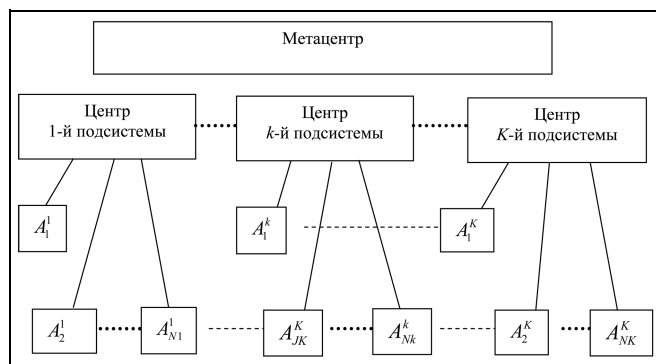


Рис. 1. Модель поликорпоративной системы:

— вертикальные (внутрикорпоративные) взаимодействия; ----- — горизонтальные (внутрикорпоративные и межкорпоративные) взаимодействия; — не показанные на рисунке элементы системы с соответствующими индексами

В дальнейшем используются множества индексов $K = \{k = 1, 2, \dots, K\}$, $N_k = \{n = 1, 2, \dots, N_k\}$, индекс $k = 0$ соответствует метacentру, $n = 0$ — корпоративному центру.

Цель функционирования системы — максимизация векторного критерия

$$R = \{R_n^k, k \in K, n \in N_k\},$$

компонентами которого служат частные критерии эффективности.

Проведем декомпозицию общей модели путем выделения специфических типов взаимодействий, эффективность которых характеризуется особыми векторами критериев.

Модель горизонтального внутрикорпоративного согласования интересов (обозначим как α -модель) отражает взаимодействие организаций, интегрированных в корпорацию. Управляемыми параметрами состояния в этом случае являются объемы передаваемых между секторами корпораций привлеченных и размещаемых финансовых ресурсов и внутрикорпоративные цены (ставки) ресурсов (работ, услуг, контрактов). Обозначим α_n^k — чистый денежный поток, направленный от n -й организации, входящей в k -ю корпорацию, другим организациям (окружению) той же корпорации. Вектор управления имеет вид:

$$u_\alpha = \{u_{\alpha n}^k = \alpha_n^k, k \in K, n \in N_k\}. \quad (1)$$

В качестве критериев эффективности согласования горизонтальных внутрикорпоративных взаимодействий выступают прибыли организаций $R_n^k, k \in K, n \in N_k$. Комплексный критерий эффективности горизонтальных внутрикорпоративных взаимодействий имеет вид вектора:

$$R_\alpha^k = \{R_1^k, R_2^k, \dots, R_{N_k}^k\}, \quad k \in K.$$

Ограничения на управляемые параметры определяются уровнями, максимизирующими $\bar{u}_{\alpha n}^k = \arg \max R_\alpha^{k(-n)}$ и минимизирующими $\bar{\bar{u}}_{\alpha n}^k = \arg \min R_\alpha^{k(-n)}$ вектор критериев эффективности всех прочих организаций (окружения), кроме n -й, входящих в корпорации:

$$\bar{u}_{\alpha n}^k \leq u_{\alpha n}^k \leq \bar{\bar{u}}_{\alpha n}^k, \quad k \in K, \quad n \in N_k,$$

предполагая, что функции $R_n^k(u), k \in K, n \in N_k$ являются неубывающими по управлению u .



Модель вертикального внутрикорпоративного согласования интересов (обозначим как β -модель) отражает взаимодействия корпоративного центра и организаций, интегрированных в корпорацию. Управление в этом случае осуществляется денежными потоками, направляемыми организациями в центр (суммы дивидендов); долю прибыли, оставшейся в распоряжении организаций, обозначим β_n^k :

$$u_{\beta} = \beta = \{u_{\beta n}^k = \beta_n^k, k \in K, n \in N_k\},$$

при ограничениях

$$0 \leq u_{\beta n}^k \leq 1, \quad k \in K, \quad n \in N_k.$$

Комплексный критерий эффективности вертикальных внутрикорпоративных взаимодействий имеет вид вектора:

$$R_{\beta}^k = \{R_0^k; (R_1^k, R_2^k, \dots, R_{N_k}^k)\}, \quad k \in K, \quad (2)$$

где $R_0^k = (1 - \beta^k) \sum_{n=1}^{N_k} R_{an}^k$, $k \in K$ — денежный поток, поступающий в центр.

Модель горизонтального межкорпоративного согласования интересов (обозначим как γ -модель) обобщает взаимодействия организаций, входящих в различные корпорации. Параметры управления, которые оптимизируются в этом случае, представляют собой объемы привлекаемых и передаваемых между корпорациями финансовых ресурсов и межкорпоративные цены (ставки) привлечения и размещения ресурсов. Обозначим γ_n^k — чистый денежный поток, направленный от n -й организации, входящей в k -ю корпорацию, организациям других корпораций (окружению):

$$u_{\gamma} = \{u_{\gamma n}^k = \gamma_n^k, k \in K, n \in N_k\}. \quad (3)$$

В целях снижения размерности решаемых задач компоненты векторов управления (1), (3) могут быть выражены в виде значений объемов внутрикорпоративного и межкорпоративного оборотов, дисконтированных по показателю β , характеризующему стоимость финансовых ресурсов (внутрикорпоративные цены) для данной корпорации:

$$u_{an}^k = \sum_{t=0}^T \frac{\alpha_n^k}{(1 + \beta_n^k)^t}, \quad u_{\gamma n}^k = \sum_{t=0}^T \frac{\gamma_n^k}{(1 + \beta_n^k)^t},$$

$$k \in K, \quad n \in N_k,$$

где T — период дисконтирования, t — текущий год периода дисконтирования. В результате внутри-

корпоративные цены не входят в оптимизируемые параметры управления.

В качестве критериев эффективности в γ -модели выступают прибыли взаимодействующих корпораций, равные совокупной прибыли организаций, входящих в соответствующую корпорацию. Комплексный критерий эффективности горизонтальных межкорпоративных взаимодействий организаций имеет вид вектора:

$$R_{\gamma} = \{R_{\gamma}^1, \dots, R_{\gamma}^K\} = \left\{ \sum_{n=1}^{N_1} R_n^1, \dots, \sum_{n=1}^{N_K} R_n^K \right\}.$$

Ограничения на управление определяются уравнениями, максимизирующими $\bar{u}_{\gamma}^k = \arg \max R_{\gamma}^{(-k)}$ и минимизирующими $\bar{\bar{u}}_{\gamma}^k = \arg \min R_{\gamma}^{(-k)} \sqrt{b^2 - 4ac}$ вектор критериев эффективности всех прочих корпораций (окружения), кроме k -й: $\bar{\bar{u}}_{\gamma}^k \leq u_{\gamma}^k \leq \bar{u}_{\gamma}^k$, $k \in K$, если функции $R_{\gamma}^k(u)$, $k \in K$, неубывающие по управлению u .

Таким образом, общая модель управления взаимодействиями в поликорпоративных организационно-экономических системах декомпозирована на три многокритериальных модели согласования интересов компонентов системы.

3. ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ КОРПОРАТИВНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Рассмотрим сформулированную проблему моделирования межкорпоративных и внутрикорпоративных взаимодействий на упрощенном примере корпорации, представляющей собой систему интегрированных организаций — филиалов; система является частным случаем поликорпоративной системы для $K = 1$, однако это не умаляет общности последующих выводов, поскольку роль центра в корпоративной системе инвариантна роли метacentра в поликорпоративной системе.

Рассмотрим корпоративную систему на примере ЗАО «Нефтепродукт-контроль» — представителя в России корпорации «Petroleum Control», проводящей работы по контролю качества и объема нефтепродуктов в процессе нефтедобычи и нефтетранспортировки. ЗАО «Нефтепродукт-контроль» имеет филиальную организационную структуру, в рамках которой рассмотрим Московский офис (центр) и филиалы Центрального региона — Пермский филиал с отделениями в Омске и Нижнем Новгороде, Башкирский филиал с отделением в Стерлитамаке, Самарский филиал с отделениями в Саратове, Нижнекамске и Астрахани.

Будем называть соответствующий филиал принципалом в том случае, если взаимодействие с другим филиалом приводит к оттоку денежных средств (отрицательному денежному потоку); второй филиал, для которого имеет место приток денежных средств (положительный денежный поток) выступает в роли акцептора.

Выделим следующие взаимодействия филиалов. Прежде всего, осуществляется передача исполнения заказов на экспертизу из одного филиала в другой в случае их редкой востребованности для отдельных регионов и необходимости использования дорогостоящего оборудования; в результате первый филиал (акцептор) получает дополнительный доход (оплату заказчика за услугу), который обозначим α_{ni2} — доход, полученный n -м филиалом (акцептором) в результате взаимодействия с i -м филиалом (принципалом). При этом филиал-акцептор не несет материальных расходов, которые осуществляет филиал-принципал; обозначим α_{ni1} — материальные расходы, возникающие у n -го филиала от взаимодействия с i -м филиалом.

Затем имеет место перемещение трудовых ресурсов в виде выполнения некоторых функций филиалов специалистами Московского офиса (координаторами, супервайзерами), причем Московский офис (принципал) несет расходы по содержанию персонала, который передается филиалу-акцептору, а филиал-акцептор использует ресурсы принципала; обозначим α_{ni3} — расходы i -го филиала-принципала на оплату трудовых ресурсов (заработная плата), привлеченных n -м филиалом-акцептором.

Далее происходит передача фондовых ресурсов (оборудования) из одного филиала в другой на безвозмездной основе; обозначим α_{ni4} — расходы i -го филиала-принципала на оплату фондовых ресурсов (амортизация), привлеченных n -м филиалом-акцептором.

Наконец, определенная доля прибыли (обозначим β_n), полученной n -м филиалом, используется в целях развития, а остальная часть $(1 - \beta_n)$ направляется на счета Московского офиса.

Параметры управления взаимодействиями филиалов α_{ni1} , α_{ni2} , α_{ni3} , α_{ni4} являются дополнительными слагаемыми параметров состояния n -го филиала, т. е. параметров без учета горизонтальных взаимодействий: y_{n1} — материальные расходы, y_{n2} — выручка, y_{n3} — заработная плата, y_{n4} — амортизация основных фондов.

Запишем критерий эффективности филиала при вертикальных внутрикорпоративных взаимодействиях без учета горизонтальных взаимодей-

ствий, выражающий чистую прибыль, остающуюся в распоряжении филиала после уплаты налогов и перечисления соответствующей доли в центр:

$$R_n(\beta) = \beta_n \left\{ (1 - n_V)(1 - n_P)(y_{n2} - y_{n1}) - (1 + n_E)(1 - n_P)y_{n3} - \left(1 + \frac{n_F}{p_F}\right)(1 - n_P)y_{n4} \right\}, \quad (4)$$

где n_V — ставка НДС; n_E — ставка ЕСН; n_F — ставка налога на имущество (основные фонды); n_P — ставка налога на доходы (прибыль) организации; p_F — средняя норма амортизации основных фондов. В формуле (4) в фигурных скобках первое слагаемое выражает чистую прибыль в добавленной стоимости без учета НДС $(1 - n_V)(y_{n2} - y_{n1})$, т. е. добавленную стоимость, умноженную на $(1 - n_P)$; из добавленной стоимости исключена оплата труда с учетом ЕСН $(1 + n_E)y_{n3}$, также скорректированная на $(1 - n_P)$; кроме того, из добавленной стоимости вычтена амортизация основных фондов и налог на имущество $\left(1 + \frac{n_F}{p_F}\right)y_{n4}$, также скорректированные на $(1 - n_P)$.

В соответствии с формулой (2) критерий эффективности центра имеет вид:

$$R_0(\beta) = (1 - \beta_n) \left\{ (1 - n_V)(1 - n_P)(y_{n2} - y_{n1}) - (1 + n_E)(1 - n_P)y_{n3} - \left(1 + \frac{n_F}{p_F}\right)(1 - n_P)y_{n4} \right\}. \quad (5)$$

Рассмотрим дополнительные эффекты, возникающие при горизонтальных взаимодействиях. Эффект расширения масштаба производства возникает вследствие прироста добавленной стоимости, производимой n -м филиалом:

$$\Delta R_n(\alpha_1, \alpha_2, \beta) = \beta_n(1 - n_V)(1 - n_P)(1 - M_n) \sum_{i=1}^N \alpha_{ni2}, \quad (6)$$

где $M_n = y_{n1}/y_{n2}$ — материалоемкость продукции n -го филиала.

Эффект перераспределения трудовых ресурсов заключается в сокращении фонда оплаты труда и социального налога n -го филиала:

$$\Delta R_n(\alpha_3, \beta) = \beta_n(1 + n_E)(1 - n_P) \sum_{i=1}^N \alpha_{ni3}. \quad (7)$$



В том случае, если филиал-акцептор осуществляет компенсацию филиалу-принципалу за привлеченные ресурсы, то эффект должен быть уменьшен на сумму компенсации.

Эффект перераспределения фондовых ресурсов выражается в снижении таких расходов n -го филиала, как амортизация и налог на имущество (также рассматривается случай безвозмездной передачи имущества):

$$\Delta R_n(\alpha_4, \beta) = \beta_n \left(1 + \frac{n_F}{p_F}\right) (1 - n_p) \sum_{i=1}^N \alpha_{ni4}. \quad (8)$$

Таким образом совокупный эффект горизонтальных взаимодействий филиалов составит сумму эффектов, определяемых выражениями (6)–(8):

$$\Delta R_n(\alpha, \beta) = \beta_n \sum_{j=1}^4 \Delta R_n(\alpha_j, \beta), \quad (9)$$

и дополняет критерий эффективности филиала без учета взаимодействий $R_n(\beta)$, определяемый по формуле (4). Дополнительный эффект рассматривается отдельно, поскольку необходимо сформировать механизмы распределения этого эффекта.

Рассмотрим ограничения, определяющие допустимые горизонтальные и вертикальные взаимодействия филиалов и центра. Ограничения по сбыту услуг покупателям n -го филиала определяются следующим образом: во-первых, исходя из баланса взаимодействий поток услуг, оказываемых филиалом, равен потоку ресурсов, полученных остальными филиалами системы; во-вторых, из анализа формулы критерия эффективности некоторого i -го филиала (по аналогии с формулой (4))

$$R_i(\alpha, \beta) = \beta_i \{ (1 - n_p)(1 - n_p)(\alpha_{i2} - \alpha_{i1}) - (1 + n_E)(1 - n_p)\alpha_{i3} - (1 + n_F/p_F)(1 - n_p)\alpha_{i4} \} \quad (10)$$

следует, что максимальное значение критерия $R_i^{\max}$ при взаимодействии соответствует нижней границе его затрат на ресурсы α_{i1} . Приняв $R_i(\alpha, \beta) = R_i^{\max}$, выразив отсюда α_{ni1} и просуммировав по всем филиалам, найдем ограничение снизу на объем продаж n -го филиала:

$$\bar{\alpha}_{n2} = \sum_{i=1}^N \left[\alpha_{in2} - \frac{R_i^{\max}}{\beta_i(1 - n_p)(1 - n_p)} - \frac{(1 + n_E)}{(1 - n_p)} \alpha_{in3} - \left(1 + \frac{n_F}{p_F}\right) \frac{\alpha_{in4}}{(1 - n_p)} \right]. \quad (11)$$

Рассуждая аналогично и учитывая, что минимальное значение критерия i -го филиала, при котором для него эффективны взаимодействия,

должно быть неотрицательно, положим в выражении (11) $R_i^{\max} = 0$ и найдем ограничение сверху на объем продаж n -го филиала:

$$\bar{\alpha}_{n2} = \sum_{i=1}^N \left[\alpha_{in2} - \frac{(1 + n_E)}{(1 - n_p)} \alpha_{in3} - \left(1 + \frac{n_F}{p_F}\right) \frac{\alpha_{in4}}{(1 - n_p)} \right]. \quad (12)$$

Таким образом, ограничение по сбыту услуг покупателям n -го филиала имеет вид:

$$\bar{\alpha}_{n2} \leq \alpha_{n2} \leq \bar{\alpha}_{n2}. \quad (13)$$

Ограничения по приобретению ресурсов n -м филиалом определяются, исходя из аналогичных рассуждений:

$$\bar{\alpha}_{n1} \leq \alpha_{n1} \leq \bar{\alpha}_{n1}, \quad (14)$$

где

$$\bar{\alpha}_{n1} = \sum_{i=1}^N \left[\alpha_{in1} + \frac{R_i^{\max}}{\beta_i(1 - n_p)(1 - n_p)} + \frac{(1 + n_E)}{(1 - n_p)} \alpha_{in3} + \left(1 + \frac{n_F}{p_F}\right) \frac{\alpha_{in4}}{(1 - n_p)} \right], \quad (15)$$

$$\bar{\alpha}_{n1} = \sum_{i=1}^N \left[\alpha_{in1} + \frac{(1 + n_E)}{(1 - n_p)} \alpha_{in3} + \left(1 + \frac{n_F}{p_F}\right) \frac{\alpha_{in4}}{(1 - n_p)} \right]. \quad (16)$$

Ограничения на перераспределение фондовых и трудовых ресурсов определяются, с одной стороны, минимально необходимыми уровнями обеспеченности хозяйственной деятельности этими ресурсами $\bar{\alpha}_{n3}$, $\bar{\alpha}_{n4}$; с другой стороны, добавленной стоимостью от взаимодействий (в противном случае взаимодействия приводят к убытку):

$$\bar{\alpha}_{n3} + \bar{\alpha}_{n4} \leq \alpha_{n2} - \alpha_{n1}. \quad (17)$$

Ограничения имеют вид:

$$\bar{\alpha}_{n3} \leq \alpha_{n3} \leq \bar{\alpha}_{n3}, \quad \bar{\alpha}_{n4} \leq \alpha_{n4} \leq \bar{\alpha}_{n4}. \quad (18)$$

Ограничение на вектор управления вертикальными взаимодействиями имеет вид:

$$0 \leq \beta_n \leq 1, \quad n \in N. \quad (19)$$

Таким образом, сформулирована задача оптимизации взаимодействий филиальной сети корпоративной системы, имеющая следующие особенности:

— критерии эффективности филиалов и корпоративного центра представлены в виде функций параметров состояния $y_{n1}, y_{n2}, y_{n3}, y_{n4}$, выражающих доходы и расходы соответствующего филиала без учета межфилиальных взаимодействий, а также параметра управления вертикальными взаимодействиями β_n ; при отсутствии дополнительных условий, например, связи между β_n и значениями параметров состояния, т. е. при отсутствии системы стимулирования, задача управления в таком виде не может быть решена, кроме как формальными способами многокритериальной оптимизации [21, 22], не учитывающими экономические интересы агентов;

— сформирован критерий эффективности вертикальных и горизонтальных (межфилиальных) взаимодействий в виде функции параметров управления $\alpha_{n1}, \alpha_{n2}, \alpha_{n3}, \alpha_{n4}, \beta_n$, не зависящий от параметров состояния, и определены ограничения на параметры управления; тем самым сформулировано дополнительное условие в виде максимизации эффекта корпоративной системы, обусловленного собственно взаимодействиями, позволяющее сформировать конструктивные механизмы стимулирования.

3. МЕХАНИЗМЫ СОГЛАСОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИНТЕРЕСОВ ПРИ МЕЖКОРПОРАТИВНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ

Применение принципов декомпозиции и компенсации применительно к неиерархическим системам корпораций, для которых агрегированные критерии не адекватны, позволяет предложить:

— разработку механизма внутрикорпоративного (вертикального и горизонтального) согласования интересов центра и агентов в режиме их конкуренции в рамках изолированной корпорации на основе компенсации затрат;

— формирование механизма межкорпоративного (горизонтального) согласования интересов обособленных корпораций в режиме их конкуренции с другими корпорациями, входящими в поликорпоративную систему, на основе компенсации затрат;

— разработку механизма комплексного согласования интересов центров и агентов различных корпораций, рассматривая их как квазиерархическую систему в режиме сотрудничества.

Механизмы согласования предлагается базировать на системе стимулирования, основанной на перераспределении дохода [23], являющейся обобщением других систем стимулирования (скачкообразной, компенсаторной, пропорциональной).

Механизм внутрикорпоративного согласования реализуется в иерархической корпоративной системе в случае, когда центры — органы управления корпораций — координируют деятельность относящихся к ним организаций — агентов — с помощью своих воздействий, а управляемые агенты, осуществляя их реализацию, одновременно решают задачи оптимизации собственных критериев. Механизм вертикального согласования является решением α -модели и β -модели согласования и имеет вид:

$$c_n^k[(u_{n\alpha}^k, u_{n\beta}^k), u_{n\alpha}^{*k}, 0] \geq \Delta g_n^k[R_n^k(u_{n\alpha}^k, u_{n\beta}^k)], \\ k \in K, \quad n \in N_k, \quad (20)$$

где $\Delta g_n^k[R_n^k(u_{n\alpha}^k, u_{n\beta}^k)] = g_n^k(R_n^k) - R_n^k(u_{n\alpha}^k, u_{n\beta}^k)$ — отклонение значения критерия эффективности агента при установленном центром управления $(u_{n\alpha}^k, u_{n\beta}^k)$ от его максимального значения $g_n^k(R_n^k) = \max R_n^k(u_{n\alpha}^k, u_{n\beta}^k)$; $c_n^k[(u_{n\alpha}^k, u_{n\beta}^k), u_{n\alpha}^{*k}, 0]$ — дополнительный эффект, предоставляемый центром агенту при выборе им состояния $(u_{n\alpha}^k, u_{n\beta}^k)$ вместо максимизирующего его критерий состояния $(u_{n\alpha}^k = u_{n\alpha}^{*k}, u_{n\beta}^k = 0)$.

Механизм определяет такой уровень компенсации потерь соответствующего агента (организации), передаваемой корпоративным центром, при котором состояния корпоративного центра и организации, входящей в эту корпорацию, являются согласованными. Обосновано [23], что управление в иерархической корпоративной подсистеме, сформированное согласно механизму (20), равновесное по Нэшу, т. е. функционирование системы «корпоративный центр — организация» устойчиво.

Механизм межкорпоративного согласования реализуется в неиерархической поликорпоративной системе в случае, когда межкорпоративные взаимодействия обосновываются взаимной заинтересованностью субъектов. Показателем эффективности взаимодействий служит дополнительный эффект корпораций от взаимодействий. Механизм согласования является решением γ -модели и, по аналогии с ранее известным условием (20), имеет вид:

$$d_n^k(u_{n\gamma}^k) \geq \Delta g_{n\gamma}^k[R_n^k(u_{n\gamma}^k)], \quad (21)$$

где $u_{n\gamma}^k$ — значение управления n -го агента k -й подсистемы (корпорации), необходимое для взаимодействия с другими агентами системы; $d_n^k(u_{n\gamma}^k)$ — дополнительный эффект, получаемый агентом



при выборе управления $u_{n\gamma}^k$; $\Delta g_{n\gamma}^k [R_n^k(u_{n\gamma}^k)] = g_n^k(R_n^k) - R_n^k(u_{n\gamma}^k)$ — отклонение значения критерия эффективности агента при управлении $u_{n\gamma}^k$ от его максимального значения $g_n^k(R_n^k)$.

Докажем следующие условия реализации механизма межкорпоративного согласования.

Теорема. *Управление в неиерархической поликорпоративной системе является горизонтально-согласованным тогда и только тогда, когда совокупные потери всех агентов системы от взаимодействий не превышают совокупный эффект взаимодействий*

$$\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} d_n^k(u_{n\gamma}^k) \geq \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} \Delta g_{n\gamma}^k [R_n^k(u_{n\gamma}^k)], \quad (22)$$

а дополнительный эффект взаимодействий распределяется по условию

$$d_n^k(u_{n\gamma}^k) = \frac{\Delta g_{n\gamma}^k(u_{n\gamma}^k)}{\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} \Delta g_{n\gamma}^k(u_{n\gamma}^k)} \Delta R_\Sigma, \quad (23)$$

где ΔR_Σ — суммарный экономический эффект взаимодействий, $\Delta R_\Sigma = \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} d_n^k(u_{n\gamma}^k)$. ♦

Доказательство. Докажем необходимость соблюдения условий (22), (23) для выполнения условия (21). Предположим, что условия (22), (23) выполняются, а условие (21) не выполняется, т. е. $d_n^k(u_{n\gamma}^k) < \Delta g_{n\gamma}^k [R_n^k(u_{n\gamma}^k)]$, откуда с учетом условий (23) получим

$$d_n^k(u_{n\gamma}^k) < \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} \Delta g_{n\gamma}^k(u_{n\gamma}^k)}{\Delta R_\Sigma}, \text{ а поскольку по оп-}$$

ределению дополнительный эффект взаимодействий

$$\Delta R_\Sigma = \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} d_n^k(u_{n\gamma}^k), \text{ то отсюда следует } d_n^k(u_{n\gamma}^k) <$$

$$\frac{\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} \Delta g_{n\gamma}^k(u_{n\gamma}^k)}{\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} d_n^k(u_{n\gamma}^k)}, \text{ поэтому } 1 < \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} \Delta g_{n\gamma}^k(u_{n\gamma}^k)}{\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} d_n^k(u_{n\gamma}^k)},$$

т. е. совокупные потери корпоративной системы превышают совокупный эффект, получаемый вследствие взаимодействий, что противоречит условию (22).

Докажем достаточность соблюдения условий (22), (23) для выполнения условия (21). Предположим, что условие (21) выполняется; при этом, очевидно, условие (22) выполняется автоматически. Рассмотрим невыполнение условия (23), т. е., во-первых, случай

$$d_n^k(u_{n\gamma}^k) < \frac{\Delta g_{n\gamma}^k(u_{n\gamma}^k)}{\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} \Delta g_{n\gamma}^k(u_{n\gamma}^k)} \Delta R_\Sigma. \text{ Суммируя это нера-}$$

венство по всем $k \in K, n \in N_k$, получим противоречие

$$\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} d_n^k(u_{n\gamma}^k) < \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} \Delta g_{n\gamma}^k(u_{n\gamma}^k)}{\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} \Delta g_{n\gamma}^k(u_{n\gamma}^k)} \Delta R_\Sigma = \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} d_n^k(u_{n\gamma}^k),$$

т. е. не весь дополнительный эффект распределен между агентами системы. Во втором случае $d_n^k(u_{n\gamma}^k) >$

$$> \frac{\Delta g_{n\gamma}^k(u_{n\gamma}^k)}{\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} \Delta g_{n\gamma}^k(u_{n\gamma}^k)} \Delta R_\Sigma, \text{ суммируя это неравенство по}$$

всем $k \in K, n \in N_k$, также получим противоречие

$$\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} d_n^k(u_{n\gamma}^k) > \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} \Delta g_{n\gamma}^k(u_{n\gamma}^k)}{\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} \Delta g_{n\gamma}^k(u_{n\gamma}^k)} \Delta R_\Sigma = \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{Nk} d_n^k(u_{n\gamma}^k),$$

т. е. этот вариант невозможен в силу ограниченности общего эффекта взаимодействий. Теорема доказана. ♦

Механизм (23) определяет такую компенсацию потерь соответствующего агента (организации), передаваемую другими организациями, в том числе входящими в другие корпорации, при которой состояния взаимодействующих организаций (корпораций) являются согласованными. Такой механизм обеспечивает равновесие в системе «корпорация — корпорация».

Механизм комплексного согласования реализуется в квазиерархической поликорпоративной системе в рамках компромисса между процессами внутрисистемных взаимодействий и схемой перераспределения экономических эффектов внутри соответствующих подсистем (рис. 2). Механизм является решением α -модели, β -модели и γ -модели согласования и, по аналогии с условиями (20), (21) имеет вид:

$$d_n^k(u_{n\alpha\beta\gamma}^k) \geq \Delta g_{n\gamma}^k [R_\gamma^k(u_{n\alpha\beta\gamma}^k)] + \Delta h_0^k(u_{n\alpha\beta\gamma}^k), \quad (24)$$

где $\Delta h_0^k(u_{n\alpha\beta\gamma}^k) = h_0^k(R_0^k) - R_0^k(u_{n\alpha\beta\gamma}^k)$ — отклонение значения критерия эффективности центра при $u_{n\alpha\beta\gamma}^k$ от его максимального значения $h_0^k(R_0^k) = \max R_0^k(u_\alpha^k, u_\beta^k, u_\gamma^k)$. По условию (24) сумма потерь, понесенных каждым агентом системы и центрами подсистем, не превышает дополнительного эффекта, полученного соответствующим агентом.

По аналогии с выражением (23) предлагается следующий механизм распределения допол-

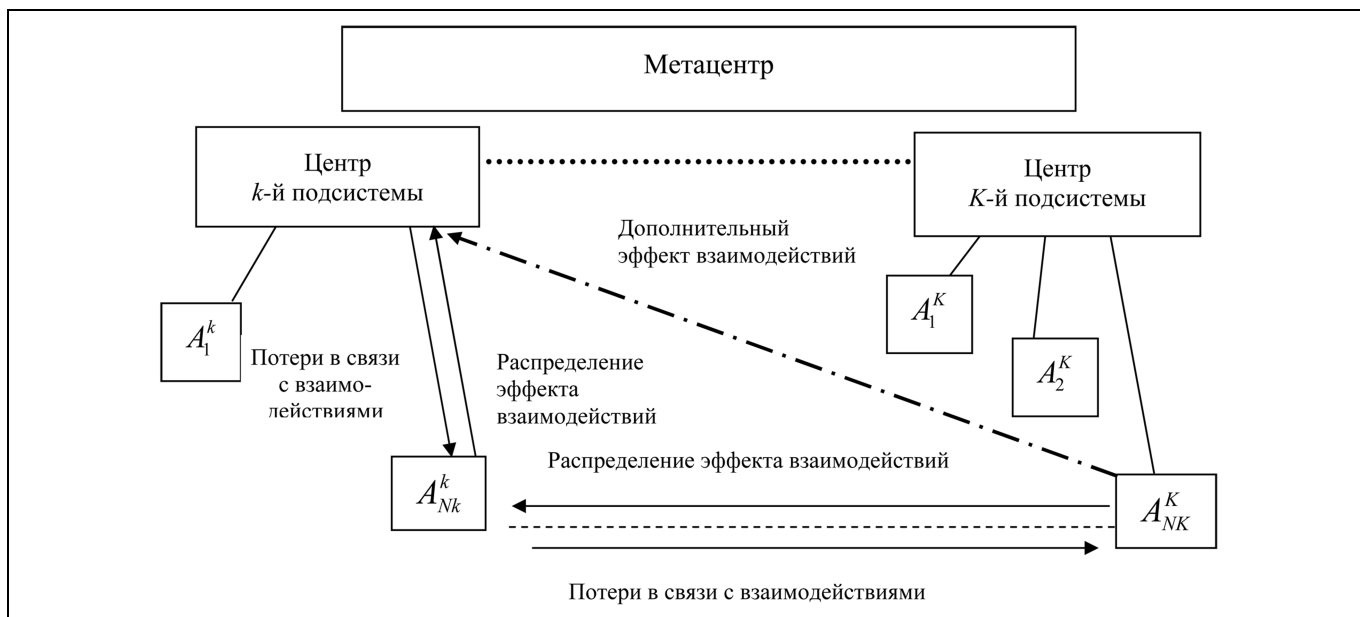


Рис. 2. Механизм комплексного согласования междофирменных взаимодействий:

—— — внутрикорпоративные (вертикальные) взаимодействия; ----- — междофирменные (горизонтальные) взаимодействия; — не показанные на рисунке элементы системы с соответствующими индексами

нительного эффекта центру, т. е. определения $d_n^{0k}(u_{n\alpha\beta\gamma}^k)$ — части эффекта, распределяемого агентом центру соответствующей подсистемы:

$$d_n^{0k}(u_{n\alpha\beta\gamma}^k) = \frac{\Delta h_n^k(u_{n\alpha\beta\gamma}^k)}{\Delta g_{n\gamma}^k[R_n^k(u_{n\alpha\beta\gamma}^k)] + \Delta h_n^k(u_{n\alpha\beta\gamma}^k)} d_n^k(u_{n\alpha\beta\gamma}^k). \quad (25)$$

Доказательство согласованности механизма распределения (25) проводится аналогично представленному ранее (см. доказательство теоремы).

5. ПРИКЛАДНЫЕ МЕХАНИЗМЫ КОРПОРАТИВНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Рассмотренная в § 3 модель взаимодействий в рамках филиальной сети содержит линейные зависимости критериев эффективности и ограничений от параметров управления взаимодействиями α_{ni1} , α_{ni2} , α_{ni3} , α_{ni4} , что позволяет сформировать конкретные механизмы выбора оптимальных параметров взаимодействий (обозначим оптимальные значения символом «*»). Поскольку критерии эффективности филиалов (10) линейно убывают по параметрам α_{ni3} , α_{ni4} , то с учетом ограничений (18),

$$\alpha_{ni3}^* = \bar{\alpha}_{ni3}, \quad \alpha_{ni4}^* = \bar{\alpha}_{ni4}. \quad (26)$$

Аналогично, критерии эффективности филиалов линейно убывают по параметру α_{ni1} и линейно возрастают по α_{ni2} ; следовательно, из формул (11)–(16) вытекает:

$$\alpha_{n1}^* = \bar{\alpha}_{n1} = \sum_{i=1}^N \left[\alpha_{ni1} + \frac{(1+n_E)}{(1-n_V)} \alpha_{ni3} + \left(1 + \frac{n_F}{p_F} \right) \frac{\alpha_{ni4}}{(1-n_V)} \right], \quad (27)$$

$$\alpha_{n2}^* = \bar{\alpha}_{n2} = \sum_{i=1}^N \left[\alpha_{ni2} - \frac{(1+n_E)}{(1-n_V)} \alpha_{ni3} - \left(1 + \frac{n_F}{p_F} \right) \frac{\alpha_{ni4}}{(1-n_V)} \right]. \quad (28)$$

Механизм распределения прибыли в корпорациях заключается в определении параметра управления β_n с учетом того, что критерии эффективности центра и филиалов являются противоречивые по этой переменной. Предложенный механизм распределения дополнительного эффекта (25), с учетом того, что в рассматриваемой прикладной задаче γ -модель отсутствует, после преобразований приводит к следующему механизму:

$$\beta_n = \frac{\Delta R_n(\alpha, \beta)}{\Delta R_n(\alpha, \beta) + \Delta R_0(\alpha, \beta)} = \frac{d_n(\alpha, \beta)}{d_n(\alpha, \beta) + d_0(\alpha, \beta)} = \frac{\Delta g_n[R_n(\alpha, \beta)] + \Delta h_n(\alpha, \beta)}{\Delta g_n[R_n(\alpha, \beta)] + 2\Delta h_n(\alpha, \beta)}, \quad (29)$$

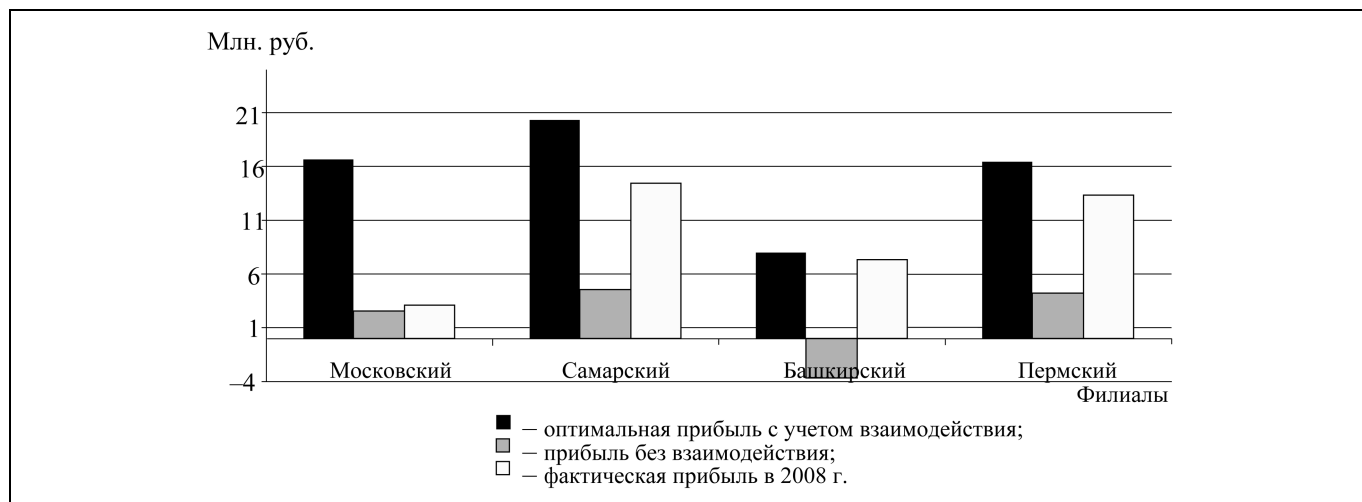


Рис. 3. Прибыль филиалов без взаимодействий и при взаимодействии

где $\Delta g_n[R_n(\alpha, \beta)] = R_n^{\max} - R_n(\alpha)$, $\Delta h_n(\alpha, \beta) = R_0^{\max} - R_0(\alpha)$. Механизм (29) реализует «компромиссную» стратегию управления.

6. МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ КОРПОРАТИВНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Рассмотрим адаптацию механизмов горизонтальных и вертикальных корпоративных взаимодействий на примере филиальной системы ЗАО «Нефтепродукт-контроль».

Проанализируем на первом этапе эффективность существующих в системе взаимодействий, рассмотренных в § 3. В качестве исходного состояния рассмотрена система взаимодействий, сложившаяся в корпоративной системе в 2008 г. (рис. 3). Деятельность филиальной системы в этом состоянии эффективна (прибыль всех филиалов положительна и суммарно равна 38,22 млн. руб.), однако следует отметить существенную неравномерность распределения эффекта. Модель (4)–(19) для данной корпорации в соответствующих условиях налоговой системы имеет следующие значения постоянных: $n_V = 0,18$; $n_E = 0,26$; $n_F = 0,022$; $n_P = 0,24$; $p_F = 0,2$. Ограничения и параметры состояния филиальной сети представлены в табл. 1.

Элиминируем взаимодействия в филиальной системе, т. е. исключим все финансовые потоки вида α_{ni1} , α_{ni2} , α_{ni3} , α_{ni4} , что в предположении о рациональном и эффективном распределении ресурсов филиалами позволяет расчетным путем определить максимальные значения критериев

эффективности филиалов $g_n(R_{n\alpha\beta}) = \max R_n(\alpha, \beta)$, показанные на рис. 3 в виде значений прибыли без учета взаимодействий. Как видно, это приведет к снижению эффективности всех филиалов, причем один из филиалов (Башкирский) становится убыточным; совокупная прибыль филиалов при этом равна 7,66 млн. руб. в год.

Оптимизация взаимодействий на основе предложенных механизмов (26)–(28) привела к повышению критериев эффективности всех филиалов (см. рис. 3), следовательно, образовался дополнительный эффект в сумме 30,56 млн. руб. по сравнению с прибылью корпорации в 2008 г. или 53,5 млн. руб. по сравнению с прибылью корпо-

Таблица 1

Ограничения и параметры состояния филиальной сети в 2008 г.

Параметр	Московский филиал	Самарский филиал	Башкирский филиал	Пермский филиал
y_{n1} , млн. руб.	6,2	12,4	4,1	9,8
y_{n2} , млн. руб.	27,0	61,8	20,1	49,8
y_{n3} , млн. руб.	29,1	24,4	4,9	18,9
y_{n4} , млн. руб.	2,5	5,9	1,5	5,0
β_n	1	0,73	0,73	0,73
$\bar{\alpha}_{n3}$, млн. руб.	9,5	19,0	6,3	15,0
$\bar{\alpha}_{n4}$, млн. руб.	1,4	2,9	9,4	2,3
M_n	0,25	0,24	0,21	0,19

Таблица 2

Оптимальные параметры взаимодействий филиальной сети

Параметр	Москов- ский филиал	Самар- ский филиал	Баш- кирский филиал	Перм- ский филиал
α_{n1} , млн. руб.	14,2	30,8	9,8	23,1
α_{n2} , млн. руб.	19,6	46,4	18,1	37,5
$R(\alpha^*)$, млн. руб.	16,7	20,3	8,0	16,5
$R^{\max}$, млн. руб.	2,6	4,5	-3,6	4,2
$\Delta g_n(\alpha^*)$, млн. руб.	—	-15,8	-11,6	-12,3
$\Delta h_0(\alpha^*)$, млн. руб.	-14,1	—	—	—
β_n^*	1	0,68	0,65	0,65
$\Delta R_n(\alpha^*, \beta^*)$	—	10,8	7,5	8,0
$\Delta R^0(\alpha^*)$	14,1	—	—	—
$\Delta R_n^0(\alpha^*, \beta^*)$	—	5,1	4,1	4,3

рации в случае элиминирования взаимодействий. Распределение эффекта в сумме 53,5 млн. руб. в соответствии с предложенным механизмом (29) показано в табл. 2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты исследований позволили создать эффективные модели и механизмы комплексного согласования экономических интересов организаций и корпораций при межкорпоративных взаимодействиях, на основе которых могут быть решены конкретные практически значимые задачи корпоративного управления.

Разработанные модели учитывают такие прикладные аспекты корпоративного управления, как структуру расходов корпораций с точностью до выделения основных элементов (материальные расходы, оплата труда, социальные отчисления, амортизация основных фондов) и основные налоговые выплаты корпораций. В моделях обеспечен раздельный учет эффектов, возникающих при обособленном функционировании организаций, входящих в корпорации, и при их взаимодействиях, а также сформирован механизм распределения дополнительного эффекта, что позволяет выявить приоритетные направления развития взаимодействий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коуз Р. Природа фирмы // Вехи экономической мысли. Теория фирмы. — СПб., 2000.
2. Уильямсон О. Вертикальная интеграция производства // Вехи экономической мысли. Теория фирмы. — СПб., 2000.
3. Дементьев В.Е. Интеграция предприятий и экономическое развитие. — М.: ЦЭМИ РАН, 1998.
4. Дементьев В.Е. Становление ФПГ и ТФПГ в российской экономике. — М.: ЦЭМИ РАН, 1998.
5. Леонтьев В.В. Избранные произведения. Т. 1—3. — М.: Экономика, 2006.
6. Гранберг А.Г. Основы региональной экономики. — М.: ГУ ВШЭ, 2004.
7. Петров А.А., Поспелов Г.С., Шананин А.А. Опыт математического моделирования экономики. — М., 1996.
8. Гранберг А.Г. Динамические модели народного хозяйства. — М.: Экономика, 1985.
9. Колмаев В.А. Математическая экономика. — М.: Наука, 2004.
10. Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А. Теория графов в управлении организационными системами. — М.: СИНТЕГ, 2001. — 124 с.
11. Механизмы обмена в экономике переходного периода / В.Н. Бурков, В.Н. Зинченко, С.В. Сочнев, Г.С. Хулап Г.С. — М.: ИПУ РАН, 1999. — 70 с.
12. Новиков Д.А. Управление проектами: организационные механизмы. — М.: ПМСОФТ, 2007. — 140 с.
13. Бурков В.Н., Кузнецов Н.А., Новиков Д.А. Механизмы управления в сетевых структурах — Автоматика и телемеханика. — 2002. — № 12. — С. 96—115.
14. Корзин Н.А. Неманипулируемые механизмы обмена в активных системах. — М.: ИПУ РАН, 2003. — 126 с.
15. Механизмы корпоративного управления / В.Н. Бурков, И.А. Агеев, Е.А. Баранчикова и др. — М.: ИПУ РАН, 2004. — 109 с.
16. Клейнер Г.Б. Промышленная интеграция и формирование финансово-промышленных групп // Российский мониторинг. — 1996. — № 7.
17. Клейнер Г.Б. Моделирование механизмов принятия решений на предприятии // Экономика и математические методы. — 2002. — № 3.
18. Бурков В.Н., Кондратьев В.В. Механизмы функционирования организационных систем. — М.: Наука, 1981.
19. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Как управлять организациями. — М.: СИНТЕГ, 2003.
20. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. — М., 2005.
21. Ногин В.Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. — 176 с.
22. Машунин Ю.К. Теоретические основы и методы векторной оптимизации в управлении экономическими системами. — 2001. — 248 с.
23. Новиков Д.А. Стимулирование в организационных системах. — М.: СИНТЕГ, 2003.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Бурковым.

Гераськин Михаил Иванович — д-р экон. наук, проф., зав. кафедрой, Самарский государственный аэрокосмический университет,
☎(8-846) 267-44-96, 267-44-95, ✉innovation@ssau.ru.

МЕТОДОЛОГИЯ ЭКСПЕРТНО-КЛАССИФИКАЦИОННОГО АНАЛИЗА КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ В ЗАДАЧАХ ДИАГНОСТИКИ¹

А.А. Дорофеюк, В.В. Гучук, А.А. Десова, Ю.А. Дорофеюк

На базе экспертно-классификационных методов анализа данных разработана методология структурного анализа квазипериодических временных рядов для решения диагностических задач. Приведен пример ее применения для анализа пульсового сигнала лучевой артерии человека применительно к решению одной из сложных задач медицинской диагностики. Представлены результаты исследований, подтверждающие принципиальную возможность диагностики сложных заболеваний путем анализа квазипериодических биосигналов — пульсограмм.

Ключевые слова: экспертно-классификационные методы, квазипериодические сигналы, пульсовый сигнал лучевой артерии (пульсограмма), типология формы пульсограммы, типология спектральной плотности пульсограммы, медицинская диагностика.

ВВЕДЕНИЕ

Исходные данные для анализа многих технических, социально-экономических и медико-биологических объектов управления часто задаются в виде квазипериодических временных рядов. Примерами могут служить вибро-акустические данные о работе двигателя внутреннего сгорания, данные о сезонных колебаниях цен, биржевые котировки, данные о пассажиропотоках, изменяющихся со временем и др. Временные ряды характеристик солнечной активности и космического излучения широко используются для прогноза погоды. Немалый интерес и социальную значимость представляет исследование квазипериодических биосигналов (ЭКГ, ЭЭГ, миограммы, пульсограммы и пр.), в первую очередь биосигналов, связанных с вариабельностью сердечного ритма, для решения задач медицинской диагностики. Исследования свидетельствуют об их существенной диагностической значимости при различных патологических состояниях человека, в том числе связанных с заболеваниями сердечно-сосудистой системы, занимающих

первое место в мире по летальности. Создание эффективных методов анализа таких временных рядов дает возможность ранней диагностики сердечно-сосудистых заболеваний и, как следствие, позволяет спасти миллионы человеческих жизней. Кроме того, такие методы анализа широко применяются для оценки работоспособности человека-оператора в различных прикладных задачах.

В настоящей работе на базе экспертно-классификационных методов анализа данных [1, 2] разработана методология структурного анализа квазипериодических временных рядов, которая была реализована и практически применена для анализа пульсового сигнала. Этот сигнал измерялся на лучевой артерии пациента с помощью специально разработанного оптоэлектронного датчика пульса [3]. Аналоговый сигнал датчика оцифровывался и вводился в компьютер, где осуществлялись его визуализация и обработка с помощью специально разработанных алгоритмов, описанных далее.

Разработанная методология, алгоритмы и процедуры носят универсальный характер и могут применяться для исследования, идентификации, диагностики и совершенствования методов принятия решений в различных социально-экономических, организационно-административных, инженерно-технических и медико-биологических системах.

¹ Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты 08-07-00349, 10-07-00027, 10-07-00210).

1. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПУЛЬСОВОГО СИГНАЛА

Информация, извлекаемая из пульсового сигнала лучевой артерии, может быть представлена в двух различных видах. Первый вид — значения параметров формы пульсовой волны. Во многих исследованиях было показано наличие взаимосвязи между различными заболеваниями и формой пульсового сигнала, определяемой числом и степенью выраженности локальных пиков в пределах основного периода пульсовой волны. Второй вид — информация, отражающая динамические изменения формы пульсовой волны. Есть основания рассматривать человека как динамическую систему с определенной степенью сбалансированности внутренних биоритмов, как между собой, так и с ритмическими изменениями окружающей среды. Любое нарушение такого баланса является фактором риска возникновения определенных заболеваний. Таким образом, возникает возможность ранней диагностики заболеваний благодаря учету информации о дисбалансе биоритмов. Было отмечено, что степень выраженности их различных колебаний, их амплитудно-фазовые соотношения и степень синхронизации несут существенную информацию о состоянии организма и служат ранними признаками возникающих заболеваний [4]. Поэтому эффективные методы анализа пульсового сигнала должны предусматривать алгоритмы анализа и обработки обоих видов такой информации.

1.1. Базовые характеристики формы пульсовой волны

В общем виде форма волны пульсового сигнала представлена на рис. 1, где a — максимум систолической волны (a -зубец), b — поздняя систолическая волна, c — начало диастолы, d — максимум диастолы, e — максимум пресистолической (постдиастолы) вол-

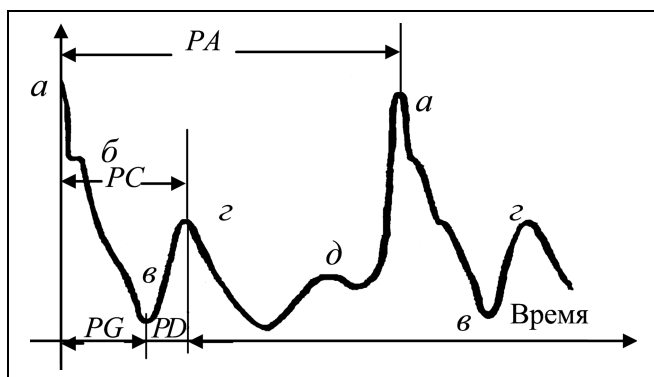


Рис. 1. Форма пульсовой волны лучевой артерии

ны, PA — основной период пульсовой волны, PC — время достижения максимума диастолы, PD — время подъема диастолы, PG — время падения катакриты.

Пульсовые сигналы разных людей могут существенно отличаться, как в наборе локальных волн, имеющих в пределах основного периода, так и в их выраженности (значения соответствующих максимумов, минимумов, времени их достижения и др.).

Форма пульсового сигнала зависит от таких факторов, как систолический выброс, интенсивность кровотока, состояние сосудистой стенки, вязкость крови и др. Это создает предпосылки для выявления различных патологий сердечно-сосудистой системы на основании оценки параметров формы пульсовой волны [5].

1.2. Параметры ритмической структуры пульсового сигнала

Квазипериодические биосигналы, к которым относится и пульсовой сигнал, имеют сложную ритмическую структуру, характеризующуюся совокупностью различных колебательных компонент, отличающихся по амплитуде, фазе и частоте. В литературе большое внимание уделяется изучению так называемых «медленных» колебательных процессов, которые характерны для многих функциональных систем организма человека. При изучении «медленных» волн выделяют выраженные компоненты кривой спектральной плотности динамического ряда (рис. 2):

— дыхательные волны HF , с частотой 0,15—0,4 Гц, определяемые дыхательным центром;

— медленные колебания (медленные волны 1-го порядка) LF (0,04—0,15 Гц), определяемые вазомоторной активностью, сосудодвигательным центром, барорефлекторной регуляцией;

— очень медленные колебания (медленные волны 2-го порядка) VLF (менее 0,04 Гц), происхождение которых пока четко не определено, считается, что они в основном связаны с обменными процессами и функционированием нейроэндокринных регуляторных механизмов [6].

Результаты исследований свидетельствуют о том, что параметры «медленных» биологических ритмов имеют выраженную диагностическую значимость как в задачах медицинской диагностики, так и для оценки состояния человека-оператора. В большинстве исследований диагностической значимости «медленных» биоритмов анализируется колебательная структура какого-либо одного параметра сигнала (чаще всего RR -интервала сердечного ритма). Однако каждый сигнал несет в себе информацию о многих физических процессах, протекающих в организме. При этом каждый функционально-значимый элемент единичного коле-

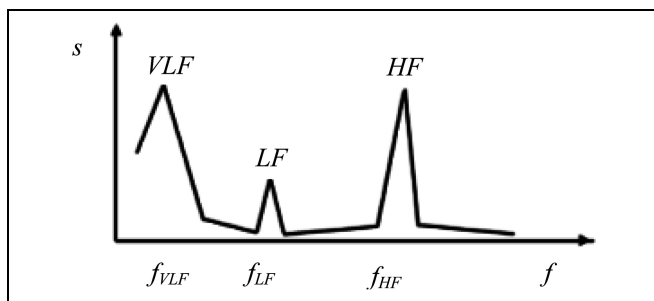


Рис. 2. Компоненты спектральной плотности динамического ряда

бания биосигнала обладает своей индивидуальной совокупностью колебательных компонент. Наши исследования убедительно свидетельствуют о том, что синхронное изучение ритмики отдельных элементов биосигнала и анализ их взаимосвязей позволяет получить существенно большую информацию о состоянии организма человека.

2. АЛГОРИТМЫ ВЫДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СИГНАЛА

На первом этапе анализа пульсограммы выделяется основной квазипериод пульсовой волны PA по всей длине записи сигнала. Сложность задачи автоматического выделения отдельных квазипериодов обусловлена значительной вариабельностью сигнала, большим разнообразием типов его формы, наличием в пределах основного квазипериода локальных экстремумов (временные: PA , PC и PG и амплитудные: амплитуда в точке a — VA , в точке z — VC и в точке v — VG) и артефактов. Для выделения в автоматическом режиме основной (PA) и дополнительных (PC , PG и др.) волн основного квазипериода были разработаны алгоритмы, базирующиеся на методах классификационного анализа данных [1].

Идею этих алгоритмов поясним на примере выделения основного квазипериода PA . На всей анализируемой записи сигнала выделяются все максимумы, т. е. формируется выборка значений амплитуд типа VA и VC . Затем строится автоматическая классификация этой выборки. В этих целях применяется комплексный алгоритм автоматической классификации [7], из которого далее применяются алгоритмы m -локальной оптимизации заданного критерия J и выбора информативных параметров. Было показано, что в одномерном случае алгоритм m -локальной оптимизации обеспечивает глобально-оптимальное значение критерия J при автоматической классификации на заданное число классов [8]. Подчеркнем, что границы классов определяются автоматически, обеспечивая минимизацию критерия средней по клас-

сам дисперсии классифицируемых точек с учетом функции распределения точек на оси амплитуд.

Для выбора числа классов применяется специальная экспертно-компьютерная процедура, входящая в состав комплексного алгоритма [7], посредством которой на первом этапе выбирается в формально определенном смысле оптимальное число классов r_{opt} , а на втором — эксперты (специалисты в области пульсографии) из содержательных соображений корректируют это число. При обработке реальных пульсограмм значение r_{opt} в подавляющем числе случаев находилось в диапазоне 3—7.

При классификации более сложных, многомерных объектов (например, при выделении типов форм пульсового сигнала) во время такой экспертизы анализируется также классификация каждого объекта. Перенесение объекта x_i из j -го класса в l -й считается допустимым, если он расположен вблизи границы между этими классами (в формально определенном смысле).

Типичная гистограмма распределения амплитуд основных квазипериодов PA носит многомодальный характер (у кривой несколько явно выраженных максимумов — «горбов»). Зона (класс) самого правого на оси значений максимума (большие значения амплитуды) заведомо будет соответствовать (в рамках модели этого сигнала) максимумам основного квазипериода для большей части анализируемого сигнала. Отрезки сигнала между двумя амплитудами, попавшими в эту зону (крайне правый класс), и являются претендентами на искомые квазипериоды.

На реальных сигналах часто наблюдаются существенные колебания значений амплитуд основной пульсовой волны. В связи с этим далее анализируется распределение выявленных квазипериодов на временной шкале. Если расстояние между некоторыми соседними a -зубцами (см. рис. 1) оказывается больше $T_c K_a$, то для этой непериодизированной области выполняется коррекция. Здесь T_c — средняя длительность периода в анализируемом массиве, $K_a = 1,5...2,5$ — коэффициент аритмии.

Процесс коррекции представляет собой итеративную процедуру (алгоритм «амплитудное сито»), а именно: в непериодизированных областях ищется максимальная амплитуда и ее включают в перечень основных волн (a -зубцов), затем вновь анализируется распределение амплитуд на временной шкале, находится максимальная амплитуда в оставшихся непериодизированных областях и т. д. Остается проблема, связанная с неопределенностью коэффициента аритмии K_a . Впрочем, как показали тесты, влияние выбора его значения сказывается на качестве периодизации лишь в весьма экзотических случаях.

Предложенный алгоритм периодизации позволил выделить практически все периоды на исследуемой (более 350 сигналов) выборке пульсограмм. Исключения составили отдельные квазипериоды на нескольких пульсограммах, производящие весьма неоднозначное впечатление даже на специалистов по анализу пульсограмм. По аналогичной схеме находятся другие периодические составляющие сигнала в рамках основного квазипериода (в общем случае анализируются распределения не только максимумов, но и минимумов).

В процессе автоматического выделения основных и дополнительных волн оцениваются амплитудные и временные значения базовых параметров. Амплитудные значения вычисляются относительно условного нуля, установленного в измерительном устройстве, а временные параметры отсчитываются относительно момента, соответствующего максимальному значению амплитуды сигнала в пределах основного квазипериода (a -зубца).

Полученные значения базовых параметров основной волны пульсограммы затем используются для формирования динамических рядов, представляющих собой зависимость значений каждого базового параметра от номера периода на временной оси анализируемого сигнала. Эти динамические ряды подвергаются в дальнейшем статистическому и структурному анализу. Предварительно сформированные массивы проверяются на наличие выбросов (они могут возникнуть под воздействием артефактов), и в случае необходимости они корректируются. Контроль выбросов осуществляется путем автоматической оценки относительного отклонения значений каждого идентифицируемого параметра от значений предыдущего и последующего элементов. При отклонении, превышающем заданный порог, данное значение считается аномальным и подвергается коррекции в автоматическом или диалоговом режиме.

3. ЭКСПЕРТНЫЕ КЛАССИФИКАЦИИ ХАРАКТЕРИСТИК ПУЛЬСОГРАММ

3.1. Экспертная классификация формы пульсового сигнала

В процессе анализа пульсовых сигналов (более 350 векторов) была проведена экспертная классификация (типология) формы пульсовых сигналов, позволившая выделить 5 основных классов $\Phi 1$ — $\Phi 5$, представленных на рис. 3. Эти классы отличаются друг от друга количеством и степенью выраженности дополнительных волн в пределах основного квазипериода. Статистический анализ встречаемости различных классов формы для исследуемого массива данных показал, что наиболее распространены пульсовые сигналы классов $\Phi 2$,

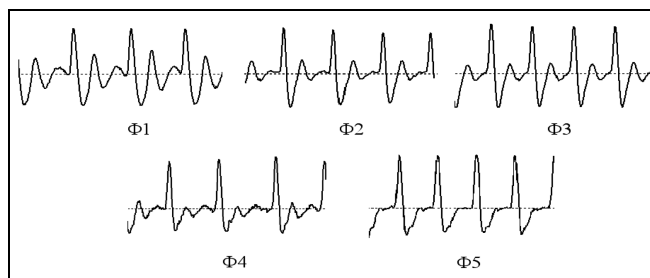


Рис. 3. Примеры пульсовых сигналов различных классов

$\Phi 3$ и $\Phi 4$, встречающиеся соответственно в 25, 37 и 20 % случаев от общего числа объектов, сигналы классов $\Phi 1$ и $\Phi 5$ встречаются достаточно редко, соответственно в 10 и 8 % случаев.

3.2. Экспертная классификация кривых спектральной плотности параметра PA

Динамические ряды, сформированные для базовых параметров единичных квазипериодов, в общем случае рассматриваются как случайные процессы, представляющие собой суперпозицию колебаний, трендов и шумов. В работе рассматривается только стационарная (точнее — квазистационарная) модель такого сигнала, поэтому применяются методы анализа стационарных случайных процессов. На первом этапе осуществляется оценка динамических рядов на стационарность и нормальность. Периодические составляющие динамических рядов и их характеристики выявляются с помощью спектрально-корреляционного анализа, прежде всего с помощью анализа функции спектральной плотности. Исследовались динамические ряды длительностью 200—300 циклов (периодов). Число коэффициентов разложения равнялось 30. Пики (выраженные максимумы) спектральной плотности, как правило, были сосредоточены в частотных диапазонах HF , LF и VLF (см. рис. 2). В редких случаях наблюдался локальный максимум кривой спектральной плотности в диапазоне частот между LF и VLF .

Качественный анализ функции спектральной плотности для динамического ряда параметра PA позволил экспертам выделить шесть основных типов (классов) спектральной плотности $C1$ — $C6$ (рис. 4), отличающихся количеством и степенью выраженности указанных выше колебательных компонент.

Для исследуемого массива данных встречаемость этих типов была следующей: $C1$ — 40, $C2$ — 18, $C3$ — 13,6, $C4$ — 6, $C5$ — 12, $C6$ — 10 %, т. е. более чем в 70 % случаев встречаются типы $C1$, $C2$ и $C3$, которые характеризуются сравнительно близкими значениями амплитуд компонент спектральной плотности LF и HF .

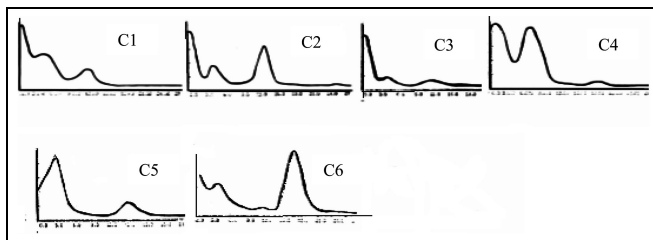


Рис. 4. Примеры различных типов спектров динамического ряда параметра PA

Остальные типы спектров встречаются существенно реже и характеризуются выраженным преобладанием той или иной компоненты. Так, тип С6 характеризуется относительно низким значением VLF и сильно выраженной компонентой HF , тип С5 характеризуется практически полным отсутствием колебательной компоненты LF , тип С4 — существенным преобладанием VLF и LF . Для этих трех типов спектра характерна малая вероятность наличия артериальной гипертензии (около 7 %). Аналогичные спектральные характеристики были построены для динамических рядов всех базовых параметров пульсовой волны. Интересно, что для одного и того же исходного сигнала спектральные плотности различных динамических рядов часто сильно отличаются.

4. ФОРМАЛЬНЫЕ КЛАССИФИКАЦИИ ХАРАКТЕРИСТИК ПУЛЬСОГРАММ

4.1. Автоматическая классификация характеристик формы пульсового сигнала

Формализованная классификация типов формы пульсового сигнала проводилась в пространстве основных характеристик кривой спектральной плотности этого сигнала. При расчете спектральных характеристик вычислялись следующие параметры: частоты основных гармоник ($f_1, f_2, \dots, f_n$); амплитуды функции спектральной плотности для этих гармоник ($B_1, B_2, \dots, B_n$); а также попарные соотношения амплитуд гармоник вида B_i/B_j , $i, j = 1, \dots, n$. Оценка качества аппроксимации исследуемых сигналов гармоническими составляющими показала, что для исследуемого массива при точности аппроксимации не ниже 85 % достаточно рассмотрения первых четырех гармоник, именно они и учитывались в дальнейших исследованиях.

При исследовании структуры спектра пульсового сигнала за основу принималась экспертная типология (классификация) формы сигнала, соответствующие классы ранее были обозначены как Ф1, Ф2, Ф3, Ф4 и Ф5. Вначале на базе исходного множества параметров ($B_1, B_2, B_3, B_4; B_i/B_j$,

$i, j = 1, \dots, 4$) формировался набор информативных параметров. В этих целях попарно сравнивались указанные классы в пространстве различных наборов спектральных параметров, выбранных из исходного множества. Для каждой пары классов определялся набор наиболее информативных параметров, в пространстве которых обеспечивалось наилучшее разделение этой пары. В табл. 1 приведены результаты расчетов для наиболее пересекающихся классов, где, как и ранее, n_i — число объектов в i -м классе.

Полученные данные позволили сформировать пространство информативных параметров для проведения автоматической классификации всей выборки данных. Из табл. 1 непосредственно следует, что из десяти изначально возможных параметров в качестве информативных можно использовать только следующие шесть из них: $B_2, B_3, B_2/B_1, B_3/B_1, B_3/B_2, B_4/B_2$.

В этом шестимерном пространстве и производилась автоматическая классификация всей выборки на 5 классов. Как и в случае выделения основного квазипериода, для этой цели применялся алгоритм m -локальной оптимизации [9] критерия

$$J_1 = \sum_{i=1}^r \frac{n_i}{n} K(A_i, A_i) \text{ при } m = 5. \text{ Необходимо отметить, что для } m > 5 \text{ не происходило значимого изменения итоговой классификации, как по составу классов, так и по значениям критерия } J_1, \text{ при существенном возрастании числа итераций и времени счета. Для выбора начального разбиения использовалась соответствующая процедура комплексного алгоритма [7]. Полученная в итоге формализованная классификация сравнивалась с описанной выше экспертной классификацией. Объект считался ошибочно классифицированным, если в экспертной и формализованной классификациях он относился к разным классам (каждому классу } A_i$$

Таблица 1

Наборы информативных параметров для некоторых пар классов

Пары классов	Число объектов в классе	Информативные параметры
Ф2—Ф4	$n_2 = 106, n_4 = 78$	$B_3, B_2/B_1, B_3/B_1$
Ф3—Ф4	$n_3 = 132, n_4 = 78$	$B_2, B_2/B_1, B_4/B_2$
Ф2—Ф3	$n_2 = 106, n_3 = 132$	$B_2, B_3/B_1, B_3/B_2$
Ф4—Ф5	$n_4 = 78, n_5 = 23$	$B_2, B_4/B_2$
Ф1—Ф4	$n_1 = 16, n_4 = 78$	$B_3, B_3/B_1, B_3/B_2$
Ф1—Ф5	$n_1 = 16, n_5 = 23$	$B_3, B_3/B_1, B_3/B_2$

формализованной классификации присваивался номер того класса экспертной классификации Φ_j , объектов из которого было больше всего в классе A_i). Погрешность (процент ошибочно классифицированных объектов) формализованной классификации относительно экспертной составила 12,7 %. Наилучшее соответствие было у классов A_4 и Φ_4 (погрешность около 4 %), а наихудшее — у классов A_2 и Φ_2 (погрешность около 15 %). Полученные результаты свидетельствуют о хорошем соответствии формализованной и экспертной классификаций — более 87 %.

4.2. Автоматическая классификация кривых спектральной плотности параметра РА

Ранее экспертный анализ типов спектральной плотности длительностей основного квазипериода (РА) исходного пульсового сигнала (далее для краткости — типов спектра) позволил выделить шесть основных типов (С1—С6), отличающихся степенью выраженности (амплитудами) трех основных колебательных компонент HF , LF и VLF . Формальная классификация типов спектра проводилась в пространстве параметров, выбираемых из основных характеристик соответствующей спектральной кривой, а именно: значений амплитуд для этих гармоник и их взаимных соотношений — HF/LF , LF/VLF , VLF/HF . Вначале на базе этого множества параметров проводилось формирова-

ние набора информативных параметров. Для этой цели, как и в п. 4.1, попарно сравнивали классы экспертной классификации в пространстве различных наборов параметров, выбранных из исходного множества. Для каждой пары классов определялся набор наиболее информативных параметров, в пространстве которых обеспечивалось наилучшее разделение этой пары классов. Оказалось, что для всех пар классов наиболее информативны одни и те же два расчетных параметра — LF/VLF и HF/LF . В качестве примера на рис. 5 приведено сравнительное распределение объектов на плоскости этих параметров.

Анализ таких распределений на плоскости информативных параметров выявил области расположения объектов, относящихся к различным типам кривой спектральной плотности, что позволило оценить диапазоны значений информативных параметров для каждого из них (табл. 2).

Как и в п. 4.1, для формальной классификации применялся алгоритм m -локальной оптимизации

[7] критерия $J_1 = \sum_{i=1}^r \frac{n_i}{n} K(A_i, A_i)$ в двумерном про-

странстве параметров LF/VLF и HF/LF при $m = 5$. Число классов равнялось 6, оно выбиралось из соображений удобства сопоставления экспертной и формализованной классификаций. Для выбора начального разбиения применялась соответствующая процедура комплексного алгоритма [7].

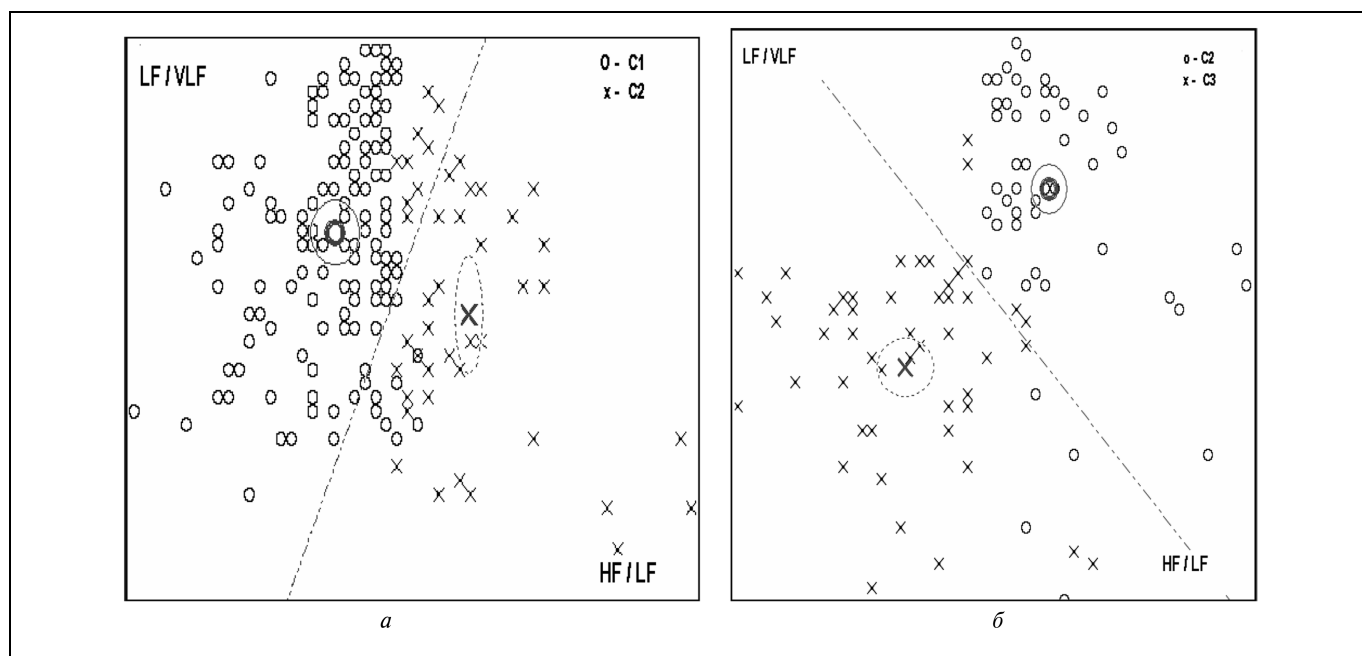


Рис. 5. Распределение объектов двух пар типов спектра на плоскости LF/VLF — HF/LF :
а — C_1 и C_2 ; б — C_2 и C_3



Таблица 2

Диапазоны значений информативных параметров для различных типов функции спектральной плотности

Тип спектра	Число объектов	VLF/LF	LF/HF
C1	145	1,00—1,4	0,99—1,35
C2	64	1,00—3,0	0,72—0,99
C3	50	1,50—6,0	0,88—1,38
C4	26	0,85—2,5	1,06—3,60
C5	40	0,50—1,0	1,00—1,90
C6	36	0,90—1,1	0,77—0,99

Полученная в итоге формальная классификация сравнивалась с экспертной классификацией. Погрешность (процент ошибочно классифицированных объектов) итоговой формализованной классификации относительно экспертной составила 7,2 %. Наилучшее соответствие было у классов A2, C2 и A6, C6 (погрешность около 3 %), а наихудшее у A4, C4 (погрешность около 16 %). Полученные результаты свидетельствуют о хорошем соответствии формализованной и экспертной классификаций типа кривой спектральной плотности — около 93 %. Аналогичные формальные классификации были построены для спектральных кривых динамических рядов и других квазипериодов (PC, PG и др.).

5. МЕТОДЫ КЛАССИФИКАЦИОННОГО АНАЛИЗА ПАРАМЕТРОВ ПУЛЬСОВОГО СИГНАЛА В ЗАДАЧАХ МЕДИЦИНСКОЙ ДИАГНОСТИКИ

5.1. Ступенчатая схема решения задач диагностики

Опираясь на типологию исследуемого сигнала (например, пульсового), полученную автоматическим, экспертным или смешанным способами, был разработан новый подход к решению задач диагностики (например, медицинской) на базе информации, получаемой при анализе исходного сигнала. Для решения такого класса задач было предложено использовать «ступенчатую схему распознавания» [9], основная идея которой состоит в следующем.

Пусть имеется обучающая выборка из n объектов. Каждый объект — это набор значений информативных параметров исследуемого сигнала для конкретного пациента, а также информация о его состоянии (в случае медицинской диагностики — это информация о том, страдает человек определенным заболеванием или нет). Ступенчатая схема помимо этой информации подразумевает также

наличие информации о принадлежности каждого объекта обучающей выборки к тому или иному классу некоторой другой (не диагностической) классификации. В качестве такой классификации может быть выбрана классификация типа формы исходного пульсового сигнала и (или) различные типологические классификации кривых спектральной плотности динамических рядов параметров пульсового сигнала. Если имеется только одна дополнительная классификация такого рода, то используется двухступенчатая схема диагностики; если же таких классификаций l , то используется l -ступенчатая схема.

Для примера рассмотрим случай двухступенчатой схемы, когда в качестве дополнительной классификации рассматривается классификация формы спектральной плотности длительностей основного квазипериода (PA) исходного пульсового сигнала.

Подчеркнем, что для эффективной диагностики необходимо, чтобы в обучающей выборке было достаточное (со статистической точки зрения) число объектов каждого класса заболеваний не только для всей выборки (как для классической, одноступенчатой схемы), но и для каждого типа (класса) формы пульсового сигнала в отдельности. Пусть получены значения информативных параметров пульсового сигнала для исследуемого пациента (объекта, подлежащего диагностике). Тогда на *первом этапе* определяется (распознается) принадлежность диагностируемого объекта к одному из ранее выделенных типов формы спектральной плотности исследуемого сигнала. В работе для этой цели применялся алгоритм распознавания образов с учителем метода потенциальных функций [10]. Пусть для определенности он был отнесен к первому типу формы спектральной плотности — C1. На *втором этапе* производится распознавание наличия у объекта диагностируемого заболевания, т. е. распознается принадлежность объекта к классу «больных» (в отличие от другого класса «здоровых», а точнее, не больных этим заболеванием). В построении диагностического (решающего) правила участвуют только те объекты обучающей выборки, тип формы пульсового сигнала которых совпадает с типом формы спектральной плотности диагностируемого объекта (в нашем примере — C1). Для этой цели также используется алгоритм распознавания образов по методу потенциальных функций [10].

Следует обратить внимание, что на каждом из этих этапов (определение типа формы спектральной плотности сигнала и диагностика) могут использоваться, вообще говоря, различные наборы информативных параметров. Эти наборы формируются в процессе обучения независимо для

первого и второго этапов, а именно: на первом этапе выбирается такой набор параметров, который обеспечивает в пространстве этих параметров хорошую разделимость объектов, имеющих различные типы формы спектральной плотности пульсового сигнала. А на втором этапе информативным будет считаться такой набор параметров, который обеспечит наиболее высокую эффективность диагностики (малый процент ошибок на обучающей выборке) при достаточно простом решающем правиле. В процессе такого выбора широко применяется алгоритм выбора информативных параметров, входящий в комплексный алгоритм [7].

5.2. Дифференциальная диагностика ранней стадии артериальной гипертензии у подростков

Эта задача решалась на базе обширного экспериментального материала, полученного в ходе клинических обследований по выявлению ранней стадии артериальной гипертензии в детском и подростковом возрасте. Обследования проводились в клинике функциональной патологии Научного центра здоровья детей РАМН. Использовалась выборка из 360 пациентов в возрасте от 9 до 16 лет. Все пациенты по основному диагнозу были разделены на два класса: *класс 1* — первичная артериальная гипертензия (160 чел.), *класс 2* — отсутствие артериальной гипертензии, но наличие различных видов психосоматической функциональной патологии, в том числе ночной энурез, длительный субфебрилитет, цефалгия, ожирение и ряд других заболеваний при нормальном артериальном давлении (200 чел.). Подчеркнем, что во второй класс входили не здоровые люди, а пациенты с другими, нередко достаточно серьезными заболеваниями, что существенно осложняет задачу дифференциальной диагностики артериальной гипертензии, в особенности ее ранних стадий. Клинические диагнозы устанавливались лечащи-

ми врачами по принятым методикам — исследовалась динамика артериального давления, делались клинические анализы и выполнялся ряд других исследований.

Вначале было сформировано пространство информативных признаков, которое использовалось на первом этапе ступенчатой схемы для идентификации формы пульсового сигнала пациентов выборки. В качестве показателей формы пульсового сигнала использовались амплитуды компонент *VLF*, *LF* и *HF* кривой спектральной плотности (см. рис. 2) для динамических рядов параметров *PA*, *PC*, *PD* и *PG* (см. рис. 1); взаимные соотношения компонент для этих динамических рядов и взаимное соотношение однотипных компонент для динамических рядов разных параметров. Исследовались агрегированные характеристики формы спектральной плотности для динамического ряда длительностей единичных колебаний пульсового сигнала по параметрам *VLF*, *LF* и *HF*.

Для оценки эффективности ступенчатой схемы анализировалось распределение объектов по диагнозу (классы 1 и 2) в пределах каждого типа формы спектральной плотности (табл. 3).

Полученные результаты показывают, что, используя лишь агрегированные данные о некоторых типах спектральной плотности, можно делать вероятностные оценки наличия или отсутствия артериальной гипертензии, а именно — при спектре типа *C2* можно с вероятностью около 0,8, а при спектре типов *C3* и *C6* — с вероятностью около 0,7 говорить об отсутствии артериальной гипертензии. Правда, у остальных типов спектров нет столь выраженной зависимости от наличия или отсутствия артериальной гипертензии, здесь требуется привлечение, в рамках второго этапа ступенчатой схемы, алгоритмов распознавания образов для построения соответствующих диагностических правил.

Для выбора информативных параметров для второго этапа ступенчатой схемы проводилась оценка информативности различных показателей при решении задачи дифференциальной диагностики артериальной гипертензии отдельно для каждого типа формы спектральной плотности. Значение информативности *I* определялось как мера «вклада» каждого показателя в решающее правило для конкретной диагностической классификации массива объектов в пределах каждого типа формы спектральной плотности.

Для всех шести типов формы спектральной плотности наиболее информативными оказались одни и те же пять показателей, определяемых ритмической структурой пульсового сигнала (с несколько отличающимися значениями оценок информативности, но с одной и той же их ранжиров-

Таблица 3

Распределение объектов по диагнозу в пределах каждого типа формы

Тип формы спектральной плотности	Число объектов	Доля объектов класса 1 (гипертензия)	Доля объектов класса 2 (нет гипертензии)
1	145	0,45	0,55
2	64	0,17	0,83
3	50	0,31	0,69
4	26	0,50	0,50
5	40	0,44	0,56
6	36	0,30	0,70



кой). Далее приведены полученные показатели, а также средневзвешенные оценки их информативности (оценки для каждого типа формы спектральной плотности усреднялись с весом, равным доле объектов этого типа от объектов всей выборки): $HF(PC)/LF(PC)$, $I_1 = 0,54$; $LF(PC)$, $I_2 = 0,41$; $VLF(PG)$, $I_3 = 0,25$; $HF(PC)/HF(PA)$, $I_4 = 0,22$; $HF(PC)/HF(PG)$, $I_5 = 0,18$. Таким образом, для данной диагностической задачи наиболее информативно отношение спектральных мощностей дыхательной волны и медленной волны первого порядка для параметра PC (длительность дикротической волны). Для сравнения была оценена информативность аналогичного показателя для параметра PA (длительность основного квазипериода), наиболее часто используемого в исследованиях ритмической структуры электрокардиограмм. Ее значение составило лишь 0,01. Это подтверждает важность исследования ритмической структуры биосигналов, обусловленной совокупностью колебательных компонент различных функционально-значимых элементов в пределах основного квазипериода.

На основе полученных наборов информативных параметров для обоих этапов была реализована двухступенчатая схема построения решающих правил для задачи дифференциальной диагностики артериальной гипертензии у детей и подростков. Как уже говорилось, на обоих этапах применялся алгоритм распознавания образов по методу потенциальных функций [10]. Каждое решающее правило определяется значениями коэффициентов при каждом из информативных признаков и определяет в пространстве этих признаков поверхность, разделяющую объекты двух распознаваемых классов.

Оценка эффективности полученных решающих правил на экзаменационной выборке показала достаточно хорошие результаты — с достоверностью 0,87 правильно распознаются объекты первого класса (наличие артериальной гипертензии) и с вероятностью 0,92 — второго класса (ее отсутствие).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Перспективность использования пульсограмм для диагностики и оценки состояния человека, в том числе многих заболеваний, не связанных с сердечно-сосудистой системой, в настоящее время не вызывает сомнений. Их диагностическая информативность позволит решить проблему оперативной диагностики ряда болезней, выявление которых пока требует весьма длительного времени. Несмотря на многовековую историю пульсовой диагностики, практика ее применения достаточно

ограничена, что связано с неформализованностью процесса такой диагностики. Наибольшие трудности здесь возникают при создании методов выделения из квазипериодических биосигналов информативных параметров и эффективных алгоритмов построения решающих правил (диагностики).

Представленные результаты исследований подтвердили принципиальную возможность диагностики сложных заболеваний на базе анализа пульсограмм (на примере ранней стадии артериальной гипертензии в детском и подростковом возрасте).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бауман Е.В., Дорофеюк А.А. Классификационный анализ данных // Тр. междунар. конф. по проблемам управления. — М.: СИНТЕГ, 1999. — Т. 1. — С. 62–67.
2. Дорофеюк А.А., Покровская И.В., Чернявский А.Л. Экспертные методы анализа и совершенствования систем управления // Автоматика и телемеханика. — 2004. — № 10. — С. 172–188.
3. Десова А.А., Дорофеюк А.А., Максимов Д.Ю. Портативная компьютерная система регистрации, обработки и хранения пульсовых сигналов // Датчики и системы. — 2008. — № 4. — С. 29–34.
4. Теоретические и прикладные аспекты анализа временной организации биосистем. — М.: Наука, 1976. — 350 с.
5. Логвинов В.С. Метод диагностики по параметрам колебательных и волновых процессов в сердечнососудистой системе // Пульсовая диагностика тибетской медицины: Сб. науч. тр. — Новосибирск: Наука, 1988. — С. 90–93.
6. Емельянов И.П. Структура биологических ритмов человека в процессе адаптации // Сб. науч. тр. — Новосибирск: Наука, 1986. — С. 52–61.
7. Дорофеюк Ю.А. Комплексный алгоритм автоматической классификации и его использование в задачах анализа и принятия решений // Таврический вестник информатики и математики / Междунар. периодическое издание КНЦ НАН Украины. — 2008. — № 1. — С. 171–177.
8. Глобально-оптимальные алгоритмы классификационного анализа сложноорганизованных данных / Е.В. Бауман, А.А. Дорофеюк, Ю.А. Дорофеюк, Н.Е. Киселева / Сб. тр. IV междунар. конф. по проблемам управления (МКПУ-IV) / ИПУ РАН. — М., 2009. — С. 344–349.
9. Дорофеюк А.А. Алгоритмы автоматической классификации // Автоматика и телемеханика. — 1971. — № 12. — С. 78–113.
10. Браверман Э.М., Мучник И.Б. Структурные методы обработки эмпирических данных. — М.: Наука, 1983. — 464 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.С. Манделем.

Дорофеюк Александр Александрович — д-р техн. наук, профессор, зав. лабораторией,
☎(495) 334-75-40, ✉adorof@ipu.ru,

Десова Аэлита Арсеньевна — ст. научный сотрудник, канд. техн. наук, ☎(495) 334-56-19, ✉adesova@mail.ru,

Гучук Владимир Всеволодович — ст. науч. сотрудник, канд. техн. наук, ☎(495) 334-89-51, ✉polma@bk.ru,

Дорофеюк Юлия Александровна — науч. сотрудник, ☎(495) 334-75-40, ✉tigress86@bk.ru,

Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН, г. Москва.

ПОДХОД К ДИАГНОСТИРОВАНИЮ НЕОДНОРОДНЫХ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ СО СТРУКТУРОЙ СИММЕТРИЧНОГО ДВУДОЛЬНОГО ГРАФА

В.А. Ведешенков

Рассмотрены неоднородные цифровые системы (ЦС) со структурой симметричного двудольного графа, состоящие из процессоров, блоков памяти и блоков коммутаторов, позволяющих связывать любую пару «процессор — блок памяти». Предложен подход к диагностированию ЦС с такой структурой с точностью до отдельного компонента (процессор, блок памяти, блок коммутатора, линия связи). На время проведения диагностирования разнотипные устройства объединяются в проверяемые подсистемы одинакового состава. Рассмотрен пример диагностирования неоднородной ЦС, состоящей из четырех процессоров, трех блоков памяти и семи блоков коммутаторов.

Ключевые слова: неоднородные цифровые системы, симметричный двудольный граф, блок коммутатора, диагностирование, проверяемые подсистемы.

ВВЕДЕНИЕ

Поиск новых, более эффективных структур связей сложных информационных систем показал, что симметричные двудольные графы предпочтительнее полных графов и полнодоступных двудольных графов по ряду параметров [1].

Определение. Двудольным графом называется граф, состоящий из двух непустых подмножеств вершин X и Y мощностью n и имеющий ребра, одна из концевых вершин которых принадлежит подмножеству $X(Y)$, а другая — подмножеству $Y(X)$. ♦

Пример такого графа для $n = 7$ показан на рисунке, где вершины подмножества X обозначены кружками, а подмножества Y — прямоугольниками.

Среди возможных областей применения подобных графов в работе [1] названы сложные системы связи, в которых связи между источниками и приемниками информации, представленными вершинами подмножества X , осуществляются блоками локальных полнодоступных коммутаторов, представленных вершинами подмножества Y . Для сокращения в дальнейшем будем называть цифро-

вые системы (ЦС), включающие в себя блоки коммутаторов, неоднородными.

В работе [2] представлен подход к организации системного диагностирования ЦС со структурой симметричного двудольного графа, не содержа-

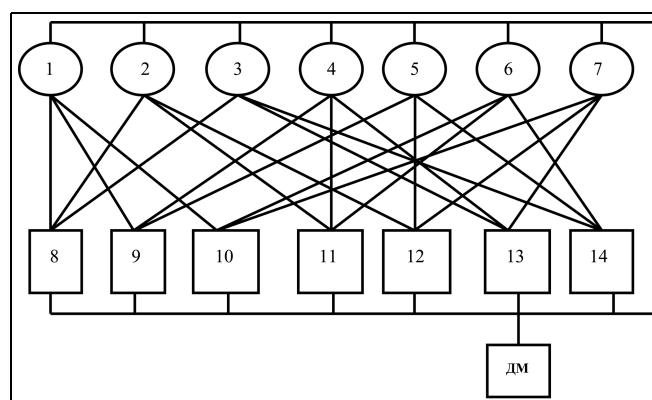


Схема цифровой системы со структурой симметричного двудольного графа $Q_{7,3}$:

1—7 — процессоры; 8—14 — блоки памяти; ДМ — диагностический монитор



ших блоков коммутаторов. Далее показаны особенности подхода к организации системного диагностирования неоднородных ЦС со структурой симметричного двудольного графа, включающих в себя блоки коммутаторов. В работе [3] рассматривается мультиагентная организация системного диагностирования подобных ЦС, но при других предположениях об использовании блоков памяти в диагностических процедурах.

Как и в большинстве алгоритмов системного диагностирования, будем предполагать, что результаты проверок собираются и обрабатываются (дешифрируются) внешним устройством — диагностическим монитором. По результатам дешифрации собранных результатов проверок обслуживающий персонал проводит замену отказавших компонентов и восстанавливает работоспособность ЦС.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исходная неоднородная ЦС со структурой симметричного двудольного графа $Q_{n,s}$ представлена графом, у которого n_1 вершин подмножества X соответствуют процессорам, n_2 вершин подмножества X — блокам памяти ($n_1 + n_2 = n$), содержащим серверы памяти с необходимыми функциональными возможностями для выполнения диагностических процедур, n вершин подмножества Y — блокам коммутаторов; s — степень вершин двудольного графа, т. е. каждая вершина подмножества X (Y) связана дугами с s вершинами подмножества Y (X). (Для графа на рисунке $s = 3$.)

Допускаются устойчивые отказы ограниченного числа вершин и дуг, причем неисправности модулей таковы, что не влияют на работоспособность смежных модулей. Предполагается также, что во время выполнения процессов контроля и диагностирования (КиД) новые отказы не возникают. Запуском процессов КиД в различных подсистемах ЦС и обработкой полученных результатов занимается исправный диагностический монитор (ДМ), который находится в модуле, внешнем по отношению к анализируемой ЦС.

Для описания результатов тестирования компонентов используется модель Барси — Грандони — Маестрини [4]. При проведении КиД в каждой из формируемых проверяемых подсистем будут использованы процедуры, подобные процедурам диагностирования из работы [2].

Требуется разработать подход к организации системного диагностирования неоднородных ЦС, обеспечивающий ДМ достоверной информацией для диагностирования состояния компонентов (процессоров, блоков памяти, блоков коммутаторов, линий связи) системы.

2. ПОДХОД К ДИАГНОСТИРОВАНИЮ НЕОДНОРОДНЫХ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ СО СТРУКТУРОЙ СИММЕТРИЧНОГО ДВУДОЛЬНОГО ГРАФА

Процесс диагностирования компонентов неоднородных цифровых систем включает в себя [2]:

- исполнение исправным модулем функций проверяющего модуля;
- нахождение пути от одного исправного модуля к другому исправному для передачи ему функций проверяющего модуля;
- дешифрацию результатов выполненных проверок.

Как видно из данного перечня, для реализации этих процедур от проверяющего модуля не требуется выполнения сложных вычислительных и логических функций. Поэтому будем предполагать, что сервер памяти обладает функциональными возможностями, достаточными для реализации перечисленных процедур. Таким образом, можно считать, что процессор и блок памяти с сервером памяти эквивалентны в смысле реализации диагностических процедур и могут в полном объеме исполнять функции проверяющего модуля. (Поэтому в дальнейшем основное функциональное назначение этих блоков (процессора или блока памяти) отмечать не будем.)

Контроль работоспособности цифровой системы заключается в том, что каждый проверяющий модуль должен проверить техническое состояние своих преемников и соответствующих линий связи. Простейший способ выполнения проверок одного модуля разными проверяющими модулями — последовательный. Для оптимальной реализации этого способа на диагностическом графе ЦС нужно построить гамильтонов цикл, который обеспечит однократный обход всех модулей исправной системы.

В цикле, выбранном для последующего примера (см. рисунок), модули подмножества X чередуются с модулями подмножества Y (блоками коммутаторов):

$$1 \rightarrow 8 \rightarrow 2 \rightarrow 11 \rightarrow 6 \rightarrow 10 \rightarrow 7 \rightarrow 12 \rightarrow 5 \rightarrow 14 \rightarrow 3 \rightarrow 13 \rightarrow 4 \rightarrow 9 \rightarrow 1.$$

Проверяющим модулем m_j назовем один из модулей подмножества X (вершины $j = 1, \dots, 7$), а в проверяемую подсистему $U_{j,g,k}$ включим следующие компоненты: блок коммутатора c_g ($g = 8, \dots, 14$), модуль m_k подмножества X ($k = 1, \dots, 7$), линию связи l_{j-g} между проверяющим модулем m_j и блоком коммутатора c_g и линию связи l_{g-k} между блоком коммутатора c_g и проверяемым модулем m_k .

(Таким образом, индекс (j, g, k) подсистемы $U_{j,g,k}$ состоит из номера j проверяющего модуля, номера g блока коммутатора, номера k проверяемого модуля).

В таблице T_s (табл. 1), построенной для системы $Q_{7,3}$ (см. рисунок), показана информация о составе проверяемых подсистем и номерах проверяющих модулей m_j . В табл. 1 семь строк T_j , в каждой из которых для проверяющего модуля m_j ($j = 1, 2, \dots, 3, 4$) записаны номера компонентов, входящих в состав трех проверяемых им подсистем $U_{j,g1,k1}$, $U_{j,g2,k2}$ и $U_{j,g3,k3}$, в ней также есть поля для записи оценок результатов проверки $r_{j,g1,k1}$, $r_{j,g2,k2}$ и $r_{j,g3,k3}$ этих подсистем модулем m_j .

Для отображения местонахождения проверяющих модулей m_j в цикле контроля в строке T_j табл. 1 проверяемые подсистемы записаны в таком порядке, что именно модуль m_{k1} , входящий в проверяемую подсистему $U_{j,g1,k1}$, оказывается в построенном цикле соседним справа для проверяющего модуля m_j (после блока коммутатора c_{g1}). Например, в строке T_1 табл. 1 модуль m_1 проверяющий для подсистем $U_{1,8,2}$, $U_{1,9,5}$ и $U_{1,10,6}$, и в следующей строке T_2 в качестве проверяющего записан модуль m_2 , являющийся в цикле контроля соседом справа для модуля m_1 (после блока коммутатора c_8).

Тогда отдельная проверка (тест $t_{j,g,k}$) будет выполняться следующим образом. Получив управление (в процессе КиД), проверяющий модуль m_j через блок коммутатора c_g и линии l_{j-g} , l_{g-k} передает в модуль m_k команду на проведение его самоконтроля. Результаты выполненного теста $t_{j,g,k}$ из мо-

дуля m_k передаются через блок коммутатора c_g и линии l_{j-g} , l_{g-k} в процессор m_j , который сравнивает их с эталонами из блока собственной сверхоперативной памяти и формирует оценку $r_{j,g,k}$: равную 0, если результаты совпали с эталонами, равную 1 — в противном случае. На основании полученных оценок процессор m_j выбирает среди проверенных им исправную подсистему $U_{j,g,k*}$, модулю m_{k*} из состава которой передает управление и необходимую информацию для продолжения процесса КиД. Такая процедура возможна, если в системе ограниченное число отказавших компонентов. Модуль m_{k*} , получив разрешающую команду, перейдет в режим продолжения проводимого процесса, а после завершения своего этапа проверок передаст управление следующему модулю одной из исправных подсистем, проверенных им.

Известно, что одиночные отказы вершины и прилегающей к ней линии связи неразличимы. Обычно считают, что отказ модуля, представленного вершиной графа, более вероятен, чем отказ линии связи, представленной дугой, и восстановление нужно начинать с замены модуля, подозреваемого в отказе, на исправный. Если при повторной проверке для этой пары компонентов будет получен тот же результат, то нужно восстанавливать линию связи.

Таким образом, для достоверного восстановления кратных отказов в неоднородных ЦС нужно соблюдать такой порядок диагностирования:

— запуск КиД, дешифрация результатов проверок: если обнаружены подозреваемые в отказе модули подмножеств X и Y — их диагностирование и восстановление;

— запуск КиД, дешифрация результатов проверок: если обнаружены подозреваемые в отказе

Таблица 1

Таблица T_s состава проверяемых подсистем

Строка T_j	Проверяющий модуль	Проверяемые подсистемы $U_{j,g,k}$, оценки результатов их проверок					
	m_j	$U_{j,g1,k1}$	$r_{j,g1,k1}$	$U_{j,g2,k2}$	$r_{j,g2,k2}$	$U_{j,g3,k3}$	$r_{j,g3,k3}$
T_1	1	(1-8), 8, (8-2), 2		(1-9), 9, (9-5), 5		(1-10), 10, (10-6), 6	
T_2	2	(2-11), 11, (11-6), 6		(2-8), 8, (8-3), 3		(2-12), 12, (12-7), 7	
T_6	6	(6-10), 10, (10-7), 7		(6-11), 11, (11-4), 4		(6-14), 14, (14-5), 5	
T_7	7	(7-12), 12, (12-5), 5		(7-10), 10, (10-1), 1		(7-13), 13, (13-3), 3	
T_5	5	(5-14), 14, (14-3), 3		(5-12), 12, (12-2), 2		(5-9), 9, (9-4), 4	
T_3	3	(3-13), 13, (13-4), 4		(3-14), 14, (14-6), 6		(3-8), 8, (8-1), 1	
T_4	4	(4-9), 9, (9-1), 1		(4-13), 13, (13-7), 7		(4-11), 11, (11-2), 2	



линии связи — их диагностирование и восстановление;

— если ранее были обнаружены и восстановлены отказавшие компоненты, то запуск КиД, дешифрация результатов проверок — для подтверждения исправности ЦС.

Поскольку задачи, возлагаемые на системы диагностирования рассматриваемых неоднородных ЦС и однородных ЦС из работы [2], во многом сходны, то в организации системы диагностирования рассматриваемых ЦС можно использовать большинство диагностических процедур из работы [2]. Поэтому в последующем описании организации диагностирования рассматриваемых ЦС будем опускать некоторые подробности, заменяя их необходимыми ссылками на работу [2].

Традиционно процесс контроля запускается диагностическим монитором (ДМ) через сравнительно небольшие интервалы времени, что препятствует накоплению отказавших компонентов в системе.

Назначим в качестве начального модуля процесса контроля один из модулей подмножества X , обозначим его m_n .

По сигналу ДМ о начале контроля модуль m_n выполняет следующие действия:

— из таблицы T_S выделяет строку T_n , переписывает ее в таблицу контроля PT_0 , находит в ней индексы $(n, g1, k1)$, $(n, g2, k2)$, $(n, g3, k3)$ проверяемых подсистем $U_{n,g1,k1}$, $U_{n,g2,k2}$, $U_{n,g3,k3}$, передает модулю m_{k1} (m_{k2} , m_{k3}) команду «Выполнить самоконтроль модуля m_{k1} (m_{k2} , m_{k3}) и передать результаты проверок в модуль m_n ».

Получив эту команду, модуль m_{k1} (m_{k2} , m_{k3}) проводит самоконтроль и передает результаты проверок в модуль m_n .

Модуль m_n формирует оценку $r_{n,g1,k1}$, ($r_{n,g2,k2}$, ...), равную 0, если полученные результаты проверок совпали с эталонами, и равную 1 — при несовпадении; записывает ее в соответствующие клетки строки T_n в табл. PT_0 , затем анализирует полученные оценки:

— если среди полученных оценок есть как единичные, так и нулевые, то передает модулю одной из подсистем с нулевой оценкой управление для продолжения процесса контроля;

— если проверки всех проверявшихся подсистем дали единичные оценки, то ДМ должен запустить процесс контроля с другого проверяющего модуля.

Модуль m_{k1} (m_{k2} , ...) и каждый из последующих «соседей» по циклу контроля выполняют аналогичные действия в случае получения нулевых оце-

нок. Этот процесс проверок и «хождения» по вершинам выбранного цикла заканчивается, когда управление возвращается к начальному модулю m_n . Если же на одном из этапов контроля (кроме начального) получена хотя бы одна единичная оценка, свидетельствующая об обнаружении одного или нескольких отказавших компонентов, то процесс контроля заканчивается, и система переходит к диагностированию отказавших компонентов.

Процесс диагностирования начинает тот модуль m_j , который первым получил хотя бы одну единичную оценку при проверке состояний связанных с ним подсистем $U_{j,g1,k1}$, $U_{j,g2,k2}$, ...; естественно, модуль m_j должен быть исправным и проверенным в данном «сеансе» контроля, в частности, он не может быть начальным модулем m_n .

На основе информации, полученной в процессе контроля, начальный модуль процесса диагностирования m_j :

— формирует промежуточную таблицу PT_j , переписывая в нее из таблицы PT_0 строку T_j с оценками, полученными в процессе контроля (в индексе символа данной таблицы указан индекс проверяющего модуля m_j);

— по нулевым оценкам в строке T_j выделяет подмножество индексов исправных модулей $\{q_j\}$ и одному из этих модулей (например, первому в строке T_j , если он исправен) передает таблицу PT_j и управление процессом диагностирования.

Если среди модулей, проверенных модулем m_j , нет ни одного исправного, то для получения диагностических результатов ДМ должен повторить запуск процесса контроля с другого начального модуля.

Очередной исправный модуль m_v , получив управление процессом диагностирования, выполняет следующие действия:

1) из таблицы состава T_S выделяет строку T_v , переписывает ее в таблицу PT_j , полученную от предшественника — модуля m_j (m_{v-1});

2) в строке T_v выделяет индексы $(v, g1, k1)$, $(v, g2, k2)$, $(v, g3, k3)$ проверяемых подсистем $U_{v,g1,k1}$, $U_{v,g2,k2}$, $U_{v,g3,k3}$, выдает команды на самоконтроль модулей, входящих в эти подсистемы, получает результаты проведенных проверок и в клетки $r_{v,g1,k1}$, ($r_{v,g2,k2}$, ...), ... строки T_v записывает двоичные оценки этих результатов;

3) по нулевым оценкам проверок в строке T_v выделяет подмножество $\{q_v\}$ индексов исправных «преемников» — проверенных модулей, сравнива-

ет индексы из подмножества $\{q_v\}$ с индексами строк в таблице PT_j :

— если один индекс (или больше) из подмножества $\{q_v\}$ отсутствует в списке индексов строк в таблице PT_j , то передает модулю с этим индексом таблицу PT_j и управление процессом диагностирования;

— если список $\{q_v\}$ пуст или все индексы $\{q_v\}$ — в списке индексов строк в таблице PT_j , то переход к п. 4;

4) находит один из исправных модулей, еще не исполнявших функции проверяющего, и передает ему таблицу PT_j и управление диагностированием.

Для нахождения одного из исправных модулей, еще не исполнявших функций проверяющего модуля, модуль m_v находит индексы $\{q_{v*}\}$ исправных модулей строки T_{v*} и сравнивает их с индексами строк в таблице PT_j . Если при сравнении списков индексов окажется, что:

— один индекс (или больше) из подмножества $\{q_{v*}\}$ отсутствует в списке индексов строк в таблице PT_j , то модуль m_v передает модулю с этим индексом $(v + 1)$ таблицу PT_j и управление диагностированием;

— список $\{q_{v*}\}$ пуст или все индексы $\{q_{v*}\}$ — в списке индексов строк в таблице PT_j , то модуль m_v переходит к анализу предыдущей строки T_{v*-1} .

Эти действия проводятся поочередно снизу вверх, начиная с нижней строки T_v . При нахождении исправного модуля m_{v+1} в строке T_{v*} управление диагностированием и таблица PT_j передаются этому модулю снизу вверх через проверяющие модули $m_v, \dots, m_{v*}$. Если при достижении верхней строки T_j окажется, что и в этой строке нет исправного модуля, не исполнявшего функций проверяющего модуля, то поиск прекращается, и модуль m_v пересылает в ДМ таблицу PT_j для обработки полученных результатов проверок.

Процедура обработки полученных результатов проверок изложена в работе [2]. В данном тексте эта процедура будет показана в примере.

3. ПРИМЕР

Особенности предлагаемой организации диагностирования покажем на примере ЦС со структурой симметричного двудольного графа (система $Q_{7,3}$, см. рисунок).

Как отмечалось, для организации контроля выбран следующий цикл, в котором модули подмножества X

чередуются с блоками коммутатора: $1 \rightarrow 8 \rightarrow 2 \rightarrow 11 \rightarrow 6 \rightarrow 10 \rightarrow 7 \rightarrow 12 \rightarrow 5 \rightarrow 14 \rightarrow 3 \rightarrow 13 \rightarrow 4 \rightarrow 9 \rightarrow 1$.

Таблица состава T_S , построенная с учетом этого цикла, приведена в табл. 1.

Предположим, что из-за большого интервала между циклами контроля в рассматриваемой ЦС накопились отказы модулей 5, 10, 11 и линии связи (7—13).

По сигналу ДМ о начале контроля начальный модуль 1 выполнит следующие действия: из таблицы T_S (см. табл. 1) выделит строку T_1 , переписит ее в таблицу PT_0 , найдет в ней индексы (1, 8, 2) (1, 9, 5), (1, 10, 6) проверяемых подсистем $U_{1,8,2}$, $U_{1,9,5}$, $U_{1,10,6}$, передаст модулю 2 (5, 6) команду «Выполнить самоконтроль модуля 2 (5, 6) и передать результаты проверок в модуль 1».

Получив эту команду, модуль 2 (5, 6) проводит самоконтроль и передает полученные результаты проверок модулю 1.

Модуль 1 формирует оценки $r_{1,8,2} = 0$, $r_{1,9,5} = 1$, $r_{1,10,6} = 1$, записывает их в соответствующие клетки строки T_1 в таблице PT_0 (для сокращения числа таблиц будем записывать результаты проверок, находящиеся в разных модулях, в общую табл. 2), анализирует полученные оценки: так как среди полученных оценок есть две единичные и одна нулевая, то передает модулю 2 управление для продолжения процесса контроля. (Отметим, что в строке T_1 и в последующих полужирным шрифтом в результатах проверки выделен 0 того исправного модуля, которому передается управление для продолжения процесса контроля или диагностирования.)

Модуль 2 выполнит аналогичные действия:

— передаст в подсистемы $U_{2,11,6}$, $U_{2,8,3}$, $U_{2,12,7}$ команду «Выполнить самоконтроль и передать результаты проверок в модуль 2»;

— получит оценки результатов контроля $r_{2,11,6} = 1$, $r_{2,8,3} = 0$, $r_{2,12,7} = 0$, проанализирует их: так как среди полученных оценок есть единичная ($r_{2,11,6} = 1$), то заведомо исправный модуль 2 перейдет к процессу диагностирования отказавших компонентов и выполнит следующие действия:

— образует промежуточную таблицу PT_2 и переписит в нее строку T_2 с полученными оценками результатов проверок;

— по нулевым оценкам в строке T_2 выделит индекс исправной подсистемы $U_{2,8,3}$, найдет номер исправного модуля $\{q_4 = 3\}$, которому передаст таблицу PT_2 и управление процессом диагностирования.

В свою очередь, модуль 3 выполнит следующие действия:

— из таблицы T_S (см. табл. 1) выделит строку T_3 , переписит ее в таблицу PT_2 , в строке T_3 найдет индексы проверяемых подсистем $U_{3,13,4}$, $U_{3,14,6}$, $U_{3,8,1}$ и в модули 4, 6, 1 передаст команду «Выполнить самоконтроль и вернуть результаты проверок в модуль 3»;

— получит оценки результатов контроля $r_{3,13,4} = 0$, $r_{3,14,6} = 0$, $r_{3,8,1} = 0$; по нулевым оценкам в строке T_3



найдет номера исправных модулей $\{q_3 = 4, 6, 1\}$ и первому из них (модулю 4) передаст таблицу PT_2 и управление процессом диагностирования.

Модуль 4 выполнит аналогичные действия, запишет оценки результатов проверки в строку T_4 и передаст таблицу PT_2 и управление процессом диагностирования модулю 1.

Модуль 1 вместо проверки подсистем $U_{1,8,2}$, $U_{1,9,5}$, $U_{1,10,6}$ выберет из строки T_1 результаты их проверок (на этапе контроля) $r_{1,8,2} = 0$, $r_{1,9,5} = 1$, $r_{1,10,6} = 1$ и определит, что исправен модуль 2. Но так как модуль 2 уже есть в числе проверяющих модулей на этапе диагностирования, то модуль 1 должен искать исправный модуль для исполнения функций проверяющего модуля среди ранее проверенных. В данном случае в строке T_3 есть нулевые оценки проверок модулей 6 и 1. Таким образом, модуль 1 через модули 9, 4, 13, 3 и 14 передаст модулю 6 таблицу PT_2 и управление дальнейшим процессом диагностирования.

Модуль 6 выполнит необходимые проверки подсистем $U_{6,10,7}$, $U_{6,11,4}$, $U_{6,14,5}$, определит, что среди его «преемников» нет исправных модулей, и аналогично модулю 1 проведет поиск проверяющего модуля среди ранее проверенных исправных модулей. Таким окажется модуль 7 в строке T_2 , и модуль 6 через цепочку модулей 11, 2 и 12 передаст модулю 7 таблицу PT_2 и управление дальнейшим процессом диагностирования.

В свою очередь, модуль 7 после проверок своих «преемников» — подсистем $U_{7,12,5}$, $U_{7,10,1}$, $U_{7,13,3}$ выяснит, что эти системы подозреваются в отказе. Поиск исправного модуля для исполнения функций проверяющего модуля не даст положительного результата: все исправные модули уже исполняли подобные функции. Поэтому модуль 7 закончит процесс диагностирования и перешлет в ДМ таблицу PT_2 для обработки полученных оценок результатов проверок.

Для обработки и дешифрации оценок результатов ДМ переписывает их из таблицы PT_2 в заранее заготовленную диагностическую таблицу T_D [2]. В табл. 3 и 4 представлены две части таблицы T_D после обработки результатов из таблицы PT_2 (табл. 2). Поясним структуру этих таблиц. В клетках левого столбца T_D перечислены компоненты проверяемых подсистем $U_{j,g,k}$, взятые из соответствующих клеток таблицы состава T_S (см. табл. 1), а клетки следующего столбца предназначены для записи оценок $r_{j,g,k}$ проверок этих подсистем, полученных в процессе диагностирования. Последующие столбцы T_D обозначены символами одиночных компонентов системы $Q_{7,3}$: модули подмножества X символами u с номерами 1–7, блоки коммутатора символами c с номерами 8–14, линии связи — символами l с номерами начальной и конечной вершин. Нетрудно заметить, что в столбце $U_{j,g,k}$ проверяемых подсистем каждая линия показана дважды: в прямом и инверсном направлении, например $(1-8)$ и $(8-1)$, $(1-10)$ и $(10-1)$ и т. д. Однако в списке отдельных компонентов каждая из линий записана один раз для сокращения ширины табл. 3 и 4.

Вхождение компонентов (l_{j-g}) , c_g , (l_{g-k}) , u_k в состав подсистемы $U_{j,g,k}$, приведенной в левом столбце заготовленной таблицы T_D , отмечается знаком *, поставленным в клетку на пересечении столбца с символом одного из компонентов (l_{j-g}) , c_g , (l_{g-k}) , u_k и строки $U_{j,g,k}$. (Так как в табл. 3 и 4 показаны результаты обработки информации из таблицы PT_2 , то знаки * остались только в тех трех строках, для которых нет оценок проверки этих подсистем.)

В нижней части таблицы T_D находятся три строки, озаглавленные (в левом столбце) символами A_0 , A_1 , A_Z и предназначенные для записи результатов обработки полученной информации.

Таблица 2

Информация к Примеру

Строка T_j	Проверяющий модуль	Проверяемые подсистемы $U_{j,g,k}$, оценки их проверок					
	m_j	$U_{j,g1,k1}$	$r_{j,g1,k1}$	$U_{j,g2,k2}$	$r_{j,g2,k2}$	$U_{j,g3,k3}$	$r_{j,g3,k3}$
Таблица PT_0							
T_1	1	(1-8), 8, (8-2), 2	0	(1-9), 9, (9-5), 5	1	(1-10), 10, (10-6), 6	1
T_2	2	(2-11), 11, (11-6), 6	1	(2-8), 8, (8-3), 3	0	(2-12), 12, (12-7), 7	0
Таблица PT_2							
T_2	2	(2-11), 11, (11-6), 6	1	(2-8), 8, (8-3), 3	0	(2-12), 12, (12-7), 7	0
T_3	3	(3-13), 13, (13-4), 4	0	(3-14), 14, (14-6), 6	0	(3-8), 8, (8-1), 1	0
T_4	4	(4-9), 9, (9-1), 1	0	(4-13), 13, (13-7), 7	1	(4-11), 11, (11-2), 2	1
T_1	1	(1-8), 8, (8-2), 2	0	(1-9), 9, (9-5), 5	1	(1-10), 10, (10-6), 6	1
T_6	6	(6-10), 10, (10-7), 7	1	(6-11), 11, (11-4), 4	1	(6-14), 14, (14-5), 5	1
T_7	7	(7-12), 12, (12-5), 5	1	(7-10), 10, (10-1), 1	1	(7-13), 13, (13-3), 3	1

Обработка записей из таблицы PT_2 заключается в следующем:

1) из строк $T_2, T_3, \dots, T_7$ таблицы PT_2 выделены оценки результатов проверок $r_{2,11,6} = 1, r_{2,8,3} = 0, r_{2,12,7} = 0, \dots, r_{7,12,5} = 1, r_{7,10,1} = 1, r_{7,13,3} = 1$ и записаны в соответствующие клетки столбца $r_{j,g,k}$ табл. 3 и 4, три клетки этого столбца заполнены прочерками (—); в этих строках и сохранились знаки *;

2) значения 0 и 1, записанные в столбце $r_{j,g,k}$, переписаны в клетки той же строки $U_{j,g,k}$, отмеченные знаком * (заменяли эти знаки);

3) заполнены прочерками (—) клетки строк A_0, A_1, A_Z ;

4) после этого в клетки этих строк записаны результаты диагностирования в соответствии со следующими правилами:

а) в k -ю клетку строки A_0 записан 0, если в вышележащих клетках этого столбца есть хотя бы один нуль;

Таблица 3

Диагностическая таблица T_D (часть 1)

Проверяемые подсистемы $U_{j,g,k}$	$r_{j,g,k}$	Компоненты системы																	
		$u5$	$l5-14$	$c14$	$l14-6$	$u6$	$l14-3$	$l9-4$	$l5-9$	$c9$	$u3$	$c12$	$l9-1$	$u1$	$u4$	$l5-12$	$l12-2$	$l12-7$	$u2$
(1-8), 8, (8-2), 2	0																		0
(1-9), 9, (9-5), 5	1	1							1	1			1						
(1-10), 10, (10-6), 6	1					1													
(2-11), 11, (11-6), 6	1					1													
(2-8), 8, (8-3), 3	0										0								
(2-12), 12, (12-7), 7	0											0					0	0	
(6-10), 10, (10-7), 7	1																		
(6-11), 11, (11-4), 4	1														1				
(6-14), 14, (14-5), 5	1	1	1	1	1														
(7-12), 12, (12-5), 5	1	1										1				1		1	
(7-10), 10, (10-1), 1	1													1					
(7-13), 13, (13-3), 3	1										1								
(5-14), 14, (14-3), 3	—		*	*			*				*								
(5-12), 12, (12-2), 2	—											*				*	*		*
(5-9), 9, (9-4), 4	—							*	*	*					*				
(3-13), 13, (13-4), 4	0														0				
(3-14), 14, (14-6), 6	0			0	0	0	0												
(3-8), 8, (8-1), 1	0													0					
(4-9), 9, (9-1), 1	0							0		0			0	0					
(4-13), 13, (13-7), 7	1																		
(4-11), 11, (11-2), 2	1																		1
A_0	—	—	—	0	0	0	0	0	—	0	0	0	0	0	0	—	0	0	0
A_1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
A_Z	—	Z	—	—	—	—	—	—	Z	—	—	—	—	—	—	Z	—	—	—



б) в клетки на пересечении строки A_1 и столбцов, озаглавленных символами вершин $u5$, $c10$, $c11$ записаны единицы, так как в вышележащих клетках этих столбцов есть хотя бы одна единица и нет ни одного нуля;

в) в клетку на пересечении строки A_1 и столбца, озаглавленного символом дуги $l(13-7)$, записана единица, так как в этом столбце есть две единицы, нет ни

одного нуля и вершины 13 и 7, которые связывает эта линия, исправны (в соответствующих клетках строки A_0 записаны нули);

г) в 9 клеток строки A_Z , озаглавленных символами дуг (l_{j-g}) , (l_{g-k}) , записан символ Z , так как хотя бы одна из вершин (j или k), которые связывает каждая из этих линий, подозревается в отказе (в соответствующей клетке строки A_1 записана 1).

Таблица 4

Диагностическая таблица T_D (часть 2)

Проверяе- мые под- системы $U_{j,g,k}$	$r_{j,g,k}$	Компоненты системы																
		$l6-10$	$l1-8$	$u7$	$l1-10$	$l10-7$	$l6-11$	$l11-2$	$l11-4$	$l3-13$	$l8-3$	$c11$	$l8-2$	$c8$	$c13$	$l13-7$	$c10$	$l13-4$
(1-8), 8, (8-2), 2	0		0									0	0					
(1-9), 9, (9-5), 5	1																	
(1-10), 10, (10-6), 6	1	1			1												1	
(2-11), 11, (11-6), 6	1						1	1			1							
(2-8), 8, (8-3), 3	0										0		0	0				
(2-12), 12, (12-7), 7	0			0														
(6-10), 10, (10-7), 7	1	1		1		1											1	
(6-11), 11, (11-4), 4	1						1		1			1						
(6-14), 14, (14-5), 5	1																	
(7-12), 12, (12-5), 5	1																	
(7-10), 10, (10-1), 1	1				1	1											1	
(7-13), 13, (13-3), 3	1									1					1	1		
(5-14), 14, (14-3), 3	—																	
(5-12), 12, (12-2), 2	—																	
(5-9), 9, (9-4), 4	—																	
(3-13), 13, (13-4), 4	0									0					0		0	
(3-14), 14, (14-6), 6	0																	
(3-8), 8, (8-1), 1	0		0								0			0				
(4-9), 9, (9-1), 1	0																	
(4-13), 13, (13-7), 7	1			1											1	1	1	
(4-11), 11, (11-2), 2	1							1	1			1						
A_0		—	0	0	—	—	—	—	—	0	0	—	0	0	0	—	—	0
A_1		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1	1	—
A_Z		Z	—	—	Z	Z	Z	Z	Z	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Расшифровка полученных записей в строках A_0 , A_1 и A_Z дает следующие диагностические заключения:

а) исправны 22 компонента, номера которых определяются местоположением нулевых записей в строке A_0 ;

б) в соответствии с местоположением единиц в строке A_1 подозреваются в отказе модуль 5, блоки коммутатора 10, 11, линия связи (13—7), что совпадает с номерами компонентов в исходной отказовой ситуации;

в) в соответствии с местоположением символов Z в строке A_Z остались неопределенными состояния линий (5—14), (5—9), (5—12), (6—10), (1—10), (10—7), (6—11), (11—2), (11—4), так как их проявления «маскируются» неисправным состоянием одной из вершин (5, 10, 11), к которым они примыкают.

Таким образом, в данном примере идентифицированы состояния 26 из 35 компонентов системы $Q_{7,3}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен подход к диагностированию неоднородных цифровых систем со структурой симметричного двудольного графа, состоящих из процессоров, блоков памяти и блоков коммутаторов, позволяющих связывать любую пару «процессор — блок памяти». На время проведения диагностирования разнотипные устройства объединяются в проверяемые подсистемы, состоящие из блока коммутатора, двух прилегающих линий связи и процессора или блока памяти. Предложен подход к диагностированию цифровых систем с такой структурой с точностью до отдельного компонента (процессор, блок памяти, блок коммутатора, линия связи).

Предполагается, что в системе есть диагностический монитор, который инициирует процессы контроля и диагностирования в анализируемой системе.

Рассмотрен пример организации диагностирования отказавших компонентов в системе, состоящей из 7 модулей подмножества X (процессоров и блоков памяти) и 7 блоков коммутаторов, с точностью до отдельного компонента ЦС: процессор, блок памяти, блок коммутатора, линия связи между ними. В приведенном примере получен правильный результат: диагноз совпадает с исходной

отказовой ситуацией, включающей 4 компонента. Но можно подобрать такие сочетания неисправных компонентов, диагноз которых даст неправильный результат. Так, при диагностировании любой пары отказавших модулей подмножества X в число подозреваемых в отказе войдет блок коммутатора, соединяющий эту пару отказавших модулей. Структура симметричного двудольного графа характерна тем, что для любой пары модулей подмножества X (Y) обязательно найдется модуль подмножества Y (X), их соединяющий. Таким образом, нетрудно сформировать 21 пару отказавших модулей из подмножества X , диагностирование которых даст заведомо неправильный результат. Этот факт говорит о том, что рассматриваемая структура не гарантирует правильного диагностирования двух любых отказавших компонентов, т. е. не является 2-однократно диагностируемой. Причина — в «слабой» разветвленности выходов блоков коммутаторов: с каждым выходом связаны только две линии.

ЛИТЕРАТУРА

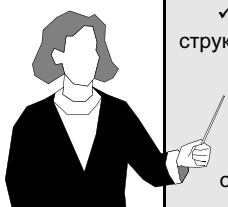
1. Каравай М.Ф., Пархоменко П.П., Подлазов В.С. Комбинаторные методы построения двудольных однородных избыточных квазиполносвязных графов (симметричных блок-схем) // Автоматика и телемеханика. — 2009. — № 2. — С. 153—170.
2. Ведешенков В.А. Организация диагностирования цифровых систем со структурой симметричного двудольного графа // Проблемы управления. — 2009. — № 6. — С. 59—67.
3. Ведешенков В.А. Подход к мультиагентной организации системного диагностирования цифровых систем со структурой симметричного двудольного графа // Автоматика и телемеханика. — 2009. — № 11. — С. 161—171.
4. Barsi F., Grandoni F., Maestrini P. A theory of diagnosability of digital systems // IEEE Trans. Comput. — 1976. — Vol. C-25. — N 6. — P. 585—593.

Статья представлена к публикации членом редколлегии чл.-корр. РАН П.П. Пархоменко.

Ведешенков Виктор Алексеевич — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник, ст. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎(495) 334-75-90, ✉vva@ipu.ru.

Читайте в следующем номере

- ✓ **Задорожный В.Н.** Случайные графы с нелинейным правилом предпочтительного связывания
- ✓ **Аколов А.С.** К вопросу проектирования интеллектуальных систем управления сложными организационными структурами
 - ✓ **Угольников Г.А., Усов А.Б.** Управление устойчивым развитием иерархических систем в условиях коррупции
 - ✓ **Токмачев М.С.** Здоровье населения региона: модели и управление
 - ✓ **Фархадов М.П., Петухова Н.В., Ефросинин Д.В., Семенова О.В.** Двухфазная модель с неограниченными очередями для расчета характеристик и оптимизации речевых порталов самообслуживания



МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ОРИЕНТАЦИИ¹

Л.Б. Рапопорт

Описан метод определения ориентации твердого тела относительно локального горизонта. Предположено, что тело находится вблизи поверхности Земли или в околоземном пространстве на высоте, существенно меньшей высоты орбит спутниковых сетевых навигационных систем.

Ключевые слова: спутниковая навигация, ориентация в пространстве, уравнения навигации, дальномерные измерения.

ВВЕДЕНИЕ

Предполагается, что на твердом теле закреплено несколько приемных навигационных антенн. Антенны распределены по поверхности тела таким образом, что в любой момент времени, по крайней мере три антенны «видят» не менее четырех спутников системы GPS или GLONASS, или GALILEO. Необходимо не менее трех антенн для определения трех угловых переменных ориентации в процессе измерения межантенных векторов. Для определения межантенных векторов совместно со сдвигом временных шкал между двумя приемниками необходимы, по крайней мере, четыре дальномерных измерения, обеспечиваемых одновременным слежением за четырьмя спутниками.

Напомним кратко основные понятия, принятые в спутниковой навигации. Более детальное описание можно найти, например, в книге [1].

В геоцентрической системе координат определяется положение спутников в любой момент времени. Алгоритмы вычисления положения спутников описаны в интерфейсных контрольных документах соответствующих спутниковых систем [2–4]. Положение антенн навигационных приемников вычисляется на основе дальномерных измерений. Необходимо, по крайней мере, четыре спутника для определения трех компонент поло-

жения фазового центра антенны и сдвига временных шкал системы GPS и часов приемника.

В основе определения ориентации твердого тела в пространстве лежит метод дифференциального относительного позиционирования [1], позволяющий определять межантенные векторы с сантиметровой точностью с помощью фазовых измерений после разрешения фазовых неоднозначностей. Проблеме разрешения фазовых неоднозначностей посвящена обширная литература. Известно много вычислительных методов ее решения. Большинство из них сводятся к задаче квадратичного целочисленного программирования. При практической реализации метода, предложенного в данной работе, для разрешения фазовых неоднозначностей применялись методы, описанные в работах [5–7].

После разрешения фазовых неоднозначностей рассматриваемая задача сводится к задаче определения ориентации по векторным измерениям, известной как задача Уэбба [8]. Ее решению посвящено множество работ. В обзорах [9, 10] рассмотрены постановки задачи оценки ориентации и построения методов рекуррентного оценивания. В настоящей работе не затрагиваются вопросы фильтрации и интеграции с инерциальными сенсорами. Ее цель состоит в описании нового вычислительно эффективного метода решения задачи Уэбба по однозначным фазовым измерениям. Особенность предложенного метода заключается в применении метода параметрического продолжения для учета матрицы весов фазовых измерений, которая в общем случае не является диагональной.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 08-0900064) и комплексной программы 15 ОЭМПУ РАН.

Произвольный вид положительно определенной весовой матрицы не позволяет решить задачу в явном виде с помощью широко распространенного приема, основанного на сингулярном разложении матриц [9]. Предложенный в работе метод продолжения по параметру позволяет, начав с весовой матрицы специального вида, допускающей аналитическое (точнее, практически аналитическое) решение задачи Уэбба, продолжить решение до такого, которое отвечает реальным ошибкам фазовых измерений, характерных для навигационного приемника. При практической реализации использовался приемник JNSGyro-4 [11]. Эксперименты показали, что корректный учет ковариационной матрицы фазовых измерений позволяет уменьшить погрешность определения ориентации примерно на 30 %, практически не увеличивая вычислительную сложность программы, работающей в реальном времени и позволяющей гарантированно определять ориентацию 20 раз/с.

1. ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И СТРУКТУРА ДАЛЬНОМЕРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Будем пользоваться следующими обозначениями, принятыми в спутниковой навигации и вычислительных методах линейной алгебры (большая часть употребляемых в статье понятий и обозначений широко известна и приводится здесь только для удобства читателя):

верхний индекс s используется для обозначения номера спутника;

нижний индекс r используется для нумерации антенн навигационных приемников, расположенных на твердом теле, $r = 0, \dots, m - 1$; $m \geq 3$;

нижний индекс k используется для нумерации моментов времени, называемых эпохами;

n_{rk} — число спутников, находящихся в захвате приемником r в момент времени k ;

верхний индекс b используется для обозначения частотных диапазонов, $b = 1, 2$ (L1, L2);

R^d — d -мерное вещественное евклидово пространство с нормой $\|x\|$;

символ T означает матричное транспонирование, векторы считаются столбцами;

$R^{d \times m}$ — пространство вещественнозначных матриц размера $d \times m$;

$\|x\|_F = \sqrt{x_{11}^2 + \dots + x_{dm}^2} = \sqrt{\text{tr}(x^T x)}$ — матричная норма Фробениуса матрицы $x \in R^{d \times m}$, $\text{tr}(\cdot)$ — след матрицы, $\|x\|_{F, W} = \sqrt{\text{tr}(x^T W x)}$, где W — положительно определенная весовая матрица;

X_{rk}, Y_{rk}, Z_{rk} — декартовы координаты антенны приемника r в k -ю эпоху в геоцентрической системе координат WGS-84;

X_k^s, Y_k^s, Z_k^s — декартовы координаты спутника s в момент времени, предшествующий k -й эпохе на время распространения сигнала от спутника до приемника (в системе WGS-84);

$$\rho_{rk}^s = \|X_r - X_k^s\|, \rho_{rk} = (\rho_{rk}^1, \dots, \rho_{rk}^{n_{rk}})^T \in R^{n_{rk}};$$

c — скорость света в вакууме;

f^{sb} — частота несущей в диапазоне b , отвечающая спутнику s . Для систем GPS и GALILEO частота не зависит от номера спутника, для системы GLONASS зависимость частоты от номера частотной литеры спутника определена в документе [3];

$\lambda^{sb} = c/f^{sb}$ — длина волны несущей, отвечающей спутнику s в диапазоне b ;

τ_{rk} — сдвиг шкал времени между системой GPS и внутренней шкалой приемника r ;

τ_k^s — сдвиг шкал времени между системой GPS и внутренней шкалой спутника s .

Расстояние до спутников измеряется в двух шкалах — кодовой и фазовой. Кодовая шкала дает погрешность порядка нескольких метров в то время как фазовая шкала дает миллиметровую погрешность, но содержит так называемую фазовую неоднозначность, принимающую постоянное и целочисленное значение, различное для каждого спутника. Более точно, фазовые неоднозначности постоянны до возникновения скачков фазы, которые связаны с возможным срывом слежения в петлях фазовой автоподстройки, являющихся частью программного обеспечения навигационного приемника. Более подробно структура спутниковых навигационных измерений и структура ошибок описана, например, в работе [1]. В дополнение к введенным обозначениям определим следующие величины:

μ_{rk}^{sb} — кодовое измерение расстояния между приемником r и спутником s , измеренное в момент времени k в частотном диапазоне b , $\mu_{rk}^b = (\mu_{rk}^{1b}, \dots, \mu_{rk}^{n_{rk}b})^T \in R^{n_{rk}}$;

ϕ_{rk}^{sb} — аналогичным образом определенное измерение псевдодальности в фазовой шкале измерений, $\phi_{rk}^b = (\phi_{rk}^{1b}, \dots, \phi_{rk}^{n_{rk}b})^T \in R^{n_{rk}}$.

С учетом введенных обозначений уравнения, связывающие измеренные псевдодальности в ко-



довой и фазовой шкалах с расстояниями до спутников, имеют вид:

$$\begin{aligned}\mu_{rk}^{s1} &= \rho_{rk}^s + c(\tau_{rk} + \tau_k^s) + I_{rk}^s + \varepsilon_{rk}^{s1}, \\ \mu_{rk}^{s2} &= \rho_{rk}^s + c(\tau_{rk} + \tau_k^s) + \gamma I_{rk}^s + \varepsilon_{rk}^{s2},\end{aligned}\quad (1)$$

$$\begin{aligned}\lambda^{s1} \varphi_{rk}^{s1} &= \rho_{rk}^s + c(\tau_{rk} + \tau_k^s) - I_{rk}^s + \lambda^{s1} N_r^{s1} + v_{rk}^{s1}, \\ \lambda^{s2} \varphi_{rk}^{s2} &= \rho_{rk}^s + c(\tau_{rk} + \tau_k^s) - \gamma I_{rk}^s + \lambda^{s2} N_r^{s2} + v_{rk}^{s2},\end{aligned}$$

где $\gamma = (f^{1s}/f^{2s})^2$, I_{rk}^s — задержка сигнала спутника s в ионосфере Земли в первом частотном диапазоне, N_r^{sb} — целочисленные значения фазовых неоднозначностей, $N_r^b = (N_r^{1b}, \dots, N_r^{n_k b})^T \in Z^{n_k}$, ε_{rk}^{s1} , ε_{rk}^{s2} , v_{rk}^{s1} , v_{rk}^{s2} — ошибки кодовых и фазовых измерений, включающие в себя шумовую составляющую и ошибку многолучевости.

В системе уравнений (1), называемой системой уравнений спутниковой навигации, не указана ошибка положения спутника, связанная с ошибкой эфемеридных данных. Однако эту ошибку можно считать одинаковой для близко расположенных приемников и, поэтому, исчезающей при взятии разностей измерений, относящихся к одному и тому же спутнику и двум различным близко расположенным антеннам.

2. СВЯЗАННЫЕ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ, ОТНОСИТЕЛЬНАЯ НАВИГАЦИЯ И ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИИ

Обозначим антенны, закрепленные на теле, символами $A_0, A_1, \dots, A_{m-1}$. Пусть x, y, z — связанная с телом декартова прямоугольная система координат. Пусть некоторый вектор представлен в связанной системе координат $l = (x, y, z)^T$. Этот же вектор в геоцентрической системе координат имеет представление $L = (X, Y, Z)^T$.

Будем искать ортогональную матрицу поворота Q , переводящую координаты одного и того же вектора из одной системы в другую. Более точно, $L = Ql$. Поместим начало связанной системы координат в точку расположения антенны A_0 . Введем в рассмотрение межантенные векторы $A_r - A_0$, называемые также векторами базовых линий. Пусть $l_r = (x_r, y_r, z_r)^T$ — вектор базовой линии $A_r - A_0$ в связанной системе координат, $L_{rk} = (X_{rk} - X_{0k}, Y_{rk} - Y_{0k}, Z_{rk} - Z_{0k})^T$ — тот же вектор в геоцентрической системе координат в момент времени k , $\bar{l}$

и $\bar{L}_k \in R^{3 \times (m-1)}$ — матрицы, столбцами которых являются векторы l_r и L_{rk} .

Обозначим через Δ оператор взятия разности между величинами, относящимися к антенне A_r , $r = 1, \dots, m-1$, и величинами, относящимися к антенне A_0 . Ионосферная задержка одинакова для близко расположенных антенн, и поэтому индекс r при величинах I_{rk}^s в уравнениях (1) может быть опущен. Применяя оператор Δ к уравнениям (1) и принимая во внимание, что величины, не содержащие индекс r , при взятии разности исчезают, получим

$$\begin{aligned}\Delta \mu_{rk}^{s1} &= \Delta \rho_{rk}^s + c \Delta \tau_{rk} + \Delta \varepsilon_{rk}^{s1}, \\ \Delta \mu_{rk}^{s2} &= \Delta \rho_{rk}^s + c \Delta \tau_{rk} + \Delta \varepsilon_{rk}^{s2},\end{aligned}\quad (2)$$

$$\begin{aligned}\Delta \varphi_{rk}^{s1} &= \frac{1}{\lambda^{s1}} \Delta \rho_{rk}^s + f^{1s} \Delta \tau_{rk} + \Delta N_r^{s1} + \Delta v_{rk}^{s1}, \\ \Delta \varphi_{rk}^{s2} &= \frac{1}{\lambda^{s2}} \Delta \rho_{rk}^s + f^{2s} \Delta \tau_{rk} + \Delta N_r^{s2} + \Delta v_{rk}^{s2}.\end{aligned}\quad (3)$$

Задача относительной навигации состоит в определении положения антенны A_r относительно антенны A_0 , т. е. в определении вектора $A_r - A_0$ с использованием уравнений (2) и (3), называемых уравнениями относительной навигации. В группе уравнений (2) используются однозначные, но неточные кодовые измерения. В группе уравнений (3) используются неоднозначные, но точные фазовые измерения. Стандартные отклонения шумов фазовых измерений имеют порядок 10^{-3} м в то время, как кодовые измерения имеют стандартное отклонение порядка $10^{-1} \div 10^1$ м. Фазовые неоднозначности ΔN_r^{s1} и ΔN_r^{s2} , присутствующие во второй группе уравнений (3), принимают целочисленные значения. Обычно процедуру разрешения фазовых неоднозначностей разделяют на оценку вещественных значений неоднозначностей, поиск наилучшей целочисленной аппроксимации и проверку правильности разрешения неоднозначностей. При реализации метода, описанного в данной работе, использовалась вычислительная схема рекуррентного оценивания вещественных оценок фазовых неоднозначностей, описанная в работе [12]. Целочисленное разрешение фазовых неоднозначностей основано на целочисленной квадратичной оптимизации с помощью методов, описанных в работах [6, 7]. В рамках данной статьи считаем, что процедура разрешения фазовых неоднозначностей уже выполнена и значения ΔN_r^{s1} и ΔN_r^{s2} известны.

Пусть координаты X_{0k} , Y_{0k} , Z_{0k} антенны A_0 в момент времени k уже известны из решения задачи о наименьших квадратах невязок двух первых навигационных уравнений (1) при $r = 0$. Поставим задачу определения векторов L_{rk} с помощью решения задачи о наименьших квадратах невязок уравнений (3). Одна итерация метода Гаусса — Ньютона [5] для системы нелинейных уравнений эквивалентна решению задачи о наименьших квадратах для линеаризованной системы. Выпишем уравнения (3), линеаризованные в окрестности точки X_{0k} , Y_{0k} , Z_{0k} в момент времени k . Обозначим:

$$\begin{aligned}\Phi_{rk}^{sb} &= (\Delta\Phi_{rk}^{sb} - \Delta N_r^{sb})\lambda^{sb}, \\ \Phi_{rk}^b &= (\Phi_{rk}^{1b}, \dots, \Phi_{rk}^{n_{rk}b})^T \in R^{n_{rk}}, \\ \Phi_{rk} &= \begin{pmatrix} \Phi_{rk}^1 \\ \Phi_{rk}^2 \end{pmatrix} \in R^{2n_{rk}},\end{aligned}$$

$$\Phi_k = (\Phi_{1k}, \dots, \Phi_{(m-1)k}) \in R^{2n_{rk}} \times (m-1),$$

$J_{rk} \in R^{n_{rk} \times 3}$ — матрица Якоби вектор-функции

$$\rho_{rk} \in R^{n_{rk}}.$$

Строками матрицы J_{rk} являются векторы направляющих косинусов линии визирования спутника $s = 1, \dots, n_{rk}$ из антенны A_r . Для антенн, расположенных на расстоянии нескольких метров друг от друга, линии визирования на спутники, расположенные на расстоянии ~20 000 км от них, практически коллинеарны. Предположим, что число и состав спутников, наблюдаемых антеннами A_r , $r = 0, \dots, m-1$, одинаково. При этом предположении выполняются условия $n_{rk} \equiv n_k$, $J_{rk} \equiv J_k$, где n_k — общее для всех антенн число наблюдаемых спутников, а J_k — общая для всех антенн матрица Якоби вектор-функций ρ_{rk} . Далее, обозна-

чим: $C = (c, \dots, c)^T \in R^{n_k}$, $A_k = \begin{bmatrix} J_k & C \\ J_k & C \end{bmatrix} \in R^{2n_k \times 4}$,

$$\begin{aligned}\tilde{L}_k &= \begin{bmatrix} X_{1k} - X_{0k} & X_{2k} - X_{0k} & X_{(m-1)k} - X_{0k} \\ Y_{1k} - Y_{0k} & Y_{2k} - Y_{0k} & Y_{(m-1)k} - Y_{0k} \\ Z_{1k} - Z_{0k} & Z_{2k} - Z_{0k} & Z_{(m-1)k} - Z_{0k} \\ \Delta\tau_{1k} & \Delta\tau_{2k} & \Delta\tau_{(m-1)k} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \tilde{L}_k \\ (\Delta\tau_{1k}, \dots, \Delta\tau_{(m-1)k}) \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

С учетом введенных обозначений уравнения относительной навигации, линеаризованные в окрестности положения X_{0k} , Y_{0k} , Z_{0k} антенны A_0 , принимают вид

$$A_k \tilde{L}_k = \Phi_k, \quad (4)$$

где опущены слагаемые Δv_{rk}^{sb} , отвечающие за ошибки измерений. Для весовой матрицы

$$W = \text{diag}((\sigma_\phi^1)^{-2}, \dots, (\sigma_\phi^n)^{-2}), \quad (5)$$

где $(\sigma_\phi^n)^2$ — априорная дисперсия ошибок первых разностей фазовых измерений Δv_{rk}^{sb} , поставим задачу минимизации взвешенной суммы квадратов невязок уравнений относительной навигации (4)

$$\begin{aligned}\|A_k \tilde{L}_k - \Phi_k\|_{F, V}^2 &\rightarrow \min, \\ V &= \text{diag}(W, W) \in R^{2n}.\end{aligned} \quad (6)$$

Ориентация связанной системы координат относительно геоцентрической системы координат в момент времени k определяется матрицей Q_k . Для краткости далее опустим индекс зависимости от времени k в выражении (6). Вспомнив определение $L = QI$, перепишем задачу (6) как задачу определения ортогональной матрицы Q , доставляющей минимум в задаче о наименьших квадратах

$$\begin{aligned}\|A \tilde{L} - \Phi\|_{F, V}^2 &\rightarrow \min, \quad \tilde{L} = \begin{bmatrix} Q\tilde{I} \\ (\Delta\tau_1, \dots, \Delta\tau_{m-1}) \end{bmatrix}, \\ Q^T Q &= I.\end{aligned} \quad (7)$$

Перепишем задачу (7) в виде

$$\begin{aligned}\min_{\tilde{L}} \|A \tilde{L} - \Phi\|_{F, V}^2 &= \\ = \min_Q \left\{ \min_{\Delta\tau_1, \Delta\tau_2, \dots, \Delta\tau_{(m-1)}} \|A \tilde{L} - \Phi\|_{F, V}^2 \right\}, \\ Q^T Q &= I.\end{aligned} \quad (8)$$

Обозначим $H = \begin{bmatrix} J \\ J \end{bmatrix} \in R^{2n \times 3}$, $D = \begin{bmatrix} C \\ C \end{bmatrix} \in R^{2n}$.

Взяв «внутренний» минимум в выражении (8), получим

$$\|HQ\tilde{I} - \Phi\|_{F, \bar{W}}^2 \rightarrow \min, \quad Q^T Q = I. \quad (9)$$

$$\bar{W} = V - \frac{1}{D^T V D} V D D^T V.$$



Заметим, что весовая матрица $\bar{W}$ вырождена и имеет дефект ранга 1. Матрица V определяется выражениями (5) и (6) и отражает структуру шумов фазовых измерений. Используя определение нормы Фробениуса, перепишем задачу (9) в виде

$$\|H\bar{Q}\bar{l} - \Phi\|_{F, \bar{W}}^2 = \text{tr}(H\bar{Q}\bar{l} - \Phi)^T \bar{W} (H\bar{Q}\bar{l} - \Phi) = \\ = (\text{tr}(\bar{l}^T Q^T H^T \bar{W} H \bar{Q}\bar{l}) - 2\text{tr}(\bar{l}^T Q^T H^T \bar{W} \Phi) + \\ + \text{tr}(\Phi^T \bar{W} \Phi)) \rightarrow \min, \quad Q^T Q = I. \quad (10)$$

Пусть H^+ — взвешенная псевдообратная матрица

$$H^+ = (H^T \bar{W} H)^{-1} H^T \bar{W}.$$

Предполагается, что $n \geq 4$ и матрица $H^T \bar{W} H \in R^{3 \times 3}$ невырождена, даже принимая во внимание вырожденность матрицы $\bar{W}$. Обозначим $l^* = H^+ \Phi$ решение задачи о наименьших квадратах

$$\|H\bar{l} - \Phi\|_{F, \bar{W}}^2 \rightarrow \min_{l \in R^{3 \times 3}}.$$

Дальнейшие преобразования выражения (10) приводят к следующей задаче:

$$\|H\bar{Q}\bar{l} - \Phi\|_{F, \bar{W}}^2 = \text{tr}(\bar{l}^T Q^T H^T \bar{W} H \bar{Q}\bar{l}) - \\ - 2\text{tr}(\bar{l}^T Q^T H^T \bar{W} H l^*) \rightarrow \min, \quad Q^T Q = I. \quad (11)$$

Задача квадратичной оптимизации (11) при квадратичных ограничениях решается итеративными методами, основанными на методе Ньютона [5, 13]. Мы следуем другой схеме. В качестве первого шага определим другую вспомогательную весовую матрицу, допускающую аналитическое решение задачи (11). Введение вспомогательной весовой матрицы позволяет избавиться от квадратичного слагаемого и воспользоваться известным вычислительным приемом (см., например, работу [9]). Затем решение параметрически продолжается до решения задачи (11) при исходной весовой матрице $\bar{W}$.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ ВЕСОВОЙ МАТРИЦЫ

Рассмотрим вспомогательную весовую матрицу

$$\tilde{W} = H^{+T} H^+. \quad (12)$$

Принимая во внимание тождество $H^+ H = I$ и ортогональность матрицы Q , перепишем задачу (11) в виде

$$\text{tr}(\bar{l}^T Q^T l^*) \rightarrow \max, \quad Q^T Q = I. \quad (13)$$

Далее, $\text{tr}(\bar{l}^T Q^T l^*) = \text{tr}(l^{*T} Q^T \bar{l}) = \text{tr}(\bar{l} l^{*T} Q^T)$. Обозначим $B = \bar{l} l^{*T}$ и перепишем задачу (13) в виде

$$\text{tr}(BQ) \rightarrow \max, \quad Q^T Q = I. \quad (14)$$

Представив матрицу B в виде сингулярного разложения $B = P \Sigma T$, $P^T P = T^T T = I$, Σ — диагональная матрица, получим решение задачи (14) в виде $Q = T^T P^T$.

Таким образом, замена весовой матрицы $\bar{W}$ вспомогательной весовой матрицей $\tilde{W}$ вида (12), позволяет найти аналитическое решение задачи (11).

4. ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ РАСШИРЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ

Введем в рассмотрение весовую матрицу, зависящую от параметра,

$$W(\alpha) = \alpha \bar{W} + (1 - \alpha) H^{+T} H^+, \quad (15)$$

где параметр α принимает значения из интервала $[0, 1]$. Начиная со значения $\alpha = 0$, для которого решение задачи (11) получено, найдем его параметрическое продолжение до значения $\alpha = 1$, для которого $W(1) = \bar{W}$. Подставив матрицу (15) в выражение (10), получим

$$\text{tr}[\bar{l}^T Q^T (\alpha H^T \bar{W} H + (1 - \alpha) I) Q \bar{l}] - \\ - 2\text{tr}[\bar{l}^T Q^T (\alpha H^T \bar{W} H + (1 - \alpha) I) l^*] \rightarrow \min, \\ Q^T Q = I.$$

Обозначим $M = H^T \bar{W} H - I$. Тогда последняя задача минимизации принимает вид

$$\alpha \frac{1}{2} \text{tr}(\bar{l}^T Q^T M Q \bar{l}) - \alpha \text{tr}(B M Q) - \text{tr}(B Q) \rightarrow \min, \\ Q^T Q = I. \quad (16)$$

Пусть $Q(\alpha)$ — решение задачи (16). Продолжим $Q(\alpha)$ по параметру от $\alpha = 0$ до $\alpha = 1$.

Пусть μ — матрица множителей Лагранжа, отвечающих ограничениям $Q^T Q = I$ в задаче (16). Она симметрична в силу специфики ограничений. Функция Лагранжа принимает вид

$$L(Q, \mu, \alpha) = \alpha \frac{1}{2} \text{tr}(\bar{l}^T Q^T M Q \bar{l}) - \alpha \text{tr}(B M Q) - \\ - \text{tr}(B Q) + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \mu_{ij} \sum_{k=1}^3 (q_{ki} q_{kj} - \delta_{ij}), \quad (17)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases}$$

Пусть $\mu(\alpha)$ — матрица множителей Лагранжа, отвечающая решению $Q(\alpha)$, а $\dot{Q}(\alpha)$ и $\dot{\mu}(\alpha)$ — полные производные матриц $Q(\alpha)$ и $\mu(\alpha)$ по параметру α . Справедливы следующие утверждения.

Лемма 1. Матрица множителей Лагранжа, отвечающая решению $Q(0)$, определяется формулой

$$\mu(0) = \frac{1}{2} P \Sigma P^T. \quad \blacklozenge$$

Опустим для краткости символ зависимости от параметра (α) в выражениях $Q(\alpha)$, $\mu(\alpha)$, $\dot{Q}(\alpha)$ и $\dot{\mu}(\alpha)$.

Лемма 2. (а) Полная производная

$$\dot{Q} = QS, \quad (18)$$

где матрица $S = -S'$ кососимметричная.

(б) Кососимметричная матрица S и симметричная матрица $\dot{\mu}$ удовлетворяют линейному уравнению

$$\alpha Q^T M Q S \Pi^T + 2S\mu + 2\dot{\mu} = Q^T M B^T - Q^T M Q \Pi^T. \quad \blacklozenge \quad (19)$$

Доказательства лемм приведены в Приложении. Обозначим

$$\Pi = Q^T M Q, \quad R = Y_0 Y_0^T, \quad \Psi = Q^T M B^T - Q^T M Q Y_0^T.$$

Транспонирование выражения (19) и вычитание из него результата дает

$$\alpha \Pi S R + \alpha R S \Pi + 2S\mu + 2\dot{\mu} S = \Psi - \Psi^T. \quad (20)$$

Уравнение (20) относительно кососимметричной матрицы S линейно и может быть переписано как система трех линейных уравнений относительно трех внедиагональных элементов S . После определения матрицы S уравнение (18) определяет матрицу $\dot{Q}$. Наконец, уравнение (19) решается относительно матрицы $\dot{\mu}$.

Полные производные матриц $\dot{Q}$ и $\dot{\mu}$, вычисленные при некотором значении параметра α , определяют направление изменения $Q(\alpha)$ и соответствующей матрицы множителей Лагранжа $\mu(\alpha)$. Для восстановления всей траектории $Q(\alpha)$, $\mu(\alpha)$ при изменении параметра α от 0 до 1 воспользуемся методом ломаных Эйлера. Пусть $\Delta\alpha$ — шаг изменения параметра. Начиная со значения $Q(0)$ и $\mu(0)$, вычисляем

$$Q((k+1)\Delta\alpha) = Q(k\Delta\alpha) + \dot{Q}(k\Delta\alpha)\Delta\alpha, \\ \mu((k+1)\Delta\alpha) = \mu(k\Delta\alpha) + \dot{\mu}(k\Delta\alpha)\Delta\alpha$$

для $k = 0, 1, 2, \dots$ до тех пор, пока $k\Delta\alpha$ достигает значения 1. Матрицы $\dot{Q}(k\Delta\alpha)$ и $\dot{\mu}(k\Delta\alpha)$ вычисляются в соответствии с изложенной схемой.

Заметим, что уравнение (П1) (см. Приложение), определяющее направление изменения $\dot{Q}$ и $\dot{\mu}$, может рассматриваться как уравнение ньютоновских итераций для вектор-функции $\partial L(Q, \mu, \alpha) / \partial q_{st}$ при ограничении $Q^T Q = 1$.

Вычислительные эксперименты показывают, что матрица $Q(0)$, вычисленная в начальной точке $a = 0$, дает хорошее приближение к решению $Q(1)$. Поэтому двух-четырёх итераций обычно достаточно для получения точного решения ($\Delta\alpha = 0,25 \dots 0,5$).

5. РЕЗУЛЬТАТЫ НАТУРНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Цель испытаний состояла в проверке описанного алгоритма в статических и кинематических условиях и оценке точности определения ориентации.

Точность определения ориентации зависит от взаимного положения антенн и расстояния между ними. Четыре антенны «Magant» [11] были закреплены на крыше автомобиля «Нива» (рис. 1). В системе координат, начало которой совпадает с антенной A_0 , ось x направлена вдоль центральной оси машины и коллинеарна вектору $l_1 = A_1 - A_0$, ось y ортогональна оси x и направлена направо в плоскости крыши, ось z дополняет первые две до правой тройки, координаты антенн, совпадающие с координатами базовых линий $l_r = A_r - A_0$, равны $(0; 0,766; 0,030)$, $(-0,491; 0,019; 0,001)$, $(0,488; -0,020; -0,007)$.

Использовался навигационный приемник JNSGyro-4 [11]. Алгоритм работал в реальном времени на частоте 10 Гц. Были проведены статическое и кинематическое испытания. Статическое испытание дает представление об ошибках определения ориентации. Длительность теста составила 2400 отсчетов. Сравнивались среднеквадратические отклонения углов, вычисленных с использованием вспомогательной весовой матрицы (12) и весовой матрицы (5), отвечающей реальным ошибкам фазовых шумов. В формуле (5) значения σ_ϕ^s изменялись в диапазоне от 0,02 до 0,07 цикла в за-

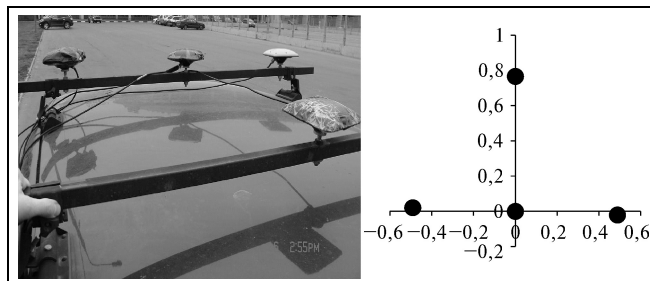


Рис. 1. Расположение антенн на крыше автомобиля

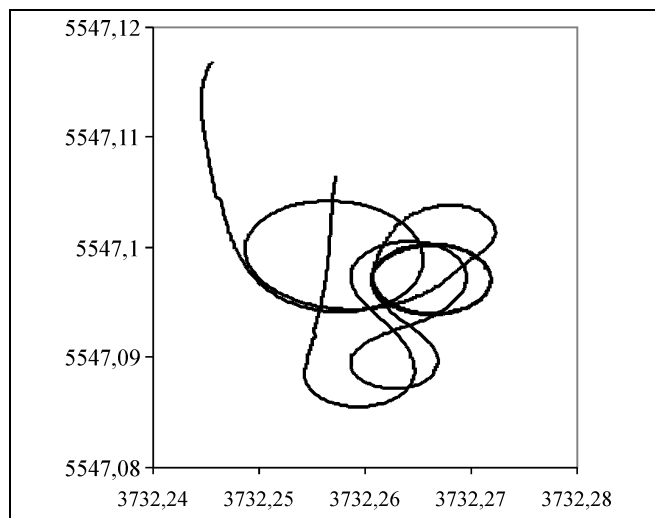


Рис. 2. Траектория движения автомобиля в течение кинематического теста (по осям отложены долгота и широта в формате ГТММ, ММ — градусы, минуты и две десятичные цифры после запятой)

висимости от угла возвышения спутника. Средне-квадратические отклонения ошибок тангажа, крена и азимута равны 0,22, 0,17 и 0,08° соответственно. При использовании матрицы (12) ошибки оказались примерно на 30 % больше. Этот результат ожидаем и подтверждает целесообразность применения развитого в работе метода. Его вычислительная эффективность подтверждается возможностью реализации в реальном времени. Профилирование программы показало, что вычислительный метод, основанный на продолжении по параметру и дающий 30 %-е уменьшение погрешности, увеличивал вычислительную трудоемкость не более чем на 40 %. Основным источником ошибок при испытаниях был белый шум и многолучевость, вызванная отражением радиосигнала от крыши автомобиля и приемом отраженного сигнала обратной стороной антенны.

Траектория движения автомобиля в координатах «долгота — широта» в течение кинематического теста представлена на рис. 2, на рис. 3 — графики изменения азимута и крена. Изменения тангажа носят шумовой характер и не представляют интереса. Азимут изменяется в диапазоне от 0 до 360°. Волнообразное изменение крена вызвано наклоном автомобиля при поворотах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описан метод определения относительной ориентации твердого тела. Хотя, в действительности, решается задача ориентации твердого тела относительно локального горизонта, задача определения относительной ориентации легко решается добавлением радиоканала, передающего информацию об ориентации между несколькими телами. Проведенные натурные испытания подтверждают работоспособность предложенного метода. В отличие от других, ранее известных методов, предложенный метод позволяет правильно учесть реальную структуру ковариационных связей между ошибками фазовых измерений при высокой вычислительной эффективности.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство леммы 1. Условие стационарности точки (Q, μ) функции (17) $\left. \frac{\partial L(Q, \mu, \alpha)}{\partial q_{st}} \right|_{\alpha=0} = 0$, q_{st} — элементы матрицы Q , принимает вид

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial L(Q, \mu, \alpha)}{\partial q_{st}} \right|_{\alpha=0} &= -b_{ts} + \sum_{i \neq t} \mu_{it} \frac{\partial}{\partial q_{st}} (q_{st} q_{st} - \delta_{it}) + \\ &+ \sum_{j \neq t} \mu_{it} \frac{\partial}{\partial q_{st}} (q_{st} q_{sj} - \delta_{ij}) + \mu_{it} \frac{\partial}{\partial q_{st}} (q_{st} q_{st} - 1) = \\ &= -b_{ts} + 2 \sum_i \mu_{it} q_{st} = 0 \end{aligned}$$

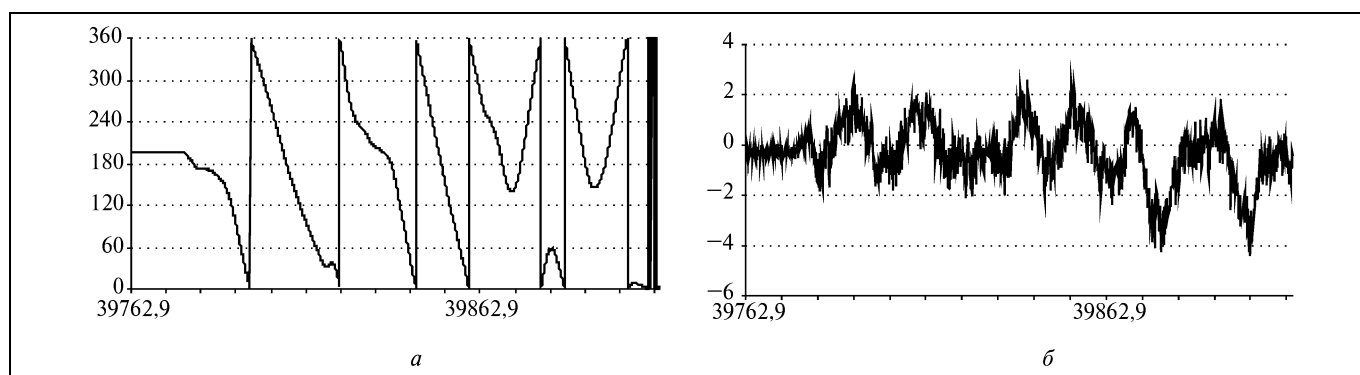


Рис. 3. Графики изменения азимута (а) и крена (б) в течение кинематического теста

или $-B^T + 2Q\mu(0) = 0$. Принимая во внимание разложение $B = P\Sigma V$ и выражение (17), получаем $\mu(0) = \frac{1}{2} Q^T B^T = P\Sigma P^T$.

Доказательство леммы 2. Утверждение (а) следует непосредственно из ортогональности матрицы $Q(\alpha)$ и свойств касательного пространства к группе ортогональных матриц $SO(3)$ в точке I , состоящего из кососимметричных матриц.

Дифференцирование условий стационарности $\frac{\partial L(Q, \mu, \alpha)}{\partial q_{st}} = 0$ по параметру α дает следующие условия (следующие также из теоремы о неявной функции)

$$\sum_{g,h} \frac{\partial^2 L}{\partial q_{st} \partial q_{gh}} \dot{q}_{gh} + \sum_{g,h} \dot{\mu}_{gh} \frac{\partial}{\partial q_{st}} \sum_k (q_{kg} q_{kh} - \delta_{gh}) + \frac{\partial}{\partial q_{st}} \left[\frac{1}{2} \text{tr}(I^T Q^T M Q I) - \text{tr}(B Q) \right] = 0. \quad (\text{П1})$$

Пусть $\{\cdot\}_{st}$ означает соответствующий элемент матрицы. Тогда поэлементное дифференцирование в выражении (П1) дает

$$\frac{\partial^2 L}{\partial q_{st} \partial q_{gh}} = \alpha m_{sg} \{I^T\}_{th} + 2\mu_{th} \delta_{sg},$$

$$\sum_{g,h} \dot{\mu}_{gh} \frac{\partial}{\partial q_{st}} \sum_k (q_{kg} q_{kh} - \delta_{gh}) = 2\{Q\dot{\mu}\}_{st}, \quad (\text{П2})$$

$$\frac{\partial}{\partial q_{st}} \left[\frac{1}{2} \text{tr}(I^T Q^T M Q I) - \text{tr}(B Q) \right] = \{M Q I I^T - B^T\}_{st}. \quad (\text{П3})$$

Комбинация условий (П1) с выражениями (П2) и (П3) дает

$$\alpha M \dot{Q} I I^T + 2\dot{Q} \mu + 2\dot{\mu} = M B^T - M Q I I^T.$$

Подстановка $\dot{Q} = Q S$ в последнее выражение и умножение слева на матрицу Q^T дает выражение (19).

ЛИТЕРАТУРА

1. Leick A. GPS Satellite Surveying. — New York: John Wiley & Sons, 1995.
2. GPS Interface Control Document. — URL: <http://www.navcen.uscg.gov/pubs/gps/icd200/> (дата обращения: 27.05.2010).
3. Интерфейсный контрольный документ. GLONASS. — URL: <http://www.glonass-ianc.rsa.ru/i/glonass/ICD-2002r.pdf> (дата обращения: 27.05.2010).
4. GALILEO Interface Control Document. — URL: <http://www.gsa.europa.eu/go/galileo/os-sis-icd> (дата обращения: 27.05.2010).
5. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. — М.: Мир, 1985.
6. Lenstra A.K., Lenstra H.W., Lovász L. Factoring Polynomials with Rational Coefficients // Math. Annalen. — 1982. — Vol. 261. — P. 515–534.
7. Схрейвер А. Линейное и целочисленное программирование. — М.: Мир, 1991.
8. Wahba G. A Least Squares Estimate of Spacecraft Attitude // SIAM Review. — 1965. — Vol. 7, N 3.
9. Crassidis J.L., Markley F., Cheng Y. Survey of Nonlinear Attitude Estimation Methods // J. Guidance, Control, and Dynamics. — 2007. — Vol. 30, N 1. — P. 12–28.
10. Степанов О.А., Кошаев Д.А. Исследование методов решения задачи ориентации с использованием спутниковых систем // Навигация и гироскопия. — 1999. — № 2 (25). — С. 30–55.
11. <http://www.javad.com/jns> (дата обращения: 27.05.2010).
12. Rapoport L., Barabanov I., Khvalkov A., et al. OCTOPUS: Multi antennae GPS/ GLONASS RTK System // ION Meeting Proceedings, Nashville, Tennessee, Sept. 14–17, 1999.
13. Gill P.E., Golub G.H., Murray W., Saunders M.A. Methods for Modifying Matrix Factorizations // Math. of Computations. — 1977. — Vol. 28. — P. 505–535.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Ю. Рутковским.

Рapoпорт Лев Борисович — д-р физ.-мат. наук, зав лабораторией, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-86-60, ✉ L.Rapoport@Javad.com.

За достигнутые трудовые успехи и многолетнюю плодотворную работу академик Российской академии наук, советник Российской академии наук, член редколлегии нашего журнала Станислав Васильевич Емельянов Указом Президента Российской Федерации награждён Орденом Почёта.

Сердечно поздравляем Станислава Васильевича с высокой наградой и желаем ему дальнейших творческих успехов!

Редколлегия и редакция
журнала «Проблемы управления»



ГРАДИЕНТНЫЙ АЛГОРИТМ АДАПТАЦИИ В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИЕЙ ДЕФОРМИРУЕМОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА¹

А.В. Силаев

Рассмотрена задача минимизации уровня упругих колебаний в угловом движении деформируемого космического аппарата. Получены уравнения, позволяющие оценить огибающие упругих мод с учетом их собственного демпфирования. Предложен градиентный алгоритм беспойсковой адаптации параметра базового закона управления ориентацией объекта, минимизирующий общую огибающую упругих мод.

Ключевые слова: деформируемый космический аппарат, упругие колебания, огибающая, адаптивное управление.

ВВЕДЕНИЕ

Возмущающее влияние упругих колебаний нежестких элементов конструкции (панелей солнечных батарей, антенн и других элементов) на движение деформируемых космических аппаратов (ДКА) приводит к необходимости учета при разработке систем управления их ориентацией достаточно большого числа мод упругих колебаний, даже если амплитуды этих мод малы по сравнению с координатами движения ДКА как абсолютно жесткого тела. Это вызвано тем, что при длительном сроке функционирования объекта и при определенных условиях может возникнуть явление резонанса отдельной моды, выражающееся в неограниченном возрастании ее амплитуды, ведущим к захвату регулятора упругими колебаниями, т. е. к потере устойчивости системы [1]. Вследствие этого алгоритмы управления ориентацией ДКА, полученные для абсолютно жесткого объекта, оказываются неработоспособными. В связи с этим необходима разработка методов оценки уровня упругих колебаний и, в случае необходимости, изменения закона управления, например, путем адаптации его параметров в допустимых пределах в целях минимизации уровня упругих колебаний.

Существенная нелинейность и высокая размерность математической модели ДКА приводят к тому, что при исследовании динамики движения с учетом упругости конструкции важнейшим инструментом служит цифровое моделирование. Большие

затруднения вызывает широкий диапазон собственных частот упругих мод, что требует выбора шага интегрирования дифференциальных уравнений мод, исходя из максимальной частоты мод. Это приводит к существенному увеличению времени моделирования. В то же время для оценки влияния мод (в особенности высокочастотных) на движение системы в целом достаточно знать не мгновенные значения координат мод, а их текущие амплитуды (огибающие), изменяющиеся во времени относительно медленно. Огибающие можно моделировать с существенно большим шагом, что значительно сократит время моделирования. Поэтому представляет интерес разработка методов оценки огибающих упругих мод.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Наиболее удобной формой описания упругих мод служит модально-физическая модель [2] углового движения ДКА:

$$\begin{aligned}\ddot{\bar{x}} &= m(u), \\ \ddot{\tilde{x}}_i + 2\xi_i\tilde{\omega}_i\dot{\tilde{x}}_i + \tilde{\omega}_i^2\tilde{x}_i &= \tilde{k}_i m(u), \quad i = \overline{1, n}, \quad (1) \\ x &= \bar{x} + \tilde{x}, \quad \tilde{x} = \sum_{i=1}^n \tilde{x}_i,\end{aligned}$$

где $\bar{x}$ — координата движения ДКА как абсолютно жесткого тела; $\tilde{x}_i$ — координата i -й моды упругих колебаний; $\tilde{\omega}_i$, ξ_i и $\tilde{k}_i$ — соответственно собственная циклическая частота, коэффициент затухания и коэффициент возбудимости i -й моды; n — число учитываемых мод; $m(u)$ — приведенный управляющий момент; $u = u(x, \dot{x}, t, \lambda)$ — базовый релей-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 08-08-00512) и Отделения ЭММПУ РАН (программа № 15).

но-логический закон управления; x и $\dot{x}$ — измеряемые координаты объекта; $\tilde{x}$ — дополнительная составляющая координаты x , обусловленная упругими колебаниями; λ — параметр базового закона управления, доступный адаптации. Обычно моды слабодемпфированные, поэтому значения ξ_j малы.

Для ДКА с длительным сроком существования в качестве базового закона управления ориентацией нередко используют релейно-логические законы, приводящие к автоколебаниям, которые обеспечивают требуемую динамику процессов управления в замкнутой системе.

Рассмотрим в качестве базового закона управления ориентацией ДКА алгоритм на основе релейно-логической функции $u(x)$, зависящей только от одной измеряемой координаты x . Если пренебречь упругими колебаниями (т. е. при $x \approx \tilde{x}$), то в окрестности координат, близкой к области существования предельного цикла, этот алгоритм может быть описан следующим образом:

$$u(x) = \begin{cases} +u_\varepsilon \forall |x| < \varepsilon \vee t < t_0; \\ -u_u \forall x \geq \varepsilon \vee t \in [t_0, t_1], x(t_1) = \varepsilon - \gamma, \\ t_1 - t_0 = \tau_1; \\ +u_u \forall x \leq \varepsilon - \gamma \wedge t \in [t_1, t_2], t_2 - t_1 = \tau_2 = k_t \tau_1, \\ 0 < k_t < 1; \\ +u_\varepsilon \forall |x| < \varepsilon - \gamma \vee t \geq t_2. \end{cases} \quad (2)$$

Сигналы (напряжения) $+u_u$, $-u_u$, $+u_\varepsilon$ используются для включения исполнительного органа, создающего управляющие воздействия $+m_u$, $-m_u$, $+m_\varepsilon$ соответственно. Для пояснения работы алгоритма на рис. 1 представлена фазовая плоскость, отображающая автоколебания, вызываемые данным алгоритмом при некоторых значениях его параметров. Пусть θ на рис. 1 — начальная точка, соответствующая моменту t_0 начала функционирования системы стабилизации. Примем для определенности $x(t_0) > \varepsilon$. В соответствии с данным алгоритмом к объекту прикладывается воздействие $-m_u$, уменьшающее начальное отклонение. В некоторый момент $t = t_1$ изображающая точка попадет на линию переключения L_2 ($x(t_1) = \varepsilon - \gamma$). Время движения по траектории $\theta \rightarrow 1$, равное $\tau_1 = t_1 - t_0$, измеряется и запоминается. По сигналу датчика угла $x(t_1) = \varepsilon - \gamma$ управляющее воздействие, приложенное к объекту, меняет знак на противоположный ($+m_u$), под влиянием которого осуществляется торможение объекта в течение расчетного времени $\tau_2 = k_t \tau_1$, где k_t — коэффициент возврата, доступный адаптации в определенных пределах. Далее под влиянием «слабого» управле-

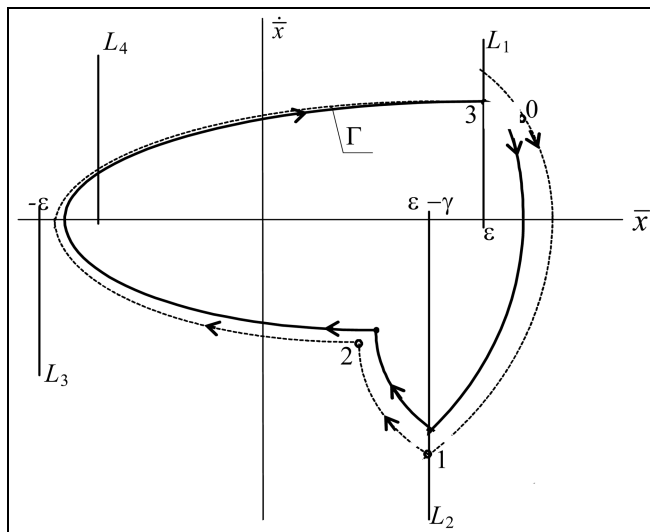


Рис. 1. Движение системы на фазовой плоскости в окрестности предельного цикла без учета упругих колебаний

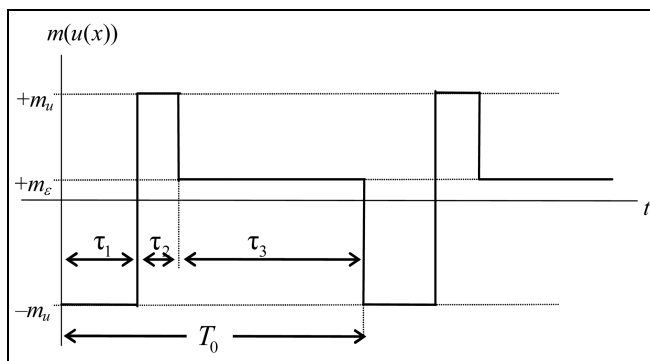


Рис. 2. Приведенный управляющий момент в режиме автоколебаний

ния $+m_\varepsilon$ по траектории пассивного движения $2 \rightarrow 3$ внутри зоны нечувствительности система возвращается на исходную правую границу зоны нечувствительности в точке 3 ($x(t_3) \in L_1$), выходя в конечном счете на траекторию предельного цикла Γ .

Функционирование регулятора в режиме автоколебаний (Γ), представленное периодической последовательностью импульсов управляющего воздействия, отображено на рис. 2. Вид автоколебаний, установившихся в системе, зависит от соотношения значений m_u , m_ε и k_t . Автоколебания, представленные на рис. 1 и 2, соответствуют случаю минимального расхода энергии и являются односторонними, т. е. фазовая траектория движения системы никогда не пересекает левую границу зоны нечувствительности — линию переключения L_3 , на которой $x(t) = -\varepsilon$. Параметры автоколебаний τ_1 , τ_2 и τ_3 , как и общий период цикла



$T_0 = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$, определяются параметрами базового алгоритма ε , γ , k_p , m_u и m_ε . В процессе движения релейный алгоритм (2) воздействует на упругие моды и при определенных условиях может вызвать резонанс отдельной моды. При этом огибающая данной моды будет неограниченно возрастать.

Требуется разработать:

— метод оценки огибающих отдельных мод и общей огибающей движения $\tilde{x}$, вызванного упругими колебаниями;

— алгоритм адаптации параметра k_p , позволяющий минимизировать общую огибающую упругих колебаний.

2. ОЦЕНКА ОГИБАЮЩИХ УПРУГИХ МОД

Предлагаемый здесь метод оценки огибающих демпфированных упругих мод основан на результатах, полученных в работе [3] для недемпфированных мод. Рассмотрим i -ю моду, описываемую уравнением

$$\ddot{\tilde{x}}_i + 2\xi_i\tilde{\omega}_i\dot{\tilde{x}}_i + \tilde{\omega}_i^2\tilde{x}_i = f_i(t), \quad (3)$$

где $f_i(t) = \tilde{k}_i m(u)$.

Согласно методу Крылова — Боголюбова [4] приближенное решение уравнения (3) имеет вид $\tilde{x}_i(t) = a_i(t)\cos\theta_i(t)$, где $\theta_i(t) = \tilde{\omega}_i t + \varphi_i(t)$, а $a_i(t)$ и $\varphi_i(t)$ — относительно медленно меняющиеся функции времени, $a_i(t)$ — огибающая моды. Выражения для $\dot{\tilde{x}}_i$ и $\ddot{\tilde{x}}_i$ имеют вид [4]

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_i &= -a_i(t)\tilde{\omega}_i\sin\theta_i(t), & \ddot{\tilde{x}}_i &= \tilde{\omega}_i\dot{a}_i(t)\sin\theta_i(t) - \\ & - \tilde{\omega}_i^2 a_i(t)\cos\theta_i(t) - \tilde{\omega}_i a_i(t)\dot{\varphi}_i\cos\theta_i(t) \end{aligned}$$

при условии

$$\dot{a}_i(t)\cos\theta_i(t) - a_i(t)\dot{\varphi}_i(t)\sin\theta_i(t) = 0. \quad (4)$$

После подстановки выражений $\dot{\tilde{x}}_i$ и $\ddot{\tilde{x}}_i$ уравнение (3) примет вид

$$\begin{aligned} -\tilde{\omega}_i\dot{a}_i(t)\sin\theta_i(t) - \tilde{\omega}_i a_i(t)\dot{\varphi}_i(t)\cos\theta_i(t) - \\ - 2\xi_i\tilde{\omega}_i^2 a_i(t)\sin\theta_i(t) = f_i(t). \end{aligned} \quad (5)$$

Преобразуем уравнения (4) и (5) в целях получения выражений для $\dot{a}_i(t)$ и $\dot{\varphi}_i(t)$, удобных для решения с помощью численных методов. Для этого умножим уравнение (4) на $\tilde{\omega}_i\sin\theta_i(t)$, уравнение (5) — на $\cos\theta_i(t)$ и сложим полученные уравнения. Затем умножим уравнение (5) на $\sin\theta_i(t)$ и вычтем из него уравнение (4), умноженное на $\tilde{\omega}_i\cos\theta_i(t)$. В результате несложных преобразова-

ний, опуская для простоты зависимость переменных от t , получим

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_i &= (-2\xi_i\tilde{\omega}_i^2 a_i\sin^2(\tilde{\omega}_i t + \varphi_i)\cos(\tilde{\omega}_i t + \varphi_i) - \\ & - f_i\cos(\tilde{\omega}_i t + \varphi_i))/(\tilde{\omega}_i a_i), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \dot{a}_i &= (-2\xi_i\tilde{\omega}_i^2 a_i\sin^2(\tilde{\omega}_i t + \varphi_i) - \\ & - f_i\sin(\tilde{\omega}_i t + \varphi_i))/(\tilde{\omega}_i). \end{aligned} \quad (7)$$

Уравнения (6) и (7) могут быть решены численными методами при начальных условиях $a_i(0)$, $\varphi_i(0)$, определяемых по заданным начальным значениям координат моды $\tilde{x}_i(0)$, $\dot{\tilde{x}}_i(0)$ из соотношений $\tilde{x}_i(0) = a_i(0)\cos\varphi_i(0)$, $\dot{\tilde{x}}_i(0) = -\tilde{\omega}_i a_i(0)\sin\varphi_i(0)$.

Моделирование уравнения (6) может представлять трудности при малых значениях a_i . Поэтому перейдем к новым переменным $A_i(t) = a_i(t)\cos\varphi_i(t)$, $B_i(t) = a_i(t)\sin\varphi_i(t)$ способом, описанным в работе [5]. Для этого умножим уравнение (7) на $\cos\varphi_i$ и вычтем из него уравнение (6), умноженное на $a_i\sin\varphi_i$. Затем умножим уравнение (6) на $a_i\cos\varphi_i$, уравнение (7) — на $\sin\varphi_i$ и сложим. В результате получим уравнения относительно новых переменных:

$$\begin{aligned} \dot{A}_i &= -(2\xi_i\tilde{\omega}_i(A_i\sin\tilde{\omega}_i t + B_i\cos\tilde{\omega}_i t) + \\ & + \tilde{k}_i m(u)/\tilde{\omega}_i)\sin\tilde{\omega}_i t, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \dot{B}_i &= -(2\xi_i\tilde{\omega}_i(A_i\sin\tilde{\omega}_i t + B_i\cos\tilde{\omega}_i t) + \\ & + \tilde{k}_i m(u)/\tilde{\omega}_i)\cos\tilde{\omega}_i t, \end{aligned} \quad (9)$$

при следующих начальных условиях: $A_i(0) = \tilde{x}_i(0)$, $B_i(0) = -\dot{\tilde{x}}_i(0)/\tilde{\omega}_i$.

Тогда огибающая a_i i -й моды определяется следующим образом:

$$a_i = \sqrt{A_i^2 + B_i^2}. \quad (10)$$

Общая огибающая n упругих мод a вычисляется как сумма a_i , $i = \overline{1, n}$. Тогда движение $\tilde{x}(t)$, вызванное упругими колебаниями, будет ограничено областью $[-a, a]$.

Нетрудно видеть, что уравнения, полученные в работе [3] для оценки огибающих недемпфированных мод, являются частным случаем уравнений (8) и (9) при $\xi_i = 0$.

Для оценки огибающих мод требуется однократное (на всем интервале времени функционирования объекта) получение информации о начальных значениях их координат $\tilde{x}_i(0)$, $\dot{\tilde{x}}_i(0)$, $i = \overline{1, n}$, что может быть реализовано с помощью наблюдателя состояния, работающего на коротком отрезке времени, необходимом для оценки значений координат мод. В работе [6] дан пример совместного оце-

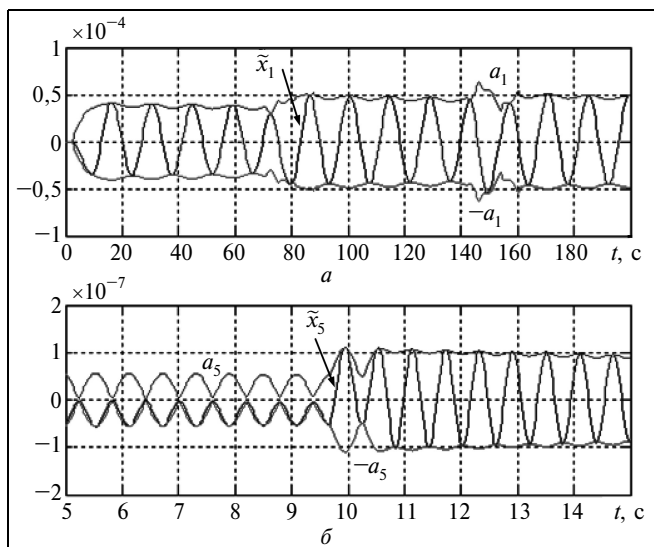


Рис. 3. Результаты оценки огибающих упругих мод:
а — для первой моды; б — для пятой моды

нивания координат мод и их параметров $\tilde{\omega}_i$, $\tilde{k}_i$ с помощью расширенного фильтра Калмана.

Продemonстрируем работоспособность предложенного метода оценки огибающих демпфированных мод на примере объекта, плоское угловое движение которого описывается системой уравнений (1) при следующих значениях параметров мод: $\tilde{\omega}_1 = 0,44$; $\tilde{\omega}_2 = 0,755$; $\tilde{\omega}_3 = 2,2$; $\tilde{\omega}_4 = 6,5$; $\tilde{\omega}_5 = 10,6$; $\tilde{k}_1 = 0,425$; $\tilde{k}_2 = 2,16$; $\tilde{k}_3 = 0,587$; $\tilde{k}_4 = 0,82$; $\tilde{k}_5 = 0,415$; $\xi_i = 0,003$, $i = \overline{1,5}$, при законе управления (2) с параметрами $m_e = 10^{-6}$, $m_u = 8 \cdot 10^{-6}$, $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-4}$, $\gamma = 10^{-4}$, $k_f = 0,31$, нулевых начальных условиях на координаты мод и $\tilde{x}(0) = 4,5 \cdot 10^{-4}$, $\dot{\tilde{x}}(0) = 2,2 \cdot 10^{-5}$.

Для всех пяти мод были получены огибающие с помощью уравнений (8)–(10). Результаты для первой (низкочастотной) и пятой (высокочастотной) мод представлены на рис. 3. Для остальных мод огибающие так же точно соответствуют координатам своих мод. Следует отметить, что значения параметров мод $\tilde{k}_i$, $\tilde{\omega}_i$, ξ_i не играют существенной роли для метода оценки огибающей: метод дает такие же точные результаты и при других значениях параметров, что было проверено в результате моделирования.

3. ГРАДИЕНТНЫЙ АЛГОРИТМ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ АДАПТАЦИИ

Перейдем к решению задачи минимизации уровня упругих колебаний, оцениваемого значением их общей огибающей, с помощью адаптации

параметра k_f базового закона управления. Результаты моделирования движения ДКА при законе управления вида (2) показывают, что общую огибающую мод $a(t)$ можно приближенно считать почти периодической функцией времени, причем влияние параметра k_f на ее значение проявляется с определенной динамикой. В связи с этим зависимость a от k_f следует оценивать не по мгновенному значению $a(t)$, а по осредненному на отрезке времени, длительность T которого должна превышать период функции $a(t)$, определяемый частотами мод и параметрами закона управления. Работоспособность предлагаемых алгоритмов адаптации по критерию минимума среднего значения общей огибающей $\bar{a}$ упругих мод определяется характером зависимости $\bar{a}(k_f)$, где $\bar{a} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} a(\tau) d\tau$.

Исследования, представленные в статье [7], показали, что при приведенных в § 2 параметрах мод и закона управления (2) период моды $a(t)$ приблизительно равен 71 с, поэтому минимальное значение T должно быть больше 71 с. Окончательный выбор значения T должен подтверждаться на основании моделирования по следующему правилу: при одних и тех же исходных данных и постоянных параметрах значение $\bar{a}$ должно быть приблизительно постоянным (с определенной точностью).

На рис. 4 представлена зависимость $\bar{a}(k_f)$ для объекта с двумя низкочастотными модами с параметрами $\tilde{\omega}_1 = 0,44 \text{ с}^{-1}$, $\tilde{\omega}_2 = 0,755 \text{ с}^{-1}$, $\tilde{k}_1 = 0,0107$, $\tilde{k}_2 = 0,0108$, $\xi_1 = \xi_2 = 0,003$, при начальных условиях на координаты мод $\tilde{x}_1(0) = 1,38 \cdot 10^{-6}$, $\tilde{x}_2(0) = \dot{\tilde{x}}_1(0) = \dot{\tilde{x}}_2(0) = 0$ и жесткого тела $\tilde{x}(0) = 4,5 \cdot 10^{-4}$, $\dot{\tilde{x}}(0) = 2,2 \cdot 10^{-5}$, прежних значе-

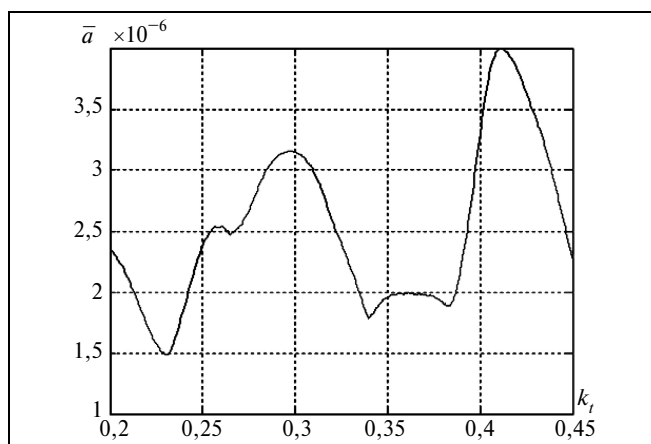


Рис. 4. График зависимости $\bar{a}(k_f)$



ниях параметров закона управления (2) и при k_r , изменяющемся на отрезке от 0,2 до 0,45. Длительность T интервала осреднения общей огибающей была взята равной 200 с. Из графика видно, что зависимость $\bar{a}(k_r)$ носит плавный характер и имеет небольшое число локальных минимумов.

Самым простым решением было бы присвоение параметру k_r значения, при котором достигался бы минимум функции $\bar{a}(k_r)$. Но это, прежде всего, может привести базовый закон управления к виду, при котором нарушается выполнение функций, возложенных на объект. Далее, вид функции $\bar{a}(k_r)$ зависит от параметров мод, которые в процессе полета могут изменяться вследствие перестройки конструкции ДКА на орбите, изменения упругих свойств элементов конструкции из-за температурных отклонений, старения материалов и других факторов. В этом случае необходима периодическая идентификация параметров мод (см., например, статьи [6, 8]).

В связи с этим наиболее рациональным решением поставленной задачи был бы подбор с помощью адаптивной настройки значения параметра k_r , при котором достигался бы локальный (в лучшем случае, глобальный) минимум нелинейной функции $\bar{a}(k_r)$. Это задача нелинейного программирования, которая может быть решена известными методами [9]. В работе [7] было предложено ее решение для недемпфированных мод на основе алгоритма случайного поиска с обучением. В данной работе, кроме распространения уже разработанного поискового алгоритма на случай демпфированных мод, предлагается градиентный алгоритм беспойсковой адаптации.

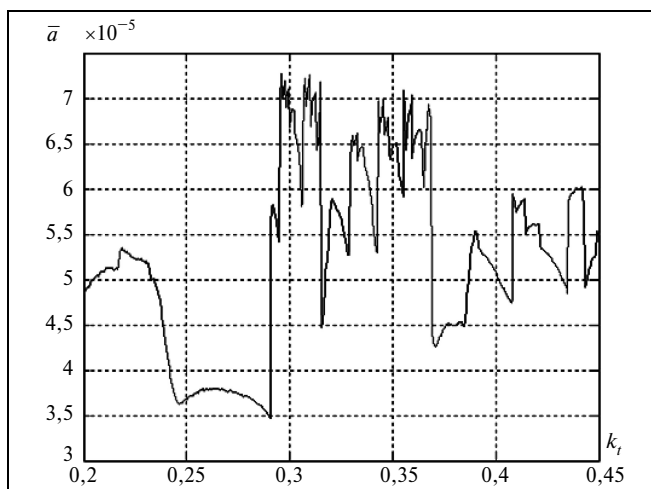


Рис. 5. График зависимости $\bar{a}(k_r)$ при увеличении значений $\tilde{k}_i$ и $\tilde{x}_i(0)$, $i = 1, 2$, в 20 раз

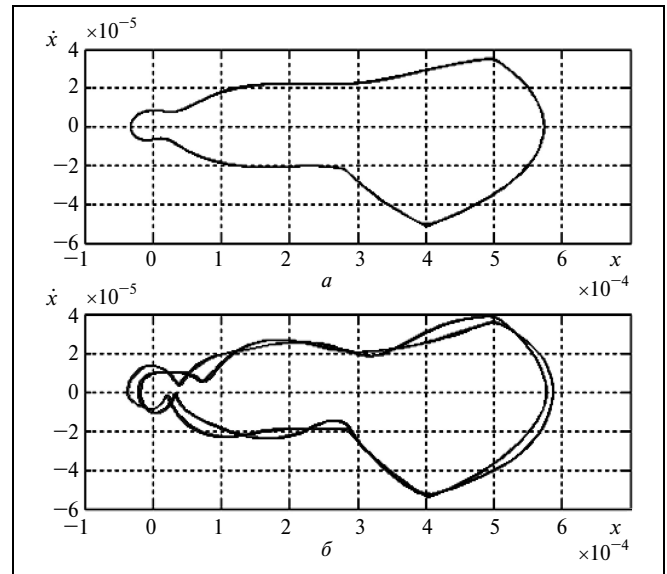


Рис. 6. Движение системы на фазовой плоскости:

a — при заданных значениях $\tilde{k}_i$, $\tilde{x}_i(0)$, $i = 1, 2$; b — при увеличении их в 4 раза

С ростом начальных условий на координаты мод и их коэффициентов возбудимости $\tilde{k}_i$ характер зависимости $\bar{a}(k_r)$ меняется. Так, на рис. 5 представлена зависимость $\bar{a}(k_r)$ при увеличении коэффициентов $\tilde{k}_i$ и начальных условий $\tilde{x}_i(0)$, $\dot{\tilde{x}}_i(0)$ по обеим модам в 20 раз. Зависимость уже не имеет продолжительных участков монотонного изменения, и методы [9] решения задачи нелинейного программирования неприменимы.

Если исследовать движение объекта в этих случаях методом фазовой плоскости $(x, \dot{x})$, то можно сделать следующий вывод (см. рис. 6, полученный при $k_r = 0,31$): при малых значениях начальных условий на координаты мод и коэффициентов возбудимости (эти значения были приведены ранее) движение изображающей точки системы на фазовой плоскости близко к устойчивому предельному циклу (рис. 6, a); при увеличении начальных условий и коэффициентов возбудимости предельный цикл сохраняется, но становится «размытым» (так, рис. 6, b соответствует случаю, когда значения начальных условий и коэффициентов $\tilde{k}_i$ увеличены в четыре раза); при дальнейшем росте значений начальных условий и $\tilde{k}_i$ предельный цикл пропадает. Таким образом, представленные далее методы параметрической адаптации применимы при таком уровне упругих колебаний, при котором устойчивый предельный цикл сохраняется (например, в случаях, соответствующих рис. 6).

Для минимизации среднего значения общей огибающей мод $\bar{a}$ путем настройки параметра k_t может быть применен градиентный метод наискорейшего спуска [9], основанный на определении значения аргумента k_p , при котором достигается локальный минимум функции $\bar{a}(k_p)$. Градиентные методы являются итерационными и основаны на определении направления и значения пошагового значения аргумента для достижения экстремума функции по ее градиенту. Предлагаемый здесь алгоритм заключается в следующем.

На начальном такте ($k = 1$) в момент времени $t = t_0$ задается начальное значение параметра $k_t = k_t^{(0)}$, при котором осуществляются оценка общей огибающей n учитываемых мод и ее осреднение; в момент $t = t_0 + T$ окончания начального такта вычисляется среднее значение общей огибающей мод на данном такте $\bar{a}^{(0)} = \bar{a}(k_t^{(0)})$.

На первом такте ($k = 0$) принимается новое значение параметра $k_t^{(k)} = k_t^{(k-1)} + \Delta$, где Δ — заданное малое по сравнению с $k_t^{(0)}$ значение — пробный шаг изменения параметра k_t ; в момент $t = t_0 + (k + 1)T$ окончания k -го такта оценивается $\bar{a}^{(k)}$, и вычисляется приближенное значение градиента функции $\bar{a}(k_p)$ по формуле $\nabla \bar{a}^{(k)} = (\bar{a}^{(k)} - \bar{a}^{(k-1)}) / (k_t^{(k)} - k_t^{(k-1)})$, а также относительное изменение этой функции $\delta^{(k)} = (\bar{a}^{(k)} - \bar{a}^{(k-1)}) / \bar{a}^{(k-1)}$.

На следующем такте ($k = k + 1$) принимается новое значение параметра $k_t^{(k)} = k_t^{(k-1)} - \Delta k_t \nabla \bar{a}^{(k)}$, где Δk_t — шаг изменения параметра k_p ; в момент $t = t_0 + (k + 1)T$ окончания k -го такта оценивается $\bar{a}^{(k)}$, вычисляются $\nabla \bar{a}^{(k)}$ и $\delta^{(k)}$, проверяется условие: если $\delta^{(k)} < 0$ и $\delta^{(k-1)} < 0$ (т. е. функция $\bar{a}(k_p)$ убывает на текущем и предыдущем тактах алгоритма), то значение шага Δk_t следует увеличить (например, в два раза: $\Delta k_t := 2\Delta k_t$), если же $\delta^{(k)} > 0$ и $\delta^{(k-j)} < 0, j = \overline{1, N}$ (т. е., по крайней мере, на N предыдущих тактах алгоритма функция $\bar{a}(k_p)$ убывала, а на текущем начала возрастать), то это означает, что локальный минимум функции $\bar{a}(k_p)$ пройден, шаг Δk_t необходимо уменьшить до некоторого значения $\bar{\Delta k}_t$, которое дальше будет оставаться постоянным, а значение k_t на следующем такте установить на промежутке между последним и предпоследним его значениями, но ближе к пред-

последнему (при котором $\delta^{(k-1)} < 0$), с последующей его настройкой на дальнейших тактах с шагом $\bar{\Delta k}_t$. В частности, примем такое правило выбора значения $k_t^{(k+1)}$ на следующем $(k + 1)$ -м такте после перехода через локальный минимум: $k_t^{(k+1)}$ делит промежуток между двумя значениями $k_t^{(k-1)}$ и $k_t^{(k)}$ в отношении $1/p$, считая от $k_t^{(k-1)}$ (p — целое положительное число, $p = 3, 4$). При приближении $k_t^{(k)}$ к окрестности значения, при котором достигается локальный минимум функции $\bar{a}(k_p)$, знак $\delta^{(k)}$

будет постоянно чередоваться, а значение $\nabla \bar{a}^{(k)}$ существенно уменьшится (в сотни и тысячи раз). При других комбинациях знаков текущего и предыдущих значений $\delta^{(k)}$ настройка продолжается с предыдущим значением Δk_t .

Данный алгоритм реализует приближенный способ выбора оптимального значения шага изменения настраиваемого параметра k_t путем его непрерывного увеличения (например, удвоения) до достижения локального минимума функции $\bar{a}(k_p)$, что позволяет увеличить быстродействие алгоритма. Описанный алгоритм представляет собой развитие алгоритма, предложенного в работе [10], где шаг Δk_t предполагался постоянным.

Проведено моделирование работы данного алгоритма для ДКА (1) с учетом двух упругих мод при базовом законе управления (2). Параметры мод и закона управления были приведены ранее. Длительность такта алгоритма T была выбрана с помощью моделирования равной 200 с. Начальное значение параметра k_t было принято равным 0,31, начальное значение шага изменения параметра k_t $\Delta k_t = 5$; число N тактов в правиле обнаружения момента достижения экстремума функции $\bar{a}(k_p)$ равно 6; значение p , устанавливающее величину k_t после перехода через оптимальное значение, равно 3. После перехода через локальный минимум функции $\bar{a}(k_p)$ устанавливается постоянный шаг $\bar{\Delta k}_t = 50$. Результаты моделирования представлены на рис. 7. Среднее значение общей огибающей мод $\bar{a}$ в результате работы алгоритма снижается приблизительно в 7 раз по сравнению со значением $\bar{a}$, которое было бы при отсутствии адаптации (при $k_t = \text{const} = 0,31$ $\bar{a} \approx 7 \cdot 10^{-6}$); при этом устанавливается значение k_p , равное 0,234, близкое к оптимальному, равному 0,230, полученному путем построения зависимости $\bar{a}(k_p)$ при данных значениях параметров мод и закона управления (2). Отметим,

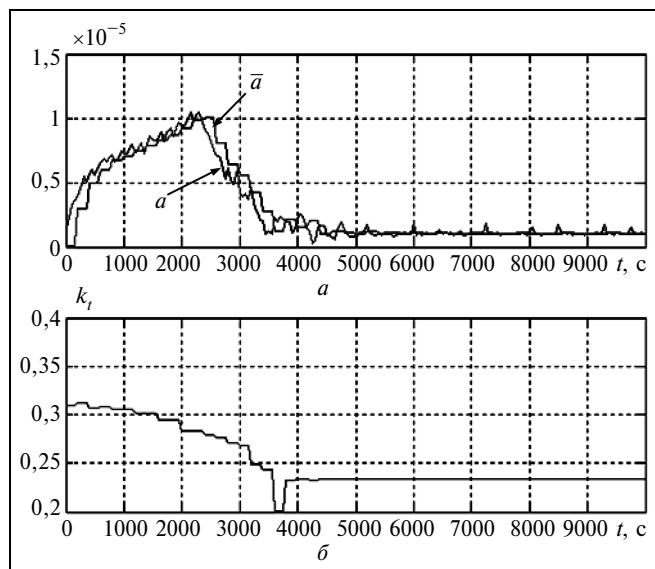


Рис. 7. Результаты работы градиентного алгоритма адаптации: a — общая огибающая a и ее среднее значение $\bar{a}$; b — настройка параметра k_t

что учет только двух низкочастотных мод не является принципиальным ограничением и принят в целях сокращения времени моделирования.

Моделирование также показало, что и при других значениях коэффициента затухания мод ($\xi_i = 10^{-2}, 10^{-3}$) алгоритм по-прежнему решает поставленную задачу (с уменьшением ξ_i значение T следует увеличивать) и лишь при $\xi_i < 10^{-4}$ не дает положительного результата. Это связано с тем, что при малых значениях коэффициента ξ_i характер изменения функции $\bar{a}(k_t)$ меняется (см. результаты, представленные в статье [7]): на общую тенденцию изменения величины $\bar{a}$ накладываются ее колебания, поэтому градиент функции может не передавать общую тенденцию ее изменения.

Сравним работу предложенного в статье [7] поискового алгоритма адаптации, основанного на методе случайного поиска с элементами обучения [9], для случаев недемпфированных и демпфированных мод. Первый случай рассмотрен в статье [7]. Применим алгоритм для объекта с двумя демпфированными модами (параметры базового закона управления, начальные значения координат были приведены ранее, параметры мод $\tilde{\omega}_i$ и $\tilde{k}_i$ прежние, а $\xi_i = 0,01, i = 1, 2$). Поскольку алгоритм был подробно представлен [7], в данной работе только кратко опишем его суть и укажем введенные отличия от изложенного ранее.

Алгоритм заключается в моделировании общей огибающей мод, ее осреднении на отрезке времени длительностью T , в результате чего получается

среднее значение общей огибающей $\bar{a}$; значение параметра k_t на каждом k -м такте работы алгоритма ($k_t^{(k)}$) вычисляется путем прибавления к значению этого параметра на предыдущем такте ($k_t^{(k-1)}$) величины $r\Delta k_t$, где Δk_t — заданное малое приращение параметра, а r — случайное вещественное число, равномерно распределенное на отрезке, границы которого симметричны относительно нуля. Число r выбирается на каждом шаге, его абсолютное значение случайно, а знак определяется опытом, достигнутым на предыдущем шаге: если значение $\bar{a}$ на текущем шаге меньше, чем на предыдущем, то направление поиска значения параметра k_t на предыдущем шаге было выбрано правильно и его следует сохранить и на текущем шаге (т. е. новое значение r должно быть одного знака с предыдущим), в противном случае знак r необходимо сменить на противоположный. Именно в этом и состоит элемент обучения. В алгоритме предусмотрено также исключение случаев неоправданных однократных смен знака числа r , вызванных случайным ростом значения $\bar{a}$ вразрез с устоявшейся тенденцией его снижения. В связи с этим также следует исключить малые по абсолютной величине значения r , например, принять $0,1 \leq |r| \leq 1$.

Для установления момента достижения локального минимума функции $\bar{a}(k_t)$ на каждом такте вычисляется относительное изменение $\bar{a}$: $\delta = |(\bar{a}^{(k)} - \bar{a}^{(k-1)})/\bar{a}^{(k)}|$. Если $\delta < \delta_0$, где $\delta_0 > 0$ — заданное малое число, на протяжении нескольких (например, шести) тактов подряд, то считается, что локальный минимум функции $\bar{a}(k_t)$ достигнут, и процесс адаптации можно завершить, зафиксировав последнее значение параметра k_t .

Результаты моделирования показали, что учет демпфирования мод облегчает работу алгоритма, что позволило внести упрощения в исходный алгоритм, представленный в статье [7]. Так, если не зафиксировать значение параметра k_t при приближении к локальному минимуму функции $\bar{a}(k_t)$, то в случае недемпфированных мод при переходе через этот минимум начинаются колебания величин $\bar{a}$ и k_t со значительной амплитудой. Для демпфированных мод при значениях ξ_i , превышающих некоторое предельное значение, фиксировать k_t обязательно, так как заметных колебаний не происходит. Так же в алгоритме, предложенном в работе [7], по результатам моделирования было введено минимально необходимое время $T_{\min}$ работы алгоритма, по достижении которого можно было проверять условие окончания процесса адап-

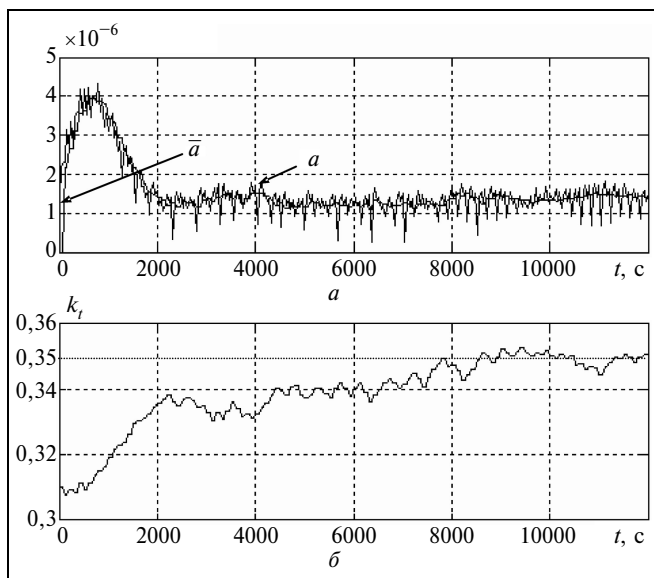


Рис. 8. Результаты работы поискового алгоритма адаптации:
 a — общая огибающая a и ее среднее значение $\bar{a}$; b — настройка параметра k_r

тации. Для демпфированных мод нет необходимости во введении этого дополнительного условия.

На рис. 8 представлена работа алгоритма при начальном значении параметра k_r , равном 0,31. Длительность такта алгоритма T (интервала осреднения общей огибающей) принята равной 100 с. Фиксация значения k_r при приближении к локальному минимуму функции $\bar{a}(k_r)$ не предусмотрена. Ранее было указано, что без применения алгоритма адаптации значение $\bar{a}$ устанавливается на уровне приблизительно $7 \cdot 10^{-6}$; с использованием адаптации значение $\bar{a}$ снижается в 5 раз, достигая $1,4 \cdot 10^{-6}$. Значение параметра k_r будет колебаться в узком диапазоне около значения 0,35, близкого к другому локальному минимуму функции $\bar{a}(k_r)$.

При этом колебания величины $\bar{a}$ незначительны. Из сравнения результатов, представленных в статье [7] и в данной работе, видно, что наличие демпфирования позволило снизить длительность такта T алгоритма с 500 до 100 с, что существенно повысило быстродействие процесса адаптации, улучшило динамику процессов.

Моделирование показало, что алгоритм сохраняет работоспособность и при других значениях коэффициента затухания мод, однако при $\xi_i < 10^{-2}$ необходимо фиксировать значение k_r при приближении к локальному минимуму функции $\bar{a}(k_r)$, как это осуществлялось в работе [7], иначе начнутся существенные колебания величин $\bar{a}$ и k_r .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получена математическая модель для оценки огибающих мод упругих колебаний ДКА при учете их собственного демпфирования. На ее основе разработан градиентный алгоритм параметрической адаптации базового закона управления ориентацией ДКА, позволяющий минимизировать среднее значение общей огибающей упругих мод. Показана работоспособность предложенного ранее поискового алгоритма для случая демпфированных мод. На основании результатов моделирования проведено сравнение обоих алгоритмов при их работе на одном и том же объекте.

Полученные результаты могут быть полезны для разработчиков систем управления ориентацией ДКА в случаях, когда базовые алгоритмы управления вызывают высокий уровень упругих колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рутковский В.Ю., Суханов В.М. Особенности релейного управления деформируемыми спутниками // Тр. 5-го Междунар. симпозиума ИФАК по автоматическому управлению в пространстве / Сб.: Управление в пространстве. — М.: Наука, 1975. — Т. 1.
2. Рутковский В.Ю., Суханов В.М. Большие космические конструкции: модели, методы исследования и принципы управления // Автоматика и телемеханика. — 1996. — № 8. — С. 55—66.
3. Силаев А.В., Суханов В.М. Методы оценки огибающей упругих колебаний деформируемого космического аппарата // Автоматика и телемеханика. — 2002. — № 4. — С. 76—90.
4. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. — М.: Наука, 1974.
5. Чен Дж.Ч. Требования к точности расчетных динамических моделей конструкций // Аэрокосмическая техника. — 1985. — Т. 3, 1. — № 6. — С. 43—52.
6. Ермилова Т.В., Суханов В.М., Ермилов А.С. Совместное оценивание модально-физических координат и параметров при управлении ориентацией большемерных объектов космической техники с нежесткой конструкцией // Авиакосмическое приборостроение. — 2006. — № 3. — С. 58—64.
7. Силаев А.В. Алгоритм параметрической адаптации базового закона управления ориентацией большой космической конструкции на основе оценки огибающей мод упругих колебаний // Проблемы управления. — 2009. — № 2. — С. 52—58.
8. Силаев А.В. Адаптивный подход с использованием «быстрой» модели в задачах идентификации и прогнозирования динамики при релейном управлении упругим спутником // Автоматика и телемеханика. — 2010. — № 6. — С. 96—108.
9. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. — М.: Мир, 1975.
10. Силаев А.В. Градиентный алгоритм параметрической адаптации релейно-логического закона управления большой космической конструкцией в задаче стабилизации неустойчивых упругих мод // Тр. XVI международного науч.-техн. семинара «Современные технологии в задачах управления, автоматизации и обработки информации». Алушта, 2007 г. — Тула: Изд-во ТулГУ, 2007. — С. 211—212.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым

Силаев Андрей Владимирович — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва,
 ☎ (495) 334-87-79, ✉ rutkov@ipu.ru.



УКЛОНЕНИЕ ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА ОТ ОБНАРУЖЕНИЯ ГРУППОЙ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ¹

Т.Г. Абрамянц, Е.П. Маслов, В.П. Яхно

Приведено решение задачи об оптимизации программного закона уклонения подвижного объекта от обнаружения группой наблюдателей. Вектор управления включает в себя траекторию уклонения и закон изменения скорости на траектории.

Ключевые слова: уклонение от обнаружения, группа наблюдателей, первый интеграл, алгоритм Дейкстры.

ВВЕДЕНИЕ

Рассматриваемая в статье задача относится к классу задач об управлении, получивших в англоязычной литературе название «Optimal Transit Path Planning in Threat Environment» [1–6]. В отечественной литературе эти задачи известны как задачи управления подвижными объектами в конфликтной среде [7]. Под конфликтной средой понимается совокупность объектов (они называются конфликтующими), сближение с которыми для управляемого объекта нежелательно в ходе выполнения им основной задачи. Цель управления объектом при движении его в конфликтной среде состоит в минимизации негативного воздействия конфликтующих объектов на управляемый объект путем выбора маршрута его движения, параметров движения и (или) режимов работы технических средств. В зависимости от существа конкретной задачи целями негативного воздействия могут считаться обнаружение объекта, сближение с конфликтующим объектом до расстояний, с которых возможно его поражение и др.

Задачи об оптимизации закона уклонения подвижного объекта от обнаружения рассматривались в целом ряде работ [1–12]. Больше всего результатов получено для случая уклонения на плоскости.

Задача уклонения подвижного объекта на плоскости от обнаружения группой действующих совместно (соединенных в сеть) N неподвижных наблюдателей (сенсоров), расположенных в точках с координатами (a_i, b_i) , формулируется как вариаци-

онная задача: управляемый объект перемещается в течение заданного времени T из фиксированной начальной точки $A(x_A, y_A)$ в фиксированную конечную точку $B(x_B, y_B)$ маршрута, минимизируя выбором траектории движения и закона изменения скорости функционал (риск)

$$R = \int_0^T \sum_{i=1}^N \frac{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^m}{\rho_i^n} dt, \quad (1)$$

где $\rho_i = \rho_i(t) = \sqrt{(x(t) - a_i)^2 + (y(t) - b_i)^2}$, $x(t)$, $y(t)$ — текущие декартовы координаты уклоняющегося объекта; $\dot{x} = \dot{x}(t)$; $\dot{y} = \dot{y}(t)$; — составляющие вектора текущей скорости объекта; m и n — постоянные числа; граничные условия имеют вид

$$x(0) = x_A, \quad y(0) = y_A, \quad x(T) = x_B, \quad y(T) = y_B. \quad (2)$$

Особенность задач уклонения от обнаружения состоит в том, что во всех случаях текущий уровень сигнала на входе сенсора (системы сенсоров) зависит от текущей дистанции до уклоняющегося объекта. Значение показателя степени n служит характеристикой физического поля, в котором осуществляется обнаружение [2]. Содержательный смысл имеют значения $n = 1, 2, 3, 4$.

Значение $n = 1$ соответствует процессу затухания волн на поверхности жидкости и убыванию уровня интенсивности гидроакустического поля в мелком море. Значение $n = 2$ соответствует убыванию уровней интенсивностей теплового поля, первичного электромагнитного поля и гидроакустического поля в глубоком море при их распространении в пространстве (пассивный режим обнаружения). Значение $n = 3$ соответствует убыванию уровня напряженности магнитного поля.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Программы Президиума РАН «Математическая теория управления» и РФФИ (грант № 10-08-90030-Бел_а).

Значение $n = 4$ соответствует убыванию уровней интенсивностей вторичного электромагнитного и гидроакустического полей (активный режим обнаружения).

Значение показателя степени m характеризует зависимость уровня интенсивности излучаемого сигнала от скорости движения объекта. Такая зависимость имеет место для сигналов первичного гидроакустического поля [3, 4].

Физическая интерпретация вариационной задачи (1), (2) состоит в следующем. Риск — это величина, пропорциональная интегральному уровню принятого системой сенсоров сигнала, излученного подвижным объектом и прошедшего через среду распространения за время движения объекта по маршруту. При такой интерпретации сенсоры являются конфликтующими объектами; их негативное воздействие сводится к обнаружению уклоняющегося объекта.

Исторически задача об оптимизации законов уклонения от обнаружения вначале решалась для случая движения уклоняющегося объекта на постоянной скорости, $\dot{x}^2 + \dot{y}^2 = \text{const}$. Аналитическое решение задачи получено лишь при уклонении от одиночного неподвижного сенсора. Для случая уклонения объекта от обнаружения системой сенсоров предложены вычислительные алгоритмы [1, 2, 5].

При движении объекта на постоянной скорости по оптимальной траектории уклонения скорость определяется видом траектории и заданным временем движения. При постоянной скорости движения текущий уровень сигнала на входе сенсора (системы сенсоров) зависит лишь от текущей дистанции до уклоняющегося объекта. Развитие постановки задачи состоит в построении такого закона управления подвижным объектом, при котором оптимизируется не только траектория уклонения, но и закон изменения скорости его движения по траектории. Постановка и решение такой задачи для случая уклонения от обнаружения одиночным сенсором приведены в работах [10, 11]. Установлено, что решение оптимизационной задачи (1), (2) обладает следующей важной для практики особенностью — движение объекта по оптимальной траектории уклонения с использованием оптимального закона изменения скорости порождает на входе сенсора сигнал, мгновенный уровень которого остается постоянным в течение всего времени движения. Оптимизация траектории уклонения с одновременной оптимизацией закона изменения скорости позволяет при одном и том же интегральном уровне принятого сенсором сигнала сформировать на входе сенсора сигнал, мгновенный уровень которого меньше максимального мгновенного уровня сигнала, соответствующего

движению по оптимальной траектории на постоянной скорости [10]. Такая особенность оптимального закона уклонения на переменной скорости делает его перспективным для применения как в смысле необнаружения объекта по интегральному критерию, так и в смысле необнаружения его по мгновенному уровню сигнала.

В настоящей статье показывается, что при наличии нескольких наблюдателей мгновенный уровень сигнала, принятого системой сенсоров, также остается постоянным при оптимальном законе управления уклоняющимся объектом. Этот факт используется при построении численного алгоритма оптимизации закона управления в задаче уклонения от обнаружения группой сенсоров.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ АЛГОРИТМА ОПТИМИЗАЦИИ

Рассматривается вариационная задача об уклонении на плоскости подвижного объекта от обнаружения системой из N сенсоров, расположенных в точках с координатами (a_i, b_i) . Управляемый объект перемещается в течение заданного времени T из фиксированной начальной точки $A(x_A, y_A)$ в фиксированную конечную точку $B(x_B, y_B)$ маршрута, минимизируя выбором траектории движения и закона изменения скорости функционал

$$R = \int_0^T \sum_{i=1}^N \frac{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^m}{[\sqrt{(x(t) - a_i)^2 + (y(t) - b_i)^2}]^n} dt \rightarrow \min_{x, y, \dot{x}, \dot{y}}, \quad (3)$$

что отражается записью (3); граничные условия задаются соотношениями (2).

Утверждение. На траектории, удовлетворяющей необходимым условиям оптимальности (уравнениям Эйлера) для задачи (2), (3), при любых фиксированных m и n имеет место равенство

$$F(x, y, \dot{x}, \dot{y}) = \sum_{i=1}^N \frac{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^m}{[\sqrt{(x(t) - a_i)^2 + (y(t) - b_i)^2}]^n} = \text{const.} \quad \diamond \quad (4)$$

Доказательство сводится к установлению справедливости следующих двух фактов относительно гамильтониана [13]

$$\Phi = F - \dot{x} F_{\dot{x}} - \dot{y} F_{\dot{y}}$$

для функционала (3):

- на решениях уравнений Эйлера $\frac{d\Phi}{dt} = 0$.
- справедливо равенство $\Phi = (1 - 2m)F$.



Уравнения Эйлера для функционала (3) имеют следующий вид:

$$F_x - \frac{dF_{\dot{x}}}{dt} = F_x - F_{\dot{x}\dot{x}}\dot{x} - F_{\dot{x}\ddot{x}}\ddot{x} - F_{\dot{x}y}\dot{y} - F_{\dot{x}\dot{y}}\dot{y} = 0, \quad (5)$$

$$F_y - \frac{dF_{\dot{y}}}{dt} = F_y - F_{\dot{y}x}\dot{x} - F_{\dot{y}\ddot{x}}\ddot{x} - F_{\dot{y}y}\dot{y} - F_{\dot{y}\dot{y}}\dot{y} = 0. \quad (6)$$

Здесь и далее нижние индексы указывают переменные, относительно которых вычисляются частные производные.

Полная производная гамильтониана по времени в силу уравнений Эйлера

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{dt} &= F_{\dot{x}}\dot{x} + F_{\ddot{x}}\ddot{x} + F_{\dot{y}}\dot{y} + F_{\ddot{y}}\ddot{y} - \ddot{x}F_{\dot{x}} - \\ &- \dot{x}[F_{\dot{x}\dot{x}}\dot{x} + F_{\dot{x}\ddot{x}}\ddot{x} + F_{\dot{x}y}\dot{y} + F_{\dot{x}\dot{y}}\dot{y}] - \dot{y}F_{\dot{y}} - \\ &- \dot{y}[F_{\dot{y}x}\dot{x} + F_{\dot{y}\ddot{x}}\ddot{x} + F_{\dot{y}y}\dot{y} + F_{\dot{y}\dot{y}}\dot{y}] = \\ &= \dot{x}[F_x - F_{\dot{x}\dot{x}}\dot{x} - F_{\dot{x}\ddot{x}}\ddot{x} - F_{\dot{x}y}\dot{y} - F_{\dot{x}\dot{y}}\dot{y}] + \\ &+ \dot{y}[F_y - F_{\dot{y}x}\dot{x} - F_{\dot{y}\ddot{x}}\ddot{x} - F_{\dot{y}y}\dot{y} - F_{\dot{y}\dot{y}}\dot{y}]. \end{aligned}$$

В силу уравнений (5) и (6)

$$\frac{d\Phi}{dt} = 0 \Rightarrow \Phi = \text{const}.$$

Из этого равенства следует, что гамильтониан Φ является первым интегралом системы уравнений Эйлера. С другой стороны, для подынтегральной функции (4) справедливо равенство

$$\begin{aligned} \dot{x}F_{\dot{x}} &= \sum_{i=1}^N \dot{x} \frac{m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{m-1} 2\dot{x}}{[\sqrt{(x(t)-a_i)^2 + (y(t)-b_i)^2}]^n} = \\ &= \sum_{i=1}^N \frac{2m\dot{x}^2(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{m-1}}{[\sqrt{(x(t)-a_i)^2 + (y(t)-b_i)^2}]^n}. \end{aligned}$$

Аналогичное выражение выписывается для производной по второй координате. Поэтому окончательно получаем

$$\begin{aligned} \Phi &= F - \dot{x}F_{\dot{x}} - \dot{y}F_{\dot{y}} = \sum_{i=1}^N \frac{(1-2m)(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^m}{[\sqrt{(x-a_i)^2 + (y-b_i)^2}]^2} = \\ &= (1-2m)F = \text{const} \Rightarrow F = \text{const}. \end{aligned}$$

Утверждение доказано. ♦

В настоящей статье решение оптимизационной задачи находится для случая ($m = 1$, $n = 2$) — см. формулу (1). Это соответствует изменению уровня интенсивности излучаемого сигнала пропорционально квадрату скорости объекта и распростране-

нию сигнала в среде по сферическому закону, что характерно для распространения гидроакустических сигналов в глубоком море [14]. Критерий принимает вид:

$$R = \int_0^T \sum_{i=1}^N \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{(x(t)-a_i)^2 + (y(t)-b_i)^2} dt. \quad (7)$$

Решение задачи для случая одного сенсора ($N = 1$) было найдено аналитически [10, 11].

Функционал в этом случае имеет вид

$$R = \int_0^T \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{(x(t)-a_i)^2 + (y(t)-b_i)^2} dt.$$

Вводится полярная система координат, полюс которой совпадает с положением сенсора, а полярная ось проходит через начальную точку маршрута. В этой системе начальные условия задачи имеют вид:

$$\rho(0) = \rho_A, \quad \psi(0) = 0; \quad \rho(T) = \rho_B, \quad \psi(T) = \delta,$$

а уравнение оптимальной траектории — вид [10, 11]:

$$\rho(\psi) = \rho_A \exp\left(\frac{\psi}{\delta} \ln \frac{\rho_B}{\rho_A}\right). \quad (8)$$

Геометрический образ уравнения (8) — логарифмическая спираль, проходящая через граничные точки $A(x_A, y_A)$ и $B(x_B, y_B)$.

Оптимальный закон изменения скорости

$$v(\psi) = c\rho(\psi) = c\rho_A \exp\left(\frac{\psi}{\delta} \ln \frac{\rho_B}{\rho_A}\right) = v_0 \exp\left(\frac{\psi}{\delta} \ln \frac{\rho_B}{\rho_A}\right), \quad (9)$$

где v_0 — начальная скорость объекта; постоянная c определяется из условия прохождения объектом маршрута по оптимальной траектории с использованием оптимального закона изменения скорости за заданное время T ,

$$c = \frac{1}{T} \sqrt{\delta^2 + \ln^2 \frac{\rho_B}{\rho_A}}. \quad (10)$$

В силу выражений (9) и (10) постоянный мгновенный уровень интенсивности сигнала на входе сенсора

$$w = \frac{v_0^2}{\rho_A^2} = c^2 = \frac{1}{T^2} \left(\delta^2 + \ln^2 \frac{\rho_B}{\rho_A} \right). \quad (11)$$

Аналитическое решение задачи об уклонении от обнаружения одиночным сенсором (9)–(11) используется далее для верификации численного алгоритма оптимизации.

2. АЛГОРИТМ ОПТИМИЗАЦИИ

Для оптимизации закона уклонения от обнаружения группой сенсоров был разработан численный метод. В его основе лежит алгоритм Дейкстры [15]. Этот алгоритм был применен в работе [1] также для решения задачи об уклонении от обнаружения, но, в отличие от рассматриваемого нами случая, уклонение объекта осуществлялось на постоянной скорости.

На плоскости строится квадратная сетка с расстоянием L между узлами. Каждый узел соединяется отрезками (ребрами) с 32 соседними узлами (рис. 1). Длины ребер равны L , $L\sqrt{2}$, $L\sqrt{5}$, $L\sqrt{10}$ и $L\sqrt{13}$. Множество допустимых траекторий подвижного объекта аппроксимируется неориентированным графом $G = (S, D)$, где $S = \{1, \dots, n\}$ — множество n узлов, D — множество неориентированных дуг.

Траектория $(x(\cdot), y(\cdot))$ объекта аппроксимируется отрезком пути P на графе G , где путь P определяется как последовательность узлов $(j_0, \dots, j_p)$ таких, что $j_0 = A$, $j_p = B$, и дуг (ребер) $\langle j_{k-1}, j_k \rangle \in D$ для всех k от 1 до P . Принимается, что объект уклоняется на кусочно-постоянной скорости; на траектории движения между двумя соседними узлами скорость постоянна. Вводятся обозначения: t_{j_k} — момент попадания объекта в узел j_k ; $v(j_{k-1}, j_k)$ — скорость движения объекта на ребре $\langle j_{k-1}, j_k \rangle$ между двумя соседними узлами.

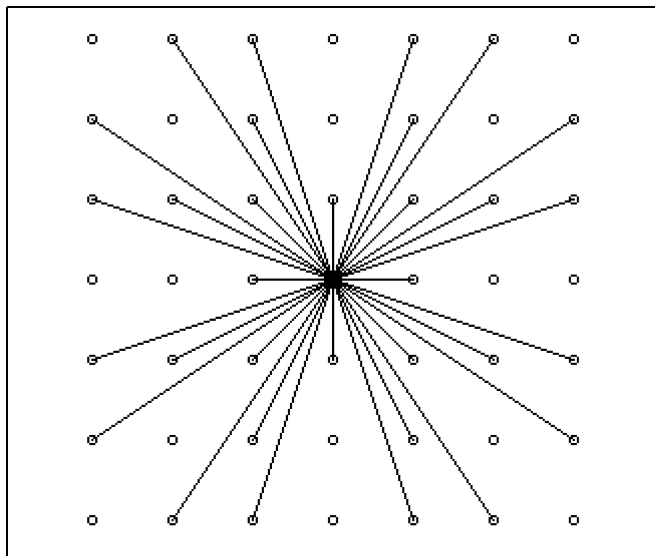


Рис. 1. Фрагмент графа

При принятых предположениях задача оптимизации функционала (7) сводится к задаче минимизации критерия

$$R = \sum_{k=1}^P \sum_{i=1}^N \int_{t_{j_{k-1}}}^{t_{j_k}} \frac{v^2(j_{k-1}, j_k)}{\rho_i^2} dt \quad (12)$$

при наличии ограничения

$$\sum_{k=1}^P (t_{j_k} - t_{j_{k-1}}) = T, \quad (13)$$

где T — фиксированное время движения объекта. Суммирование в формуле (12) ведется по числу ребер, включенных в маршрут, и по числу сенсоров.

Задача уклонения от обнаружения имеет смысл в том случае, когда на траектории уклонения сенсоры и объект разделяют достаточно большие расстояния. При достаточно мелкой сетке можно считать, что на интервале времени движения по ребру расстояние между сенсором и объектом остается постоянным и принять его равным, например, расстоянию в момент попадания на начальный узел ребра. Обозначим это расстояние символом $\rho_i(j_{k-1})$.

Из изложенного в § 1 следует, при движении объекта по оптимальной траектории с использованием оптимального закона изменения скорости должно выполняться равенство

$$v^2(j_{k-1}, j_k) \sum_{i=1}^N \frac{1}{\rho_i^2(j_{k-1})} = C, \quad (14)$$

где C — некоторая постоянная (значение первого интеграла). В частности, в случае одного сенсора, в соответствии с формулой (11),

$$C = \frac{1}{T^2} \left(\delta^2 + \ln^2 \frac{\rho_B}{\rho_A} \right).$$

Обозначим символом $L(j_{k-1}, j_k)$ длину ребра $\langle j_{k-1}, j_k \rangle \in D$. Тогда, при фиксированном значении первого интеграла, по формуле (14) для каждого ребра определяется оптимальная скорость движения, и далее — время движения по ребру

$$T_{j_k j_{k-1}} = t_{j_k} - t_{j_{k-1}} = \frac{L(j_{k-1}, j_k)}{v(j_{k-1}, j_k)}. \quad (15)$$

Задача о минимизации функционала (12) свелась к задаче о минимизации функции

$$R = \sum_{k=1}^P \sum_{i=1}^N \frac{v^2(j_{k-1}, j_k)}{\rho_i^2(j_{k-1})} (t_{j_k} - t_{j_{k-1}})$$



при наличии начальных условий (2) и ограничений (13), (14).

Алгоритм оптимизации закона управления подвижным объектом состоит в следующем.

Шаг 1. Вводится система координат; задаются координаты начальной и конечной точек маршрута, число сенсоров и их координаты; задается время движения объекта. Определяются шаг сетки и координаты узлов. Начальная и конечная точки маршрута входят в число узлов сетки. Задается произвольное положительное число C — начальное значение первого интеграла.

Шаг 2. По мере перемещения по сетке, для произвольного узла с номером j_{k-1} определяются два значения — частичная сумма (накопленное значение) $R_{j_{k-1}}$ и время движения $T_{j_{k-1}}$ от начального узла сетки до данного узла. Для начальной точки

маршрута эти значения устанавливаются равными нулю.

В каждом узле делается шаг расчета. Вначале определяется множество возможных ребер. Возможным ребром считается ребро, ведущее в узел, из которого еще не делался шаг расчета и которое не ведет в узлы, находящиеся вне области нахождения решения.

Для каждого возможного ребра, по формулам (14) и (15), рассчитывается величина

$$R_{j_{k-1}j_k} = \sum_{i=1}^N \frac{v^2(j_{k-1}, j_k)}{\rho_i^2(j_{k-1})} (t_{j_k} - t_{j_{k-1}}).$$

При попадании в узел j_k из узла j_{k-1} определяются значения

$$R_{j_k} = R_{j_{k-1}} + R_{j_{k-1}j_k}, \quad T_{j_k} = T_{j_{k-1}} + T_{j_{k-1}j_k}.$$

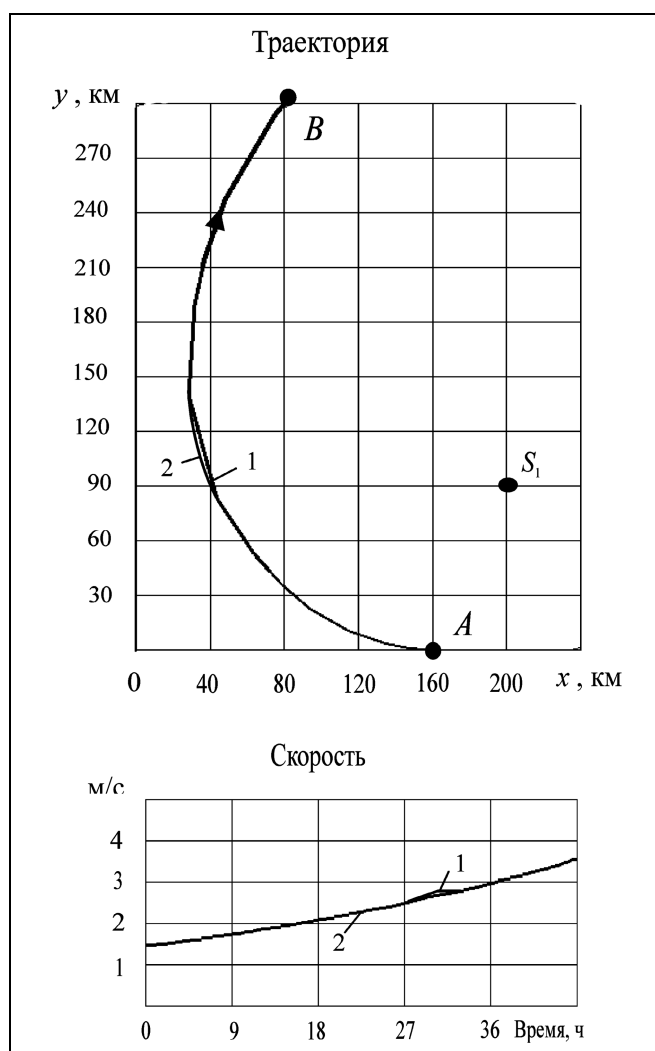


Рис. 2. Оптимальный закон уклонения; один сенсор

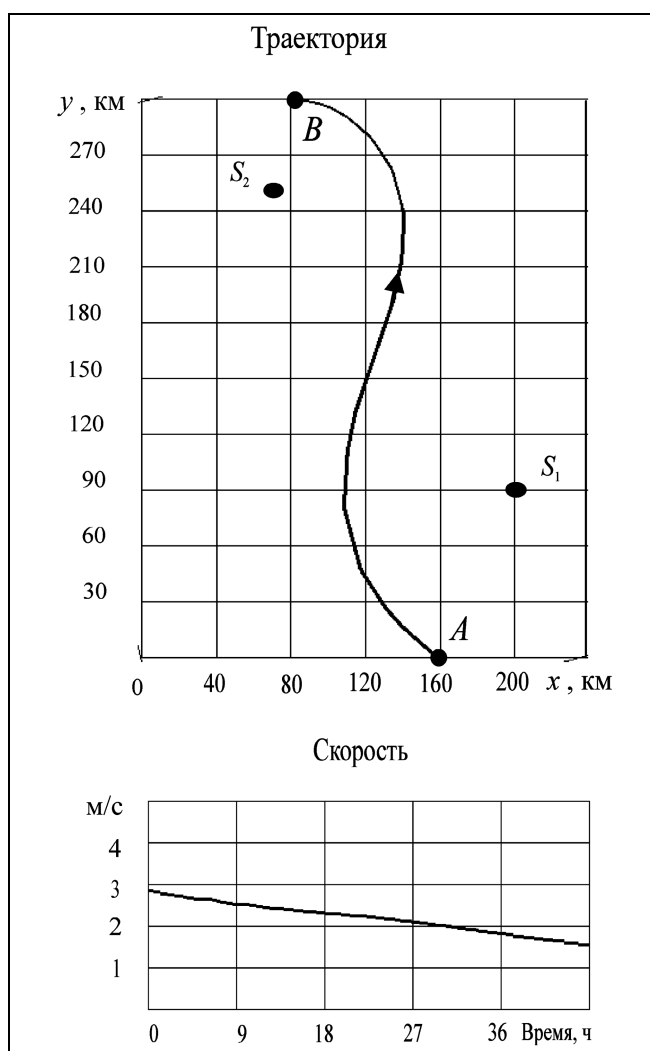


Рис. 3. Оптимальный закон уклонения; два сенсора

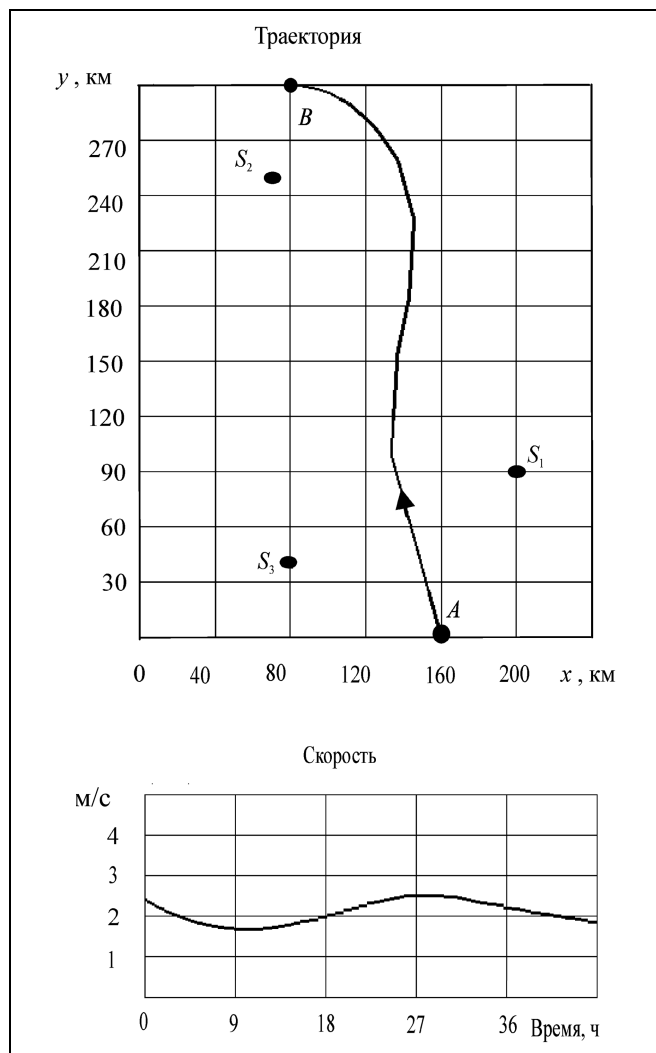


Рис. 4. Оптимальный закон уклонения; три сенсора

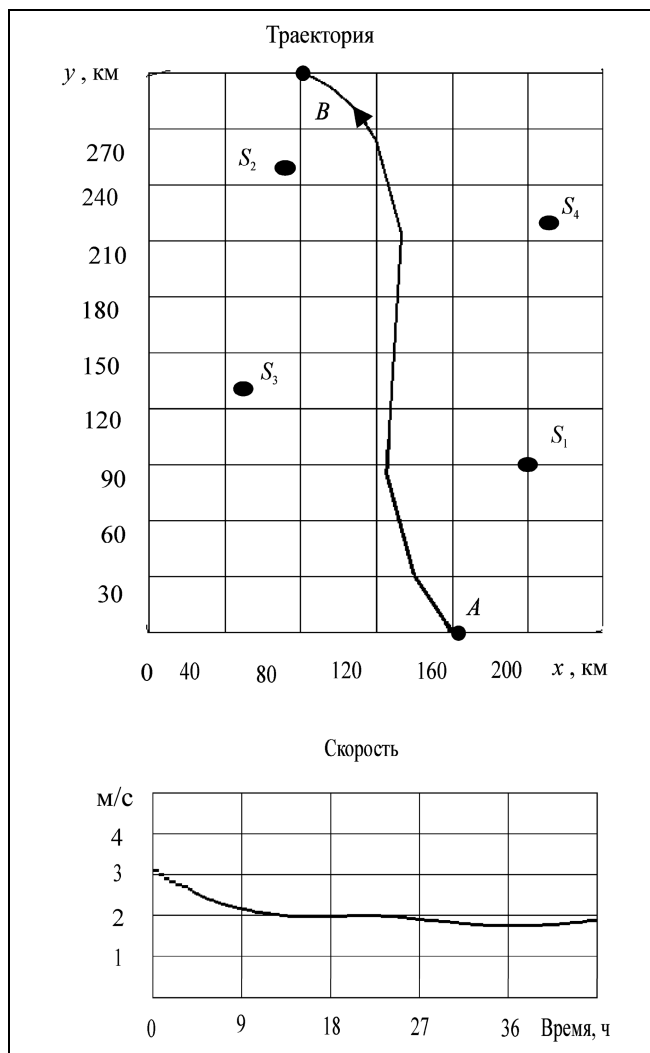


Рис. 5. Оптимальный закон уклонения; четыре сенсора

Если ранее в этом узле уже были установлены значения указанных параметров, то сравнивается ранее установленное значение R_{j_k} с суммой $R_{j_{k-1}} + R_{j_{k-1}j_k}$. Если $R_{j_k} > R_{j_{k-1}} + R_{j_{k-1}j_k}$, то устанавливаются новые значения $R_{j_k} = R_{j_{k-1}} + R_{j_{k-1}j_k}$ и $T_{j_k} = T_{j_{k-1}} + T_{j_{k-1}j_k}$; присваивается узлу номер $N_{j_k} = j_{k-1}$ (смысл операции — указание номера узла, из которого был осуществлен переход в данный узел).

Шаг 3. Из множества узлов, для которых установлены значения параметров и из которых не делался шаг расчета, выбирается узел j_k , которому соответствует минимальное значение R_{j_k} . Если такого узла нет, т. е. время достижения узла R_{j_k} пре-

восходит заданное время прохождения маршрута T , то задача, при выбранном значении первого интеграла, решения не имеет. В противном случае — переход к шагу 2 для узла j_k .

Шаги 2 и 3 повторяются до тех пор, пока конечная точка маршрута не попадет в множество точек, из которых делался шаг расчета.

Шаг 4. Сравниваются время T_c достижения конечной точки и заданное время прохождения маршрута T . При $|T_c - T| > \Delta$, где Δ — величина, характеризующая принятую точность выполнения ограничения (13), выбирается новое значение первого интеграла C . Далее выполняется переход к шагу 2 для начального узла.

Решение задачи — путь, для которого значение первого интеграла минимально и при котором выполняется ограничение $|T_c - T| \leq \Delta$.



3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Цель моделирования состояла в построении оптимальной траектории уклонения объекта от обнаружения группой сенсоров и определении оптимального закона изменения скорости на траектории.

Результаты моделирования иллюстрируются рис. 2–5. На каждом рисунке изображены составляющие оптимального закона управления подвижным объектом — оптимальная траектория уклонения и оптимальный закон изменения скорости как функция текущего момента времени. Рисунки отличаются числом сенсоров в регионе. На рисунках указаны положения начальной A и конечной B точек маршрута; число и расположение сенсоров, обозначенных символами S_i , $i = 1...4$. Моделирование проводилось для региона размера 240×300 км. При всех вычислительных экспериментах положения точек A , B и S_i не менялись; координаты их указаны на рисунках. Время прохождения маршрута составляло 45 ч. Шаг сетки — 1,945 км.

На рис. 2 изображены две траектории и два графика изменения скорости в задаче уклонения от единственного сенсора. Кривые, полученные моделированием, обозначены цифрой 1. Кривые, обозначенные цифрой 2, иллюстрируют теоретическое решение задачи уклонения — см. формулы (8), (9). Кривые, полученные теоретически и моделированием, практически совпадают. Такая высокая точность аппроксимации позволяет рассматривать описанный алгоритм в качестве возможного способа оптимизации закона управления подвижным объектом в задачах уклонения от обнаружения группой сенсоров. Полученные моделированием оптимальные траектории уклонения и графики изменения скорости для случаев нескольких сенсоров изображены на рис. 3–5.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дано решение вариационной задачи об оптимизации закона уклонения подвижного объекта от обнаружения системой сенсоров. Критерием служит интегральный уровень сигнала, принятого системой сенсоров за время прохождения маршрута объектом. Предполагается, что текущий уровень сигнала прямо пропорционален скорости объекта и обратно пропорционален дистанции до сенсора. Для случая степенных зависимостей уровня сигнала от скорости и дистанции показано, что при движении по оптимальной траектории уклонения и оптимальном законе изменения скорости текущий уровень сигнала, принятого системой сенсоров, остается постоянным и представляет

собой первый интеграл уравнений Эйлера для вариационной задачи. Этот факт использован для нахождения оптимального закона управления объектом. Для случая одного сенсора получено аналитическое решение задачи. Для случая нескольких сенсоров предложен численный алгоритм оптимизации. Приведены результаты моделирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zabaranin M., Uryasev S., Pardalos P. Optimal Risk Path Algorithms // Cooperative Control and Optimization. Ch. 1 / Eds. Murphey R., Pardalos P. — Dordrecht: Kluwer Acad., 2002. — P. 271–303.
2. Pachter L.S., Pachter M. Optimal Paths for Avoiding a Radiating Source // Proc. 40 IEEE Conf. Des. and Contr. — 2001. — P. 3581–3686.
3. Caccetta L., van Loosen I., Rehbock V. Effective Algorithms for a Class of Discrete Valued Optimal Control Problems // Optimization & Cooperative Ctrl. Strategies, Lectures Notes CIS, 381. — Berlin: Springer-Verlag, 2009. — P. 1–30.
4. Sidhu H., Mercer G., Sexton M. Optimal Path Trajectories in a Threat Environment // Journal of Battlefield Technology. — 2006. — Vol. 9, N 3. — P. 33–40.
5. Meguerdichian S., Koushanfar F., Qu G. Exposure in Wireless Ad-hoc Sensor Networks // Proc. Int. Conf. MobiCom'01. — 2001. — P. 139–150.
6. Veltri G., Huang Q., Potkonjak M. Minimal and Maximal Exposure Path Algorithms for Wireless Embedded Sensor Networks // Proc. Int. Conf. Sensor Systems. SenSys'03. — 2003. — P. 242–249.
7. Воронин А.Н., Ясинский А.Г., Шворов С.А. Синтез компромиссно-оптимальных траекторий мобильных роботов в конфликтной среде // Проблемы управления и информатики. — 2002. — № 2. — С. 12–18.
8. Rehbock V., Caccetta L. Two Defence applications involving Discrete Valued Optimal Control // ANZIAM J. 44(E). — 2002. — P. E33–E54.
9. Hallam C., Harrison R., Ward J. A multiobjective optimal path algorithm // Digital Signal Processing. — 2001. — Vol. 11(2). — P. 133–143.
10. Галеев А.А., Маслов Е.П., Рубинович Е.Я. Об одной задаче управления движением объекта в конфликтной среде // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2009. — № 3. — С. 134–140.
11. Галеев А.А., Маслов Е.П. Оптимизация законов уклонения подвижного объекта от обнаружения // Там же. — 2010. — № 4. — С. 43–53.
12. Mercer G., Sidhu H. Two continuous methods for determining a minimal risk path through a minefield // ANZIAM J. 48(E). — 2007. — P. C293–C306.
13. Краснов М.Л., Макаренко Г.И., Киселев А.И. Вариационное исчисление. — М.: Наука, 1973.
14. Бурдик В.С. Анализ гидроакустических систем. — Л.: Наука, 1988.
15. Dijkstra E. A note of two problems in connection with graphs // Numerische Mathematik. — 1959. — N 1. — P. 269–271.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым.

Абрамянц Тамара Гургеновна — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, ☎(495) 334-91-81, ✉abramnc@ipu.ru,

Маслов Евгений Петрович — д-р техн. наук, зав. лабораторией, ☎(495) 334-91-81, ✉maslover@ipu.ru,

Яхно Виктор Павлович — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, ☎(495) 334-88-91,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.

CONTENTS & ABSTRACTS

SEMANTIC SIMILARITY MEASURES IN ONTOLOGY. REVIEW AND CLASSIFICATION . 2

Kryukov K.V., Pankova L.A., Pronina V.A., Suhoverov V.S., Shipilina L.B.

The review and classification of semantic similarity measures for concepts, relations, instances and ontologies are given. Measures are based on location in hierarchical structures, nonhierarchical relations, attributes. The survey of estimation methods is given.

Keywords: ontology, concept, relation, attribute, instance, semantic similarity.

ROBUST CONTROL OF NONLINEAR PLANT BY OUTPUT15

Tsykunov A. M.

The paper considers the problem of tracking a reference signal for plant which dynamics is described by nonlinear differential equations. The control algorithm received allows tracking a reference signal with required accuracy and compensates the influence of the parametrical and external limited indignations on the adjustable variable. The result received is generalized to nonlinear systems with a state vector lag. The results received are illustrated by numerical example.

Keywords: robust control, delay, Lyapunov function, reference signal, revolting influence.

LINEAR DYNAMIC SYSTEMS WITH CONTROLLED COEFFICIENTS: INVESTIGATION OF ITERATIVE OPTIMIZATION METHODS22

Baturina O.V.

The problem of optimal control for linear dynamic systems with controlled coefficients and quadratic criterion is considered. The global method and the gradient method for improvement of control are described and investigated. The efficiency of these methods is compared based on numerical implementation.

Keywords: optimal control, iterative methods, improvement of control, global method, gradient method.

MODELS OF CORPORATIONS CONTROL FOR THE CASE OF INTER-CORPORATE RELATIONS28

Geraskin M.I.

The analysis of the state-of-the-art of corporation control theory for the case of inter-corporate relations is conducted. The insufficient capability of contemporary econometric models of corporation control as hierarchical systems with regard to integrated (nonhierarchical) systems of corporations is proved. The models and mechanisms of control of nonhierarchical systems of interacting corporations based on transfer of economic effects of interaction are developed.

Keywords: corporation, hierarchical system, vertical and horizontal coordination of interests, polycorporative system.

EXPERT-RANGING METHODOLOGY FOR QUASIPERIODIC SIGNALS ANALYSIS IN DIAGNOSTIC PROBLEMS39

Dorofeyuk A.A., Guchuk V.V., Desova A.A., Dorofeyuk J.A.

The paper considers the methodology of quasiperiodic time series structure analysis for solving diagnostic problems, that has been developed on the basis of the expert-ranging data analysis methods.

The methodology has been implemented and applied practically on the base of using radial artery pulse signal analysis for complex medical diagnostic problem solving. The results of investigation, presented in the paper, proved the fundamental possibility of complex disease diagnostics based on quasiperiodic bioelectric signal (pulsograms) analysis.

Keywords: expert-ranging methods, quasiperiodic signals, radial artery pulse signal (pulsogram), pulsogram form typology, pulsogram spectral density typology, medical diagnostics.

ONE APPROACH TO DIAGNOSING HETEROGENEOUS DIGITAL SYSTEMS WITH SYMMETRIC BIPARTITE GRAPH STRUCTURES48

Vedeshenkov V.A.

The heterogeneous digital systems (DS) structured as symmetric bipartite graphs consisting of processors, memory units and commutator units allowing to connect any pair: processor and memory unit, are considered. For DS with such structures, the approach of diagnosing with accuracy to a separate component (processor, memory unit, commutator units, connection's line) is proposed. For the period of diagnosing the polytypic units are combined in tested subsystems of the same composition. The example of diagnosing of the heterogeneous DS including four processors, three memory units and seven commutator units is considered.

Keywords: heterogeneous digital systems, symmetric bipartite graph, commutator unit, diagnosis, tested subsystems.

THE ATTITUDE DETERMINATION METHOD . . . 57

Rapoport L.B.

The paper describes the attitude determination method. The body is supposed to belong to near-earth space at altitude significantly lower than network satellite systems are located.

Keywords: satellite navigation, attitude determination, navigation equations, range measurements.

THE GRADIENT ADAPTATION ALGORITHM IN A FLEXIBLE SPACECRAFT ORIENTATION CONTROL SYSTEM65

Silaev A.V.

The problem of minimizing a magnitude of flexible oscillations in angular motion of a flexible spacecraft is solved. The magnitude of flexible oscillations is estimated by their envelope. Equations for estimation of flexible modes envelopes taking into account their proper damping are concluded. The gradient algorithm of parameter adaptation of the base object orientation control law minimizing the total flexible modes envelope is proposed.

Keywords: flexible spacecraft, flexible oscillations, envelope, adaptive control.

AVOIDANCE OF A MOVING OBJECT FROM DETECTION BY A GROUP OF OBSERVERS 73

Abramyantz T.G., Maslov E.P., Yahno V.P.

The problem of avoidance of a moving object from detection by group of sensors is considered. Control vector includes trajectory and law of motion velocity. Optimal solution is presented.

Keywords: avoidance from detection, group of observers, first integral, Dijkstra algorithm.