УДК 519.857

ПРИМЕНЕНИЕ РЕСУРСНЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВЕЩЕСТВ В ВОДНОЙ СРЕДЕ

Л.Ю. Жилякова

Предложена модель, в основу которой положена ресурсная сеть со структурой в виде регулярной двумерной решетки. Вершинам поставлено в соответствие количество вещества на заданной площади, а ребрам — значения перетоков. Модель по заданному полю течений имитирует распространение вещества в заданной акватории.

Ключевые слова: ресурсная сеть, перетоки, инерционность, управление.

ВВЕДЕНИЕ

При анализе и прогнозировании состояния водных систем возникает проблема моделирования распространения веществ в водной среде. Ее решение требует построения модели динамики вод, учитывающей данные о режимах течений, ветровой активности, стоках рек и ряд других параметров, определяющих перетоки между смежными районами водоема.

В моделях [1, 2] для определения объемов перетоков и поля скоростей установившихся течений применяется методика расчета стационарных течений для мелкого моря [3] с учетом ветровой активности [4]. Например, имитационная модель «динамика вод», разработанная в АзНИИРХ для Азовского и Черного морей [5], позволяет моделировать годичный цикл и рассчитывать показатели, осредненные по пятидневкам. Она применяется для прогноза запасов промысловых рыб в Азовском море [6]. Такие модели оперируют данными в больших временны*х* интервалах и рассчитаны на долгосрочные прогнозы.

Однако существует ряд актуальных задач, не решаемых в рамках указанных моделей. К ним относится, в частности, задача оперативного прогнозирования распространения загрязняющего вещества при его выбросе в акваторию.

Для решения задачи имитации распространения химических веществ и пассивных биологических объектов в режиме реального времени в настоящей работе предлагается подход, базирующийся на применении аппарата неоднородных ресурсных сетей [7] — динамических потоковых моделей, функционирующих в дискретном времени. На основе этого аппарата разработана и реализована модель распространения веществ и позволяющая получить карту распределения вещества через любой заданный промежуток времени, а также проследить распространение вещества в динамике — как численно, так и визуальными средствами.

Модель работает с переменным масштабом. В зависимости от заданного диапазона распространение вещества может быть рассчитано как на малом участке акватории, так и на водоеме в целом. Таким образом, возможно достижение большой точности вычислений и высокой степени детализации процесса.

1. НЕОДНОРОДНАЯ РЕСУРСНАЯ СЕТЬ. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Ресурсная сеть [7] описывается двусторонним ориентированным графом, вершинам v_i которого приписаны неотрицательные числа $q_i(t)$, называемые *ресурсами* и изменяющиеся в дискретном времени t, а ребрам (v_i, v_j) — неотрицательные числа r_{ij}, постоянные во времени и называемые *пропускными способностями*.

Свойство двусторонности означает, что если существует ребро (v_i, v_j) с ненулевой пропускной способностью r_{ij}, то обязательно существует и противоположно ориентированное ребро (v_j, v_i) с ненулевой пропускной способностью r_{ji}, причем равенс-

тво $r_{ij} = r_{ji}$ в общем случае не выполняется. Двустороннюю пару будем обозначать $<(v_i, v_j), (v_j, v_i)>$.

Каждая вершина v_i обладает петлей с пропускной способностью, равной r_{ii}.

Состояние $Q(t)$ сети в момент t будем описывать вектором $Q(t) = (q_1(t), ..., q_n(t))$.

Состояние $Q(t)$ называется *устойчивым*, если $Q(t) = Q(t + 1) = Q(t + 2) = Q(t + 3) = ...$

Состояние $Q^* = (q_1^*, ..., q_n^*)$ называется *асимптотически достижимым* из состояния $Q(0)$, если для любого $\varepsilon > 0$ существует t_ε такое, что для всех $t > t_\varepsilon$

$$|q_i^* - q_i(t)| < \varepsilon, \quad i = 1, 2, ..., n.$$

Состояние сети называется *предельным*, если оно либо устойчиво и достижимо из состояния $Q(0)$ за конечное время, либо асимптотически достижимо из состояния $Q(0)$.

Матрицей пропускной способности будем называть матрицу $R = \|r_{ij}\|_{n \times n}$. Если пары $<(v_i, v_j), (v_j, v_i)>$ не существует, $r_{ij} = 0$ и $r_{ji} = 0$.

Из определения ресурсной сети вытекают следующие свойства матрицы R:

R — неотрицательная матрица: $\forall\ i, j\ r_{ij} \geqslant 0$;

$$\forall\ i\ r_{ii} > 0;$$
$$\forall\ i, j\ (r_{ij} > 0 \Leftrightarrow r_{ji} > 0).$$

Суммарной пропускной способностью сети назовем сумму пропускных способностей всех ее ребер:

$$r_{sum} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} r_{ij}.$$

Суммарную пропускную способность входных ребер вершины с номером i будем называть ее *входной пропускной способностью* и обозначать через $r_i^{in} = \sum_{j=1}^{n} r_{ji}$; суммарную пропускную способность выходных ребер, соответственно, назовем *выходной пропускной способностью* и обозначим через $r_i^{out} = \sum_{j=1}^{n} r_{ij}$. Пропускная способность петли входит в обе суммы.

Распределение ресурса в сети происходит по одному из двух правил, выбор которых зависит от значения ресурса в вершинах. В момент $t + 1$ вершина v_i в ребро, соединяющее ее с вершиной v_k, отдаст:

r_{ik} единиц ресурса, если $q_i(t) > r_i^{out}$ (правило 1);

$\frac{r_{ik}}{r_i^{out}} q_i(t)$ в противном случае (правило 2).

По правилу 1 вершина отдаст за такт работы всего $r_i^{out} = \sum_{j=1}^{n} r_{ij}$ ресурса. По правилу 2 вершина отдает весь свой ресурс. Если ресурс в вершине равен выходной пропускной способности вершины: $q_i(t) = r_i^{out}$, то применение обоих правил даст один и тот же результат.

Ресурсная сеть называется *однородной*, если пропускные способности всех ребер одинаковы. В противном случае сеть называется *неоднородной*.

2. СТРУКТУРА ГИДРОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

2.1. Топология и правила функционирования сети

В основе гидрологической модели лежит ресурсная сеть специального вида, представляющая собой регулярную двумерную решетку: каждая внутренняя вершина имеет девять инцидентных ей взвешенных ребер: четыре двусторонние связи с ближайшими соседями и петлю (рис. 1).

Сеть покрывает прямоугольную область, которая может иметь как открытые границы, так и замкнутые — непроницаемые. Если одна из четырех границ непроницаема, вершины, ей принадлежащие, не будут иметь соответствующих ребер (рис. 2). Если же граница открыта, граничные вершины будут иметь все инцидентные ребра (см. рис. 1).

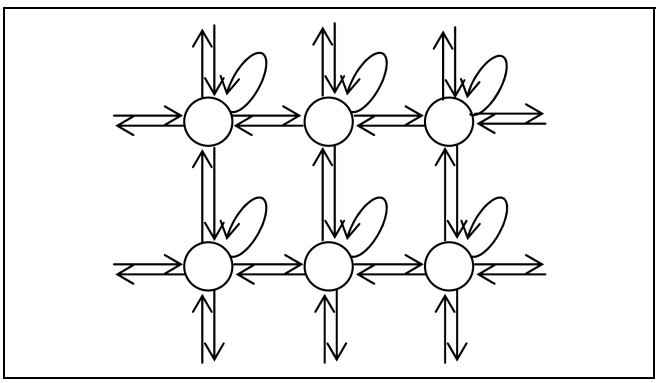

Рис. 1. Структура ресурсной сети

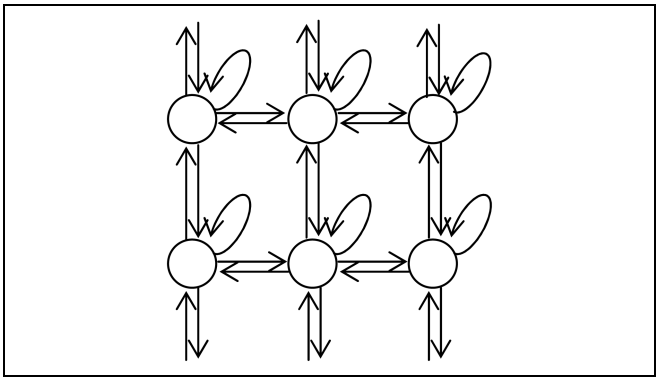

Рис. 2. Непроницаемые границы слева и справа

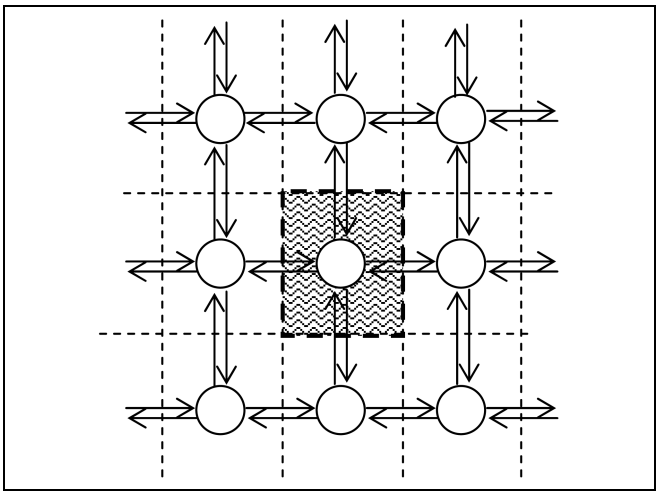

Рис. 3. Площадь, соответствующая одной вершине

Путем задания непроницаемых границ можно моделировать динамику речных течений, — в этом случае границы образуют берега.

Веса ребер сети соответствуют пропускным способностям и означают максимальное количество вещества, которое может быть перенесено в единицу времени.

Ресурс в вершинах равен количеству вещества, распределенному на площади, равной площади ячейки сетки (рис. 3).

На каждом такте дискретного времени t ресурс, имеющийся в вершине, передается в ребра по правилам 1 и 2.

Петля характеризует степень инерционности процесса: чем выше ее пропускная способность, тем больше ресурса останется в вершине и тем меньше его будет отдано. Путем увеличения пропускной способности петли можно моделировать процесс оседания вещества. Если вещество оседает быстро, в модели необходимо изменить правила 1 и 2. Правило 1 остается неизменным. Правило 2 модифицируется следующим образом:

если $q_i(t) \leqslant r_i^{out}$ и $q_i(t) \geqslant r_{ii}$, в момент $t + 1$ вершина v_i в петлю $\langle v_i, v_i \rangle$ отдаст r_{ii} ресурса, а в остальные ребра $\dfrac{r_{ik}}{r_i^{out} - r_{ii}} (q_i(t) - r_{ii})$ (правило 2′).

Если же вершина имеет ресурс, меньший пропускной способности петли: $q_i(t) < r_{ii}$, он весь уходит в петлю.

Таким образом, петля получает приоритет: сначала ресурс идет в нее, и затем, по остаточному принципу, уже в другие ребра.

Отсюда следует, что варьирование пропускной способностью петли и выбор правила функционирования позволяют управлять степенью инерционности системы, что делает ее более гибкой.

Для имитации распространения вещества выбирается прямоугольная область любой площади. На эту область налагается прямоугольная сетка, причем число вершин по вертикали и горизонтали может быть задано произвольно — в зависимости от задачи и покрываемой площади.

Если выброс веществ произошел в районе берега, при неровной береговой линии можно задать координаты, частично захватывающие берег. Пропускные способности ребер, инцидентных вершинам, оказавшимся на суше, полагаются равными нулю. Увеличивая частоту сетки, можно задать контуры береговой линии с большой точностью.

2.2. Расчет перетоков между районами

С точки зрения пользователя модель (и соответствующая программа) является гидрологической: ее входными данными, кроме частоты сетки и координат рассматриваемой области, служат направление и сила ветра, направление и скорость течения. Входные данные гидрологической модели преобразуются в пропускные способности ребер.

Если для соответствующей акватории известно поле течений, оно заносится в базу данных в виде пропускных способностей в каждом узле сетки для каждого из четырех направлений. Если поле течений неизвестно, в программе предусмотрен пересчет скоростей ветра и течений, однако следует учитывать, что для разных водоемов и разных веществ зависимость пропускных способностей сети от течений и ветра может изменяться, и поэтому расчет полей течений в каждом новом случае представляет собой нетривиальную задачу, которую нужно решать отдельно.

В модели по умолчанию реализован алгоритм пересчета, цель которого состоит в пропорциональном увеличении пропускных способностей в направлении течения и ветра и уменьшение их в

противоположном направлении, причем влияние течения превосходит влияние ветра. При создании нового поля течений все пропускные способности полагаются равными единице. Затем, при заданных скоростях ветра и течения, они преобразуются. Если ветер направлен на С, В, Ю или З, то пропускные способности каждого ребра, ориентированного в этом направлении, увеличиваются по формуле:

$$r_{ij_new} = r_{ij}\ln(v_{wind} + e), \qquad (1)$$

где v_{wind} — скорость ветра.

Пропускные способности ребер, ориентированных в противоположном направлении, соответственно уменьшаются в той же пропорции:

$$r_{ij_new} = \frac{r_{ij}}{\ln(v_{wind} + e)}. \qquad (2)$$

Течение влияет на изменение пропускных способностей сильнее, чем ветер. Формулы изменения пропускных способностей при течениях в направлениях С, В, Ю и З:

$$r_{ij_new} = r_{ij}(v_{flow} + 1) \qquad (3)$$

— в направлении течения;

$$r_{ij_new} = \frac{r_{ij}}{v_{flow} + 1} \qquad (4)$$

— в направлении, противоположном течению; где v_{flow} — скорость течения.

Если же течение и ветер направлены на СВ, ЮВ, ЮЗ и СЗ, то увеличиваются и уменьшаются пропускные способности сразу в двух направлениях: правые части формул (1)—(4) делятся на $\sqrt{2}$.

2.3. Начальное распределение ресурса по узлам сетки

При заданном поле течений модель имитирует распространение вещества из некоторого начального состояния в течение определенного периода времени. Начальное состояние можно описать данными о выбросе загрязнения или инвазии пассивного биологического объекта. Данные о локализации вещества в начальный момент времени служат входными данными модели, и в ресурсной сети рассматриваются как начальное распределение ресурса в узлах.

Если координаты выброса совпадают с координатами одного из узлов сетки, соответствующая вершина получает ресурс, равный количеству вещества в выбросе. Если координаты выброса оказываются внутри квадрата сетки, количество вещества помещается в четыре ближайшие вершины. Ресурс делится пропорционально квадрату расстояния от точки выброса до каждой из вершин сетки.

Рассчитываются величины:

$$d_i = (x_k - x)^2 + (y_m - y)^2,$$
$$i = 1, 2, 3, 4; \quad k, m = 1, 2,$$

где x, y — координаты выброса, пары x_k, y_m — координаты ближайших узлов сетки.

Вводится величина

$$C = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_3} + \frac{1}{d_4}.$$

Количество вещества в вершине рассчитывается по формуле $q_i = \frac{W}{Cd_i}$, где W — размер выброса. Суммарный ресурс в четырех вершинах

$$\frac{W}{Cd_1} + \frac{W}{Cd_2} + \frac{W}{Cd_3} + \frac{W}{Cd_4} =$$
$$= \frac{W}{C}\left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_3} + \frac{1}{d_4}\right) = W.$$

3. УПРАВЛЕНИЕ МОДЕЛЬЮ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РЕСУРСА

В ресурсной сети процесс перераспределения происходит без учета физических свойств ресурса. При моделировании распространения вещества, кроме параметров окружающей среды, важны также и параметры самого вещества: его плотность, растворимость в воде, химическая активность, скорость оседания. Чтобы модель адекватно отражала характер и скорость распространения веществ, необходимо иметь возможность настраивать ее в зависимости от свойств вещества, погодных условий, ветровой активности, течений, вертикального перемешивания воды. Отметим также, что поскольку модель масштабируема и может охватывать как малые, так и большие площади, такты внутреннего времени модели будут соответствовать различным интервалам реального времени, и распространение вещества будет моделироваться с разной точностью.

Управление в модели осуществляется следующими способами.

- Для однородного ускорения или замедления процесса распространения вещества используется коэффициент пропорциональности пропускных способностей. С его помощью перераспределение можно ускорить или замедлить в нужное число раз. При его задании все пропускные способности в базе данных умножаются на этот коэффициент.

- Для изменения инерционности системы отдельно увеличивается или уменьшается пропускная способность петель. Чем больше пропускная способность петли, тем больше ресурса остается в вершине. В терминах модели это означает, что большая часть вещества не покидает заданную площадь, и перераспределение происходит небольшими порциями.
- Если вещество оседает с высокой скоростью, необходим переход работы сети с правила 2 на правило 2′, когда вершина удерживает ресурс, равный пропускной способности петли, и, таким образом, количество вещества, соответствующее этой пропускной способности, остается на заданной площади.

Применяя эти способы, варьируя перетоки из вершины в вершину для группы веществ и наиболее часто рассматриваемых участков водоема, можно создать файлы-шаблоны с перетоками, учитывающие не только свойства вещества, но и физические параметры среды, погодные условия, сезон, сток рек и другие факторы. Эти файлы позволят проигрывать множественные сценарии и исследовать динамику распространения веществ в различных условиях.

4. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛИ

4.1. Входные данные и их структура

Входные данные модели хранятся в таблицах, создаваемых автоматически при задании новой сетки. Файл с данными содержит координаты узлов сетки. Каждому узлу, кроме координат, соответствуют следующие поля: площадь района, за который отвечает этот узел, направление и скорость ветра, направление и скорость течения; пять полей, хранящих выходные пропускные способности в направлениях С, Ю, З, В и петля, и поле, содержащее количество ресурса. При задании непроницаемой границы пропускные способности ребер, ведущих за эту границу, обнуляются.

Для определенных областей с устоявшимися течениями или для заданной ветровой активности имеется возможность использовать готовые файлы данных с заданными перетоками.

Количество вещества можно заносить как с помощью программного интерфейса, так и непосредственно в базу данных.

Каждой вершине поставлены в соответствие пропускные способности исходящих ребер. При открытой границе граничные вершины будут отдавать ресурс в четыре ребра (не считая петлю), а получать только из трех, потому что четвертая связь — связь с фиктивной вершиной вне исследуемой области. В эту фиктивную вершину ресурс из граничной вершины виртуально приходит, но из нее по противоположно ориентированному ребру обратно не поступает. Поэтому для сохранения количества перенесенного вещества на границе необходимо уменьшать пропускные способности ребер, ведущих за границы сети. Сейчас эта функция возложена на эксперта. По умолчанию пропускные способности однонаправленных ребер одинаковы.

4.2. Алгоритм и интерфейс

По умолчанию программа работает с сеткой 5×5. Координаты углов прямоугольника задаются в интерактивном режиме и указывают границы сетки. Данные о выбросе заносятся с помощью соответствующей экранной формы, затем они отображаются в главном окне программы (рис. 4).

Начиная расчет распространения ресурса, программа создает новую таблицу, число полей в которой переменно и зависит от числа вершин в сети. В строках хранятся значения ресурса в вершинах на каждом такте работы программы.

На нулевом такте в первой строке таблицы хранится начальное состояние. Далее в соответствии с правилами 1 и 2 начинается пересчет ресурса в каждой вершине. Если водоем замкнут, перераспределение происходит в соответствии с законом сохранения ресурса. Если же хотя бы одна граница проницаема, ресурс на каждом такте уменьшается. Программа останавливается либо по достижении сходимости процесса: координаты векторов состояний в двух последующих итерациях отличаются не более чем на наперед заданную величину ε, либо по выполнении заданного числа итераций. Работа программы сопровождается графическим выводом распределения ресурса. Результат работы модели — таблица с последовательностью векторов состояний сети на каждом такте. Этот результат программа конвертирует в файл Excel и в текстовый документ. Кроме этого, разработано не-

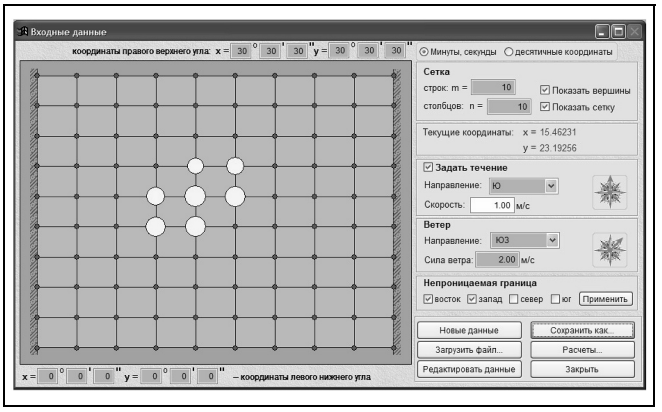

Рис. 4. Отображение введенных данных (сетка 10 × 10)

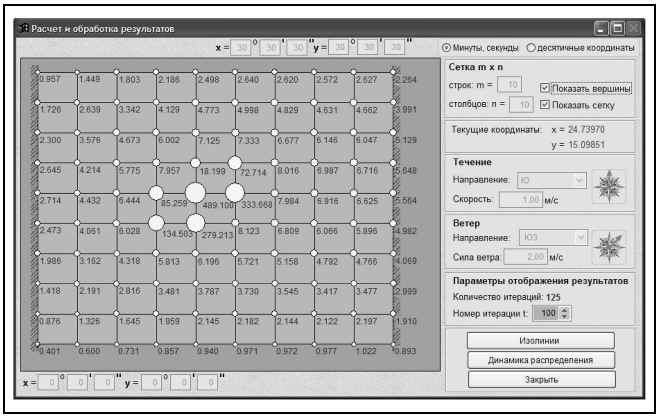

Рис. 5. 100-й такт работы программы (t = 100)

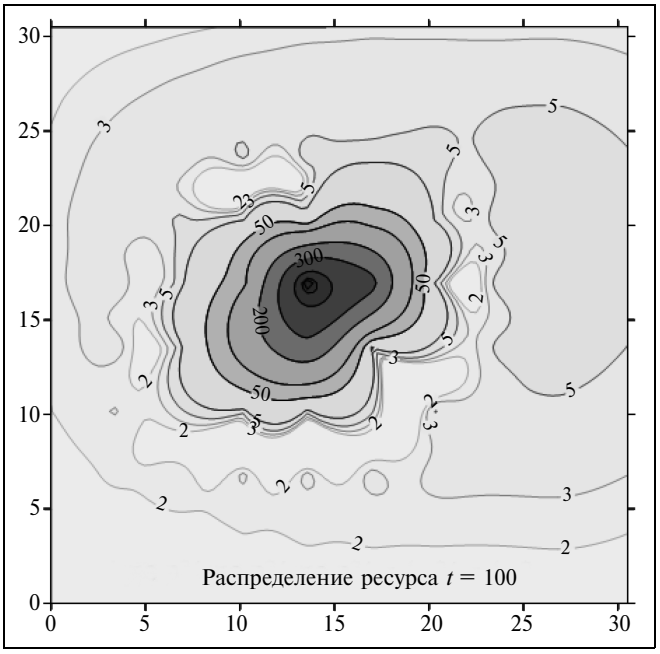

Рис. 6. Изолинии для 100-го такта (t = 100)

сколько инструментов визуализации результатов. На каждом такте можно получить численное распределение вещества по узлам сетки. На рис. 5 представлен 100-й такт работы программы с начальными данными, показанными на рис. 4.

По окончании расчета можно проследить шаг за шагом распространение ресурса по заданной площади. Для каждого такта программа в автоматическом режиме рисует изолинии распространения вещества (рис. 6).

В системе построения изолиний Surfer написан скрипт, позволяющий проследить динамику распространения вещества.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная модель позволяет имитировать двумерное распространение вещества в водоеме. Она пригодна для описания водоемов с небольшой вариацией глубин и с равномерным распределением вещества либо с поверхностным распространением вещества, как, например, нефти.

Модель для описания динамики вод с учетом глубин должна представлять собой сеть со структурой в виде трехмерной решетки с переменным числом горизонтальных слоев. Каждый такой слой соответствует сети, описанной в данной работе, однако между слоями имеются вертикальные связи.

Пропускные способности горизонтальных и вертикальных ребер должны отличаться друг от друга: пропускные способности вертикальных ребер зависят от степени перемешивания водных слоев или, напротив, от их стратификации.

Отличительная черта предложенной модели состоит в ее пространственной и временной масштабируемости, способности делать оперативные и кратковременные прогнозы в режиме реального времени.

Графический интерфейс делает систему удобным и наглядным инструментом для исследования распространения в водной среде веществ с различными характеристиками.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ахременков А.А.* Моделирующий комплекс для имитации водных экосистем. — М.: ВЦ АН СССР, 1988. — 48 с.
2. *Ahremenkov A., Voinov A.* Interactive System for Biogeochemical Modeling of Water Bodies // SCOPE/UNEP Sonderband. — 1992. — Feb. — P. 263—272.
3. *Фельзенбаум А.И.* Теоретические основы и методы расчета установившихся морских течений. — М.: Изд-во АН СССР, 1960. — 198 с.
4. *Белов В.П., Филиппов Ю.Г.* Основные черты динамики вод Азовского моря и Керченского пролива // Тр. ГОИН. — 1978. — Вып. 139. — С. 11—20.
5. *Воловик Г.С.* Разработка и исследование системы имитационных моделей зоопланктонного сообщества (на примере экосистемы Азовского моря): автореф. дис. ... канд. техн. наук. — Ростов-на-Дону, 1997. — 24 с.
6. *Интеллектуальная* система прогнозирования запасов азовской тюльки и хамсы / М.Н. Годовников и др. // Тр. АзНИИРХ. — Ростов-на-Дону: БКИ, 1998. — С. 388—397.
7. *Кузнецов О.П., Жилякова Л.Ю.* Двусторонние ресурсные сети — новая потоковая модель // Доклады Академии наук, 2010. — Т. 433, № 5. — С. 1—4.

Статья представлена к публикации членом редколлегии О.П. Кузнецовым.

Жилякова Людмила Юрьевна — канд. физ.-мат. наук,
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
☎ (495) 334-76-39, ✉ zhilyakova.ludmila@gmail.com.