

ISSN 1819-3161

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

6/2016

CONTROL  SCIENCES

Редакционный совет

Акад. РАН С.Н. Васильев, акад. РАН С.В. Емельянов, акад. РАН И.А. Каляев, акад. РАН В.А. Левин, чл.-корр. РАН Н.А. Махутов, акад. РАН Е.А. Микрин, чл.-корр. РАН П.П. Пархоменко, чл.-корр. РАН А.Ф. Резчиков, акад. РАН Е.А. Федосов

Редколлегия

Д-ра техн. наук Ф.Т. Алескеров, В.Н. Афанасьев, Н.Н. Бахтадзе, канд. техн. наук Л.П. Боровских (зам. гл. редактора), д-ра техн. наук В.Н. Бурков, В.А. Виттих, В.М. Вишневский, д-р экон. наук М.И. Гераськин, д-р техн. наук А.А. Дорофеюк, д-р экон. наук В.В. Клочков, д-ра техн. наук С.А. Краснова, О.П. Кузнецов, В.В. Кульба, А.П. Курдюков, д-ра физ.-мат. наук А.Г. Кушнер, А.А. Лазарев, д-р техн. наук В.Г. Лебедев, д-р психол. наук В.Е. Лепский, д-р техн. наук А.С. Мандель, д-р биол. наук А.И. Михальский, чл.-корр. РАН Д.А. Новиков (гл. редактор), д-ра техн. наук Б.В. Павлов, Ф.Ф. Пашенко (зам. гл. редактора), д-р физ.-мат. наук Л.Б. Рапопорт, д-ра техн. наук Е.Я. Рубинович, В.Ю. Рутковский, д-р физ.-мат. наук М.В. Хлебников, д-р техн. наук А.Д. Цвиркун, д-р физ.-мат. наук П.Ю. Чеботарёв, д-р техн. наук И.Б. Ядыкин

Руководители региональных редакционных советов

Владивосток – д-р техн. наук О.В. Абрамов (ИАПУ ДВО РАН)
Волгоград – д-р физ.-мат. наук А.А. Воронин (ВГУ)
Воронеж – д-р техн. наук С.А. Баркалов (ВГАСУ)
Курск – д-р техн. наук С.Г. Емельянов (ЮЗГУ)
Липецк – д-р техн. наук А.К. Погодаев (ЛГТУ)
Пермь – д-р техн. наук В.Ю. Столбов (ПНИПУ)
Ростов-на-Дону – д-р техн. наук Г.А. Угольницкий (ЮФУ)
Самара – д-р техн. наук В.Г. Засканов (СГАУ)
Саратов – д-р техн. наук В.А. Твердохлебов (ИПТМУ РАН)
Уфа – д-р техн. наук Б.Г. Ильясов (УГАТУ)



CONTROL SCIENCES

**Научно-технический
журнал**

6 номеров в год

ISSN 1819-3161

Издается с 2003 года

УЧРЕДИТЕЛЬ

**Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН**

**Главный редактор
чл.-корр. РАН**

Д.А. Новиков

**Заместители главного
редактора**

Л.П. Боровских, Ф.Ф. Пащенко

Редактор

Т.А. Гладкова

Выпускающий редактор

Л.В. Петракова

Издатель

ООО «Сенсидат-Плюс»

Адрес редакции

117997, ГСП-7, Москва,

ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410.

Тел./факс (495) 334-92-00

E-mail: pu@ipu.ru

Интернет: <http://pu.mtas.ru>

Оригинал-макет и электронная
версия подготовлены
ИП Прохоров О. В.

Отпечатано в ООО «Авансед солюшнз»

Заказ № PB616

Подписано в печать

14.11.2016 г.

Журнал зарегистрирован
в Министерстве Российской
Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств
массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС 77-49203 от 30 марта 2012 г.

Журнал входит в RSCI на платформе
Web of Science и Перечень
рецензируемых научных изданий ВАК

Подписные индексы:

80508 и **81708** в каталоге Респечати;

38006 в объединенном каталоге
«Пресса России»

Цена свободная

© Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

6.2016

СОДЕРЖАНИЕ

Анализ и синтез систем управления

- Талагаев Ю.В.** Анализ и синтез сверхустойчивых нечетких систем
Такаги — Сугено 2

Управление в социально-экономических системах

- Губанов Д.А., Чхартисвили А.Г.** Влиятельность пользователей
и метапользователей социальной сети 12
- Еналеев А.К.** Согласованные разбиения в сетевых организационных
структурах 18
- Пайсон Д.Б.** Матричное моделирование взаимодействия участников
цепочек создания ценности в задачах управления структурными
преобразованиями ракетно-космической промышленности 26
- Ратнер С.В.** Применение сетевого анализа среды функционирования
в задачах регионального экологического менеджмента 35

Информационные технологии в управлении

- Микрин Е.А., Сомов С.К.** Оптимизация резервирования информации
в распределенных системах обработки данных реального времени 47
- Ведешников В.А.** Подход к фрагментному диагностированию
компонентов цифровых систем со структурой минимального
квазиполного графа (на примере графа размера 7×7) 53
- Байбулатов А.А., Промыслов В.Г.** Аппроксимация огибающей
в приложениях «Network calculus» 59

Управление в медико-биологических системах

- Горлищев В.П., Калинин Л.А., Михальский А.И. и др.** Метод
коррекции электрокардиографического интервала с учетом частоты
сердечных сокращений 65

Управление сложными технологическими процессами и производствами

- Кирип Ю.П., Кирьянов В.В.** Робастное управление технологическими
процессами производства губчатого титана 71

* * *

- Указатель статей**, опубликованных в 2016 г. 80
- Index of papers published in 2016** 82
- Contents and abstracts** 84

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СВЕРХУСТОЙЧИВЫХ НЕЧЕТКИХ СИСТЕМ ТАКАГИ — СУГЕНО

Ю.В. Талагаев

Представлен подход, использующий условия сверхустойчивости для анализа и синтеза непрерывных нечетких систем Такаги — Сугено. Исследованы практически важные свойства класса сверхустойчивых нечетких систем (поведение решений, робастность). Показано, что синтез нечеткого регулятора сводится к решению набора задач линейного программирования. Получено решение задач робастного синтеза и оценки состояния нечеткой системы при наличии внешних ограниченных возмущений. Приведено решение задачи робастной сверхстабилизации гиперхаотической системы, представленной нечеткой моделью.

Ключевые слова: нечеткая система, сверхустойчивость, анализ, синтез, оценка состояния, робастность, ограниченные возмущения, гиперхаотическая система.

ВВЕДЕНИЕ

Нечеткие системы Такаги — Сугено (TS-системы) предоставляют универсальный способ аппроксимации нелинейных систем управления в виде выпуклой комбинации линейных подсистем, взвешенных функциями принадлежности [1]. Поскольку нелинейная динамика описывается совокупностью локальных линейных представлений, это позволяет задействовать для исследования нелинейной системы, представленной нечеткой моделью, методы теории линейных систем управления.

Развитым подходом, применяемым к широкому спектру задач анализа устойчивости и управления нечеткими TS-системами, служит аппарат линейных матричных неравенств (LMI) [1—4]. Подход основывается на поиске общей для всех линейных подсистем квадратичной функции Ляпунова и сводится к решению системы LMI. Несмотря на разработанность численных методов, применение техники LMI к анализу и управлению нечеткими системами может приводить к затруднениям. Они вызваны консерватизмом условий квадратичной устойчивости, выражаясь в том, что соответствующая достаточным условиям устойчивости система LMI может не иметь решения (общая квадратичная функция Ляпунова не су-

ществует). Особенно заметно это проявляется в задачах робастного анализа и синтеза неопределенных нечетких TS-систем, для которых характерен рост числа и громоздкость LMI.

Разработке способов ослабления консерватизма условий квадратичной устойчивости (или стабилизации) нечетких TS-систем посвящено большое число публикаций. Помимо исследований условий существования общей квадратичной функции Ляпунова [1, 5, 6], усилия были направлены на разработку альтернативных методов, построенных на условиях устойчивости, связанных с другими типами функций Ляпунова (см. работу [7], содержащую обширный обзор по данной проблематике). Анализ работ показывает, что формулируемые в виде LMI условия устойчивости не всегда позволяют обеспечить желаемые характеристики переходного процесса. Например, в экспериментальных результатах нередко можно видеть, что начальный этап переходного процесса сопровождается нежелательным на практике эффектом всплеска, характеризующийся резким возрастанием нормы решения нечеткой системы. Для обеспечения требуемых свойств переходного процесса может применяться подход (см. работу [8] и ссылки в ней), основанный на размещении полюсов нечеткой системы в заданной области, описываемой LMI.



Однако он не позволяет избежать затруднений, вызываемых консерватизмом условий устойчивости. Отметим, что помимо подходов, использующих LMI, разработаны другие продуктивные подходы к анализу TS-систем, основанные, например, на применении методов абсолютной устойчивости [9, 10].

Возможный способ, позволяющий обойти затруднения, возникающие при исследовании управляемых нечетких TS-моделей, описывающих нелинейные процессы, заключается в использовании концепции сверхустойчивости [11, 12]. Сверхустойчивые линейные системы характеризуются кусочно-линейной функцией Ляпунова, условия существования которой формулируются в виде линейных неравенств с элементами матрицы системы. Так же, как и квадратичная устойчивость, сверхустойчивость является достаточным условием устойчивости, предоставляющим удобный инструмент для решения ряда трудных задач линейной теории управления.

Сверхустойчивость сохраняется при наличии нелинейных возмущений, что позволяет непосредственно использовать соответствующие ей условия для анализа и управления нелинейными системами со сложной динамикой [13–15]. Широту применения такого подхода сужают ограничения, которым должна подчиняться нелинейная часть уравнений системы. Переход к нечеткому моделированию позволяет снять это ограничение. Нелинейная система заменяется эквивалентной ей нечеткой TS-моделью, представляющей собой взвешенный набор линейных подсистем, к каждой из которых применимы условия сверхустойчивости. Идея применения условий сверхустойчивости к нечетким TS-системам была предложена в работе [16]. Однако в этой и последующей работе [17], где представлено решение сложной задачи синтеза робастного сверхстабилизирующего нечеткого регулятора в форме обратной связи по выходу, рассмотрен только частный случай функционирования нечеткой TS-системы (матрицы входов линейных подсистем идентичны).

Цель настоящей работы состоит в развитии и обобщении подхода, использующего концепцию сверхустойчивости для анализа и синтеза непрерывных нечетких TS-систем. Для этого рассматривается общий случай, когда нечеткая TS-система описывается набором линейных подсистем, имеющих различные матрицы входов и подверженных действию ограниченных внешних возмущений. Помимо демонстрации сохранения работоспособности подхода в задачах стабилизации и робастного синтеза, представлены результаты оценки инвариантного множества нечеткой TS-системы при

действующих возмущениях. Для иллюстрации возможностей подхода, в дополнение к рассмотренным в работах [16, 17] трехмерным хаотическим системам приводится развернутый пример сверхстабилизации гиперхаотической системы, представленной нечеткой TS-моделью.

1. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ

1.1. Сверхустойчивые системы

Условия сверхустойчивости формулируются в виде линейных ограничений на элементы матрицы системы. Эти ограничения говорят о наличии отрицательного диагонального доминирования.

Определение 1. Матрица A называется сверхустойчивой, если

$$A \in S = \{A = (a_{ij}) \in R^{n \times n}: \sigma(A) > 0\},$$

где $\sigma(A) = \min_i \left(-a_{ii} - \sum_{j \neq i} |a_{ij}| \right)$ — степень сверхустойчивости A , $i, j = 1, \dots, n$. ♦

Рассмотрим линейную управляемую систему

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0, \quad t \geq 0, \quad (1)$$

где $x(t) \in R^n$ — состояние, $u(t) \in R^m$ — вход (или внешнее возмущение), $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$.

Определение 2. Система (1) называется сверхустойчивой, если $A \in S$. ♦

Сверхустойчивые системы (1) являются классом устойчивых систем, обладающих при $u(t) \equiv 0$ кусочно-линейной функцией Ляпунова $V(x) = \|x\|_\infty = \max_i |x_i|$. С практической стороны привлекательность сверхустойчивости обуславливается следующими свойствами [11]:

1) при $u(t) \equiv 0$ для решения сверхустойчивой системы (1) верна оценка $\|x(t)\|_\infty \leq \|x_0\|_\infty e^{-\sigma(A)t}$, $t \geq 0$, исключающая возникновение на начальном участке траектории эффекта всплеска;

2) если возмущение присутствует и ограничено ($\|u(t)\|_\infty \leq 1$), то решение сверхустойчивой системы (1) также ограничено и удовлетворяет условию $\|x(t)\|_\infty \leq \lambda + \eta e^{-\sigma(A)t}$, $t \geq 0$, где $\lambda = \|B\|_1 / \sigma(A)$, $\eta = \max\{0, \|x(t)\|_\infty - \lambda\}$, $\|B\|_1 = \max_i \left(\sum_j |b_{ij}| \right)$.

Из свойства 2 следует, что при $\|x_0\|_\infty \leq \lambda$ для всех $t \geq 0$ будет $\|x(t)\|_\infty \leq \lambda$, а значит, $Q = \{x(t) \in R^n: \|x(t)\|_\infty \leq \lambda\}$ является инвариантным множеством сверхустойчивой системы.

1.2. Нечеткие системы Такаги — Сугено

Нечеткое моделирование служит продуктивным способом оценки и описания отношения «вход — выход» в нелинейных системах управления. Широкий класс систем

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) + d(x(t))w(t),$$

где $x(t) \in \Lambda \in R^n$ — состояние системы, $\Lambda = \{x \in R^n: \|x(t)\|_2 \leq \mu, \mu > 0\}$, $u(t) \in R^m$ — вход, $w(t) \in R^{m_1}$ — внешнее возмущение, удовлетворяющее для всех $t \geq 0$ ограничению $\|w(t)\|_\infty \leq 1$, $f(x(t))$, $g(x(t))$, $d(x(t))$ — нелинейные вектор-функции, с достаточно высокой точностью может быть аппроксимирован нечеткой TS-моделью (анализ аппроксимационных свойств дан в работе [1]), которая задается набором нечетких правил

P_l : ЕСЛИ $z_1(t)$ есть M_{l1} и ... и $z_p(t)$ есть M_{lp} ,

ТО $\dot{x}(t) = A_l x(t) + B_l u(t) + D_l w(t)$, $l = 1, \dots, q$.

Здесь $z_1(t)$, ..., $z_p(t)$ — переменные посылок, M_{lk} — нечеткие множества, $k = 1, \dots, p$, $A_l = (a_{ij}^l) \in R^{n \times n}$, $B_l = (b_{is}^l) \in R^{n \times m}$, $D_l \in R^{n \times m_1}$ — постоянные матрицы, соответствующие правилу l , q — число нечетких правил.

Переменные посылки $z_k(t)$, образующие вектор $z(t) = (z_1(t), \dots, z_p(t))$, могут являться функциями состояния системы $x(t)$, входных переменных ($u(t)$, $w(t)$) и/или времени. В дальнейшем предполагается, что $z_k(t)$ выражаются только через элементы $x(t)$ вектора состояния. Известно [1], что это допущение (выполняющееся при моделировании многих физических систем) упрощает процедуру нечеткого вывода и не ограничивает результаты исследования. Определяемый в ходе дефазификации выход нечеткой TS-модели описывается общей нечеткой TS-системой

$$\dot{x}(t) = \sum_{l=1}^q h_l(z(t)) (A_l x(t) + B_l u(t) + D_l w(t)), \quad (2)$$

получаемой нечетким «смешиванием» линейных подсистем. Функции принадлежности $h_l(z(t))$ — нормированные веса для каждого нечеткого правила — определяются в виде

$$h_l(z(t)) = \omega_l(z(t)) / \sum_{l=1}^q \omega_l(z(t))$$

и удовлетворяют свойствам $h_l(z(t)) \geq 0$, $\sum_{l=1}^q h_l(z(t)) = 1$,

где $\omega_l(z(t)) = \prod_{k=1}^p M_{lk}(z_k(t))$ — произведение всех различных $M_{lk}(z_k(t))$, соответствующих l -му нечеткому правилу, $M_{lk}(z_k(t))$ — степень принадлежности элемента $z_k(t)$ к множеству M_{lk} .

Переход к нечеткому описанию позволяет заменить нелинейную систему совокупностью простых линейных подсистем, связанных функциями принадлежности. Получаемая нечеткая TS-система описывает поведение исходной через локальные линейные представления. Это дает возможность развить на основе условий сверхустойчивости линейных систем аналитические методы исследования нелинейных динамических процессов. Отметим, что определение параметров нечеткой TS-системы предполагает, что известны уравнения нелинейной системы и границы ограниченной области, где эволюционирует ее состояние. Требование ограниченности состояния выполняется для многих встречающихся на практике динамических систем. В их круг входят хаотические системы, для которых ограниченность траекторий является одним из условий возникновения сложной динамики. Примеры построения нечетких TS-систем можно найти в работах [1–4].

2. АНАЛИЗ

В данном разделе всюду предполагается, что $u(t) \equiv 0$.

2.1. Сверхустойчивые нечеткие системы

Рассмотрим невозмущенную (в системе (2) $w(t) \equiv 0$) нечеткую систему

$$\dot{x}(t) = \sum_{l=1}^q h_l(z(t)) A_l x(t). \quad (3)$$

Определим степень сверхустойчивости линейных подсистем в системе (3) как

$$\sigma(A_l) = \min_i \left(-a_{ii}^l - \sum_{j \neq i} |a_{ij}^l| \right).$$

Теорема 1. Нечеткая TS-система (3) сверхустойчива, если $\min_l \sigma(A_l) > 0$.

Доказательство. Условие $\min_l \sigma(A_l) > 0$ означает, что матрицы A_l , $l = 1, \dots, q$, сверхустойчивы, и для состояния каждой сверхустойчивой подсистемы (3) выполнена оценка $\|x(t)\|_\infty \leq \|x_0\|_\infty e^{-\sigma(A_l)t}$. При этом каждая под-



система обладает функцией Ляпунова $V(x(t)) = \max_i |x_i(t)|$, удовлетворяющей оценке $V(x(t)) \leq e^{-\sigma(A_l)t} V(x_0)$. Выбирая $\sigma_c = \max_l \sigma(A_l)$, получим, что для решения нечеткой системы (3) будет верна оценка $\|x(t)\|_\infty \leq \|x_0\|_\infty e^{-\sigma_c t}$. Это означает, что для всех подсистем (3) существует общая кусочно-линейная функция Ляпунова с оценкой $V(x(t)) \leq e^{-\sigma_c t} V(x_0)$. Теорема доказана. ♦

Согласно теореме 1, сверхустойчивость нечеткой TS-системы характеризуется выполнением условий сверхустойчивости для каждой ее подсистемы, влекущим существование общей для всех подсистем кусочно-линейной функции Ляпунова. Выполнение условий сверхустойчивости позволяет выделить класс нечетких TS-систем, который обладает полезным свойством, не всегда доступным обычным устойчивым нечетким TS-системам, — монотонное экспоненциальное убывание ∞ -нормы решения.

2.2. Робастная сверхустойчивость

Пусть нечеткая система (3) является параметрически неопределенной. Неопределенность выражается в том, что у каждой подсистемы (3) матрица A_l задана интервальным матричным семейством $A_l = A_{l0} + \gamma_l \Delta_l$, где $A_{l0} = (a_{ij0}^l) \in R^{n \times n}$ — матрица номинальной подсистемы, $\gamma_l \geq 0$ — размах неопределенности, $\Delta_l = (\delta_{ij}^l) \in R^{n \times n}$ — неопределенность, $|\delta_{ij}^l| \leq \mu_{ij}^l$, $\mu_{ij}^l \geq 0$.

Теорема 2. Пусть номинальные матрицы A_{l0} , $l = 1, \dots, q$, сверхустойчивы. Тогда неопределенная нечеткая TS-система

$$\dot{x}(t) = \sum_{l=1}^q h_l(z(t))(A_{l0} + \gamma_l \Delta_l)x(t) \quad (4)$$

робастно сверхустойчива для всех

$$\gamma_l < \gamma_{\min} = \min_l \min_i \frac{-a_{ii0}^l - \sum_{j \neq i} |a_{ij0}^l|}{\sum_j \mu_{ij}^l}.$$

Доказательство. Если матрицы A_{l0} , $l = 1, \dots, q$, сверхустойчивы, то $\sigma(A_{l0}) = \min_i \left(-a_{ii0}^l - \sum_{j \neq i} |a_{ij0}^l| \right) > 0$, и сохранение сверхустойчивости для матричного семейства $A_l = A_{l0} + \gamma_l \Delta_l$ означает выполнение для каждого l условий

$$-(a_{ii0}^l + \gamma_l \delta_{ii}^l) - \sum_{j \neq i} |a_{ij0}^l + \gamma_l \delta_{ij}^l| > 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Они будут выполнены, если $-a_{ii0}^l - \gamma_l \mu_{ii}^l - \sum_{j \neq i} (|a_{ij0}^l| + \gamma_l \mu_{ij}^l) > 0$, $i = 1, \dots, n$. Отсюда следует локальная оценка $\gamma_l < \gamma_{l\min} = \min_i \left(-a_{ii0}^l - \sum_{j \neq i} |a_{ij0}^l| / \sum_j \mu_{ij}^l \right)$, выполняющаяся для каждой подсистемы в системе (4). Тогда общая нечеткая TS-система (4) будет сохранять сверхустойчивость при любых $\gamma_l < \gamma_{\min}$, где $\gamma_{\min} = \min_l \gamma_{l\min}$. Теорема доказана. ♦

Сверхустойчивая нечеткая TS-система всегда устойчива. Сформулированный в теореме 2 результат является решением сложной проблемы робастной устойчивости нечетких TS-систем с интервальной неопределенностью. Величина $\gamma_{\min}$ является для системы (4) нижней оценкой радиуса устойчивости. В случае, если $\mu_{ij}^l \equiv 1$ (размах неопределенности для всех подсистем одинаков), то $\gamma_{\min} = \min_l (\sigma(A_{l0})/n)$.

2.3. Оценка инвариантного множества

Рассмотрим нечеткую TS-систему (3), подверженную действию внешнего ограниченного возмущения

$$\dot{x}(t) = \sum_{l=1}^q h_l(z(t))(A_l x(t) + D_l w(t)). \quad (5)$$

Свойства сверхустойчивых систем позволяют оценить для системы (5) инвариантное множество Q_F , для которого из $x_0 \in Q_F$ следует $x(t) \in Q_F$ при всех $t \geq 0$.

Теорема 3. Пусть при $w(t) \equiv 0$ нечеткая TS-система (5) сверхустойчива. Тогда инвариантным множеством возмущенной системы (5) является куб

$$Q_F = \{x(t) \in R^n: \|x(t)\|_\infty \leq \lambda_{\min}\},$$

$$\text{где } \lambda_{\min} = \min_l \frac{\|D_l\|_1}{\sigma(A_l)}.$$

Доказательство. Согласно свойствам сверхустойчивых систем (см. свойство 2 в п. 1.1), для каждой сверхустойчивой подсистемы (5) при $\|x_0\|_\infty \leq \lambda_l$ выполняется оценка $\|x(t)\|_\infty \leq \lambda_l$, где $\lambda_l = \|D_l\|_1 / \sigma(A_l)$. Решая задачу $\min_l \lambda_l$, находим $\lambda_{\min}$, которое определяет общее для всех подсистем инвариантное множество Q_F . Теорема доказана. ♦

Следствие 1. Пусть в условиях теоремы 3 $D_1 = D_2 = \dots = D_q = D$. Тогда $\lambda_{\min} = \|D\|_1 / \sigma^*$, где $\sigma^* = \max_l \sigma(A_l)$.

3. СИНТЕЗ

Пусть для системы (2) нечеткий регулятор задан в форме линейной статической обратной связи по состоянию:

П_г: ЕСЛИ $z_1(t)$ есть M_{l1} и ... и $z_p(t)$ есть M_{lp} ,

ТО $u(t) = K_l x(t)$, $l = 1, \dots, q$,

где $K_l = (k_{sj}^l) \in R^{m \times n}$ — матрицы входов подсистем в системе (2). Предполагается, что каждая подсистема локально управляема. Общий нечеткий регулятор имеет вид

$$u(t) = \sum_{l=1}^q h_l(z(t)) K_l x(t). \quad (6)$$

Далее показывается, что использование условий сверхустойчивости позволяет развить подход к синтезу нечетких регуляторов, в рамках которого может быть получено решение задачи стабилизации, робастного синтеза и оценки состояния стабилизированной нечеткой TS-системы при наличии ограниченных возмущений.

3.1. Задача сверхстабилизации

Начнем с рассмотрения ситуации, когда внешнее ограниченное возмущение в системе (2) отсутствует, т. е. $w(t) \equiv 0$. Подставляя регулятор (6) в систему (2), приходим к замкнутой системе

$$\dot{x}(t) = \sum_{l=1}^q \sum_{l'=1}^q h_l(z(t)) h_{l'}(z(t)) (A_l + B_l K_{l'}) x(t), \quad (7)$$

где индекс $l' = 1, \dots, q$ вводится для учета вариантов комбинирования функций принадлежности системы (2) и регулятора (6).

Задача сверхстабилизации нечеткой системы (2) регулятором (6) состоит в нахождении набора сверхстабилизирующих матриц $K_{l'}$, $l' = 1, \dots, q$, обеспечивающих сверхустойчивость матриц $A_{cll'} = A_l + B_l K_{l'}$, $l, l' = 1, \dots, q$, замкнутой системы (7), т. е. выполнение условия

$$\min_{l, l'} \sigma(A_l + B_l K_{l'}) > 0.$$

Теорема 4. Нечеткий регулятор (6), сверхстабилизирующий замкнутую систему (7), существует, если для каждой l' -й замкнутой подсистемы (7) имеет решение $K_{l'}$ система неравенств

$$-\left(a_{ii}^l + \sum_s b_{is}^l k_{si}^l\right) - \sum_{j \neq i} |a_{ij}^l + \sum_s b_{is}^l k_{sj}^l| > 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad l' = l, \quad (8.1)$$

$$-\left(a_{ii}^l + \sum_s b_{is}^l k_{si}^{l'}\right) - \sum_{j \neq i} |a_{ij}^l + \sum_s b_{is}^l k_{sj}^{l'}| > 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad l' \neq l. \quad (8.2)$$

Доказательство. Представим произведение $B_l K_{l'}$ в виде $B_l K_{l'} = ((B_l K_{l'})_{ij}) = \left(\sum_s b_{is}^l k_{sj}^{l'}\right)$. Тогда общим условием сверхустойчивости матриц $A_l + B_l K_{l'}$ замкнутой системы (7) являются $i = 1, \dots, n$ условий $-\left(a_{ii}^l + \sum_s b_{is}^l k_{si}^{l'}\right) - \sum_{j \neq i} |a_{ij}^l + \sum_s b_{is}^l k_{sj}^{l'}| > 0$. Этим условиям должна удовлетворять каждая матрица $K_{l'}$, $l' = 1, \dots, q$. Разделяя условия, отвечающие случаям $l' = l$ и $l' \neq l$, приходим соответственно к условиям (8.1) и (8.2). Теорема доказана. ♦

Согласно теореме 4, выбор каждой сверхстабилизирующей матрицы $K_{l'}$ стеснен одним ограничением (8.1) и $q - 1$ ограничениями (8.2). Для данного l' сверхстабилизирующая матрица $K_{l'}$ является общим решением (8.1) и (8.2).

Следствие 2. Пусть в условиях теоремы 4 $B_1 = B_2 = \dots = B_q = B$. Тогда условием существования сверхстабилизирующего нечеткого регулятора (6) является только совместность условий (8.1).

Замечание. Теорема 4 дает общие условия существования сверхстабилизирующего нечеткого регулятора. Условия сверхустойчивости являются жесткими, и не для каждой линейной системы существует сверхстабилизирующая обратная связь. Для нечетких TS-систем эта проблема усиливается особенностью их описания. Нечеткий регулятор (6) должен обеспечивать сверхустойчивость всех ее линейных подсистем. В меньшей степени, но по аналогичной причине, неизбежно возникает консерватизм применения к нечетким TS-системам условий квадратичной устойчивости, усугубляемый сложностью LMI. Также может показаться, что сверхстабилизация нечеткой TS-системы схожа с задачей одновременной стабилизации некоторого числа линейных систем. Однако в этой задаче ищется один регулятор, одновременно стабилизирующий все данные системы, тогда как для нечеткой системы ищется набор регуляторов, сверхстабилизирующий ее подсистемы.

Особенности существования нечеткого регулятора в задаче сверхстабилизации нечетких TS-систем проиллюстрируем примером.

Пример. Рассмотрим нечеткую TS-систему (2) при $w(t) \equiv 0$, заданную двумя линейными подсистемами с некоторыми функциями принадлежности и матрицами

$$A_1 = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}, \quad B_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 3 & a \\ 6 & -4 \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} b \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Пары A_1, B_1 и A_2, B_2 выбраны таким образом, чтобы при $a = b = 1$ для A_1 и A_2 выполнялись неравенства $a'_{11} - a'_{21} + a'_{22} - a'_{12} < 0, l = 1, 2$, обеспечивающие (см. пример 1 в работе [12]) существование сверхстабилизирующих матриц $K_1 = (k_1^1 \ k_2^1)$ и $K_2 = (k_1^2 \ k_2^2)$. С учетом условий сверхустойчивости $-(a'_{11} + k_1^1) > |a'_{12} + k_2^1|$, $-(a'_{22} + k_2^1) > |a'_{21} + k_1^1|, l = 1, 2$, матриц $A_l + B_l K_l$ замкнутых подсистем на рис. 1 построена соответствующая выбранной ситуации конфигурация областей существования матриц K_1 и K_2 . Штриховка вертикальными сплошными линиями выделяет для матрицы K_1 на плоскости (k_1^1, k_2^1) область Ω_{K_1} , где $A_1 + B_1 K_1 \in S$, горизонтальными линиями — область Ω_{K_2} для матрицы K_2 , где $A_2 + B_2 K_2 \in S$.

В случае, когда $B_1 \neq B_2$, сверхстабилизируемость замкнутой системы означает, что существуют матрицы $K_1 \in \Omega_{K_1}$ и $K_2 \in \Omega_{K_2}$, которые соответственно обеспечивают сверхустойчивость матриц $A_1 + B_1 K_1, A_2 + B_2 K_1$ и $A_2 + B_2 K_2, A_1 + B_1 K_2$. На рис. 1 этому требованию соответствует область пересечения Ω_{K_1} и Ω_{K_2} . Наличие этой области определяет успех решения задачи сверхстабилизации. Фиксируя $a = 1$, можно проверить, что для данной системы область $\Omega_{K_1} \cap \Omega_{K_2}$ существует при $0,2 < b < 2$.

Случай $B_1 = B_2$ более прост. Для сверхстабилизации достаточно, чтобы для каждой подсистемы существо-

вала только собственная сверхстабилизирующая матрица. Фиксируя $b = 1$ и учитывая неравенство $a'_{11} - a'_{21} + a'_{22} - a'_{12} < 0$, получаем, что для второй подсистемы сверхстабилизирующая матрица K_2 существует при $a > -7$.

В заключение примера заметим, что наличие области $\Omega_{K_1} \cap \Omega_{K_2}$ позволяет ставить задачу одновременной стабилизации, решением которой является матрица $K_1 = K_2 = K$.

Существование каждой сверхстабилизирующей матрицы K_l может проверяться сведением к задаче линейного программирования

$$\max \sigma_l, \quad (9)$$

$$-\left(a'_{ii} + \sum_s b'_{is} k'_{si}\right) - \sum_{j \neq i} p'_{ij} \geq \sigma_l > 0, \\ i = 1, \dots, n, \quad l' = l, \quad (9.1)$$

$$-\left(a'_{ii} + \sum_s b'_{is} k'_{si}\right) - \sum_{j \neq i} p'_{ij} \geq \sigma_{l'} > 0, \\ i = 1, \dots, n, \quad l' \neq l, \quad (9.2)$$

$$-p'_{ij} \leq a'_{ij} + \sum_s b'_{is} k'_{sj} \leq p'_{ij}, \\ i, j = 1, \dots, n, \quad i \neq j, \quad l' = l, \quad (9.3)$$

$$-p'_{ij} \leq a'_{ij} + \sum_s b'_{is} k'_{sj} \leq p'_{ij}, \\ i, j = 1, \dots, n, \quad i \neq j, \quad l' \neq l. \quad (9.4)$$

Переменные в задаче (9) матрицы $K_l, P_l = (p'_{ij})$ и скаляр σ_l . Ограничения (9.1) и (9.3) следуют из условия (8.1). Они представляют собой условия сверхустойчивости матриц $A_l + B_l K_l, l' = l$, которые отдельно записаны для ее диагональных элементов (ограничение (9.1)) и всех остальных (ограничение (9.3)). Аналогично для матриц $A_l + B_l K_l, l' \neq l$, из условия (8.2) вытекают условия (9.2) и (9.4). Для нечеткой системы (7) возникает q задач (9), дающих набор сверхстабилизирующих матриц $K_1, \dots, K_q$ и чисел $\sigma_1, \dots, \sigma_q$. Если все $\sigma_{l'} > 0$, то сверхстабилизация возможна. Если среди найденных $\sigma_1, \dots, \sigma_q$ хотя бы одно число $\sigma_{l'} \leq 0$, сверхстабилизирующий регулятор не существует.

Идентичность матриц B_l также уменьшает число ограничений в задаче (9). Для проверки существования сверхстабилизирующего нечеткого регулятора учитываются только ограничения (9.1) и (9.3). Достоинство подхода заключается в возможности обобщения на случай, когда нечеткий регулятор ищется в форме обратной связи по выходу. Если $y(t) = Cx(t)$ — нечеткий выход системы (2), то

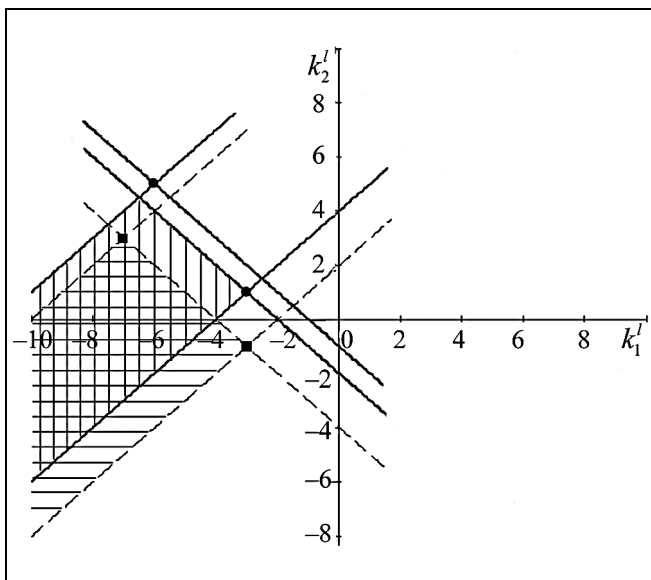


Рис. 1. Область существования нечеткого сверхстабилизирующего регулятора

в условиях (8.1), (8.2) и (9.1)—(9.4) вместо $\sum_s b_{is}^l k_{sj}^{l'}$

следует рассматривать $(B_l K_{l'} C)_{ij} = b_i^l K_{l'} c_j$, где b_i^l — i -я строка матрицы B_l , c_j — j -й столбец матрицы C .

Таким образом, проблема синтеза сверхстабилизирующего нечеткого регулятора сводится к решению q задач (9), решаемых стандартными средствами. Для сравнения вычислительной эффективности подхода отметим, что квадратичная стабилизация нечеткой TS-системы статической обратной связью по выходу приводит к $N = (q^2 + q)/2 + 1$ условиям в форме LMI [18]. Это означает, что рост q вызывает пропорциональный рост числа задач (9), тогда как число LMI растет нелинейно. Поэтому, если сверхустойчивость достижима, сверхстабилизирующий нечеткий регулятор просто находится, и замкнутая нечеткая система приобретает востребованные на практике свойства.

3.2. Робастный синтез

Рассмотрим неопределенную нечеткую TS-систему

$$\dot{x}(t) = \sum_{l=1}^q h_l(z(t))((A_{l0} + \gamma_l \Delta_l)x(t) + B_l u(t)). \quad (10)$$

Задача синтеза робастного сверхстабилизирующего нечеткого регулятора состоит в нахождении общего для всех подсистем (10) размаха неопределенности $\gamma_{\min}^K$, при котором нечеткий регулятор (6) при всех $\gamma_l < \gamma_{\min}^K$ будет сверхстабилизовать замкнутую систему

$$\dot{x}(t) = \sum_{l=1}^q \sum_{l'=1}^q h_l(z(t))h_{l'}(z(t))A_{cll'}x(t), \quad (11)$$

где $A_{cll'} = A_{cll'}^0 + \gamma_l \Delta_l$ — матрица замкнутой неопределенной системы, $A_{cll'}^0 = A_{l0} + B_l K_{l'}$ — матрица номинальной замкнутой подсистемы.

Теорема 5. Пусть номинальная нечеткая TS-система сверхстабилизируема обратной связью (6) и сверхустойчивость $A_{cll'}^0 = A_{l0} + B_l K_{l'}$ обеспечивают матрицы $K_{l'}$, $l' = 1, \dots, q$. Тогда неопределенная нечеткая TS-система (10) робастно сверхстабилизируема регулятором (6) для любого $\gamma_l < \gamma_{\min}^K$, где

$$\gamma_{\min}^K = \min_{l,l'} \min_i \frac{-(a_{ii0}^l + b_{is}^l k_{si}^{l'}) - \sum_{j \neq i} |a_{ij0}^l + b_{is}^l k_{sj}^{l'}|}{\sum_j \mu_{ij}^l}.$$

Доказательство. Обоснование теоремы состоит в применении теоремы 2 к замкнутой системе (11), где $A_{cll'} = A_{cll'}^0 + \gamma_l \Delta_l$, $l, l' = 1, \dots, q$. Теорема доказана.

3.3. Оценка состояния

Рассмотрим нечеткую TS-систему (2) в присутствии внешнего ограниченного возмущения $w(t)$. Если система (2) сверхстабилизируема нечетким регулятором (6), то результат теоремы 3 можно применить для оценки инвариантного множества возмущений замкнутой системы

$$\dot{x}(t) = \sum_{l=1}^q \sum_{l'=1}^q h_l(z(t))h_{l'}(z(t)) \times \\ \times ((A_l + B_l K_{l'})x(t) + D_l w(t)). \quad (12)$$

Теорема 6. Рассмотрим нечеткую TS-систему (2). Пусть нечеткий регулятор (6) сверхстабилизирует замкнутую систему (12) при $w(t) \equiv 0$, т. е. $\min_{l,l'} \sigma(A_l + B_l K_{l'}) > 0$. Тогда для системы (12) при любых

начальных условиях $\|x_0\|_{\infty} \leq \lambda_{\min}^K$ и всех допустимых $w(t)$ можно гарантировать выполнение условия $\|x(t)\|_{\infty} \leq \lambda_{\min}^K$, где

$$\lambda_{\min}^K = \min_{l,l'} \frac{\|D_l\|_1}{\sigma(A_l + B_l K_{l'})}.$$

Доказательство. Обоснование теоремы строится на применении теоремы 3 к системе (12). Теорема доказана. ♦

Полученные выше оценки для $\lambda_{\min}$ (теорема 3) и $\lambda_{\min}^K$ (теорема 6) являются верхними границами для критерия качества $J = \max_{\|w\|_{\infty} \leq 1} \max_t \|x(t)\|_{\infty}$. Возможное развитие результатов теоремы 6 — нахождение такого закона управления (6), который сверхстабилизирует замкнутую нечеткую TS-систему и минимизирует критерий качества J . Такой сверхстабилизирующий нечеткий регулятор будет наилучшим образом подавлять влияние ограниченных возмущений.

4. СВЕРХСТАБИЛИЗАЦИЯ ГИПЕРХАОТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, ПРЕДСТАВЛЕННОЙ НЕЧЕТКОЙ TS-МОДЕЛЬЮ

Одна из областей применения представленных выше результатов — сверхстабилизация гиперхаотических систем. Этот класс нелинейных динамических объектов [19], имеющих широкий спектр приложений (передача и защита информации, синхронизация и др.), достаточно хорошо изучен с



позиций конструирования и практической реализации. Характеризуясь высокой размерностью фазового пространства ($n \geq 4$), гиперхаотические системы способны демонстрировать как хаотическую динамику (положителен один ляпуновский показатель, типично для хаотических систем с $n = 3$), так и более сложное динамическое поведение — режим гиперхаоса (положительны два и более ляпуновских показателя).

Развитие методов управления гиперхаотическими системами представляет собой актуальную область исследований (см. обзор литературы в работе [20]). Один из способов пополнения ее новыми результатами заключается в использовании возможностей, которые предоставляет переход к нечеткому описанию в форме (2). Однако такой подход приводит к ряду затруднений:

— громоздкость и консервативность условий устойчивости в форме LMI при наличии параметрической неопределенности;

— трудность обеспечения заданных характеристик переходного процесса при выборе закона управления для достижения цели — стабилизации неустойчивого состояния равновесия (подавление хаоса), что является следствием присущей гиперхаотическим системам сильной неустойчивости;

— сложность оценки инвариантного множества системы при наличии внешних ограниченных возмущений (эта проблема лишь недавно получила решение в формате LMI [7]) и др.

Покажем, какие возможности в решении указанных проблем открывает синтез сверхстабилизирующего нечеткого регулятора. В качестве представителя класса гиперхаотических систем рассмотрим систему Лоренца — Стенфло (Lorenz — Stenflo):

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= a(x_2(t) - x_1(t)) + bx_4(t), \\ \dot{x}_2(t) &= cx_1(t) - x_1(t)x_3(t) - x_2(t), \\ \dot{x}_3(t) &= x_1(t)x_2(t) - dx_3(t), \\ \dot{x}_4(t) &= -x_1(t) + ax_4(t),\end{aligned}\quad (13)$$

которая является обобщением на случай большей размерности фазового пространства хорошо известной системы Лоренца и обладает основными свойствами рассматриваемого типа систем. В целях сравнения укажем работу [21], где построена соответствующая системе (13) нечеткая TS-модель и с помощью аппарата LMI найден нечеткий регулятор вида (6), стабилизирующий систему при наличии параметрической неопределенности так,

что на начальном этапе переходного процесса наблюдается нежелательный эффект всплеска.

Используя ограниченность траекторий системы (13), допустим, что $z_1(t) = x_1(t) \in [-L, L]$, $L > 0$. Тогда система (13) может быть представлена нечеткой TS-моделью [22]:

П_l: ЕСЛИ $x_1(t)$ есть M_l , ТО $\dot{x}(t) = A_{l0}x(t)$, $l = 1, 2$,

где

$$A_{10} = \begin{pmatrix} -a & a & 0 & b \\ c & -1 & -L & 0 \\ 0 & L & -d & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -a \end{pmatrix}, \quad A_{20} = \begin{pmatrix} -a & a & 0 & b \\ c & -1 & L & 0 \\ 0 & -L & -d & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -a \end{pmatrix},$$

$$M_1(x_1(t)) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{x_1(t)}{L} \right),$$

$$M_2(x_1(t)) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x_1(t)}{L} \right), \quad L = 10.$$

Общая нечеткая TS-система имеет вид

$$\dot{x}(t) = \sum_{l=1}^2 h_l(x_1(t)) A_{l0}x(t), \quad (14)$$

где

$$h_1(x_1(t)) = \frac{M_1(x_1(t))}{M_1(x_1(t)) + M_2(x_1(t))},$$

$$h_2(x_1(t)) = \frac{M_2(x_1(t))}{M_1(x_1(t)) + M_2(x_1(t))}.$$

Результаты моделирования нечеткой системы (14) при значениях параметров $a = 1$, $b = 1,5$, $c = 26$, $d = 0,7$, соответствующих хаотической динамике системы (13), показаны на рис. 2.

Добавим в сконструированную нечеткую систему (14) матричную неопределенность, управление и ограниченное возмущение. Получим

П_l: ЕСЛИ $x_1(t)$ есть M_l ,

$$\text{ТО } \dot{x}(t) = (A_{l0} + \gamma_l \Delta_l)x(t) + Bu(t) + D_l w(t), \\ l = 1, 2,$$

и общее представление в пространстве состояний

$$\dot{x}(t) = \sum_{l=1}^2 h_l(x_1(t)) ((A_{l0} + \gamma_l \Delta_l)x(t) + Bu(t) + D_l w(t)). \quad (15)$$

Нечеткий регулятор (6), задаваемый в форме

П_l: ЕСЛИ $x_1(t)$ есть M_l , ТО $u(t) = K_l y(t)$, $l = 1, 2$,

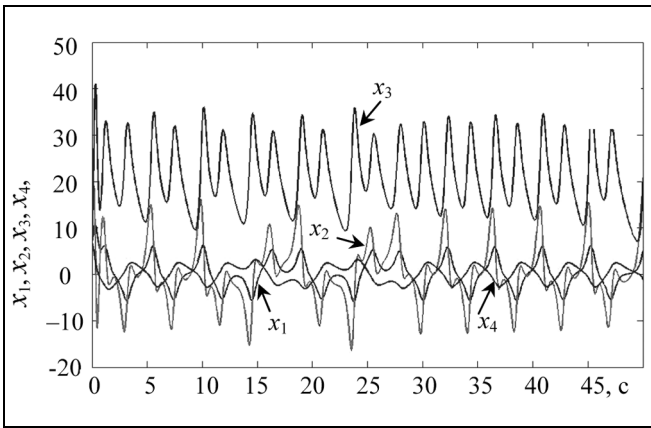


Рис. 2. Хаотическая динамика нечеткой TS-системы (14)

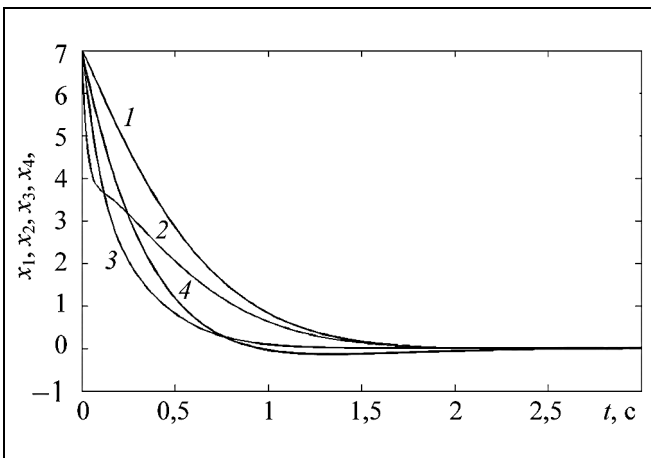


Рис. 3. Переходный процесс сверхстабилизированной нечеткой TS-системы:

1 – x_1 , 2 – x_2 , 3 – x_3 , 4 – x_4

принимает вид

$$u(t) = \sum_{l=1}^2 h_l(x_1(t)) K_l x(t). \quad (16)$$

После объединения выражений (15) и (16) замкнутая нечеткая система запишется в виде

$$\dot{x}(t) = \sum_{l=1}^2 \sum_{l'=1}^2 h_l(x_1(t)) h_{l'}(x_1(t)) \times \\ \times ((A_{cll'}^0 + \gamma_l \Delta_l) x(t) + D_l w(t)), \quad (17)$$

где $A_{cll'}^0 = A_{l0} + B_l K_{l'}$.

Прежде всего, проверим существование нечеткого регулятора, сверхстабилизирующего номиналь-

ную замкнутую нечеткую систему. Положим в уравнении (17) $\gamma_l \equiv 0$ и $w(t) \equiv 0$. Тогда, если $B_1 = B_2 = I$, то нечеткий регулятор (16) с $K_l = \text{diag}(k_{11}^l, k_{22}^l, k_{33}^l, k_{44}^l)$, $l = 1, 2$, будет сверхстабилизирующим. Более того, анализируя условия сверхустойчивости для матриц $A_{cll'}^0$

$$\sigma_1^l = -(-a + k_{11}^l) - |a| - |b| > 0,$$

$$\sigma_2^l = -(-1 + k_{22}^l) - |c| - |\mp L| > 0,$$

$$\sigma_3^l = -(-d + k_{33}^l) - |\pm L| > 0,$$

$$\sigma_4^l = -(-a + k_{44}^l) - |-1| > 0,$$

становится понятно, что матрицы K_1 и K_2 для обеих номинальных подсистем (17) одинаковы, и их коэффициенты могут быть найдены как

$$k_{11} = -b - \sigma_1, \quad k_{22} = 1 - c - \sigma_2,$$

$$k_{33} = d - L - \sigma_3, \quad k_{44} = a - 1 - \sigma_4,$$

где значения $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4 > 0$ выбираются так, чтобы для системы обеспечивалась желаемая степень сверхустойчивости.

На рис. 3 показаны результаты численного моделирования замкнутой системы при большом возмущении начального условия (в эксперименте выбрано $x_0 = (7, 7, 7, 7)$, $\sigma_1 = \dots = \sigma_4 = 1$). Видно, что полученный нечеткий регулятор (16) стабилизирует систему, обеспечивая монотонное убывание ∞ -нормы решения.

Допустим, что системные параметры в матрицах A_{10} и A_{20} имеют неопределенность $a_{ij}^l = a_{ij0}^l + \gamma \delta_{ij}^l$, $|\delta_{ij}^l| \leq \mu_{ij}^l$, где a_{ij0}^l — номинальные значения параметров, для которых выше был построен сверхстабилизирующий регулятор. Пусть $\mu_{ij}^l \equiv 1$. Тогда, применяя теорему 5, получаем, что при $w(t) \equiv 0$ сверхустойчивость замкнутой нечеткой TS-системы (17) будет сохраняться для всех $\gamma_l < \sigma(A_{cll'}^0)/n$. Поскольку $\sigma(A_{cll'}^0) = 1$, имеем $\gamma_l < 0,25$.

Положим $\gamma_l \equiv 0$ и допустим, что система (15) подвержена только действию ограниченного возмущения $w(t)$. Применяя теорему 6, получаем оценку состояния сверхстабилизированной нечеткой TS-системы. Для всех начальных условий,



удовлетворяющих условию $\|x_0\|_\infty \leq \lambda_{\min}^K$, будет выполнено $\|x(t)\|_\infty \leq \lambda_{\min}^K$, где $\lambda_{\min}^K = \min_j \|D_j\|_1$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены возможности подхода к анализу и синтезу непрерывных нечетких TS-систем, основанного на использовании условий сверхустойчивости. Класс сверхустойчивых нечетких TS-систем характеризуется наличием общей кусочно-линейной функции Ляпунова и обладает востребованными практическими свойствами. Норма решения сверхустойчивой нечеткой TS-системы монотонно экспоненциально убывает, если возмущения отсутствуют, и ограничена при наличии ограниченных внешних возмущений. Если для нечеткой TS-системы сверхустойчивость достижима, то оказывается возможным развить достаточно продуктивный подход к синтезу сверхустойчивых нечетких TS-систем. Вместо решения системы линейных матричных неравенств синтез сверхстабилизирующего нечеткого регулятора сводится к решению стандартных задач линейного программирования. Вычислительная эффективность такого подхода растет с ростом числа нечетких правил, задающих нечеткую TS-систему. При этом простое решение получают задача робастного синтеза и оценка инвариантного множества нечеткой системы, подверженной действию внешних ограниченных возмущений. Продуктивность подхода продемонстрирована на примере сверхстабилизации гиперхаотической системы, представленной нечеткой TS-моделью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Tanaka K., Wang H.O. Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach. — N.-Y.: Wiley, 2001. — 305 p.
2. Feng G. Analysis and synthesis of fuzzy control systems: a model-based approach. — N.-Y.: CRC Press, 2010. — 299 p.
3. Lam H.-K., Leung, F.H.F. Stability analysis of fuzzy-model-based control systems: linear-matrix-inequality approach. — Berlin: Springer, 2011. — 226 p.
4. Дружинина О.В., Масина О.Н. Методы анализа устойчивости динамических систем интеллектуального управления. — М.: URSS, 2016. — 242 с.
5. Kim E., Lee H. New approaches to relaxed quadratic stability condition of fuzzy control systems // IEEE Trans. on Fuzzy Systems. — 2000. — Vol. 8, N 5. — P. 523–534.
6. Fang C.H., Liu Y.S., Kau S.W., et al. A new LMI-based approach to relaxed quadratic stabilization of T-S fuzzy control systems // Ibid. — 2006. — Vol. 14, N 3. — P. 386–397.
7. Lee D.H., Joo Y.H., Tak M.H. Local H_∞ control and invariant set analysis for continuous-time T-S fuzzy systems with magni-

- tude- and energy-bounded disturbances // Proc. of the 2014 IEEE Intern. Conf. on Fuzzy Systems. — Beijing, China, 2014. — P. 1990–1997.
8. Cherifi A., Guelton K., Arcese L. LMI conditions for non-quadratic stabilization of T-S models with pole placement assignation // Proc. of the 3rd Intern. Conf. on Control, Engineering & Information Technology. — Temcen, Algeria, 2015. — P. 1–6.
 9. Круглов В.В., Усков А.А. Достаточное условие устойчивости замкнутых систем управления с нечеткими логическими регуляторами // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2004. — № 4. — С. 47–51.
 10. Усков А.А. Достаточное условие устойчивости систем управления с одномерными блоками нечеткого вывода // Проблемы управления. — 2014. — № 4. — С. 14–19.
 11. Поляк Б.Т., Шербаков П.С. Сверхустойчивые линейные системы управления. I. Анализ // Автоматика и телемеханика. — 2002. — № 8. — С. 37–53.
 12. Поляк Б.Т., Шербаков П.С. Сверхустойчивые линейные системы управления. II. Синтез // Там же. — № 11. — С. 56–75.
 13. Талагаев Ю.В., Тараканов А.Ф. Сверхустойчивость и оптимальное многопараметрическое подавление хаотической динамики класса автономных систем с квадратичными нелинейностями // Дифференциальные уравнения. — 2012. — Т. 48, № 1. — С. 148–152.
 14. Talagaev Y.V. Robust analysis and superstabilization of chaotic systems // Proc. 2014 IEEE Conf. on Control Applications. — Antibes, France, 2014. — P. 1431–1436.
 15. Талагаев Ю.В. Анализ условий сверхустойчивости и оптимальная коррекция параметров класса хаотических систем // Системы управления и информационные технологии. — 2014. — Т. 55. — № 1.1. — С. 198–204.
 16. Talagaev Y.V. An Approach to analysis and stabilization of Takagi-Sugeno fuzzy control systems via superstability conditions // IFAC Proc. Volumes (IFAC-PapersOnLine). — 2015. — Vol. 48, N 11. — P. 426–433.
 17. Talagaev Y.V. Robust analysis and output feedback controller design of Takagi-Sugeno fuzzy systems via superstability conditions // Ibid. — N 14. — P. 290–295.
 18. Krokavec D., Filasová A. Stabilizing fuzzy output control for a class of nonlinear systems // Advances in Fuzzy Systems. — 2013. — Vol. 2013, ID 294971. — 9 p.
 19. Sprott J.C. Elegant chaos. Algebraically simple chaotic flows. — Singapore: World Scientific, 2010. — 304 p.
 20. Талагаев Ю.В. Робастная стабилизация класса хаотических систем на основе условий сверхустойчивости // Вестник Тамбовского университета. Сер.: Естественные и технические науки. — 2015. — Т. 20, № 5. — С. 1478–1486.
 21. Wang B., Xue J.Y., Zhu D.L., Wu P.T. Control of Lorenz-Stenflo chaotic system via Takagi-Sugeno fuzzy model based on linear matrix inequality // International Journal of Control and Automation. — 2014. — Vol. 7, N 9. — P. 139–154.
 22. Yang C.-H., Wu C.-L., Chen Y.-J., Shiao S.-H. Reduced fuzzy controllers for Lorenz-Stenflo system control and synchronization // International Journal of Fuzzy Systems. — 2015. — Vol. 17, N 2. — P. 158–169.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.С. Манделем.

Талагаев Юрий Викторович — канд. физ.-мат. наук, доцент, Балашовский институт (филиал) Саратовского национального исследовательского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского, shangyi@yandex.ru.

ВЛИЯТЕЛЬНОСТЬ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ И МЕТАПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ СОЦИАЛЬНОЙ СЕТИ

Д.А. Губанов, А.Г. Чхартишвили

Рассмотрено развитие акциональной модели влияния в онлайн-социальных сетях. Исходя из данной модели, влияние и влияние отдельных агентов (пользователей) и мета-агентов (подмножеств пользователей) вычисляются на основе их действий с учетом установок управляющего органа (центра). Исследованы некоторые свойства функции влияния. На примере показано, каким образом акциональная модель может быть использована, при наличии соответствующих исходных данных, для расчета влияния пользователей конкретной сети.

Ключевые слова: социальная сеть, акциональная модель влияния, влияние, мега-агент.

ВВЕДЕНИЕ

На протяжении последнего десятилетия заметно возросла роль онлайн-социальных сетей («Facebook», «Twitter» и др.) в жизни общества. Они являются информационным отражением социальной сети — структуры, состоящей из множества агентов (пользователей, сообществ и групп) и различных связей между ними (знакомство, дружба, обмен информацией и т. п.).

Важный аспект информационно-аналитической работы с социальными сетями (о различных возникающих при этом задачах см. в статье [1]) состоит в оценке влияния пользователей. Влиятельные пользователи (которых иногда называют лидерами общественного мнения) в существенной мере определяют тематику обсуждаемых новостей, позитивное или негативное отношение к каким-либо явлениям и персонам. Поэтому вопрос оценки влияния представляет как теоретический, так и практический интерес. В данной области исследований можно выделить несколько подходов. Большое распространение получил подход (можно его назвать «структурным») к оценке влияния, в котором используется понятие структурной центральности теории социально-сетевых анализов (Social Network Analysis). Еще со второй половины прошлого века разрабатываются и исследуются

различные показатели (близость узла, степень узла, посредничество связи и др. — см., например, работы [2—5]), которые в той или иной степени характеризуют влияние. Но информационное взаимодействие в сети не всегда обусловлено ее структурой (см. [6]), что является серьезным изъяном данного подхода.

В связи с развитием технологий обработки больших объемов информации интенсивно развивается «вычислительный» подход, в рамках которого разрабатываются методы вычисления влияния участников онлайн-социальных сетей. Для вычисления влияния чаще всего предлагаются модифицированные методы ранжирования веб-страниц и наукометрические методы [7—9 и др.]. Фрагментарность и бессистемность попыток учета тех или иных аспектов влияния (в частности, учет тематической влияния или пользовательской активности) не позволяют говорить о преодолении недостатков упомянутого структурного подхода.

Можно отдельно выделить исследовательские работы, внимание авторов которых сконцентрировано на вопросах моделирования информационных процессов в социальных сетях. Считается, что влияние определяет динамику информационных процессов (например, формирование мнений и распространение информации). Исследователями предлагаются марковские модели, пороговые

модели, модели каскадов, модели Изинга, модели клеточных автоматов, модели распространения эпидемий и другие модели [10–15 и др.]. Одна из приоритетных целей разработки таких моделей — объяснить социальное поведение для сети в целом, исходя из взаимодействия узлов с ближайшим окружением. В рамках данного подхода решаются различные оптимизационные задачи, чаще всего — задача выявления конечного множества наиболее влиятельных пользователей, опосредованное влияние которых вызывает наибольшее распространение заданной информации в сети [12, 13].

Большое число исследований, в которых так или иначе употребляется понятие влияния, свидетельствует об отсутствии единого универсального подхода к его определению и к разработке алгоритмов его расчета. По-видимому, для различных теоретических и прикладных задач целесообразно применять разные определения влияния в социальной сети.

В различных онлайн-социальных сетях могут использоваться различающиеся термины. Мы будем называть *постом* отдельное публикуемое пользователем сообщение, *репостом* — пост, являющийся копией другого поста, *оригинальным постом* — пост, не являющийся репостом, *комментарием* — сообщение, являющееся реакцией на пост или другой комментарий, *лайком* — стандартизованную реакцию на пост или комментарий.

В статье [16] была предложена акциональная модель влияния. В соответствии с этой моделью пользователи сети (в рамках предложенной формализации называемые агентами) совершают взаимосвязанные действия, при этом влияние агента, характеризующееся интенсивностью реакции на его посты (как оригинальные, так и репосты) и комментарии, определяется с учетом точки зрения управляющего органа (либо исследующего сеть аналитика). В данной работе мы считаем важной лишь реакцию, порождаемую оригинальными постами. Иными словами, влиятельные (в данном понимании) агенты вводят в сеть новую информацию.

Далее в § 1 описана акциональная модель, в § 2 определены понятия влияния и влиятельности, сформулированы и доказаны некоторые их свойства. В § 3 приведены примеры расчета влиятельности в реальной социальной сети.

1. АКЦИОНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ

Опишем, в основном следуя работе [16], формальную модель распространения действий в социальной сети. Базовым элементом анализа в этой модели служит действие, совершенное агентом

(пользователем сети), поэтому модель названа акциональной.

Участниками сети будем считать агентов из фиксированного множества

$$N = \{1, 2, \dots, n\},$$

которые совершают действия из фиксированного множества возможных видов действий

$$K = \{1, 2, \dots, k\}$$

в те или иные моменты времени из интервала T . Видом действия может быть создание (написание) поста, создание комментария к посту и др. Обозначим множество действий (создание конкретного поста, комментария и др.) через Δ и далее будем считать его конечным.

Каждое действие $a \in \Delta$ характеризуется тремя параметрами — совершившим его агентом, видом действия и моментом времени t , в который действие было совершено:

$$a(i, j, t), \quad i \in N, \quad j \in K, \quad t \in T.$$

Определим функцию $\alpha(a)$, которая каждому действию $a \in \Delta$ ставит в соответствие совершившего его агента $\alpha \in N$.

Далее, пусть на множестве действий задано бинарное отношение частичного порядка « a является причиной b » (или, что будем далее считать эквивалентным, « b является последствием a »), обозначаемое как $a \rightarrow b$. Пример такого отношения в онлайн-социальной сети: a — создание поста, b — создание комментария к этому посту.

Будем считать, что заданное бинарное отношение удовлетворяет свойствам рефлексивности, антисимметричности и транзитивности.

Если $a \rightarrow b$ и $a \neq b$, но при этом не существует такого $c \in \Delta$, что $a \rightarrow c$ и $c \rightarrow b$, то будем говорить, что a является *непосредственной причиной* b (или, что будем далее считать эквивалентным, b является *прямым последствием* a). Это позволяет выделить класс бинарных отношений, в которых у каждого действия существует не более одной непосредственной причины. Будем называть такие бинарные отношения *однозначными*.

Приведем пример неоднозначного бинарного отношения. Пусть a — пост, b — комментарий к этому посту, c — другой пост, при этом комментарий b содержит ссылку на пост c . Тогда, если считать справедливым $a \rightarrow b$ и $c \rightarrow b$, бинарное отношение является неоднозначным.

Если задано множество $A \subseteq \Delta$, то можно определить множество всех действий, являющихся последствиями действий из A :

$$\pi(A) = \{b \in \Delta \mid \exists a \in A \ a \rightarrow b\}.$$

Отметим, что для всех множеств $A \subseteq \Delta$ выполняется включение

$$A \subseteq \pi(A),$$

которое справедливо в силу рефлексивности бинарного отношения.

Среди всех действий Δ выделим множество Δ^0 *начальных действий*, которые не являются последствиями какого-либо другого действия:

$$\Delta^0 = \{a \in \Delta \mid \forall b \in \Delta (b \rightarrow a) \Rightarrow (a = b)\}.$$

Заметим, что для однозначных бинарных отношений у каждого действия существует только одно начальное действие, являющееся его причиной. Поэтому множества $\pi(A)$ и $\pi(B)$ не пересекаются для любых непересекающихся $A, B \in \Delta^0$.

Как было сказано ранее, существует множество методов для расчета влиятельности пользователей онлайн-социальных сетей. Однако, как правило, за рамками рассмотрения остается вопрос о том, с чьей точки зрения и для каких целей оценивается влиятельность. Между тем, этот вопрос весьма важный, если трактовать влиятельность как способность побуждать других к тем или иным действиям.

Поэтому рассмотрим проблему расчета влиятельности с точки зрения некоего управляющего органа (*центра*). Пусть центр определяет (исходя из каких-либо собственных соображений) значимость действий агентов в социальной сети (важно отметить, что значимые действия могут быть как желательными для центра, так и нежелательными). Для того, чтобы учитывать установки центра при расчете влиятельности, введем в рассмотрение *значимость множества действий* — функцию $\Phi(S)$:

$$\Phi: 2^\Delta \rightarrow [0, +\infty).$$

Естественно предположить, что если к некоторому множеству действий добавить еще действия, то значимость множества увеличится (по крайней мере, не уменьшится). Поэтому будем считать, что значимость множества действий (далее для краткости будем называть ее просто значимостью) является монотонной функцией:

$$\text{если } A \subseteq B, \text{ то } \Phi(A) \leq \Phi(B). \quad (1)$$

Кроме того, примем естественное предположение о том, что хотя бы какие-то действия обладают положительной значимостью: $\Phi(\Delta) > 0$.

Важный класс функций значимости составляют *аддитивные* функции, для которых выполняется соотношение

$$\Phi(A \cup B) = \Phi(A) + \Phi(B)$$

для любых непересекающихся $A, B \in \Delta$.

Подчеркнем, что для решения конкретных прикладных задач значимость Φ должна быть корректно определена (включая выполнение свойства (1)). Немаловажно с практической точки зрения также наличие эффективных алгоритмов расчета ее значения.

2. ВЛИЯНИЕ АГЕНТОВ И МЕТА-АГЕНТОВ

Перейдем к определению влияния на основе акциональной модели. В отличие от работы [16] будем сразу определять влияние мета-агента (или метапользователя), представляющего собой любое непустое подмножество множества агентов N . В реальной социальной сети эти подмножества могут формироваться различным образом, как на основе изначально заданных (например, при регистрации нового пользователя в онлайн-сети) индивидуальных свойств (характеристик) отдельных агентов, так и на основе заранее рассчитанных параметров (в том числе зависящих от взаимосвязей внутри сети). Подчеркнем, что мета-агентом является как каждый отдельный агент $i \in N$ (одноэлементное подмножество $\{i\}$), так и множество всех агентов N .

Для каждого мета-агента $I \subseteq N$ определим множество $\delta \subseteq \Delta$ всех совершенных им (т. е. входящих) во множество I агентами) действий

$$\delta_I = \{a \in \Delta \mid \alpha(a) \in I\},$$

а также множество совершенных им начальных действий

$$\delta_I^0 = \{a \in \Delta^0 \mid \alpha(a) \in I\}.$$

Предварительное неформальное понимание влияния можно сформулировать таким образом: влияние мета-агента $I \subseteq N$ на мета-агента $J \subseteq N$ велико, если деятельность агентов из множества J в достаточно большой степени обусловлена деятельностью агентов из множества I . Формализовать это понимание можно различным образом в зависимости от решаемой практической задачи. В данной работе мы будем исходить из предположений:

— интерес представляет влияние начальных действий, т. е. те пользователи, которые вводят в рассмотрение в сети те или иные материалы (в других случаях можно рассматривать и эффективных распространителей чужих материалов);

— влияние всей сети (т. е. совокупности всех агентов сети) на каждого мета-агента равно 1, т. е. суммарное влияние на каждого мета-агента будем считать нормированным.

При этих предположениях функцию влияния мета-агента I на мета-агента J можно определить как

$$\chi(I, J) = \begin{cases} \frac{\Phi(\pi(\delta_I^0) \cap \delta_J)}{\Phi(\delta_J)}, & \Phi(\delta_J) > 0; \\ 0, & \Phi(\delta_J) = 0. \end{cases}$$

Далее будем считать, что $\Phi(\delta_J) > 0$ для любого $J \subseteq N$ (т. е. агентов, все действия которых в совокупности обладают нулевой значимостью, исключим из рассмотрения). Нетрудно видеть, что в этом случае справедливо соотношение

$$\chi(I, J) \leq \frac{\Phi(\pi(\delta_N^0) \cap \delta_J)}{\Phi(\delta_J)} = \chi(N, J) = 1.$$

Отметим важный частный случай, когда мета-агент J совпадает со всем множеством агентов (т. е. $J = N$) и функция влияния характеризует влияние мета-агента I на всю сеть, которое назовем *влиятельностью* и обозначим $\varepsilon(I)$:

$$\varepsilon(I) = \chi(I, N) = \frac{\Phi(\pi(\delta_I^0))}{\Phi(\Delta)}. \quad (2)$$

Сформулируем некоторые свойства введенной таким образом функции влияния.

Утверждение 1. *Функция влияния $\chi(I, J)$ является монотонной по первому аргументу, т. е. если $I_1 \subseteq I_2$, то для любого J выполняется неравенство $\chi(I_1, J) \leq \chi(I_2, J)$.*

Доказательство. Утверждение доказывает цепочка соотношений:

$$\begin{aligned} I_1 \subseteq I_2 &\Rightarrow \delta_{I_1}^0 \subseteq \delta_{I_2}^0 \Rightarrow \pi(\delta_{I_1}^0) \subseteq \pi(\delta_{I_2}^0) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \pi(\delta_{I_1}^0) \cap \delta_J \subseteq \pi(\delta_{I_2}^0) \cap \delta_J \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Phi(\pi(\delta_{I_1}^0) \cap \delta_J) \leq \Phi(\pi(\delta_{I_2}^0) \cap \delta_J) \Rightarrow \chi(I_1, J) \leq \chi(I_2, J). \end{aligned}$$

Утверждение 1 означает, что чем «больше» мета-агент (т. е. чем обширнее множество составляющих его агентов), тем больше его влияние, независимо от прочих обстоятельств.

Утверждение 2. *Если бинарное отношение является однозначным, а функция значимости — аддитивной, то функция влияния является аддитивной по первому аргументу, т. е. для любых I_1 и I_2 , $J \subseteq N$, $I_1 \cap I_2 = \emptyset$, выполняется равенство $\chi(I_1 \cup I_2, J) = \chi(I_1, J) + \chi(I_2, J)$.*

Доказательство. Утверждение доказывает цепочка равенств:

$$\begin{aligned} \chi(I_1 \cup I_2, J) &= \frac{\Phi(\pi(\delta_{I_1 \cup I_2}^0) \cap \delta_J)}{\Phi(\delta_J)} = \\ &= \frac{\Phi((\pi(\delta_{I_1}^0) \cup \pi(\delta_{I_2}^0)) \cap \delta_J)}{\Phi(\delta_J)} = \\ &= \frac{\Phi((\pi(\delta_{I_1}^0) \cap \delta_J) \cup (\pi(\delta_{I_2}^0) \cap \delta_J))}{\Phi(\delta_J)} \stackrel{(*)}{=} \frac{\Phi(\pi(\delta_{I_1}^0) \cap \delta_J)}{\Phi(\delta_J)} + \\ &+ \frac{\Phi(\pi(\delta_{I_2}^0) \cap \delta_J)}{\Phi(\delta_J)} = \chi(I_1, J) + \chi(I_2, J). \end{aligned}$$

Здесь ключевым является равенство (*), которое вытекает из аддитивности функции Φ , а также того факта, что вследствие однозначности бинарного отношения множества $\pi(\delta_{I_1}^0)$ и $\pi(\delta_{I_2}^0)$ (и, следовательно, множества $\pi(\delta_{I_1}^0) \cap \delta_J$ и $\pi(\delta_{I_2}^0) \cap \delta_J$) не пересекаются. ♦

Ясно, что влияние мета-агента также в данном случае является аддитивной функцией: для любых непересекающихся множеств $I_1, I_2 \subseteq N$, выполняется равенство $\varepsilon(I_1 \cup I_2) = \varepsilon(I_1) + \varepsilon(I_2)$.

3. РАСЧЕТ ВЛИЯНИЯ НА ПРИМЕРЕ СЕТИ «ВКОНТАКТЕ»

Рассмотрим пример расчета влияния пользователей онлайн-социальной сети «ВКонтакте» (vk.com¹). Будем считать, что значимыми для центра являются посты, в которых содержится ключевое слово «Назарбаев» (в любых падежных формах), а также их репосты, комментарии и лайки к ним. В качестве интервала T будем рассматривать 2015 г. (т. е. T — это промежуток от 0 ч 0 мин 0 с 1 января 2015 г. до 23 ч 59 мин 59 с. 31 декабря 2015 г.).

Значимость действий для центра рассмотрим в двух несколько различающихся вариантах, имеющих разный содержательный смысл.

В первом варианте (будем называть его *ненормированным*) ценность каждого такого поста, лайка и комментария определяется одной и той же положительной константой, которую без ограничения общности можно считать равной единице. Во втором варианте (будем называть его *нормированным*) производится нормировка таким образом, чтобы суммарная значимость действий каждого агента была равна единице (содержательно это

¹ Анонимизированные данные были предоставлены для исследований компанией DSS Lab (dss-lab.ru).

означает, что влияние отдельного агента на расчет влиятельности не зависит от его активности).

В данной ситуации (как в нормированном, так и в ненормированном случае) целесообразно ограничиться рассмотрением следующих видов действий: создание поста (оригинального поста или репоста); создания комментария к посту; выставление лайка посту; создание лайка комментарию. Следовательно, множество K состоит из четырех элементов: $K = \{1, 2, 3, 4\}$.

Будем считать, что бинарное отношение причинности $a \rightarrow b$ выполнено в следующих случаях: a — создание поста, b — создание комментария к посту; a — создание поста или комментария, b — выставление ему лайка; a — создание поста, b — его репост. Также будем считать отношение причинности выполненным при совпадении a и b .

Поскольку в данном случае каждое действие оценивается отдельно, значимость совокупности действий $S \subseteq \Delta$ зависит аддитивно от каждого из них:

$$\Phi(S) = \sum_{a \in S} \Phi(a).$$

В ненормированном случае полагаем $\Phi(a) = 1$, если a — пост с упоминанием ключевого слова, созданный в интервале T , или комментарий к такому посту, созданный в интервале T , или лайк такому посту или комментарию, созданный в интервале T , иначе $\Phi(a) = 0$. Назовем ненормированной такую влиятельность, для расчета которой используется заданная выше значимость действий.

В нормированном случае полагаем $\Phi(a) = 1/|\delta_{\alpha(a)}|$ (где $|\cdot|$ означает мощность множества), если a — пост с упоминанием ключевого слова, созданный в интервале T , или комментарий к такому посту, созданный в интервале T , или лайк такому посту или комментарию, созданный в интервале T , иначе $\Phi(a) = 0$. Такая значимость приводит к новому, нормированному способу расчета влиятельности.

Таким образом, получены все необходимые данные для расчета влиятельности пользователей по формуле (2) в двух вариантах — нормированном и ненормированном. Приведем некоторые результаты расчетов влиятельности отдельных пользователей (т. е. с использованием формулы (2) для одноэлементных множеств I).

Построим распределение по рассчитанной ненормированной влиятельности для 38 тыс. пользователей. На рис. 1 изображена диаграмма, состоящая из горизонтальных отрезков (некоторые из них вырождаются в точку): по горизонтальной оси указана влиятельность пользователей, по вертикальной оси — число пользователей, влиятельность которых попадает в определенный интервал

(задаваемый левой и правой границами отрезка). Пользователи с нулевой влиятельностью исключены из рассмотрения (всего таковых оказалось ~879 тыс.).

Из рис. 1 видно, что лишь небольшое число пользователей обладают существенной влиятельностью (для нормированной влиятельности распределение будет иметь аналогичный вид). Оказалось, что совокупная влиятельность всего одного процента наиболее влиятельных пользователей составляет 94—96 % общей влиятельности всех пользователей, совокупная влиятельность двух процентов — 98 % общей влиятельности, а совокупная влиятельность пяти процентов — 100 % общей влиятельности (см. график зависимости доли влиятельности от процента наиболее влиятельных пользователей на рис. 2).

Таким образом, предложенный способ расчета влиятельности позволяет эффективно выявлять небольшое множество пользователей, которые оказали наибольшее влияние на действия остальных

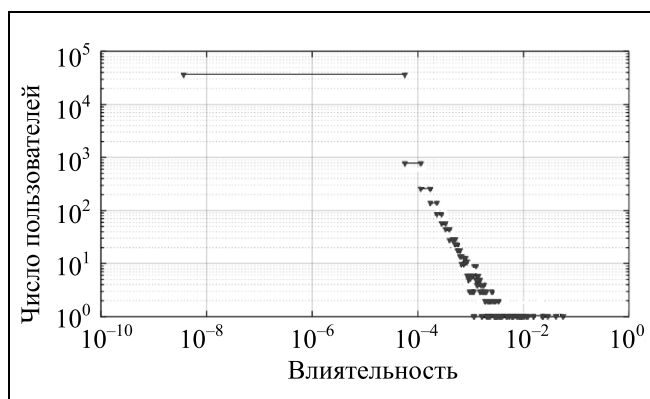


Рис. 1. Распределение пользователей сети «ВКонтакте» по ненормированной влиятельности

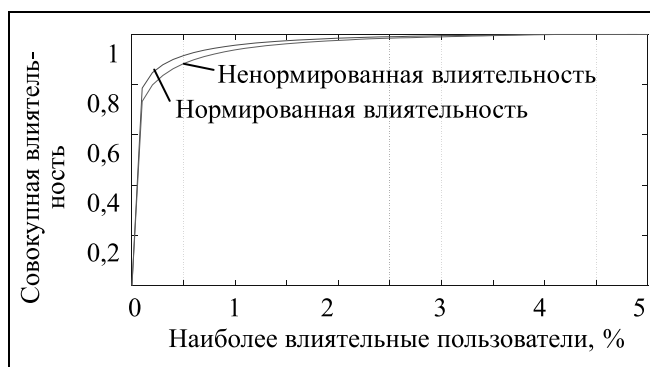


Рис. 2. Зависимость совокупной влиятельности пользователей от их числа

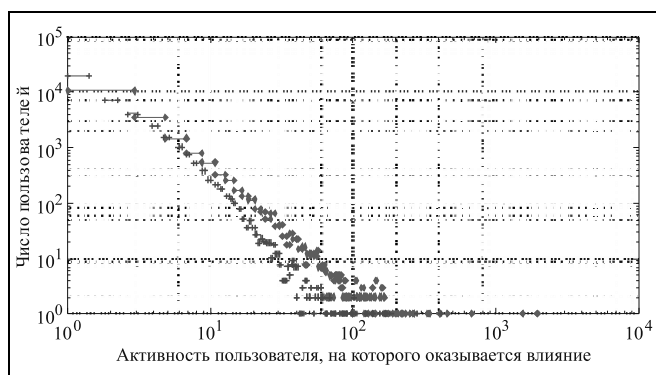


Рис. 3. Зависимость числа пользователей, на которых оказывается влияние, от их активности

пользователей сети в рамках указанных центром тематики и предпочтений.

В заключение проиллюстрируем различия при расчете нормированной и ненормированной влиятельности на примере двух пользователей (пользователя А и пользователя В), которые находятся на верхних позициях списков пользователей, ранжированных по убыванию влиятельности. Ненормированная влиятельность пользователя А равна 0,024 (3-я позиция в списке), а нормированная влиятельность — 0,016 (6-я позиция); в свою очередь ненормированная влиятельность пользователя В равна 0,020 (6-я позиция), нормированная влиятельность равна 0,029 (3-я позиция).

Наглядное объяснение наблюдаемой «рокировке» позиций пользователей дает анализ распределения пользователей по их активности, представленный на рис. 3 (вправо смещено распределение пользователей, на которых оказывает влияние пользователь А, влево — распределение пользователей, на которых оказывает влияние пользователь В). Большее значение ненормированной влиятельности пользователя А обусловлено большей активностью пользователей, испытывающих его влияние.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложено развитие акциональной модели влияния в онлайн-социальных сетях, в которой влияние и влиятельность отдельных агентов (пользователей) и мета-агентов (подмножеств пользователей) вычисляются на основе реакции на их действия с учетом приоритетов управляющего органа. Доказаны некоторые свойства функции влияния (монотонность, аддитивность). На примере показано, каким образом предложенная модель может быть использована для расчета влиятельности пользователей реальной онлайн-социальной сети.

Перспективное направление дальнейших исследований состоит в рассмотрении различных классов прикладных задач и соответствующих им понятий влиятельности на основе акциональной модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Губанов Д.А., Чхартишвили А.Г. Концептуальный подход к анализу онлайн-социальных сетей // Управление большими системами. — 2013. — Вып. 45. — С. 222–236.
2. Aggarwal C.C. Social Network Data Analytics. — Boston/Dordrecht/London: Kluwer Academic Publishers, 2011. — 502 p.
3. Everton S.F. Disrupting Dark Networks (Structural Analysis in the Social Sciences). — Cambridge: Cambridge University Press, 2012. — 482 p.
4. Hubbell C. An input-output approach to clique identification // Sociometry. — 1965. — Vol. 28, N 4. — P. 377–399.
5. Freeman L.C. A set of measure of centrality based on betweenness // Sociometry. — 1977. — Vol. 40, N 1. — P. 35–41.
6. Губанов Д.А., Чхартишвили А.Г. Связи дружбы и комментирования пользователей социальной сети Facebook // Управление большими системами. — 2014. — Вып. 52. — С. 69–84.
7. Agarwal N., Liu H., Tang L., Yu P.S. Identifying the influential bloggers in community // Proc. of the 1st ACM Intern. Conf. on Web Search and Data Mining. — 2008. — P. 207–217.
8. Weng J., Lim E.-P., Jiang J., He Q. TwitterRank: finding topic-sensitive influential twitterers // Proc. of the Third Int. Conf. on Web Search and Web Data Mining. — 2010. — P. 261–270.
9. Akritidis L., Katsaros D., Bozaris P. Identifying Influential Bloggers: Time Does Matter // Proc. of the 2009 IEEE/WIC/ACM Intern. Joint Conf. on Web Intelligence and Intelligent Agent Technology. — 2009. — P. 76–83.
10. Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Модели влияния в социальных сетях // Управление большими системами. — 2009. — Вып. 27. — С. 205–281.
11. Friedkin N.E., Johnsen E.C. Social Influence Network Theory: A Sociological Examination of Group Dynamics. — Cambridge: Cambridge University Press, 2011. — 367 p.
12. Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. — М.: Физматлит, 2010. — 228 с.
13. Kempe D., Kleinberg J., Tardos E. Maximizing the spread of influence through a social network // Proc. of the 9th ACM SIGKDD Intern. Conf. on Knowledge discovery and data mining. — 2003. — P. 137–146.
14. Granovetter M. Threshold Models of Collective Behavior // American Journal of Sociology. — 1978. — Vol. 83. — P. 1420–1443.
15. Golub B., Jackson M.O. Naive Learning in Social Networks: Convergence, Influence, and the Wisdom of Crowds // American Economic Journal: Microeconomics. — 2010. — Vol. 2, N 1. — P. 112–149.
16. Губанов Д.А., Чхартишвили А.Г. Акциональная модель влиятельности пользователей социальной сети // Проблемы управления. — 2014. — № 4. — С. 20–25.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Д.А. Новиковым.

Губанов Дмитрий Алексеевич — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, ✉ dmitry.a.g@gmail.com,

Чхартишвили Александр Гедванович — д-р физ.-мат. наук, гл. науч. сотрудник, ✉ sandro_ch@mail.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.

СОГЛАСОВАННЫЕ РАЗБИЕНИЯ В СЕТЕВЫХ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СТРУКТУРАХ

А.К. Еналеев

Рассмотрена задача согласования границ полигонов управления в крупномасштабных сетевых структурах между различными типами разбиений сети на полигоны. Определены условия, обеспечивающие меньшие затраты на управление при совпадении границ полигонов одного типа разбиения с границами полигонов другого типа разбиения. Отмечено, что решение такого рода задач актуально при исследовании задач управления движением и обслуживанием инфраструктуры в транспортных, в частности, железнодорожных сетях.

Ключевые слова: иерархия, полигон управления, информационная сложность управления, разбиение сети, согласованность разбиений, равновесные системы разбиений, оптимизация.

ВВЕДЕНИЕ

Организация деятельности крупномасштабных сетевых структур (транспортных сетей, трубопроводных сетей, электросетей, больших логистических структур, вычислительных сетей и др.), в силу их сложности и пространственной распределенности, приводит к необходимости децентрализации управления. Децентрализация, по сути, заключается в разбиении сети на полигоны управления. Таким образом, над сетью возникают иерархические структуры, в которых необходимо согласование решений и интересов, как по вертикали, так и по горизонтали.

Существует еще один аспект проблемы согласования. Разбиение на полигоны во многих сложных организационных системах является многовариантным. Например, в такого рода системах часто управление осуществляется как на основе пространственной (региональной) децентрализации, так и на основе различного функционального разделения. В частности, в транспортных сетевых структурах это управление техническим обслуживанием дорог и управление движением.

Учитывая взаимозависимость различных функций управления, необходимо согласовывать структуры разных типов разбиений сети, относящихся к этим функциям в целях обеспечения максимальной эффективности функционирования сетевой структуры.

Задача разбиения крупномасштабной сети (в частности, железнодорожной сети) на полигоны управления рассмотрена в работах [1–10].

В работах [1, 2] введено понятие сложности управления и сформулирован принцип равносложности информационного управления, на основе которого предложено проводить разбиение сети на полигоны с минимальными различиями в сложности управления.

В работах [4, 5] предложены методы формирования оценок сложности полигонов, в виде комплексной свертки технико-экономических показателей элементов рассматриваемой системы.

В работах [1, 2, 6, 10] предложены методы и алгоритмы разбиения на полигоны, в которых используется так называемая процедура редукции сети. Алгоритмы позволяют находить локально-оптимальные решения задачи разбиения сети на полигоны.

Основные принципы формирования границ полигонов управления для железнодорожных сетей представлены в работе [7]. Там же, в частности, сформулирован принцип кратного вложения структуры полигонов обслуживания сети в структуру полигонов управления движением в сети.

В работах [8, 9] приведены матричное представление процедур последовательной редукции сети и геометрическая интерпретация реализации принципа равносложности управления.

В статье [10] сформулированы задачи анализа и синтеза структур и механизмов информационного управления в крупномасштабных сетевых системах, представлены постановки задач согласования различных разбиений сети.

Результаты исследований [1–13] лежат в основе задач, рассматриваемых в настоящей работе.

При формировании математической модели и постановки задачи (см. § 1) применялась методология синтеза оптимальных иерархических структур [14–17].

Отметим, что в работах [18, 19] задачи разбиения сети рассматривались для других приложений, в том числе для задач организации параллельных вычислений. Хотя эти задачи решались на основе других критериев эффективности разбиения, отличающихся от информационной равносложности, результаты решения задач разбиения для вычислительных и транспортных сетей могут взаимно дополнять друг друга.

В настоящей работе определены условия согласованности (совпадения) границ полигонов различных типов разбиений и условия существования оптимальной согласованной равновесной по Нэшу системы разбиений.

1. МОДЕЛЬ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

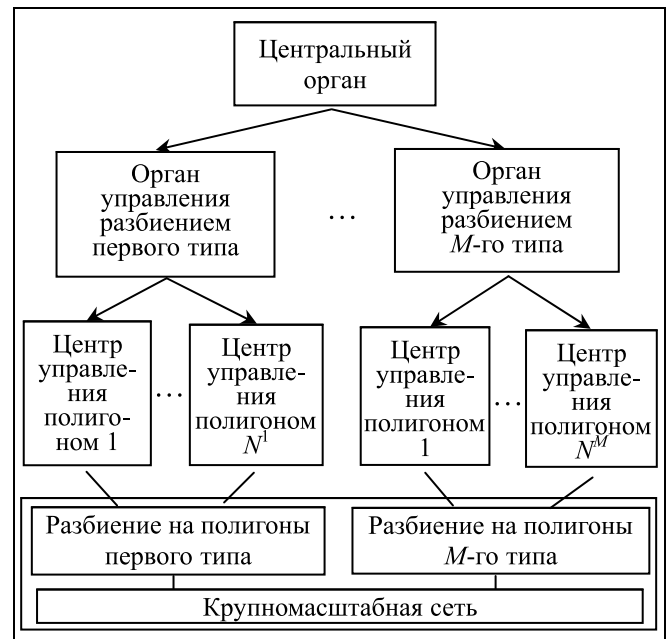
1.1. Модель

Рассмотрим сеть S , состоящую из n вершин. Предположим, что имеется несколько органов управления различными функциональными типами деятельности на сети. Примем, что таких органов и, соответственно, типов деятельности имеется в количестве M . Для каждого из органов необходимо разбить сеть на полигоны управления. Пусть $g^1 = \{g_i^1\}$ — разбиение сети S первым функциональным органом управления на N^1 полигонов первого типа ($i = 1, \dots, N^1$), $g^2 = \{g_i^2\}$ — разбиение сети S вторым органом управления на N^2 полигонов второго типа и так далее, $g^m = \{g_i^m\}$ — разбиение сети m -м органом на N^m полигонов m -го типа, $m = 1, \dots, M$, $i = 1, \dots, N^m$.

Положим, что каждое разбиение на полигоны удовлетворяет условиям

$$\bigcup_{i=1}^{N^m} g_i^m = S \text{ и } g_i^m \cap g_j^m = \emptyset, \quad (1)$$

где $i \neq j$, $i, j = 1, \dots, N^m$, m — номер типа разбиения, $m = 1, \dots, M$. Границы разбиений проходят через вершины сети. Предположим, что в каждой вершине рассматриваемой сети имеется ребро, представляющее собой петлю. При этом для каждого типа разбиения петля, соответствующая вершине, через которую проходит граница, может относиться только к одному полигону соответствующего типа. У каждого полигона имеется центр управления полигоном, т. е. для каждого разбиения m -го типа имеем N^m полигонов m -го типа, $m = 1, \dots, M$.



Структура управления при разбиении сети на полигоны

На рисунке изображена структура управления при разбиении рассматриваемой сети на различные типы полигонов.

Центральный орган (ЦО) в первом варианте осуществляет централизованное управление, а именно, определяет приоритетность органов управления разбиениями (ОУР) и, соответственно, типов разбиения, и таким образом задает порядок «ходов», т. е. определяет очередность выбора разбиений различных типов. В другом варианте организации он может не вмешиваться в порядок разбиений, предоставляя ОУР самостоятельно осуществлять, и согласовывать друг с другом разбиения. Далее сначала будет преимущественно рассматриваться задача согласования типов разбиений для первого варианта организации — централизованного управления разбиениями, а затем и для децентрализованного управления.

Для каждой вершины и ребра сети заданы показатели сложности соответствующие каждому ОУР, т. е. типу разбиения сети. Обозначим l_{ij}^m показатели сложности ребра (i, j) в данной сети для каждого m -го вида разбиения (пример формул для расчета сложности дуг и вершин приведен в работах [2, 5, 8]). Положим, что $l_{ij}^m = l_{ji}^m$. В случае, если в рассматриваемой сети i -я вершина не соединена с j -й вершиной ребром, дополним сеть ребром (i, j) нулевой сложности, т. е. $l_{ij}^m = 0$. Сложность i -й вершины сети ($i = 1, \dots, n$) для разбиения m -го типа

определяется как $w_i^m = l_{ii}^m$, где l_{ii}^m — сложность петли, соответствующей i -й вершине, $m = 1, \dots, M$.

Обозначим $Q_{k^m}^m$ множество ребер (i, j) полигона с номером k^m для m -го типа разбиения g^m . Число k^m соответствуют номеру центра управления соответствующего полигона (далее номеру полигона) m -го типа разбиения. Определим сложность управления k^m -м полигоном. Примем что, сложность управления полигоном складывается из сложности управления элементами («ребрами») этого полигона и сложностей согласования работ с полигонами других разбиений, имеющим общие элементы сети с k^m -м полигоном¹.

Первую составляющую сложности управления полигоном определим в виде $L^m(Q_{k^m}^m) =$

$$= \Lambda^m \left(\sum_{(i,j) \in Q_{k^m}^m} l_{ij}^m \right), \text{ где } \Lambda^m(\cdot) \text{ — заданные выпуклые,}$$

неубывающие функции. Сложность управления полигоном возрастает с увеличением его «масштаба».

Вторую составляющую, сложность согласования работ k^m -го полигона m -го типа разбиения со всеми полигонами всех имеющихся типов разбиений, обозначим $Z_{k^m}^m(Q_{k^m}^m, \bar{Q}^{-m})$. Здесь $\bar{Q}^{-m} = \{\hat{Q}^1, \dots, \hat{Q}^{m-1}, \hat{Q}^{m+1}, \dots, \hat{Q}^M\}$ — совокупность всех типов разбиений, кроме m -го типа, разделенная на группы по типам разбиений $\hat{Q}^p$. Набор (группа) $\hat{Q}^p = \{Q_1^p, \dots, Q_{N^p}^p\}$ определяет p -й тип разбиения g^p ; Q_i^p представляет собой совокупность ребер i -го полигона в p -м типе разбиения, где $p = 1, \dots, M$. Далее тип разбиения g^p будем отождествлять с совокупностью $\hat{Q}^p = \{Q_1^p, \dots, Q_{N^p}^p\}$.

Для описания сложности согласования работ полигона k^m m -го типа разбиения с остальными полигонами $Z_{k^m}^m(Q_{k^m}^m, \bar{Q}^{-m})$ примем, что она складывается из сложности согласования работ $z_{k^m k^p}^{mp} = z_{k^m k^p}(Q_{k^m}^m, Q_{k^p}^p)$ полигона k^m m -го типа с полигоном k^p p -го типа, $p \neq m$.

Положим, что функция сложности согласования $z_{k^m k^p}^{mp} = z_{k^m k^p}(Q_{k^m}^m, Q_{k^p}^p)$ полигона m -го типа с

номером k^m с полигоном k p -го типа обладает следующими свойствами.

А. Для случаев, когда $Q_{k^m}^m \cap Q_{k^p}^p = \emptyset$, т. е. полигоны с номерами k^m и k^p не пересекаются, сложность согласования этих полигонов равна нулю, $z_{k^m k^p}^{mp} = 0$. Считается, что в этом случае нет оснований для согласования работ.

Б. Для случаев $Q_{k^m}^m \cap Q_{k^p}^p \neq \emptyset$ сложность согласования этих полигонов $z_{k^m k^p}^{mp} > 0$. Таким образом, затраты на согласование действий могут возникать только для тех элементов сети, которые принадлежат множеству $Q_{k^m}^m \cap Q_{k^p}^p$.

В. Сложность согласования полигона k^m внутри разбиения m -го типа с самим собой $z_{k^m k^m}^{mm} = 0$, так как считается, что она учтена в первой составляющей сложности, $L^m(Q_{k^m}^m)$ — сложности управления полигоном,

$$z_{k^m k^p}(Q_{k^m}^m, Q_{k^p}^p) > z_{k^m k^m}(Q_{k^m}^m, Q_{k^m}^m) = 0$$

при условии $Q_{k^m}^m \cap Q_{k^p}^p \neq \emptyset$.

Г. В случае «полного» пересечения, когда $Q_{k^m}^m \cap Q_{k^p}^p = Q_{k^m}^m$, сложность согласования полигонов не больше по сравнению со случаем неполного пересечения $Q_{k^m}^m \cap Q_{k^p}^p \neq \emptyset$, т. е.

$$z_{k^m k^p}(Q_{k^m}^m, Q_{k^p}^p) \geq z_{k^m k^p}(Q_{k^m}^m, \underline{Q}_{k^p}^p).$$

Далее для упрощения примем, что в случае полного пересечения полигонов $Q_{k^m}^m \cap \underline{Q}_{k^p}^p = Q_{k^m}^m$ затраты на согласование между ними $z_{k^m k^p}(Q_{k^m}^m, \underline{Q}_{k^p}^p) = 0$.

Замечание. Условие Г отражает тот факт, что в случае совпадения границ полигонов разных типов руководству этих полигонов легче планировать и координировать свои действия, так как отсутствует или, по крайней мере, уменьшается влияние соседних полигонов. Именно такие обстоятельства были обнаружены и отмечены при исследовании и разработке вертикально-интегрированных структур управления железнодорожными перевозками [7]. ♦

¹ Учет сложности взаимодействия с соседними полигонами в рамках одного и того же разбиения исследовался в работе [6]. В настоящей статье в целях упрощения анализа задачи это взаимодействие не рассматривается.

Таким образом, общая сложность управления k^m -м полигоном с учетом сложности согласования

$$\begin{aligned} W_{k^m}^m(Q_{k^m}^m, \bar{Q}^{-m}) &= L_{k^m}^m(Q_{k^m}^m) + Z_{k^m}^m(Q_{k^m}^m, \bar{Q}^{-m}) = \\ &= L_{k^m}^m(Q_{k^m}^m) + \sum_{p=1}^M \sum_{k^p=1}^{N^p} z_{k^m k^p}^m(Q_{k^m}^m, Q_{k^p}^p). \end{aligned}$$

Соответственно, сложность управления m -м разбиением сети $\bar{W}^m(\hat{Q}^m, \bar{Q}^{-m}) = \sum_{k^m=1}^{N^m} W_{k^m}^m(Q_{k^m}^m, \bar{Q}^{-m})$.

Возможны различные варианты представления функций сложности согласования. Приведем три примера описания этих функций.

Пример 1.

$$\begin{aligned} z_{k^m k^p}^m(Q_{k^m}^m, Q_{k^p}^p) &= \\ &= \left(\sum_{(i,j) \in Q_{k^m}^m \cap Q_{k^p}^p} z_{ij}^{k^m k^p} \right) \left(\sum_{(i,j) \in Q_{k^p}^p \setminus (Q_{k^m}^m \cap Q_{k^p}^p)} v_{ij}^{k^m k^p} \right), \quad (2) \end{aligned}$$

где $z_{ij}^{k^m k^p}$ — сложность согласования действий по ребру (i, j) управляющим органом k^m -го полигона m -го типа с управляющим органом k^p -го полигона p -го типа, $v_{ij}^{k^m k^p}$ — заданные веса элементов (i, j) k^p -го полигона, не входящих в состав k^m -го полигона. Здесь $m, p = 1, \dots, M$. Первый множитель в выражении (2) определяет сложность согласования между центрами полигонов по всем элементам сети, общими для k^p -го и k^m -го полигонов соответствующих типов. Второй множитель характеризует степень рассогласования (несовпадения) k^p -го и k^m -го полигонов. Заметим, что если k^p -й и k^m -й полигоны полностью совпадают, второй множитель равен нулю.

Пример 2.

$$z_{k^m k^p}^m(Q_{k^m}^m, Q_{k^p}^p) = \sum_{(i,j) \in Q_{k^p}^p \setminus (Q_{k^m}^m \cap Q_{k^p}^p)} v_{ij}^{k^m k^p}.$$

Пример 3.

$$z_{k^m k^p}^m(Q_{k^m}^m, Q_{k^p}^p) = \begin{cases} C, & \text{если } Q_{k^m}^m \neq Q_{k^p}^p, \\ 0, & \text{если } Q_{k^m}^m = Q_{k^p}^p. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь C — заданная константа. ♦

Пусть функции полезности для каждого полигона с номером k^m имеют вид $f_{k^m}^m(Q_{k^m}^m, \bar{Q}^{-m}) = d_{k^m}^m(Q_{k^m}^m) - W_{k^m}^m(Q_{k^m}^m, \bar{Q}^{-m}) = d_{k^m}^m(Q_{k^m}^m) - L_{k^m}^m(Q_{k^m}^m) - \sum_{p=1}^M \sum_{k^p=1}^{N^p} z_{k^m k^p}^m(Q_{k^m}^m, Q_{k^p}^p)$, где $d_{k^m}^m(Q_{k^m}^m)$ — заданные функции дохода для соответствующего

полигона. Обозначим $h_{k^m}^m(Q_{k^m}^m) = d_{k^m}^m(Q_{k^m}^m) - L_{k^m}^m(Q_{k^m}^m)$ и назовем $h_{k^m}^m(Q_{k^m}^m)$ «внутренней» прибылью полигона, тогда $f_{k^m}^m(Q_{k^m}^m, \bar{Q}^{-m}) = h_{k^m}^m(Q_{k^m}^m) - \sum_{p=1}^M \sum_{k^p=1}^{N^p} z_{k^m k^p}^m(Q_{k^m}^m, Q_{k^p}^p)$.

Полезность разбиения $\hat{Q}^m$ m -го типа представим как

$$\begin{aligned} F^m(\hat{Q}^m, \bar{Q}^{-m}) &= \sum_{k^m=1}^{N^m} f_{k^m}^m(Q_{k^m}^m, \bar{Q}^{-m}) = D^m(\hat{Q}^m) - \\ &- W^m(\hat{Q}^m, \bar{Q}^{-m}) = H^m(\hat{Q}^m) - Z^m(\hat{Q}^m, \bar{Q}^{-m}), \quad (4) \end{aligned}$$

$$\text{где } D^m(\hat{Q}^m) = \sum_{k^m=1}^{N^m} d_{k^m}^m(Q_{k^m}^m),$$

$$H^m(\hat{Q}^m) = \sum_{k^m=1}^{N^m} h_{k^m}^m(Q_{k^m}^m),$$

$$Z^m(\hat{Q}^m, \bar{Q}^{-m}) = \sum_{k^m=1}^{N^m} Z_{k^m}^m(Q_{k^m}^m, \bar{Q}^{-m}),$$

$$Z_{k^m}^m(Q_{k^m}^m, \bar{Q}^{-m}) = \sum_{p=1}^M \sum_{k^p=1}^{N^p} z_{k^m k^p}^m(Q_{k^m}^m, Q_{k^p}^p).$$

Соответственно, назовем $H^m(\hat{Q}^m)$ «внутренней» прибылью разбиения m -го типа.

Примем, что полезность разбиения $\hat{Q}^m$ m -го типа $F^m(\hat{Q}^m, \bar{Q}^{-m})$ определяет целевую функцию m -го ОУР, $m = 1, \dots, M$.

Заданное множество возможных разбиений в $\mathbb{Q}$ и заданный на этом множестве набор функций полезностей $F^m(\bar{Q}) = F^m(\hat{Q}^m, \bar{Q}^{-m}) = H^m(\hat{Q}^m) - Z^m(\hat{Q}^m, \bar{Q}^{-m})$ будем называть *системой разбиений m -го типа*.

Целевую функцию ЦО обозначим $\Phi(\bar{Q})$, где $\bar{Q} = \{\hat{Q}^1, \dots, \hat{Q}^M\}$.

1.2. Постановка задачи

Представим функционирование описанной системы как игру M лиц на множестве допустимых разбиений, в которой функции полезности игроков имеют вид $F^m(\bar{Q})$, стратегия каждого m -го игрока (т. е. ОУР) заключается в выборе разбиения $g^m = \{g_i^m\}$ при ограничении на совокупность множеств $\bar{Q} = \{\hat{Q}^1, \dots, \hat{Q}^M\}$: $\bar{Q} \subset \mathbb{Q}$, где $\mathbb{Q}$ — заданное множество допустимых множеств $\bar{Q}$. Задача заклю-

чается в исследовании существования и единственности равновесных разбиений различных типов в этой игре и определении условий, при которых границы соответствующих полигонов разных типов разбиений совпадают, а также в нахождении оптимальных для ЦО равновесных разбиений (критерии оптимальности, определяющие значения целевой функции ЦО на множестве равновесных распределений описаны далее).

Задача в такой общей постановке, с учетом ее дискретности и размерности, представляется сложной для решения. Поэтому предлагается сначала рассмотреть частные постановки на основе фиксации приоритетности выбора определенных типов разбиений (задания порядка ходов), ограничения числа типов разбиений до двух и принятия равными числа полигонов в каждом разбиении.

2. СОГЛАСОВАНИЕ ДЛЯ СЛУЧАЯ ДВУХ ТИПОВ РАЗБИЕНИЙ

2.1. Максимальное согласование

Сначала для простоты анализа предположим, что имеется всего два типа разбиений и число полигонов для обоих типов разбиений одинаково, т. е. $M = 2$ и $N^1 = N^2 = N$. Пусть $\mathbb{Q}$ множество допустимых разбиений сети на N полигонов, удовлетворяющих условию (1).

Зафиксируем некоторое разбиение g^1 первого типа. Рассмотрим все выгодные для второго ОУР разбиения g^{2*} , доставляющие максимум его целевой функции при фиксированном разбиении первого типа g^1 ,

$$\begin{aligned} \hat{Q}^{2*} \in R^2(\hat{Q}^1) &= \text{Arg max}_{\hat{Q}^2 \in \mathbb{Q}} F^2(\hat{Q}^2, \bar{Q}^{-2}) = \\ &= \text{Arg max}_{\hat{Q}^2 \in \mathbb{Q}} F^2(\hat{Q}^2, \hat{Q}^1) = \\ &= \text{Arg max}_{\hat{Q}^2 \in \mathbb{Q}} (H^2(\hat{Q}^2) - Z^2(\hat{Q}^2, \hat{Q}^1)). \end{aligned}$$

Рассмотрим множество $P^{12} = \{\hat{Q}^1 \in \mathbb{Q} \mid F^2(\hat{Q}^2, \hat{Q}^1) \leq F^2(\hat{Q}^1, \hat{Q}^1), \forall \hat{Q}^1 \in \mathbb{Q}\}$ разбиений первого ОУР, которые выгодны для второго ОУР в том смысле, что он заинтересован выбрать свое разбиение таким же: $\hat{Q}^2 = \hat{Q}^1$. Множество P^{12} назовем множеством согласованных разбиений второго типа. Множество $T^{12} = \bigcup_{\hat{Q}^1 \in \mathbb{Q}} R^2(\hat{Q}^1)$ обозначает все выгодные для второго ОУР разбиения при всевозможных разбиениях первого типа.

Далее предполагается выполнение условия «благожелательности»: «Если при заданном разбиении

$\hat{Q}^1$ первого типа существует разбиение $\hat{Q}^2$ такое, что выполняется равенство $F^2(\hat{Q}^2, \hat{Q}^1) = F^2(\hat{Q}^1, \hat{Q}^1)$, то второй ОУР между разбиениями $\hat{Q}^1$ и $\hat{Q}^2$ выберет $\hat{Q}^1$ ».

Определение 1. Система разбиений второго типа является *максимально согласованной* с системой разбиения первого типа, если $T^{12} = P^{12}$. ♦

Максимальная согласованность типов разбиений означает, что множество согласованных разбиений, обеспечивающих совпадение разбиения второго типа с разбиением первого типа, «максимально широкое».

2.2. Достаточные условия максимальной согласованности

Теорема 1. Для максимальной согласованности разбиения второго типа с разбиением первого типа достаточно выполнения «неравенства треугольника» для функций сложности согласования разбиений второго типа:

$$\begin{aligned} Z^2(\hat{Q}^2, \hat{Q}^1) &\leq Z^2(\hat{Q}^2, \hat{Q}) + Z^2(\hat{Q}, \hat{Q}^1) \\ \text{для всех } \hat{Q}^2, \hat{Q}^1, \hat{Q} &\in \mathbb{Q}. \end{aligned} \quad (5)$$

Доказательство. Воспользуемся подходом, изложенным в работах [12, 13]. Так как в множество всех выгодных разбиений для второго ОУР входят согласованные разбиения, то $P^{12} \subseteq T^{12}$, следовательно, для справедливости равенства $T^{12} = P^{12}$ достаточно показать, что справедливо соотношение $T^{12} \subseteq P^{12}$. Предположим противное, а именно, для некоторого разбиения первого типа $\hat{Q}$ такого, что $\hat{Q} \in T^{12} \setminus P^{12} \in \emptyset$, второй ОУР выберет разбиение второго типа $\hat{Q}^2$ и $\hat{Q}^2 \neq \hat{Q}$, что означает

$$F^2(\hat{Q}^2, \hat{Q}) > F^2(\hat{Q}, \hat{Q}), \quad (6)$$

так как $\bar{Q}^{-2} = \hat{Q}$. Строгое неравенство в выражении (6) записано в силу предположения о «благожелательности».

По определению множества T^{12} , а также в силу $\hat{Q} \in T^{12}$, существует разбиение первого типа $\hat{Q}^1$, при котором второй ОУР выберет разбиение $\hat{Q}$, т. е.

$$F^1(\hat{Q}, \hat{Q}^1) \geq F^2(\hat{Q}^2, \hat{Q}^1). \quad (7)$$

Складывая неравенства (7) и (8) получаем неравенство

$$F^2(\hat{Q}^2, \hat{Q}) + F^2(\hat{Q}, \hat{Q}^1) > F^2(\hat{Q}, \hat{Q}) + F^2(\hat{Q}^2, \hat{Q}^1). \quad (8)$$

Подставляя в полученное неравенство (8) выражение для функции полезности (4) и учитывая свойства функции сложности, получаем неравенство $Z^2(\hat{Q}^2, \hat{Q}^1) > Z^2(\hat{Q}^2, \hat{Q}) + Z^2(\hat{Q}, \hat{Q}^1)$, которое противоречит условию (5). Следовательно, равенство $T^{12} = P^{12}$ выполняется. ♦

Определение 2. Система разбиения второго типа, удовлетворяющая условию (5), называется *сильно согласованной* с системой разбиения первого типа. ♦

Таким образом, теорема 1 показывает, что для максимальной согласованности достаточно сильной согласованности соответствующей системы разбиения.

Нетрудно проверить, что функции сложности (3), удовлетворяют условиям теоремы 1.

Аналогично рассмотренному выше варианту согласованности разбиения второго типа с разбиением первого типа можно рассмотреть симметричный вариант согласованности разбиения первого типа с разбиением второго типа.

В этом случае система разбиений первого типа называется *максимально согласованной* с системой разбиения второго типа, если $T^{21} = P^{21}$, где $T^{21} = \bigcup_{\hat{Q}^2 \in \mathbb{Q}} R^1(\hat{Q}^2)$, $P^{21} = \{\hat{Q}^2 \in \mathbb{Q} \mid F^1(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2) \leq F^1(\hat{Q}^2, \hat{Q}^2), \forall \hat{Q}^1 \in \mathbb{Q}\}$, $R^1(\hat{Q}^2) = \text{Arg max}_{\hat{Q}^1 \in \mathbb{Q}} F^1(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2)$,

$$\hat{Q}^2) = \text{Arg max}_{\hat{Q}^1 \in \mathbb{Q}} (H^1(\hat{Q}^1) - Z^1(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2)).$$

Определение 3. Системы разбиений первого и второго типов назовем *взаимно согласованными*, если $T^{21} = P^{21}$ и $T^{12} = P^{12}$, а $\bar{P} = P^{21} \cap P^{12}$ является множеством *взаимного согласования*. ♦

Пара разбиений $\hat{Q}^1$ первого типа и $\hat{Q}^2$ второго типа является равновесной по Нэшу, если выполняются соотношения

$$\hat{Q}^1 \in R^1(\hat{Q}^2) \text{ и } \hat{Q}^2 \in R^2(\hat{Q}^1). \quad (9)$$

Теорема 2. Если система двух типов разбиений взаимно согласована, то множество равновесий по Нэшу содержится в множестве $\bar{P} = P^{21} \cup P^{12}$. Если $\bar{P} \neq \emptyset$, то $\bar{P}$ определяет множество равновесных по Нэшу совпадающих разбиений $\hat{Q}^{1*}, \hat{Q}^{2*}$ первого и второго типов таких, что $\hat{Q}^{1*} = \hat{Q}^{2*} = \hat{Q}^*$ и $\hat{Q}^* \in \bar{P}$.

Доказательство. Вследствие максимальной согласованности: $P^{21} = T^{21}$ и $P^{12} = T^{12}$. Множества T^{21} и T^{12} содержат все множества $R^1(\hat{Q}^2)$, $R^2(\hat{Q}^1)$ выборов первого и второго ОУР. Таким образом, все равновесные разбиения принадлежат множеству $\bar{P}$.

Рассмотрим некоторое разбиение $\hat{Q}^{1*} \in \bar{P}$. Из взаимной согласованности следует $\hat{Q}^{1*} \in P^{12} = T^{12}$ и $\hat{Q}^{1*} \in P^{21} = T^{21}$, но тогда для разбиения первого типа $\hat{Q}^{1*}$ вторым ОУР будет выбрано разбиение второго типа $\hat{Q}^{2*} \in R^2(\hat{Q}^{1*})$, равное $\hat{Q}^{1*}$. Аналогично доказывается, что $\hat{Q}^{1*} \in R^1(\hat{Q}^{2*})$. Следовательно, $\hat{Q}^{1*} = \hat{Q}^{2*}$. ♦

2.3. Оптимальность согласованных разбиений

Рассмотрим два варианта постановки задачи выбора оптимальных разбиений.

В первом варианте установим приоритетность типов разбиений в соответствии с их нумерацией, т. е. первый тип разбиений имеет наибольший приоритет. В соответствии с приоритетностью, установим последовательность решения задачи разбиения сети. Сначала решается задача разбиения сети на полигоны первого типа, затем второго. При разбиении на полигоны первый ОУР прогнозирует и учитывает выбор вторым ОУР своего разбиения.

Во втором варианте рассмотрим случай, когда ЦО и все ОУР договариваются о выборе некоторой равновесной совокупности всех типов разбиений. При этом ЦО из множества равновесных для ОУР совокупностей разбиений всех типов может устанавливать наиболее для себя предпочтительную совокупность разбиений всех типов.

Для первого варианта в соответствии с последовательностью приоритетов примем, что целевая функция ЦО обладает свойством [20]:

$$\Phi(\hat{Q}^1, \hat{Q}^1) \geq \Phi(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2) \quad (10)$$

для всех допустимых значений аргументов.

Свойство (10) означает, что ЦО может нести потери, равные $\Phi(\hat{Q}^1, \hat{Q}^1) - \Phi(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2)$, при несовпадении $\hat{Q}^1$ -го разбиения с разбиением $\hat{Q}^2$.

При рассмотрении первого варианта предположим, что первый ОУР является агентом ЦО и выбирает разбиение первого типа, исходя из условия максимизации целевой функции ЦО. В этом варианте можно считать, что $\Phi(\bar{Q}) = F^1(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2)$. Таким образом условие (10) имеет вид

$$F^1(\hat{Q}^1, \hat{Q}^1) \geq F^1(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2). \quad (11)$$

Заметим, что в этом случае условия (10), или (11), наличия потерь в целевой функции ЦО при несовпадении выбора второго ОУР $\hat{Q}^2$ с $\hat{Q}^1$, в силу предположения о наличии в целевой функции первого ОУР затрат на согласование разбиений и условий А — Г, автоматически выполняется.

Определим условия оптимальности выбора $\hat{Q}^1$.

Представим критерий эффективности системы разбиений в виде гарантированного значения целевой функции ЦО $\Phi(\bar{Q})$ на множестве локально-оптимальных разбиений для второго ОУР:

$$K(\hat{Q}^1) = \min_{\hat{Q}^2 \in R^2(\hat{Q}^1)} \Phi(\bar{Q}).$$

Задача определения оптимального разбиения первого типа заключается в нахождении разбиения $\hat{Q}^{1*}$, доставляющего максимум критерия $K(\hat{Q}^{1*})$:

$$K(\hat{Q}^{1*}) = \Phi(\hat{Q}^{1*}, \hat{Q}^{2*}(\hat{Q}^{1*})) = \max_{\hat{Q}^1 \in \mathbb{Q}} \min_{\hat{Q}^2 \in R^2(\hat{Q}^1)} \Phi(\bar{Q}). \quad (12)$$

Теорема 3. Если система разбиений второго типа является максимально согласованной с системой разбиения первого типа, выполняется условие (10), то оптимальное разбиение $\hat{Q}^{1*}, \hat{Q}^{2*}(\hat{Q}^{1*})$ в задаче (12) определяется как решение задачи $K(\hat{Q}^*) = \max_{\hat{Q} \in P^{12}} \Phi(\hat{Q}, \hat{Q})$, и $\hat{Q}^{1*} = \hat{Q}^{2*} = \hat{Q}^*$.

Доказательство. Так как множество всех разбиений $R^2(\hat{Q}^{1*})$, «выгодных» для второго ОУР при любых допустимых выборах разбиений первым ОУР содержится в множестве T^{12} , максимальная согласованность означает $T^{12} = P^{12}$, следовательно, справедливо равенство

$$\max_{\hat{Q}^1 \in \mathbb{Q}} \min_{\hat{Q}^2 \in R^2(\hat{Q}^1)} \Phi(\bar{Q}) = \max_{\hat{Q} \in P^{12}} \Phi(\hat{Q}, \hat{Q}). \quad \blacklozenge$$

Во втором варианте постановки задачи предполагается, что ЦО выбирает лучшие для себя разбиения среди равновесных по Нэшу разбиений (9) первого и второго типов.

Критерий эффективности разбиений в этом случае имеет вид

$$K(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2) = \Phi(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2), \quad (13)$$

где $\hat{Q}^1 \in R^1(\hat{Q}^2)$, $\hat{Q}^2 \in R^2(\hat{Q}^1)$.

Обозначим $\tilde{R}$ множество равновесных разбиений $(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2)$, удовлетворяющих условию (9).

Задача определения оптимальных разбиений для критерия (13) заключается в нахождении разбиений $\hat{Q}^{1*}, \hat{Q}^{2*}$, удовлетворяющих условию:

$$K(\hat{Q}^{1*}, \hat{Q}^{2*}) = \Phi(\hat{Q}^{1*}, \hat{Q}^{2*}) = \max_{(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2) \in \tilde{R}} \Phi(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2). \quad (14)$$

Исследования второго варианта постановки задачи (14) проведем для частного случая, когда целевая функция центра имеет вид

$$\Phi(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2) = H^0(\hat{Q}^1) - Z^0(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2), \quad (15)$$

где функция потерь от несовпадения $\hat{Q}^1$ с $\hat{Q}^2$

$$Z^0(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2) = \begin{cases} C^0, & \text{если } \hat{Q}^1 \neq \hat{Q}^2, \\ 0, & \text{если } \hat{Q}^1 = \hat{Q}^2. \end{cases} \quad (16)$$

Здесь $C^0 > 0$. В этом случае целевая функция центра вместо неравенства (10) удовлетворяет более «жесткому» условию максимальной согласованности:

$$T^0 = P^0, \quad (17)$$

где $P^0 = \{\hat{Q} \in \mathbb{Q} \mid \Phi(\hat{Q}, \hat{Q}^2) \leq \Phi(\hat{Q}, \hat{Q}), \forall \hat{Q}^2 \in \mathbb{Q}\} = \{\hat{Q} \in \mathbb{Q} \mid H_{\max}^0 - C^0 \leq H^0(\hat{Q})\}$,

$$H_{\max}^0 = \max_{\hat{Q} \in \mathbb{Q}} H^0(\hat{Q}), \quad T^0 = \bigcup_{\hat{Q} \in \mathbb{Q}} R^0(\hat{Q}),$$

$$R^0(\hat{Q}) = \text{Arg} \max_{\hat{Q}^2 \in \mathbb{Q}} \Phi(\hat{Q}^2, \hat{Q}).$$

Теорема 4. Если система разбиений взаимно согласована и $P^0 \cap \bar{P} \neq \emptyset$, то для целевой функции центра (15), (16) решение задачи

$$K(\hat{Q}^*, \hat{Q}^*) = \max_{\hat{Q} \in P^0 \cap \bar{P}} \Phi(\hat{Q}, \hat{Q}) = \max_{\hat{Q} \in P^0 \cap \bar{P}} H^0(\hat{Q}) \quad (18)$$

является решением задачи определения оптимальных равновесных разбиений по критерию (14), и $\hat{Q}^{1*} = \hat{Q}^{2*} = \hat{Q}^*$.

Доказательство. Пусть пара разбиений $(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2)$ является равновесной, т. е. $(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2) \in \tilde{R}$. По теореме 2 множество равновесных разбиений содержится во множестве $\underline{P} = P^{21} \cup P^{12}$. Рассмотрим пару разбиений $(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2) \in \tilde{R}$ такую, что $(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2) \notin \bar{P} = P^{21} \cap P^{12}$, т. е. $(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2) \in \underline{P} \setminus \bar{P}$. В этом случае $\hat{Q}^1 \neq \hat{Q}^2$ и, следовательно, $\Phi(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2) = H^0(\hat{Q}^1) - Z^0(\hat{Q}^1, \hat{Q}^2) \leq H_{\max}^0 - C^0$.

Рассмотрим теперь пару разбиений $(\hat{Q}^{1'}, \hat{Q}^{2'}) \in \bar{P} \setminus P^0$. В этом случае $\hat{Q}^{1'} = \hat{Q}^{2'} = \hat{Q}'$. $\Phi(\hat{Q}', \hat{Q}') = H^0(\hat{Q}') - Z^0(\hat{Q}', \hat{Q}') = H^0(\hat{Q}') < H_{\max}^0 - C^0$, так как $\hat{Q}' \notin P^0$.

Наконец, в случае $(\hat{Q}^{1*}, \hat{Q}^{2*}) = \hat{Q}^* \in \bar{P} \cap P^0$, так как $\hat{Q}^* \in P^0$, имеем $\Phi(\hat{Q}^*, \hat{Q}^*) = H^0(\hat{Q}^*) \geq H_{\max}^0 - C^0$, что доказывает теорему. $\blacklozenge$

Теорема 4 показывает, что при условии непустоты пересечения множеств максимального согласования всех типов разбиений и множества максимального согласования (17) целевой функции ЦО задача (14)–(16) сводится к оптимизационной задаче (18) и в оптимальном решении задачи (14) разбиения всех типов совпадают друг с другом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем полученные результаты:

- описана математическая модель согласования различных типов разбиений сети;
- поставлена задача согласования границ полигонов для различных типов разбиения сети;
- получены достаточные условия максимальной согласованности (совпадения), границ полигонов двух различных типов разбиений;
- определены условия существования согласованных равновесных разбиений по Нэшу;
- исследованы условия оптимальности согласованной равновесной по Нэшу системы разбиений.

Представленные результаты могут быть полезны при анализе систем управления крупномасштабными сетями в различных прикладных задачах, где присутствуют различные типы разбиений. Основой для постановок и начала исследования рассмотренных выше задач послужили разработки систем управления сетью российских железных дорог [3, 7, 9] и ряд результатов теории активных систем [11–13].

Дальнейшее развитие исследований видится в направлении детализации условий сильного согласования не только для разбиений (6), но и функций затрат полигонов, входящих в эти разбиения. Это позволило бы свести анализ согласованности к анализу более простых функций $z_{k^m k^p}^m(Q_{k^m}^m, Q_{k^p}^p)$ пересекающихся полигонов k^m и k^p по сравнению с ана-

$$\begin{aligned} & \text{лизом функций затрат разбиений } Z^m(\hat{Q}^m, \bar{Q}^{-m}) = \\ & = \sum_{k^m=1}^{N^m} Z_{k^m}^m(Q_{k^m}^m, \bar{Q}^{-m}), \text{ где } Z_{k^m}^m(Q_{k^m}^m, \bar{Q}^{-m}) = \\ & = \sum_{p=1}^M \sum_{k^p=1}^{N^p} z_{k^m k^p}^m(Q_{k^m}^m, Q_{k^p}^p). \end{aligned}$$

Следующее направление развития исследований состоит в обобщении результатов на случаи, когда имеется более двух типов разбиений и когда число полигонов в разных разбиениях различно, т. е. $N^m \neq N^p$. Здесь следует рассмотреть условия согласования для вариантов кратно вложенных полигонов, когда полигон одного разбиения может складываться как объединение нескольких полигонов другого разбиения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Еналеев А.К., Цыганов В.В. Полигоны информационного управления в больших социальных и экономических сетях // Информационные войны. — 2013. — № 4. — С. 62–68.
2. Еналеев А.К., Цыганов В.В. Формирование полигонов управления движением // Информационные технологии в науке, социологии и бизнесе: Материалы XLI междунар. конф. IT + S & E'13. Осенняя сессия, Ялта — Гурзуф, 2–10 окт. 2013 г. — С. 54–56.
3. Математические модели оптимизации структуры системы управления крупномасштабной транспортной корпорации / Белый О.В. и др. // Транспорт: Наука, Техника, Управление. — 2014. — № 1. — С. 7–16.
4. Белый О.В., Еналеев А.К., Цыганов В.В. Оценка сложности управления движением // Информационные технологии в науке, образовании, телекоммуникации и бизнесе: Материалы XLII междунар. конф. IT + SE'14. Майская сессия, Крым, Ялта — Гурзуф, 22 мая — 1 июня 2014 г. — С. 158–160.
5. Еналеев А.К., Цыганов В.В. Оценка показателей сложности регионального управления в сетевых структурах. // Материалы междунар. науч.-практ. конф. «Теория активных систем» (ТАС-2014). Москва, ИПУ РАН, 2014. — М., 2014. — С. 148–149.
6. Еналеев А.К., Цыганов В.В. Полигоны управления в крупномасштабных сетевых организациях // XII Всероссийское совещание по проблемам управления. ВСПУ-2014, Москва, 16–19 июня 2014 г., ИПУ РАН. — С. 5159–5170.
7. Проблемы оптимизации структуры регионального управления движением, инфраструктурой, железнодорожными перевозками / Белый О.В. и др. / В кн.: «Научное обеспечение инновационного развития и повышения эффективности деятельности железнодорожного транспорта: коллективная монография членов и научных партнеров Объединенного ученого совета ОАО «РЖД» / под ред. Б.М. Лапидуса. — М.: MittelPress, 2014. — С. 39–55.
8. Еналеев А.К., Цыганов В.В., Кузнецов Н.И. Разработка полигонов управления в организационных сетевых структурах // Информационные технологии в науке, образовании, телекоммуникации и бизнесе: Материалы XLII междунар. конф. IT + SE'14. Осенняя сессия. Ялта — Гурзуф, 1–10 окт. 2014 г. — С. 55–57.
9. Еналеев А.К., Цыганов В.В. Модели и методы реформирования структуры регионального управления железнодорожным транспортом // Управление развитием крупномасштабных систем, MLSD'2014: Сб. науч. тр. / под общ. ред. С.Н. Васильева, А.Д. Цвиркуна. — М., 2014. — С. 263–273.
10. Еналеев А.К., Цыганов В.В. Организационные структуры информационного управления крупномасштабными сетями // Информационные войны. — 2015. — № 4. — С. 59–67.
11. Еналеев А.К. Разработка механизмов стимулирования и управления в двухуровневых активных системах: автореф. дис. ... канд. техн. наук. — М.: МФТИ, 1980. — 18 с.
12. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Кондратьев В.В. Двухуровневые активные системы. IV. Цена децентрализации механизмов функционирования // Автоматика и телемеханика. — 1980. — № 6. — С. 110–116.
13. Большие системы: моделирование организационных механизмов / Бурков В.Н. и др. — М.: Наука, 1989. — 245 с.
14. Механизмы управления / Под ред. Д.А. Новикова. — М.: ЛЕНАНД, 2011. — 192 с.
15. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. — М.: Физматлит, 2007. — 584 с.
16. Мишин С.П. Оптимальные иерархии управления в экономических системах. — М.: ПМСОФТ, 2004. — 205 с.
17. Губко М.В. Математические модели оптимизации иерархических структур. — М.: ЛЕНАНД, 2006. — 264 с.
18. Каляев И.А., Левин И.И. Реконфигурируемые мультисконвейерные вычислительные системы для решения потоковых задач обработки информации и управления // Пленарные доклады 5-й междунар. конф. «Параллельные вычисления и задачи управления» (РАСО'10). — М., 2010. — С. 23–37.
19. Курейчик В.М., Глушань В.М., Шербаков Л.И. Комбинаторные аппаратные модели и алгоритмы в САПР. — М.: Радио и связь, 1990. — 216 с.
20. Бурков В.Н. Основы математической теории активных систем. — М.: Наука, 1977. — 256 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Бурковым.

Еналеев Анвер Касимович — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ anverena@mail.ru.

МАТРИЧНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УЧАСТНИКОВ ЦЕПОЧЕК СОЗДАНИЯ ЦЕННОСТИ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ СТРУКТУРНЫМИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯМИ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ¹

Д.Б. Пайсон

Рассмотрен ряд инструментальных аспектов анализа и синтеза организационных структур реализующей среды национальной космической деятельности, направленных на ее адаптацию к деятельности в меняющихся экономических условиях и формирование эффективной отраслевой структуры. Предложен комплексный формат описания актуальных задач управления преобразованиями в форме субъектно-передельной матрицы, отражающей как иерархию субъектов космической деятельности, организованных вдоль цепочки создания стоимости, так и горизонтальные отношения в форме конкуренции или интеграции. С учетом предложенной абстракции рассмотрены специфические особенности вертикальной конкуренции в высокотехнологических отраслях.

Ключевые слова: ракетно-космическая промышленность, космическая деятельность, структурные преобразования, цепочка переделов, вертикальная конкуренция.

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая статья посвящена развитию подходов и инструментов анализа отраслевой структуры ракетно-космической промышленности и системы отношений участников космической деятельности в интересах управления структурными преобразованиями.

До начала 1990-х гг. развитие отечественной космонавтики и ракетно-космической промышленности (РКП) шло в традиционном для сложных, высокотехнологических отраслей русле, когда внутри государства так или иначе организованная система отношений заказчиков, подрядчиков и регуляторов приводит к постоянному росту системной сложности и эффективности создаваемой техники.

С прекращением существования Советского Союза и началом трансформационных процессов, охвативших сверху донизу все подсистемы эко-

номики, прекратила свое существование и сложившаяся система игроков и отношений (институциональная система), обеспечивавшая, помимо прочего, создание и эксплуатацию сложных технических и организационно-технических систем, составивших основу отечественного космического потенциала. Сложилась уникальная ситуация, когда новую систему отношений необходимо было выстраивать фактически поверх уже сложившейся отрасли промышленности, обеспечившей на этот момент времени глобальный паритет по основным направлениям космической деятельности.

Отметим, что, хотя в подобной ситуации «по определению» оказались абсолютно все отрасли бывшей советской экономики, далеко не все из них оказались на том же уровне конкурентоспособности. Кроме того, как и отечественный оборонно-промышленный комплекс в целом, РКП первоначально оказалась защищенной от рыночного давления потенциальных конкурентов. В результате, с одной стороны, РКП сохранилась как полноценная и во многом самодостаточная отрасль национальной экономики, с другой сторо-

¹ Публикация подготовлена в рамках поддержанного РГНФ проекта №14-02-00155.

ны — нарастание технологической «усталости» и рост вызовов рыночного характера как со стороны зарубежных конкурентов, так и в части активизации прикладного использования результатов космической деятельности в экономике обусловили необходимость структурного реформирования основных действующих в этой области институтов². Основные движущие силы и направления такого реформирования описаны в ряде работ отечественных исследователей [1—3 и др.]. Структурные преобразования в РКП назрели к концу 2000-х гг. и получили новое развитие с созданием Объединенной ракетно-космической корпорации и Государственной корпорации «Роскосмос» [4].

Настоящая работа развивает методологию управления структурными изменениями по двум направлениям. Прежде всего, предлагается специфический инструмент описания взаимодействия участников космической деятельности, участвующих в формировании соответствующих цепочек ценностей — *субъектно-передельная матрица*. Далее, из ряда потенциальных взаимодействий акторов, определяемых их включением в матрицу, рассматривается *вертикальная конкуренция* как явление, наименее представленное в литературе, но важное в контексте управления интеграционными процессами в отрасли. В заключение рассматриваются варианты расширения применения концепции вертикальной интеграции и делается вывод о целесообразности применения предлагаемого инструментария для решения практических задач отраслевого реформирования.

1. МАТРИЧНАЯ ПРОБЛЕМАТИКА И СУБЪЕКТНО-ПЕРЕДЕЛЬНАЯ МАТРИЦА

В контексте структурного анализа назовем матричной проблематику, связанную с установлением границ и устойчивых связей между элементами (участниками) этой среды, то есть с описанием множества участников космической деятельности в виде совокупности субъектов, взаимодействующих между собой в соответствии с внешними правилами и собственными интересами. Подобная тематика применительно к отдельным отраслям и к экономике в целом исследовалась, в частности, в работах Г. Клейнера [8], А. Бутыркина [9], Г. Колесника [10, 11].

Для практического применения предлагается специфическая абстракция — «субъектно-передельная матрица» (СПМ), удобная, на наш взгляд, для отображения ряда специфических особеннос-

тей ракетно-космической отрасли промышленности, а также для визуализации вариантов структурных преобразований в поддержку принятия соответствующих управленческих решений. Отметим, что предложенный инструмент направлен скорее не на визуализацию и поддержку решения задач процессного и проектного управления (как разнообразные матрицы ответственности, широкий обзор которых представлен, например, в работе [12]), а на представление в сравнительно простом, «обозримом» формате целевых отраслевых рынков, соответствующих продуктов и особенностей структуризации научно-промышленного комплекса. В части подобной визуализации и структуризации значительно продвинулись, например, соответствующие подразделения Государственной корпорации «Росатом» (см., например, схему рынков присутствия в годовом отчете за 2014 г. [13]). Кроме того, абстракция СПМ обеспечивает визуализацию традиционно «вертикальных» и «горизонтальных» категорий, включая конкуренцию и интеграцию.

Будем рассматривать множество участников национальной космической деятельности, образующих в совокупности научно-производственную систему корпоративного или более высокого уровня, функционирующую в отечественной хозяйственной среде и являющуюся частью этой среды.

Определим субъектно-передельную матрицу, описывающую ракетно-космическую промышленность в целом или некоторое подмножество ее независимых предприятий, как матрицу SP с M столбцами и N строками, для которой установлено взаимнооднозначное отображение каждого m -го из M предприятий, принадлежащих множеству $\{P_m\}_M$, на m -й столбец матрицы, при этом значение $SP_{m,n}$ каждого n -го из N элементов, принадлежащих m -му столбцу, может быть равно 0 или 1 в зависимости от наличия производства n -го передела на m -м предприятии.

Ненулевое значение элемента $SP_{m,n}$ означает, что m -е предприятие (рассматриваемое как хозяйствующий субъект) обладает необходимой компетенцией (физически реализованной в виде некоторого производственного комплекса, «площадки»), позволяющей предприятию участвовать в производстве продукции n -го технологического передела. Производственные комплексы носят «материальный» характер и могут перераспределяться между предприятиями — хозяйствующими субъектами в рамках процессов слияния, поглощения или разделения. Полная совокупность производственных комплексов может быть соотнесена с отраслевым научно-технологическим потенциалом [14]. Каждый передел соответствует определен-

² Об институциональном проектировании см., например, работы [5—7].

ному уровню цепочки создания ценности (*value chain* — в англоязычной терминологии). Цепочка ценностей (переделов) в данной постановке рассматривается как инвариантная относительно организационной структуры, т. е. переход между уровнями может реализоваться как внутри одного предприятия (внутрифирменные переделы), так и между независимыми предприятиями (контрактные переделы). Каждый производственный комплекс условно ставится в соответствие единственному переделу (уровню цепочки ценностей).

Каждому предприятию в матрице соответствует прерывный (хотя бы между двумя элементами со значениями 1 присутствует элемент со значением 0) или непрерывный столбец. Ячейки, соответствующие отдельным элементам матрицы, разделены вертикальными и горизонтальными границами, а между столбцами, соответствующими предприятиям-участникам космической деятельности, имеют место горизонтальные и вертикальные взаимодействия соответственно.

Вертикальные границы пролегают и устанавливаются между субъектами, принадлежащими одному уровню иерархии в смысле переделов общей цепочки создания ценности. Связи и отношения между такими субъектами горизонтальные. Это, прежде всего, отношения классической, горизонтальной конкуренции, в варианте РКП — обычно характеризующиеся олигополией и олигопсонией.

Горизонтальные границы определяют распределение субъектов деятельности между уровнями иерархии в смысле переделов общей цепочки создания ценности. Соответствующие связи и отношения являются вертикальными. К ним относятся отношения «заказ — подряд» применительно к готовым продуктам и услугам и к формированию таких продуктов и услуг по цепочке переделов, а также отношения в рамках программно-целевого планирования, государственного и корпоративного управления в различных их формах. Имеет место и феномен вертикальной конкуренции, который будет подробно рассмотрен далее.

Вертикальная ось матрицы образована различными уровнями цепочки переделов. В соответствии с данным подходом к структурированию и визуализации тематических рынков, производство продуктов и услуг представляется в виде сетевой, древовидной или линейной совокупности переделов, обеспечивающих создание добавленной стоимости. Номенклатура и структура переделов нормативно не закреплены и определяются потребностями решаемой задачи. Адекватный выбор переделовой структуры модели важен как с точки зрения установления соответствия с производственными комплексами, так и с точки зрения возможности использования соответствующей на-

циональной и в особенности международной статистики, что обеспечивается лишь при условии совпадения или понятного взаимного отображения различных переделовых структур.

Рассмотрим далее особенности формирования субъектно-переделовой матрицы, понимая при этом, что аспекты принадлежности и отношений, описываемые здесь как визуальные, трансформируются при необходимости в свойства соответствующей базы данных или объект-ориентированной модели³.

2. ФОРМИРОВАНИЕ СУБЪЕКТНО-ПЕРЕДЕЛЬНОЙ МАТРИЦЫ В СФЕРЕ КОСМИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В опубликованном в 2010 г. научно-техническом отчете [16] Департамента бизнес-инноваций и трудового потенциала правительства Великобритании выделено в составе космической отрасли две крупные составляющие цепочки ценностей — секторы *upstream* (получение космических данных и формирование ресурсов) и *downstream* (доведение данных и ресурсов до конечного пользователя). В состав *upstream*-сектора входят предприятия-производители ракетно-космической техники и поставщики пусковых услуг со своей кооперацией. В состав *downstream*-сектора входят операторы спутниковых группировок и поставщики космических продуктов и услуг.

В ходе работ по концептуальному и стратегическому планированию деятельности Объединенной ракетно-космической корпорации была использована структура переделов, отраженная на вертикальной оси (см. рисунок). Отметим, что структура не является строго вертикальной, скорее, многоуровневой, при этом на переделах одного уровня добавленная стоимость создается параллельно (на втором и третьем уровнях). *Downstream*-сектору соответствует четвертый уровень передела.

Горизонтальная ось субъектно-переделовой матрицы отражает отраслевую организационную структуру. Вдоль горизонтальной оси столбец, объединяющий производственные площадки, принадлежащие одному предприятию, может располагаться по-разному в зависимости от цели формирования соответствующей матрицы. Так, при использовании матрицы в иллюстративных целях для демонстрации уровня внутриотраслевой диверсификации производства на различных предприятиях отрасли, соответствующие предприятия

³ Подробнее о категории объективации (в контексте данной статьи — визуализации) общественных отношений в инновационной сфере деятельности см., например, в работе [15].

Уровни передела	4	Космические продукты и услуги конечным потребителям		Б4	В4	Г4
	3	Космические аппараты		Б3.2	В3.2	
		Средства выведения и услуги по запуску		Б3.1	В3.1	
	2	Бортовые системы, наземное и абонентское оборудование		В2.2	Г2.2	
		Двигательные и энергетические установки	A2.1	Б2.1		
	1	Заказные НИОКР и перспективные исследования	A1	Предприятие Б		
Предприятие А						
Элементы отраслевой организационной структуры						
						
Уровни передела	4	Космические продукты и услуги конечным потребителям		Б4, Г4		В4
	3	Космические аппараты		Б3.2		В3.2
		Средства выведения и услуги по запуску		Б3.1		В3.1
	2	Бортовые системы, наземное и абонентское оборудование		Г2.2		В2.2
		Двигательные и энергетические установки	A2.1, Б2.1			
	1	Заказные НИОКР и перспективные исследования	A1			Холдинг Е
Холдинг Д						
Элементы отраслевой организационной структуры						

Субъектно-перделевая матрица и ее трансформация при визуализации отраслевой интеграции

могут в виде столбцов располагаться вдоль горизонтальной оси в порядке, определяемой названиями по алфавиту, географической близостью к штаб-квартире соответствующей корпорации и любыми другими признаками/факторами, обеспечивающими «автоматическое» ранжирование по формальному признаку.

При использовании матрицы как инструмента визуализации различных вариантов решений по отраслевой реструктуризации, элементарные ячейки — «площадки» трансформируются/перераспределяются в новые организационные структуры. На рисунке для четырех (исключительно гипотетических) предприятий А, Б, В и Г приводится пример отраслевой интеграции с формированием трех интегрированных структур Д, Е и Ж. В исходной структуре предприятие А, например, было монополистом в области проведения заказных НИОКР и перспективных исследований (передел 1), предприятия А и Б конкурировали при создании двигательных и энергетических установок (передел 2.1), а предприятие В реализовывало полный цикл создания космических аппаратов и средств выведения, а также оказывало космические услуги конечным потребителям (переделы 2.2-4). В предложенном для иллюстрации варианте реструкту-

ризации по переделам 2.2-4 реализуется конкуренция между интегрированными структурами Е и Ж, в то время как переделы 1-2.1 сведены в интегрированной структуре Д в качестве монопольных. Отметим, что интеграция отдельных производственных комплексов в состав новых интегрированных структур становится возможной, прежде всего, в силу сохраняющейся общей (государственной) собственности на соответствующие предприятия, объединенные сегодня в общую корпоративную структуру. Кроме того, перемещение промплощадок «по горизонтали», т. е. передача тех или иных производств из одного предприятия в другое вне контекста комплексного слияния или поглощения, хотя достаточно распространено в мире (примером может служить приобретение в 2000 г. корпорацией «Boeing» спутниковых активов «компании» «Hughes Electronics» [17]), в отечественной практике представляет собой исключительно редкое явление и описывается здесь скорее в интересах общности.

Проблемы выбора рациональных отраслевых структур (определение вида СПМ), выбора соответствующих критериев и алгоритмов разбираются в ряде работ, например, работы [3, 7, 9]. Формализация взаимоотношений и постановка оптими-

зационных организационно-структурных задач в рамках СПМ-подхода могут осуществляться применительно к различным конкретным практикам. В качестве примера остановимся далее лишь на одном из актуальных феноменов, находящихся свое отражение в такой постановке — феномене вертикальной конкуренции.

3. ВЕРТИКАЛЬНАЯ КОНКУРЕНЦИЯ: ЧЕТВЕРТОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Вопрос о вертикальной конкуренции целесообразно ставить и решать применительно к проблематике становления новой системы отношений в РКП и управления соответствующими преобразованиями. Отметим, что на сегодня достаточно полно описаны традиционные проблемы конкуренции и интеграции на общем переделе (горизонтальная конкуренция и интеграция), а также вертикальная интеграция, приводящая в пределе к созданию универсальных холдингов полного цикла. Однако, недостаточно освещен в литературе по инновационному сектору экономики, его промышленных отраслей четвертый вид отношений между участниками СПМ — вертикальная конкуренция.

Определим вертикальную конкуренцию как деятельность каждого из участников общей цепочки переделов, направленную на максимизацию собственной доли итогового эффекта, полезного для производителя товара (оператора услуги), который возникает при создании и доведении до конечного потребителя создаваемых товаров и услуг. Примером практической реализации вертикальной конкуренции (обычно не рефлекслируемой таким образом) может служить, например, стремление головных предприятий оборонно-промышленного комплекса к отмене принципа⁴ «20 + 1» с соответствующим перераспределением чистой прибыли в пользу «головников». Вертикальные конкуренты при данной постановке делят между собой не рынок продуктов и услуг, а суммарный полезный эффект поставщика (производителя) в форме прибыли, возникающей при создании и продажах соответствующего продукта или услуги, а также приращение этого эффекта при повышении эффективности деятельности.

Сама концепция вертикальной конкуренции пока не устоялась. Различные источники опреде-

ляют этот феномен по-разному. Так, М. Портер [19] выделяет две силы «вертикальной» конкуренции: рыночная власть поставщиков и рыночная власть потребителей. Аналогично, российские отраслевые экономисты (см., например, работу [20]) трактуют вертикальную конкуренцию как взаимоотношения «между смежниками, в том числе между торговой сетью и потребителями. Это борьба за лучшие условия сбыта и приобретения товаров» [21]. В то же время, вертикальная конкуренция трактуется и как конкуренция между производителями разных товаров, способных удовлетворить одну и ту же потребность покупателя. Наконец, еще один аспект вертикальной конкуренции связан с «конкуренцией регуляторов», возникающей при взаимодействии участников рынка и институтов государственного регулирования (см., например, работу [22]). Мы будем далее рассматривать вертикальную конкуренцию в контексте «взаимоотношений между смежниками».

В своей работе Р. Стейнер [23] отмечает недостаток внимания, уделяемый феномену вертикальной конкуренции в экономической теории и практике. По Стейнеру, вертикальная конкуренция представляет собой взаимоотношения фирм-конкурентов, которые могут делить между собой доли рынка, *составляющие нормы прибыли* (курсив мой — Дм. П) и доли продаж в денежном исчислении. Стейнер далее ссылается на Ф. фон Хайека [24], который, в свою очередь, цитирует слова Сэмюэла Джонсона (автора классического толкового словаря английского языка XVIII века) о том, что конкуренция — это «старание получить то, что кто-то другой старается получить в это же самое время» (русский перевод по op.cit.).

Г. Николис и И. Пригожин отмечают двойственный характер проявления феномена конкуренции вообще: «Конкуренция довольно сложное по своему характеру явление природы. Например, она возникает в том случае, когда источники сырья для синтеза, роста и существования ограничены. При этом взаимодействие между отдельными элементами системы принимает форму борьбы, результат которой может быть двояким. Первая возможность состоит в том, что один из противоборствующих элементов будет устранен из системы, вторая же возможность связана с возникновением своего рода «динамического равновесия», при котором могут сосуществовать разнообразные компоненты системы» [25]. Вертикальная конкуренция представляет собой один из вариантов реализации второй отмеченной возможности, при которой конкурирующие субъекты должны достигать равновесия для сохранения возможности формирования конечного продукта соответствующей цепочки переделов.

⁴ «Одним из предложений Министерства обороны является ограничение рентабельности по формуле «1 % + 20 %» (1% к стоимости покупных комплектующих изделий (ПКИ) и работ (услуг) производственного характера, выполняемых сторонними организациями, 20 % к собственным затратам, включая стоимость сырья и материалов), а также «1 % + 25 %» при поставке продукции по кредитной схеме» [18].

Наш анализ взаимоотношений в рамках абстракции субъектно-передельной матрицы будет далее направлен на особенности перераспределения прибыли (нормы прибыли) в специфической для РКП конкурентной среде (о состоянии конкуренции в РКП см., например, работу [26]).

Рассмотрим феномен вертикальной конкуренции подробнее. Прежде всего, соответствующую целенаправленную деятельность следует рассматривать исключительно «при прочих равных», четко отделяя ее от других мероприятий по повышению экономической эффективности. В случае приближения ситуации к идеальной конкуренции (расширение числа участников сделок по всем переделам), роль и смысл вертикальной конкуренции снижаются и начинает расти значимость традиционной горизонтальной конкуренции.

Для упрощения дискуссии будем в дальнейшем рассматривать исключительно экономическую составляющую измерения полезных эффектов на всех уровнях передела и для всех их участников, включая как промышленных подрядчиков, так и конечного заказчика, полагая при этом тактико-технические характеристики соответствующих продуктов и услуг неизменными.

Снижая издержки и соответственно повышая собственную прибыль в случае, когда ценообразование на соответствующем переделе осуществляется по модели фиксированной цены (FP), участник цепочки переделов не прибегает к специфическим методам вертикальной конкуренции. Ситуация вертикальной конкуренции в данном случае возникает тогда, когда следующие по вертикали участники цепочки переделов, включая головное предприятие-«финишера» (генподрядчика), на котором эта цепочка заканчивается (а в общем случае — включая и потребителя конечного продукта цепочки), предпринимают целенаправленные шаги, направленные на то, чтобы получившееся в результате такого снижения издержек приращение чистой прибыли было бы реализовано не только для участника, реально снизившего собственные издержки, но и для других — или всех — вышестоящих участников цепочки переделов, а возможно — и для заказчика.

Пусть, например, себестоимость единственного в проекте субподрядчика составила C_1 единиц, прибыль в контракте заказчика с генподрядчиком — P_1 единиц, объем собственных работ генподрядчика — C_2 единиц и собственная прибыль генподрядчика — P_2 единиц. Результирующая цена продукта для потребителя составит $C_1 + P_1 + C_2 + P_2$ единиц (для упрощения не будем здесь рассматривать случай ценообразования по модели «затраты

плюс норма прибыли» (Cost Plus, CP), которая делает исследуемые зависимости несколько сложнее и в целом не поощряет инновации, направленные на снижение себестоимости).

При снижении субподрядчиком себестоимости C_1 на величину ΔC , в отсутствие вертикальной конкуренции (в смысле нашего определения) приращение прибыли субподрядчика будет также равным ΔC , и прибыль составит $P_1 + \Delta C$. Если, однако, генподрядчик обладает рыночной силой, достаточной для того, чтобы настаивать на пересмотре контрактных условий при таком снижении себестоимости, приращение прибыли может быть, например, поделено поровну между суб- и генподрядчиком. В этом случае прибыль субподрядчика составит $P_1 + \Delta C/2$, прибыль генподрядчика — $P_2 + \Delta C/2$. Резонно, однако, предположить, что, обладая, в свою очередь, рыночной силой, на своей доле в получающемся эффекте может настоять и заказчик, что приведет при равномерном распределении эффекта к прибыли двух участников производственной цепочки, равной соответственно $P_1 + \Delta C/3$, $P_2 + \Delta C/3$ и к снижению цены продукта для конечного потребителя на $\Delta C/3$.

Предложенная модель, несомненно, условная. Понятно, что настаивать на подобном разделении полезного эффекта «поровну» в реальной жизни невозможно и нецелесообразно, прежде всего, потому что снижающий издержки субподрядчик, как правило, делает это за счет инвестиций в повышение эффективности производства, что обуславливает необходимость частичного направления получаемого приращения прибыли на обслуживание и возврат соответствующего кредита. Соответственно, при дальнейшем приближении к реальности можно обсуждать «справедливое» перераспределение прибыли, получаемой благодаря снижению себестоимости на «нижнем» уровне цепочки переделов, с учетом упомянутых затрат субподрядчика, связанных с обслуживанием долга (а еще на следующем — о дополнительной компенсации субподрядчику проектных рисков и учете «стимулирующего вознаграждения за инициативу»).

Гораздо более сложные математические модели, основанные на реализации механизмов «честной игры» при распределении прибыли между подразделениями интегрированной структуры с целью достижения максимума прибыльности интегрированной структуры в целом («противозатратности»), представлены в ряде монографий в области теории активных систем и анализа функционирования организационных механизмов. Предложенный нами в качестве примера случай производственной цепочки соответствует рассмотренному в

работе [27, с. 34 и далее] случаю многоуровневой иерархической системы соисполнителей. Основное отличие заключается в том, что анализ производственной кооперации применительно к явлению вертикальной конкуренции преимущественно ведется в контексте инновационного развития и выработки механизмов поощрения предприятий, участвующих в работах по созданию современной техники, к внедрению новых технологий и проектно-конструкторских решений, ведущих в простейшем случае к снижению себестоимости, а в общем случае — к повышению технико-экономических показателей создаваемых средств. Соответственно, основные проблемы в части системного и экономического методического обеспечения соответствующих проектов изменений связаны скорее с формированием статических (структуры затрат) и динамических (движение денежных средств) моделей, подтверждающих достижение положительного эффекта для всех участников проекта, чем с тонкой настройкой распределения более или менее однородных работ между более или менее равнозначными исполнителями. Основная проблема, связанная с идеей прибыльности, которую приходится решать на стадии инициации и запуска соответствующих проектов, заключается скорее в разнесении тех или иных расходов по статьям затрат, чем в оптимизации распределения чистой прибыли между участниками проекта.

Несомненно, после того, как ожидаемая прибыль «очищена», т. е. методически корректно, во временной динамике и с учетом интересов всех задействованных игроков учтены как ожидаемые эффекты на «верхнем» уровне переделов (поставка готового изделия заказчику или оказание услуг конечным пользователям), так и затраты, необходимые со стороны участников проекта, может и должен ставиться вопрос о корректном распределении «чистых» эффектов среди участников проекта. Можно выдвинуть гипотезу, основанную на наблюдении за ходом реализации ряда проектов развития вне массовых, потребительских рынков: в современных условиях сочетание исходных данных, ограничивающих факторов, требований заказчиков и параметров внешней среды не предоставляет значительных возможностей для разработки оптимизационных моделей, основанных на «тонкой настройке» тех или непрерывных показателей. Скорее речь идет о получении «точечных» решений, с минимально допустимым «запасом» попадающих в пределы соответствующих многомерных областей определения.

Отметим, что при любом учете дополнительных затрат и необходимости стимулирования инициатора снижения издержек в «нижней» части цепочки переделов описываемое перераспределение

полезного эффекта возможно только на регулируемых рынках или переделах. В ситуации конкурентно совершенного передела у инициатора снижения издержек отсутствуют побудительные мотивы для такого перераспределения, кроме мотивов, связанных с ростом сбыта своей продукции при снижении ее продажной цены для неограниченного в условиях совершенной конкуренции круга потребителей — «финалистов». На совершенном рынке отказ от полного перевода эффекта снижения издержек в собственную прибыль может быть продиктован исключительно решением субподрядчика, направленным на рост обслуживаемой доли рынка соответствующего передела. В условиях же монополистического или «малонаселенного» олигополистического передела (что, как правило, и имеет место в случае единичного сокращения издержек субподрядчиком в РКП) как головной подрядчик, так и заказчик (в особенности — государственный заказчик) располагают широким диапазоном средств для «мягкого принуждения» снижающего издержки субподрядчика к «дележу» получаемого полезного эффекта. Очевидный и простейший инструмент — необходимость согласования соответствующих изменений проектно-конструкторской документации по проекту, проведения соответствующих сертификационных испытаний, возникновение необходимости в дополнительных работах на стороне генподрядчика и др.

Дополнительным фактором подобного «дележа» может быть административная зависимость или соподчиненность участников цепочки переделов в пределах общего холдинга или даже общей мезо-экономической системы с заказчиком — например, в формате госкорпорации, когда экономический эффект перераспределяется целенаправленно с помощью известных подходов к трансфертному ценообразованию. В конечном итоге, предприятию — инициатору снижения себестоимости приходится решать плохо формализуемую оптимизационную задачу, связанную с достижением в вышестоящей части цепочки переделов консенсуса по целесообразности соответствующих изменений, обусловленного в том числе и перераспределением полезного эффекта. Отметим, что, вообще говоря, принципиальная возможность подобного эффективного перераспределения ставится под сомнение известным тезисом О. Уильямсона о невозможности избирательного вмешательства [28] и подробно разбирается в ряде классических работ по теории индустриальной организации и проблематике «границ фирмы» (можно сослаться, например, на монографию [29]), однако глубокий теоретический анализ по данному направлению лежит за пределами рассмотрения этой работы.



Полезный эффект далеко не всегда принимает форму чистой прибыли поставщика или снижения цены контракта для заказчика. Даже при оговоренном ранее фиксированном характере тактико-технических характеристик в рамках рассматриваемой задачи, дополнительным фактором может быть, например, повышение прогнозируемой надежности изделий в целом и их составных частей, которое также может выступать в качестве «предмета торга» при решении указанной плохо формализованной задачи. Свою роль могут играть и соображения роста объема выпуска в условиях сколько-либо значимой эластичности спроса.

В описанном случае, концептуально довольно близком к реальности, хотя и основанном на сильном допущении о возможности отказа от модели СР в пользу модели FP, прирост прибыли субъекта вверх по цепочке переделов осуществляется, по сути, путем извлечения вышестоящими субъектами «ренды с местоположения» на монопсонических переделах. С другой стороны, снижающий издержки субподрядчик заинтересован как в устойчивости сбыта своего продукта предприятию-«головнику», так и в устойчивости сбыта конечному потребителю готового продукта в конце цепочки, и поэтому вполне доброкачественным образом будет готов идти на частичное перераспределение полезного эффекта для повышения экономической эффективности, а соответственно — и устойчивости деятельности «вышестоящих» участников проекта.

4. ВЕРТИКАЛЬНАЯ КОНКУРЕНЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТЬЮ

Еще один «конструктивный» вариант, реализуемый в случае общего административного подчинения рассматриваемых предприятий, связан с концепцией «управления конкурентоспособностью» (см., например, работу [30]), которое в данном конкретном случае имеет право на существование в формате целенаправленного распределения получаемого экономического эффекта управляющей компанией, заинтересованной в росте эффективности и устойчивости системы в целом, а не исключительно инициативного субподрядчика. Любая деятельность полностью или частично независимых субъектов, направленная на увеличение собственной доли в таком эффекте, по нашему мнению, типологически сходна с конкуренцией на моно- или олигопсонических рынках, и в этом качестве может рассматриваться в качестве «вертикальной конкуренции» (а деятельность общего собственника-управленца в данном случае — в качестве «управления конкурентоспособностью» за-

действованных в цепочке переделов зависимых от него субъектов).

При расширении границ рассматриваемой корпорации до пределов государственного сектора экономики примером практической реализации понимаемой таким образом вертикальной конкуренции могут служить все коллизии, связанные с недавними (до начала существенных изменений макроэкономической конъюнктуры) попытками внешних относительно РКП организаций или ведомств организовать закупку космических средств для целей собственной деятельности за границей (см., например, сообщение [31]). Выступая в качестве собственника-управленца госсектора в целом, соответствующие лица, принимающие решение, должны в подобных случаях выбирать между вариантами, связанными с гипотетическим ограничением эффективности деятельности машиностроительного (при заказе спутников за рубежом) либо операторского (при отказе от импорта) передела в госсекторе. При этом источником исходного эффекта при реализации варианта с импортом является большая в ряде случаев целевая эффективность предлагаемых к приобретению зарубежных космических средств. В современной геополитической обстановке, однако, обстоятельства и сложности выхода на внешний рынок приобретения финишных изделий ракетно-космической промышленности носит в значительной степени умозрительный характер.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный в работе формализм субъектно-переделной матрицы, учитывающий как характер отраслевой цепочки ценности, так и четыре вида взаимодействия — вертикальную и горизонтальную интеграцию и конкуренцию, может послужить платформой для развития в дальнейшем как структурных, так и количественных исследований в области конкурентоспособности и стратегического планирования развития ракетно-космической и смежных отраслей промышленности — везде, где до сих пор сохраняется возможность целенаправленного (в силу общности владения, прежде всего) перераспределения производственных комплексов и целевых переделов между предприятиями той или иной «проектируемой» подотрасли. С практической точки зрения, внедрение в практическую деятельность описанных подходов к представлению отраслевой структуры и вариантов ее развития позволило бы обеспечить единообразие в понимании переделной структуры целевых рынков и общей целевой архитектуры реформируемой отрасли.

Кроме того, полагаем, что детальное исследование и более отчетливая интеграция в круг операционных понятий мезоэкономического анализа категории вертикальной конкуренции потребовало бы существенного объема работы значительно большей теоретической насыщенности. На данном этапе мы будем считать основную цель достигнутой, если настоящая публикация инициирует дальнейшее изучение описанных явлений, и вполне возможно — более аргументированную постановку вопроса о целесообразности (или нецелесообразности) использования в контексте отраслевого анализа самой категории вертикальной конкуренции.

Автор приносит свою искреннюю благодарность уважаемым коллегам, взаимодействие с которыми существенно обогатило настоящую работу. Среди них — М. Афанасьев, И. Баклашова, К. Давидян, М. Шепелев, И. Фролов, Г. Хворостянов. Отдельная благодарность — М. Бендикову за высокопрофессиональное обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бендилов М.А., Фролов И.Э. Высокотехнологичный сектор промышленности России: состояние, тенденции, механизмы инновационного развития. — М.: Наука, 2007. — 583 с.
2. Давыдов В.А., Коноров А.А., Макаров Ю.Н., Пайсон Д.Б. Перспективы развития ракетно-космической промышленности с учетом проводимой инновационной политики в стране и международной космической деятельности России / под общ. ред. К.С. Касаева. — М.: ЗАО «НИИ «ЭНЦИТЕХ», 2008. — 387 с.
3. Афанасьев М.В. Структурное реформирование экономического объекта (методы, модели и алгоритмы). — М.: Спутник +, 2014. — 217 с.
4. Сафронов И. «Нет такой программы, которую можно написать и она будет работать без поправок» / и. о. гендиректора Объединенной ракетно-космической корпорации Юрий Власов об итогах первого этапа реформы отрасли // Коммерсант. — 2015. — № 97. — 4 июня. — С. 4.
5. Полтерович В.М. Элементы теории реформ. — М.: Экономика, 2007. — 446 с.
6. Тамбовцев В.Л. Основы институционального проектирования. — М.: Инфра-М, 2008. — 144 с.
7. Пайсон Д.Б. Космическая деятельность: Эволюция, организация, институты. — М.: Кн. дом «ЛИБРОКОМ», 2010. — 312 с.
8. Клейнер Г.Б. Эволюция институциональных систем. — М.: Наука, 2004. — 240 с.
9. Бутыркин А.А. Вертикальная интеграция и вертикальные ограничения в промышленности. Научная монография. — М.: Едиториал УРСС, 2003. — 200 с.
10. Колесник Г.В. Анализ вертикальных эффектов конкуренции фирм на иерархических рынках // Экономическая наука современной России. — 2013. — № 1. — С. 25—38.
11. Колесник Г.В. Моделирование конкуренции в иерархических социально-экономических системах. — М.: ЛЕНАНД, 2015. — 352 с.
12. Фролов И.Э., Ганичев Н.А. Научно-технологический потенциал России на современном этапе: проблемы реализации и перспективы развития // Проблемы прогнозирования. — 2014. — № 1. — С. 3—20.
13. Фролов И.Э. Инновации как процесс движения капитала и ключевой фактор модернизации экономики России // Финансы и кредит. — 2013. — № 7. — С. 18—30.
14. Кондратьев В.В. Управление архитектурой предприятия: конструктор регулярного менеджмента: 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Инфра-М, 2015. — 258 с.
15. Росатом. Публичный годовой отчет. 2014 год [Электронный ресурс] / Официальный веб-сайт Госкорпорации «Росатом». — URL: <http://rosatom.ru/about/> (дата обращения 1.07.2016).
16. The Space Economy in the UK: An economic analysis of the sector and the role of policy / BIS Economics Paper No. 3 // UK Department for Business, Innovation and Skills, February 2010.
17. Boeing-Hughes Merger Procedure. REGULATION (EEC) No 4064/89. Decision of the European Commission of 29/09/2000 [Электронный ресурс] / Официальный веб-сайт Европейской комиссии. — URL: http://ec.europa.eu/competition/mergers/cases/decisions/m1879_en.pdf (дата обращения 1.07.2016).
18. Толкачев С.А. Механизмы реализации государственного оборонного заказа и инновационная активность ОПК [Электронный ресурс] / Капитал страны. Информационный партнер ТПП России, 15 апреля 2012 г. — URL: <http://kapital-rus.ru/articles/article/205390> (дата обращения 1.07.2016).
19. Портер М. Конкурентная стратегия: Методика анализа отраслей и конкурентов / пер. с англ. И. Минервина: 2-е изд. — М.: Альпина Бизнес Букс, 2006. — 452 с.
20. Трофимова Е.О. Методология аналитических исследований фармацевтического рынка: автореф. дис. ... д-ра фарм. наук. — СПб., 2007. — 52 с.
21. Аничин В.Л. Регулирование вертикальной конкуренции как способ модернизации АПК // Проблемы экономики. — 2013. — № 1. — С. 28—33.
22. Бендилов М.А., Колесник Г.В. Оценка эффективности саморегулируемых рынков в условиях конкуренции регуляторов // Финансы и кредит. — 2013. — № 18 (546). — С. 21—31.
23. Steiner R.L. Vertical Competition, Horizontal Competition and Market Power // The Antitrust Bulletin. — 2008. — Vol. 53, N 2. — P. 251—270.
24. Хайек фон Ф.А. Смысл конкуренции / В сб.: Индивидуализм и экономический порядок (Сер. «Австрийская школа», вып. 24). — Челябинск: Социум, 2011. — 432 с.
25. Николс Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. — М.: Мир, 1979. — 512 с.
26. Пайсон Д.Б. Конкуренция в ракетно-космической промышленности: время ответственных решений // Экономический анализ: теория и практика. — 2014. — № 3. — С. 2—11.
27. Ануфриев И.К., Бурков В.Н., Вилкова Н.Н., Рапацкая С.Т. Модели и механизмы внутрифирменного управления / Препринт. — М.: ИПУ РАН, 1994. — 72 с.
28. Уильямсон О. Экономические институты капитализма. — СПб.: Лениздат, 1996. — 704 с.
29. Милгром П., Робертс Дж. Экономика, организация и менеджмент: в 2-х т. / пер. с англ. — СПб.: Экономическая школа, 1999. — Т. 1. — 472 с.; Т. 2. — 424 с.
30. Фатхутдинов Р.А. Конкурентоспособность: экономика, стратегия, управление: учеб. пособие. — М.: Инфра-М, 2000. — 312 с.
31. Чеберко И. «Космическая связь» отстояла в суде право купить иностранный спутник // Известия. — 2014. — 30 сент.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Бурковым.

Пайсон Дмитрий Борисович — д-р экон. наук, канд. техн. наук, директор Информ.-исслед. центра, ОАО «Объединенная ракетно-космическая корпорация», г. Москва, dprayson@mail.ru.

СЕТЕВОЙ АНАЛИЗ СРЕДЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ РЕГИОНАЛЬНОГО ЭКОЛОГИЧЕСКОГО МЕНЕДЖМЕНТА¹

С.В. Ратнер

Предложен метод сетевого анализа среды функционирования, адаптированный для решения широкого класса практико-ориентированных задач территориального экологического менеджмента, в которых требуется учет и оценка разнонаправленных воздействий экономики региона на окружающую среду. Проведена оценка комплексной эколого-экономической эффективности регионов России с помощью предложенного метода и альтернативных подходов, выявлены сходства и различия в результатах, обсуждены их причины. Выявлено, что основные достоинства разработанного подхода в контексте решения задач экологического менеджмента заключаются в возможности покомпонентной оценки экономической и экологической эффективности региональной экономической системы, в возможности учета при расчете экологической эффективности бытовых нагрузок на окружающую среду, осуществляемых населением, а также в простоте численной реализации, не требующей привлечения специализированных программных средств и компетенций.

Ключевые слова: анализ среды функционирования, оптимизация, эколого-экономическая эффективность, региональная экономическая система.

ВВЕДЕНИЕ

Современная система экологического менеджмента в России на региональном уровне обладает существенными недостатками. Отсутствие должного технического оснащения органов государственного и негосударственного экологического контроля часто не позволяет определить реальный суммарный объем негативного воздействия на окружающую среду конкретного экономического агента [1]. Существующие нормативы платы за негативное воздействие на окружающую среду не учитывают интегрального воздействия загрязняющих веществ, выбрасываемых различными предприятиями [2]. Отсутствуют экономические механизмы стимулирования предприятий к переходу на наилучшие доступные технологии, минимизирующие негативные экологические эффекты [3]. В результате состояние окружающей среды в стра-

не не улучшается, несмотря на то, что большинство «грязных» производств активно занимаются вопросами внедрения стандартов ИСО 14001 [4].

Официальные результаты ежегодного экологического мониторинга Минприроды РФ свидетельствуют о том, что качество атмосферного воздуха городов РФ неудовлетворительное: в 174 городах страны с населением 60,7 млн жителей средняя за год концентрация какой-либо примеси превышала 1 ПДК (предельно допустимая концентрация) [5]. В связи с недостаточной модернизацией промышленных и бытовых очистных сооружений, на большинстве водных объектов РФ по ряду ингредиентов наблюдалось превышение в 10 и 30 ПДК. Объем образования отходов всех классов опасности из года в год в два раза превышает объем их использования и обезвреживания. Наблюдается рост потерь свежей воды при транспортировке [5]. Таким образом, состояние окружающей среды в регионах РФ оценивается как критическое по широкому набору экологических параметров, каждый из которых в пределах локальных экосистем взаимосвязан с остальными через множество наблюдаемых и ненаблюдаемых прямых и обратных связей.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 16-06-00147 «Разработка моделей анализа среды функционирования для оптимизации траекторий развития региональных экономических систем по экологическим параметрам».

Полное или частичное устранение негативных экологических эффектов деятельности региональных экономических систем сопряжено со значительными затратами, а в некоторых случаях технологически неосуществимо². Отсутствие комплексного понимания экологической составляющей процессов производства и потребления продукции при разработке проектов экономического развития и природоохранной деятельности может привести к неожиданным и нежелательным последствиям, когда положительный эффект от снижения негативного воздействия на окружающую среду по одному параметру (или группе параметров) полностью нивелируется увеличением нагрузки на экосистемы по другому параметру (или группе параметров)³. Поэтому проблема разработки и внедрения в практику принятия управленческих решений инструментов оценки, анализа и прогнозирования комплексной эколого-экономической эффективности производственной деятельности как отдельных экономических агентов, так и региональной социально-экономической системы в целом остается актуальной.

В последнее десятилетие в научной литературе активно развивается непараметрический метод оценки сравнительной эффективности хозяйственной деятельности множества однородных производственных объектов по набору эколого-экономических показателей — экологический анализ среды функционирования (Ecological Data Envelopment Analysis — EDEA) [7]. Данный метод находит применение для решения все более широких классов управленческих задач, так как позволяет моделировать различные аспекты деятельности производственных объектов (ПО), зная только их входы (используемые ресурсы) и выходы (результаты деятельности). В отличие от традиционных моделей анализа среды функционирования (АСФ), в которых решается задача максимизации отношения линейной комбинации взвешенных выходов каждого ПО к линейной комбинации его взвешенных входов⁴, в экологическом АСФ часть выходов мо-

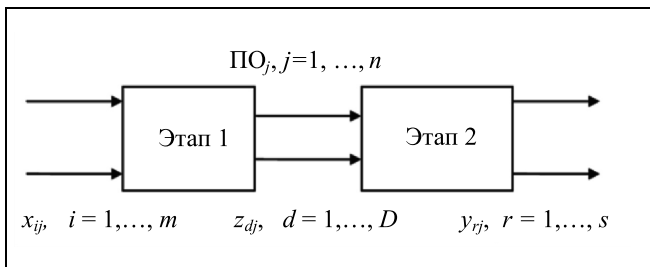
дели являются желательными (и подлежат максимизации), а часть выходов — нежелательными (и подлежат минимизации). Такого рода методологические сложности чаще всего преодолеваются путем разбиения меры эффективности производственного объекта на две части, одна из которых отражает экологическую эффективность объекта, а другая — экономическую. Для учета обеих мер эффективности объекта в одной модели конструируют их некую комбинацию, отвечающую общей логике решения задачи — максимизации желательных входов и минимизации нежелательных выходов и входов [8]. При таком подходе вычислительная сложность решения задачи существенно повышается. В некоторых работах нежелательные выходы деятельности производственных объектов рассматриваются как входы, и для оценки эффективности решается базовая ориентированная по входам модель АСФ — модель CCR (по первым буквам фамилий разработчиков — A. Charnes, W.W. Cooper, E. Rhodes) [9]. Однако применение такого подхода дает трудно интерпретируемые результаты: зачастую в результате решения задачи одинаковую меру эффективности демонстрируют производственные объекты с очень слабыми экономическими результатами, которые оказывают сравнительно малое негативное влияние на окружающую среду благодаря не ресурсосберегающим технологиям, а минимальному масштабу производства, и объекты с очень сильными экономическими результатами, которые компенсируют относительно высокие негативные экологические эффекты развитостью производства [10].

В то же время в ряде работ, посвященных развитию метода двухэтапного АСФ, активно разрабатывается подход к решению класса практических задач, в которых экономическая эффективность производственного объекта оказывает опосредованное влияние на другие параметры его деятельности (рыночную стоимость, рейтинг, долю рынка), имеющие равную или даже более высокую значимость для долгосрочной конкурентоспособности. В таких случаях задачу оценки экономической эффективности объекта можно считать задачей первого уровня, а задачу оценки эффективности его деятельности на фондовом рынке, деятельности по формированию и продвижению бренда и др. — задачей второго уровня, где выходы модели первого уровня служат входами модели второго уровня (рисунок). В традиционных обозначениях, принятых в задачах АСФ, это означает, что у каждого j -го ПО имеется m входов x_{ij} , $j = 1, 2, \dots, n$, $i = 1, 2, \dots, m$, и D выходов z_{dj} , $d = 1, 2, \dots, D$, на первом этапе. Эти D выходов становятся входами на следующем этапе и называются

² Например, на настоящий момент отсутствуют технологии нейтрализации диоксида серы, оксида углерода и оксидов азота — основных компонентов выбросов в атмосферу электростанций, работающих на самом экологически чистом виде топлива — природном газе.

³ Ярким примером может служить разработка и внедрение технологий улавливания углекислого газа в электроэнергетике, при которой снижение объемов выбросов парниковых газов в процессе генерации энергии сопровождается увеличением потребления воды [6].

⁴ В задачах, ориентированных по входам (input-oriented). Возможна и обратная ориентация задачи (output-oriented), при которой максимизации подлежит отношение линейной комбинации взвешенных входов к линейной комбинации взвешенных выходов.



Логика двухэтапной модели анализа среды функционирования [11]

ся промежуточными результатами. Выходы на втором этапе обозначены как y_{rj} , $r = 1, 2, \dots, s$.

Для решения таких иерархических задач применяются, в основном, либо метод декомпозиции меры эффективности, когда общая эффективность двухэтапного процесса определяется как некая композиция мер эффективности e_j^1 и e_j^2 для первого и второго этапов соответственно [12], либо сетевые модели АСФ, в которых могут рассматриваться как входы второго этапа не только промежуточные результаты, полученные при решении задачи первого уровня (см. рисунок), но и дополнительные входы, не участвующие в определении эффективности ПО на первом этапе [13].

В настоящей работе предпринята попытка применения сетевого метода АСФ для сравнительной оценки эколого-экономической эффективности регионов РФ.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО АНАЛИЗА СРЕДЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

Постановка различных типов задач экологического АСФ излагается в соответствии с работой [8]. Пусть имеется n однородных ПО, каждый из которых задан m входами и p выходами. Пусть выходы $1, 2, \dots, k$ являются желательными (и подлежат максимизации), а $k+1, k+2, \dots, p$ — нежелательными (и подлежат минимизации). Декомпозируем матрицу выходов на две части:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}^g \\ \mathbf{Y}^b \end{pmatrix},$$

где верхняя часть размерностью $k \times n$ ответственна за желательные, а нижняя часть размерностью $(p-k) \times n$ — за нежелательные выходы.

Множество производственных возможностей будем полагать монотонным и определим как

$$T = \{\mathbf{u} | \mathbf{u} = \mathbf{U}\lambda\}$$

где

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}^g \\ -\mathbf{Y}^b \\ -\mathbf{X} \end{pmatrix}, \quad \lambda > 0, \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1.$$

Назовем стандартную меру эффективности модели CCR [9] (отношение взвешенной суммы желательных выходов к взвешенной сумме входов) технической эффективностью, а модель

$$\max h_0 = \sum_{r=1}^k \mu_r y_{r0} / \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{r=1}^k \mu_r y_{rj} / \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 1,$$

где $\mu_r, v_i \geq \varepsilon$ — двойственные веса, $\varepsilon > 0$ — бесконечно малая величина, — моделью экономической эффективности производственного объекта с индексом «0».

Отношение взвешенной суммы желательных выходов к взвешенной сумме нежелательных выходов назовем экологической эффективностью, а модель

$$\max g_0 = \sum_{r=1}^k \mu_r y_{r0} / \sum_{s=k+1}^p \mu_s y_{s0} \quad (2)$$

при ограничениях

$$\sum_{r=1}^k \mu_r y_{rj} / \sum_{s=k+1}^p \mu_s y_{sj} \leq 1,$$

$\mu_r \geq \varepsilon$, $r = 1, \dots, p$, — моделью экологической эффективности производственного объекта с индексом «0».

Тогда меры эффективности обеих моделей могут рассматриваться как выходы новой модели АСФ с единичными входами, которая позволяет рассчитать полную меру эффективности производственных объектов. Данный метод достаточно просто реализуем с вычислительной точки зрения, так как предполагает применение стандартных пакетов прикладных программ открытого доступа (например, DEA Frontier, MaxDEA, Open Source DEA).

Помимо рассмотренного подхода, основанного на идее декомпозиции меры эффективности, в литературе по экологическому АСФ широко представлен альтернативный подход, основанный на конструировании некой интегральной меры эффективности, позволяющей учесть все имеющиеся

в распоряжении исследователя наблюдаемые входы и выходы. Так, например, отношение

$$h_A = \left(\sum_{r=1}^k \mu_r y_{r0} - \sum_{s=k+1}^p \mu_s y_{s0} \right) / \sum_{i=1}^m v_i x_{i0}, \quad (3)$$

очевидно, будет учитывать как желательные, так и нежелательные выходы первоначальной модели, а максимизация данного отношения при ограничениях

$$\left(\sum_{r=1}^k \mu_r y_{rj} - \sum_{s=k+1}^p \mu_s y_{sj} \right) / \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 1,$$

$j = 1, \dots, n$, $\mu_r, v_i \geq \varepsilon$, $r = 1, \dots, p$, $i = 1, \dots, m$, $\varepsilon > 0$, будет соответствовать общей логике решения задачи АСФ: желательные входы должны максимизироваться, а нежелательные — минимизироваться.

Следуя стандартному для модели ССР алгоритму трансформации коэффициентной формы (3) в линейную форму, получим прямую задачу линейного программирования: найти

$$\text{ming}_A = \theta - \varepsilon \mathbf{E}(\mathbf{s}^b + \mathbf{s}^g + \mathbf{s}^-) \quad (4)$$

при ограничениях

$$\mathbf{Y}^g \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{s}^g = \mathbf{y}_0^g,$$

$$\mathbf{Y}^b \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{s}^b = \mathbf{y}_0^b,$$

$$\mathbf{X} \boldsymbol{\lambda} - \theta \mathbf{x}_0 + \mathbf{s}^- = \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{s}^-, \mathbf{s}^g, \mathbf{s}^b \geq \mathbf{0}$$

и двойственную задачу: найти

$$\text{max} h_A = \boldsymbol{\mu}_g^T \mathbf{y}_0^g - \boldsymbol{\mu}_b^T \mathbf{y}_0^b$$

при ограничениях

$$\mathbf{v}^T \mathbf{x}_0 = 1; \quad \boldsymbol{\mu}_g^T \mathbf{Y}^g - \boldsymbol{\mu}_b^T \mathbf{Y}^b - \mathbf{v}^T \mathbf{X} \leq \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{\mu}_g, \boldsymbol{\mu}_b, \mathbf{v} \geq \varepsilon \mathbf{E}.$$

Нетрудно заметить, что модель (4) близка к стандартному виду ориентированной по входам (input-oriented) ССР-модели, по которой рассчитывается мера эффективности ПО с индексом «0», обозначенная через θ . Единственное отличие заключается в том, что значения нежелательных выходов для каждого рассматриваемого в данный момент ПО являются верхними границами для линейной комбинации других нежелательных выходов.

Рассмотрим теперь другой способ учета нежелательных выходов. Так как они должны минимизироваться, приравняем их к входам модели и сформируем полную меру эффективности, вклю-

чающую в себя как экономическую, так и экологическую компоненту:

$$h_B = \sum_{r=1}^k \mu_r y_{r0} / \left(\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} + \sum_{s=k+1}^p \mu_s y_{s0} \right).$$

Тогда исходная дробно-линейная задача математического программирования примет вид:

$$\text{max} h_B = \sum_{r=1}^k \mu_r y_{r0} / \left(\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} + \sum_{s=k+1}^p \mu_s y_{s0} \right)$$

при ограничениях

$$\sum_{r=1}^k \mu_r y_{rj} / \left(\sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + \sum_{s=k+1}^p \mu_s y_{sj} \right) \leq 1.$$

Или в линеаризированной форме: найти

$$\text{ming} B = \theta - \varepsilon \mathbf{E}(\mathbf{s}^b + \mathbf{s}^g + \mathbf{s}^-) \quad (5)$$

при ограничениях

$$\mathbf{Y}^g \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{s}^g = \mathbf{y}_0^g,$$

$$\mathbf{Y}^b \boldsymbol{\lambda} - \theta \mathbf{y}_0^b + \mathbf{s}^b = \mathbf{0},$$

$$\mathbf{X} \boldsymbol{\lambda} - \theta \mathbf{x}_0 + \mathbf{s}^- = \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{s}^-, \mathbf{s}^g, \mathbf{s}^b \geq \mathbf{0}.$$

Двойственная задача в этом случае формулируется следующим образом: найти

$$\text{max} h_B = \boldsymbol{\mu}_g^T \mathbf{y}_0^g$$

при ограничениях

$$\mathbf{v}^T \mathbf{x}_0 + \boldsymbol{\mu}_b^T \mathbf{y}_0^b = 1, \quad \boldsymbol{\mu}_g^T \mathbf{Y}^g - \boldsymbol{\mu}_b^T \mathbf{Y}^b - \mathbf{v}^T \mathbf{X} \leq \mathbf{0},$$

$$\boldsymbol{\mu}_g, \boldsymbol{\mu}_b, \mathbf{v} \geq \varepsilon \mathbf{E}.$$

Модель (5) также имеет вид стандартной ориентированной по входам ССР-модели. Сокращение нежелательных выходов происходит в ней одновременно с сокращением входов, поэтому полная эффективность ПО, рассчитанная по модели (5) не может быть меньше его полной эффективности, рассчитанной по модели (4).

Еще один, применяемый в моделях экологического АСФ, способ учета нежелательных выходов состоит в интерпретации нежелательных выходов как единственных входов модели. Тогда для достижения полной эффективности ПО должны сокращать только нежелательные выходы, оставляя входы и желательные выходы модели неизменными. В этом случае полная мера эффективности примет вид

$$h_C = \left(\sum_{r=1}^k \mu_r y_{r0} - \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \right) / \sum_{s=k+1}^p \mu_s y_{s0},$$

а задача АСФ сведется к нахождению

$$\max h_C = \left(\sum_{r=1}^k \mu_r y_{r0} - \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \right) / \sum_{s=k+1}^p \mu_s y_{s0}$$

при ограничениях

$$\left(\sum_{r=1}^k \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \right) / \sum_{s=k+1}^p \mu_s y_{sj} \leq 1.$$

Или в линеаризованном виде в случае прямой задачи: найти

$$\min g_C = \theta - \varepsilon \mathbf{E}(\mathbf{s}^b + \mathbf{s}^g + \mathbf{s}^-), \quad (6)$$

$$\mathbf{Y}^g \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{s}^g = \mathbf{y}_0^g,$$

$$\mathbf{Y}^b \boldsymbol{\lambda} - \theta \mathbf{y}_0^b + \mathbf{s}^b = \mathbf{0},$$

$$\mathbf{X} \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{s}^- = \mathbf{x}_0, \quad \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{s}^-, \mathbf{s}^g, \mathbf{s}^b \geq \mathbf{0}.$$

В случае двойственной задачи: найти

$$\max h_C = \mu_g^T \mathbf{y}_0^g - \mathbf{v}^T \mathbf{x}_0,$$

$$\mu_b^T \mathbf{y}_0^b = 1, \quad \mu_g^T \mathbf{Y}^g - \mu_b^T \mathbf{Y}^b - \mathbf{v}^T \mathbf{X} \leq \mathbf{0}, \quad \mu_g, \mu_b, \mathbf{v} \geq \varepsilon \mathbf{E}.$$

Модель (6) практически эквивалентна модели (4), в которой роли входов и нежелательных выходов меняются при интерпретации.

Также возможно использование меры эффективности, обратной к мере h_B для построения модели, ориентированной по выходам. Тогда для решения задачи экологического АСФ необходимо будет найти

$$\min h_D = \left(\sum_{s=k+1}^p \mu_s y_{s0} + \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \right) / \sum_{r=1}^k \mu_r y_{r0}$$

при ограничениях

$$\left(\sum_{s=k+1}^p \mu_s y_{sj} + \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \right) / \sum_{r=1}^k \mu_r y_{rj} \leq 1,$$

что равнозначно решению прямой задачи линейного программирования: найти

$$\max g_D = \theta + \varepsilon \mathbf{E}(\mathbf{s}^b + \mathbf{s}^g + \mathbf{s}^-), \quad (7)$$

$$\mathbf{Y}^g \boldsymbol{\lambda} - \theta \mathbf{y}_0^g + \mathbf{s}^g = \mathbf{0},$$

$$\mathbf{Y}^b \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{s}^b = \mathbf{y}_0^b,$$

$$\mathbf{X} \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{s}^- = \mathbf{x}_0, \quad \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{s}^-, \mathbf{s}^g, \mathbf{s}^b \geq \mathbf{0}.$$

Или двойственной: найти

$$\min h_D = \mu_g^T \mathbf{y}_0^g + \mathbf{v}^T \mathbf{x}_0,$$

$$\mu_b^T \mathbf{y}_0^b = 1, \quad \mu_g^T \mathbf{Y}^g - \mu_b^T \mathbf{Y}^b - \mathbf{v}^T \mathbf{X} \leq \mathbf{0}, \quad \mu_g, \mu_b, \mathbf{v} \geq \varepsilon \mathbf{E}.$$

С вычислительной точки зрения наилучшие возможности для решения задач с помощью стандартных пакетов прикладных программ представляют модели (5) и (7), так как они не требуют представления нежелательных выходов или входов ПО в виде отрицательных чисел. Для численной реализации моделей (4) и (6) требуются более сложные версии модификации стандартных пакетов прикладных программ, обычно предоставляемые разработчиками только на платной основе.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СЕТЕВОГО АНАЛИЗА СРЕДЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

Постановка задачи сетевого АСФ излагается в соответствии с работой [11]. Рассмотрим n однородных ПО, у каждого из которых имеется m входов x_{ij} , $i = 1, 2, \dots, m$, и D выходов z_{dj} , $d = 1, 2, \dots, D$, на первом этапе оценки эффективности, которые одновременно служат входами второго этапа оценки эффективности. Выходы второго этапа обозначим как y_{rj} , $r = 1, 2, \dots, s$.

Обозначим меру эффективности каждого j -го ПО на первой стадии как e_j^1 , на второй как e_j^2 . Тогда для базовой ориентированной по входам модели ССР с постоянной отдачей на масштаб задача оценки эффективности сводится к нахождению:

$$\max e_j^1 = \sum_{d=1}^D w_d z_{dj} / \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}$$

$$\text{и } \max e_j^2 = \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} / \sum_{d=1}^D \tilde{w}_d z_{dj}$$

при ограничениях

$$\sum_{d=1}^D w_d z_{dj} / \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 1 \text{ и } \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} / \sum_{d=1}^D \tilde{w}_d z_{dj} \geq 1,$$

где v_i , w_d , $\tilde{w}_d$ и u_r — неизвестные неотрицательные веса.

Для определения полной эффективности ПО положим $w_d = \tilde{w}_d$ и получим:

$$e_j = e_j^1 e_j^2 = \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} / \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}.$$

Задача расчета полной эффективности сводится к ориентированной по входам задаче АСФ в коэффицентной форме: найти

$$\max(e_j^1, e_j^2) = \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} / \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \quad (8)$$

при ограничениях $e_j^1 \leq 1, e_j^2 \leq 1$.

Как обычно, модель (8) может быть представлена в линеаризованной форме (ограничимся представлением только прямой модели, так как двойственная модель получается из прямой стандартным путем):

$$\max \sum_{r=1}^s u_r y_{r0}$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D w_d z_{dj} &\leq 0, \\ \sum_{d=1}^D w_d z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0, \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} &= 1, \end{aligned} \quad (9)$$

где $w_d \geq 0, v_i \geq 0, u_r \geq 0$.

Аналогичным образом может быть определена модель ССР, ориентированная по выходам.

После нахождения значения коэффициента полной эффективности e_0^* (представленного как комбинация мер эффективности первого и второго этапов), он может быть декомпозирован на две составляющие согласно следующему алгоритму. На первом этапе определяется максимально возможное значение коэффициента эффективности e_1^* посредством решения задачи: найти

$$\max \sum_{d=1}^D w_d z_{d0}$$

при ограничениях (9) и $\sum_{r=1}^s u_r y_{r0} = e_0^*$ и определить минимально возможное значение коэффициента эффективности: $e_0^{2*} = e_0^* / e_0^{1*}$.

Аналогичным образом сначала может быть решена задача для нахождения e_0^{2*} . Поэтому в общем случае e_0^{1*} и e_0^{2*} могут быть определены не единственным образом. Порядок нахождения e_0^{1*} и e_0^{2*} в таком случае определяется, исходя из того, функционирование какого из двух исследуемых блоков

(этапов процесса создания стоимости) ПО представляет большую важность для исследования (см., например, работу [14]). В случае, если первый блок ПО оказывает более сильное влияние на его общую эффективность, мера эффективности первого этапа e_0^{1*} находится первой и не изменяется во время решения задачи об оценке меры эффективности второго этапа e_0^{2*} .

Важный класс моделей сетевого АСФ составляют модели с дополнительными входами на втором этапе оценки эффективности ПО, не входящих в исходное множество $x_{ij}, i = 1, 2, \dots, m$. Обозначим дополнительные входы второго блока как $\tilde{x}_{hj}, h = 1, 2, \dots, H$. Тогда задача оценки меры эффективности второго блока ПО (при условии доминирования первого блока в определении полной эффективности) принимает вид: найти

$$\max e_j^2 = \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} / \left(\sum_{d=1}^D w_d z_{dj} + \sum_{h=1}^H q_h \tilde{x}_{hj} \right)$$

при ограничениях

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} / \left(\sum_{d=1}^D w_d z_{dj} + \sum_{h=1}^H q_h \tilde{x}_{hj} \right) \leq 1,$$

$$\sum_{d=1}^D w_d z_{d0} = e_1^*,$$

$$\sum_{d=1}^D w_d z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0,$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1, \quad v_i, w_d, u_r, q_h \geq 0.$$

Или в линеаризованной форме: найти

$$\max \sum_{r=1}^s u_r y_{r0}$$

при ограничениях

$$\sum_{d=1}^D w_d z_{d0} + \sum_{h=1}^H q_h \tilde{x}_{h0} = 1,$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D w_d z_{dj} - \sum_{h=1}^H q_h \tilde{x}_{hj} \leq 0,$$

$$\sum_{d=1}^D w_d z_{d0} - e_1^* \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 0,$$

$$\sum_{d=1}^D w_d z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad \forall j.$$

В случае необходимости согласования поведения первого и второго блоков ПО для достижения максимальной полной эффективности, модель принимает вид:

$$\max \frac{\sum_{d=1}^D w_d z_{d0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \cdot \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{d=1}^D w_d z_{d0}} \quad (10)$$

при ограничениях

$$\sum_{d=1}^D w_d z_{dj} / \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 1 \quad \forall j$$

$$\text{и } \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} / \left(\sum_{d=1}^D w_d z_{dj} + \sum_{h=1}^H q_h \tilde{x}_{hj} \right) \leq 1 \quad \forall j.$$

Модель (10) уже не позволяет сформулировать задачу линейного программирования. Поэтому в работе [14] разработан способ ее трансформации в параметрическую задачу линейного программирования, что значительно усложняет вычислительную сторону задачи.

Очевидно, что сетевые модели АСФ позволяют естественным образом разделять полную эффективность любых ПО (в том числе региональных экономических систем) на экономическую и экологическую составляющие, а потому могут применяться для решения задач экологического АСФ. В качестве входов первого блока ПО, отвечающего за экономическую эффективность, могут рассматриваться труд (численность занятых в экономике), капитал (объем основных фондов или объем инвестиций), энергия и другие ресурсы. Выходы первого блока ПО или экономические результаты деятельности ПО (например, валовой региональный продукт (ВРП) или объем отгруженной продукции, работ, услуг), могут рассматриваться как входы второго блока ПО, отвечающего за экологическую эффективность. В качестве выходов второго блока логично рассматривать экологические эффекты.

Однако, если в качестве экологических эффектов рассматриваются негативные воздействия на окружающую среду, такие, как выбросы загрязняющих веществ в атмосферу, загрязнение природных вод и почв, последовательное применение двух ориентированных по входам моделей CRR, как это было описано выше, невозможно. Выходы второго этапа являются нежелательными, поэтому необходима их минимизация, а не максимизация.

Для разрешения данного логического затруднения можно предложить следующий подход.

Для оценки экономической эффективности ПО используется базовая ориентированная по входам

модель CCR с постоянным эффектом масштаба. Это позволяет выявить ПО, которые производят максимальный экономический результат с минимальными затратами ресурсов, и признать их эффективными. Для остальных ПО, неэффективных, модель позволяет рассчитать целевые параметры по потреблению ресурсов (по входам), при достижении которых ПО может достичь эффективности [3]. Целевые параметры выходов в ориентированной по входам модели полагаются равными реальным выходам, что позволяет рассматривать их как фиксированные.

Для оценки экологической эффективности используется базовая ориентированная по выходам модель CCR с постоянным эффектом масштаба. Такая модель позволяет, не изменяя входы (которые в данном случае служат выходами экономического блока), выявить ПО, которые производят *максимальные* негативные воздействия на окружающую среду при фиксированных входах. Обозначив меру эффективности для каждого ПО, рассчитанную с помощью данной модели через меру эффективности θ^* , определим экологическую эффективность ПО как $e_j^2 = 1 - \theta^*$. Учитывая то, что

при таком определении e_j^2 может принимать нулевые значения, определим полную эколого-экономическую эффективность ПО как $(e_j^1 + e_j^2)/2$. Эффективными будем считать ПО с максимальными значениями коэффициента полной эколого-экономической эффективности.

Такой подход позволяет численно реализовать модели сетевого АСФ с помощью только стандартных пакетов прикладных программ. Интересные, с прикладной точки зрения, возможности предоставляют модели сетевого АСФ с дополнительными входами на втором этапе. Благодаря введению дополнительных входов на втором этапе в расчет экологической эффективности можно внести не только результаты основных бизнес-процессов экономических агентов (производственные аспекты), но и воздействие на экологию вспомогательных бизнес-процессов (например, бытового потребления природных ресурсов).

3. ОЦЕНКА ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕГИОНАЛЬНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ СУБЪЕКТОВ РФ

Будем использовать для моделирования эколого-экономической эффективности региональных экономических систем (РЭС) субъектов РФ набор следующих показателей: $X(x_1, x_2, x_3)$ — показатели экономических входов (ресурсов), преобразуемых

региональной экономической системой в полезные экономические выходы $Z(z_1)$ и нежелательные экологические эффекты $Y(y_1, \dots, y_7)$, где x_1 — численность занятых в экономике региона (тыс. чел.), x_2 — стоимость основных фондов (тыс. руб.), x_3 — годовое потребление электроэнергии (млн кВт · ч), z_1 — объем валового регионального продукта (млн руб.), y_1 — годовой объем выбросов загрязняющих веществ в атмосферу от стационарных источников (тыс. т), y_2 — годовой объем выбросов загрязняющих веществ в атмосферу от автомобильного транспорта (тыс. т), y_3 — годовой объем сброса недостаточно очищенных сточных вод (млн м³), y_4 — годовой объем сброса неочищенных сточных вод (млн м³), y_5 — годовой объем размещения отходов на собственных объектах (млн т), y_6 — годовой объем образования твердых бытовых отходов (тыс. м³), y_7 — годовой объем потребления свежей воды (млн м³).

При использовании сетевой модели АСФ вектор $X(x_1, x_2, x_3)$ представляет собой входы модели первого этапа, на котором оценивается экономическая эффективность РЭС, а вектор $Z(z_1)$ — входы модели второго этапа, на котором оценивается экологическая эффективность. Для учета эффектов бытового потребления природных ресурсов введем дополнительный вход модели второго этапа z_2 — численность населения в регионе (тыс. чел.).

Для сравнения изложенных в § 1 и 2 подходов к оценке эколого-экономической эффективности РЭС рассчитаем коэффициенты эффективности согласно следующим моделям.

Вариант I: модель двухэтапного АСФ с разбиением меры эффективности на техническую и экологическую составляющие (1), (2).

Вариант II: модель одноэтапного АСФ с представлением нежелательных выходов как входов (6).

Вариант III: модель сетевого АСФ с дополнительным входом на втором этапе, предполагающая последовательное применение ориентированной по входам модели CCR и ориентированной по выходам модели CCR.

Кроме того, в рамках проводимого сравнительного анализа рассмотрим примененный в предыдущих работах автора (см., например, [10]) подход к оценке эколого-экономической эффективности РЭС, при котором нежелательные экологические эффекты рассматриваются как *единственные* входы модели. Данный подход является упрощением варианта II, обозначим его как *вариант IV*.

Результаты расчетов мер эффективности, проведенных автором в пакете прикладных программ MaxDEA для 78 регионов России⁵ по радиальному адаптационному алгоритму на статистических данных за 2014 г., взятых из Государственного доклада [5], представлены в табл. 1. Жирным шрифтом выделены регионы, эффективные согласно результатам расчетов по всем четырем моделям (эффективными по варианту III признаны регионы, с мерой полной эффективности выше 0,6). В том случае, когда модель позволяет явным образом разделить полную эколого-экономическую эффективность на составляющие, приведены значения отдельно экономической и экологической эффективности каждой региональной экономической системы.

Анализируя данные (см. табл. 1), нетрудно заметить, что все результаты расчета мер полной эколого-экономической эффективности достаточно хорошо согласуются друг с другом. Результаты, рассчитанные по вариантам I, II и IV, коррелируют между собой с коэффициентами парной линейной корреляции Пирсона от 0,82 до 0,89. Результаты варианта III коррелируют с остальными с коэффициентами парной корреляции около 0,6.

Заметим, что результаты варианта III оказались наиболее «жесткими». Только 8 РЭС имеют значения полной эколого-экономической эффективности выше 0,6. С практической точки зрения это можно оценить как преимущество модели, так как слишком большое число эффективных объектов не позволяет выявить реальные факторы, влияющие на эффективность ПО, и затрудняет процесс принятия управленческих решений по совершенствованию их деятельности [8]. Анализируя отдельно экономическую и экологическую составляющие полной эффективности, рассчитанной по варианту III, нетрудно также заметить, что значения меры экономической эффективности полностью совпадают со значениями соответствующей компоненты, рассчитанной по варианту I, а расхождения получаются благодаря экологической эффективности. Выявленные различия могут объясняться тем, что в варианте III в качестве дополнительного входа на этапе расчета экологической эффективности используется показатель «численность населения в регионе» и, таким образом, учитывается бытовой аспект антропогенной нагрузки.

Для определения степени адекватности полученных результатов действительности обратимся к анализу экологических показателей отдельных

⁵ Из расчетов были исключены Москва и Санкт-Петербург, в силу того, что, являясь городами — субъектами Федерации, они имеют несопоставимые показатели по экологическим параметрам с другими регионами и могут вносить существенные искажения в результаты модели.

**Наиболее коррелирующие и наиболее сильно расходящиеся результаты расчетов
мер эколого-экономической эффективности РЭС по различным вариантам модели АСФ**

Название РЭС	Вариант I			Вариант II	Вариант III			Вариант IV
	Эффективность							
	Полная	Эконо-мическая	Эколо-гическая	Полная	Полная	Эконо-мическая	Эколо-гическая	Полная
Белгородская область	1,00	0,92	1,00	1,00	0,61	0,92	0,31	1,00
Брянская область	1,00	0,71	1,00	1,00	0,61	0,71	0,50	1,00
Владимирская область	1,00	0,77	1,00	1,00	0,56	0,77	0,35	1,00
Воронежская область	1,00	0,85	1,00	1,00	0,55	0,85	0,25	1,00
Калужская область	1,00	0,72	1,00	1,00	0,48	0,72	0,24	1,00
Курская область	1,00	0,68	1,00	1,00	0,55	0,68	0,41	1,00
Московская область	1,00	0,79	1,00	1,00	0,49	0,79	0,19	1,00
Орловская область	1,00	0,79	1,00	1,00	0,42	0,79	0,04	1,00
Рязанская область	1,00	0,66	1,00	1,00	0,41	0,66	0,17	1,00
Тамбовская область	1,00	0,74	1,00	1,00	0,55	0,74	0,36	1,00
Тверская область	0,71	0,54	0,71	1,00	0,38	0,54	0,23	0,71
Республика Коми	1,00	0,56	1,00	1,00	0,28	0,56	0,00	1,00
Калининградская обл.	1,00	0,83	1,00	1,00	0,41	0,83	0,00	1,00
Ленинградская область	0,81	0,74	0,81	1,00	0,52	0,74	0,31	0,81
Мурманская область	0,71	0,46	0,71	0,71	0,23	0,46	0,00	0,71
Республика Адыгея	1,00	0,76	1,00	1,00	0,55	0,76	0,34	1,00
Республика Калмыкия	1,00	0,72	1,00	1,00	0,36	0,72	0,00	1,00
Краснодарский край	0,85	0,83	0,85	0,97	0,41	0,83	0,00	0,85
Астраханская область	1,00	0,65	1,00	1,00	0,51	0,65	0,37	1,00
Республика Дагестан	0,83	0,83	0,75	1,00	0,56	0,83	0,28	0,75
Ингушетия	1,00	1,00	1,00	1,00	0,79	1,00	0,57	1,00
Кабардино-Балкария	0,95	0,95	0,55	1,00	0,50	0,95	0,05	0,55
Чеченская Республика	1,00	0,56	1,00	1,00	0,29	0,56	0,01	1,00
Ставропольский край	1,00	0,65	1,00	1,00	0,48	0,65	0,31	1,00
Башкортостан	1,00	1,00	1,00	1,00	0,63	1,00	0,25	1,00
Марий Эл	1,00	0,66	1,00	1,00	0,48	0,66	0,30	1,00
Мордовия	1,00	0,57	1,00	1,00	0,48	0,57	0,39	1,00
Татарстан	1,00	0,86	1,00	1,00	0,67	0,86	0,48	1,00
Удмуртия	1,00	0,72	1,00	1,00	0,53	0,72	0,35	1,00
Чувашия	1,00	0,61	1,00	1,00	0,53	0,61	0,45	1,00
Оренбургская область	1,00	0,77	1,00	1,00	0,43	0,77	0,09	1,00
Саратовская область	1,00	0,64	1,00	1,00	0,45	0,64	0,26	1,00
Курганская область	1,00	0,49	1,00	1,00	0,48	0,49	0,47	1,00
Тюменская область	1,00	1,00	1,00	1,00	0,68	1,00	0,37	1,00
Республика Алтай	1,00	0,69	1,00	1,00	0,37	0,69	0,04	1,00
Республика Тыва	1,00	0,88	1,00	1,00	0,59	0,88	0,31	1,00
Алтайский край	1,00	0,71	1,00	1,00	0,44	0,71	0,17	1,00
Красноярский край	0,86	0,86	0,71	1,00	0,43	0,86	0,00	0,71
Новосибирская обл.	0,89	0,83	0,89	1,00	0,58	0,83	0,33	0,89
Омская область	0,92	0,92	0,90	1,00	0,61	0,92	0,30	0,90
Томская область	1,00	0,73	1,00	1,00	0,50	0,73	0,27	1,00
Якутия	1,00	0,83	1,00	1,00	0,58	0,83	0,33	1,00
Камчатский край	0,92	0,87	0,92	1,00	0,43	0,87	0,00	0,92
Сахалинская область	1,00	1,00	1,00	1,00	0,65	1,00	0,30	1,00
Чукотский АО	1,00	0,99	1,00	1,00	0,49	0,99	0,00	1,00

РЭС, по которым варианты I и III дают наиболее значимые расхождения. Как видно из табл. 1, это Республика Коми, Калининградская область, Мурманская область, Республика Калмыкия, Краснодарский край, Чеченская Республика, Республика Алтай, Камчатский край и Чукотский автономный округ. Все эти регионы имеют максимальную или близкую к ней экологическую эффективность по варианту I и нулевую экологическую эффективность по варианту III.

Для оценки «экологического благополучия» рассмотрим рейтинг региона по каждому из удельных показателей негативных экологических эффектов. Удельные показатели будем рассматривать в двух вариантах: как отношение объема негативного воздействия к объему ВРП (экологическая емкость экономики региона) и как отношение объема негативного воздействия к количеству населения (экологическая емкость ЖКХ региона). При такой конструкции показателя «экологического благополучия», чем выше рейтинг региона по какому-либо из удельных негативных экологических эффектов, тем хуже обстановка в регионе по данному экологическому аспекту. Результаты анализа представлены в табл. 2 (расчеты выполнены автором на основе данных, представленных в докладе [5]). По каждому негативному экологическому эффекту для анализируемых регионов через знак «/» приведены два значения, первое из которых — рейтинг по отношению объема негативного воздействия к объему ВРП, а второе — рейтинг по отношению объема негативного воздействия к численности населения.

Результаты анализа данных (см. табл. 2) позволяют сделать вывод, что согласно варианту III РЭС признается экологически неэффективной, если *хотя бы по одному* из удельных негативных

экологических эффектов регион попадает в топ-10 экологически неблагополучных регионов.

Сравнение результатов расчетов полной эколого-экономической эффективности по варианту IV с результатами предыдущих исследований автора, выполненных тем же методом, но на меньшем наборе статистических данных по негативным экологическим эффектам [10], позволяют выявить чувствительность варианта IV к числу входных параметров: чем больше входов в варианте IV, тем больше ПО в результате оцениваются как эффективные. Влияние числа входов и выходов на эффективность ПО подробно исследовано в работе [15] и расценено как свидетельство неустойчивости модели.

Значения экологической эффективности, рассчитанной по варианту I, полностью совпадают со значениями полной эффективности, рассчитанной по варианту IV и, следовательно, также могут быть признаны неустойчивыми.

4. ВОЗМОЖНОСТИ И ОГРАНИЧЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА СЕТЕВОГО АСФ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕРРИТОРИАЛЬНОГО ЭКОЛОГИЧЕСКОГО МЕНЕДЖМЕНТА

В результате проведенного сравнительного анализа результатов оценки эколого-экономической эффективности регионов РФ можно сделать вывод, что метод сетевого анализа среды функционирования, при котором на первом этапе с помощью базовой ориентированной по входам модели CCR с постоянным эффектом масштаба оценивается экономическая эффективность региона, на втором этапе с помощью базовой ориентированной по выходам модели CCR с постоянным эффектом масштаба и дополнительным входом, оце-

Таблица 2

Рейтинг некоторых региональных экономических систем по удельным негативным экологическим эффектам

РЭС	Выбросы от стационарных источников	Выбросы автотранспорта	Сточные воды	Недостаточно очищенные сточные воды	ТБО	Другие отходы	Забор воды
Республика Коми	3/77	75/44	56/45	48/61	72/66	59/39	35/7
Калининградская область	73/13	13/1	17/18	26/24	60/4	45/13	75/15
Мурманская область	6/40	73/43	7/55	2/46	39/30	3/58	7/2
Республика Калмыкия	68/23	2/54	4/24	77/40	9/61	48/69	44/45
Краснодарский край	66/47	50/40	2/69	64/38	24/38	51/73	15/6
Чеченская Республика	35/46	3/57	71/60	78/41	69/41	73/48	13/53
Республика Алтай	42/27	4/42	57/34	76/34	70/11	75/23	77/56
Камчатский край	56/58	37/63	8/25	70/30	52/64	34/31	36/1
Чукотский АО	28/37	78/37	13/16	75/17	75/43	7/8	73/36

нивается экологическая эффективность региона, а полная мера эколого-экономической эффективности рассчитывается как среднее экономической и экологической составляющих, позволяет получить результаты, которые вполне адекватно отражают действительность и устойчивы к изменениям числа анализируемых негативных экологических эффектов. Кроме того, данный метод удобен с вычислительной точки зрения, так как позволяет проводить все необходимые расчеты только в стандартных пакетах прикладных программ свободного доступа.

В качестве еще одного преимущества предложенного подхода можно отметить тот факт, что в отличие от свертки экологической и экономической составляющей в единый показатель с помощью решения задачи АСФ с единичным входом (вариант I), при котором веса при каждой из компонент выбираются таким образом, чтобы максимизировать полную эффективность объекта, расчет полной эколого-экономической эффективности как среднего арифметического экономической и экологической составляющих (вариант III) назначает им равные веса. При решении различных практических задач территориального экологического менеджмента веса могут назначаться экспертным путем в зависимости от того, какая из компонент полной эколого-экономической эффективности имеет более важное значение. Это предоставляет дополнительные возможности для решения различных управленческих задач.

В качестве недостатка предложенного подхода можно отметить нетрадиционное для моделей АСФ представление конечных результатов расчета мер эффективности. Так как ни одна из РЭС в варианте III не имеет полной эффективности, равной единице, то в результате нет однозначного понимания, сколько и какие же объекты признавать эффективными. Граница экологической эффективности варианта III формируется путем «выворачивания» кластера ПО, наиболее удаленных от границы экологической неэффективности, определяемой при помощи ориентированной по выходам модели CCR второго этапа, входами которой являются ВРП и численность населения региона. Однако в смысле получения практико-ориентированных результатов данный недостаток несущественен.

Отметим, что, хотя оценка экологической и экономической эффективности РЭС в сравнении с другими регионами и имеет важное прикладное значение, наибольшее количество полезной информации для принятия управленческих решений можно извлечь из анализа результатов расчета так называемых проекций ПО на границу эффективности. Проекция могут рассматриваться как це-

левые параметры входов или выходов, достижение которых позволяет неэффективным ПО достичь эффективности. Расчет проекций по каждому входу в input-oriented моделях и по каждому выходу в output-oriented моделях осуществляется во всех стандартных пакетах прикладных программ одновременно с расчетом меры эффективности⁶. Предложенная в данной работе модификация сетевого АСФ с дополнительным входом на втором этапе позволяет явным образом получить значения целевых параметров по ресурсам РЭС (труду, капиталу, энергии), необходимые для достижения его экономической эффективности и рассчитать значения целевых параметров по негативным экологическим эффектам, необходимые для достижения его экологической эффективности. Для расчета целей РЭС по негативным экологическим эффектам достаточно умножить их реальные значения на $1 - \theta^*$, где θ^* — мера эффективности РЭС, рассчитанная по модели CCR, ориентированной по выходам.

В системах регионального экологического менеджмента целевые параметры по каждому из негативных экологических эффектов могут использоваться при установлении квот на выбросы предприятий, формулировке целей региональных природоохранных программ, отборе инвестиционных проектов по строительству новых или реконструкции имеющихся промышленных объектов, а также при разработке организационно-экономических механизмов стимулирования предприятий к переходу на наилучшие доступные технологии.

Рассчитываемые автоматически (в пакетах прикладных программ) для каждого объекта так называемые бенчмарки, могут служить ориентиром при выборе направления действий для достижения эффективности РЭС. Анализируя производства, находящиеся в регионах со схожей структурой экономики, определяемых как бенчмарки для данной конкретной РЭС, можно выделить комплекс технологий, позволяющих снизить негативные воздействия на окружающую среду. Таким образом, метод также позволяет более обоснованно принимать решения по выбору направлений технологического развития.

Необходимо отметить прогностические возможности метода, который позволяет оценить, каким образом изменится комплексная эколого-экономическая эффективность региона, если при осуществлении природоохранных мероприятий часть из моделируемых негативных экологических эффектов снизится на определенную величину.

⁶ Результаты расчетов целевых параметров не приведены в данной работе только из-за ограничений по объему статьи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Метод сетевого анализа среды функционирования — АСФ, активно развиваемый в настоящее время в научной литературе для целей анализа и оценки эффективности деятельности иерархических объектов и структур, может быть успешно применен для решения широкого класса задач экологического АСФ. Эффективность каждого производственного объекта в данном случае естественным образом разбивается на его экономическую и экологическую эффективность, которые могут быть оценены покомпонентно, что существенно в практике принятия управленческих решений. Важное преимущество, которое дает при этом сетевой АСФ, заключается в возможности введения дополнительных входов в модель на этапе оценки его экологической эффективности. В приложении к задачам оценки эколого-экономической эффективности регионов это позволяет ввести в рассмотрение не только качество производственного менеджмента, но и качество менеджмента сферы ЖКХ, вносящего существенный вклад в объем негативных экологических эффектов, проявляющихся в регионе.

Предложенный в данной работе подход к оценке эколого-экономической эффективности региональных экономических систем легко реализуем с вычислительной точки зрения в стандартных пакетах прикладных программ (DEA Frontier, MaxDEA, Open Source DEA), а потому не требует специальных компетенций для решения практико-ориентированных задач и может быть достаточно легко внедрен в действующую систему регионального экологического менеджмента.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Фадеева А.В.* Противоречия в эколого-экономической системе современного российского общества как фактор активизации инвестиций в человеческий капитал // *Экономические науки*. — 2007. — № 2 (27).
2. *Ратнер С.В., Алмастьян Н.А.* Рыночные и административные методы управления негативным воздействием объек-

- тов электроэнергетики на окружающую среду // *Экономический анализ: теория и практика*. — 2015. — № 16. — С. 2—15.
3. *Хрусталев Е.Ю., Ратнер П.Д.* Эко-инновации в электроэнергетике: оценка сравнительной эффективности // *Инновации*. — 2015. — № 9. — С. 8—14.
4. *Белобрагин В.Я.* Рубикон перейден. Анализ отчета The ISO Survey. — 2014 // *Стандарты и качество*. — 2016. — № 1. — С. 90—96.
5. *Государственный доклад «О состоянии и об охране окружающей среды в Российской Федерации в 2014 году»*. — М.: Росгидромет, 2015.
6. *World Energy Outlook 2012. Special Topics. Water for Energy*. IEA, 2012. — URL: <http://www.iea.org/publications/freepublications/publication/world-energy-outlook-2012.html> (дата обращения 23.10.2016).
7. *Färe R., Grosskopf S.* Modeling undesirable factors in efficiency evaluation: comment // *European Journal of Operational Research*. — 2004. — N 157. — P. 242—245.
8. *Korhonen P.J., Luptacik M.* Eco-efficiency analysis of power plants: An extension of data envelopment analysis // *Ibid.* — 2004. — N 154. — P. 437—446.
9. *Cooper W.W., Seiford L.M., Tone T.* Introduction to Data Envelopment Analysis and Its Uses: With DEA-Solver Software and References. — N.-Y.: Springer, 2006.
10. *Ратнер С.В.* Задачи оптимизации траекторий развития региональных экономических систем по экологическим параметрам // *Друckerовский вестник*. — 2016. — № 2. — С. 30—41.
11. *Chen Y., Cook W.D., Kao C., Zhu J.* Network DEA pitfalls: Divisional efficiency and frontier projection under general network structures // *European Journal of Operational Research*. — 2013. — N 226. — P. 507—515.
12. *Kao C., Hwang S.N.* Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: an application to non-life insurance companies in Taiwan // *Ibid.* — 2008. — N 185. — P. 418—429.
13. *Castelli L., Pesenti R., Ukovich W.* DEA-like models for the efficiency evaluation of hierarchically structured units // *Ibid.* — 2004. — N 154 (2). — P. 465—476.
14. *Yu Y., Shi Q.* Two-stage DEA model with additional input in the second stage and part of intermediate products as final output // *Expert Systems with Applications*. — 2014. — N 41. — P. 6570—6574.
15. *Banker, R.D.* Estimating most productive scale size using data envelopment analysis // *European Journal of Operational Research*. — 1984. — N 17. — P. 35—44.

Статья представлена к публикации руководителем PPC Г.А. Угольником.

Ратнер Светлана Валерьевна — д-р экон. наук, вед. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, lanaratner@gmail.com.

Не забудьте подписаться!

Подписку на журнал «Проблемы управления» можно оформить в любом почтовом отделении (подписной индекс 81708 в каталоге Роспечати или 38006 в объединенном каталоге «Пресса России»), а также через редакцию с любого месяца, при этом почтовые расходы редакция берет на себя. Отдельные номера редакция высылает по первому требованию.

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЗЕРВИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМАХ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

Е.А. Микрин, С.К. Сомов

Рассмотрены методы повышения надежности работы распределенных систем обработки данных, работающих в реальном масштабе времени. Перечислены особенности и характеристики таких систем по сравнению с системами обработки данных, работающими в обычном режиме. Получены аналитические выражения для расчета коэффициента готовности таких систем. Сформулированы задачи оптимизации резервирования данных в распределенных системах обработки данных реального времени.

Ключевые слова: распределенная система обработки данных, реальное время, оптимальное резервирование, коэффициент готовности.

ВВЕДЕНИЕ

Распределенные системы обработки данных различного назначения (корпоративные системы, системы специального назначения, сервисные системы общего доступа) — это сложные аппаратно-программные комплексы. Компоненты таких систем могут находиться на больших расстояниях друг от друга и объединяются в единую систему с помощью специального системного программного обеспечения и каналов связи. Распределенные системы обработки данных (РСОД) строятся, как правило, на основе глобальных, корпоративных или вычислительных сетей специального назначения.

В процессе работы таких систем возможны различные инциденты, которые могут привести к появлению ошибочных данных, к ошибочным результатам решения задач и обработки запросов системой, а в крайнем случае и к невозможности нормального функционирования РСОД, т. е. к потере системой работоспособности, ее отказу.

Для повышения безопасности работы систем обработки данных вводят различного рода избыточность [1, 2]. В частности, задача обеспечения сохранности используемых системой данных решается главным образом применением информационной избыточности (созданием и хранением резервных данных). Основным методом обеспече-

ния сохранности данных служит метод резервирования, который предполагает использование идентичной избыточности (создание и хранение копий данных) и/или неидентичной (создание и хранение предисторий данных).

Для РСОД, базирующихся на вычислительных сетях и работающих в жестких условиях реального масштаба времени, характерны некоторые особенности, основная из которых состоит в наличии существенных ограничений на время обработки запросов к данным системы и на время решения задач в системе. В результате причиной отказа системы может стать не только выход из строя ее аппаратных элементов, но и превышение временем решения задачи или обработки запроса некоторого установленного лимита.

Для повышения безопасности работы РСОД реального времени различных классов и назначения применяется метод резервирования используемых системой массивов данных.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

К РСОД, работающих в режиме реального времени, предъявляются жесткие требования ко времени реакции системы (обработка запросов или решение задач в системе). Поэтому коэффициент готовности системы K_r служит основным показателем качества функционирования таких систем.

Согласно классическому определению [1, 3], коэффициент готовности системы — это вероятность того, что система окажется работоспособной в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых работа системы по назначению не предусматривается.

Для достижения максимального значения коэффициента готовности системы обработки данных, работающей в реальном времени, необходимо обеспечить минимум времени нахождения ее в неработоспособном состоянии. Один из методов, позволяющий минимизировать время ее нахождения в неработоспособном состоянии, заключается в резервировании массивов данных, с которыми она работает.

Для повышения безопасности функционирования систем обработки данных (СОД) различных классов и назначения в настоящее время широко применяются три основные стратегии резервирования информации, которые учитывают особенности обновления и использования массивов данных [2, 4, 5].

Стратегия I заключается в использовании некоторого числа копий основного массива данных. В случае, если основной массив разрушен, то для продолжения решения задачи система переходит к использованию первой его копии, если же и она разрушена, то используется следующая копия и т. д.

Стратегия II основывается на учете особенностей обновления текущих массивов данных и заключается в том, что вместо копий текущего массива используются его предыстории (предыдущие версии массива и журналы их изменений). В случае разрушения текущего массива запускается специальная программа, которая восстанавливает разрушенный массив с использованием его предыдущей версии и записей из журнала изменений. Если восстановление закончилось неудачно, то текущий массив восстанавливается из следующей предыстории и т. д.

Стратегия III это смешанная стратегия, использующая возможности первых двух стратегий резервирования, т. е. она использует как копии, так и предыстории текущего массива данных. Сначала используются копии массива в соответствии со стратегией I, а затем, в случае неудачи восстановления из копий, используются предыстории массива в соответствии со стратегией II.

Под отказом РСОД реального времени, будем понимать превышение временем решения задачи (обработки запроса) системой некоторой заданной пороговой величины t_n . Время, необходимое для восстановления разрушенного резерва массива данных, используемого в РСОД реального вре-

мени, обозначим как t_v . В соответствии с приведенным определением коэффициент готовности

$$K_T = E(t^*)/x,$$

где x — среднее время решения задачи, т. е. время между моментом начала решения задачи и моментом времени, когда система готова приступить к решению следующей задачи; $E(t^*)$ — среднее время работоспособного состояния системы, значение которого определяется далее (см. формулу (1)).

Время x определяется по формуле:

$$x = E(T_v) + (1 - \rho_v)t_v,$$

где $(1 - \rho_v)$ — вероятность того, что при решении задачи будут разрушены резервируемые массивы данных; $E(T_v)$ — среднее время решения задачи без учета затрат времени на восстановление разрушенных массивов данных.

Значение среднего времени $E(T_v)$ зависит от того, какая из трех $v = I, II, III$, стратегий резервирования массивов данных применяется в системе.

Время пребывания запроса в РСОД реального времени состоит из времени ω ожидания запроса в очереди на обработку и времени T собственно обработки запроса в системе. Отказ системы при обработке запроса наступает, если $T + \omega > t_n$. Известны работы, в которых определяются дисциплины диспетчеризации обработки запросов, обеспечивающие минимальное среднее время ожидания запроса в очереди. В данной работе основное внимание посвящено выбору оптимальных методов резервирования массивов данных, которые позволяют снизить вероятность отказа системы уже на этапе обработки запросов, тем самым сокращая время обработки запроса в системе.

Пусть имеется ситуация, когда $0 \leq \omega \leq t_n$. Так как время ω ожидания запроса в очереди на обработку случайная величина, то время T , в течение которого возможна обработка запроса без отказа системы, также случайная величина: $T = t_n - \omega$.

Допустим, что для случайной величины T задана функция распределения $F_T(t) = P\{T < t\}$. Тогда, в соответствии с приведенным выше определением отказа, время t^* работоспособного состояния системы можно представить в виде зависимости от значения T (рис. 1):

$$t^* = \begin{cases} x & \text{при } T > x, \\ T & \text{при } T \leq x. \end{cases}$$

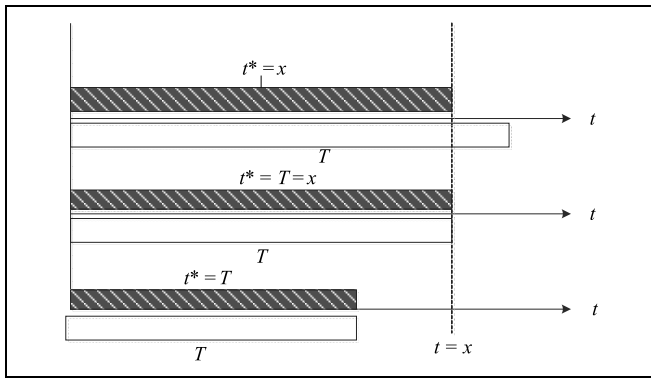


Рис. 1. Зависимость времени t^* работоспособного состояния системы от времени T , в течение которого возможна обработка запроса

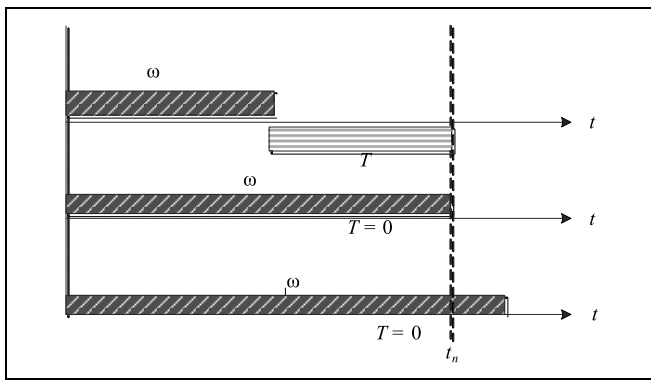


Рис. 2. Зависимость времени T от времени ω ожидания запроса в очереди на обработку

Среднее время $E(t^*)$ работоспособного состояния системы

$$E(t^*) = xP\{T > x\} + \int_0^x f_T(t)dt, \quad (1)$$

где $P\{T > x\} = 1 - F_T(x)$; $f_T(t) = dF_T(t)/dt$.

Предположим, что рассматриваемую нами систему РСОД реального времени можно отнести к классу систем массового обслуживания типа М/М/1. На вход системы поступает пуассоновский поток запросов с интенсивностью λ . Время обслуживания запросов распределено по показательному закону с параметром μ . В таких системах время ожидания в очереди на обслуживание описывается функцией распределения [6]

$$W(t) = P\{\omega < t\} = 1 - \beta e^{-\mu(1-\beta)t},$$

где $\beta = \lambda x = \lambda \mu^{-1}$ — коэффициент использования системы.

Допустим, что нам задано значение t_n . Тогда (рис. 2)

$$T = \begin{cases} t_n - \omega & \text{при } \omega < t_n, \\ 0 & \text{при } \omega \geq t_n. \end{cases}$$

Так как при $0 \leq \omega \leq t_n$ выполняется $T = t_n - \omega$, то при $0 < t \leq t_n$ событию $\omega < t$ соответствует неравенство $T > t_n - t$. В этом случае справедливо выражение:

$$P\{\omega < t\} = P\{T > t_n - t\} \text{ при } 0 < t \leq t_n.$$

Следовательно,

$$P\{T > t_n - t\} = \begin{cases} 0 & \text{при } t \leq 0, \\ P\{\omega < t\} & \text{при } 0 < t \leq t_n, \\ 1 & \text{при } t > t_n. \end{cases}$$

Так как $P\{T < t_n - t\} = 1 - P\{T > t_n - t\}$, то, заменив $t_n - t$ на τ , получим:

$$P\{T < \tau\} = \begin{cases} 1 & \text{при } \tau \geq t_n, \\ 1 - P\{\omega < t_n - \tau\} & \text{при } 0 \leq \tau < t_n, \\ 0 & \text{при } \tau < 0. \end{cases}$$

Перейдя от τ к t , окончательно получим:

$$F_T(t) = P\{T < t\} = \begin{cases} 1 & \text{при } t \geq t_n, \\ \beta e^{-\mu(1-\beta)(t_n-t)} & \text{при } 0 \leq t < t_n, \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases}$$

Отсюда для $P\{T > x\} = 1 - P\{T < x\}$:

$$P\{T > x\} = \begin{cases} 0 & \text{при } t \geq t_n, \\ 1 - \beta e^{-\mu(1-\beta)(t_n-x)} & \text{при } 0 \leq x < t_n, \\ 1 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

В соответствии с формулой (1) и с учетом сделанных предположений получим, что среднее время $E(t^*)$ работоспособного состояния РСОД реального времени определяется по формуле:

$$E(t^*) = \begin{cases} x[1 - \beta e^{-\mu(1-\beta)(t_n-x)}] + W e^{-\mu(1-\beta)t_n} [1 - \beta e^{(1-\beta)}] & \text{при } 0 \leq x < t_n, \\ 0 & \text{при } x \geq t_n, \end{cases}$$

где $W = \beta x / (1 - \beta)$ — среднее время ожидания запроса в очереди на обработку.

На основе приведенных результатов получим:

$$K_r = B(\lambda, x, t_n) \text{ при } 0 \leq x < t_n,$$

где $B(\lambda, x, t_n) = 1 - \beta e^{-(1-\beta)(t_n/x-1)} + \frac{\beta}{1-\beta} e^{-(1-\beta)t_n/x} \times [1 - \beta e^{(1-\beta)}]$.

Анализ функции $B(\lambda, x, t_n)$ показывает, что [5]:

— при $\beta \rightarrow 0$ ($x \rightarrow 0$ или $\lambda \rightarrow 0$) $K_r \rightarrow 1$;

— $K_r \rightarrow 0$ при $\beta \rightarrow 1$;

— $K_r \rightarrow 1$ при $t_n \rightarrow \infty$;

— при $t_b \gg E(T_v)$ для стратегий резервирования I,

II и III выполняется соотношение $K_r^I > K_r^{III} > K_r^{II}$.

2. КОЭФФИЦИЕНТ ГОТОВНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

Одна из особенностей работы РСОД реального времени состоит в том, что при децентрализованном хранении ресурсов системы для обработки запросов можно применять различные дисциплины обработки. Основные из них [4, 5]:

1) запрос для его обработки адресуется в ближайший (согласно некоторому критерию) узел с необходимыми ресурсами системы;

2) запрос адресуется для обработки одновременно в K узлов с ресурсами системы;

3) запрос, полученный в j -м узле, последовательно передается по содержащим ресурсы системы узлам пути длиной K , начинающегося в j -м узле, до тех пор, пока в некотором узле этого пути запрос не будет успешно обработан системой либо не будут пройдены все K узлов этого пути;

4) из j -го узла, в котором получен запрос, этот запрос поочередно направляется в K ближайших узлов с ресурсами системы до тех пор, пока либо в некотором узле он не будет успешно обработан, либо не будут опрошены все K узлов.

Для дисциплины 1 обработки запросов в РСОД реального времени определим значение коэффициента K_r готовности системы по отношению к обработке всех возникающих в сети запросов к РСОД и значение коэффициента готовности K_{vj} системы по отношению к обработке запросов, выданных в j -м узле сети.

В соответствии с дисциплиной 1 информационный запрос для обработки адресуется в ближайший узел с ресурсами системы. В этом случае

$$K_{vj} = \sum_{i \in J_p} \psi_{ji} r_{ji} B(\lambda_i, x_i, t_{ni}) r_{ij} = \sum_{i \in J_p} \psi_{ji} r_{ji} B_{ij} r_{ij}$$

Здесь:

$$\psi_{ji} = \begin{cases} 1, & \text{если запрос из узла } j \text{ адресуется в узел } i; \\ 0 & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

J_p — множество индексов узлов сети с ресурсами РСОД реального времени;

$$t_{ni} = \begin{cases} t_n - 2t_3 & \text{при } i \neq j; \\ t_n & \text{при } i = j; \end{cases}$$

t_3 — среднее время задержки сообщений в сети;

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^N (V_j + U_j \psi_{ji}), \text{ где } V_j \text{ — интенсивность запросов на модификацию ресурсов системы, а } U_j \text{ —}$$

интенсивность информационных запросов к системе, возникающих в узле j .

Коэффициент готовности K_r системы по отношению к обработке всех запросов, возникающих в сети, определяется по формуле:

$$K_r = \sum_{j=1}^N (V_j + U_j) K_{vj} / \sum_{j=1}^N (V_j + U_j). \quad (2)$$

Аналогичным образом получаются формулы, приведенные в табл. 1, для определения K_{vj} при

Таблица 1

Формулы расчета характеристик системы

Дисциплина обработки запросов	Характеристики K_{vj} и t_{ni}
1	$K_{vj} = \sum_{i \in J_p} \psi_{ji} r_{ji} B_{ij} r_{ij}$ $t_{ni} = \begin{cases} t_n - 2t_3 & \text{при } i \neq j, \\ t_n & \text{при } i = j \end{cases}$
2	$K_{vj} = 1 - \prod_{i \in N_j} (1 - B_{ij} r_{ji} r_{ij})$ $t_{ni} = \begin{cases} t_n - 2t_3 & \text{при } i \neq j, \\ t_n & \text{при } i = j \end{cases}$
3	$K_{vj} = \sum_{m=1}^K r_{ji_1} r_{i_m j} B_{i_m} \prod_{\alpha=2}^m (1 - P_{i_{\alpha-1}}) r_{i_{\alpha-1} i_\alpha}$ $t_{ni_m} = t_n - (m+1-y_j)t_3 - \sum_{\alpha=1}^{m-1} (W_{i_\alpha} + x_{i_\alpha})$ $i_m, i_\alpha \in N_j$
4	$K_{vj} = \sum_{m=1}^K r_{ji_m} r_{i_m j} B_{i_m} \prod_{\alpha=1}^{m-1} (1 - r_{ji_\alpha} P_{i_\alpha} r_{i_\alpha j})$ $t_{ni_m} = t_n - (m-y_j)2t_3 - \sum_{\alpha=1}^{m-1} (W_{i_\alpha} + x_{i_\alpha})$ $i_m, i_\alpha \in N_j$

использовании дисциплин 2, 3 и 4 обработки запросов [3].

В формулах табл. 1 приняты обозначения:

N_j — множество индексов узлов сети, в которые можно адресовать для обработки информационные запросы, возникшие в узле j ;

$$y_j = \begin{cases} 1, & \text{если } j \in N_j; \\ 0, & \text{если } j \notin N_j; \end{cases}$$

$$W_{i_a} = \beta_{i_a} x_{i_a} / (1 - \beta_{i_a});$$

$$K = |N_j|.$$

3. АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДИСЦИПЛИН ОБРАБОТКИ ЗАПРОСОВ

Проведем качественную оценку эффективности рассматриваемых дисциплин обработки запросов в РСОД реального времени в смысле величин $K_{\Gamma j}$ и K_{Γ} в случае, когда система построена на основе однородной полносвязной вычислительной сети, содержащей равномерно распределенный резерв массивов данных системы.

Учитывая полносвязность и однородность вычислительной сети и учитывая формулы (см. табл. 1), можно показать, что справедливы неравенства [4]:

$$K_{\Gamma j}^2 > K_{\Gamma j}^1, \quad K_{\Gamma j}^2 > K_{\Gamma j}^3, \quad K_{\Gamma j}^2 > K_{\Gamma j}^4,$$

$$K_{\Gamma j}^3 > K_{\Gamma j}^1, \quad K_{\Gamma j}^4 > K_{\Gamma j}^1,$$

где индексы 1, 2, 3 и 4 соответствуют дисциплинам 1, 2, 3 и 4 обработки запросов.

Справедливость неравенства $K_{\Gamma j}^4 > K_{\Gamma j}^3$ следует из соотношения $(1 - P)r < r(1 - r)P$, которое выполняется, так как $0 < r < 1$. В итоге справедливо соотношение

$$K_{\Gamma j}^2 > K_{\Gamma j}^4 > K_{\Gamma j}^3 > K_{\Gamma j}^1,$$

из которого также следует и справедливость неравенства:

$$K_{\Gamma}^2 > K_{\Gamma}^4 > K_{\Gamma}^3 > K_{\Gamma}^1.$$

Сформулируем полученные результаты в виде утверждения.

Утверждение. *Применение дисциплины 2 обработки запросов по сравнению с применением дисциплин 1, 3 и 4 обеспечивает наибольшее значение коэффициента готовности РСОД реального времени, построенной на базе однородной полносвязной вычислительной сети.*

В вычислительных сетях возможны разнообразные варианты размещения резервов РСОД реального времени, обеспечивающие различные значения стоимости и надежности функционирования системы. В связи с этим возникает проблема поиска оптимального размещения резерва по узлам вычислительной сети.

4. ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО РЕЗЕРВИРОВАНИЯ В РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЕ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

Задача оптимального резервирования массивов данных, используемых в РСОД реального времени, согласно критерию максимума коэффициента готовности системы формулируется следующим образом: необходимо найти такое размещение X резерва по узлам вычислительной сети, чтобы затраты ресурсов системы на обработку поступающих запросов не превышали некоторого лимита при максимально возможном значении коэффициента K_{Γ} готовности системы, т. е.:

$$K_{\Gamma} \rightarrow \max$$

при $ZP(X) \leq \bar{S}$,

$$x_k \leq \bar{x}_k, \quad k = \overline{1, N},$$

где $X = (x_k)$; x_k — объем резерва, размещенного в k -м узле сети.

Значение коэффициента K_{Γ} определяется по формуле (2), а затраты $ZP(X)$ — по формулам, полученным в работе [4] и приведенным в табл. 2.

Таблица 2

Зависимость затрат ресурсов системы от дисциплины обработки запросов

Дисциплина	Затраты ZP
1	$ZP = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (U_j w_{jk} + V_j y_k) ZP_{jk}(x_k)$
2	$ZP = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (U_j w_{jk} + V_j y_k) ZP_{jk}(x_k)$
3	$ZP = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (U_j + V_j y_k) ZP_{jk}(x_k)$
4	$Z = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left\{ U_j \prod_{i=1}^{n(j,k)-1} [1 - r_{ji} P_{ji}(x_{ji}) r_{ji}] + V_j y_k \right\} Z_{jk}(x_k)$ $j_i \in N_j, i = \overline{1, K}$

Возможна также постановка обратной задачи оптимального распределения резерва ресурсов РСОД реального времени по узлам сети, в которой в качестве критерия оптимизации принят минимум затрат $ZP(X)$, а на значение коэффициента готовности системы наложены ограничения, т. е.:

$$ZP(X) \rightarrow \min$$

при

$$K_{ij} \geq \bar{K}, \quad j \in J_3,$$

$$x_k \leq \bar{x}_k, \quad k = \overline{1, N}.$$

Здесь J_3 — множество индексов узлов сети, в которых возникают запросы к системе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кратко рассмотрены методы повышения надежности функционирования распределенных систем обработки данных, работающих на базе вычислительных сетей в режиме реального времени, путем резервирования информационных и программных ресурсов системы. Рассмотрены особенности и характеристики таких систем по сравнению с системами обработки данных, работающими в обычном режиме.

Для систем, построенных на базе вычислительной сетей, получены аналитические выражения для определения основного показателя надежности их функционирования — коэффициента готовности — с учетом жестких ограничений на время получения ответа на запрос. При этом учитывается возможность применения различных дисциплин

обработки запросов к системе. Сформулированы задачи оптимизации резервирования массивов данных в системе по критерию максимума коэффициента ее готовности и минимума затрат на обработку запросов. Приведенные результаты могут быть полезны при проектировании распределенных систем обработки данных, работающих в рамках глобальных, корпоративных или вычислительных сетей специального назначения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Козлов Б.А., Ушаков И.А. Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики. — М.: Советское радио, 1975. — 472 с.
2. Кульба В.В., Мамиконов А.Г., Шелков А.Б. Резервирование программных модулей и информационных массивов в АСУ // Автоматика и телемеханика. — 1980. — № 8. — С. 133—141.
3. Надежность в технике. Термины и определения. ГОСТ 13377—75. — М.: Изд-во стандартов, 1975. — 28 с.
4. Кульба В.В., Сомов С.К., Шелков А.Б. Резервирование данных в сетях ЭВМ. — Казань: Изд-во Казанского ун-та, 1987. — 175 с.
5. Сомов С.К. Резервирование программных модулей и информационных массивов в сетях ЭВМ: дисс. ... канд. техн. наук. — М.: ИПУ РАН, 1983. — 217 с.
6. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями — М.: Мир, 1979. — 600 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.В. Кульбой.

Микрин Евгений Анатольевич — академик РАН, ген. конструктор, ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С.П. Королева», г. Королев, Eugeniy.Mikrin@rsce.ru,

Сомов Сергей Константинович — канд. техн. наук, вед. инженер, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ssomov2016@ipu.ru.

Новая книга

Финягина В.И. Анатолий Григорьевич Бутковский: ученый и человек / Под ред. академика РАН С.Н. Васильева. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016. — 216 с. + 34 с. цв. вклеек. — ISBN 978-5-9221-1677-0.

А.Г. Бутковский — выдающийся ученый в области теории и систем управления и в первую очередь в области оптимального управления системами с распределенными параметрами. Он был уникален по широте своих научных и общегуманитарных интересов — от математических проблем управления с приложениями в физике, металлургии, теплотехнике, химических технологиях, авиапромышленности и других областях науки и техники до методологических и философских проблем образования, науки и культуры.

Книга содержит обзор научных достижений А.Г. Бутковского, воспоминания родных, друзей и коллег, а также его неопубликованные рукописи, завещанные читателям к использованию в научной и научно-исторической работе.

Для широкого круга читателей, интересующихся историей развития науки.

ПОДХОД К ФРАГМЕНТНОМУ ДИАГНОСТИРОВАНИЮ КОМПОНЕНТОВ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ СО СТРУКТУРОЙ МИНИМАЛЬНОГО КВАЗИПОЛНОГО ГРАФА (НА ПРИМЕРЕ ГРАФА РАЗМЕРА 7×7)

В.А. Ведешенков

Разработан вариант подхода к диагностированию, согласно которому исправный диагностический монитор (ДМ) проверяет по одному семь абонентов цифровой системы. После ремонта обнаруженных неисправных абонентов ДМ поочередно проверяет семь фрагментов, каждый из которых включает в себя коммутатор и четыре линии связи. Далее ДМ раскодирует полученный синдром проверок, передает диагноз обслуживающему персоналу для ремонта неисправных компонентов. Диагностический тест каждого фрагмента состоит из шести проверок и не зависит от числа абонентов и коммутаторов в цифровой системе.

Ключевые слова: цифровая система, абонент, коммутатор, линия связи, фрагментное диагностирование, раскодирование.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе под цифровыми системами (ЦС) понимаются модели многомашинных или многопроцессорных вычислительных систем, отражающие необходимые диагностические свойства и параметры анализируемых вычислительных систем. Анализируются ЦС со структурой минимального квазиполного графа (на примере графа размера 7×7).

Минимальный квазиполный граф образуется на основе однородного двудольного графа, одну долю которого составляют коммутаторы $m \times m$, а другую — m -портовые абоненты. Значение m выбирается минимальным, при котором любые два узла в одной доле связаны σ путями длины два через разные узлы в другой доле. В одной доле имеется n коммутаторов, а в другой — n абонентов. Каждый такой путь проходит через один коммутатор, и разные пути проходят через разные коммутаторы. Для рассматриваемых топологий параметры n и m связаны соотношением $n = m(m - 1)/\sigma + 1$ и не могут быть взяты произвольно [1, 2]. Пример такого графа размера 7×7 с двумя путями между

любой парой абонентов приведен на рисунке для $n = 7$, $m = 4$, $\sigma = 2$.

В числе возможных областей применения графов с подобной структурой называют отказоустойчивые многомашинные вычислительные системы реального времени, где, например, подмножество вершин одной доли представляет совокупность процессорных элементов или вычислительных машин, а подмножество вершин другой доли — коммутаторы [3, 4].

Задачи диагностирования ЦС со структурой минимального квазиполного графа размера 7×7 с двумя путями между любой парой абонентов рассматривались в работах [5—7]. Особенность исследованных ЦС состоит в наличии у каждого коммутатора четырех входных и четырех выходных линий связи, соединяющих его с четырьмя соответствующими абонентами. Проведенные исследования показали, что результаты диагностирования компонентов анализируемых ЦС зависят от ряда факторов:

— структурных особенностей анализируемой ЦС, в частности, от параметра m — числа портов абонентов;

— полноты диагностического теста относительно числа и видов обнаруживаемых неисправных компонентов;

— выбранного метода диагностирования;

— выбранного метода раскодирования результатов выполненных проверок.

Экспериментально установлено, что выбранные (и представленные в статьях [5, 6]) таблица проверок, методы диагностирования и раскодирования гарантируют в рассматриваемой ЦС достоверное правильное однократное (без ремонта) диагностирование не больше:

— двух неисправных абонентов и двух неисправных коммутаторов при исправном состоянии всех линий связи или

— одного неисправного абонента и трех неисправных коммутаторов при исправном состоянии всех линий связи или

— двух неисправных линий связи при исправном состоянии всех абонентов и коммутаторов.

Среди основных причин, влияющих на оценки результатов выполненных проверок, следует выделить такие:

— диагностический тест построен для идентификации неисправных компонентов всей ЦС;

— уменьшение числа выполняемых проверок того или иного компонента (по сравнению с числом потенциально возможных), если проверяющий абонент, предназначенный для контроля состояния проверяемой подсистемы, в которую входит данный компонент, неисправен или подозревается в неисправности.

В настоящей статье предлагается другой подход к диагностированию неисправных компонентов ЦС со структурой минимального квазиполного графа, позволяющий благодаря более активному использованию диагностического монитора увеличить число достоверно идентифицируемых неисправных компонентов.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исходная многомашинная вычислительная система со структурой минимального квазиполного графа размера 7×7 с двумя путями между любой парой абонентов представлена диагностическим графом, у которого n вершин одной доли представляют абоненты (процессоры) системы, n вершин другой доли — коммутаторы, на рисунке каждый абонент связан с каждым другим абонентом двумя линиями связи, проходящими через два разных коммутатора.

Будем считать, что допускаются устойчивые кратные отказы абонентов, коммутаторов, линий связи, причем неисправности компонентов таковы, что прекращают работу тех компонентов, в которых они возникли, и не влияют на работоспособ-

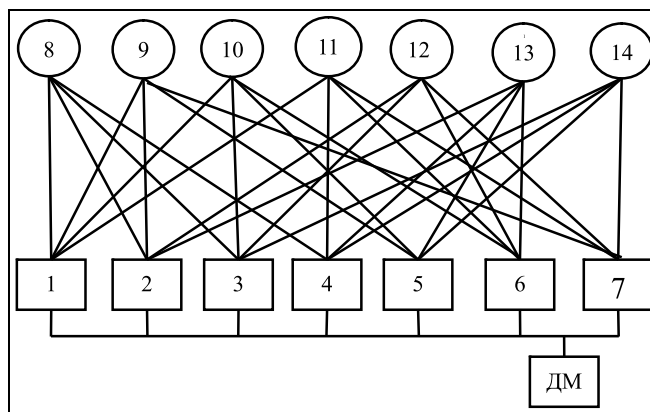


Схема цифровой системы со структурой минимального квазиполного графа $S_{7,4,2}$:

1—7 — абоненты; 8—14 — коммутаторы; ДМ — диагностический монитор

ность смежных компонентов. Будем считать также, что из-за конструктивных ограничений в данной ЦС входная и выходная линия связи используют общий (один) провод (аналог полудуплексного режима). В этом случае требуется диагностировать с точностью до одной двунаправленной линии связи между абонентом и коммутатором.

Организацией процессов диагностирования различных компонентов ЦС и обработкой полученных результатов занимается исправный ДМ, который находится во внешнем модуле, имеющем доступ к каждому абоненту.

Требуется разработать подход к диагностированию (с ремонтом) неисправных компонентов анализируемой ЦС, обеспечивающий достоверную идентификацию хотя бы одного неисправного компонента.

2. ПОДХОД К ФРАГМЕНТНОМУ ДИАГНОСТИРОВАНИЮ НЕИСПРАВНЫХ КОМПОНЕНТОВ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ СО СТРУКТУРОЙ МИНИМАЛЬНОГО КВАЗИПОЛНОГО ГРАФА РАЗМЕРА 7×7

Один из перспективных способов увеличения числа достоверно диагностируемых неисправных компонентов заключается в применении подхода к фрагментному диагностированию ЦС, в соответствии с которым идентифицированные неисправные компоненты заменяются на исправные и активно используются возможности исправного ДМ, имеющего доступ к каждому абоненту. Исследования вариантов данного подхода показали, что для исключения неоднозначных диагнозов неисправных абонентов и примыкающих линий связи необходимо разделить во времени процедуры диагностирования этих компонентов.

Для реализации такого подхода разделим процесс диагностирования ЦС на два этапа: проверка



абонентов и проверка фрагментов, включающих в себя один коммутатор и четыре линии связи. Для проверки работоспособности компонента с предполагаемым характером функционирования (работа — отказ) со стороны проверяющего модуля достаточно послать к нему запрос, на который проверяемый компонент должен дать ответ в течение заданного интервала времени Δt . Отсутствие ответа в течение интервала Δt служит признаком проявления (обнаружения) неисправности компонента.

На первом этапе ДМ посылает очередному абоненту $A_j, j = 1, \dots, 7$, запрос о его состоянии. Если абонент A_j исправен, то он отправляет ответ ДМ, который фиксирует оценку $r_j = 0$. Если в течение интервала Δt ответ не придет, то ДМ фиксирует оценку $r_j = 1$. Поскольку каждый абонент проверяется по одиночке, то фиксируемая оценка ($r_j = 0$ или 1) однозначно определяет техническое состояние проверенного абонента: исправен или нет. После проверки всех абонентов ДМ передает полученные оценки обслуживающему персоналу для замены на исправные тех абонентов, для которых получены оценки $r_j = 1$.

Второй этап состоит из семи подэтапов. На каждом из них ДМ с помощью исправных абонентов проверяет очередной фрагмент системы, включающий в себя коммутатор и присоединенные к нему четыре линии связи. Поскольку разные фрагменты ЦС могут иметь контакты только через общих абонентов, то в дальнейшем будем рассматривать унифицированный фрагмент: номера 1, 2, 3, 4 присвоим линиям связи, соединяющим коммутатор 5 с соответствующими внешними абонентами. Для применения полученных далее результатов к конкретным фрагментам ЦС необходимо заменить эти унифицированные номера на номера коммутатора и линий связи рассматриваемого фрагмента. В табл. 1 показана такая замена для фрагмента, включающего в себя коммутатор 8 и линии связи, соединяющие его с абонентами 1, 2, 3, 4.

Техническое состояние унифицированного фрагмента диагностируется ДМ с помощью шести проверок, показанных в табл. 2. В столбце «Проверяемые подсистемы $U_{j,i,k}$ » для абонента $A_j, j = 1, 2, 3, 4$, записаны номера коммутатора 5 и линий связи, входящих в состав подсистем $U_{j,i,k}$, проверяемых абонентом A_j . Исправные абоненты A_j и A_k вынесены в отдельные столбцы.

Шесть проверок (см. табл. 2), образуют полный тест для контроля исправности шести путей, которые возможны между любой парой из четырех абонентов, проверяющих фрагмент, состоящий из коммутатора 5 и четырех прилегающих линий свя-

зи. Возвращаясь к параметрам фрагмента, можно написать, что полный тест в табл. 2 включает в себя P проверок, где $P = m(m-1)/2$.

Каждая проверка выполняется следующим образом. Очередному абоненту A_j ДМ передает команду «Переслать абоненту A_k через коммутатор c_i сообщение о проверке $p_{j,i,k}$ ». Абонент A_k , получив такое сообщение, подтверждает его получение диагностическому монитору, который заносит в клетку столбца «Оценка $r_{j,i,k}$ » оценку 0. Если в течение интервала Δt такого подтверждения от абонента A_k не приходит, то ДМ заносит в эту же клетку оценку 1. После записи в клетку оценки 0 или 1 ДМ передает следующему абоненту A_j из табл. 2 сообщение о необходимости выполнения очередной проверки. Такие действия выполняются для всех проверок (см. табл. 2). Это возможно, так как после выполнения первого этапа все абоненты исправны (возможно, после замены обнаруженных неисправных абонентов).

После выполнения всех шести проверок в столбце «Оценка $r_{j,i,k}$ » будет записан шестиразрядный синдром проверок R_x , раскодирование которого даст диагноз — номера неисправных и исправных компонентов анализируемого фрагмента.

Для раскодирования результатов проверок и формирования диагноза воспользуемся алгебрологическим методом [7]. Напомним его основные положения.

А. Компонент с номером s может быть в двух состояниях: исправен — неисправен, закодируем

Таблица 1

Таблица соответствия для коммутатора 8

Номер компонента в унифицированном фрагменте	Линии связи
1	(1-8), (8-1)
2	(2-8), (8-2)
3	(3-8), (8-3)
4	(4-8), (8-4)

Таблица 2

Унифицированная таблица проверок

№ п/п	Проверка $p_{j,i,k}$	Абонент A_j	Проверяемые подсистемы $U_{j,i,k}$	Абонент A_k	Оценка $r_{j,i,k}$
1	$p_{1,5,2}$	A_1	1, 5, 2	A_2	
2	$p_{2,5,3}$	A_2	2, 5, 3	A_3	
3	$p_{3,5,4}$	A_3	3, 5, 4	A_4	
4	$p_{4,5,1}$	A_4	4, 5, 1	A_1	
5	$p_{1,5,3}$	A_1	1, 5, 3	A_3	
6	$p_{2,5,4}$	A_2	2, 5, 4	A_4	

эти состояния булевой переменной s (совпадающей с номером компонента s — для упрощения последующих преобразований), принимающей значение $\bar{s}$ для исправного компонента и значение s для неисправного компонента.

Функцию технического состояния компонентов с номерами $1, 2, \dots, k$ запишем так:

$\bar{F}_j = \bar{1} \cdot \bar{2} \cdot \dots \cdot \bar{k}$ — все компоненты исправны при нулевой оценке результата их проверки тестом p_j (оценка $\bar{r}_j$);

$F_j = 1 \vee 2 \vee \dots \vee k$ — хотя бы один из компонентов неисправен при единичной оценке результата их проверки тестом p_j (оценка r_j).

Б. Метод раскодирования оценок результатов тестирования на множестве проверок $p_1, \dots, p_k$ состоит из следующих этапов.

1. Построить функцию $\bar{F}$ как конъюнкцию всех функций $\bar{F}_j$, образованных для каждой оценки $\bar{r}_j$ из синдрома проверок R_x .

2. Построить функцию F как конъюнкцию всех функций F_j , образованных для каждой оценки r_j из синдрома проверок R_x .

3. Конъюнкция $\Psi = F \cap \bar{F}$ после преобразований и упрощений содержит дизъюнктивные члены, каждый из которых определяет подмножество исправных и неисправных компонентов, синдром проверки которых совпадает с R_x .

4. Упростить отдельные функции F_j , вычеркнув те переменные, для которых в функции $\bar{F}$ есть одноименные переменные с отрицанием (с чертой сверху).

5. Произвести конъюнктивное перемножение оставшихся членов функций F_j и функции $\bar{F}$, вы-

полнить поглощение членов большей длины членами меньшей длины.

6. Выделить из полученного логического выражения члены минимальной длины. Они определяют диагноз — подмножество компонентов, подозреваемых в неисправности по результатам выполненных проверок.

В табл. 3 приведены результаты диагностирования некоторых отказов ситуаций, полученные с использованием проверок (см. табл. 2) для диагностирования четырех линий связи и коммутатора в одном фрагменте.

Покажем применение алгебологического метода раскодирования результатов проверок компонентов на примере двух отказов ситуаций N_5 и N_2 . (В целях сокращения объема текста некоторые из производимых операций будем опускать.)

Как видно из табл. 3, в отказовой ситуации N_5 неисправны компоненты $N_5 = 1, 5$. После выполнения шести проверок из табл. 2 получим синдром $R_5 = 1_1 1_2 1_3 1_4 1_5 1_6$, где номер проверки записан в качестве нижнего индекса полученной оценки: 1 или 0.

Функция состояния для данного синдрома имеет вид:

$$\Psi_5 = (1 \vee 5 \vee 2)(2 \vee 5 \vee 3)(3 \vee 5 \vee 4) \times \\ \times (4 \vee 5 \vee 1)(1 \vee 5 \vee 3)(2 \vee 5 \vee 4),$$

после перемножения и сокращения подобных членов получим

$$\Psi_5 = 5 \vee 1 \cdot 2 \cdot 3 \vee 1 \cdot 2 \cdot 4 \vee 1 \cdot 3 \cdot 4 \vee 2 \cdot 3 \cdot 4,$$

что и показано в строке 5 табл. 3.

В отказовой ситуации N_2 (табл. 3) неисправны компоненты $N_2 = 1, 2$. После выполнения шести проверок (см. табл. 2) получим синдром $R_2 = 1_1 1_2 0_3 1_4 1_5 1_6$.

Таблица 3

Таблица результатов диагностирования

N_k	Отказовая ситуация	Синдром проверок R_k	Диагноз	Примечание
1	1	$1_1 0_2 0_3 1_4 1_5 0_6$	$1 \cdot 2 \cdot \bar{4} \cdot \bar{5} \cdot \bar{3}$	Однозначный, неполный
2	1, 2	$1_1 1_2 0_3 1_4 1_5 1_6$	$1 \cdot 2 \cdot \bar{3} \cdot \bar{4} \cdot \bar{5}$	Однозначный, полный
3	1, 3	$1_1 1_2 1_3 1_4 1_5 0_6$	$1 \cdot 3 \cdot \bar{2} \cdot \bar{4} \cdot \bar{5}$	
4	1, 2, 3	$1_1 1_2 1_3 1_4 1_5 1_6$	$5 \vee 1 \cdot 2 \cdot 3 \vee 1 \cdot 2 \cdot 4 \vee 1 \cdot 3 \cdot 4 \vee 2 \cdot 3 \cdot 4$	Неоднозначный, без общей части
5	1, 5	$1_1 1_2 1_3 1_4 1_5 1_6$	$5 \vee 1 \cdot 2 \cdot 3 \vee 1 \cdot 2 \cdot 4 \vee 1 \cdot 3 \cdot 4 \vee 2 \cdot 3 \cdot 4$	
6	5	$1_1 1_2 1_3 1_4 1_5 1_6$	$5 \vee 1 \cdot 2 \cdot 3 \vee 1 \cdot 2 \cdot 4 \vee 1 \cdot 3 \cdot 4 \vee 2 \cdot 3 \cdot 4$	
7	1, 2	$1_1 1_2 0_3 1_4$	$1 \cdot 2 \cdot \bar{3} \cdot \bar{4} \cdot \bar{5}$	Однозначный, полный
8	1, 3	$1_1 1_2 1_3 1_4$	$5 \vee 1 \cdot 3 \vee 2 \cdot 4$	Неоднозначный, без общей части

Функция состояния для данного синдрома имеет вид:

$$\Psi_2 = (1 \vee 5 \vee 2)(2 \vee 5 \vee 3) \cdot \bar{3} \cdot \bar{5} \cdot \bar{4} \times \\ \times (3 \vee 5 \vee 4)(4 \vee 5 \vee 1)(1 \vee 5 \vee 3)(2 \vee 5 \vee 4),$$

после перемножения и сокращения подобных членов получим $\Psi_2 = 1 \cdot 2 \cdot \bar{3} \cdot \bar{4} \cdot \bar{5}$, что и показано в клетке «Диагноз» строки 2 табл. 3.

Анализ записей (см. табл. 3) позволяет сделать ряд выводов.

- Диагноз, полученный для ситуаций N_4 , N_5 и N_6 , одинаков потому, что одинаков синдром проверок для этих ситуаций: он содержит только единицы. В результате раскодирования такого единичного синдрома получается неоднозначный диагноз (функция Ψ_3), содержащий пять вариантов без общей части:

- неисправен коммутатор 5,
- или четыре комбинации трех неисправных из четырех линий связи.

Логическая причина такой неоднозначности заключается в том, что синдром проверки кратной неисправности образуется дизъюнкцией синдромов проверки одиночных неисправных компонентов, входящих в состав кратной неисправности. Поскольку синдром проверки неисправного коммутатора единичный (строка 6 в табл. 3), то дизъюнктивное добавление синдромов проверки любых других неисправных компонентов (например, компонента 1 в строке 5) не может изменить единичный синдром коммутатора. Более того, единичный синдром проверки может сформироваться и без участия коммутатора 5 (что показано для кратной неисправности компонентов 1, 2, 3 в строке 4 табл. 3); в результате получается тот же неоднозначный диагноз, как и в строке 6, одним из пяти слагаемых которого является правильный диагноз (неисправность компонентов 1, 2, 3).

Физической причиной подобной неоднозначности является использование коммутатора 5 во всех шести проверках (см. табл. 2), что не позволяет различить неисправность коммутатора от кратных неисправностей других компонентов фрагмента. К сожалению, в данной структуре фрагмента нельзя построить проверки линий связи без соединяющего их коммутатора. Это неизбежное следствие древовидной структуры фрагмента, не имеющего точек разветвления между коммутатором и линиями связи.

- Для получения более определенного диагноза синдром проверок должен иметь одну или несколько нулевых оценок. Действительно, нулевую оценку получит результат проверки, в которой контролируется состояние исправного коммутатора и двух исправных линий связи. При раскодировании синдрома для каждой нулевой оценки будут построены соответствующие функции состояния

$\bar{F}_j$, которые подтвердят исправность коммутатора и двух соответствующих линий связи, что устранил возможность неоднозначных вариантов диагноза. Как видно из отказовых ситуаций в строках 1, 2, 3, 7 (см. табл. 3), наличие нулей в синдромах их проверок приводит к однозначному диагнозу для этих ситуаций.

- В строках 2, 7 и 3, 8 показаны результаты диагноза для отказовых ситуаций (1, 2) и (1, 3) соответственно. Различие заключается в числе проверок из табл. 2. В строках 2, 3 использованы шесть проверок из табл. 2, а в строках 7, 8 — только первые четыре проверки. Различие синдромов для первых четырех проверок в ситуациях 3 и 8 приводит к различию диагноза. Этот пример показывает необходимость использования более полных диагностических тестов, чтобы получить нулевые оценки результатов выполнения отдельных проверок.

- Наличие в синдроме нескольких нулевых оценок не влияет на однозначность диагноза, но может оставить неопределенным состояние некоторых компонентов. Так, в строке 1 синдром имеет три нулевые оценки, что определило неполный диагноз: компонент 3 оказался вне результата диагноза, что отмечено тильдой (~) над цифрой 3.

- Результаты диагностирования некоторых отказовых ситуаций, показанные в табл. 3, позволяют утверждать, что предложенные процедуры рассматриваемого подхода обеспечивают достоверное диагностирование:

- от одного до семи неисправных абонентов;
- до двух неисправных линий связи при исправном коммутаторе каждого фрагмента;
- неисправного коммутатора при неисправности одной или двух линий связи каждого фрагмента.

Сравнение этих цифр со значениями диагностируемости для всей ЦС, приведенными во Введении, показывает преимущества данного подхода при диагностировании ЦС с большим числом неисправных компонентов. Такое свойство представляется полезным при диагностировании вновь созданной ЦС или после большого перерыва в функционировании по назначению.

3. О ВОССТАНОВЛЕНИИ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ СО СТРУКТУРОЙ МИНИМАЛЬНОГО КВАЗИПОЛНОГО ГРАФА РАЗМЕРА 7×7

Результаты диагностирования ряда отказовых ситуаций (см. табл. 3), можно объединить в две группы:

- 1) диагноз однозначный, полный или неполный;
- 2) диагноз неоднозначный, без общей части.

Диагнозы первой группы удовлетворяют требованиям постановки задачи: правильно идентифи-

цированы один или два неисправных компонента. При таких диагнозах обслуживающий персонал должен заменить исправными компоненты, подозреваемые в неисправности, и повторить диагностику для подтверждения исправности восстановленного фрагмента.

Диагнозы второй группы не позволяют достоверно идентифицировать хотя бы один неисправный компонент. В связи с этим предлагается довольно очевидный вариант выхода из подобных ситуаций: заменить коммутатор исправным, повторить выполнение проверок из табл. 2, при этом возможны два исхода:

- синдром проверок R изменился, его раскодирование может дать более определенный диагноз;

- синдром проверок R не изменился, так как коммутатор был исправен, в таком случае заменить на исправные две линии связи из четырех, повторить выполнение проверок из табл. 2.

Даже если у данного фрагмента были неисправны все четыре линии связи, то после замены на исправные двух линий связи, в нем останется две неисправные линии связи. Записи строк 2 и 3 в табл. 3 показывают, что при использовании шести проверок результирующий синдром двух неисправных линий связи имеет одну нулевую оценку, что дает однозначный и полный диагноз.

В качестве примера, показывающего возможные ошибки данного варианта действий, вернемся к табл. 3. Записи строки 4 показывают неоднозначный диагноз без общей части. Если для данной ситуации считать подозреваемым в неисправности коммутатор 5 (наименьшее подмножество компонентов), то такое решение окажется ошибочным, так как правильным диагнозом является кратная неисправность компонентов 1, 2 и 3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленный подход к фрагментному диагностированию для ЦС со структурой минимального квазиполного графа (на примере графа размера 7×7) состоит из проверок и восстановления: сначала семи абонентов, затем семи фрагментов, состоящих из коммутатора и четырех прилегающих к нему линий связи. Диагностические тесты, используемые для проверок каждой из этих составляющих ЦС, определяются только совокупностью проверяемых компонентов и не зависят от числа других компонентов ЦС. Основным параметром, влияющим на объем необходимых проверок для каждого фрагмента, служит значение m — число портов одного абонента. Число и продолжительность выполняемых процедур пропорциональны общему числу модулей n в одной доле. Что же касается параметра σ — числа путей между двумя абонентами, проходящих через σ коммутаторов, то этот параметр не влияет на процедуры проверок

одного фрагмента, так как пути проходят через разные коммутаторы.

Таким образом, можно заключить, что разработанный подход к диагностированию неисправных компонентов цифровых систем со структурой минимального квазиполного графа (на примере графа размера 7×7) представляет собой теоретические основы достоверного диагностирования большого числа неисправных компонентов в ЦС рассматриваемой структуры. Возможно, разработанный подход окажется полезным при диагностировании вновь созданных ЦС, построенных на элементной базе невысокой степени интеграции.

Дело в том, что представленный подход к фрагментному диагностированию ЦС рассматриваемой структуры требует участия обслуживающего персонала в замене неисправных компонентов и не может быть реализован в электронных системах, построенных на современной элементной базе. Для восстановления работоспособности подобных электронных систем нужны другие подходы, предусматривающие автоматическое устранение влияния неисправных компонентов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Каравай М.Ф., Подлазов В.С.* Распределенный полный коммутатор как «идеальная» системная сеть для многопроцессорных вычислительных систем // Управление большими системами. — 2011. — Вып. 34. — С. 92—116. — URL: <http://ubs.mtas.ru/upload/library/UBS3405.pdf> (дата обращения 26.10.2015).
2. *Каравай М.Ф., Пархоменко П.П., Подлазов В.С.* Комбинаторные методы построения двудольных однородных минимальных квазиполных графов (симметричных блок-схем) // Автоматика и телемеханика. — 2009. — № 2. — С. 153—170.
3. *Alverson B., Roweth D., Kaplan L.* Cray XCR Series Network. — 28 p. — URL: <http://www.cray.com/Assets/PDF/products/xcr/CrayXC30Networking.pdf> (дата обращения 26.10.2015).
4. *Alverson R., Roweth D., Kaplan L.* The Gemini System Interconnect // 18th IEEE Symposium on High Performance Interconnects on 2010. — P. 83—87. — URL: <http://doi.ieee-computersociety.org/10.1109/HOTI.2010.23> (дата обращения 26.10.2015).
5. *Ведешенков В.А., Курако Е.А., Лебедев В.Н.* О диагностировании цифровых систем со структурой минимального квазиполного графа размера 7×7 // Проблемы управления. — 2014. — № 6. — С. 68—76.
6. *Ведешенков В.А., Курако Е.А., Лебедев В.Н.* О диагностируемости компонентов цифровых систем со структурой минимального квазиполного графа размера 7×7 с 2 путями между 2 абонентами // Управление большими системами. — 2015. — Вып. 58. — URL: <http://ubs.mtas.ru/upload/library/UBS5804.pdf> (дата обращения 13.09.2016).
7. *Ведешенков В.А.* Организация диагностирования одиночных неисправных компонентов цифровых систем со структурой минимального квазиполного графа размера 7×7 с двумя путями между двумя абонентами // Проблемы управления. — 2016. — № 1. — С. 65—72.

Статья представлена к публикации членом редсовета чл.-корр. РАН П.П. Пархоменко.

Ведешенков Виктор Алексеевич — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, vva@ipu.ru.

АППРОКСИМАЦИЯ ОГИБАЮЩЕЙ В ПРИЛОЖЕНИЯХ «NETWORK CALCULUS»

А.А. Байбулатов, В.Г. Промыслов

Рассмотрены основные положения теории «Network calculus», относящиеся к расчету параметров систем обслуживания. Пояснена роль огибающей входящего потока. Предложен способ расчета линейной огибающей, поставлена и решена соответствующая оптимизационная задача. Приведены примеры расчета одно- и двухкомпонентной линейных огибающих входящего потока, а также соответствующих времен обслуживания (задержек) и очередей для системы обслуживания программного обеспечения АСУ.

Ключевые слова: огибающая, Network calculus, система обслуживания, оптимизация, АСУ.

ВВЕДЕНИЕ

«Network calculus» [1] — это относительно новый, активно развивающийся раздел прикладной математики, возникший в конце прошлого века [2, 3] на основе мини-плюс алгебры [4]. Область применения «Network calculus» — исследование систем с очередью. В основном «Network calculus» применяется для расчета характеристик больших [1] и малых [5] вычислительных сетей, базирующихся на протоколе TCP/IP. В последнее время были также сделаны попытки применить его и для других, не связанных, с сетями задач, таких как, например, расчет гарантированного времени модификации программного обеспечения [6].

Одна из интересных особенностей аппарата «Network calculus», выделяющая его среди классических теорий расчета систем с очередью (например, приложений теории массового обслуживания), — это представление входящего потока (потока заявок на обслуживание) в виде кумулятивной (с нарастающей суммой) функции. Отсюда следует важное отличие «Network calculus» от методик расчета сетей [7] — использование детерминированных (регулярных), ограничений на поток в виде огибающих потоков, а не их стохастических моделей. Это позволяет работать с более широким классом входящих потоков, делает теорию интуитивно более понятной и доступной в инженерном плане [8].

Как правило, в прикладных задачах «Network calculus» при исследовании сложных систем обслуживания для простоты расчетов используются модели одно- [9] или двухкомпонентных [1] линей-

ных огибающих. Это дает возможность получить аналитические выражения для времен обслуживания (задержек) и очередей (буферов). Обычно каждый из исследователей «проводит» такие огибающие, основываясь на своей интуиции [10]. Однако интуитивный подход ухудшает точность и снижает ценность получаемых результатов. Математически обоснованная методика расчета линейных огибающих не встречается в современных публикациях. В настоящей работе рассматривается оптимизационная задача расчета линейной огибающей. Приводятся результаты решения для одно- и двухкомпонентной моделей линейной огибающей входящего потока. Приведен пример расчета системы обслуживания (модификации) программного обеспечения АСУ разработки Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН.

1. РОЛЬ ОГИБАЮЩЕЙ В «NETWORK CALCULUS»

Рассмотрим некоторую систему обслуживания, например, вычислительную сеть. Пусть $A(t)$ — кумулятивная функция (cumulative function [1]) входящего потока для этой системы, т. е. суммарное количество данных на входе (например, бит), наблюдаемых на интервале $[0, t]$. $A(t)$ будет неотрицательной, неубывающей функцией времени. Тогда огибающая входящего потока (arrival curve, envelope [1]) $E(t)$ определяется следующим образом:

$$A(t) - A(s) \leq E(t - s), \quad \forall s \leq t, \quad t \geq 0.$$

Очевидно, таким образом задается целое множество огибающих. Заметим, что понятие огибаю-

щей в «Network calculus» несколько отличается от классического [11].

Особое значение имеет *минимальная* огибающая входящего потока (minimum arrival curve [1]):

$$E(t) = \sup_{s \geq 0} \{A(t+s) - A(s)\}. \quad (1)$$

Запись (1) означает, что огибающая $E(t)$ определяет верхнюю границу потока данных на любом интервале t , начинающемся в произвольный момент времени s . Будем далее называть огибающую, вычисленную по формуле (1), *эмпирической*.

Рассмотрим примеры использования огибающей для расчета характеристик сетей. Обозначим $D(t)$ кумулятивную функцию выходящего потока, которая определяется как суммарное количество данных на выходе. Тогда для систем без потерь *время обслуживания* или *задержка* (delay [1]) $dl(t)$ и *длина очереди* или размер необходимого буфера (backlog [1]) $bl(t)$ определяются как

$$dl(t) = \inf\{\tau \geq 0: A(t) \leq D(t+\tau)\}, \quad (2)$$

$$bl(t) = A(t) - D(t). \quad (3)$$

Один из основных теоретических результатов «Network calculus» заключается в утверждении, что максимальные значения времени обслуживания (задержки) и длины очереди можно вычислять с помощью огибающих, а не реальных кумулятивных функций. В формулах для вычисления времен обслуживания (задержек) и очередей (2) и (3) можно заменить кумулятивную функцию входящего потока ее огибающей, а кумулятивную функцию выходящего потока — *функцией обслуживания* (service curve [1]), которая определяет минимальное гарантированное обслуживание системы. В этом случае равенства заменяются на неравенства, но ограничения получаются достаточно жесткими [1]. Обозначив $S(t)$ функцию обслуживания системы, формулы (2), (3) можно переписать в виде:

$$dl(t) \leq \sup_{s \geq 0} \{\inf\{\tau \geq 0: E(s) \leq S(s+\tau)\}\}, \quad \forall t, \quad (4)$$

$$bl(t) \leq \sup_{s \geq 0} \{E(s) - S(s)\}, \quad \forall t. \quad (5)$$

Однако использование эмпирической огибающей (1) в формулах (4) и (5) довольно затруднительно. Наиболее простыми и удобными в применении формулы (4) и (5) становятся в случае линейных огибающих входящих потоков и линейных функций обслуживания.

Функции обслуживания реальных устройств компьютерных сетей (серверов, коммутаторов,

шлюзов, и др.) в большинстве случаев, действительно, являются линейными и имеют вид [1]:

$$S(t) = \begin{cases} R(t-T), & t > T, \\ 0, & t \leq T, \end{cases} \quad (6)$$

где R — скорость обслуживания, T — задержка обслуживания. Они могут быть взяты из паспортных данных либо получены экспериментально.

Огибающие входящих потоков могут быть аппроксимированы линейными функциями из физических соображений. Для вычисления максимальных значений времени обслуживания (задержки) и длины очереди в соответствии с формулами (4) и (5) необходимо найти прямую (касательную), ограничивающую эмпирическую огибающую (1) сверху. Линейные огибающие входящих потоков имеют вид [1]:

$$E(t) = rt + b, \quad (7)$$

где r — скорость потока, b — «всплеск». Назовем прямую (7) однокомпонентной огибающей.

Таким образом, в случае функций обслуживания вида (6) и огибающих вида (7) формулы (4) и (5) можно преобразовать к виду [1]:

$$dl = b/R + T, \quad (8)$$

$$bl = rT + b. \quad (9)$$

Из формулы (8) следует, что при поиске однокомпонентной линейной огибающей (7) для расчета максимального времени обслуживания необходимо искать прямую с максимальным «всплеском» b .

В некоторых случаях ограничить эмпирическую огибающую (1) предпочтительнее не одной прямой (7), а двумя:

$$E(t) = \min\{r_1 t + b_1, r_2 t + b_2\}, \quad (10)$$

где r_1 — пиковая скорость, b_1 — максимальный размер пакета, r_2 — устойчивая скорость, b_2 — «всплеск». Назовем кривую (10) двухкомпонентной огибающей. Такая огибающая используется, например, в модели «IntServ» [12] качества обслуживания в сетях на основе протокола TCP/IP.

Для двухкомпонентной огибающей формулы для времени обслуживания (задержки) и длины очереди, аналогичные формулам (8) и (9), имеют более сложный вид [1]:

$$dl = \frac{1}{R} \left[b_1 + \frac{b_2 - b_1}{r_1 - r_2} (r_1 - R)^+ \right] + T, \quad (11)$$

$$bl = r_2 T + b_2 + \left(\frac{b_2 - b_1}{r_1 - r_2} - T \right)^+ ((r_1 - R)^+ - r_1 + r_2), \quad (12)$$

где $(\cdot)^+ = 0$, если $(\cdot) < 0$.

2. ЗАДАЧА РАСЧЕТА ЛИНЕЙНОЙ ОГИБАЮЩЕЙ

2.1. Расчет однокомпонентной огибающей

Решим задачу расчета однокомпонентной линейной огибающей. Уточним, что задача состоит в аппроксимации эмпирической огибающей (1) линейной огибающей (7), которая должна ограничивать эмпирическую огибающую сверху и иметь максимально возможное значение «всплеска» b . Для удобства решения оптимизационной задачи заменим условие максимума «всплеска» на условие минимума скорости потока r (минимума углового коэффициента прямой). Такая замена допустима при поиске линейной огибающей для расчета максимального времени обслуживания (8). Для расчета максимальной длины очереди (9) необходимо максимизировать оба параметра: «всплеск» и скорость.

Отметим, что идея решения данной задачи основана на известном методе опорных векторов [13]. В частности, подобная задача регрессии по опорным векторам уже встречалась в публикациях [14].

Перейдем к переменным x и y и поставим задачу следующим образом. Дана эмпирическая огибающая — неубывающая последовательность точек:

$$(x_i, y_i), \quad x_i \geq 0, \quad y_i \geq 0, \quad x_{i+1} \geq x_i, \quad y_{i+1} \geq y_i,$$

$$i = 1, \dots, N.$$

Необходимо найти оптимальную линейную огибающую (касательную к эмпирической и ограничивающую ее сверху), заданную уравнением:

$$y = kx + b, \quad (13)$$

с наименьшим углом наклона (k), наиболее близкую к точкам эмпирической огибающей (рис. 1).

За меру близости прямой (13) к точке (x_i, y_i) примем величину $y'_i - y_i = kx_i + b - y_i$.

Обозначим ξ_i ширину полосы, в которую должна вписаться эта величина. Тогда

$$\begin{cases} kx_i + b - y_i \leq \xi_i + \varepsilon, \\ y_i - kx_i - b \leq \varepsilon. \end{cases}$$

Здесь ε — параметр, характеризующий размер ошибки, с которой заданы значения эмпирической огибающей. Первое неравенство описывает точки, лежащие ниже прямой, второе неравенство — точки, лежащие выше прямой. Возможность существования точек выше прямой объясняется наличием ошибки ε . Отметим, что полоса будет переменной ширины, поскольку каждой точке (x_i, y_i) соответствует свое значение ξ_i .

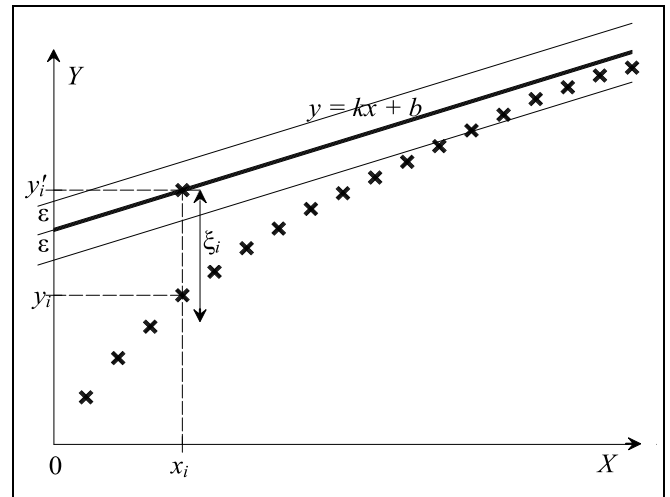


Рис. 1. Расчет однокомпонентной линейной огибающей входящего потока

Тогда оптимизационная задача состоит в минимизации квадратичного функционала:

$$\frac{1}{2} k^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_i \rightarrow \min_{k, \xi} \quad (14)$$

при выполнении условий:

$$\begin{cases} kx_i + b - y_i \leq \xi_i + \varepsilon, \quad i = 1, \dots, N; \\ y_i - kx_i - b \leq \varepsilon, \quad i = 1, \dots, N; \\ k \geq 0; \\ b \geq 0; \\ \xi_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, N. \end{cases} \quad (15)$$

В функционале (14) множитель $1/2$ при k и квадратичная степень взяты для удобства, C — управляющий параметр, позволяющий регулировать соотношения между двумя оптимизируемыми величинами (k и ξ).

Решение задачи (14), (15) приведено в Приложении.

2.2. Расчет двухкомпонентной огибающей

Решим задачу для двухкомпонентной линейной огибающей. Пусть задана та же эмпирическая огибающая:

$$(x_i, y_i), \quad x_i \geq 0, \quad y_i \geq 0, \quad x_{i+1} \geq x_i, \quad y_{i+1} \geq y_i, \\ i = 1, \dots, N.$$

В этом случае необходимо найти не одну прямую (13), а две, такие что огибающая

$$y(x) = \min\{k_1 x + b_1, k_2 x + b_2\}.$$

В соответствии с моделью «IntServ» на параметры прямых необходимо наложить ограничения: $k_1 > k_2$, $b_1 < b_2$, которые задают условия оптимизации: минимизировать k_2 и максимизировать k_1 . Будем считать, что смена компоненты (прямой) происходит в точке (x_n, y_n) .

В этом случае оптимизационная задача, аналогичная задаче (14), (15), имеет вид:

$$B \left(\frac{1}{k_1} + C \sum_{i=1}^n \xi_{1i}^2 \right) + \left(k_2^2 + C \sum_{i=n}^N \xi_{2i}^2 \right) \rightarrow \min_{k_1, k_2, \xi_1, \xi_2} \quad (16)$$

при выполнении условий:

$$\begin{cases} k_1 x_i + b_1 - y_i \leq \xi_{1i} + \varepsilon, i = 1, \dots, n; \\ k_2 x_i + b_2 - y_i \leq \xi_{2i} + \varepsilon, i = n, \dots, N; \\ y_i - k_1 x_i - b_1 \leq \varepsilon, i = 1, \dots, n; \\ y_i - k_2 x_i - b_2 \leq \varepsilon, i = n, \dots, N; \\ k_1 \geq 0; \quad k_2 \geq 0; \quad k_1 > k_2; \\ b_1 \geq 0; \quad b_2 \geq 0; \quad b_1 < b_2; \\ \xi_{1i} \geq 0, i = 1, \dots, n; \\ \xi_{2i} \geq 0, i = n, \dots, N. \end{cases} \quad (17)$$

В выражении (16) ξ_{1i} и ξ_{2i} — ширина полосы для первой и второй компоненты соответственно; ε — размер ошибки; параметр C определен, как в формуле (14); параметр B позволяет регулировать соотношения между двумя компонентами огибающей (выбирается в соответствии с предполагаемой точкой смены компоненты). Аналитическое решение задачи (16), (17) довольно трудоемко. Данная задача решена численно.

3. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА ЛИНЕЙНОЙ ОГИБАЮЩЕЙ

На основе изложенных в § 2 алгоритмов расчета линейной огибающей и численных методов разработана программа для ЭВМ, которая проверена на тестовых данных с известными параметрами k и b . Результаты численных расчетов параметров k и b показали хорошее соответствие с заданными значениями.

Изложенные алгоритмы и их численная реализация применялись также для оценки реального входящего потока. Был проведен расчет линейной огибающей для системы обслуживания программного обеспечения АСУ [6]. Под обслуживанием в этом случае понималась модификация программного обеспечения, входящий поток — это поток заданий на модификацию (поток элементов информационной базы).

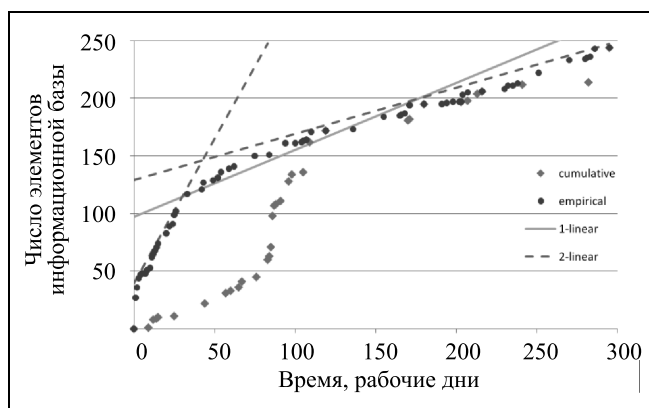


Рис. 2. Одно- и двухкомпонентная огибающие:

cumulative — кумулятивная функция входящего потока; empirical — эмпирическая огибающая; 1-linear — однокомпонентная линейная огибающая, 2-linear — двухкомпонентная линейная огибающая

Задача была решена для одно- и двухкомпонентной моделей. Параметры задачи оптимизации были заданы следующим образом: $\varepsilon = 2\%$ от среднего значения y_i , $i = 1, \dots, N$, для обеих моделей; $C = 2$ — для однокомпонентной модели, $C = 5$ — для двухкомпонентной модели; $B = 1$.

Численное решение задачи дало следующие значения параметров линейных огибающих:

однокомпонентной: $k = 0,58$, $b = 97,2$; двухкомпонентной: $k_1 = 2,5$, $b_1 = 39,9$, $k_2 = 0,4$, $b_2 = 128,9$.

На рис. 2 графически представлены результаты численных расчетов однокомпонентной и двухкомпонентной огибающих: кумулятивная функция входящего потока, эмпирическая и линейные огибающие. По оси OX отложено время в рабочих днях, по оси OY — число элементов информационной базы.

На основе полученных огибающих проведен расчет времени обслуживания и очереди. В качестве функции обслуживания использовалась функция $y = 52,31(x - 0,12)$ (получена в работе [6]).

Расчеты проведены по формулам (8), (9) для однокомпонентной огибающей и (11), (12) — для двухкомпонентной. Получены следующие результаты:

— при использовании однокомпонентной огибающей: время обслуживания $dl = 1,98$ раб. дн.; длина очереди $bl = 97,3$ элементов;

— при использовании двухкомпонентной огибающей: время обслуживания $dl = 0,88$ раб. дн.; длина очереди $bl = 40,2$ элементов.

Если рассматривать полученные результаты как оценку максимальных значений очередей и времен обслуживания, то обе модели огибающей оказались правильными. Фактические очереди и вре-



мена обслуживания никогда не превосходили вычисленных значений. Однако однокомпонентная огибающая дала сильно завышенный результат. По нашему практическому опыту результат двухкомпонентной огибающей оказался более близким к реальным значениям.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Математически обоснованный расчет линейной огибающей входящего потока в приложениях «Network calculus» имеет важное значение: он устраняет произвол в выборе огибающей и тем самым повышает точность вычислений и ценность получаемых результатов.

Такой расчет может быть проведен на основе решения задачи оптимизации. В качестве оптимизируемых параметров предложено использовать угловой коэффициент искомой прямой и ширину полосы, в которую должна вписаться прямая. Угловой коэффициент линейной огибающей входящего потока наиболее важен, поскольку именно он определяет максимальное время обслуживания и длину очереди системы обслуживания. Для однокомпонентной модели линейной огибающей (аппроксимация одной прямой) задача сведена к задаче квадратичного программирования относительно двойственных переменных; для двухкомпонентной модели (аппроксимация двумя прямыми) аналитическое решение более трудоемко. Численное решение задачи получено для обеих моделей.

Численный расчет одно- и двухкомпонентной линейных огибающих для системы обслуживания (модификации) программного обеспечения АСУ [6] позволил вычислить максимальные времена обслуживания и очереди при модификации программного обеспечения, которые хорошо согласуются с экспериментальными значениями.

В заключение отметим, что похожая задача возникает и при представлении функции обслуживания в линейном виде по известным эмпирическим данным. Такая задача заслуживает отдельного исследования.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Решение задачи квадратичного программирования для однокомпонентной огибающей. Решим задачу (14), (15). Лагранжиан имеет вид:

$$\begin{aligned} L(k, b, \xi, \alpha, \alpha^*, \beta, \gamma, \eta) = & \\ = \frac{1}{2} k^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_i + \sum_{i=1}^N \alpha_i (kx_i + b - y_i - \xi_i - \varepsilon) + & \\ + \sum_{i=1}^N \alpha_i^* (y_i - kx_i - b - \varepsilon) - \sum_{i=1}^N \beta_i \xi_i - \gamma k - \eta b. & \quad (18) \end{aligned}$$

По теореме Куна — Таккера [15] задача (14), (15) эквивалентна двойственной задаче поиска седловой точки функции Лагранжа:

$$\begin{cases} L(k, b, \xi, \alpha, \alpha^*, \beta, \gamma, \eta) \rightarrow \min_{k, b, \xi} \max_{\alpha, \alpha^*, \beta, \gamma, \eta}; \\ k \geq 0, b \geq 0, \xi_i \geq 0, \alpha_i \geq 0, \alpha_i^* \geq 0, \beta_i \geq 0, \gamma \geq 0, \eta \geq 0, \\ i = 1, \dots, N; \\ \alpha_i = 0 \text{ либо } kx_i + b - y_i - \xi_i - \varepsilon = 0, i = 1, \dots, N; \\ \alpha_i^* = 0 \text{ либо } y_i - kx_i - b - \varepsilon = 0, i = 1, \dots, N; \\ \beta_i = 0 \text{ либо } \xi_i = 0, i = 1, \dots, N; \\ \gamma = 0 \text{ либо } k = 0; \\ \eta = 0 \text{ либо } b = 0. \end{cases} \quad (19)$$

В последних пяти строках выражения (19) записаны условия дополняющей нежесткости. Необходимым условием седловой точки является равенство нулю производных лагранжиана, откуда следуют соотношения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial k} = k + \sum_{i=1}^N (\alpha_i - \alpha_i^*) x_i - \gamma = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow k = \gamma - \sum_{i=1}^N (\alpha_i - \alpha_i^*) x_i; \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial b} = \sum_{i=1}^N (\alpha_i - \alpha_i^*) - \eta = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \sum_{i=1}^N (\alpha_i - \alpha_i^*) - \eta = 0; \end{aligned} \quad (21)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \xi_i} = C - \alpha_i - \beta_i = 0 \Rightarrow \alpha_i + \beta_i = C. \quad (22)$$

Решим задачу (19) для точек (x_i, y_i) , лежащих на прямой (13), т. е. для которых:

$$\xi_i = 0. \quad (23)$$

Будем искать прямую (13), не параллельную оси OY и не проходящую через начало координат, т. е. для которой $k \neq 0, b \neq 0$. Тогда из последних двух условий дополняющей нежесткости (19) следует, что $\gamma = 0, \eta = 0$. Поэтому из соотношения (20) следует:

$$k = \sum_{i=1}^N (\alpha_i^* - \alpha_i) x_i, \quad (24)$$

а из соотношения (21):

$$\sum_{i=1}^N (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0. \quad (25)$$

Кроме того, учитывая, что $\beta_i \geq 0$, из соотношения (22) можно заключить, что

$$0 \leq \alpha_i \leq C. \quad (26)$$

Таким образом, подставляя формулы (23) и (24) в выражение (18) и учитывая ограничения (25) и (26), задачу (19) можно свести к задаче квадратичного про-

граммирования относительно двойственных переменных α_i и α_i^* :

$$\begin{cases} L(\alpha, \alpha^*) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\alpha_i^* - \alpha_i)(\alpha_j^* - \alpha_j) x_i x_j - \\ - \varepsilon \sum_{i=1}^N (\alpha_i + \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^N y_i (\alpha_i^* - \alpha_i) \rightarrow \max_{\alpha, \alpha^*}; \\ \sum_{i=1}^N (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0; \\ 0 \leq \alpha_i \leq C, \quad i = 1, \dots, N. \end{cases} \quad (27)$$

Решив задачу (27), можно найти k по формуле (24).

Для нахождения параметра b воспользуемся первым условием дополняющей нежесткости (19) ($\alpha_i \neq 0$), а также соотношениями (22) и (23):

$$\begin{cases} kx_i + b - y_i - \varepsilon = 0; \\ 0 \leq \alpha_i \leq C, \quad i = 1, \dots, N. \end{cases} \quad (28)$$

Решив систему (28) и найдя несколько значений параметра b для различных точек (x_i, y_i) , результирующее значение b выберем как среднее арифметическое [16].

Таким образом, уравнение прямой (13) найдено, и поставленная задача решена.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Le Boudec J.-Y., Thiran P.* Network Calculus: A Theory of Deterministic Queuing Systems for the Internet. Online Version of the Book Springer Verlag. — LNCS 2050. Version April 26, 2012. — 263 p.
2. *Cruz R.L.* A Calculus for Network Delay. Part I: Network Elements in Isolation // IEEE Trans. on Information Theory. — Jan. 1991. — Vol. 37. — P. 114–131.
3. *Cruz R.L.* A Calculus for Network Delay. Part II: Network Analysis Information Theory // IEEE Trans. on Information Theory. — Jan. 1991. — Vol. 37. — P. 132–141.

4. *Louis Baccelli, et al.* Synchronization and Linearity An Algebra for Discrete Event Systems (Wiley Series in Probability and Statistics). — N.-Y.: John Wiley & Sons, 1992. — 514 p.
5. *Масолин С.И., Промыслов В.Г.* Расчет некоторых параметров промышленной вычислительной сети объектов повышенного риска эксплуатации на примере АСУТП АЭС // Проблемы управления. — 2010. — № 1. — С. 47–52.
6. *Байбулатов А.А.* Метод расчета гарантированного времени модификации программного обеспечения // Проблемы управления. — 2016. — № 1. — С. 58–64.
7. *Вишневецкий В.М.* Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. — М.: Техносфера, 2003. — 512 с.
8. *Syski R.* A personal view of queueing theory / In: Frontiers in Queueing. — Boca Raton. — N.-Y. — London — Tokyo: CRC, 1997. — P. 3–18.
9. *ISS4E Seminar Series — Network Calculus: An Inconvenient Truth and New Perspectives.* — URL: http://wise.uwaterloo.ca/calendar/iss4e_seminar_series_network_calculus_an_inconvenient_truth_and_new_ (дата обращения: 19.05.2016).
10. *Ciucu F., Fidler M., Liebeherr J., Schmitt J.* Report from Dagstuhl Seminar 15112 Network Calculus. — March 8–11, 2015. — P. 63–83.
11. *Залгаллер В.А.* Теория огибающих. — М.: Наука, 1975. — 104 с.
12. *Braden R., Clark D., Shenker S.* Network Working Group Request for Comments: 1633, Integrated Services in the Internet Architecture: an Overview. July 1994.
13. *Vapnik V.N.* Statistical Learning Theory. — N.-Y.: John Wiley, 1998. — 768 p.
14. *Smola A., Scholkopf B.* A Tutorial on Support Vector Regression. — NeuroCOLT2 Technical Report Series. NC2-TR-1998-030, October, 1998. — 71 p.
15. *Поляк Б.Т.* Введение в оптимизацию. — М.: Наука, 1983. — 384 с.
16. *Burges C.J.C.* A Tutorial on Support Vector Machines for Pattern Recognition / In: Data Mining and Knowledge Discovery 2. — Boston: Kluwer Academic Publishers, 1998. — P. 121–167.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.С. Манделем.

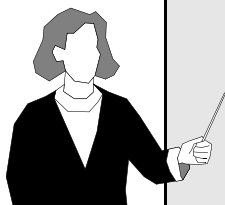
Байбулатов Артур Арсенович — науч. сотрудник,
✉ bajbulatov@mail.ru,

Промыслов Виталий Георгиевич — канд. физ.-мат. наук,
вед. науч. сотрудник, ✉ v1925@mail.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва.

Читайте в следующем номере

- ✓ **Белов М.В.** Модели управления численностью сотрудников предприятия
- ✓ **Корноушенко Е.К.** Простой алгоритм номинальной классификации по качественным признакам
- ✓ **Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В.** Построение самопроверяемых структур систем функционального контроля на основе равновесного кода «2 из 4»
- ✓ **Стенников В.А., Пеньковский А.В., Хамисов О.В.** Поиск равновесия Курно на рынке тепловой энергии в условиях конкурентного поведения источников тепла



МЕТОД КОРРЕКЦИИ ЭЛЕКТРОКАРДИОГРАФИЧЕСКОГО ИНТЕРВАЛА С УЧЕТОМ ЧАСТОТЫ СЕРДЕЧНЫХ СОКРАЩЕНИЙ

В.П. Горлищев, Л.А. Калинин, А.И. Михальский, М.А. Школьников, В.М. Школьников

Рассмотрена проблема вычисления нормализованного по отношению к частоте сердечного ритма значения электрокардиографического интервала с целью очистки этого важного индикатора работы сердца от корреляции с длительностью сердечного цикла (или частотой сердечных сокращений — ЧСС). Предложен алгоритм регуляризованного метода наименьших квадратов для расчета нормативного значения интервала при ЧСС, равной 60 ударам/мин. Приведены результаты применения этого алгоритма для пересчета длины ЭКГ-интервала в длину скорректированного интервала. Показано, что коэффициент корреляции между рассчитанными значениями скорректированного ЭКГ-интервала и длиной кардицикла меньше, чем при использовании всех известных формул пересчета. Таким образом, получен вариант оценки длины ЭКГ-интервала практически полностью независимый от ЧСС, который можно рекомендовать для применения в клинической практике.

Ключевые слова: электрокардиограмма, регуляризованная полиномиальная регрессия, ЭКГ-интервал, частота сердечных сокращений, скорректированный ЭКГ-интервал.

ВВЕДЕНИЕ

Оценка состояния объекта — важный этап при формировании закона управления. Применительно к проблемам управления в медико-биологических системах достоверная оценка состояния человека позволяет не только вовремя обнаружить угрожающие здоровью и жизни симптомы, но и заранее осуществить профилактические мероприятия во избежание тяжелых последствий в будущем. Электрокардиография является наиболее распространенным методом инструментальной диагностики в кардиологии и применяется на практике с 1920-х гг. Проблеме интерпретации электрокардиограммы и диагностике на ее основе посвящена обширная литература, разработаны сложные компьютерные системы [1, 2]. При этом важна первичная обработка результатов расшифровки ЭКГ врачом-кардиологом, при которой должны учитываться основные характеристики текущего состояния пациента: частота сердечных сокращений (ЧСС), интервальные и амплитудные характеристики ЭКГ. Применение современных методов ана-

лиза эмпирических данных позволяет учесть такие характеристики и разработать простой, дешевый и понятный практикующему врачу-кардиологу инструментарий в виде таблиц и «кардиологической линейки» для оперативной оценки состояния пациента.

В качестве основных маркеров на ЭКГ выделяют зубцы *P*, *Q*, *R*, *S* и *T*, как показано на рис. 1,

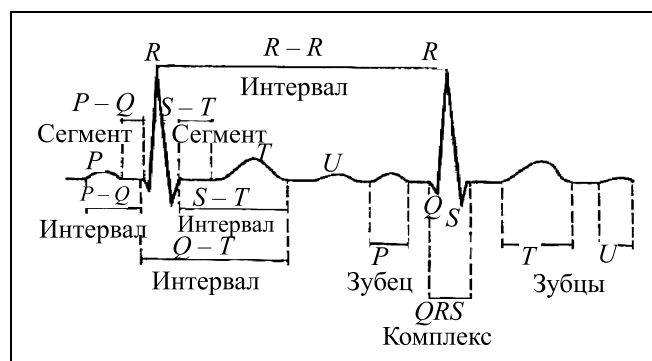


Рис. 1. Элементы нормальной электрокардиограммы

а также интервалы между этими зубцами: PR , QT , ST и QRS [3].

Интервал PR отражает охват возбуждением миокарда предсердий, комплекс QRS — систолу (сокращение) желудочков сердца, интервал или сегмент ST и зубец T отражают процесс реполяризации миокарда (восстановления электрического поля) желудочков, интервал RR отражает длительность кардиоцикла (величины, обратной ЧСС). Интервал QT ($QRST$) суммарно отражает процессы деполяризации и реполяризации миокарда желудочков. В специальной литературе он называется электрической систолой желудочков [4].

Важность изучения интервала QT связана с тем, что при его удлинении повышается риск развития фатальных нарушений ритма, в том числе полиморфной желудочковой тахикардии и тахикардии типа «пируэт», развитие которых угрожает жизни пациента и, в большинстве случаев, служит непосредственной причиной внезапной сердечной смерти. Выраженное удлинение интервала QT может быть как врожденным (вследствие мутаций определенных генов), так и приобретенным — электролитные нарушения, ишемия миокарда, влияние лекарственных препаратов и др. [5]. Укороченный интервал QT также ассоциируется с риском внезапной сердечной смерти и низким порогом фибрилляции желудочков. Несмотря на то, что внезапная смерть в отсутствие сердечного заболевания является относительно редким событием, клиническая значимость данного феномена высока в силу того, что ему чаще подвержены молодые, здоровые (за исключением патологии сердца) люди [6].

Изучение и корректная оценка длительностей различных интервалов на ЭКГ осложняется тем, что эти величины сильно зависят от ЧСС. Например, коэффициент корреляции длин интервалов

QT и RR достигает значений 0,8—0,9 [3]. Зависимость от ЧСС значительно затрудняет сравнительную оценку длительности интервалов, в том числе интервала QT , на разной ЧСС не только у различных пациентов, но и у одного и того же индивидуума при изменении ЧСС. В медицине пользуются нормативными значениями интервала QT при ЧСС, равной 60 ударам/мин. Поскольку запись ЭКГ точно при 60 ударах/мин невозможна в силу высокой вариабельности сердечного ритма, то разрабатываются различные математические формулы для пересчета измеренных длин интервалов в длины, соответствующие стандартной ЧСС, равной 60 ударам/мин.

С 1920 г. в кардиологической литературе предложены десятки формул для вычисления нормативного значения QT : Bazett 1920 (Waller 1887), Fridericia 1920, Mayeda 1934, Adams 1936, Larsen & Skulason 1941, Ashman 1942, Schlamowitz 1946, Ljung 1949, Simonson 1962, Boudolas 1981, Rickards 1981, Hodges 1983, Kawataki 1984, Sarma 1984, Kovacs 1985, Van de Water 1989, Lecocq 1989, Rautaharju 1990, Todt 1992, Sagie (Framingham) 1992, Arrowood 1993, Yoshinaga 1993, Wohlfart 1994, Klingfield 1995, Hodges 1997 и др. [3]. Исторически первый из предложенных математических методов учета зависимости интервала QT от ЧСС принадлежит Базетту [7, 8]. Формула оценки скорректированного интервала QT (QT_c) по Базетту, основанная на формуле Уоллера для механической систолы (Базетт адаптировал ее для электрической систолы), до настоящего времени остается наиболее популярной в клинической практике. В табл. 1 приведены формулы, наиболее часто используемые врачами на практике при расчете длины скорректированного интервала QT .

Таблица 1

Формулы корригирования интервала QT [3, 9, 10]

Название формулы	Комментарии к формуле
Экспоненциальные формулы Bazett $QT_c = QT/RR^{1/2}$	Широко используется, может давать ошибочные результаты как на брадикардии и тахикардии. Показала себя сверхкорректирующей (т. е. дала ошибочно короткие интервалы QT_c при брадикардии и недокорректирующей (т. е. ошибочно удлиняющая интервал QT_c) при тахикардии. Чаше всего может быть применена для коррекции интервала QT интервала только в пределах диапазона ЧСС от 50 до 90 ударов/мин
Модификация Bazett $QT_c = QT/RR^{0,45}$	Модификация предложена в работе [11]. Может давать надежные результаты в более широком интервале ЧСС, особенно при тахикардии
Fridericia $QT_c = QT/RR^{1/3}$	Широко используется, может дать более надежные результаты при тахикардии
Линейные формулы Framingham $QT_c = QT + 0,154(1 - RR)$ Hodges $QT_c = QT + 1,75(HR - 60)$	Может успешно корригировать QT в широком диапазоне ЧСС Может иметь более унифицированную коррекцию на широком диапазоне сердечных ритмов у женщин и мужчин

В настоящее время существует практическая рекомендация пользоваться формулой Bazett при ЧСС в диапазоне от 60 до 100 ударов/мин и формулой Framingham вне этого интервала.

Формулы, приведенные в табл. 1 и основанные на них физиологические нормы значений интервала QT , получены на данных ЭКГ взрослых здоровых людей. В то же время, имеются только единичные исследования, посвященные изучению взаимодействия интервалов QT и RR в детском возрасте в условиях быстро меняющихся физиологических процессов, отражающихся на ЧСС. В настоящей работе разработан метод пересчета измеренной на ЭКГ длины интервала QT в его нормативное значение, использующий процедуру построения регуляризованной полиномиальной регрессии. Его применение позволяет получать оценку длины интервала QT в меньшей степени зависящей от ЧСС в сравнении с другими методами, а также адаптировать оценку интервала QT к экспериментальным данным для различных возрастных групп и при различных патологиях.

1. ПОСТРОЕНИЕ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ РЕГРЕССИИ ДЛЯ РАСЧЕТА НОРМАТИВНОГО ЗНАЧЕНИЯ ИНТЕРВАЛА

Для расчета нормативного значения интервала удобно воспользоваться полиномиальным представлением зависимости длины интервала от ЧСС. Поскольку за нормативное значение интервала принимается его значение при ЧСС, равной 60 ударов/мин, то искомая зависимость записывается в виде

$$QT(hr) = QT_k + \sum_{j=1}^k \beta_j (hr - 60)^j, \quad (1)$$

где hr — ЧСС, измеряемая числом ударов/мин, QT_k — скорректированное (нормативное) значение интервала в миллисекундах, k — степень полинома. При заданных коэффициентах полинома нормативное значение интервала рассчитывается по формуле

$$QT_k = QT(hr) - \sum_{j=1}^k \beta_j (hr - 60)^j.$$

В качестве величины $QT(hr)$ используется измеренная при наблюдаемой ЧСС длина интервала. Коэффициенты полинома в формуле (1) определяются из условия минимизации квадратичной ошибки предсказания длины интервала

$$\sum_{i=1}^n (QT_i - QT(hr_i))^2 \rightarrow \min,$$

где n — число наблюдений, hr_i и QT_i — ЧСС и измеренная длина интервала при i -м наблюдении.

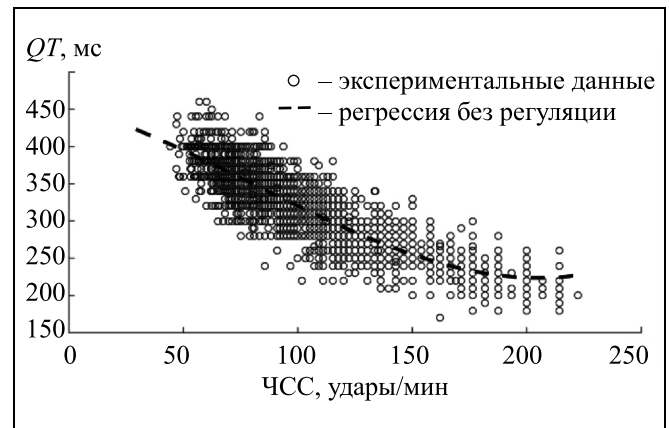


Рис. 2. Экспериментальные данные и кривая кубической регрессии

Использование суммы квадратов разности в качестве меры приближения эмпирических данных обусловлено тем, что в этом случае требуется минимальная информация об изучаемом процессе. В силу теоремы Гаусса — Маркова минимизация суммы квадратов разности между экспериментальными и рассчитанными по модели значениями приводит к построению зависимости с минимальной среди линейных методов оценивания дисперсией оценок коэффициентов [12]. В случае, если относительно распределения экспериментальных значений справедлива гипотеза о независимости и нормальности, то минимизация данного функционала эквивалентна максимизации правдоподобия [12]. В общем случае для применения метода максимального правдоподобия при построении регрессионной модели необходимо привлекать дополнительную информацию о характере распределения наблюдаемых величин, которая отсутствует в рассматриваемой задаче.

Недостатки метода наименьших квадратов заключаются в сильной зависимости результата от числа и распределения экспериментальных наблюдений. Это может приводить к построению зависимости, имеющей особенности, противоречащие известным закономерностям. На рис. 2 приведены реальные данные значений длины интервала QT в зависимости от ЧСС. Там же штриховой линией показан кубический полином, построенный методом наименьших квадратов. Видно, что при значениях ЧСС выше 150 ударов/мин построенная кривая регрессии перестает монотонно убывать. Такая зависимость длины интервала QT от ЧСС противоречит существующим медицинским представлениям и может объясняться лишь искажением кривой из-за того, что в области ЧСС выше 150 ударов/мин содержится относительно мало экспериментальных данных.

2. ПОСТРОЕНИЕ РЕГУЛЯРИЗОВАННОЙ РЕГРЕССИИ

Для устранения влияния малого числа данных при построении регрессионных зависимостей привлекают априорную информацию [13]. При построении регрессионной зависимости QT от ЧСС в качестве такой априорной информации принято условие на построение кривой с ограниченной кривизной, которая характеризуется значением интеграла от квадрата второй производной полинома. При таком подходе минимизируется не только функционал невязки, характеризующий близость приближения экспериментальных данных с помощью построенной зависимости, но и добавочный штрафной член, учитывающий кривизну зависимости на заданном интервале:

$$\sum_{i=1}^n (QT_i - P(hr_i))^2 + \gamma \int_a^b P''(\tau)^2 d\tau \rightarrow \min_P, \quad (2)$$

где $P(hr_i)$ — значение алгебраического полинома при измеренной ЧСС hr_i в i -м наблюдении, $P''(\tau)$ обозначает вторую производную алгебраического полинома, γ — параметр, задающий соотношение между точностью приближения эмпирических данных и величиной, характеризующей кривизну регрессионной зависимости, a и b — границы диапазона ЧСС, на котором контролируется кривизна регрессионной зависимости. Функционал (2) при $\gamma = 0$ совпадает с функционалом невязки, который минимизируется в методе наименьших квадратов.

Чтобы вывести формулу для вычисления коэффициентов регуляризованной полиномиальной регрессии, представим полином степени k в виде

$P(t) = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j(t - 60)^j$. Тогда функционал (2) принимает вид

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \left(Q_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j(hr_i - 60)^j \right)^2 + \\ & + \gamma \int_a^b \left(\sum_{j=2}^k j(j-1)\beta_j(\tau - 60)^{j-2} \right)^2 d\tau = \\ & = \|Q - F\beta\|^2 + \gamma\beta^T D\beta, \end{aligned}$$

где β — вектор коэффициентов полинома, i -я строка матрицы F имеет вид $F_i = (1 \ hr_i - 60 \ \dots \ (hr_i - 60)^k)$; элементы D_{ij} матрицы D равны 0 при $i \leq 2$ или $j \leq 2$, а при $i, j = 3, \dots, k+1$

$$D_{ij} = \frac{i(i-1)j(j-1)}{i+j-3} (b^{i+j-3} - a^{i+j-3}).$$

Из условия равенства нулю градиента функционала (2) получаем выражение для точки его локального минимума в виде $\hat{\beta} = (F^T F + \gamma D)^{-1} F^T Q$.

Степень полинома k выбирается из соображений достижения гарантированно наименьшего значения коэффициента корреляции между QT_k и RR . Выбор такого критерия обусловлен постановкой задачи исследования — снижение зависимости QT_k от RR .

Вычисления проводились в два этапа. На первом этапе для каждой степени полинома оценивалось распределение коэффициента корреляции между рассчитанной по контрольной выборке длиной интервала QT_k и длиной интервала RR . Для этого случайным образом проводилось многократное разделение эмпирических данных на обучающую и контрольную выборки равного объема. Для каждого разделения при фиксированной степени полинома k методом наименьших квадратов по обучающей выборке вычислялись коэффициенты полинома, которые затем использовались для вычисления значений QT_k по формуле (1) на данных контрольной выборки. Используя найденные коэффициенты полинома, рассчитывался коэффициент корреляции между QT_k и RR на элементах контрольной выборки. Повторные случайные разделения позволили построить гистограммы распределения коэффициента корреляции между QT_k и RR для степеней полинома от 1 до 10.

На втором этапе по распределениям модуля коэффициента корреляции для различных степеней полинома вычислялась вероятность того, что модуль коэффициента корреляции для полинома степени $k+1$ меньше модулей всех коэффициентов корреляции для полиномов степени от 1 до k . Эта вероятность вычислялась по формуле

$$\begin{aligned} P_{k+1} &= P\{|r_{k+1}| < \min(|r_1|, \dots, |r_k|)\} = \\ &= \int_0^\infty \prod_{i=1}^k P\{|r_i| \geq x\} dP\{|r_{k+1}| < x\}. \end{aligned}$$

При этом делалось упрощающее допущение о независимости коэффициентов корреляции для полиномов разной степени, а интегрирование заменялось суммированием на равномерной сетке от 0 до максимального значения модуля вычисленных коэффициентов корреляции. За оптимальное значение степени полинома для вычисления коррелированной длины интервала QT_k принималось то значение степени полинома, при котором величина P_k достигала наибольшего значения.

Для данных, приведенных на рис. 2, оптимальной оказалась степень 3. Матрица D при построе-

нии кубического полинома и $a = 195$ ударов/мин, $b = 225$ ударов/мин имеет вид

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 240 & 108 \times 10^3 \\ 0 & 0 & 108 \times 10^3 & 41,77 \times 10^3 \end{bmatrix}.$$

Результирующая кривая регуляризованной кубической регрессии приведена на рис. 3 вместе с экспериментально наблюдаемыми значениями QT и ЧСС. Значение параметра γ подбиралось экспериментально из сопоставления полученной кривой регрессии с эмпирическими данными. Видно, что с помощью регуляризации удалось построить кривую регрессии, соответствующую медицинским представлениям.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 4 представлены экспериментально наблюдаемые значения QT и ЧСС и соответствующие нормативные значения QT_k , рассчитанные по описанной методике. Видно, что разработанная методика коррекции значения QT в существенной

Таблица 2

Распределение детей по полу и возрасту

Пол	Численность	Минимальный возраст, сут.	Медианный возраст, лет	Максимальный возраст, лет
Жен.	2682	1	7,5	18
Муж.	2705	1	7,25	18

Таблица 3

Распределение эмпирических значений QT и ЧСС

Квантили, %	10	50	90
QT , мс	250	320	380
ЧСС, ударов/мин	70	94	150

Таблица 4

Коэффициенты корреляции для различных формул

Формула	Коэффициент корреляции по реальным данным
Кубическая регрессия с регуляризацией	0,006 ($p = 0,66$)
Bazett	-0,166
Bazett mod.	0,013
Fridericia	0,391
Hodges	0,446
Framingham	0,444

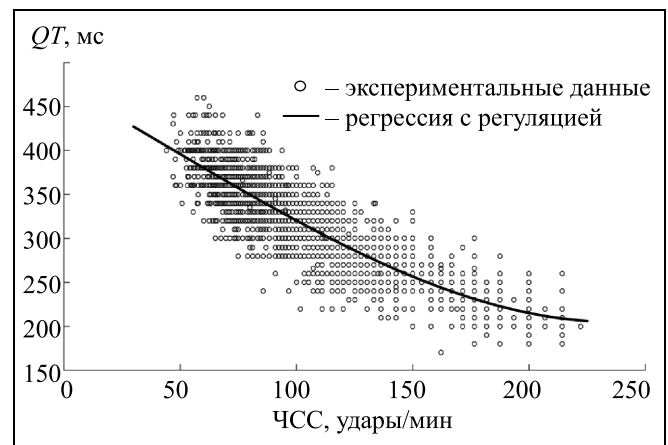


Рис. 3. Экспериментальные данные и кривая кубической регрессии с регуляризацией

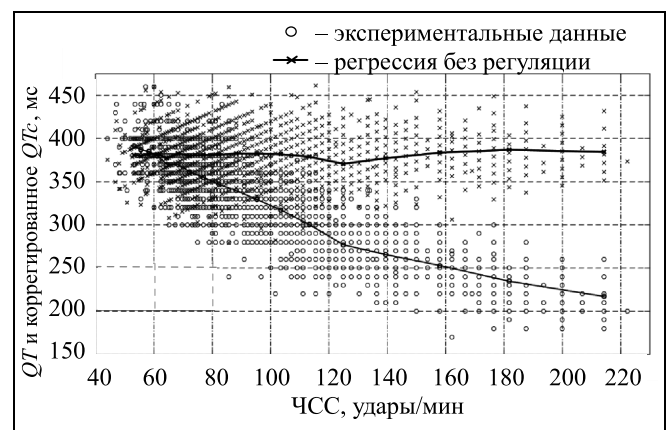


Рис. 4. Исходные значения QT и ЧСС (кружки) и рассчитанные по формуле кубической регрессии с регуляризацией значения QT_k (крестики)

степени устраняет зависимость значений QT_k от частоты сердечных сокращений. Данные были получены в рамках исследования «ЭКГ-скрининг детей и подростков Российской Федерации» Научно-исследовательского клинического института педиатрии РНИМУ им. Н.И. Пирогова. В исследование включены 5387 ЭКГ практически здоровых детей в возрасте от 0 до 18 лет, из них 2705 мальчиков и 2682 девочки. В табл. 2 представлены данные о распределении по полу, а также минимальный, медианный и максимальный возраст. В табл. 3 представлены квантили эмпирических значений длины интервала QT и ЧСС.

В табл. 4 содержатся значения коэффициентов корреляции между QT_k и RR , рассчитанные для данных, представленных на рис. 2 по различным формулам, приведенным в табл. 1. Для кубической регрессии с регуляризацией в скобках приведено

значение p -value для проверки гипотезы о равенстве коэффициента корреляции нулю против альтернативы, что он отличен от нуля. Полученное значение $p = 0,66$ говорит о статистической незначимости отличия рассчитанного значения коэффициента регрессии 0,006 от нуля.

Из табл. 4 видно, что для предложенной в работе формулы кубической регрессии с регуляризацией коэффициент корреляции имеет наименьшее среди всех рассмотренных методов по абсолютной величине значение и равен 0,006.

Полученная формула расчета скорректированного значения QT_k может применяться для анализа распределения QT_k нормальной ЭКГ в зависимости от длины интервала RR . Соответствующие таблицы позволяют определить границы нормы, выход за которые служит диагностическим признаком возможной сердечной патологии и важен для экспресс-анализа состояния пациента.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена методика коррекции длины интервала QT на ЭКГ с целью элиминирования побочного влияния частоты сердечных сокращений на этот интервал. Показаны две модификации построения полиномиальной регрессии методом наименьших квадратов: выбор степени полинома по эмпирическим данным и построение регуляризованной оценки коэффициентов полинома для устранения искажений, связанных с малым числом наблюдений при высокой частоте сердечных сокращений.

Эффективность предложенной методики продемонстрирована на примере расчета скорректированного интервала QT_k по измерениям интервалов QT и RR на электрокардиограмме с использованием данных ЭКГ скрининга детей и подростков РФ. Вычисления показали, что предложенный метод регуляризованной полиномиальной регрессии позволяет рассчитывать скорректированный интервал QT_k , имеющий значение коэффициента корреляции с длиной интервала RR существенно меньшее, чем все используемые в настоящее время в кардиологии формулы расчета QT_c . Особенно важным представляется тот факт, что предлагаемый метод коррекции позволяет устранить искажение зависимости на краях распределения, связанного с недостаточным числом экспериментальных точек. Разработанная формула может применяться для расчета границ нормальных значений интервала QT_k , выход за которые говорит о возможной патологии. Метод построения регуляризованной полиномиальной регрессии может применяться и для расчета границ значений интервала QT_k при различных патологиях на основании соответствующих верифицированных медицинских данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Титомир Л.И., Трунов В.Г., Айду Э.А.И. Неинвазивная электрокардиопография. — М.: Наука, 2003. — 200 с.
2. Информативность показателей ортогональной электрокардиограммы в диагностике гипертрофии левого желудочка / Е.В. Блинова и др. // Терапевтический архив. — 2007. — Т. 79, № 4. — С. 15–18.
3. Нормативные параметры ЭКГ у детей и подростков / Под ред. М.А. Школьниковой, И.М. Миклашевич, Л.А. Калинина. — М.: Ассоциация детских кардиологов России, 2010. — 232 с.
4. Evaluation of QT Interval Correction Methods in Normal Pediatric Resting ECGs / H. Qiu, et al. // Computers in Cardiology. — 2007. — Vol. 34. — P. 431–434.
5. Фурман Н.В., Шматова С.С. Клиническое значение удлинения интервалов QT и QT_c на фоне приема лекарственных препаратов // Рациональная фармакотерапия в кардиологии. — 2013. — Т. 9, № 3. — С. 311–315.
6. Лукасова И.И. Синдром укороченного интервала QT (клиника, диагностика, лечение) // Анналы ритмологии. — 2004. — № 4. — С. 17–22.
7. Bazett H.C. An analysis of the time relations of Electrocardiograms // Heart. — 1920. — Vol. 7. — P. 353–370.
8. Фанк-Брентано С., Джайллион Р. Корректированный интервал QT по ЧСС: техники и ограничения // Кардиология. — 1993. — Т. 33, № 4. — С. 72–76.
9. An improved method for adjusting the QT interval for heart rate (the Framingham study) / A. Sagie, et al. // Am. J. Cardiol. — 1992. — Vol. 70. — P. 797–801.
10. Fridericia L.S. Die Systolendauer im elektrokardiogram bei normalen menschen und bei heizkranken // Acta Med. Scand. — 1920. — Vol. 53. — P. 469–486.
11. QT interval and heart rate in 4,415 healthy Russian children aged 0-17 / M.A. Shkolnikova, et al. // European Heart Journal. — 2007. — Vol. 28, iss. suppl. 1. — P. 407–408.
12. Вапник В.Н. Восстановление зависимости по эмпирическим данным. — М.: Наука, 1979. — 449 с.
13. Мерков А.Б. Распознавание образов: построение и обучение вероятностных моделей. — М.: ЛЕНАНД, 2014. — 240 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.А. Дорофеевым.

Горлищев Василий Петрович — инженер, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ gpa15@yandex.ru,

Михальский Анатолий Иванович — д-р биол. наук, гл. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ ipu@yandex.ru,

Калинин Леонид Алексеевич — канд. мед. наук, зав. отд., Научно-исследовательский клинический институт педиатрии им. Ю.Е. Вельтищева РНИМУ им. Н.И. Пирогова, г. Москва, ✉ arcentr@pedklin.ru,

Школьников Мария Александровна — д-р мед. наук, директор, Научно-исследовательский клинический институт педиатрии им. Ю.Е. Вельтищева РНИМУ им. Н.И. Пирогова, г. Москва, ✉ m_shkolnikova@pedklin.ru,

Школьников Владимир Михайлович — канд. техн. наук, зав. отд., Институт демографических исследований общества Макса Планка, г. Росток, Германия; директор Центра демографических исследований, Российская экономическая школа, г. Москва, ✉ shkolnikov@demogr.mpg.de.

РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ ПРОИЗВОДСТВА ГУБЧАТОГО ТИТАНА

Ю.П. Кирин, В.В. Кирьянов

Рассмотрен робастный подход к управлению процессами восстановления и вакуумной сепарации губчатого титана, позволяющий интенсифицировать процессы путем повышения температуры. Получено описание объектов в виде интервальной динамической модели. С помощью данной модели выполнены анализ и синтез робастного управления, обеспечивающего гарантированное поддержание максимально допустимой температуры процессов при изменении неопределенных параметров в заданных интервалах.

Ключевые слова: губчатый титан, восстановление и вакуумная сепарация, температурный режим, робастное управление, гарантирующее заданное значение.

ВВЕДЕНИЕ

Основу промышленного производства губчатого титана составляют процессы восстановления тетрахлорида титана магнием и последующей вакуумной сепарации, осуществляемые в аппаратах периодического действия. После восстановления в реакторе остается спекшийся блок реакционной массы в виде титановой губки, поры которой заполнены основными примесями — магнием и хлоридом магния. Последние характеризуются достаточно высоким давлением паров и при нагревании в процессе сепарации под вакуумом испаряются, а затем отгоняются в конденсатор. Конструкцией аппаратов предусмотрено разделение рабочего объема каждого аппарата на ряд зон нагрева (аппарат сепарации), зон нагрева и зону экзотермической реакции (аппарат восстановления) [1].

Основные направления совершенствования производства губчатого титана заключаются в получении высококачественного однородного по химическому составу губчатого титана и повышении производительности процессов восстановления и вакуумной сепарации. Один из путей реализации указанных направлений состоит в интенсификации процессов благодаря повышению температуры [2].

В результате экспериментальных и теоретических исследований условий интенсификации процессов восстановления и сепарации установлено влияние температуры на скорость реакции восстановления тетрахлорида титана магнием и скорость очистки блока губчатого титана от примесей магния и хлорида магния. Так, для одной и той же концентрации тетрахлорида титана, равной $0,85 \cdot 10^{-2}$ моль/л, значения константы скорости реакции восстановления составляют при 750, 850 и 950 °С соответственно 0,75, 2,24 и 7,48 л/(моль · с) [1]. Это обуславливает ускорение реакции с ростом температуры. Даже небольшое повышение температуры ведет к заметному повышению скорости сепарации: для одинаковой полноты удаления магния из блока губчатого титана при температуре 925 °С требуется вдвое меньше времени, чем при температуре 900 °С [3]. При повышении температуры процесса с 700 до 1000 °С скорость сепарации возрастет более, чем в 100 раз [4]. При этом, конечно, температура процессов не должна превышать своих максимально допустимых значений для реакторов восстановления и сепарации, выполненных из нержавеющей стали 12Х18Н10Т.

Определены технологические ограничения значений максимальной температуры процессов. За верхний предел допустимой температуры процесса восстановления принимается 900 °С, при пре-

вышении которой губчатый титан загрязняется примесями железа вследствие их перехода из материала стенки реактора через газовую фазу тетрахлорида титана. За верхний предел допустимой температуры процесса сепарации принимается 1050 °С, при превышении которой происходит загрязнение губчатого титана примесями железа вследствие их диффузии из материала стенки реактора. Объектами управления служат зоны нагрева и зоны экзотермической реакции аппаратов восстановления, зоны нагрева аппаратов вакуумной сепарации, температура которых поддерживается на заданных уровнях многоканальными двухпозиционными регуляторами [1].

В производственных условиях температурный режим процессов восстановления и вакуумной сепарации обеспечивался экспериментальным подбором заданий регуляторам температуры указанных зон аппаратов. В первых работах по интенсификации процессов задания регуляторам температуры зон нагрева и зон экзотермической реакции аппаратов назначались значительно ниже максимально допустимых значений — 800 °С для процесса восстановления и 960 °С для процесса сепарации, что снижало технико-экономические показатели производства губчатого титана [5, 6].

В сложившейся ситуации задача интенсификации процессов состояла в разработке такого управления, которое позволяло бы поддерживать температурный режим на максимально допустимом уровне. С момента организации и в течение всего времени производства губчатого титана проблема интенсификации процессов восстановления и вакуумной сепарации связана с изучением процессов как объектов управления и совершенствованием систем их автоматизации. Ее решение осложнялось тем, что названные процессы являются объектами управления с неопределенными динамическими параметрами, которые в условиях производства изменяются в некоторых пределах [2]. Для эффективного управления такими объектами в настоящей статье предложен робастный подход, обеспечивающий гарантированное поддержание максимально допустимого температурного режима при изменении неопределенных параметров объектов в заданных диапазонах. Рассмотрен эволюционный путь решения проблемы интенсификации, предусматривающий разработку на основе интервальной динамической модели методов робастного управления температурным режимом процессов восстановления и вакуумной сепарации и их практическую реализацию на разных этапах автоматизации производства губчатого титана с применением машин централизованного контроля, управляющих вычислительных машин, микропроцессорных контроллеров и компьютеров [2, 7, 8].

1. МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССОВ ВОССТАНОВЛЕНИЯ И ВАКУУМНОЙ СЕПАРАЦИИ

Рассмотрим модель динамики процессов, протекающих в системе многоканального двухпозиционного регулирования температуры [9].

Введем понятие обобщенного нестационарного объекта управления (ОНОУ), под которым подразумевают зону нагрева, зону экзотермической реакции аппарата восстановления или зону нагрева аппарата сепарации. Реальный ОНОУ представлен нестационарным объектом с самовыравниванием, описываемым дифференциальным уравнением с переменными коэффициентами:

$$T_0(t) \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K_0(t) \{x[t - \tau(t)] - z(t)\}, \quad (1)$$

где $y(t)$ — выходная величина (температура) ОНОУ; $x(t)$ — входная величина (мощность нагрева или охлаждения) ОНОУ; $T_0(t)$, $K_0(t)$ и $\tau(t)$ — постоянная времени, коэффициент усиления и время запаздывания ОНОУ; $z(t)$ — неконтролируемое возмущающее воздействие, под которым подразумевают изменение тепловых потерь зоны нагрева, изменение тепла зоны экзотермической реакции аппарата восстановления, изменение тепла, потребляемого зоной нагрева аппарата сепарации на испарение из титановой губки магния и хлорида магния.

Управление процессами восстановления и вакуумной сепарации состоит в данном случае из ряда типовых нестационарных нелинейных (двухпозиционных) систем регулирования температуры. Каждая из таких систем регулирования состоит из ОНОУ, на вход которого воздействует неконтролируемое возмущение $z(t)$, и многоканального двухпозиционного регулятора (МДР) (рис. 1), функции которого выполняет машина централизованного контроля [7].

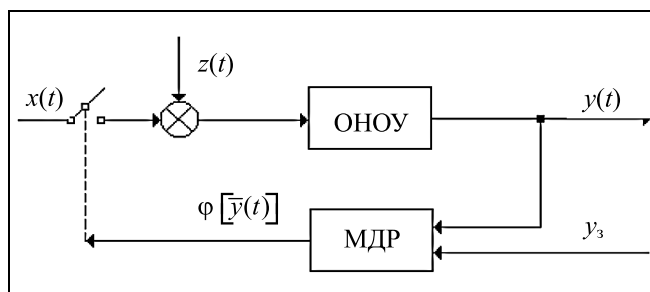


Рис. 1. Типовая структурная схема многоканального двухпозиционного регулирования температуры процесса восстановления (сепарации)



Включением и выключением входной величины $x(t)$ МДР поддерживает выходную величину $y(t)$ ОНОУ на заданном уровне y_3 в соответствии с алгоритмом:

$$\varphi[\bar{y}(t)] = \begin{cases} x(t) & \text{при } \bar{y}(t) < y_3 - \Delta y_0 \text{ и} \\ y_3 - \Delta y_0 \leq \bar{y}(t) \leq y_3 + \Delta y_0, y'(t) > 0; \\ 0 & \text{при } \bar{y}(t) > y_3 + \Delta y_0 \text{ и} \\ y_3 - \Delta y_0 \leq \bar{y}(t) \leq y_3 + \Delta y_0, y'(t) < 0; \end{cases}$$

$$\bar{y}(t) = y(\gamma T) \text{ при } \gamma T \leq t < (\gamma + 1)T, \gamma = 1, 2, \dots,$$

где $\bar{y}(t)$ — квантованная по времени выходная величина ОНОУ, $\varphi[\bar{y}(t)]$ — выходная величина МДР, $2\Delta y_0$ — зона нечувствительности МДР, $y'(t)$ — скорость изменения выходной величины, T — интервал квантования по времени.

Таким образом, при подключении входной величины $x(t)$ на входе ОНОУ действует разность $x(t) - z(t)$, при ее отключении поведение ОНОУ определяется возмущающим воздействием $z(t)$. Система регулирования при этом работает в режиме автоколебаний, параметры которых используются для решения задачи идентификации ОНОУ и определения значений величин $T_0(t)$, $K_0(t)$, $\tau(t)$ и $z(t)$ в уравнении (1).

2. КАЧЕСТВО РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

В общем случае при разработке системы многоканального двухпозиционного регулирования качество ее работы оценивают по максимальной амплитуде отклонения выходной величины от заданного значения, которую определяют с помощью аналитических соотношений по предварительно заданным динамическим параметрам стационарного объекта управления. Это объясняется тем, что при регулировании технологических параметров в условиях производства недопустимо какое-либо отклонение их за пределы заданных технологических режимов [10].

В нашем случае практический интерес представляет максимально возможная амплитуда положительного отклонения температуры ОНОУ от заданного значения, характеризующая размер превышения регулируемой температурой заданного значения. Аналитическое выражение для ее оценки получено из уравнения (1) в предположении о квазистационарности ОНОУ на интервале иденти-

фикации (в течение периода автоколебаний температуры) [9]:

$$\Delta y_{(+)} = K_0 \cdot (x - z) \left[1 - \exp\left(-\frac{\tau_{off} + \tau_{d.off}}{T_0}\right) \right] + \Delta y_0 \exp\left(-\frac{\tau_{off} + \tau_{d.off}}{T_0}\right), \quad (2)$$

где $\Delta y_{(+)}$ — амплитуда положительного отклонения температуры от заданного значения y_3 , τ_{off} — время запаздывания ОНОУ при отключении входной величины $x(t)$, $\tau_{d.off}$ — дополнительное время запаздывания МДР при ее отключении.

Как видно из выражения (2), при заданных x , Δy_0 величина $\Delta y_{(+)}$ зависит от динамических параметров, возмущения ОНОУ и времени дополнительного запаздывания МДР, которые изменяются в некоторых пределах в ходе процессов восстановления и вакуумной сепарации, а также значительно различаются в промышленных аппаратах периодического действия. Эти обстоятельства затрудняют однозначную оценку величины $\Delta y_{(+)}$, так как последняя является функцией указанных переменных [11]:

$$\Delta y_{(+)}(t) = K_0(t)[x - z(t)] \left[1 - \exp\left(-\frac{\tau_{off}(t) + \tau_{d.off}(t)}{T_0(t)}\right) \right] + \Delta y_0 \exp\left(-\frac{\tau_{off}(t) + \tau_{d.off}(t)}{T_0(t)}\right). \quad (3)$$

3. ИНТЕРВАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

Изложенное дает основание рассматривать ОНОУ как объект регулирования с интервально-неопределенными параметрами, а систему многоканального двухпозиционного регулирования температуры ОНОУ — как интервальную систему автоматического регулирования [12, 13].

Для исследования интервальной системы управления применяют робастный подход, предусматривающий анализ робастного качества для определения наихудших показателей качества системы при изменении интервальных параметров в заданном диапазоне, и разработку методов синтеза робастных регуляторов, обеспечивающих гарантированное по определенному критерию качество работы системы при любых значениях параметров объекта управления из известных интервалов. Качество работы системы обычно оценивают по размеру максимальной ошибки регулирования в наи-

более неблагоприятных условиях функционирования системы [14].

Для реализации робастного подхода требуется описание объекта в виде интервальной динамической модели, обеспечивающей синтез алгоритмов гарантированного управления. Предполагается, что неизвестные значения параметров объекта лежат внутри некоторого известного интервала [15].

В результате решения задачи идентификации получены интервальные значения динамических параметров ОНОУ [16]:

$$T_0^{\min} \leq T_0(t) \leq T_0^{\max}; \quad (4)$$

$$K_0^{\min} \leq K_0(t) \leq K_0^{\max}; \quad (5)$$

$$\tau^{\min} \leq \tau(t) \leq \tau^{\max}. \quad (6)$$

Определены наиболее неблагоприятные (наихудшие) сочетания значений динамических параметров ОНОУ из диапазона (4)–(6), при которых в системе имеет место наибольшая ошибка регулирования температуры.

Показано [17], что для промышленных нестационарных статических объектов первого порядка наихудшее сочетание соответствует значениям $T_0^{\min}$, $K_0^{\max}$ и $\tau^{\max}$.

Подстановкой указанных значений параметров в уравнение (1) получена интервальная модель динамики ОНОУ, позволяющая установить возможные границы изменения $\Delta y_{(+)}$. Запишем уравнение (1) в виде:

$$T_0^{\min} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K_0^{\max} [x(t - \tau^{\max}) - z(t)]. \quad (7)$$

Оно описывает динамику в наихудшем (в смысле наибольшего значения положительного отклонения температуры) режиме работы ОНОУ объекта управления и служит основой для синтеза гарантированного управления его температурным режимом.

Аналогично можно записать уравнение, описывающее динамику ОНОУ для наилучшего (в смысле наименьшего значения положительного отклонения температуры) режима:

$$T_0^{\max} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K_0^{\min} [x(t - \tau^{\min}) - z(t)]. \quad (8)$$

4. АНАЛИЗ РОБАСТНОГО КАЧЕСТВА РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

Воспользуемся интервальной моделью для оценки наихудшего качества регулирования и опреде-

лим возможный диапазон изменения положительного отклонения температуры ОНОУ. При расчетах качества регулирования вносимое МДР дополнительное запаздывание принимают равным максимальному — интервалу квантования по времени T [10].

В силу уравнений (7), (8) и соотношения (3), полагая $\tau_{d.off} = T$, запишем аналитические выражения для определения значений положительного отклонения температуры в наихудшем ($\Delta y_{(+)}^{\text{HX}}$) и наилучшем ($\Delta y_{(+)}^{\text{HL}}$) режимах функционирования ОНОУ:

$$\Delta y_{(+)}^{\text{HX}}(t) = K_0^{\max} [x - z(t)] \left(1 - \exp \left(-\frac{\tau_{off}^{\max} + T}{T_0^{\min}} \right) \right) + \Delta y_0 \exp \left(-\frac{\tau_{off}^{\max} + T}{T_0^{\min}} \right),$$

$$\Delta y_{(+)}^{\text{HL}}(t) = K_0^{\min} [x - z(t)] \left(1 - \exp \left(-\frac{\tau_{off}^{\min} + T}{T_0^{\max}} \right) \right) + \Delta y_0 \exp \left(-\frac{\tau_{off}^{\min} + T}{T_0^{\max}} \right).$$

Запишем эти выражения в виде:

$$\Delta y_{(+)}^{\text{HX}}(z) = K_0^{\max} (x - z) \left(1 - \exp \left(-\frac{\tau_{off}^{\max} + T}{T_0^{\min}} \right) \right) + \Delta y_0 \exp \left(-\frac{\tau_{off}^{\max} + T}{T_0^{\min}} \right), \quad (9)$$

$$\Delta y_{(+)}^{\text{HL}}(z) = K_0^{\min} (x - z) \left(1 - \exp \left(-\frac{\tau_{off}^{\min} + T}{T_0^{\max}} \right) \right) + \Delta y_0 \exp \left(-\frac{\tau_{off}^{\min} + T}{T_0^{\max}} \right). \quad (10)$$

Таким образом, отклонения температуры (9) и (10) зависят от возмущающего воздействия ОНОУ.

В качестве примера ОНОУ рассмотрим зону нагрева промышленного аппарата вакуумной сепарации. На рис. 2 приведены графики изменения $\Delta y_{(+)}^{\text{HX}}(z)$ и $\Delta y_{(+)}^{\text{HL}}(z)$, построенные по соотношениям (9), (10) для интервальных значений: $T_0^{\min} = 760$ с, $T_0^{\max} = 840$ с, $K_0^{\min} = 2,1$ °C/кВт, $K_0^{\max} = 2,5$ °C/кВт, $\tau^{\min} = 22$ с, $\tau^{\max} = 28$ с. Известны мощность нагревателя ($x = 130$ кВт), диапазон изменения возму-

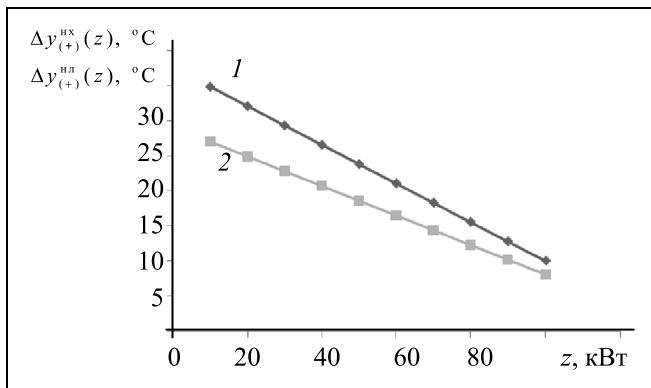


Рис. 2. Изменение положительного отклонения температуры ОНОУ в многоканальной двухпозиционной системе: 1 — $\Delta y_{(+)}^{HX}(z)$; 2 — $\Delta y_{(+)}^{HL}(z)$

щения ($z^{\min} = 10$ кВт, $z^{\max} = 100$ кВт), параметры МДР температуры: $\Delta y_0 = 2$ °C, $T = 60$ с.

Диапазоны изменения отклонений $\Delta y_{(+)}^{HX}(z)$, $\Delta y_{(+)}^{HL}(z)$ составляют соответственно 10,03—34,78 °C и 8,1—27,0 °C. Очевидно, что величина $\Delta y_{(+)}^{HX}(z)$ является гарантирующей оценкой максимально возможного диапазона изменения положительного отклонения температуры в том смысле, что при любом другом выборе динамических параметров диапазонов из (4)—(6) диапазон изменения отклонения температуры будет не больше, чем $\Delta y_{(+)}^{HX}(z)$. Таким образом, величина $\Delta y_{(+)}^{HX}(z)$ характеризует наихудшее функционирование объекта управления.

5. СИНТЕЗ РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫМ РЕЖИМОМ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

Во Введении отмечалось, что для интенсификации восстановления и вакуумной сепарации необходимо температурный режим процессов поддерживать на максимально допустимом уровне. Практическая реализация такого управления осложняется наличием в интервальной модели ОНОУ неопределенных динамических параметров и возмущения, значения которых изменяются по неизвестным законам внутри известных интервалов. Для решения этой проблемы предлагаются методы синтеза робастного управления температурным режимом, обеспечивающего гарантированное поддержание максимально допустимой температуры объекта управления при любых изменениях неопределенных параметров в пределах известных интервалов.

Такой подход основывается на концепции гарантируемого (минимаксного) управления, предполагающей достижение наилучшего результата при наихудших сочетаниях неопределенных факторов [14, 18]. Ее применение позволяет придать МДР робастные свойства для поддержания максимально допустимой температуры ОНОУ, которые обеспечиваются использованием значения величины $\Delta y_{(+)}^{HX}(z)$ в качестве гарантированного критерия оценки работы многоканальной двухпозиционной системы. Задача синтеза робастного управления заключается в данном случае в нахождении такого заданного значения температуры y_3 (см. рис. 1), которое гарантировало бы поддержание максимально допустимой температуры ОНОУ при наличии в интервальной модели неопределенных факторов. В такой постановке задачи заданное значение температуры y_3 рассматривается в качестве гарантирующего управления температурным режимом ОНОУ.

Как уже отмечалось во Введении, для решения этой задачи применен эволюционный подход к разработке и внедрению робастного управления температурным режимом процессов с учетом сложившейся практики создания систем автоматизации производства губчатого титана. Эффективность робастного управления оценивалась уровнем гарантирующего заданного значения температуры y_3 , который в значительной степени определялся возможностями применяемых для автоматизации технических и программных средств. Далее рассмотрены методы синтеза робастного управления, обеспечивающего интенсификацию процессов восстановления и вакуумной сепарации благодаря повышению гарантирующего заданного значения температуры y_3 на разных этапах автоматизации производства губчатого титана.

5.1. Гарантирующее управление температурой объекта в многоканальной двухпозиционной системе регулирования

Первые исследования робастного управления проведены в многоканальной двухпозиционной системе регулирования температуры ОНОУ, реализованной на основе машины централизованного контроля (см. § 1). На этом этапе автоматизации задача состояла в определении гарантирующего заданного значения температуры y_3 в условиях, когда возмущение $z(t)$ недоступно для измерения, известен диапазон изменения возмущения.

Для ведения в оптимальных режимах технологических процессов производства губчатого титана требуется предварительное определение макси-

мального заданного значения температуры ОНОУ, которое назначают в МДР перед началом технологических процессов и сохраняют неизменным в течение процессов. Запишем для этого случая условие поддержания максимально допустимой температуры y_d в виде $y_3 + \Delta y_{(+)}^{hx}(z) = y_d$ и определим заданное значение температуры [19]:

$$y_3 = y_d - \Delta y_{(+)}^{hx}(z). \quad (11)$$

Это значение определяется величиной $\Delta y_{(+)}^{hx}(z)$, которая, в свою очередь, зависит от возмущающего воздействия. При выборе заданного значения необходимо учитывать наибольшее значение $\Delta y_{(+)}^{hx}(z)$ в известном диапазоне изменения возмущения. В приведенном выше примере оно составляет 34,78 °С при $z^{\min} = 10$ кВт. В этом случае формулу (11) можно записать в виде

$$y_3 = y_d - \Delta y_{(+)}^{hx}(z^{\min}). \quad (12)$$

Выполнение соотношения (12) означает, что регулируемая температура не превысит установленного ограничения. Следовательно, рассчитанное по этому соотношению значение y_3 можно рассматривать в качестве гарантирующего управления температурным режимом. При $y_d = 1050$ °С гарантирующее заданное значение составляет 1015,22 °С.

5.2. Гарантирующее управление температурой объекта в системе с быстродействующим регулятором

Дальнейшее повышение заданного значения температуры ОНОУ достигнуто благодаря разработке методов управления, минимизирующих величину $\Delta y_{(+)}^{hx}(z)$. Критерий качества управления J представлен в работе [20]:

$$J = \max[\Delta y_{(+)}^{hx}(z)] \rightarrow \min. \quad (13)$$

Рассмотрим управление ОНОУ, удовлетворяющее требованию (13) и основанное на повышении быстродействия МДР температуры. Как и ранее, предполагается, что диапазон изменения возмущения известен.

В металлургическом цехе одновременно работают несколько десятков аппаратов восстановления и вакуумной сепарации. В каждом из них имеются три и более зон нагрева. В аппарате восстановления, кроме того, имеется зона экзотермической реакции. Каждый канал МДР обслуживает один ОНОУ. Величина $\Delta y_{(+)}^{hx}(z)$ в значительной степени зависит от интервала квантования по времени T ,

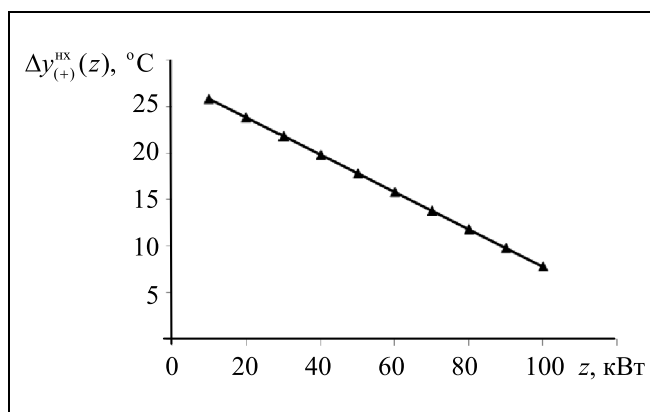


Рис. 3. Изменение амплитуды положительного отклонения температуры ОНОУ в многоканальной двухпозиционной системе с быстродействующим МДР

который, как видно из рассмотренного выше примера, более, чем в два раза превышает время запаздывания ОНОУ. Интервал квантования равен времени обегания коммутатором датчиков температуры ОНОУ.

Решение задачи повышения быстродействия основано на сокращении времени связи каналов с измерительной цепью МДР, которое задается коммутатором [21]. Для этого в процессе обегания датчиков для каждого ОНОУ анализируются результаты измерений температуры, полученные в текущем и предыдущем интервалах квантования. При совпадении результатов измерений коммутатор соответствующего канала переключается с сокращенным временем связи, в противном случае устанавливается фиксированное (заданное) время связи. Поэтому, интервал квантования будет переменным. Такие системы относятся к классу систем управления со случайным периодом квантования [22].

Для практической реализации быстродействующего МДР разработаны устройство обработки измерительной информации и управления переключением коммутатора, а также коммутатор, позволяющий изменять скорость переключения каналов [21, 23]. Это позволило сократить интервал квантования с 60 до 22...30 с [24].

Как и в предыдущем случае, определено гарантирующее управление температурным режимом ОНОУ с применением быстродействующего МДР. Для этого в выражение (9) вместо $T = 60$ с подставлено значение $\bar{T} = 30$ с. Величина $\Delta y_{(+)}^{hx}(z^{\min})$ в данном случае снижается до 25,84 °С (рис. 3). Соответственно повышается гарантирующее заданное значение температуры МДР, которое согласно формуле (12) составляет 1024,16 °С.

5.3. Алгоритм изменения гарантирующего управления температурой объекта в системе с быстродействующим регулятором

Новые возможности совершенствования робастного управления температурным режимом ОНОУ связаны с применением управляющих вычислительных машин для измерения возмущений в системах автоматизации производства губчатого титана [8].

Подставим в формулу (11) значение $\Delta y_{(+)}^{hx}(z)$, определяемое формулой (9), и преобразуем полученное выражение к виду:

$$y_3 = M + Nz, \quad (14)$$

где M и N — постоянные коэффициенты:

$$M = y_d - K_0^{\max} x \left(1 - \exp \left(-\frac{\tau_{off}^{\max} + \bar{T}}{T_0^{\min}} \right) \right) - \Delta y_0 \exp \left(-\frac{\tau_{off}^{\max} + \bar{T}}{T_0^{\min}} \right), \text{ } ^\circ\text{C};$$

$$N = K_0^{\max} \left(1 - \exp \left(-\frac{\tau_{off}^{\max} + \bar{T}}{T_0^{\min}} \right) \right), \text{ } ^\circ\text{C/кВт}.$$

Из выражения (14) следует, что поддержание гарантирующего заданного значения температуры сводится к измерению возмущения и изменению заданного значения по результатам измерений. По сравнению с предыдущим случаем данный алгоритм позволяет поддерживать более высокое заданное значение температуры в диапазоне 1024,16—1042,16 °C (рис. 4).

В условиях промышленного производства губчатого титана возмущение измеряют прямым или косвенным методом [25, 26]. Один из возможных

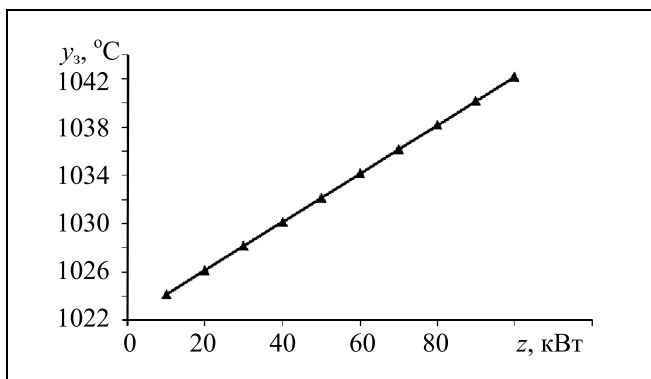


Рис. 4. Изменение гарантирующего заданного значения температуры ОНОУ в зависимости от возмущения

вариантов алгоритма изменения гарантирующего заданного значения температуры приведен в работе [27].

5.4. Алгоритм изменения гарантирующего управления температурой объекта в системе с корректирующим устройством

Алгоритм (14) усовершенствован введением коррекции двухпозиционного регулирования температуры, реализованной средствами микропроцессорной и компьютерной техники [2].

Известно, что один из методов снижения положительного отклонения температуры в системах двухпозиционного регулирования состоит в уменьшении кратности притока вводимой в объект регулирования энергии, под которой понимают отношение притока к оттоку энергии [28]. В нашем случае мощность нагревателя x остается постоянной в ходе процесса вакуумной сепарации, а возмущение $z(t)$ снижается. При этом кратность притока $m = x/z(t)$ возрастает с 1,3 до 13, и соответственно возрастает величина $\Delta y_{(+)}^{hx}(z^{\min})$ до 25,84 °C. Поэтому для ее уменьшения целесообразно корректировать регулирование температуры ОНОУ, поддерживая постоянную кратность притока мощности нагревателя m , т. е.

$$m = x(t)/z(t) = \text{const}. \quad (15)$$

Корректирующее устройство по результатам измерений $z(t)$ снижает $x(t)$, поддерживая в ходе процесса сепарации заданное значение m .

С учетом условия (15) преобразуем выражение (9) к виду

$$\Delta y_{(+)}^{hx}(z) = K_0^{\max} (m - 1) \left(1 - \exp \left(-\frac{\tau_{off}^{\max} + \bar{T}}{T_0^{\min}} \right) \right) z(t) + \Delta y_0 \exp \left(-\frac{\tau_{off}^{\max} + \bar{T}}{T_0^{\min}} \right). \quad (16)$$

На рис. 5 приведен построенный по соотношению (16) график изменения $\Delta y_{(+)}^{hx}(z)$ с коррекцией регулирования температуры при $m = 1,25$. Сравнивая максимальные значения $\Delta y_{(+)}^{hx}(z)$ без коррекции (25,84 °C) и с коррекцией (6,82 °C), отметим, что коррекция регулирования позволяет снизить положительное отклонение температуры ОНОУ более чем в 3 раза. Принципы построения корректирующего устройства рассмотрены в работе [29].

Для практической реализации алгоритма в качестве МДР применен быстродействующий микропроцессорный контроллер [9], для которого в соотношении (16) можно принять $\bar{T} = 0$.

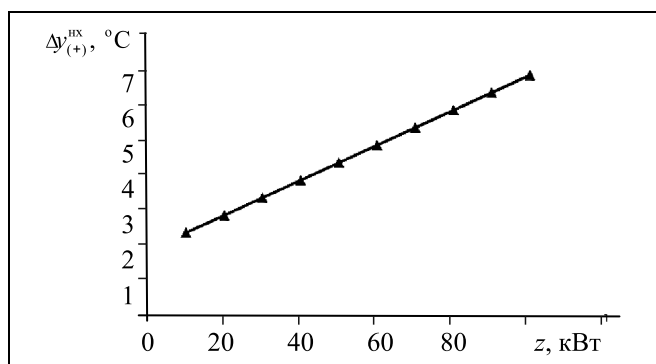


Рис. 5. Изменение амплитуды положительного отклонения температуры ОНОУ в многоканальной двухпозиционной системе с корректирующим устройством

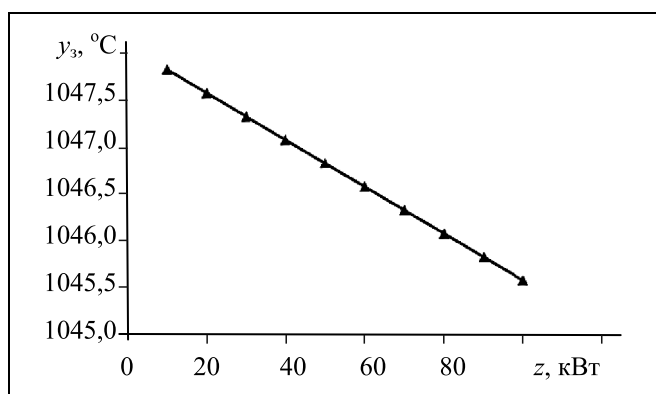


Рис. 6. Изменение гарантирующего заданного значения температуры ОНОУ в многоканальной двухпозиционной системе с корректирующим устройством

Подставляя значение $\Delta y_{(+)}^{HX}(z)$ из соотношения (16) в формулу (11), после преобразований получим:

$$y_3 = M' - N'z, \quad (17)$$

где M' и N' — постоянные коэффициенты:

$$M' = y_d - \Delta y_0 \exp\left(-\frac{\tau_{off}^{max}}{T_0}\right), \text{ } ^\circ\text{C};$$

$$N' = K_0^{max}(m-1)\left(1 - \exp\left(-\frac{\tau_{off}^{max}}{T_0}\right)\right), \text{ } ^\circ\text{C}/\text{кВт}.$$

Как видно из построенного по соотношению (17) графика (рис. 6), данный алгоритм позволяет поддерживать гарантирующее заданное значение температуры в диапазоне 1045,58—1047,83 °C, превышающем температурный диапазон, полученный с помощью алгоритма (14).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные методы синтеза робастного управления нашли практическое применение на разных этапах автоматизации производства губчатого титана и позволили в конечном итоге на 5...8 % повысить температуру процессов восстановления и вакуумной сепарации. Это дало возможность интенсифицировать процессы и улучшить технико-экономические показатели производства [2, 30]: длительность процессов восстановления и вакуумной сепарации сократилась на 5...10 %, улучшилось качество и однородность по химическому составу губчатого титана, твердость партий кричного титана, сформированных из блоков губчатого титана, снизилась с 3,6 до 2,7 ед. НВ, снизились энергозатраты при получении тонны губчатого титана на 400...500 кВт·ч.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тарасов А.В. Металлургия титана. — М.: ИКЦ «Академкнига», 2003. — 328 с.
2. Кирич Ю.П., Затонский А.В., Беккер В.Ф., Бильфельд Н.В. Современные направления совершенствования и развития производства губчатого титана // Титан. — 2003. — № 2 (13). — С. 11—16.
3. Кук М., Уортман Ф. Очистка титановой губки методом вакуумной сепарации / В сб.: Титан. — М.: Иностранная литература, 1954. — Вып. 3. — С. 69—82.
4. Кушкин Б.Н. Исследование процесса очистки магнетермической титановой губки методом вакуумной сепарации: автореф. дис. ... канд. техн. наук. — Свердловск: УПИ, 1966. — 19 с.
5. Петров В.И., Соколов И.И., Мальшин В.М. Разработка технологии и аппаратов повышенной производительности для получения титановой губки // Сб. трудов ВАМИ. — 1963. — № 50. — С. 157—166.
6. Разработка стандартного процесса получения титановой губки / В.И. Петров, Р.Г. Локшин, В.М. Мальшин и др. // Журнал прикладной химии. — 1965. — Т. 38, вып. 6. — С. 1217—1224.
7. Лидерман В.И., Кирич Ю.П. Опыт внедрения и эксплуатации автоматизированных систем контроля и управления технологическими процессами в производстве титана // Цветная металлургия. — 1976. — № 17. — С. 56—58.
8. Автоматизированная система управления процессом производства губчатого титана «Титан» / В.Ф. Скорик, В.Б. Бирюков, Н.В. Дегтярик и др. // Цветная металлургия. — 1984. — № 1. — С. 41—45.
9. Кирич Ю.П., Затонский А.В., Беккер В.Ф., Краев С.Л. Идентификация технологических процессов производства губчатого титана // Проблемы управления. — 2008. — № 4. — С. 71—77.
10. Черепанов А.И. Динамика систем многоканального позиционного регулирования. — М.: Энергия, 1970. — 80 с.
11. Кирич Ю.П., Затонский А.В., Беккер В.Ф. и др. Идентификация математических моделей нестационарных объектов управления // Математические методы в технике и технологиях: Сб. тр. 14-й Междунар. науч. конф. ММТТ-14 — Смоленск, 2001. — Т. 2. — С. 92—94.
12. Неймарк Ю.И. Робастная устойчивость линейных систем // Доклады АН СССР. — 1991. — Т. 319, № 3. — С. 578—580.



13. Гусев Ю.М., Ефанов В.Н., Крымский В.Г. Анализ и синтез линейных интервальных динамических систем (состояние проблемы) // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. — 1991. — № 1. — С. 3—23.
14. Небылов А.В. Гарантирование точности управления. — М.: Наука, 1998. — 304 с.
15. Целигоров Н.А., Мафура Г.В. Причины возникновения интервальных значений в математических моделях исследования робастной устойчивости систем управления // Инженерный вестник Дона. — 2012. — № 4 (Ч. 1). — URL: <http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1340> (дата обращения 20.09.2016).
16. Кирип Ю.П. Импульсное позиционное управление технологическими процессами с нестационарными параметрами // Новый университет. — 2011. — № 2. — С. 18—22.
17. Автоматический контроль и регулирование в черной металлургии: Справочник / М.Д. Климовицкий, А.П. Копелович. — М.: Металлургия, 1967. — 467 с.
18. Афанасьев В.Н. Концепция гарантированного управления неопределенными объектами // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2010. — № 1. — С. 16—23.
19. Кирип Ю.П., Кирьянов В.В. Оптимальное управление температурой вакуумной сепарации губчатого титана // Научно-технический вестник Поволжья. — 2014. — № 5. — С. 217—222.
20. Управление вакуумной сепарацией губчатого титана с применением систем переменной структуры / Ю.П. Кирип, А.В. Затонский, В.Ф. Беккер и др. // Математические методы в технике и технологиях: Сб. тр. 15-й Междунар. науч. конф. ММТТ-15. — Тамбов, 2002. — Т. 9. — С. 210—214.
21. А. с. 746436 СССР. Устройство для контроля и регулирования параметров / Ю.П. Кирип // Бюл. — 1980. — № 25. — С. 91.
22. Артемьев В.М., Ивановский А.В. Дискретные системы управления со случайным периодом квантования. — М.: Энергоатомиздат, 1986. — 96 с.
23. Кирип Ю.П. Бесконтактный коммутатор для машин централизованного контроля // Цветная металлургия. — 1977. — № 14. — С. 44—47.
24. Кирип Ю.П., Беккер В.Ф., Затонский А.В. Совместное проектирование технологии и системы управления вакуумной сепарацией губчатого титана. — Пермь: ПГТУ, 2008. — 124 с.
25. Система автоматического управления процессом сепарации губчатого титана / Ю.А. Захаров, В.Г. Поплавко, С.В. Огурцов и др. // Цветная металлургия. — 1978. — № 7. — С. 57—59.
26. Кирип Ю.П., Черепанов А.И., Протасов Ю.А. и др. Минимизация длительности процессов сепарации титана в АСУТП // Цветные металлы. — 1983. — № 1. — С. 51—54.
27. А. с. 790816 СССР. Способ регулирования процесса сепарации титана / Ю.П. Кирип, Б.А. Оверин, А.И. Гулякин и др. // Бюл. — 2000. — № 4. — С. 121.
28. Кампе-Немм А.А. Автоматическое двухпозиционное регулирование. — М.: Наука, 1967. — 160 с.
29. Пат. 1797288 РФ. Способ управления аппаратом вакуумной сепарации губчатого титана / Ю.П. Кирип, Ю.А. Протасов, Н.А. Носков и др. // Бюл. — 1996. — № 27. — С. 145.
30. Кирип Ю.П., Беккер В.Ф., Затонский А.В. Некоторые результаты совершенствования процесса получения губчатого титана // Цветные металлы. — 2009. — № 12. — С. 91—94.

Статья представлена к публикации членом редколлегии С.А. Красновой.

Кирип Юрий Петрович — канд. техн. наук, доцент,
✉ klu2010@mail.ru,

Кирьянов Василий Викторович — ведущий электроник,
✉ kvas@bf.pstu.ru,

Березниковский филиал Пермского национального исследовательского политехнического университета.



Содержание сборника «Управление большими системами», 2016, вып. 63

- Барабанов И.Н., Новиков Д.А.** Динамические модели управления возбуждением толпы в непрерывном времени
- Белявский А.О., Томашевич С.И.** Синтез адаптивной системы управления квадрокоптером методом пассификации
- Горелов М.А.** Иерархические игры со случайными факторами
- Железнов К.О.** Решение задачи анализа с возмущением во входе и выходе
- Лазарев А.А., Бронников С.В., Герасимов А.Р.** и др. Математическое моделирование планирования подготовки космонавтов
- Рогаткин А.Д.** Оценка вероятности редких событий в поведении толпы
- Скороходов В.А.** Задача нахождения порогового значения в эргодической ресурсной сети
- Тихонов А.В.** Анализ структуры сети Интернет с помощью обобщенных маршрутов

Тексты статей в свободном доступе на сайте <http://ubs.mtas.ru/>

УКАЗАТЕЛЬ СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ В 2016 г.

Александров В.А., Паленов М.В., Шатов Д.В. Частотное адаптивное управление процессом бу-
рения с контролируемым давлением. — № 2. —
С. 41—48.

Байбулатов А.А. Метод расчета гарантирован-
ного времени модификации программного обес-
печения с длительным, итерационным процессом
разработки. — № 1. — С. 58—64.

Байбулатов А.А., Промыслов В.Г. Аппрокси-
мация огибающей в приложениях «Network calcu-
lus». — № 6. — С. 59—64.

Белов М.В. Математическое моделирование
жизненных циклов сложных социально-экономи-
ческих и бизнес-систем. — № 2. — С. 49—61.

Белов М.В. Модель управления человеческим
капиталом фирмы. — № 5. — С. 24—34.

Бреер В.В. Модели толерантного порогового
поведения (от Т. Шеллинга — к М. Грановетте-
ру). — № 1. — С. 11—20.

Буре В.М., Парилина Е.М., Сedaков А.А. Кон-
сенсус в социальной сети с двумя центрами влия-
ния. — № 1. — С. 21—28.

Бурков В.Н., Коргин Н.А., Новиков Д.А. Проб-
лемы комплексирования и декомпозиции меха-
низмов управления организационно-технически-
ми системами. — № 5. — С. 14—23.

Ведешенков В.А. Организация диагностирова-
ния одиночных неисправных компонентов цифро-
вых систем со структурой минимального квази-
полного графа размера 7×7 с двумя путями между
двумя абонентами. — № 1. — С. 65—72.

Ведешенков В.А. Подход к фрагментному диа-
гностированию компонентов цифровых систем
со структурой минимального квазиполного графа
(на примере графа размера 7×7). — № 6. —
С. 53—58.

Вольский В.И. Процедуры голосования в малых
группах. — № 2. — С. 2—23.

Восьмая международная конференция «Управ-
ление развитием крупномасштабных систем»
MLSD'2015. — № 4. — С. 72—77.

Галяев А.А. Задача уклонения от обнаружения
системой разнородных наблюдателей: один сен-
сор — группа детекторов. — № 3. — С. 72—77.

Глумов В.М., Крутова И.Н., Суханов В.М. Осо-
бенности гиросиловой стабилизации собираемой

на орбите большой космической конструкции. —
№ 1. — С. 82—89.

Горбанева О.И., Угольницкий Г.А. Учет кор-
рупции в моделях сочетания общественных и част-
ных интересов в иерархических системах управле-
ния. — № 2. — С. 62—71.

Горлищев В.П., Калинин Л.А., Михальский А.И.
и др. Метод коррекции электрокардиографическо-
го интервала с учетом частоты сердечных сокра-
щений. — № 6. — С. 65—70.

Гребенюк Г.Г., Никишов С.М. Блокирование
энерго- и ресурсоснабжения целевых объектов в
сетевых инфраструктурах. — № 4. — С. 52—57.

Грибанова Е.Б. Решение обратных задач эконо-
мики с помощью модифицированного метода об-
ратных вычислений. — № 5. — С. 35—40.

Губанов Д.А., Чхартишвили А.Г. Влиятельность
пользователей и метапользователей социальной
сети. — № 6. — С. 12—17.

**XXIII международная конференция «Проблемы
управления безопасностью сложных систем».** —
№ 3. — С. 78—81.

Еналеев А.К. Согласованные разбиения в сете-
вых организационных структурах. — № 6. —
С. 18—25.

Еремин Е.Л., Шеленок Е.А. Комбинированная
адаптивная система управления структурно и па-
раметрически неопределенным нелинейным объ-
ектом. — № 3. — С. 23—31.

Зак Ю.А. Математические модели и алго-
ритмы построения допустимых и оптимальных
маршрутов движения и доставки грузов. — № 5. —
С. 57—70.

Затуливетер Ю.С., Фищенко Е.А. Проблемы
программируемости, безопасности и надежности
распределенных вычислений и сетецентрического
управления. Ч. 1. Анализ проблематики. — № 3. —
С. 49—57.

Затуливетер Ю.С., Фищенко Е.А. Проблемы
программируемости, безопасности и надежности
распределенных вычислений и сетецентрического
управления. Ч. 2. Подход к общему решению. —
№ 4. — С. 58—69.

Каздагли М.Н. Моделирование поведения
трейдеров на фондовом рынке с целью обнаруже-



ния агрессивных стратегий трейдинга. — № 4. — С. 29—36.

Каршаков Е.В., Тхоренко М.Ю., Павлов Б.В. Аэромагнитная градиентометрия и ее применение в навигации. — № 2. — С. 72—80.

Кирип Ю.П., Кирьянов В.В. Робастное управление технологическими процессами производства губчатого титана. — № 6. — С. 71—79.

Ключков В.В., Чернер Н.В. Повышение эффективности управления производственным потенциалом предприятий в составе интегрированных структур. — № 1. — С. 49—57.

Краснова С.А., Антипов А.С. Иерархический синтез сигмоидальных обобщенных моментов манипулятора в условиях неопределенности. — № 4. — С. 10—21.

Кулинич А.А. Семиотические когнитивные карты. Ч. 1. Когнитивный и семиотический подходы в информатике и управлении. — № 1. — С. 2—10.

Кулинич А.А. Семиотические когнитивные карты. Ч. 2. Основные определения и алгоритмы. — № 2. — С. 24—40.

Майер Р.В. Компьютерная модель процесса управления дидактической системой: информационно-кибернетический подход. — № 3. — С. 58—64.

Макаренко А.В. Применение методов теории графов к исследованию Т-синхронизации хаотических систем. — № 3. — С. 2—15.

Микрин Е.А., Сомов С.К. Оптимальное оперативное резервирование информации в системах обработки данных на базе вычислительных сетей. — № 5. — С. 47—56.

Микрин Е.А., Сомов С.К. Оптимизация резервирования информации в распределенных системах обработки данных реального времени. — № 6. — С. 47—52.

Мячин А.Л. Анализ паттернов: диффузионно-инвариантная паттерн-кластеризация. — № 4. — С. 2—9.

Новиков Д.А. Кибернетика 2.0. — № 1. — С. 73—81.

Ныркв А.П., Жилевков А.А., Черный С.Г. Модели мониторинга и управления процессами стабилизации обменных колебаний мощности в автономных электроэнергетических системах. — № 4. — С. 22—28.

Пайсон Д.Б. Матричное моделирование взаимодействия участников цепочек создания ценности в задачах управления структурными преобразованиями ракетно-космической промышленности. — № 6. — С. 26—34.

Пляскина Н.И., Харитонов В.Н. Стратегическое управление и согласование интересов институциональных участников мегапроектов. — № 1. — С. 29—48.

Подлазов В.С. Системная сеть «обобщенное расширенное мультикольцо» в сравнении с сетью «сплюснутая бабочка». — № 3. — С. 65—71.

Потехин А.И. Логические модели объектов железнодорожной станции. — № 5. — С. 71—79.

Рассказова А.Н. Правила формирования фундаментальной стоимости банка и корпоративного заемщика. — № 3. — С. 41—48.

Ратнер С.В. Применение сетевого анализа среды функционирования в задачах регионального экологического менеджмента. — № 6. — С. 35—46.

Рецензия на монографию В.Л. Шульца, В.В. Кульбы, А.Б. Шелкова, И.В. Чернова «Сценарный анализ в управлении геополитическим информационным противоборством». — № 2. — С. 81—82.

Сидоров А.А. Методологический подход к интегральной оценке состояния и динамики многомерных объектов социально-экономической природы. — № 3. — С. 32—40.

Славин Б.Б. Технологии коллективного интеллекта. — № 5. — С. 2—9.

Спиро А.Г., Гольдовская М.Д., Киселева Н.Е., Покровская И.В. Сегментация и хэширование временных рядов в задачах прогнозирования на фондовом рынке. — № 5. — С. 41—46.

Станислав Николаевич Васильев (к 70-летию со дня рождения). — № 4. — С. 70—71.

Стежкин А.А. Применение матриц миграций в задачах оценки и управления кредитным риском банков в рамках подхода на основе внутренних рейтингов заемщиков. — № 4. — С. 37—44.

Талагаев Ю.В. Анализ и синтез сверхустойчивых нечетких систем Такаги — Сугено. — № 6. — С. 2—11.

Трояновский В.М., Запевалина А.А., Румянцев Е.Л., Сердюк О.А. Определение вероятностных оценок для резервов времени как одна из проблем планирования и управления. — № 4. — С. 45—51.

Цыкунов А.М. Робастное управление для одного класса нелинейных объектов с распределенным запаздыванием. — № 3. — С. 16—22.

Шведов А.С. Простое доказательство робастности метода наименьших квадратов с урезанием для линейной регрессионной модели. — № 5. — С. 10—13.

INDEX OF PAPERS PUBLISHED IN 2016

Alexandrov V.A., Palenov M.V., Shatov D.V. Frequency adaptive control for managed pressure drilling. — 2016. — N 2. — P. 41–48.

Baybulatov A.A., Promyslov V.G. The approximation of envelope in «Network calculus» applications. — 2016. — N 6. — P. 59–64.

Baybulatov A.A. The method of calculation the guaranteed software modification time. — 2016. — N 1. — P. 58–64.

Belov M.V. Human capital management model for knowledge intensive firm. — 2016. — N 5. — P. 24–34.

Belov M.V. Mathematical modelling and simulation of the complex social-technical and enterprise systems lifecycles. — 2016. — N 2. — P. 49–61.

Breer V.V. Models of tolerant threshold behavior (from T. Shelling to M. Granovetter. — 2016. — N 1. — P. 11–20.

Bure V.M., Parilina E.M., Sedakov A.A. Consensus in social network with two centers of influence. — 2016. — N 1. — P. 21–28.

Burkov V.N., Korgin N.A., Novikov D.A. Problems of integration and decomposition of organizational-technical systems' control mechanisms. — 2016. — N 5. — P. 14–23.

Enaleev A.K. Partition consistency in the network organizational structures. — 2016. — N 6. — P. 18–25.

Eremin E.L., Shelenok E.A. Combined adaptive control system for structurally and parametrically uncertain nonlinear plant. — 2016. — N 3. — P. 23–31.

Galyaev A.A. Problem of evading detection by system of heterogeneous observers: one sensor — group of detectors. — 2016. — N 3. — P. 72–77.

Glumov V.M., Krutova I.N., Sukhanov V.M. Features of gyro-force stabilization of large space structures assembled in an orbit. — 2016. — N 1. — P. 82–89.

Gorbaneva O.I., Ougolnitsky G.A. Corruption accounting in models of public and private interest balancing in hierarchical control systems. — 2016. — N 2. — P. 62–71.

Gorlishchev V.P., Kalinin L.A., Michalski A.I., et al. A new method for correction of qt interval on the ecg. — 2016. — N 6. — P. 65–70.

Grebenyuk G.G., Nikishov S.M. Target objects energy and resources supply blocking in network infrastructures. — 2016. — N 4. — P. 52–57.

Gribanova E.B. The economy inverse problems solving considering constraints with modified method of inverse calculations. — 2016. — N 5. — P. 35–40.

Gubanov D.A., Chkhartishvili A.G. Meta-agent and user influence levels in a social network. — 2016. — N 6. — P. 12–17.

Karshakov E.V., Pavlov B.V., Tkhorenko M.Yu. Aeromagnetic gradiometry and its application in navigation. — 2016. — N 2. — P. 72–80.

Kazdagli M.N. Stock market trading behavior modeling to detect aggressive trading strategies. — 2016. — N 4. — P. 29–36.

Kirin Yu.P., Kiryanov V.V. Spongy titan production technological processes robust control. — 2016. — N 2. — P. 71–79.

Klochkov V.V., Cherner N.V. Increasing the efficiency of managing the enterprises' production potential in integrated structures. — 2016. — N 1. — P. 49–57.

Krasnova S.A., Antipov A.S. Hierarchical synthesis of manipulator sigmoidal generalized moments under uncertainty. — 2016. — N 4. — P. 10–21.

Kulinich A.A. Semiotic cognitive maps. Part 1. Cognitive and semiotic approaches in informatics and control sciences. — 2016. — N 1. — P. 2–10.

Kulinich A.A. Semiotic cognitive maps. Part 2. The basic definitions and algorithms. — 2016. — N 2. — P. 24–40.

Makarenko A.V. Graph theory methods application to studying t-synchronization of chaotic systems. — 2016. — N 3. — P. 2–15.

Mayer R.V. Computer model of didactic system management process: information-cybernetic approach. — 2016. — N 3. — P. 58–64.

Mikrin E.A., Somov S.K. Information reservation optimization in real-time distributed data processing systems. — 2016. — N 6. — P. 47–52.

Mikrin E.A., Somov S.K. The optimal online information backup in the data processing systems based on computer networks redundancy. — 2016. — N 5. — P. 47–56.

Myachin A.L. Pattern analysis: diffusion-invariant pattern clustering. — 2016. — N 4. — P. 2–9.

Novikov D.A. Cybernetics 2.0. — 2016. — N 1. — P. 73–81.

Nyrkov A.P., Zhilenkov A.A., Chernyi S.G. Models of power exchange stabilization processes monitoring and control in autonomous electric power system. — 2016. — N 4. — P. 22–28.

Paison D.B. On matrix modelling of the value chain actors' relationship as applied to the space industry structural reformation. — 2016. — N 6. — P. 26–34.

Plyaskina N.I., Kharitonova V.N. Strategic management and reconciliation of institutional stakeholders interests in megaprojects. — 2016. — N 1. — P. 29–48.

Podlazov V.S. «Generalized extended multiring» system area network in comparison to «flattened butterfly» network. — 2016. — N 3. — P. 65–71.

Potekhin A.I. Logical model of railway station objects. — 2016. — N 5. — P. 71–79.

Rasskazova A.N. Rules of bank and corporate borrower fundamental value formation. — 2016. — N 3. — P. 41–48.

Ratner S.V. Network data envelopment analysis in regional environmental management problems. — 2016. — N 6. — P. 35–46.

Shvedov A.S. Simple proof of robustness for the least trimmed squares estimator in linear regression models. — 2016. — N 5. — P. 10–13.

Sidorov A.A. Methodological approach to composite estimation of status and dynamics of multi-dimensional objects of social and economic nature. — 2016. — N 3. — P. 32–40.

Slavin B.D. Collective intelligence technologies. — 2016. — N 5. — P. 2–9.

Spiro A.G., Goldovskaya M.D., Kiseleva N.E., Pokrovskaya I.V. Time series segmentation and hashing in the stock market prediction problems. — 2016. — N 5. — P. 41–46.

Stanislav Nikolaevich Vasil'ev (to the 70-th anniversary). — 2016. — N 4. — P. 70–71.

Stezhkin A.A. On migration matrices application for credit risk evaluation and management under the internal ratings-based approach. — 2016. — N 4. — P. 37–44.

Talagaev Yu.V. Analysis and synthesis of superstable Takagi — Sugeno fuzzy systems. — 2016. — N 6. — P. 2–11.

The 8th International conference «Management of large-scale system development». — 2016. — N 4. — P. 72–77.

The review of the monograf V.L. Shul'ts, V.V. Kul'ba, A.B. Shelkov, I.V. Chernov «Scenario analysis in the management of geopolitical information confrontation». — 2016. — N 2. — P. 81–82.

Troyanovskiy V.M., Zapevalina A.A., Rumyantseva E.L., Serdyuk O.A. Determining the probabilistic estimates for time reserves as one of the planning and control problems. — 2016. — N 4. — P. 45–51.

Tsykunov A.M. Robust control of nonlinear objects with the distributed delay single class. — 2016. — N 3. — P. 16–22.

Vedeshenkov V.A. An approach to fragmentary diagnosing of digital systems components with minimal quasicomplete graph structure (on example of the graph by dimension 7×7). — 2016. — N 6. — P. 53–58.

Vedeshenkov V.A. The organization of single faulty components diagnosing in digital systems with minimal quasicomplete graph structure by dimension 7×7 with two paths between two abonents. — 2016. — N 1. — P. 65–72.

Vol'skiy V.I. Voting procedures in small groups. — 2016. — N 2. — P. 2–23.

XXIII International conference «The problems of complex systems security management». — 2016. — N 3. — P. 78–81.

Zack Yu.A. Mathematical models and algorithms for acceptable and optimal cargo delivery routes constructing. — 2016. — N 5. — P. 57–70.

Zatuliveter Yu.S., Fishchenko E.A. Problems of programmability, security and reliability of distributed computing and network-centric control. Part 1: Problem analysis. — 2016. — N 3. — P. 49–57.

Zatuliveter Yu.S., Fishchenko E.A. Problems of programmability, security and reliability of distributed computing and network-centric control. Part 2: The approach to general solution. — 2016. — N 4. — P. 58–69.

CONTENTS & ABSTRACTS

ANALYSIS AND SYNTHESIS OF SUPERSTABLE TAKAGI — SUGENO FUZZY SYSTEMS. 2

Talagaev Yu.V.

The approach is presented that uses superstability conditions for analysis and synthesis of continuous-time Takagi — Sugeno fuzzy systems. Practically important properties (behavior of solutions, robustness) of a superstable fuzzy systems class are studied. It is shown that the fuzzy regulator synthesis is reduced to solving a set of linear programming problems. The solution is obtained of problems of robust synthesis and fuzzy system state assessment in the presence of external bounded disturbances. The robust superstabilization problem solution is given for hyperchaotic system, represented as a fuzzy model.

Keywords: fuzzy system, superstability, analysis, synthesis, state estimation, robustness, bounded disturbances, hyperchaotic system.

META-AGENT AND USER INFLUENCE LEVELS IN A SOCIAL NETWORK. 12

Gubanov D.A., Chkhartishvili A.G.

This paper suggests further development of the actional model of user influence in social networks. According to the model, the influence and influence level of the individual agents (users) and meta-agents (subsets of users) are calculated on the basis of their actions taking into account the goals of a control subject (a Principal). Some properties of the influence function are studied. An example illustrates how the actional model can be applied to find the influence level of users in a real social network on the assumption of available initial data.

Keywords: social network, actional model, influence level, meta-agent.

PARTITION CONSISTENCY IN THE NETWORK ORGANIZATIONAL STRUCTURES. 18

Enaleev A.K.

The problem is considered of control polygons borders harmonization between different types of network partitions in large-scale network structures. The conditions are determined to provide lower management costs in a case of one partition type polygons borders matching another partition type polygons borders. Pointed out is that such tasks solving is relevant for investigating the problems of motion control and of transport infrastructure maintenance, in particular rail networks.

Keywords: hierarchy, control polygon, informational complexity of management, network partitioning, consistency of partitions, partition equilibrium system, optimization.

ON MATRIX MODELING OF THE VALUE CHAIN ACTORS' RELATIONSHIP AS APPLIED TO THE SPACE INDUSTRY STRUCTURAL REFORMATION. 26

Payson D.B.

The number of instrumental aspects is considered of national space activity institutional environment organization structures analysis and synthesis, directed at its adaptation to changing economic conditions and at the effective industry structure forming. A complex format of actual conversion control problems description is suggested in a form of actor/level matrix, showing the space activity subjects hierarchy, ranged along the value chain, as well as horizontal interactions in a form of competition or integration. Using the abstraction suggested, specific features of vertical competition in high-tech industries are considered.

Keywords: space industry, space activities, structural reform, value chain, vertical competition.

NETWORK DATA ENVELOPMENT ANALYSIS IN REGIONAL ENVIRONMENTAL MANAGEMENT PROBLEMS. 35

Ratner S.V.

A method is proposed of network data envelopment analysis, adapted to solve the wide class of practice-oriented territorial environmental management tasks that require accounting and evaluation of mixed environmental influence of region economy. Evaluation is assessed of Russia regions complex ecological and economic efficiency, using the proposed method and alternative approaches, similarities and differences in the results are revealed, their possible causes are discussed. Revealed is that the developed approach main advantages in the context of environmental management tasks solving are: the possibility of component-wise assessment of the regional economic system economic and environmental efficiency, the possibility of taking into account the environmental load caused by population, while calculating the

economic efficiency, and also the simplicity of numerical realization that does not require any special software and competence.

Keywords: data envelopment analysis, optimization, ecological and economic efficiency, regional economic system.

INFORMATION RESERVATION OPTIMIZATION IN REAL-TIME DISTRIBUTED DATA PROCESSING SYSTEMS. 47

Mikrin E.A., Somov S.K.

The methods of operation reliability improvement are considered for the distributed real-time data processing systems. Features and characteristics of such systems are listed in comparison with operating in a normal mode data processing systems. Analytical expressions for such systems availability ratio calculation are obtained. The task is formulated of data reservation optimization in distributed real-time data processing systems.

Keywords: distributed data processing systems, real time, optimal data reservation, system availability ratio.

AN APPROACH TO FRAGMENTARY DIAGNOSING OF DIGITAL SYSTEMS COMPONENTS WITH MINIMAL QUASICOMPLETE GRAPH STRUCTURE (ON EXAMPLE OF THE GRAPH BY DIMENSION 7×7). 53

Vedeshnikov V.A.

The version of approach to diagnosing is developed, according to which the operable diagnostic monitor (DM) tests seven subscribers of digital system (DS) one at a time. After repairing the detected faulty subscribers, DM tests one by one seven fragments, each consisting of a commutator and four communication lines. Then DM decodes the tests syndrome derived and forwards the diagnosis to maintenance personnel for faulty components repair. Diagnostic test of each fragment consists of six check-ups and is independent from number of subscribers and commutators in DS.

Keywords: digital system, subscriber, commutator, communication line, fragmentary diagnosing, decoding.

THE APPROXIMATION OF ENVELOPE IN «NETWORK CALCULUS» APPLICATIONS. 59

Baybulatov A.A. Promyslov V.G.

The basic «Network calculus» theory rules are considered, having concern to queuing systems parameters calculations. The role of arrival curve (envelope) is clarified. A method of linear envelope calculation is proposed; the corresponding optimization problem is set and solved. Examples of one- and two-component linear envelopes calculations are given, as well as of corresponding service times (delays) and backlogs for I&C software queuing system.

Keywords: envelope, Network calculus, queuing system, optimization, I & C.

A NEW METHOD FOR CORRECTION OF QT INTERVAL ON THE ECG. 65

Gorlishchev V.P., Kalinin L.A., Michalski A.I., et al.

The problem is considered of calculating the electrocardiographic QT interval, normalized with respect to cardiac rhythm frequency, in order to eliminate correlation between QT and the cardio-cycle length (or the heart rate — HR). The regularized polynomial least square regression algorithm is suggested for normative QT interval value calculation with HR equal to 60 beats per minute. The result is given of applying this algorithm to conversion of the raw QT values into corrected QTk values. It is shown that the correlation coefficient between calculated values of corrected QTk and the cardio-cycle length is lower than that one, obtained from any known formulae. Thus, the way is obtained of valuating the QTk length that is almost completely independent from HR and can be recommended for clinical use.

Keywords: electrocardiogram, regularized polynomial regression, corrected QTk, QTk and RR interval correlation.

SPONGY TITAN PRODUCTION TECHNOLOGICAL PROCESSES ROBUST CONTROL. 71

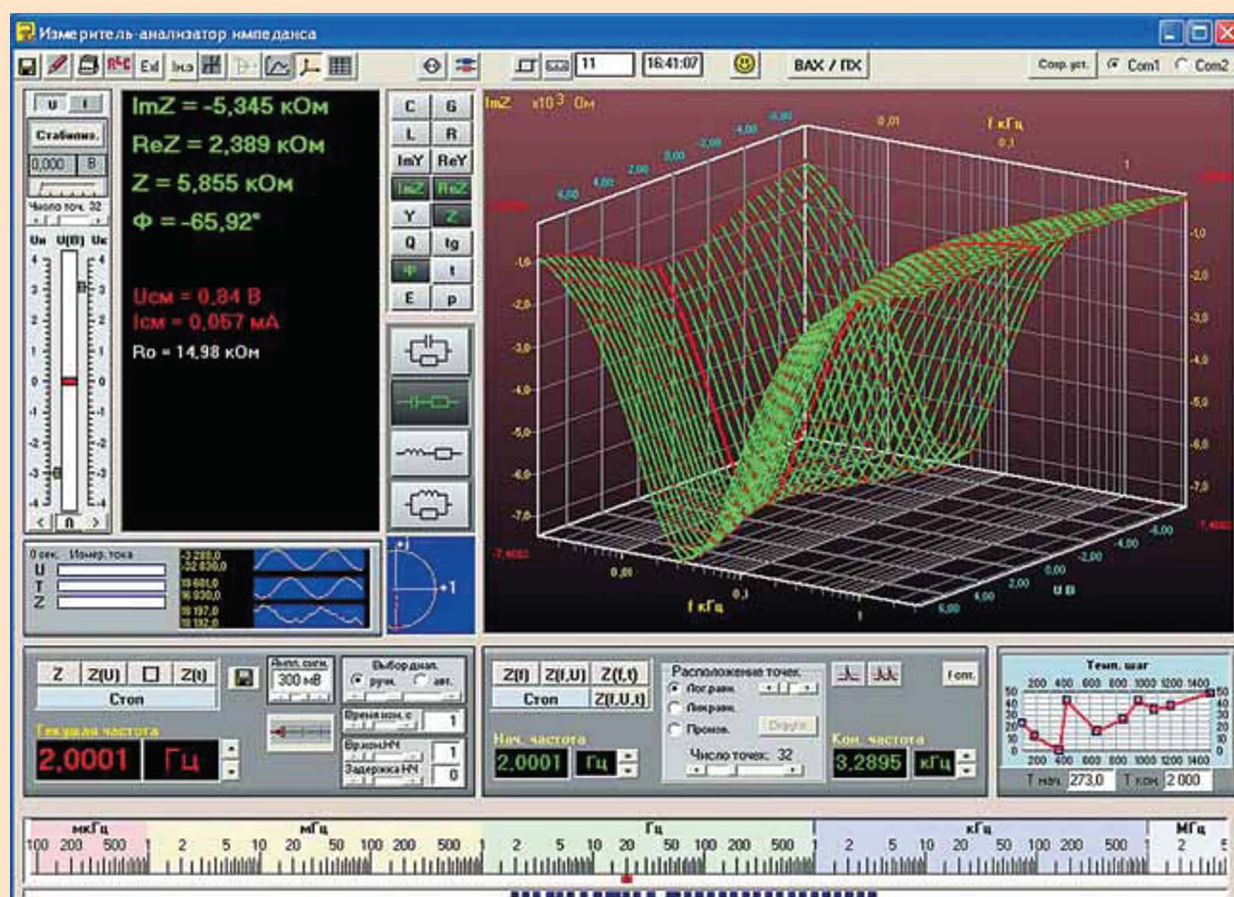
Kirin Yu.P., Kiryanov V.V.

Considered is the robust approach to spongy titan restoration and vacuum separation processes control, allowing to intensify the processes by increasing the temperature. The objects description is obtained in the form of interval dynamic model. Using this model, analysis and synthesis of robust control are performed, providing the guaranteed maintenance of processes maximum permissible temperature while uncertain parameters change in given intervals.

Keywords: spongy titan, restoration and vacuum separation, temperature condition, guaranteed preset value maintenance robust control.

Виртуальный измеритель-анализатор импеданса для научных исследований и промышленного контроля

Представляет собой малогабаритный преобразователь и программное обеспечение, позволяющие с помощью ПК автоматически измерять в широком диапазоне частот различные параметры комплексной величины B : импеданса Z , адмитанса Y , а также комплексного коэффициента передачи W четырехполюсника ($|Z|$, $|Y|$ и $|W|$, фазовый угол $\varphi = \arg B$, действительную $\text{Re}B$ и мнимую $\text{Im}B$ составляющие, емкость C , индуктивность L , сопротивление R , проводимость G , тангенс угла потерь $\text{tg } \delta = \text{Re}B/\text{Im}B$, добротность $Q = \text{Im}R/\text{Re}B$, постоянную времени τ и др.), а также неэлектрические величины, определяемые по перечисленным параметрам электрической эквивалентной схемы исследуемого объекта. Обладает широкими функциональными возможностями.



Технические характеристики

Измеряемая величина	Диапазон изменения
$R, \text{Re}R, \text{Im}R, \text{Ом}$	$10^{-3} \dots 10^9$
$G, \text{Re}G, \text{Im}G, \text{См}$	$10^{-10} \dots 10^2$
$W, \text{Re} W, \text{Im} W$	$10^{-4} \dots 10^3$
Рабочая частота, Гц	$10^{-3} \dots 3 \times 10^6$
Основная относительная погрешность измерения, %	0,1...0,2

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

117806, Москва, ул. Профсоюзная, 65, тел.: (495) 334-91-90, e-mail: dabobyl@ipu.ru

