

ISSN 1819-3161

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

5/2019

CONTROL  SCIENCES

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

С. Н. Васильев, академик РАН,
И. А. Калыев, академик РАН,
В. А. Левин, академик РАН,
Н. А. Махутов, чл.-корр. РАН,
Е. А. Микрин, академик РАН,
П. П. Пархоменко, чл.-корр. РАН,
А. Ф. Резчиков, чл.-корр. РАН,
Е. А. Федосов, академик РАН

РЕДКОЛЛЕГИЯ

Ф. Т. Алескеров, д-р техн. наук,
В. Н. Афанасьев, д-р техн. наук,
Н. Н. Бахтадзе, д-р техн. наук,
Л. П. Боровских, канд. техн. наук
(зам. гл. редактора),
В. Н. Бурков, д-р техн. наук,
В. М. Вишневский, д-р техн. наук,
М. И. Гераськин, д-р экон. наук,
С. А. Краснова, д-р техн. наук,
О. П. Кузнецов, д-р техн. наук,
В. В. Кульба, д-р техн. наук,
А. Г. Кушнер, д-р физ.-мат. наук,
А. А. Лазарев, д-р физ.-мат. наук,
В. Г. Лебедев, д-р техн. наук,
В. Е. Лепский, д-р психол. наук,
А. С. Мандель, д-р техн. наук,
Р. В. Мещеряков, д-р техн. наук,
А. И. Михальский, д-р биол. наук,
Д. А. Новиков, чл.-корр. РАН
(гл. редактор),
Б. В. Павлов, д-р техн. наук,
Ф. Ф. Пашченко, д-р техн. наук
(зам. гл. редактора),
Л. Б. Рапопорт, д-р физ.-мат. наук,
С. В. Ратнер, д-р экон. наук,
Е. Я. Рубинович, д-р техн. наук,
В. Ю. Рутковский, д-р техн. наук,
М. В. Хлебников, д-р физ.-мат. наук,
А. Д. Цвиркун, д-р техн. наук,
П. Ю. Чеботарёв, д-р физ.-мат. наук,
И. Б. Ядыкин, д-р техн. наук

РУКОВОДИТЕЛИ РЕГИОНАЛЬНЫХ РЕДСОВЕТОВ

Владивосток – О. В. Абрамов, д-р техн. наук,
Волгоград – А. А. Воронин, д-р техн. наук,
Воронеж – С. А. Баркалов, д-р техн. наук,
Курск – С. Г. Емельянов, д-р техн. наук,
Липецк – А. К. Погодаев, д-р техн. наук,
Пермь – В. Ю. Столбов, д-р техн. наук,
Ростов-на-Дону – Г. А. Угольницкий,
д-р техн. наук,
Самара – В. Г. Засканов, д-р техн. наук,
Саратов – В. А. Твердохлебов, д-р техн. наук,
Уфа – Б. Г. Ильясов, д-р техн. наук

ADVISORY BOARD

E. A. Fedosov, Academician of RAS¹,
I. A. Kalyaev, Academician of RAS,
V. A. Levin, Academician of RAS,
N. A. Makhutov, Corr. Member of RAS,
E. A. Mikrin, Academician of RAS,
P. P. Parkhomenko, Corr. Member of RAS,
A. F. Rezchikov, Corr. Member of RAS,
S. N. Vassilev, Academician of RAS

EDITORIAL BOARD

V. N. Afanasev, D. Sc. (Tech.),
F. T. Aleskerov, D. Sc. (Tech.),
N. N. Bakhtadze, D. Sc. (Tech.),
L. P. Borovskikh, Ph. D. (Tech.),
Deputy Editor-in-Chief,
V. N. Burkov, D. Sc. (Tech.),
P. Yu. Chebotarev, D. Sc. (Phys.-Math.),
M. I. Geraskin, D. Sc. (Econ.),
M. V. Khlebnikov, D. Sc. (Phys.-Math.),
S. A. Krasnova, D. Sc. (Tech.),
V. V. Kulba, D. Sc. (Tech.),
A. G. Kushner, D. Sc. (Phys.-Math.),
O. P. Kuznetsov, D. Sc. (Tech.),
A. A. Lazarev, D. Sc. (Phys.-Math.),
V. G. Lebedev, D. Sc. (Tech.),
V. E. Lepskiy, D. Sc. (Psych.),
A. S. Mandel, D. Sc. (Tech.),
R. V. Meshcheryakov, D. Sc. (Tech.),
A. I. Michalski, D. Sc. (Biol.),
D. A. Novikov, Corr. Member of RAS,
Editor-in-Chief,
F. F. Pashchenko, D. Sc. (Tech.),
Deputy Editor-in-Chief,
B. V. Pavlov, D. Sc. (Tech.),
L. B. Rapoport, D. Sc. (Phys.-Math.),
S. V. Ratner, D. Sc. (Econ.),
E. Ya. Rubinovich, D. Sc. (Tech.),
V. Yu. Rutkovskii, D. Sc. (Tech.),
A. D. Tsvirkun, D. Sc. (Tech.),
V. M. Vishnevsky, D. Sc. (Tech.),
I. B. Yadykin, D. Sc. (Tech.)

LEADERS OF REGIONAL BOARDS

Kursk – S. G. Emelyanov, D. Sc. (Tech.),
Lipetsk – A. K. Pogodaev, D. Sc. (Tech.),
Perm – V. Yu. Stolbov, D. Sc. (Tech.),
Rostov-na-Donu, G. A. Ougolnitsky –
D. Sc. (Tech.),
Samara – V. G. Zaskanov, D. Sc. (Tech.),
Saratov – V. A. Tverdokhlebov, D. Sc. (Tech.),
Ufa – B. G. Ilyasov, D. Sc. (Tech.)
Vladivostok – O. V. Abramov, D. Sc. (Tech.),
Volgograd – A. A. Voronin, D. Sc. (Phys.-Math.),
Voronezh – S. A. Barkalov, D. Sc. (Tech.)

¹ Russian Academy of Sciences.



CONTROL SCIENCES

**Научно-технический
журнал**

6 номеров в год

ISSN 1819-3161

Издается с 2003 года

УЧРЕДИТЕЛЬ

Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

Главный редактор
чл.-корр. РАН

Д.А. Новиков

Заместители главного
редактора

Л.П. Боровских, Ф.Ф. Пащенко

Редактор

Н.Е. Максимова

Выпускающий редактор

Л.В. Петракова

Издатель

ООО «Сенсидат-Плюс»

Адрес редакции
117997, ГСП-7, Москва,
ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410.
Тел./факс (495) 334-92-00
E-mail: pu@ipu.ru
Интернет: http://pu.mtas.ru

Оригинал-макет и электронная версия
подготовлены
ИП Прохоров О. В.

Отпечатано в ООО «Адвансед солюшнз»

Заказ № РВ519

Подписано в печать
30.09.2019 г.

Журнал зарегистрирован
в Министерстве Российской
Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств
массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС 77-49203 от 30 марта 2012 г.

Журнал входит в RSCI на платформе
Web of Science и Перечень
рецензируемых научных изданий ВАК

Журнал включен в Российский индекс
научного цитирования (РИНЦ).
На сайте Научной электронной
библиотеки (www.elibrary.ru) доступны
полные тексты статей.

Подписные индексы:
80508 и **81708** в каталоге Роспечати;
38006 в объединенном каталоге
«Пресса России»

Цена свободная

© Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

5.2019

СОДЕРЖАНИЕ

Обзоры

Шевченко А.В., Мещеряков Р.В., Мигачев А.Н. Обзор состояния
мирового рынка робототехники для сельского хозяйства.
Ч. 1. Беспилотная агротехника 3

Деменков Н.П., Микрин Е.А., Мочалов И.А. Методы решения
нечетких систем линейных уравнений. Ч. 2. Неполные системы 19

Анализ и синтез систем управления

Завадский В.К., Иванов В.П., Каблова Е.Б., Кленовая Л.Г. Синтез
квазитерминальных регуляторов 29

Управление в социально-экономических системах

Горидько Н.П., Нижегородцев Р.М. Принцип допустимых интервалов
и экстремальные задачи в управлении макроэкономическими
системами 37

Подгорская С.В., Подвесовский А.Г., Исаев Р.А. и др. Моделирование
сценарного развития сельских территорий на основе нечеткой
когнитивной модели 49

Информационные технологии в управлении

Волковицкий А.К. Адаптивный алгоритм управления измерениями
квазистационарных периодических процессов 60

Управление в медико-биологических системах

Бабушкина Н.А., Кузина Е.А., Лоос А.А., Беляева Е.В.
Математическое моделирование управления противоопухолевой
вакцинотерапией 68

Хроника

Борис Викторович Павлов (к 80-летию со дня рождения) 84



CONTROL SCIENCES

Scientific Technical Journal

6 issues per year

ISSN 1819-3161

Published since 2003

FOUNDER

V. A. Trapeznikov Institute
of Control Sciences
of Russian Academy of Sciences

Editor-in-Chief

D. A. Novikov, Corr. Member of RAS

Deputy Editors-in-Chief

L. P. Borovskikh, F. F. Pashchenko

Editors

N. E. Maksimova, L. V. Petrakova

Publisher Sensidat-Plus LLC

Editorial address

65 Profsoyuznaya st., office 410,

Moscow 117997, Russia

☎/☎ +7 (495) 334-92-00

✉ pu@ipu.ru

URL: <http://pu.mtas.ru>

Design layout and electronic version

prepared by SP Prokhorov O. V.

Printed by Advanced Solutions LLC

Order No. PB519

Approved for print on 30.09.2019

The Journal is registered by the Ministry
of Press, Broadcasting and Mass Media
of the Russian Federation

Registration certificate of

ПИ № ФС 77-49203 of 30 March 2012

The Journal is included in RSCI
(Russian Science Citation Index)
on the platform Web of Science
and in the list of peer-reviewed
scientific publications of the HAC

On the website of the Scientific electronic
library (www.elibrary.ru) full texts of articles
are available.

Subscription indexes:

80508 and **81708** in the catalogue
of Rospechat;

38006 in the joint catalogue
«Press of Russia»

Free price

© V. A. Trapeznikov Institute of Control
Sciences of Russian Academy of Sciences

CONTROL SCIENCES

5.2019

CONTENTS

Surveys

Shevchenko, A.V., Meshcheryakov, R.V., Migachev, A.N. Review
of the World Market of Agriculture Robotics. Part 1. Unmanned Vehicles
for Agriculture 3

Demenkov, N.P., Mikrin, E.A., Mochalov, I.A. Methods of Solving Fuzzy
Systems of Linear Equations. Part 2. Incomplete Systems 19

Analysis and Synthesis of Control Systems

Zavadsky, V.K., Ivanov, V.P., Kablova, E.B., Clenovaya, L.G. Quasi-terminal
Controllers Synthesis 29

Control in Social and Economic Systems

Goridko, N.P., Nizhegorodtsev, R.M. The Principle of Permissible Intervals
and Extreme Challenges in Adjustment for Macroeconomic Systems 37

Podgorskaya, S.V., Podvesovskii, A.G., Isaev, R.A., et al. Modeling
of Scenario Development of Rural Territories Based on Fuzzy Cognitive
Model 49

Information Technologies in Control

Volkovitskiy, A.K. Adaptive Algorithm of Quasi-stationary Periodic Processes
Measurements Control 60

Control in Medical and Biological Systems

Babushkina, N.A., Kuzina, E.A., Loos, A.A., Belyaeva, E.V. Mathematical
Modeling of Antitumor Vaccine Therapy Control 68

Chronicle

Boris Pavlov (to the 80-th anniversary) 84

ОБЗОР СОСТОЯНИЯ МИРОВОГО РЫНКА РОБОТОТЕХНИКИ ДЛЯ СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА.

Ч. 1. Беспилотная агротехника

А.В. Шевченко, Р.В. Мещеряков, А.Н. Мигачев

Аннотация. Представлен обзор мирового рынка беспилотной агротехники и роботизированных устройств и комплексов, применяемых в различных областях сельского хозяйства. Выделены основные направления в применении агроботов и целесообразность их внедрения в сельское хозяйство наряду с традиционными методами или вместо них. Приведены данные по концептам и разработкам беспилотных тракторов и их оснащённости. Рассмотрены основные игроки рынка и описаны перспективные технологии по беспилотной агротехнике, роботизированным устройствам и комплексам в растениеводстве и животноводстве. Выделены и описаны агроботы — роботы-пропольщики, роботы-прореживатели, роботы для сбора урожая, роботы для выполнения операций на виноградниках и в садах, самоходные роботы для мониторинга — а также роботы для животноводства. Определены преимущества применения роботов в каждом из направлений, а также тенденции в технологических инновациях. Сделаны выводы о перспективности мирового рынка сельскохозяйственной робототехники и о его положительном влиянии на сельское хозяйство в части экономики, технологий и экологии.

Ключевые слова: робот, сельское хозяйство, рынок робототехники, автономные тракторы, роботизированные устройства.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема роста населения Земли и, как следствие, возрастающая потребность в продовольствии, урбанизация и нехватка рабочей силы, а также экологические проблемы стимулируют поиск путей повышения эффективности сельского хозяйства благодаря новым технологиям и инновационным методам управления. Робототехника и автономные системы призваны преобразовать отрасль сельского хозяйства со значительными экономическим, социальным и экологическим эффектами.

Цель данной статьи — дать анализ мирового рынка беспилотной агротехники и роботизированных устройств и комплексов в области сельского хозяйства, сферы их применения, влияния на эффективность процессов, а также тенденций технического развития.

Один из крупнейших в мире инвестиционных банков, «Goldman Sachs» (США) прогнозирует, что

применение технологий нового поколения способно увеличить производительность мирового сельского хозяйства на 70 % к 2050 г. [1].

Долгосрочное видение технического перевооружения сельского хозяйства заключается в развитии нового поколения интеллектуальных, гибких, надежных, совместимых, взаимосвязанных роботизированных систем, проблемно работающих вместе со своими коллегами-людьми на фермах. Команды мультимодальных совместимых робототехнических систем будут способны самостоятельно организовывать и координировать свою деятельность наряду с существующими агропродовольственными системами и в их рамках.

Роботизация сельского хозяйства на основе широкого применения мобильных и стационарных роботов — осознанная необходимость в стратегии развития крупнейших агропромышленных и машиностроительных компаний в мире. Переход организаций сельского хозяйства на робототехнику будет способствовать повышению производительности труда, повышению безопасности и улучше-

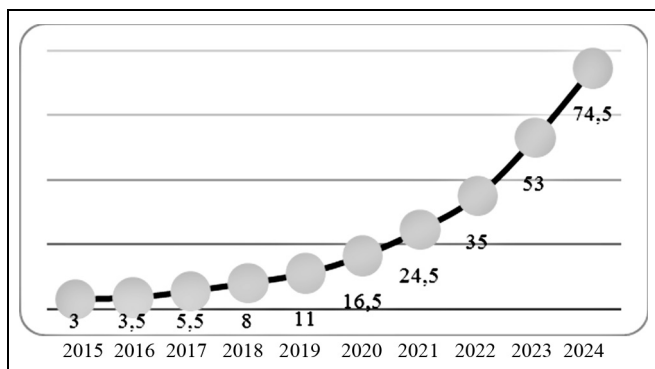


Рис. 1. Динамика годового объема рынка сельскохозяйственных роботов, млрд. долл. США



Рис. 2. Доли рынка сельскохозяйственных роботов по отраслям (на основе данных отчета «GrandviewReserch») [6]

нию условий труда, повышению качества сельхозпродукции [2].

Повышение производительности и интенсификации труда в сельскохозяйственном производстве с помощью робототехники может быть достигнуто только на основе автоматизации рутинных и алгоритмизуемых операций в интеллектуальной и производственной деятельности человека при комплексной автоматизации гибких производственных систем.

Поставки роботов для АПК значительно увеличатся в ближайшие годы: по итогам 2016 г. они составляли 32 тыс. ед., а уже к 2024 г. они достигнут 594 тыс. ед. Сумма выручки от поставок роботов в 2024 г. достигнет 74,1 млрд. долл. США (рис. 1)» [3].

Эксперты исследовательской компании «Гас-tica» выявили более 150 компаний, занимающихся разработкой и запуском роботизированных систем и инновационных решений для сельского хозяйства [4].

Длинная цепочка создания стоимости сельскохозяйственных продуктов и большое количество нерешенных в отрасли задач, которые могут быть решены с помощью информационных технологий и автоматизации, является одним из главных доводов в пользу инвестиционной привлекательности отрасли.

В исследовании крупнейшей аналитической компании «MarketsandMarkets Research» (США) утверждается, что рынок сельскохозяйственных роботов, как ожидается, вырастет с 2,75 млрд. долл. США в 2016 г. до 12,80 млрд. долл. США к 2022 г., со среднегодовым темпом роста 20,71 % между 2017 и 2022 гг. [5].

Основную долю рынка роботов в области сельского хозяйства занимают роботы, применяемые в животноводстве (55 % на молочных и 22 % — на мясных фермах). Диаграмма распределения долей рынка по отраслям представлена на рис. 2.

На основании тенденций рынка робототехники и мнения аналитиков, наиболее важные нововведения будут внедрены в таких областях сельского хозяйства, как:

- организация сбора урожая;
- картирование полей;
- управление молочными фермами;
- обработка почв;
- организация системы орошения;
- управление обрезкой ветвей;
- отслеживание погоды и прогнозы;
- инвентарный учет.

Актуальность изучения рынка сельскохозяйственных роботов подтверждается тем, что в различных странах мира (США, страны Европы, Китай, Япония, Австралия) в рамках специальных программ по развитию сельскохозяйственной робототехники создаются научные центры, аграрно-технические фонды, центры аграрных инноваций для создания агроботов, специализированные институты по стратегии развития сельского хозяйства [7–9].

Отметим, что создание агроботов имеет свои особенности. Это связано с многообразием сельскохозяйственных культур, животных, операций и задач, требующих выполнения. С учетом принципов построения, роботов можно классифицировать на универсальных и созданных для выполнения конкретной задачи [10].

Для проведения настоящего исследования выделены основные направления в сфере разработки агроботов:

- создание беспилотной агротехники (автономных транспортных средств как альтернативы тракторам и комбайнам);
- создание роботизированных устройств и комплексов (в растениеводстве и в животноводстве).



РЫНОК РОБОТИЗИРОВАННЫХ УСТРОЙСТВ В СФЕРЕ СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА

Беспилотная агротехника (автономные транспортные средства)

В настоящее время многие пахотные фермы выходят из бизнеса, поскольку их затраты растут без значительных изменений в доходах. Одна из существенных статей расходов — это инвестиции в тракторы. Традиционные тяжелые тракторы — ключевой вид оборудования для большинства ферм, но один из побочных эффектов их применения заключается в том, что они разрушают почву и наносят ущерб окружающей среде, что вызывает уплотнение земли. Кроме того, удобрения и химикаты разбрызгиваются по всему участку земли, хотя почти всегда целесообразно применять метод дифференцированного внесения. Применение автономных тракторов способно привести к значительному снижению расходов на оплату труда, уменьшению издержек на обслуживание устаревшей техники и повышению доходности агробизнеса.

Идея беспилотного трактора родилась еще в начале 1940-х гг. Ее автор — Френк Андрию. Затем в 1950-х гг. «Форд» также разработал свой собственный беспилотный трактор, который не был запущен в производство, так как его конструкция предполагала прокладку кабеля под землей по всему полю. И только появление современных компьютеров и технологий GPS позволило воплотить идею беспилотных тракторов в реальность [11].

Функционал беспилотных тракторов:

- совершают необходимые маневры, выполняют задания с минимальными погрешностями, определяют границы поля;
- работают круглосуточно, управляются с помощью планшета;
- отличают мнимые препятствия от настоящих;
- могут передвигаться по системе «следуй за мной»: один автономный трактор под управлением человека координирует движение нескольких беспилотников на поле, задает им нужную скорость и направление движения.

По информации «IDTechEx», в 2016 г. было продано более чем 300 тыс. тракторов с автопилотами [12]. Продолжается работа над подходом «следование за лидером». Ведущие производители сельскохозяйственной техники работают над созданием полностью беспилотного трактора.

В табл. 1 представлен обзор мирового рынка роботизированных тракторов, прототипов и беспилотных систем управления.

Одним из ярких примеров концепта роботизированного трактора является представленный в

2016 г. компанией «Case IH» автономный трактор. Машина создана с прицелом на полноценный интерактивный интерфейс, позволяющий удаленно отслеживать предварительно запрограммированные операции. Бортовая система автоматически подбирает наиболее эффективные пути в зависимости от почвы, препятствий и присутствия другой техники на том же поле. Удаленный оператор может осуществлять наблюдение и изменять маршруты на компьютере или планшете [13].

Трактор оснащается радаром, лидаром и бортовыми камерами, которые позволяют регистрировать стационарные или движущиеся препятствия на пути и останавливаться самостоятельно пока оператор, оповещенный о проблеме, не задаст новый маршрут. Машина также мгновенно остановится сразу при потере GPS-сигнала или других данных позиционирования или при нажатии оператором соответствующей кнопки. Задачи трактора могут меняться в реальном времени через удаленный интерфейс или автоматически на основе прогноза погоды [14].

Еще один яркий концепт на рынке беспилотных тракторов создали участники бизнес-акселератора «Y Combinator» (США), которые разрабатывают беспилотные тракторы «Bear Flag Robotics»; «Bear Flag», так же, как и «Case IH», применяют различные датчики, включая лидар, камеру, IMU, GPS и др., а бортовые компьютеры обрабатывают данные, обеспечивая ситуационную осведомленность для выполнения работы, а также отслеживают препятствия и жизненные показатели системы [15].

Отличительная особенность разработки состоит в формировании возможности у трактора способности ориентироваться без помощи GPS — вместо этого система учится распознавать окружающую обстановку с помощью датчиков и камер, поскольку эксплуатация трактора предусматривает множество навесного оборудования, способного глушить GPS-сигнал (см. табл. 1).

Еще один крупный игрок рынка роботизированных тракторов — японская корпорация «Yanmar», которая представила линейку сельскохозяйственных тракторов с автономным режимом работы «Robot Tractor». Эти машины — наполовину роботы и могут непосредственно управляться человеком, выполнять его удаленные команды или следовать программе. Их отличительная черта — большой спектр поддерживаемых задач, что позволит заменить стареющий фермерский контингент на японских полях (см. табл. 1). Также компания анонсировала автономную машину для посадки саженцев риса, которая тоже создана на основе системы «Smartpilot».

Обзор мирового рынка роботизированных тракторов (замена универсального трактора)

Наименование, разработчик	Комплектация	Примечание
Автономные тракторы «Auto Tractor» и «Robot Tractor», «Yanmar Agri» (Япония)	Оснащены автономными системами по технологии ICT, GPS. Существуют четыре модификации мощностью 88—113 л. с. Управлять с/х техникой можно, пользуясь водо- и пылезащищенными десятидюймовыми планшетами. Один оператор может параллельно управлять двумя роботтракторами: одним напрямую, а вторым — через планшет	В автоматическом режиме движется по заданному маршруту, принимая сигналы от башен навигации и GPS. Оператор трактора удаленно задает цель и проводит коррекцию маневров. Трактор способен выполнять с/х работы в группе либо один, применяя возможности системы «Smartpilot»
Трактор «Case IH Magnum», «CNH Industrial» (Нидерланды) и «Autonomous Solutions, Inc.» ASI (США)	Без кабины. Система основана на GPS-навигации и станциях RTK, она контролирует высочайшую точность перемещения по полю. Может работать с широким ассортиментом навесных орудий	Проходят испытания на полях американских фермеров, серийное производство техники планируется к 2020 г.
Концепт автономного трактора, «Bear Flag Robotics» (США)	Компьютерное зрение, датчики, решение задачи — работа без сигнала GPS	Передвижение удаленно контролирует оператор. Одновременно он сможет управлять несколькими машинами
«AT400 Spirit», «Autonomous Tractor Corporation» (США)	Оснащен установкой «Edrive» — дизель-электрической силовой установкой (генератор 250 кВт, электрическая трансмиссия). Доступен в комплектации 200 л. с. или 400 л. с. Компоненты включают в себя один или два 200-сильных дизель-генератора, четыре 125-сильных колесных электродвигателя, приводы с регулируемой частотой, джойстик управления, 21-дюймовый монитор с сенсорным экраном и интерфейс для управления орудиями	Без кабины. Комплектация весит меньше, чем традиционные трансмиссии, что может уменьшить уплотнение почвы и увеличить экономию топлива на 15—20 %
Трактор «T4.110F» для садоводства (прототип), «New Holland» совместно с компанией «E. & J. Gallo Winery» (Нидерланды)	Оснащен набором датчиков и камер. С помощью встроенного ПО автоматически определяет размеры и форму трактора с прикрепленным к нему дополнительным оборудованием. Самостоятельно строит маршрут по полю. Если радары или LIDAR-датчики заметят препятствие на пути трактора, ПО обратится за помощью к водителю, который должен будет выбрать наилучшую траекторию движения трактора	Автономная технология «NHDrive» может быть реализована во всей линейке тракторов бренда. В перспективе ожидается «полная автономность», не требующая присутствия специалиста на месте. Управление беспилотным трактором «NHDrive» осуществляется с помощью мобильной программы, которая позволяет следить за состоянием трактора и собирать статистику его применения
«FarmPilot» (прототип) «Kubota Corp.» (Япония)	Мощность — 60 л. с. Оснащен GPS, функцией картографирования полей и технологией записи данных	В планах — разработать целую линейку автономных сельхозмашин
«Centeol», «Kuhn», «Dupont Pioneer» и «Ausy» (Франция)	Дизельный двигатель, гусеницы; оснащен RTK-системами, работающими с точностью до 10 мм. Скорость посадки — около 8 км/ч	Существуют пять различных инструментов, которые прилагаются к этим гусеничным роботам. Работают 24 ч без остановки
Гибрид трактора и комбайна YR8D, «Yanmar Agri» (Япония)	Дизельный двигатель; управляется удаленно. Встроенный модуль GNSS для посадки саженцев риса	Управление через 10-дюймовый водонепроницаемый планшет
Концепт беспилотного трактора «Escorts» (Индия)	Базируется на тракторе «Farmtrac», AVL (технология электропривода), «Trimble» (датчики, элементы управления и автоматическое рулевое управление) и «Samvardhana Motherson» (технология разумной кабины). «Wabco» отвечает за элементы управления агрегатом и автоматизацию, «Microsoft» — за облачное хранилище, а «AI technology» и «Bosch» — за выбросы	Прототип создан в партнерстве с «Microsoft», «Reliance Jio», «Trimble», «Samvardhana Motherson Group», «Wabco», «Bosch» и AVL

Наименование, разработчик	Комплектация	Примечание
Беспилотная система для трактора и тележки для сбора урожая зерна, «Smart Ag» (США)	Система «Smart Ag» работает с тракторами, оснащенными системой автоматического управления (облачная платформа под названием «AutoCart»). Система позволяет оператору устанавливать места остановки и разгрузки в поле, регулировать скорость, местоположение комбайна, а еще — управлять зерновой тележкой, чтобы точно синхронизировать ее со скоростью и направлением движения комбайна	Система доступна только для тракторов «John Deere» от 2000 серии и более новых
«АгроБот» (система управления), «Avgora Robotics» (Россия)	Оснащен датчиками, сканерами и встроенными картами местности, компьютером с искусственным интеллектом, размещенным в задней части трактора. При наличии соединения управление роботом может быть перехвачено диспетчерским центром или оператором, находящимся поблизости	Может быть установлена практически на любую спецтехнику или трактор, при этом на все органы управления монтируются специальные приводы, которыми управляет центральный компьютер. Предусмотрена возможность работы в офлайн режиме, без стабильного соединения с центром

По итогам проведенного исследования основные технологии и принципы работы, на которых базируется функционирование роботизированного трактора, можно описать следующим образом.

- В беспилотных тракторах применяют лазеры, сенсоры, радары, а также системы GPS и другие беспроводные технологии. Контроль за такими тракторами может осуществляться или с планшета, или же из одной работающей в поле машин (т. е. на поля можно вывести несколько тракторов, но координировать их работу будет лишь один тракторист из одного трактора, — это так называемая технология «следуй за мной»).
 - В беспилотных тракторах заложены сложные алгоритмы поведения. При появлении препятствий — людей, животных или других крупных объектов, — они сразу же останавливаются. При этом они умеют отличать настоящие препятствия от мнимых. Например, сенсорные системы «узнают» высокие стебли кукурузы или подсолнечника и не считают их препятствием для движения.
 - Тракторы могут быть как на гусеничном, так и на колесном ходу, с кабиной и без, оснащены дизельным или электрическим двигателем.
- Отметим перспективные технологии на рынке разработок роботизированных тракторов:
- удаленное управление или «полная автономность», не требующая присутствия специалиста на месте;
 - автономная коллективная работа группы тракторов;
 - ориентирование без помощи GPS;
 - электрическая трансмиссия.

На основании проведенного исследования характеристик беспилотных тракторов можно сделать вывод о ряде преимуществ их применения в агросекторе:

- круглосуточная работа, позволяющая сократить сроки проведения работ;
- безопасное рабочее место;
- решение кадрового вопроса;
- решение вопроса оттока рабочей силы;
- повышение точности обработки земли, и, как следствие, эффективности сельскохозяйственных операций;
- системы точного позиционирования, позволяющие уменьшить зону перекрытия, снизить перерасход удобрений и химикатов и, как следствие, снизить операционные затраты;
- повышение производительности кадров благодаря автоматизации повторяющихся функций и снижения требований к опыту работы.

Роботизированные устройства и комплексы

Роботизированные устройства и комплексы широко применяются для решения задач как в растениеводстве, так и в животноводстве. С целью качественного исследования рынка роботизированные устройства были классифицированы по типу выполняемых работ.

Роботизированные комплексы для уничтожения сорняков (роботы-пропольщики) и роботы-прореживатели

По некоторым оценкам аналитиков, резистентность развили 255 видов сорняков на 92 культурах в 70 странах. Последний принципиально

новый гербицид выходил на рынок более 20 лет назад. Это создает рынок для роботов-пропальвателей — как автономных, так и управляемых человеком. Объем этого рынка прогнозируется на уровне 400 млн. долл. США уже в 2025 г. [16, 17].

В роботов-пропольщиков разработчиками заложены функции распознавания и уничтожения сорняков. Способы уничтожения сорняков могут быть различными: с помощью пестицидов, лазера, механически (вбивание в почву, удаление из почвы). С учетом ужесточения требований к средствам защиты растений перспективными являются технологии удаления сорняков без применения гербицидов (лазерная, механическая).

В табл. 2 представлен обзор мирового рынка роботов-пропольщиков и роботов-прореживателей.

Одной из перспективных является технология, применяемая в прототипе робота-пропольщика «Nuregweeder» (разработка Национального центра точного земледелия Великобритании, Университет Харпера Адамса) [18]. Робот оценивает форму сорняка, чтобы определить, где находится его меристема — это часть растений, обеспечивающая непрерывное нарастание массы. Затем удаляет сорняк при помощи микролазера, нагревая растение до 95 °С. Эту технологическую платформу можно будет применять ко всем сорнякам и идентифицировать все типы культур (см. табл. 2).

Роботы-прореживатели имеют схожую технологию распознавания с роботами-пропольщиками.

Они определяют количество растений и необходимое расстояние между ними, после чего применяется химикат для удаления нежелательных растений. Пропольщики востребованы на фермах по выращиванию салата.

Салат часто высаживается с гораздо более густой посадкой, нежели это необходимо. Это гарантирует урожай в случае проблем с прорастанием или болезнью. После того, как растения прорастают, необходимо убирать лишние ростки для достижения правильного расстояния. Применение роботов резко сокращает ручной труд.

Преимущества применения роботов-пропольщиков:

- исключение избыточного использования гербицидов путем точечного опрыскивания и, как следствие, снижение расходов на химикаты и снижение негативного влияния на окружающую среду;

- в случае применения лазерной и механической технологий — исключение влияния гербицидов на окружающую среду;

- повышение производительности труда благодаря точности и круглосуточной работе;

- повышение эффективности работы путем устранения возможности человеческой ошибки при выполнении ряда однообразных и трудоемких задач.

На основании проведенного исследования, в качестве перспективных направлений развития ро-

Таблица 2

Обзор мирового рынка роботизированных устройств и комплексов для прополки и прореживания

Наименование, разработчик	Комплектация	Примечание
Робот-пропольщик (распознавание сорняков и орошение их пестицидами), «EsoRobotix», (Швейцария)	Автономный робот массой 130 кг передвигается на четырех колесах. С помощью датчиков и видеокамер он распознает вредные растения и точно распыляет на них химикат. Устройство управляется при помощи смартфона и питается от солнечных панелей, что дает ему возможность бесперебойно работать в поле до 12 часов	Передвигается самостоятельно. Фиксирует не только количество орошенных сорняков, но и их виды. По заявлению разработчиков, применение робота позволит в 20 раз снизить объемы используемых фермерами гербицидов
«LettuceBot2» (распознавание сорняков и орошение их пестицидами), «Deere & Company» («Blue River Technologies») (США)	Пользуясь большой базой данных изображений культур и сорняков, компьютер имеет уникальную возможность установить малейшее отличие между культурой и сорняком и в течение 30 мс решает, сколько и где применить гербицидов	Передвигается не самостоятельно, а с помощью трактора. По оценкам «Blue River», технология позволяет уменьшить применение гербицидов на 90 %
«Smart Spraying» (распознавание сорняков и орошение их пестицидами), «Robert Bosch» (Германия)	На штанги опрыскивателя устанавливаются камеры на расстоянии 1 м друг от друга. Они сканируют поле и выявляют сорняки. Опрыскиватель оборудуется 4-мя линиями распыления, одна из которых предназначена для воды, а другие — для гербицидов. Сопла находятся на общем расстоянии 50 см. Точность в диаметре менее 1 м. Роботизированная система не автономна	Обнаружив сорняк, технология умного опрыскивания выбирает нужный гербицид или делает смесь гербицидов. Средства хранятся в небольших контейнерах. Но если нужды в этом нет, т. е. на участке отсутствуют сорняки, то «Smart Spraying» распылять ничего не будет

Наименование, разработчик	Комплектация	Примечание
«Robotti» (распознавание сорняков и орошение их пестицидами), «Agrointelli» (Дания)	Модульный колесный автономный блок с дизельным двигателем. Одна машина весит всего 600 кг и имеет трехточечное сцепное устройство, способное поднимать 750 кг. Максимальная скорость — 8 км/ч. Способен бороться с сорняками среди большого количества зерновых культур. Управляется с телефона или планшета	Распределение веса в сочетании с общей легкостью позволяет этому трактору работать в более влажных условиях, которые останавливают обычные тяжелые тракторы или вызывают серьезное уплотнение почвы. Компания совершенствует дизайн и программное обеспечение, разрабатывая полностью электрическую версию «Robotti»
«Small Robot» («Dik») (распознавание и уничтожение сорняков лазером), «Small Robot Company» (Великобритания)	Модификация универсального робота весом 250 кг и высотой 3 м, позволяет крепить дополнительное оборудование для обработки сельскохозяйственных культур, использует для уничтожения сорняков электричество и лазеры вместо гербицидов. Работает на основе операционной системы «FaaS»	По собственным данным «Small Robot Company» смогла сократить выбросы химических веществ на 95 %, увеличить доходы на 40 % и сократить расходы до 60 %
«Agbot II» (распознавание и уничтожение сорняков механическим или термическим способом), QUT (Австралия)	Колесная база. Оборудован камерой, фотобазой. Роботизированная мотыга для механического удаления сорняков	Робот способен самостоятельно решить, какой сорняк должен быть обработан, а какой — удален механическим или термическим способом
Робот-пропольщик (распознавание и уничтожение сорняков механическим способом), «FarmWise» (США)	Машина полностью автономна. Оборудован системой распознавания образов для определения в поле сорных растений; с помощью механических манипуляторов самостоятельно удаляет их из почвы	Собирает различные данные по выращиваемым культурам (анализ каждого растения, размер, общее состояние саженца, стадия роста)
«BoniRob» (распознавание и уничтожение сорняков механически), «Bosh» (Германия)	Становым хребтом системы является адаптивная многозадачная роботизированная платформа, оборудован камерами высокого разрешения, осуществляется навигация	Вбивает сорняк в землю, разрушая корневую систему. В зависимости от плотности сорняка, робот проходит 1 погонный метр морковной грядки за время от 10 до 25 с
«Hyperweeder» (распознавание и уничтожение сорняков гербицидом или лазером), Университет Харпера Адамса в сотрудничестве с «Syngenta» и «Gs-fresh» (Великобритания)	Крепится к задней части трактора. В систему входят датчики для обнаружения культур и сорняков в режиме реального времени. Распознавание изображений осуществляется при помощи ПО, позволяющего идентифицировать до 26 видов сорняков	В перспективе это будет автономный самоходный робот, работающий без операторов. Будут использоваться или микрокапли неселективных гербицидов, или микролазеры
Робот-пропольщик (распознавание сорняков и орошение их пестицидами), «Ibex Automation Ltd» (Великобритания)	Автономная система точного обнаружения сорняков и распыления для применения на пастбищах	Разработчики сотрудничают с Линкольнским Институтом агропродовольственных технологий
Прореживатель салата (распознавание и уничтожение лишних ростков), «Vision Robotics» (США)	Применяет технологию распознавания и специальную жидкость для удаления нежелательных ростков	По оценке специалистов, один-два человека могут выполнить за несколько часов то, на что раньше требовались усилия команды из 15 или более чел., работавших целый день
Прореживатель салата (распознавание и уничтожение лишних ростков), «Agmechtronics» (США)	Технология распознавания определяет количество растений и необходимое для них расстояние. Применяет химикаты для удаления нежелательных растений	Система может работать в ночное время
Прореживатель салата (сбор и прореживание салата), «Ramsay Highlander» (США)	Оснащен оптическими сенсорами, для резки использует струю воды под высоким давлением «водный нож»	Устройство может применяться не только для салата, но и для сбора капусты и сельдерея

ботов-пропольщиков могут послужить разработки технологий, позволяющих точно определять вид сорного растения и на основе анализа применять наиболее эффективный метод его удаления, а также разработка технологий, сокращающих применение гербицидов.

Роботы для сбора ягод, фруктов и овощей

Возможность сбора плодов с помощью роботов реализуется с помощью технологии компьютерного зрения. Цвет ягод — это главный показатель спелости, поэтому ошибки систем компьютерного зрения маловероятны. Робот подражает движениям руки человека.

В основе своей роботы для сбора плодов — это интеграция машинного видения, сенсоров давления, мягких манипуляторов, датчиков применяемой силы и способности самостоятельно перемещаться в пространстве. Одной из сложностей в уборке урожая плодов является то, что каждый фрукт, овощ или ягода имеют уникальный размер, цвет и форму. Для упорядочения алгоритма процесса сбора плодов ученые разрабатывают и совершенствуют интеллектуальные системы зондирования [18].

Роботы способны собрать от 70 до 100 % урожая, что делает их конкурентоспособными с традиционной уборкой урожая [20]. Фотографируя плоды на грядке, робот каждый раз сверяет их изображения с образцом и благодаря этому более качественно собирает урожай, тогда как люди могут ошибаться и срывать недозрелые овощи.

По скорости работы машины могут пока уступать человеку. Однако, в отличие от обычных работников, машина не устает и может работать до 10 ч без перерывов и собирать овощи даже в полной темноте, подсвечивая грядки фонариком.

Одним из основных игроков рынка роботов для сбора ягод является США, поскольку данная страна — крупнейший в мире производитель земляники (более 1360 тыс. т ежегодно) [22].

Основные разработки и прототипы роботов для сбора ягод представлены в табл. 3.

Главное преимущество роботов для сбора плодов — это замена монотонного ручного труда, способность устройства работать без перерыва в любое время суток с одинаковой степенью производительности, что в итоге делает процесс значительно более эффективным. Важным условием роботизации процессов в сельском хозяйстве выступает возможность составления определенных алгоритмов, которые лежат в основе функционирования робототехники [22].

Роботы для сбора урожая решают проблему с привлечением сезонных работников. Во время сбора урожая время имеет решающее значение,

так как некоторые культуры необходимо убирать быстро. Таким образом, требуется много рабочих в течение достаточно короткого периода времени, что создает проблему для поддержания занятости на постоянной основе.

На основе проведенного исследования выделены перспективные направления в технологическом оснащении роботов для сбора ягод и фруктов:

- полная автоматизация;
- увеличение скорости сбора;
- реализация функции распознавания испорченных плодов;
- реализация аналитической возможности с разбивкой информации о собранных плодах на дерево, на акр и в целом на участок.

Роботы для виноградников и садов

В отдельную категорию роботизированных комплексов выделены роботы для виноградников и роботы для садов и теплиц, поскольку они разработаны специально для отдельных отраслей сельского хозяйства (работа на виноградниках, выращивание горшечных растений) и помимо универсальных функций могут выполнять специфичные (обрезка лозы, прививание, полив).

Обзор роботов для виноградников представлен в табл. 4, обзор роботов для тепличных хозяйств и садоводства представлен в табл. 5.

Применение роботизированных комплексов на виноградниках оправдано своей эффективностью. Как правило, виноградники неоднородны по ландшафту. На них может быть множество склонов различной крутизны. Некоторые более урожайны, другие — менее. Информация, которую фермер получает от робота, позволяет выявить эти участки и обрабатывать каждый из них в зависимости от его особенностей, наиболее верным и эффективным способом.

В ходе исследования выявлено, что для работы на виноградниках интересны не только универсальные роботы, способные выполнять все основные функции рабочих по уходу, но также и роботизированные комплексы для выполнения специфических монозадач.

Так, востребованность ирригационной роботизированной системы, например, концепта RAPID (см. табл. 4), продиктована необходимостью дифференцированного внесения воды на виноградниках, что не могут обеспечить существующие системы полива [23].

Робот-косилка «VITIROOVER» позволяет сократить затраты на рабочую силу, снизить экологическую нагрузку (работает на солнечных батареях), повысить эффективность выполнения работ благодаря точности (см. табл. 4).

Актуальность разработки робота для прививок растений обусловлена тем, что привитая рассада томата, перца, огурца и баклажана применяется все шире, поскольку позволяет повысить сопротивляемость растений к почвенным патогенам и вредителям, а также повышает силу роста растений. Благодаря появлению новых оптических тех-

нологий стало возможно создание роботов для прививки растений.

Прививка — трудоемкая операция и требует высокой квалификации персонала, поскольку проводится на ранней стадии развития растений, в фазе развернутых семядолей, когда сеянцы очень нежные и хрупкие. Все чаще производители овощ-

Таблица 3

Обзор мирового рынка роботов для сбора ягод, фруктов и овощей

Наименование, разработчик	Комплектация	Примечание
«Agrobot SW6010» и «AGSHydro» (сбор урожая клубники), «Agrobot» (Испания)	Работает полностью в автономном режиме и способен самостоятельно ориентироваться в пространстве, оснащен 24 роботизированными руками. В режиме реального времени применяет технологии искусственного интеллекта для оценки зрелости ягод. Оснащен сенсорами для оценки цвета плода и его товарного вида. После анализа ягод записывает информацию о каждом плоде	Роботизированная рука перебирает по одной ягоде. За три дня один робот «Agrobot» может собрать клубнику с 800 сопок. Когда робот завершает уборку ряда, он останавливается и передает данные оператору
Робот-автомат для сбора урожая сладкого перца, винограда, яблок, «Wageningen UR» (Нидерланды)	Интеллектуальная система, способная распознавать спелые плоды и аккуратно собирать их. Также может применяться для навесного и точечного опрыскивания	—
«Strawberry Picking Robot» (сбор урожая клубники), «Ostinion» (Бельгия)	Работает на мобильной платформе «Dribble». Рукоятка «Ostinion» устанавливается на самоуправляемый автомобиль. Она двигается снизу вверх с помощью 3D компьютерного зрения и захватывает спелые ягоды между двумя мягкими пластиковыми частями. Затем фрукт, ягода или овощ поворачиваются на 90° и отправляются в корзину. Прототип выбирает одну ягоду клубники раз в четыре секунды	В зависимости от сорта, машина способна собрать от 70 до 100 % спелых фруктов
Прототип роботизированного сборщика яблок, «Abundant Robotic» (США)	Применяя алгоритмы компьютерного зрения, находит спелые яблоки и собирает их, словно пылесос, с помощью вакуумного механизма, не повреждая плодов. Скорость сбора — одно яблоко в секунду	В планах — функция распознавания испорченных яблок, а также возможность сбора других фруктов и овощей
Прототип роботизированного сборщика фруктов, «Energid» (США)	Многорукавный аппарат для сбора плодов цитрусовых. Четырехосный гидравлический рычаг с возможностью сбора плодов каждые две-три секунды установлен на грузовик	Погрешность робота — 20 %
Робот для сбора клубники, «Dogtooth Technologies» (Великобритания)	Компьютерное зрение, GPS. После сбора ягод видеокамера машины осматривает плод со всех сторон, чтобы определить сорт, форму, измерить массу, обнаружить дефекты (вмятины, плесень и т. д.)	Срывает ягоды с небольшой частью стебля
Робот для деликатной уборки фруктов, «FRRobotics» (США)	Роборука подстраивается под фрукт, который собирает, подражая движениям руки человека. Применяет передовую обработку изображений для поиска и сбора фруктов	В планах компании — добавить аналитические возможности с разбивкой информации о собранных плодах на дерево, на акр и в целом на участок
Робот для сбора томатов, «Panasonic» (Япония)	Металлическая этажерка, которая перемещается по рельсу, проложенному между рядами растений. Встроенные камеры с технологией распознавания изображений. Оснащен искусственным интеллектом	Можно запрограммировать на конкретный оттенок красного или желтого, который будет характеризовать пригодный для сбора плод

Обзор мирового рынка роботов для работы на виноградниках

Наименование, разработчик	Комплектация	Примечание
«Wall-Ye 1000 mobile» (основные работы на виноградниках), «Wall-Ye» (Франция)	Оснащен GPS, солнечными батареями (10–12 часов автономной работы), масса — 80 кг; функции: рыхление, скашивание, обрезка веток, сбор урожая)	Перед сбором урожая точно рассчитывается урожайность, зрелость гроздей. Накапливает важные данные о состоянии и vitalности почвы, плодов и лозы
Концепт (RA PID) (иригационная система), Калифорнийский университет (США)	Робот имеет захватывающую руку регулировки напора воды из разбрызгивателей на концах оросительных линий, GPS с возможностью сопоставить свой маршрут вокруг виноградников, будет опираться на снимки с дронов и спутников для мониторинга погоды	Испытывается с помощью автономной платформы, в перспективе — намерение построить для него специализированный движущийся механизм
«VITIROVER» (робот-косилка), «VITIROVER» (Франция)	Управляется при помощи GPS, программируется с обычного смартфона, может косить до 2 см от нижней части винограда, а также может оставаться в винограднике в течение нескольких недель. Работает на солнечных батареях	Может обработать 1 га поля за 150 ч

Обзор мирового рынка роботов для садов и тепличных хозяйств

Наименование, разработчик	Функционал	Примечание
«EMP-300», «Conic Systems» (Испания)	Прививание различных фруктовых и овощных культур, цветов и других тепличных растений	Оснащен гибкими щипчиками. Заменяемые лезвия
Робот для прививок, «Helper Robotech» (Корея)	Прививание пасленовых и тыквенных культур	Фотографирует срезы привоя и подвоя. Специальная программа анализирует изображения и управляет сервомотором машины. Благодаря этому робот соединяет оба растения быстро и с высокой точностью — до 0,01 мм
«RoBoPlant», «ISO Group», «Flier Systems» (Нидерланды)	Применяется для посадки цветов и полуавтоматической пересадки цветов и рассады	У робота есть несколько схем работы, по которым он в полностью автоматическом режиме выбирает нужные саженцы и высаживает их в грунт. Применяется с 2002 г. во многих странах Евросоюза
«HV-100»/«Harvest Automation» (США)	Решение для тепличных хозяйств, выращивающих горшечные растения	Умеет загружать и разгружать контейнеры, перемещать ящики и контейнеры, прореживать кусты. Грузоподъемность робота — порядка 10 кг, его масса — 40 кг. Между перезагрузками батарей робот может работать в течение 7–8 ч непрерывно и автономно
«Aquarius» (передвижная лейка), MIT (США)	Помимо полива тепличных растений, может открывать двери и перемещаться между помещениями	Способен перевозить 114 л воды. Два режима: фиксированный и пропорциональный. В первом случае, аграрий сам устанавливает нужную дозу для полива растений (аппарат работает по заданным настройкам). Второй вариант — робот с помощью сенсоров анализирует, сколько воды нужно каждому растению, и сам решает вопрос дозировки
«Prospero», MIT (США)	Робот-паук для посадки семян	Шестиногие роботы способны решать, где и когда сеять семена на различных типах почвы в пределах одного поля. Также они могут общаться друг с другом, находясь на расстоянии около трех метров. При помощи светодиодов один робот может сообщить другому, что ему нужна помощь в посадке семян

ной рассады сталкиваются с нехваткой рабочих рук для проведения этой операции, поэтому понятен интерес к автоматизации процесса прививки.

Помимо прочего, роботы для моноопераций заменяют низкооплачиваемый механический труд. Универсальный робот для садового центра «HV-100» (см. табл. 5), с 2013 г. применяемый во многих садовых центрах США, предназначен для работы в цветочной индустрии и создан для перемещения горшечных растений в хозяйствах, выращивающих саженцы в контейнерах. Являясь всепогодным, «HV-100» обеспечивает требуемую точность вне зависимости от продолжительности рабочего дня, без перерывов.

К перспективными разработкам для роботизации виноградарей и роботов для садовых центров можно отнести:

- полную автономность работы и самостоятельное принятие решений;
- мультизадачность — возможность выполнения дополнительных задач параллельно с основной (например, параллельно с обрезкой лозы проверять культуры на показатели роста, влаги и симптомы заболеваний).

Самоходные роботы для мониторинга полей

Необходимость мониторинговых исследований процессов деградации земель, контроля фаз вегетации сельскохозяйственных культур, прогно-

зирование их урожайности с применением современных подходов и технологий в настоящее время находит поддержку и понимание на уровне всех заинтересованных лиц и организаций [24].

Для того чтобы вовремя обнаружить проблемный участок на засеянном поле, необходимо регулярно следить за состоянием растений. Однако при больших площадях ручной осмотр культур становится крайне неэффективным. Одно из возможных решений — применение роботов различных конструкций. Для этого нередко задействуют беспилотники, однако они не слишком эффективны на небольших площадях и не подходят для непрерывного мониторинга полей — дрон вынужден регулярно возвращаться для замены батарей.

Обзор рынка самоходных роботов для мониторинга представлен в табл. 6.

Интересным среди роботов для мониторинга представляется проект инженеров из Технологического института Джорджии, разработавших робота-ленивца (см. табл. 6), который перемещается над полем на тросах. По информации разработчиков, схема передвижения, аналогичная схеме передвижения ленивцев, обладает высокой энергоэффективностью, поэтому в будущем на робота планируется установить солнечные батареи. При использовании солнечных батарей такой робот сможет по несколько месяцев оставаться над полем, наблюдая за растениями и передавая снимки

Таблица 6

Обзор мирового рынка самоходных роботов для мониторинга полей

Наименование разработчик	Комплектация	Примечание
«TerraSentia (мониторинг полей кукурузы), «EarthSense» (США)	Оснащен тремя RGB-камерами, автономно перемещается по полям и измеряет различные параметры растений. Используя усовершенствованные датчики, при анализе культур может обнаруживать общие заболевания растений и сообщить об этом операторам	Система оснащена набором камер и захватывает в кадр каждое растение в полный рост. Алгоритмы глубокого обучения позволяют роботу определять количество кукурузы и ее состояние после изучения 300 изображений. Масса робота — 11 кг, а длина — 30 см
Робот-ленивец (мониторинг полей), Технологический институт (США)	У робота пара рук, на которых он висит, держась за трос. Перемещается, подобно ленивцу. Оснащен датчиками и камерами	В будущем на робота планируется установить солнечные батареи. Это позволит ему несколько месяцев оставаться над полем, наблюдая за растениями и передавая снимки с камеры фермеру
«Ladybird» (мониторинг полей, создание технических карт), Сиднейский университет (Австралия)	Круглосуточно следит за появлением вредителей и развитием растений на полях. Работает в автоматическом режиме трое суток, без подзарядки и вмешательства оператора	Механизированная «рука» агробота убирает с грядок сорняки
«Field Flux Robot» (определение скорости эмиссии N ₂ O из почвы), «Adigo» (Норвегия)	Опуская алюминиевые цилиндры на почву, робот проводит анализы примерно в 25 раз быстрее, чем традиционными методами. Робот способен замерять также эмиссию CO ₂	Стандартная процедура тестирования почвы на содержание азота занимает 25–27 ч, а «Field Flux» справляется с этой задачей за 50 мин

с камеры фермеру. Для движения робот пользуется земной гравитацией и силами инерции точно так, как это делает его живой прототип [25].

Остальные роботы (см. табл. 6) оснащены колесной базой, камерами и датчиками. Их недостатком относительно робота-ленивца является то, что при колесном перемещении роботы могут застрять, упасть, повредить растения, столкнуться друг с другом или с иной техникой.

Одна из наиболее удачных разработок роботов для мониторинга — австралийский робот «Ladybird» (2014 г.). Помимо мониторинга, он выполняет ряд универсальных функций на поле [26].

Робот оснащен системой лазерного наведения, интегрированным автоматизированным манипулятором для сбора урожая. Может работать и в ночное время, освобождая фермера от прополки и борьбы с вредителями, что раньше приходилось делать в основном вручную (см. табл. 6).

На поле необходимо осуществлять мониторинг не только культур, но и состояния почвы. Азотные удобрения, повсеместно применяемые в мире в больших количествах, выделяют N_2O , который негативно влияет на экологию и может повредить растения: вызвать пожелтение листьев, разрушение мембраны или замедление роста. Прежде всего, чтобы предотвратить негативное воздействие закиси азота на растения, нужно определить количество N_2O на поле [27]. Для таких целей был разработан «Field Flux Robot» (2017 г.), в перспективе разработчики нацелены на уменьшение габаритов робота и увеличение его производительности.

Преимущество всех роботов для мониторинга состоит в возможности круглосуточной работы по анализу состояния полей. Инновация упростит жизнь не только фермеров, но и селекционеров, которые проводят массовые эксперименты, наблюдая за развитием тысяч различных сортов растений, и вынуждены измерять ключевые показатели вручную.

Основной существенный недостаток самоходных роботов для мониторинга в сравнении с БПЛА — их ограниченная проходимость в случае плохих погодных условий (например, весенняя распутица) или специфичного рельефа местности (например, виноградники). Поэтому применение даже робота-ленивца нельзя считать универсальным вариантом.

Роботы для животноводства

В такой области сельского хозяйства, как животноводство, роботизированные системы в настоящее время нашли самое широкое применение. Анализ разработанных и поставляемых на рынок роботизированных систем для животноводства показал, что практически все они пред-

назначены для выполнения работ по кормлению и доению крупного рогатого скота, а также очистке проходов животноводческих помещений от навоза на фермах для содержания крупного рогатого скота (КРС) [28].

Все роботы можно сгруппировать следующим образом:

- системы кормления животных: автоматизированные пастбищные системы, дозаторы-смесители, смесители-кормораздатчики, подравниватели кормов и интегрированные роботизированные системы кормления;
- доильные роботы: роботы-дояры, интегрированные роботизированные системы доения и управления стадом;
- роботы для чистки стойл: автоматизированные уборщики навоза скреперного типа, автономные уборщики навоза.

Широкое применение в животноводстве нашли интегрированные роботизированные системы — это объединенные в единую технологическую линию роботы, способные взаимодействовать друг с другом, выполняя весь комплекс технологических операций: к примеру, приготовление многокомпонентных кормовых смесей, а также их раздача в соответствии с особенностями и потребностями поголовья животных.

Основными производителями роботов для широкого спектра технологических операций, являются фирмы «Lely», «Delaval», «GEA Farm Technologies», «BouMatic» [29].

Обзор рынка роботов для животноводческой отрасли представлен в табл. 7.

Доильный робот

Это роботизированная система, которая обеспечивает автоматическое доение коров на фермах с беспривязным содержанием и добровольным доением. Такие системы позволяют почти полностью исключить негативное влияние человеческого фактора, а также создать оптимальные условия для животных, что дает возможность сэкономить на фонде оплаты труда и заработать на росте надоев [30].

Первые роботы появились на рынке в начале 1990-х гг. К 2002 г. предлагалось уже 11 одно- и многобоксовых систем для роботизированного доения. Но даже самый «широкозахватный» робот-дойяр, имеющий пять постов одновременного доения (от «GEA Farm Technologies»), способен ежедневно обслуживать стадо, насчитывающее не более 220—250 голов.

Сложившаяся ситуация создала рынок для появления принципиально нового продукта, сочетающего плюсы роботизированного доения (точность операций, избавление от рутины, кадровая



независимость) и быстроту обслуживания больших поголовий (одновременное доение более 200 животных) — роботизированной «карусели». «Карусель» представляет собой роторную установку, где животные доятся одновременно большими группами, но при этом операции по обработке вымени проводятся роботами-манипуляторами, смонтированными на «карусели» (см. табл. 7).

Робот кормораздатчик

Компания «Lely» в 2010 г. создала концепт системы кормления «Vector», который первое время применялся только на фермах в Голландии, где в течение двух лет проходило тестирование, позволившее сегодня предложить потребителю высококачественный продукт. Один робот-кормораздатчик «Lely Vector» может обслуживать от 25 до 300 голов. Два робота, работающих совместно, могут обслужить стадо до 500 голов (см. табл. 7).

Технология кормления базируется на многоазовом перемещении такого кормораздатчика вдоль стойл, вместе с этим производится выдача концентрированных, грубых и других видов кормов в со-

ответствии с надоями и физиологическим состоянием каждой лактирующей коровы.

Во время движения по запрограммированному маршруту робот не только раздает корм, но и при помощи лазерных датчиков измеряет количество оставшегося корма, его расположение, и, если это требуется, пододвигает корм ближе к животным. Если робот определил во время полного прохода, что корма на кормовом столе в итоге недостаточно, он сам отправляется на кухню, готовит новую порцию и раздает ее.

Система кормления «Lely Vector» может быть задействована на фермах с любой организацией труда, но правильнее и прибыльнее всего она будет работать на фермах, где также работают доильные роботы «Lely Astronaut» и другое оборудование «Lely», которое объединено в единую систему управления стадом Т4С («Time for Cows») [31].

Программа управления стадом Т4С дает фермеру полезную статистику по всем животным в целом и по каждому в отдельности. Она оценивает динамику веса и активности коров, анализирует число доений и паузы между ними, время пере-

Таблица 7

Обзор мирового рынка роботов для животноводства

Наименование, разработчик	Комплектация	Примечание
Робот для выпаса животных, «SwagBot» (Австралия)	Многонаправленная электрическая наземная машина, способная двигаться по холмистой неровной местности и избегать естественных препятствий — деревьев и грязи. Может анализировать здоровье животных при помощи температурных датчиков или сенсоров регистрации движения	Больше всего робот полезен для мест отдаленного выпаса, может применяться в опасных для фермеров районах
Роботы для доения, «Lely», «Delaval», «GEA Farm Technologies», «BouMatic», SAC, «Fullwood»	Доильный робот, как правило, состоит из манипулятора, способного двигаться в трех плоскостях, системы очистки сосков и вымени с помощью щеток и моющего раствора, устройства для надевания и снятия доильных стаканов, контрольных и сенсорных приборов, весов для автоматического взвешивания коров, молока и концентратов. Работой всех устройств управляет компьютер с соответствующим ПО	Работает система контроля качества молока, контроля состояния здоровья коровы с помощью датчика, который прикреплен к уху или шее животного. Наиболее популярны однокорковые системы, способные обслуживать 50—70 коров
Робот кормораздатчик, «Lely Vector» (Нидерланды)	Бункер вмещает до 600 кг корма. Интеллектуальное программное обеспечение помогает смешивать, раздавать и пододвигать корм поближе к животным	Робот способен сканировать оставшиеся запасы и раздавать корм разным группам коров в зависимости от их потребностей
Робот для чистки стойл, «Lely Discovery» (Нидерланды)	В корпусе емкостью до 340 л расположены мешки с водой, которую робот расходует в процессе уборки, разбрызгивая через форсунки впереди и позади себя, разжижая навоз, «засасывая» его во внутренний контейнер и одновременно «моя» за собой полы. Поглощенный навоз он сливает в специальную яму	Работает по принципу пылесоса

жевывания кормов, скорость молокоотдачи, количество соматических клеток, потребление сухого вещества.

Эти данные позволяют управляющему видеть состояние здоровья животных в реальном времени. Статистика формируется в виде легко понятных отчетов и графиков. По ним человек всегда может понять, какому животному требуется персональное внимание. Соответственно, до 80 % трудозатрат на ферме уходит только на обслуживание тех животных, которые в нем нуждаются, — лечение, осеменение и иные действия.

Робот-уборщик навоза

Фермерам необходимо обеспечить животных достаточным количеством воды и корма хорошего качества, а также создать оптимальную, комфортную среду. Быстрая уборка навоза может внести большой вклад в эту работу. Влага и навоз на щелевом полу часто являются источником инфекций копыт. Коровы с заболеваниями копыт дают меньше молока, им труднее передвигаться. Кроме того, скопление влажного навоза на щелевом полу, особенно около стойл, является источником загрязнения, снижающего качество молока. Чистота вымени и стойл для отдыха — основное условие предотвращения ухудшения качества молока.

Так, мобильный уборщик коровника «Lely Discovery» подходит для всех ровных щелевых полов. Кроме того, «Lely Discovery» также может применяться для очистки коротких участков полов без щелей (максимальной длиной 5 м). Так как уборщик коровника «Lely Discovery» чрезвычайно компактен и имеет очень малую высоту, он без затруднений проходит под разделительными решетками (см. табл. 7) [32].

Мобильный робот для уборки коровника «Discovery» работает от аккумуляторной батареи и после каждого цикла уборки он возвращается к зарядной станции, которая расположена в удобном месте коровника. Эта зарядная станция также служит отправной точкой каждого маршрута. Скребок, закрепленный в нижней части «Discovery», проталкивает навоз в отверстия щелевого пола. Для перемещения и управления «Discovery» задействованы два колеса.

Маршрут для работы «Lely Discovery» задается фермером, что позволяет еще более тщательно очищать определенные, интенсивно используемые участки коровника. Большое горизонтальное колесо обеспечивает движение устройства вдоль стен и объезд возможных препятствий, например, пегородок или ног коров и телят.

В качестве перспективы в применении роботов на животноводческих фермах можно рассматри-

вать разработку как новых поколений автоматических комплексов, так и полную автоматизацию процесса путем взаимодействия разного вида роботов на фермах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Агропромышленный комплекс является энергозатратной отраслью, где широко применяется ручной труд с тяжелыми монотонными операциями, вредными и опасными условиями. Поэтому применение робототехнических систем позволит добиться увеличения производства продовольствия и снижения энергозатрат на единицу производимой продукции при одновременном повышении урожайности сельхозкультур и продуктивности животных [33].

Роботизация — одно из средств помощи сельскому хозяйству, способствующее не только очевидной замене дорогого человеческого труда, но и развитию отрасли невиданными с момента появления тракторов и удобрений темпами. Роботы могут не только работать в более широком диапазоне условий, чем люди, они могут делать это круглосуточно и уделять внимание деталям, что было бы слишком дорого делать вручную.

По итогам проведенного исследования было установлено, что мировой рынок сельскохозяйственных роботов находится в фазе активного роста, однако конкуренция на рынке робототехники незначительная. В основном это борьба крупных разработчиков за новые рынки, а также соревнование разных стартапов, которые пытаются решить одну и ту же проблему.

Помимо роботов, активно применяемых в сельском хозяйстве (более всего в молочном животноводстве), на рынке представлено значительное количество концептов будущих промышленных образцов, проходящих доработку по результатам полевых испытаний. По прогнозам разработчиков и аналитиков, запуск серийного производства многих концептов предполагается в течение ближайших двух-трех лет. При этом рынок не насыщен и нуждается в перспективных идеях и технологиях.

Наиболее сильными игроками рынка сельскохозяйственных роботов являются такие страны как США, Япония и Китай.

Главное преимущество роботов — они выполняют поставленные перед ними задачи без вмешательства фермера с большей точностью и производительностью, способны накапливать и анализировать данные для принятия эффективных решений. При помощи доступных онлайн баз данных, прогнозов погоды и данных, полученных от



внутренних и внешних датчиков, роботы будут знать о происходящем на ферме больше, чем фермер мог бы знать, выполняя автоматизированные действия самостоятельно.

Перспективны роботы на электрических моторах и солнечных батареях, позволяющие снизить расход энергии и выбросы углеродов на фермах. Роботизация сельского хозяйства — возможность сделать его менее вредным для окружающей среды.

Ожидается, что в ближайшие несколько лет коммерчески доступными станут многие инновационные продукты, которые сейчас находятся на стадии испытаний или на этапе разработки прототипов. Инновации направлены на то, чтобы сделать роботов легкими, модульными (состоящими из целостного блока) и компактными. Легкость позволит избежать лишней нагрузки на почву, а малый размер потенциально обеспечит более низкую стоимость.

По итогам исследования мирового рынка разработок, основной перспективой роботизации сельского хозяйства является работа над интегрированной сетью, в которой все сельскохозяйственное оборудование обменивается информацией, благодаря чему ферма функционирует автономно и более эффективно.

Роботизированный рынок и технологические разработки изменят бизнес сельского хозяйства, создав возможности для сверхточного и/или автономного земледелия и помогут решать ключевые глобальные проблемы.

Однако можно выделить ряд трудностей [2], которые замедляют развитие:

- высокие первоначальные инвестиции;
- неоднородность рабочей среды для роботов;
- проблема идентификации и классификации целей и препятствий на пути движения;
- недостаточность развития навигационных технологий;
- безопасность труда работников (роботы могут «не заметить» человека на пути своего следования);
- особенности сельскохозяйственных процессов;
- необходимость перепланирования старых ферм под маршруты работы новых систем;
- высокое потребление электроэнергии.

Несмотря на сложности, по итогам проведенного исследования отметим ряд существенных преимуществ применения роботов в сельском хозяйстве:

- возможность обработки влажных почв;
- возможность работы круглые сутки и в различных погодных условиях;
- снижение экологической нагрузки;
- повышение рентабельности производства;

— возможность принятия своевременных управленческих решений на основе оперативного анализа данных;

— восполнение дефицита рабочей силы, замена сезонных работников;

- снижение риска переуплотнения почв;
- увеличение производительности труда.

Таким образом, можно с уверенностью прогнозировать, что в ближайшем будущем роботизация войдет в различные сферы сельского хозяйства, изменит способы ведения сельского хозяйства, преобразует цепочку создания стоимости и станет будущим агрохимического бизнеса.

В ч. 2 статьи будет представлен обзор мирового рынка беспилотных летательных аппаратов и роботизированных ферм.

ЛИТЕРАТУРА

1. URL: http://mcx.ac.ru/analitika/day_digits/1018/
2. Скворцов Е.А., Скворцова Е.Г., Санду И.С., Иовлев Г.А. Переход сельского хозяйства к цифровым, интеллектуальным и роботизированным технологиям // Экономика региона. — 2018. — Т. 14, вып. 3. — С. 1014—1028. [Skvortsov, E.A., Skvortsova, E.G., Sandu, I.S., Iovlev, G.A. Perekhod sel'skogo khozyaistva k tsifrovym, intellektual'nym i robotizirovannym tekhnologiyam // Ehkonomika regiona. — 2018. — Т. 14, вып. 3. — С. 1014—1028. (In Russian)]
3. URL: <https://www.tractica.com/newsroom/press-releases/agricultural-robot-revenue-to-reach-74-1-billion-worldwide-by-2024/>
4. URL: <https://ssm22.ru/spros-na-agrorobotov-stremitelno-rastet/>
5. URL: <https://www.marketsandmarkets.com/Market-Reports/agricultural-robot-market-173601759.html>
6. URL: <https://www.grandviewresearch.com/industry-analysis/agricultural-robots-market>
7. URL: <https://agronews.com/by/ru/news/technologies-science/2019-01-18/33713>
8. URL: <https://fruitnews.ru/technology/65-growing/50554-rynok-selskokhozyajstvennykh-robotov-v-yaponii-udvoitsya-za-5-let.html>
9. URL: <http://finfront.ru/2017/11/28/robotization-of-agriculture/>
10. Шаныгин С.В. Роботы, как средство механизации сельского хозяйства // Известия высших учебных заведений. Механика. — 2005. — Т. 3. — С. 39—42. [Shanygin, S.V. Roboty, kak sredstvo mekhanizatsii sel'skogo khozyaistva // Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Mekhanika. — 2005. — Т. 3. — С. 39—42. (In Russian)]
11. <https://agro-smart.com.ua/news/vse-o-bespilotnykh-traktorakh>
12. URL: <https://aggeek.net/ru-blog/roboty-dlya-selskogo-hozyaistva-tendentsii-razvitiya-rynka>
13. URL: <https://bespilot.com/tip/bespilotnye-traktora>
14. URL: <https://agri-news.ru/novosti/case-ih-175-let-liderstva-v-selskom-xozyajstve.html>
15. URL: <http://www.robopeek.ru/roboty-v-selskom-hozyaistve/bear-flag-robotics-hochet-prodavat-fermeram-avtonomnye-traktora>
16. URL: <https://propozitsiya.com/do-2025-g-mirovoy-rynok-robotov-dlya-propolki-sornyakov-budet-sostavlyat-400-mln>
17. URL: <https://agro-max.ru/tekhnologii/razrabotan-prototip-roboty-kotoryj-mozhet-isklyuchit-ispolzovanie-gerbicidov/>
18. Кондратьев А.А. Резистентность сорных растений к гербицидам и меры ее преодоления в условиях Алтайского Приобья: автореф. дисс.... канд. сельхоз. наук. — Барнаул,

2009. — 18 с. [*Kondrat'ev, A.A. Rezistentnost' sornykh rastenii k gerbitsidam i mery ee preodoleniya v usloviyakh Altaiskogo Priob'ya: avtoref. diss. ... kand. sel'khoz. nauk. — Barnaul, 2009. — 18 s. (In Russian)*]
19. *Труфляк Е.В.* Интеллектуальные технические средства в сельском хозяйстве // Известия великолукской ГСХА Технические науки. — 2015. — Т. 4. — С. 25–34. [*Truflyak, E.V. Intelktual'nye tekhnicheskie sredstva v sel'skom khozyaistve // Izvestiya velikolukskoi GSKHA Tekhnicheskie nauki. — 2015. — Т. 4. — С. 25–34. (In Russian)*]
20. URL: <https://iot.ru/selskoe-khozyaystvo/11-robotizirovannykh-resheniy-dlya-berezhnogo-sbora-urozhaya>.
21. URL: <https://agroexpert.md/rus/tehnika/na-gynok-ssha-vyehodit-robot-dlya-sbora-klubniki>.
22. *Скворцов Е.А.* Повышение эффективности роботизации сельского хозяйства: автореф. дисс. ... канд. экон. наук / УрГАУ. — Екатеринбург, 2018. — 24 с. [*Skvortsov, E.A. Povyshenie ehffektivnosti robotizatsii sel'skogo khozyaistva: avtoref. diss. ... kand. ehkon. nauk / URGAU. — Ekaterinburg, 2018. — 24 S. (In Russian)*]
23. URL: <https://hightech.fm/2018/04/09/vino>.
24. *Цекоева Ф.К.* Мониторинг земель на основе новых технологий // Московский экономический журнал. — 2017. — № 1. — С. 67–71. [*Tsekoeva, F.K. Monitoring zemel' na osnove novykh tekhnologii // Moskovskii ehkonomicheskii zhurnal. — 2017. — No. 1. — S. 67–71.*]
25. URL: https://robotics.ua/news/agriculture_robots/6102-tarzan_selskohozyajstvennyj_robot_georgia_tech_video.
26. URL: <https://www.techcult.ru/robots/1764-v-avstralii-razrabotan-selskohozyajstvennyj-robot-ladybird>
27. URL: <https://aggeek.net/ru-blog/top-10-autonomnyh-robotov-dlya-selskogo-hozyajstva>.
28. *Пласкин И.Е., Трифанов А.В., Пласкин С.И.* Анализ применения автоматизированных и роботизированных комплексов в сельском хозяйстве // Технологии и технические средства механизированного производства продукции растениеводства и животноводства. — 2018. — № 4 (97). — С. 73–83. [*Plaskin, I.E., Trifanov, A.V., Plaskin, S.I. Analiz primeneniya avtomatizirovannykh i robotizirovannykh kompleksov v sel'skom khozyaistve // Tekhnologii i tekhnicheskie sredstva mekhanizirovannogo proizvodstva produktsii rastenievodstva i zhivotnovodstva. — 2018. — No. 4 (97). — S. 73–83. (In Russian)*]
29. *Скворцов Е.А., Скворцова Е.Г., Орешкин А.А.* Необходимость инновационного развития сельского хозяйства на основе применения робототехники // Вестник ВНИИМЖ. — 2016. — Т. 1 (21). — С. 85–90. [*Skvortsov, E.A., Skvortsova, E.G., Oreshkin, A.A. Neobkhodimost' innovatsionnogo razvitiya sel'skogo khozyaistva na osnove primeneniya robototekhniki // Vestnik VNIIMZH. — 2016. — T. 1 (21). — S. 85–90. (In Russian)*]
30. URL: <http://robotrends.ru/robopedia/robotizirovannye-resheniya-dlya-doilnyh-ferm>.
31. URL: <http://1001tema.ru/p/lELY-vector-robotizirovannaya-sistema-kormleniya>.
32. URL: <http://sd-milk.ru/lELY/soderzhanie/discovery.html>.
33. *Рунов Б.А., Новиков Н.Н.* Анализ применения робототехнических средств в сельском хозяйстве // Вестник ВНИИМЖ. — 2017. — № 2 (26). — С. 113–117. [*Runov, B.A., Novikov, N.N. Analiz primeneniya robototekhnicheskikh sredstv v sel'skom khozyaistve // Vestnik VNIIMZH. — 2017. — No. 2 (26). — S. 113–117. (In Russian)*]

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.М. Вишневским.

Поступила в редакцию 8.03.2019, после доработки 6.05.2019.

Принята к публикации 30.05.2019.

Шевченко Анна Владимировна — ✉ nushech25@gmail.com,

Мещеряков Роман Валерьевич — д-р техн. наук, ✉ mrv@ipu.ru,

Мигачев Андрей Николаевич — ✉ batwus@gmail.com,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва.

REVIEW OF THE WORLD MARKET OF AGRICULTURE ROBOTICS. Part 1. Unmanned Vehicles for Agriculture

A.V. Shevchenko[#], R.V. Meshcheryakov, A.N. Migachev

V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

[#] ✉ nushech25@gmail.com

Abstract. The overview is presented of the global market of unmanned agricultural vehicles and robotic devices and complexes used in various areas of agriculture. The main lines in application of agricultural robots and the feasibility of their introduction into agriculture along with traditional methods or in exchange of them are highlighted. The data on the concepts and developments of unmanned tractors and their equipment are given. The main market players are considered and promising technologies are described for unmanned agricultural vehicles, robotic devices and complexes in crop production and animal husbandry. Agricultural robots are identified and described: robot weeders, thinning robots, harvesting robots, robots for performing operations in vineyards and gardens, self-mobile monitoring robots, and robots for animal husbandry. The advantages of using robots in each of the areas, as well as trends in technological innovations, are identified. Conclusions are made about the prospects of the global market of agricultural robotics and about its positive impact on agriculture in terms of economics, technology and ecology.

Keywords: robot, agriculture, robotics market, autonomous tractors, robotic devices.

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕЧЕТКИХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ.

Ч. 2. Неполные системы

Н.П. Деменков, Е.А. Микрин, И.А. Мочалов

Аннотация. Изложены методы решения неполных нечетких систем линейных уравнений (НСЛУ), предполагающие расширение исходной системы в случае небольшой размерности. В методе вложения Фридмана нечеткая система погружена в традиционную, для решения которой применимы традиционные приемы линейной алгебры. Удвоенный метод вложений Фридмана применен для решения удвоенных НСЛУ при решении уравнений Вольтерра — Фредгольма. Метод вложения Еззати представлен цепочкой очевидных соотношений. В методе вложения Аббасбанди правая часть НСЛУ представлена вектором, каждая компонента которого задана функцией принадлежности в виде равнобедренного треугольника. В методе центра не использована расширенная матрица и нет ограничений на симметричность функций принадлежности. Рассмотренные методы проиллюстрированы на примерах решения задачи нечеткой интерполяции и нечеткой линейной регрессии. Для решения НСЛУ большой размерности рассмотрена совокупность итерационных методов, основанных на $Q - T$ -разложении исходной матрицы S расширенной НСЛУ, когда выполнена декомпозиция (расщепление) матрицы S на две матрицы Q и T . В зависимости от способов задания матрицы Q приведены различные итерационные методы. В методе Ричардсона матрица Q взята единичной матрицей, в методе Якоби матрица Q представлена диагональными элементами матрицы S , в методе Гаусса — Зейделя матрица Q сформирована из элементов нижнетреугольной или верхнетреугольной матрицы S . В методе HSS применено эрмитово-скивское расщепление матрицы S . Изложены методы получения псевдорешений НСЛУ.

Ключевые слова: нечеткие системы линейных уравнений, нечеткая интерполяция, нечеткая линейная регрессия, нечеткие итерационные методы, нечеткие псевдообращения.

ВВЕДЕНИЕ

Неполные нечеткие системы линейных уравнений (НСЛУ) по сравнению с полными находят более широкое применение. Они популярны в представлении процесса обработки нечетких данных [1], решения нечетких дифференциальных и интегральных уравнений [2, 3], исследования нечетких систем управления [4] и в других представлениях.

Основные базовые определения даны в ч. 1 статьи [5]. Остальные термины будут введены по ходу изложения.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Необходимо рассмотреть различные методы решения НСЛУ

$$AX_n = B_n, \quad (1)$$

где $A = (a_{ij})$, $i, j = \overline{1, n}$, — матрица с элементами $a_{ij} \in R_1$, X_n — искомый нечеткий вектор, B_n — вектор с нечеткими компонентами $b_{ni} \in R_1$, $i = \overline{1, n}$, R_1 — одномерное нечеткое множество, «n» — индекс нечеткости.

2. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕЧЕТКИХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

2.1. Метод вложения Фридмана (Friedman) [6]

Термин «вложение» (embedding) отражает процедуру преобразования исходной четкой матрицы A и нечеткого вектора B_n в такие элементы, что уравнение (1) с размерностью матрицы ($n \times n$) трансформируется (вкладывается) в традиционную систему линейных уравнений с увеличением размерности системы в два раза. Иными словами,

нечеткая система погружается в традиционную систему, для решения которой применяются традиционные приемы линейной алгебры. Особенность удвоенной традиционной системы линейных уравнений определяется структурой ее матрицы.

Таким образом, имеем:

$$S_{(2n \times 2n)} X_{n(2n \times 1)} = Y_{n(2n \times 1)}, \quad (2)$$

где

$$X_n = \begin{bmatrix} X \\ -\bar{X} \end{bmatrix}; \quad Y_n = \begin{bmatrix} B \\ -\bar{B} \end{bmatrix}; \quad S = \begin{bmatrix} D & C \\ C & D \end{bmatrix}.$$

В блочной матрице S блоки D и C находятся по матрице A . Матрица D состоит из положительных элементов матрицы A , а отрицательные элементы заменяются нулями. Матрица C состоит из модулей отрицательных элементов A , а положительные заменяются нулями. Очевидно,

$$A = D - C \rightarrow C = D - A.$$

Уравнение (2) принято называть расширенной системой линейных уравнений (РСЛУ). В соответствии с работами [1, 6] имеют место соотношения.

$$(i_1): |S| \neq 0 \leftrightarrow |D - C| \neq 0 \text{ и } |D + C| \neq 0;$$

$$(i_2): S^{-1} = \begin{bmatrix} F & E \\ E & F \end{bmatrix}, \quad F = 0,5[(D + C)^{-1} + (D - C)^{-1}],$$

$$E = 0,5[(D + C)^{-1} - (D - C)^{-1}],$$

$$X_n = S^{-1} Y_n, \quad |S| \neq 0. \quad (3)$$

Здесь, подобно решению полной НСЛУ, также возникают сильные/слабые решения (3). Для того, чтобы НСЛУ имела сильное решение, необходимо и достаточно, чтобы элементы обратной матрицы были неотрицательными, т. е. $(s^{-1})_{ij} \geq 0, \forall i, j$.

В общем случае имеет место факт: если $|A| \neq 0$, то это не означает, что и $|S| \neq 0$.

В этом случае НСЛУ не имеет единственного решения и решается в соответствии с методом Гаусса, когда матрица S приводится к ступенчатому виду и появляются варианты решения: несовместность НСЛУ, и тогда она не имеет нечеткого решения; НСЛУ имеет бесконечное число решений, и из них можно выделить сильное/слабое решение [1, 6].

Пример 1. Найти нечеткое решение уравнения (1), если

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix},$$

$$B_n = (b_1 = r, \bar{b}_1 = 2 - r; b_2 = 4 + r, \bar{b}_2 = 7 - 2r)^T.$$

Матрица S и вектор Y_n примут вид:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}; \quad Y_n = (y_1 = b_1 = r, \bar{y}_1 = -\bar{b}_1 = r - 2;$$

$$y_2 = b_2 = 4 + r, \bar{y}_2 = -\bar{b}_2 = 2r - 7 | r \in [0; 1]^T,$$

откуда получим:

$$X_n = (x_{n1}, x_{n2})^T,$$

где

$$x_{n1}^* = (x_1^* = 1,7 + 0,6r, \bar{x}_1^* = 2,9 - 0,9r | r \in [0; 1]);$$

$$x_{n2}^* = (x_2^* = 0,9 + 0,1r, \bar{x}_2^* = 1,4 - 0,4r | r \in [0; 1]).$$

Из определения нечеткого треугольного числа следует, что полученные x_{n1} и x_{n2} являются сильным нечетким решением исходной НСЛУ.

2.2. Удвоенный метод вложения Фридмана (Friedman) [7]

Интегральные уравнения часто применяются для представления систем управления с обратной связью, различного рода фильтров и других объектов. Для этого применяется, как правило, уравнение Вольтерра, являющееся частным случаем уравнения Фредгольма.

В нечеткой постановке нечеткое интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода имеет вид:

$$x_n(s) = f_n(s) + \lambda \int_a^b (K(s, \tau) x_n(\tau) d\tau, \quad (4)$$

где $K(s, \tau)$ — ядро уравнения, а λ — параметр. Часто нечеткое решение $x_n(s)$ представляется в приближенной форме

$$x_n(s) = \sum_{i=1}^n a_{ni} h_i(s). \quad (5)$$

Здесь a_{ni} , $i = \overline{1, n}$ — нечеткие коэффициенты, подлежащие определению, $h_i(s)$, $i = \overline{1, n}$ — четкие известные базисные функции.

Для нахождения a_{ni} подставляют формулу (5) в уравнение (4) и, после преобразований при $s = s_1, \dots, s_n \in [a, b] \subset R_1$, получают удвоенную НСЛУ:

$$A_n x_n = f_n + B_n x_n, \quad (6)$$

где элементы матриц A и B есть $a_{ij} = h_i(s_j)$, $i = \overline{1, m}$,

$j = \overline{1, n}$ и $b_{ij} = \lambda \int_a^b K(s_j, \tau) h_i(\tau) d\tau$, $i, j = \overline{1, n}$, соответ-

ственно, а $f_n(s) = (f_n(s_1), \dots, f_n(s_n))^T$.



Уравнение (6) принято называть удвоенной НСЛУ из-за наличия двух матриц A и B в ее составе. Это матричное уравнение приводится к стандартной форме:

$$\tilde{A}a_n = f_n, \quad \tilde{A} = A - B,$$

и далее полученная система решается методом вложения по традиционной схеме решения Фридмана [7].

2.3. Метод вложения Еззати (Ezzati) [7]

Согласно методу вложения Еззати для имеющегося уравнения (1) можно записать цепочку очевидных соотношений:

$$AX_n = B_n \Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} D & C \\ C & D \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{X} \\ -\bar{X} \end{bmatrix}}_{\bar{X}_n} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{B} \\ -\bar{B} \end{bmatrix}}_{\bar{B}_n} \Rightarrow \begin{cases} (D+C)\underline{X} - CH = \underline{B}, \\ (D+C)\bar{X} - CH = \bar{B}, \end{cases}$$

где $H = \underline{X} + \bar{X}$. Сложив и проведя дальнейшие преобразования, получим:

$$\begin{aligned} (D+C)(\underline{X} + \bar{X}) &= (\underline{B} + \bar{B}) + 2CH \Rightarrow \\ \Rightarrow (\underline{B} + \bar{B}) + 2CH &\Rightarrow (D+C)H = (\underline{B} + \bar{B}) \Rightarrow \\ \Rightarrow H^* &= (D+C)^{-1}(\underline{B} + \bar{B}). \end{aligned}$$

В результате решение НСЛУ имеет вид:

$$\begin{aligned} \underline{X}^* &= (D+C)^{-1}(\underline{B} + CH^*), \\ \bar{X}^* &= (D+C)^{-1}(\bar{B} + CH^*). \end{aligned}$$

2.4. Метод вложения Аббасбанди (Abbasbandy) [8]

Имеем, как и ранее, уравнение (1). Рассмотрим его i -е уравнение и цепочку соотношений:

$$\begin{aligned} \sum(a_{ij} \geq 0)x_j + \sum(a_{ij} < 0)\bar{x}_j &= \underline{b}_i, \\ \sum(a_{ij} \geq 0)\bar{x}_j + \sum(a_{ij} < 0)x_j &= \bar{b}_i, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\Rightarrow i = \overline{1, n} \Leftrightarrow (D+C)W = V, \quad W = (w_1, \dots, w_n)^T, \quad V = (v_1, \dots, v_n)^T. \quad (8)$$

С другой стороны, имеем:

$$AX_n^s = B_n^s \Leftrightarrow (D-C)X_n^s = B_n^s, \quad (9)$$

где $X_n^s = (x_{n1}^s, \dots, x_{nn}^s)^T$, $x_{ni}^s = 0,5[x_i(r) + \bar{x}_i(r)]$, $i = \overline{1, n}$; $B_n^s = (b_{n1}^s, \dots, b_{nn}^s)^T$, $b_{ni}^s = 0,5[\underline{b}_i(r) + \bar{b}_i(r)]$, $i = \overline{1, n}$ — векторы, состоящие из симметричных (*symmetry* — *s*) нечетких чисел.

Нечеткое число $u_n^s(r)$ называется симметричным нечетким числом в параметрической форме, если является реальной константой для всех $0 \leq r \leq 1$. Например, $u_n = (2 + r, 5 - 2r)$ является нечетким числом, а $v_n = (1 + r, 3 - r)$ — симметричное нечеткое число в параметрической форме. Четкое число просто представлено как $\underline{u}(r) = \bar{u}(r) = \alpha$, $0 \leq r \leq 1$ [5].

Из выражений (8) и (9) получим решение

$$\begin{cases} (D+C)W = V \\ (D-C)X_n^s = B_n^s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \underline{x}_i(r) = x_{ni}^s - 0,5w_i, \\ \bar{x}_i(r) = x_{ni}^s + 0,5w_i \end{cases}, \quad \forall i = \overline{1, n}.$$

Пример 2. Имеем:

$$\begin{cases} 1x_{n1} - 1x_{n2} = (\underline{b}_1(r) = r, \bar{b}_1(r) = 2 - r), \\ 1x_{n1} + 3x_{n2} = (\underline{b}_2(r) = 4 + 2r, \bar{b}_2(r) = 8 - 2r), \end{cases}$$

где правые части являются нечеткими симметричными числами.

Тогда

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \\ C &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \\ -\bar{x}_1 \\ -\bar{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{b}_1 = r \\ \underline{b}_2 = 4 + 2r \\ -\bar{b}_1 = -(2 - r) \\ -\bar{b}_2 = -(8 - 2r) \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} i_1: \underline{x}_1 - \bar{x}_2 = r, \\ i_2: \underline{x}_1 + 3\underline{x}_2 = 4 + 2r, \\ i_3: \bar{x}_2 - \bar{x}_1 = r - 2, \\ i_4: -\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 2r - 8. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 + i_3 = 2r + 2 \\ i_2 + i_4 = 4r + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \underbrace{(\underline{x}_1 - \bar{x}_1)}_{w_1} + \underbrace{(\bar{x}_2 - \underline{x}_2)}_{w_2} = \underbrace{2 - 2r}_{v_1} \\ \underbrace{(\bar{x}_1 - \underline{x}_1)}_{w_1} + 3\underbrace{(\bar{x}_2 - \underline{x}_2)}_{w_2} = \underbrace{4 - 4r}_{v_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} w_1 = 1 - r \\ w_2 = 1 - r \end{cases}. \end{aligned}$$

С другой стороны, из-за симметричности функций принадлежности нечетких чисел b_{n1} и b_{n2} , получим:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^s \\ x_2^s \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b_1^s = 0,5(\underline{b}_1 + \bar{b}_1) = 1 \\ b_2^s = 0,5(\underline{b}_2 + \bar{b}_2) = 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow x_1^s - x_2^s &= 1 \Rightarrow x_1^s = 9/4; \quad x_2^s = 5/4. \\ x_1^s + 3x_2^s &= 6 \end{aligned}$$

Поэтому решение примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \underline{x}_1^* &= x_1^s - 0,5w_1 = 9/4 - 0,5(1 - r); \\ \bar{x}_1^* &= x_1^s + 0,5w_1 = 9/4 + 0,5(1 - r); \end{aligned}$$

$$x_2^* = x_2^s - 0,5w_2 = 5/4 - 0,5(1 - r);$$

$$\bar{x}_2^* = x_2^s + 0,5w_2 = 5/4 + 0,5(1 - r).$$

Можно показать, что нечеткое решение $X_n^* = (x_{n1}^*, x_{n2}^*)$, где $x_{n1}^* = (x_1^*(r), \bar{x}_1^*(r) | r \in [0; 1])$, $x_{n2}^* = (x_2^*(r), \bar{x}_2^*(r) | r \in [0; 1])$ является сильным решением. ♦

Замечание. Метод справедлив, если правая часть НСЛУ представляется вектором, каждая компонента которого имеет функции принадлежности в виде равнобедренного треугольника.

2.5. Метод нечеткого центра [9]

Основное преимущество этого метода состоит в неиспользовании расширенной матрицы и отсутствии ограничений на симметричность функций принадлежности компонент вектора правой части НСЛУ.

Имеем координату центра (*center* — *c*) нечеткого числа:

$$x_j^c(r) = 0,5[x_j(r) + \bar{x}_j(r)],$$

откуда

$$x_j(r) = 2x_j^c(r) - \bar{x}_j(r); \quad \bar{x}_j(r) = 2x_j^c(r) - x_j(r).$$

Подставив $\bar{x}_j(r)$ в выражение (9), получим:

$$\begin{aligned} \sum(a_{ij} \geq 0)x_j + \sum(a_{ij} < 0)[2x_j^c(r) - x_j(r)] &= b_i(r) \Rightarrow \\ \Rightarrow \sum(a_{ij} \geq 0)x_j - \sum(a_{ij} < 0)x_j(r) &= \\ = b_i(r) - 2\sum(a_{ij} < 0)x_j^c(r), \quad i = \overline{1, n}, \end{aligned}$$

откуда находим $x_j^*(r)$, $i = \overline{1, n}$.

Далее аналогично, заменив $x_j(r) = 2x_j^c(r) - \bar{x}_j(r)$, получим:

$$\begin{aligned} \sum(a_{ij} \geq 0)\bar{x}_j - \sum(a_{ij} < 0)\bar{x}_j &= \bar{b}_i(r) - 2\sum(a_{ij} < 0)x_j^c(r), \\ i = \overline{1, n}, \end{aligned}$$

откуда находим $\bar{x}_j^*(r)$, $i = \overline{1, n}$.

В результате будем иметь нечеткое решение НСЛУ:

$$x_{nj}^* = (x_j^*(r), \bar{x}_j^*(r) | r \in [0; 1]), \quad j = \overline{1, n}.$$

Пример 3. Имеем НСЛУ 2-го порядка:

$$\begin{cases} 1x_{n1} - 1x_{n2} = (b_1(r) = r, \bar{b}_1(r) = 2 - r), \\ 1x_{n1} + 3x_{n2} = (b_2(r) = 4 + r, \bar{b}_2(r) = 7 - 2r), \end{cases}$$

в которой функции принадлежности нечетких чисел b_{n1} , b_{n2} правой части НСЛУ не имеют форм равнобедренных треугольников.

Для нечетких переменных имеем представление:

$$x_{nj} = (x_j(r), \bar{x}_j(r) | r \in [0; 1]), \quad j = 1, 2,$$

Поэтому для нижних значений $x_1(r)$, $x_2(r)$ исходная НСЛУ с учетом свойства $-1x_{n2} = (\bar{x}_2(r), -x_2(r))$ будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x_1 - x_2 = r \\ x_1 + 3x_2 = 4 + r \end{cases} \Big|_{-x_2 = \bar{x}_2} &\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = (9 + 3r)/4 \\ x_1 + 3x_2 = 4 + r \end{cases} \Big|_{r=0} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} x_1(0) + x_2(0) = 9/4 \\ x_1(0) + 3x_2(0) = 4 \end{cases} &\Rightarrow x_1(0) = 11/8; \quad x_2(1) = 7/8. \end{aligned}$$

Далее

$$\begin{aligned} \begin{cases} x_1 + x_2 = (9 + 3r)/4 \\ x_1 + 3x_2 = 4 + r \end{cases} \Big|_{r=1} &\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 + 3x_2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow x_1(1) = 2; \quad x_2(1) = 1. \end{aligned}$$

В результате в системе координат $(r, x_1(r))$ для зависимости $x_1(r)$ будем иметь характерные точки: $(r = 0, x_1^*(r) = ar|_{a=5/8} + b|_{b=14/8} = 11/8; r = 1, x_1(1) = 2)$. Линейная зависимость $x_1(r) = ar + b$ через эти точки дает:

$$x_1^*(r) = ar|_{a=5/8} + b|_{b=14/8} = 5r/8 + 11/8, \quad r \in [0, 1].$$

Пример 4. Пусть теперь в уравнении из примера 3 правая часть НСЛУ имеет несимметричные нечеткие числа:

$$\begin{cases} x_{n1} - x_{n2} = (b_1(r) = r, \bar{b}_1(r) = 2 - r), \\ x_{n1} + 3x_{n2} = (b_2(r) = 4 + 2r, \bar{b}_2(r) = 8 - 2r). \end{cases}$$

В этом случае вычисления упрощаются, и получим следующий результат:

$$x_{n1}^* = (x_1^*(r) = 7/4 + 0,5r, \bar{x}_1^*(r) = 11/4 - 0,5r | r \in [0, 1]);$$

$$x_{n2}^* = (x_2^*(r) = 3/4 + 0,5r, \bar{x}_2^*(r) = 7/4 - 0,5r | r \in [0, 1]).$$

3. ПРИМЕНЕНИЕ НЕЧЕТКИХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ ОБРАБОТКЕ НЕЧЕТКИХ ДАННЫХ

3.1. Нечеткая интерполяция [10]

Пусть имеется нечеткая функция y_n на сетке a_j , $i = \overline{1, n}$. Обозначим через $A = (a_{ij} = a_i^j)$ — четкие узлы сетки, y_{ni} , $i = \overline{0, n}$ нечеткие числа, заданные в параметрической форме: $y_{ni} = (y_i(r), \bar{y}_i(r) | r \in [0, 1])$. Нечеткая функция y_n задана в параметрической относительно нечеткого вектора параметров $x_n = (x_{n0}, \dots, x_{nn})^T$ форме:

$$y_n \Big|_{y_n = y_{ni}} = y(g(a), x_n) \Big|_{\substack{x_n = x_{n1} \\ g(a) = g_i}}, \quad i = \overline{0, n}. \quad (10)$$



Обычно рассматриваются два варианта задания (10):

— зависимость (10) представляется в виде нечеткого обобщенного многочлена по линейно независимой четкой системе функций Чебышева $g_i(a)$:

$$y(g(a), x_n) = \sum_{i=0}^n x_{ni} g_i(a); \quad (11)$$

— зависимость (10) является нелинейной относительно x_n , например, представляется экспоненциальными, тригонометрическими или другими функциями.

По аналогии с четкой интерполяцией представление (11) будем называть нечеткой лагранжевой интерполяцией. В зависимости от способа задания функций $g_i(a)$, $i = \overline{0, n}$, будем различать нечеткие интерполяции Ньютона, Гаусса, Лапласа — Эверта и др.

Нечеткая ньютоновская интерполяция. В этом случае в выражении (11) полагают $g_i(a) = a^i$, $i = \overline{0, n}$, тогда:

$$y_n(a, x_n) = \sum_{i=0}^n x_{ni} a^i. \quad (12)$$

Для нахождения нечетких параметров x_{ni} , $i = \overline{0, n}$, модели (12) полагают $y_n = y_{ni}$, тогда появляется НСЛУ относительно x_{ni} , $i = \overline{0, n}$:

$$x_{ni} = \sum_{i=0}^n x_{ni} a^i, \quad i = \overline{0, n} \Leftrightarrow AX_n = Y_n, \quad (13)$$

где

$$A = (a_{ij} = a_j^i), \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}, \quad |A| \neq 0.$$

Система (13) может быть решена одним из методов пп. 2.1—2.5.

Пример 5. Пусть в координатах (a, y_n) имеем:

$$(a_0 = -1, y_{n0} = 1_n = (r, 2 - r | r \in [0, 1])),$$

$$(a_1 = 3, y_{n1} = 5_n = (4 + r, 7 - 2r | r \in [0, 1])).$$

Необходимо найти нечеткую ньютоновскую интерполяцию:

$$y_n(a, x_n) = \sum_{i=0}^1 x_{ni} a^i = x_{n0} + x_{n1} a.$$

Будем решать задачу методом вложения Фридмана (см. п. 2.1). Подставив исходные данные в уравнение интерполяции, получим НСЛУ типа (13) второго порядка:

$$\begin{cases} 1_n = x_{n0} 1 - x_{n1} 1 \\ 5_n = x_{n0} 1 + x_{n1} 3 \end{cases} \Rightarrow AX_n = Y_n \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1_n \\ 5_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1_n \\ 5_n \end{bmatrix},$$

$$|A| = 4 \neq 0.$$

Расширенная матрица системы:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_S \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ -x_0 \\ -x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0 = r \\ y_1 = 4 + r \\ -y_0 = r - 2 \\ -y_1 = 2r - 7 \end{bmatrix}, \quad |S| \neq 0.$$

Вычисления дают:

$$x_{n0}^* = (x_0^*(r) = 1,4 + 0,6r, \bar{x}_0^*(r) = 2,9 + 0,9r | r \in [0, 1]);$$

$$x_{n1}^* = (x_1^*(r) = 0,9 + 11r, \bar{x}_1^*(r) = 1,4 + 0,4r | r \in [0, 1]).$$

Это решение является сильным, так как $x_0^*(r) < \bar{x}_0^*(r)$ и $x_1^*(r) < \bar{x}_1^*(r) \forall r \in [0, 1]$, поэтому нечеткий ньютоновский интерполяционный многочлен $y_n^* = x_{n0}^* + x_{n1}^* a$ является сильным. В работе [10] приведен пример слабого многочлена.

3.2. Нечеткая линейная регрессия

По аналогии с традиционной регрессионной моделью [11] рассмотрим ее нечеткий аналог:

$$y_n(t) = \sum_{i=1}^n x_{ni} \varphi_i(t) + \Delta_n(t), \quad t \in [0; T] \subset R_1,$$

где x_{ni} , $i = \overline{1, n}$ — нечеткие параметры, $\varphi_i(t)$, $i = \overline{0, n}$, — четкие базисные функции, $\Delta_n(t)$ — случайный процесс с нечеткими параметрами: нечетким математическим ожиданием $E\Delta_n(t) = 0_n$ и нечеткой дисперсией $D\Delta_n(t) = \sigma_n^2 I$.

Пусть имеем выборку:

$$t: \begin{pmatrix} t_1 & \dots & t_m \\ y_{n1} & \dots & y_{nm} \end{pmatrix}, \quad m \geq n.$$

Необходимо по нечетким случайным (гибридным) данным $Y_n = (y_{n1}, \dots, y_{nm})^T$ найти нечеткий вектор $X_n = (x_{n1}, \dots, x_{nm})^T$.

Вектор X_n находится из условия $\min_{X_n} \|Y_n - \Phi X_n\|_{E_n}^2$, что приводит к НСЛУ:

$$\Phi^T \Phi X_n = \Phi^T Y_n, \quad (14)$$

где $\Phi = (\varphi_i(t_j) = \varphi_{ij})$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$, — регрессионная матрица.

В простейшем случае, когда $n = 1$, а $\varphi_1(t) = 1$, будем иметь: $y_n(t) = x_{n1} 1 + \Delta_n(t)$ и в этом случае получим из системы (14):

$$\Phi^T \Phi = [1, \dots, 1] \begin{bmatrix} 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n 1 = n;$$

$$\Phi^T Y_H = [1, \dots, 1] \begin{bmatrix} y_{H1} \\ \dots \\ y_{Hm=n} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n y_{Hi},$$

а НСЛУ примет вид:

$$nx_{H1} = \sum_{i=1}^n y_{Hi} \Rightarrow nx_{H1}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{Hi}.$$

Возьмем $n = 3$, а в качестве нечетких данных значения

$$y_{H3} = 5_H = (4 + r, 7 - 2r), \quad y_{H2} = 3_H = (2 + r, 4 - r), \\ y_{H3} = 5_H = (4 + r, 7 - 2r).$$

Тогда

$$x_{H1}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^3 y_{Hi} = (2 + r, (13 - 4r)/3).$$

4. ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕЧЕТКИХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

4.1. Методы Q — T -декомпозиции [12]

Положим, что имеется НСЛУ (1), размерностью $\dim A > 3$ и которая решается одним из методов вложения. Это означает, что по матрице A находится расширенная матрица S и решается система $S\hat{X} = \hat{B}$, где размерность $\dim \hat{B} > 2 \times 3 = 6$. Задача итерационных методов состоит в их реализации для решения линейной системы $S\hat{X} = \hat{B}$.

Пусть имеет место декомпозиция (расщепление) матрицы S на две матрицы Q и T :

$$S = Q - T,$$

где Q — диагональная матрица с диагональными элементами матрицы S , а матрица T определяется как $T = S - Q$, например,

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow S = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Имеет место соотношение:

$$S\hat{X} = \hat{B} \Leftrightarrow Q\hat{X} = (Q - S)\hat{X} + \hat{B}, \quad (15)$$

которое используется в итерационных методах.

По соотношению (15) задается итерационный процесс:

$$Q\hat{X}_{m+1} = (Q - S)\hat{X}_m - \hat{B}, \quad (16)$$

где m — номер итерации. Ошибка получается, как разность соотношений (15) и (16):

$$Q(\underbrace{\hat{X} - \hat{X}_{m+1}}_{\hat{E}_{m+1}}) = (Q - S)(\underbrace{\hat{X} - \hat{X}_m}_{\hat{E}_m}).$$

Откуда

$$\hat{E}_{m+1} = Q^{-1}(Q - S)\hat{E}_m \Rightarrow \hat{E}_{m+1} = \rho \hat{E}_m,$$

$$m = 0, 1, 2, \dots \Rightarrow \rho = Q^{-1}(Q - S) \Rightarrow \max_i |\lambda_i|.$$

Здесь ρ — спектральный радиус матрицы $Q^{-1}(Q - S)$, λ_i — корни уравнения $|Q^{-1}(Q - S) - \lambda I| = 0$.

Из выражения (16) следует:

$$\hat{X}_{m+1} = (I - Q^{-1}S)\hat{X}_m + Q^{-1}\hat{B},$$

где S — расширенная матрица относительно матрицы A .

Обычно для итерационных процессов часто применяется декомпозиция вида

$$D = D_1 + L + U, \quad (17)$$

где D_1 — диагональная матрица относительно D , U — строго верхняя треугольная матрица D , L — строго нижняя треугольная матрица D .

В зависимости от способов задания матрицы Q в уравнении (16) имеется совокупность итерационных методов. Приведем некоторые из них.

4.1.1. Метод Ричардсона (Richardson — R)

В методе Ричардсона полагается $Q = I_{(2n \times 2n)}$. Тогда базовое уравнение (16) примет вид:

$$Q\hat{X}_{m+1} = \left(Q|_{Q=I} - S|_{S=\begin{bmatrix} D & C \\ C & D \end{bmatrix}} \right) \hat{X}_m + \hat{B} \Rightarrow \\ \Rightarrow (\hat{X}_{m+1}, \bar{\hat{X}}_{m+1})^T = \sigma_R(\hat{X}_m, \bar{\hat{X}}_m)^T + Q^{-1}(\hat{B}, \bar{\hat{B}})^T,$$

где $\sigma_R = \begin{bmatrix} I_{n \times n} - D & -C \\ -C & I_{n \times n} - D \end{bmatrix}$ — матрица Ричардсона.

Доказано, что оценка \hat{X}_{m+1} сходится при $M(S) < 2$, где $M(S) = \max_i |\lambda_i|$, λ_i — собственные числа матрицы S . Спектральный радиус (скорость



сходимости) $\rho(\sigma_R) = \max\{1 - m(S), 1 - M(S)\}$, где $m(S) = \min_i |\lambda_i|$ является небольшим.

В экстраполяционном методе Ричардсона (ER) полагается $Q = \alpha^{-1}I$, где $\alpha \in R_1$ — экстраполяционный параметр. Тогда

$$\sigma_{ER} = \begin{bmatrix} I - D & -\alpha C \\ -\alpha C & I - D \end{bmatrix}.$$

Доказано, что если матрица S — симметричная и положительно определена, то $\alpha_{opt} = 2(m(S) + M(S))$, $\rho(\sigma_{ER}, \alpha_{opt}) = (\rho(S) - 1)(\rho(S) + 1)^{-1}$.

4.1.2. Метод Якоби (Jacobi — J)

В методе Якоби полагается $Q = \text{diag}S = D$, где

$$D = \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_1 \end{bmatrix}. \text{ Из уравнения (16) имеем:}$$

$$\hat{X}_{m+1} = (I - Q^{-1}S)\hat{X}_m + Q^{-1}\hat{B}.$$

После вычисления $I - Q^{-1}S$ с учетом формулы (17) и правил умножения блочных матриц имеем:

$$\sigma_j = I - Q^{-1}S = \begin{bmatrix} -D_1^{-1}(L_1 + U_1) & -D_1^{-1}C \\ -D_1^{-1}C & -D_1^{-1}(L_1 + U_1) \end{bmatrix} - \text{матрица Якоби.}$$

Итерационный процесс Якоби имеет вид:

$$(\hat{X}_{m+1}, \bar{X}_{m+1})^T = \sigma_j(\hat{X}_m, \bar{X}_m)^T + (D_1^{-1}, D_1^{-1})^T(\hat{B}, \bar{B})^T.$$

Доказано, что скорость его сходимости $\rho(\sigma_j) > \rho(\sigma_R)$.

4.1.3. Метод Гаусса—Зейделя (Gaus—Seidel — GS)

В методе Гаусса — Зейделя различают прямую GSF и обратную GSB итерации.

Для прямой итерации GSF полагается $Q = D + L$, $D = \text{diag}S$, L нижняя треугольная матрица для S . Это дает:

$$Q_{GSF} = \begin{bmatrix} D = D_1 & C = 0 \\ C = 0 & D = D_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D = L_1 & 0 \\ C & D = L_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 + L_1 & 0 \\ C & D_1 + L_1 \end{bmatrix}.$$

Следовательно, итерационный процесс GSF будет иметь вид:

$$(\hat{X}_{m+1}, \bar{X}_{m+1})^T = \sigma_{GSF}(\hat{X}_m, \bar{X}_m)^T + Q_{GSF}^{-1}(\hat{B}, \bar{B})^T,$$

где $\sigma_{GSF} = I - Q_{GSF}^{-1}S$. Здесь Q^{-1} находится по формуле Фробениуса при обращении блочной матрицы [13].

Для обратной итерации GSB полагается $Q = D + U$, U — верхняя треугольная матрица для S . Это дает:

$$Q_{GSB} = \begin{bmatrix} D = D_1 & C = 0 \\ C = 0 & D = D_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D = U_1 & C \\ 0 & D = U_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 + U_1 & C \\ 0 & D_1 + U_1 \end{bmatrix}.$$

Следовательно, итерационный процесс GSB будет иметь вид:

$$(\hat{X}_{m+1}, \bar{X}_{m+1})^T = \sigma_{GSB}(\hat{X}_m, \bar{X}_m)^T + Q_{GSB}^{-1}(\hat{B}, \bar{B})^T,$$

где $\sigma_{GSB} = I - Q_{GSB}^{-1}S$ — матрица Гаусса — Зейделя обратной итерации.

4.2. Метод HSS-декомпозиции (Hermition — Scew — Spliting — HSS) [13]

В эрмитово-скивском расщеплении (декомпозиции) расширенная матрица S полагается равной сумме матриц:

$$S = H + F,$$

где $H = 0,5(S + S^T)$ — эрмитова матрица, $F = 0,5(S - S^T)$ — скивская матрица. В этих обозначениях для расширенной системы имеем цепочку соотношений:

$$\begin{aligned} S\hat{X} = \hat{B} &\Rightarrow (\alpha I + H)\hat{X} = (\alpha I - F)\hat{X} + \hat{B} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \alpha I\hat{X} + H\hat{X} = \alpha I\hat{X}F\hat{X} + \hat{B} \Rightarrow (\alpha I + H)\hat{X} = \\ &= (\alpha I - F)\hat{X} + \hat{B}, \end{aligned}$$

где $\alpha \in R_1$ — параметр.

Полученное соотношение позволяет задать итерационный процесс 1 в виде:

$$(\alpha I + H)\hat{X}_{m+1} = (\alpha I - F)\hat{X}_m + \hat{B}. \quad (18)$$

Выполнив аналогичным образом цепочку соотношений

$$\begin{aligned} S\hat{X} = \hat{B} &\Rightarrow (\alpha I + H)\hat{X}_{m+1} = (\alpha I - F)\hat{X}_m + \hat{B} \Rightarrow \\ &\Rightarrow (\alpha I + F)\hat{X} = (\alpha I - H)\hat{X} + \hat{B}, \end{aligned}$$

получим итерационный процесс 2:

$$(\alpha I + F)\hat{X}_{m+1} = (\alpha I - H)\hat{X}_m + \hat{B}. \quad (19)$$

Алгоритм HSS:

Шаг 1. Задается начальное приближение \hat{X}_0 .

Шаг 2. По выражению (18) находится с заданной точностью решение \hat{X}' ;

Шаг 3. По выражению (19) с начальным приближением $\hat{X}_0 = \hat{X}'$ находится с заданной точностью решение \hat{X}'' .

Итерационные методы решения НСЛУ сравниваются между собой, как правило, по следующим критериям: ошибка процесса, время решения, число итераций, скорость сходимости.

5. МЕТОДЫ ПСЕВДОРЕШЕНИЯ НЕЧЕТКИХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

5.1. Псевдорешение метода вложения Фридмана [5]

Проблема получения псевдорешений весьма актуальна применительно к НСЛУ. Рассмотрим пример, в котором возникает проблема псевдорешения. Пусть имеем НСЛУ:

$$\begin{cases} x_{н1} - x_{н2} = (\underline{b}_1(r) = r, \bar{b}_1(r) = 2 - r), \\ x_{н1} + x_{н2} = (\underline{b}_2(r) = 3 + r, \bar{b}_2(r) = 4), \end{cases}$$

которую будем решать методом вложения Фридмана. Имеем:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad |A| = 2 \neq 0,$$

однако $S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, |S| = 0$, т. е. расширенная НС-

ЛУ не имеет единственного решения. В этом случае система решается в соответствии с общей теорией решения систем по методу Гаусса путем приведения матрицы S к ступенчатому виду:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & Y_1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & Y_2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & Y_3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & Y_4 \end{bmatrix} \Rightarrow S_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & Y_1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & Y_1 - Y_2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & Y_1 - Y_2 + Y_3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & Y_1 - Y_2 + Y_3 - Y_4 \end{bmatrix}.$$

Здесь $Y = (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4)^T$ обозначает $Y_{н} = (\underline{b}_1, \underline{b}_2, -\bar{b}_1, -\bar{b}_2)$. Матрица S приведена к ступенчатому виду S_3 , поэтому возможны два варианта решения НСЛУ.

Вариант 1. Пусть имеем линейную независимость $Y_i, i = 1, 2, 3, 4$: $Y_1 - Y_2 + Y_3 - Y_4 \neq 0$. Тогда из последней строки матрицы S_3 имеем: $0 \ 0 \ 0 \ 0 \ Y_1 - Y_2 + Y_3 - Y_4 \neq 0$, т. е. противоречие, означающее несовместность НСЛУ, т. е. отсутствие нечеткого решения. Подставляя компоненты вектора Y , получим: $r - 5 \neq 4$. Это означает, что расширенная система не имеет решения при $|A| \neq 0$ и $|S| = 0$.

Вариант 2. Пусть имеем линейную зависимость $Y_i, i = 1, 2, 3, 4$: $Y_1 - Y_2 + Y_3 - Y_4 = 0$. Тогда из последней строки матрицы S_3 имеем: $0 \ 0 \ 0 \ 0 \ Y_1 - Y_2 + Y_3 - Y_4 = 0$. Подставляя компоненты вектора Y , получим: $r - 5 = r - 5$. Это означает, что расширенная система имеет бесчисленное множество решений. В работе [1] показано, каким образом выделяется одно решение из множества возможных решений, которое определит искомое псевдорешение для системы при $|S| = 0$.

Подобным образом находятся псевдорешения при удвоенном методе вложения Фридмана, методе вложения Еззати и методе вложения Аббасбанди.

Распространенный прием получения псевдорешений заключается в применении различных методов традиционной алгебры, связанных с различными разложениями прямоугольных матриц с целью нахождения для них обратных.

Один из них — метод сингулярного разложения прямоугольной матрицы S для расширенной НСЛУ. В работе [14] предложен метод нахождения минимального решения для $(m \times n)$ НСЛУ, основанный на следующих двух теоремах (приведем их без доказательств).

Теорема 1. Пусть W — матрица $(p \times q)$ полного ранга с действительными элементами. Тогда существуют $(p \times p)$ ортогональная матрица U , $(q \times q)$ ортогональная матрица V , диагональная матрица Σ : элементы $\Sigma_{ij} = 0, i \neq j$ и $\Sigma_{ii} = \sigma_i > 0, \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_s > 0, \sigma_p, i = \overline{1, s}$ — сингулярные числа, $s = \min\{p, q\}$ и справедлива сингулярная декомпозиция:

$$W_{(p \times q)} = U_{(p \times p)} \Sigma_{(p \times q)} V_{(q \times q)}^T,$$

а матрица $W^\dagger = V \Sigma^\dagger U^T$ является единственной псевдообратной матрицей для W .

Теорема 2. Для неотрицательной полного ранга матрицы $S = \begin{bmatrix} D & C \\ C & D \end{bmatrix}$ существует псевдообратная

матрица $S^\dagger = \begin{bmatrix} F & E \\ E & D \end{bmatrix}$, у которой $F = 0,5[(D + C)^\dagger + (D - C)^{-1}]$, $E = 0,5[(D + C)^\dagger - (D - C)^{-1}]$. ♦

Из этих теорем следует, что псевдорешение расширенной системы $\tilde{X}^* = S^\dagger \tilde{Y}$.

В работе [15] предложен метод решения полных НСЛУ с использованием сингулярного разложения. В работе [16] рассмотрен метод решения общих полных НСЛУ, в которых элементы матриц необязательно являются положительными, также путем сингулярного разложения. Предложен новый метод для решения НСЛУ, основанный на алгоритме Гревилля (Greville) [17], хорошо известного в традиционной теории матриц [18]. Кроме того, отметим возможность применения для решения НСЛУ методов традиционной теории матриц [19–21]: скелетного разложения, предельного перехода, регуляризации и др.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Отмечено, что в теории нечетких множеств одно из важных научных и прикладных направлений состоит в решении задач нечеткого математического анализа. Указано, что при их решении возникает проблема решения нечетких систем линейных уравнений. Для них приведена общая классификация и для класса полных НСЛУ рассмотрены методы решения: обратной матрицы, размаха, ST-декомпозиции, разрезов, четких решений. Отмечено, что в некоторых случаях возникают «сильные/слабые» решения полных НСЛУ.

Сформулированы и решены задачи, при рассмотрении которых возникают полные НСЛУ: оценивание параметров по методу наименьших квадратов нечеткой модели и нечеткая ортогонализация Грама — Шмидта. Их решение иллюстрируются на примерах нечеткой регрессионной модели с нечеткими базисными функциями.

Для класса неполных НСЛУ рассмотрены методы их решения: вложения Фридмана, Еззати, Аббасбанди и нечеткого центра, которые характеризуются применением их к решению НСЛУ небольшой размерности (обычно не более трех).

В качестве примеров решения НСЛУ небольшой размерности рассмотрены задачи нечеткой ньютоновской интерполяции и нечеткой линейной регрессии.

При значительной размерности НСЛУ для их решения рассмотрена совокупность итерационных методов, основанных на $Q - T$ и HSS-разложениях расширенной матрицы для НСЛУ.

Изложен метод псевдорешения для НСЛУ, решаемой по методу Фридмана. Перечислены и дру-

гие традиционные методы получения псевдорешений, которые применяются для решения вырожденных задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мочалов И.А., Хрисат М.С. Оценивание параметров модели по нечетким случайным данным // Информационные технологии. — 2014. — № 2 (210). — С. 14–22. [Mochalov, I.A., Hrisat, M.S. Estimation Parameter Model Using Fuzzy Random Data / Informacionnye Tehnologii. — 2014. — Vol. 20, No. 4. — P. 14–22. (In Russian)]
2. Мочалов И.А., Хрисат М.С., Шихаб Еддин М.Я. Нечеткие дифференциальные уравнения в задачах управления. Часть 1 // Информационные технологии. — 2015. — Т. 21, № 3. — С. 171–178. [Mochalov, I.A., Hrisat, M.S., Shihab Ed-din, M.Ya. Fuzzy Differential Equations in Control. Part I // Informacionnye Tehnologii. — 2015. — Vol. 21, No. 3. — P. 171–178. (In Russian)]
3. Ullah, S., Farooq, M., Ahmad, I., et al. Application of fuzzy Laplace transforms for solving fuzzy partial Volterra integro-differential equations // General Mathematics (Math. GM). — 2014. — No. 8. — P. 1–11.
4. Деменков Н.П., Мочалов И.А. Динамика нечеткой системы автоматической оптимизации // Вестник Московского гос. техн. ун-та им. Н.Э. Баумана, Сер. «Приборостроение». — 2016. — № 1 (91). — С. 59–74. [Demenkov, N.P., Mochalov, I.A. Dinamika nechetkoj sistemy avtomaticheskoy optimizacii // Vestnik Moskovskogo gos. tekhn. un-ta im. N.E. Baumana, Ser. «Priborostroenie». — 2016. — No. 1 (91). S. 59–74. (In Russian)]
5. Деменков Н.П., Микрин Е.А., Мочалов И.А. Методы решения нечетких систем линейных уравнений. Ч. 1. Полные системы // Проблемы управления. — 2019. — № 4. — С. 3–14. [Demenkov, N.P., Mikrin, E.A., Mochalov, I.A. Methods of Solving Fuzzy Systems of Linear equations. Part 1. Complete Systems // Control Sciences. — 2019. — No. 3. — P. 3–14. (In Russian)]
6. Friedman, M., Ming, M., Kandel, A. Fuzzy Linear Systems // Fuzzy Sets and Systems. — 1988. — No. 96. — P. 201–209.
7. Jafarian, A., Otadi, M. Numerical Solution of Fuzzy Integral Equations // Applied Mathematical Sciences. — 2008. — Vol. 2, No. 1. — P. 33–46.
8. Ezzati, R. Solving Fuzzy Linear Systems // Soft Computing. — 2014. — 15 (1). — P. 193–197.
9. Abbasbandy, S., and Alavi, M. A Method for Solving Fuzzy Linear System // Iranian Journal of Fuzzy Systems. — 2005. — Vol. 2, No. 2. — P. 137–143.
10. Senthilkumar, P., and Rajendran, G. Solution of Fuzzy Linear Systems by Using Fuzzy Center // Applied Mathematical Sciences. — 2009. — Vol. 3, No. 49. — P. 2411–2419.
11. Деменков Н.П., Мочалов И.А. Нечеткая интерполяция // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. — 2012. — № 2. DOI: <http://dx.doi.org/> № ФС77 — 30569 /308732. [Demenkov, N.P., Mochalov, I.A. Nchetkaya interpoljaciya // Nauka i obrazovanie. MGTU im. N.E. Baumana. Elektron. zhurn. — 2012. — No. 2. (In Russian)]
12. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ. — М.: Мир. — 1980. — 456 с. [Seber, Dzh. Lineinyi regressionnyi analiz. — M.: Mir. — 1980. — 456 s. (In Russian)]
13. Dehghan, M., Hashemi, B. Iterative Solution of Fuzzy Linear Systems // Applied Mathematics and Computation. — 2006. — No. 175. — P. 645–674.
14. Hasanzadeh, M., Zareamoghaddam, H. An Iterative Method for Solving Ansymmetric Systems of Fuzzy Linear Equation // The

- SII Transaction on Computer Engineering & its Applications (CSEA). — 2013. — Vol. 5, No. 5. — P. 181–185.
15. Otadi, M., Mosleh, M. Minimal Solution of Fuzzy Linear Systems // Iranian Journal of Fuzzy Systems. — 2015. — Vol. 12, No. 1. — P. 89–99.
 16. Mosleh, M., Otadi, M., Abbasbandy, S. A Method for Solving Fully Fuzzy Linear Systems // Mathematics Scientific Journal. — 2011. — Vol. 7, No. 2. — P. 55–66.
 17. Moloudzadeh, S., Darabi, P., Khandani, H. The Pseudoinverse Smatrices to Solve General Fully Fuzzy Linear Systems // Journal of Soft Computing and Applications. — 2013. — Vol. 2013. — P. 1–11. Article ID jsca-00012. DOI:10.5899/2013/jsca-00012
 18. Matinfar, M., Nasseri, S.H., Alemi, M. A New Method for Solving of Rectangular Fuzzy Linear System of Equation Based of Greville's Algorithm // Applied Mathematical Sciences. — 2009. — Vol. 3, No. 2. — P. 75–84.
 19. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. — М.: Наука, 1967. — 576 с. [Gantmaher, F.R. Teoriya matric. — M.: Nauka, 1967. — 576 p. (In Russian)]
 20. Беклемишев Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры. — М.: Наука, 1983. — 336 с. [Beklemishev, D.V. Dopoln- itel'nye glavy linejnoy algebrы. — M.: Nauka, 1983. — 336 p. (In Russian)]
 21. Стренг Г. Линейная алгебра и ее применения. — М.: Мир, 1980. — 454 с. [Streng, G. Linejnaya algebra i ee primeneniya. — M.: Mir, 1980. — 454 p. (In Russian)]
- Статья представлена к публикации руководителем РРС В.Ю. Столбовым.
- Поступила 27.12.2018, после доработки 28.02.2019.
Принята к публикации 4.04.2019.
- Деменков Николай Петрович** — канд. техн. наук, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, ✉ dnp@bmstu.ru,
- Микрин Евгений Анатольевич** — академик РАН, ПАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королева»; Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, ✉ eugeny.mikrin@bmstu.ru,
- Мочалов Иван Александрович** — д-р техн. наук, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, ✉ intelsyst@mail.ru.

METHODS OF SOLVING FUZZY SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS. Part 2. Incomplete Systems

N.P. Demenkov^{1, #}, E.A. Mikrin^{2, 1}, I.A. Mochalov¹

¹Bauman Moscow State Technical University, ²S.P. Korolev Rocket and Space Corporation «Energia»
✉ dnp@bmstu.ru

Abstract. The methods of solving incomplete fuzzy systems of linear equations (FSLE) are described using the extension of the original system in the case when it is low dimensional. It is noted that in the Friedman embedding method the fuzzy system is immersed in the traditional one, which can be solved using the traditional methods of linear algebra. The peculiarity of the doubled in the sense of dimensionality traditional system of linear equations is determined by the structure of its matrix. Like in solving the complete FSLE, here too the strong / weak solutions appear. The doubled Friedman embedding method is used to solve the doubled FSLE, which arise in solving the Volterra — Fredholm equations. The Ezzati embedding method is a chain of obvious relationships. The Abbasbandy embedding method is valid when the right-hand side of the FSLE is represented by a vector, each component of which has the membership functions in the form of an isosceles triangle. The main advantage of the center method is the non-use of the augmented matrix and the absence of restrictions on the symmetry of the membership functions of the components of the FSLE right-hand side vector. Methods described are illustrated by examples of solving the problem of fuzzy interpolation and of fuzzy linear regression. In a case of a significant FSLE dimension, the sets of iterative methods are considered for solving them, based on the Q — T -decomposition of the initial matrix S of the extended FSLE, when decomposition (splitting) of the matrix S into two matrices Q and T is performed. It is noted that depending on how the matrix Q is specified, there is a set of iterative methods. In the Richardson method, the matrix Q is assumed to be the unit matrix, in the Jacobi method, the matrix Q consists of the diagonal elements of the matrix S , in the Gauss — Seidel method the matrix Q is formed from the elements of the lower triangular or upper triangular matrix S . The HSS method uses Hermiton-Skive splitting of the matrix S . The methods of obtaining the pseudo solution of FSLE are described and the traditional methods of linear algebra of obtaining pseudo solutions are listed.

Keywords: fuzzy systems of linear equations, fuzzy interpolation, fuzzy linear regression, fuzzy iteration methods, fuzzy pseudo-inversions.

СИНТЕЗ КВАЗИТЕРМИНАЛЬНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ

В.К. Завадский, В.П. Иванов, Е.Б. Каблова, Л.Г. Кленовая

Аннотация. В классе линейных алгоритмов управления линейными стационарными многосвязными объектами выделен подкласс квазитерминальных алгоритмов с неявным прицеливанием в краевые условия, скользящие вдоль по программе требуемого изменения координат вектора состояния и отдаленные от текущего момента времени на фиксированный интервал. Прицеливание (компенсация прогнозируемого промаха) реализуется путем вычисления программ изменения компонент вектора будущего управления в виде отрезков степенного ряда, зависящих от будущего времени и обеспечивающих решение двухточечной граничной задачи. Показано, что в идеализированных модельных условиях полной управляемости и наличия точной информации о состоянии и уравнениях объекта управления, а также мгновенной и точной реализации вычисленных команд квазитерминальный алгоритм обеспечивает асимптотическую устойчивость замкнутой многосвязной системы и сколь угодно высокую наперед заданную скорость сходимости переходных процессов независимо от наличия устойчивости модели объекта управления. Предложен достаточно простой и удобный для реализации в среде MATLAB метод синтеза алгоритма, основанный на применении матричного представления модели объекта управления в пространстве состояний и аппарата экспоненциальных функций матриц. Отмечено, что квазитерминальные алгоритмы могут применяться в многосвязных системах стабилизации и, в частности, в системах стабилизации подвижных терминальных объектов относительно траекторий, вычисляемых системой терминального управления.

Ключевые слова: терминальное управление, прогнозирующая модель, асимптотическая устойчивость.

ВВЕДЕНИЕ

Терминальные системы находят широкое применение в первую очередь в задачах управления движущимися объектами [1], например, при управлении выведением ракет-носителей на заданную орбиту, расходом топлива жидкостным ракетным двигателем и др.

Практика создания терминальных систем подсказывает разработчикам подход к синтезу управления с обратной связью, основанный на прогнозировании и парировании невязок краевых условий и позволяющий минимизировать затраты на управление. Этот подход предусматривает восстановление текущего состояния на основе измерений, априорного описания объекта управления и формирование программы будущего управления, выбираемой в некотором классе [2, 3], например, полиномиальных функций времени [4], и приводящей объект в заданное конечное состояние.

В данной работе динамические системы рассматриваются в детерминированной постановке и

идеализированных условиях, предполагающих отсутствие возмущающих факторов и наличие полной информации о координатах текущего состояния и априорного описания объекта. Предполагается, что задача управления объектом решается при заранее неизвестных начальных условиях.

Нетривиальность рассматриваемой задачи связана с тем, что текущее управление формируется на основе прогнозирования и компенсации невязок *скользящих* краевых условий, принадлежащих заранее известной программе требуемого изменения координат вектора состояния и отдаленных от текущего момента на фиксированный интервал времени.

Применение прогнозирования для управления тесно связано с идеей оптимизации, поскольку без предсказания будущих результатов невозможно выработать рациональную стратегию управления. Методы синтеза алгоритмов управления с прогнозированием развивались в направлении использования нелинейных моделей объектов [5, 6], применения оптимизационных методов в реальном мас-

штабе времени [7, 8], придания робастных свойств замкнутой системе управления [9, 10] и др.

Из современных подходов к синтезу алгоритмов управления наиболее близок к предлагаемому оптимизационный подход, основанный на управлении динамическими объектами с помощью прогнозирующих моделей — Model Predictive Control (MPC) [11].

Применительно к линейным объектам управления данный подход (в форме с так называемым «подвижным горизонтом прогнозирования») позволяет получить качественно близкий алгоритм. Однако этот метод существенно отличается от предлагаемого, так как, будучи *оптимизационным*, требует для своего применения конкретизировать критерий оптимальности в виде скользящего определенного интеграла от двух квадратичных форм по отклонениям координат от заданной программы и по управлению. Отметим, что указанный метод синтеза не гарантирует [11] устойчивость синтезированной системы.

Среди *не оптимизационных* методов синтеза наиболее близок к предлагаемому основанный на применении аппарата передаточных функций метод стандартных коэффициентов, предназначенный для синтеза односвязных линейных систем с заданным качеством (декрементом затухания) переходной функции [4]. В настоящей статье благодаря матричному представлению модели объекта управления в пространстве состояний и применение аппарата экспоненциальных функций от матрицы этот метод существенно модифицирован и распространен на многосвязные системы.

Квазитерминальные алгоритмы могут применяться в многосвязных терминальных системах, а также многосвязных системах стабилизации и, в частности, в системах стабилизации подвижных терминальных объектов относительно программ, вычисляемых в контуре терминального управления.

1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Пусть объект управления описывается линейным дифференциальным уравнением вида:

$$\dot{x} = Ax + Bw, \quad x(t) \in E^k, \quad w(t) \in E^m, \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

где $x(t)$ — вектор фазовых координат системы размерностью k , A и B — матрицы размера $k \times k$ и $k \times m$, x_0 — вектор заранее неизвестных начальных условий, $w(t)$ — вектор-функция управляющих воздействий.

Цель управления заключается в переводе и удержании вектора состояния на заданной в функции времени номинальной траектории $x_{\text{ном}}(t)$, являющейся решением линейного уравнения: $\dot{x}_{\text{ном}}(t) = \hat{A}x_{\text{ном}}(t) + \hat{B}w_{\text{ном}}(t)$, где \hat{A} и \hat{B} — доступные раз-

работчику алгоритма оценки матриц A и B ; $w_{\text{ном}}(t)$ — номинальная программа управления.

В предположении $\hat{A} = A$, $\hat{B} = B$ задача управления может быть переформулирована как задача стабилизации относительно нулевого значения вектора состояния объекта управления

$$\dot{x} = Ax + B\Delta w. \quad (2)$$

Здесь через $x(t)$ переобозначены отклонения $\Delta x(t) = x(t) - x_{\text{ном}}(t)$ фактических значений координат объекта от их значений, соответствующих номинальной траектории движения, $\Delta w(t) = w(t) - w_{\text{ном}}(t)$ — отклонение от номинала вектора управления.

Для стабилизации линейного многосвязного объекта (2) обычно применяются линейные алгоритмы управления с обратной связью вида $\Delta \dot{w} = C\Delta w + D\Delta x$ [12]. Однако можно показать, что и в более узком классе линейных алгоритмов управления $\Delta w = D\Delta x$ при специальном выборе параметров матрицы D можно обеспечить асимптотическую устойчивость и дополнительно придать многосвязной замкнутой системе свойство приближенной инвариантности (без измерения внешнего возмущающего воздействия) [12].

2. СИНТЕЗ АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ

Текущее управление с обратной связью будем формировать в функции отклонений $\Delta x(t)$ фактической траектории движения объекта от номинальной. По аналогии с алгоритмами терминального управления [1] стратегию изменения приращения управления $\Delta w(t)$ будем строить таким образом, чтобы парировать указанные отклонения к подвижному моменту времени, отдаленному от текущего на заданный интервал ΔT . Парирование отклонений координат фактической траектории от номинальной будем производить путем отклонений параметров u вектор-функции $\Delta w(t) = \delta w(u, \tau)$, где τ — отсчитываемое от текущего момента t «будущее» время, а j -я координата вектора $\delta w(u, \tau)$ представляет собой отрезок *полинома степеней времени* τ с коэффициентами, являющимися координатами вектора u управляющих параметров:

$$\delta w_j(u, \tau) = \sum_{i=0}^{k_j} u_{i+m_j} \tau^i, \quad m_j = \sum_{i=1}^{j-1} (k_i + 1), \quad m_1 = 0,$$

или в матричной форме $\delta w(u, \tau) = T(\tau) \cdot u$,

$$T(\tau) = \begin{pmatrix} 1 & \tau \dots \tau^{k_1} & 0 \dots 0 \\ \vdots & \vdots & \\ 0 \dots 0 & 1 & \tau \dots \tau^{k_m} \end{pmatrix}.$$



Здесь k_j — наивысшая степень полиномиально-го представления для j -й компоненты вектора δw . Отметим, что размерность полиномиального представления для компонент δw определяется возможностью управления прогнозируемыми значениями *всех* координат $\Delta x(t)$ с помощью изменения компонент вектора u . Поэтому в целях обеспечения необходимых условий для реализации такой возможности в дальнейшем будем предполагать, что размерность вектора u равна размерности вектора x .

Отметим, что в случае, когда низшие производные вектора x не влияют на высшие и не требуется управлять отклонениями низших производных, эти производные могут быть исключены из состава вектора состояния модели (2) объекта управления в отклонениях.

Очевидно, что при терминальном управлении с обратной связью в качестве текущего управления $\Delta w(t)$ следует взять начальное значение сформированной программы будущего управления $\delta w(u, \tau)$:

$$\Delta w(t) = w(t) - w_{\text{ном}}(t) = \delta w(u, \tau)|_{\tau=0}.$$

В этом случае уравнение объекта (2) в отклонениях от номинальной траектории может быть записано как

$$\dot{x} = Ax + B\Delta w = Ax + BT(0) \cdot u. \quad (3)$$

В дальнейшем для объекта (3) вектор u будем называть управлением.

Так же, как и при решении терминальных задач, управление объектом (3) будем формировать на основе прогнозирования будущих значений фазовых координат при заданном будущем управлении. Для вычисления в текущий момент t прогнозируемых на интервал τ будущих значений координат вектора x (т. е. значений x в момент $t + \tau$) будем пользоваться прогнозирующей моделью, содержащей модель объекта и программу $\delta w(u, \tau) = T(\tau) \cdot u(t)$ будущего управления:

$$\begin{aligned} \hat{x}(t, \tau) &= \hat{A} \hat{x}(t, \tau) + \hat{B} T(\tau) \cdot u(t), \\ \tau &\in [0, \Delta T], \quad \hat{x}(t, \tau)|_{\tau=0} = x(t). \end{aligned} \quad (4)$$

В прогнозирующей модели (4) в отличие от объекта (3) управление $u(t)$ считается *постоянным* на интервале прогнозирования $\tau \in [0, \Delta T]$, и дифференцирование производится по «будущему» времени τ (в предположении $t = \text{const}$).

Пусть $z(t, \Delta T) = \hat{x}(t, \Delta T)$ — прогнозируемое значение вектора невязок между фактической и номинальной траекториями движения объекта в момент $t + \Delta T$.

Определим вектор невязок $z(t, \Delta T)$ как функцию $x(t), u(t), t$ и ΔT соотношением:

$$\begin{aligned} z(t, \Delta T) &= z(x(t), u(t), t, \Delta T) = \\ &= x(t) + \int_0^{\Delta T} (\hat{A} \hat{x}(t, \tau) + \hat{B} T(\tau)u(t))d\tau, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\hat{x}(t, \tau)$ — решение уравнения модели объекта при прогнозировании.

В общем (нелинейном и/или нестационарном) случае в бортовых системах управления вектор $z(t, \tau)$ определяется путем численного интегрирования уравнения объекта при заданной программе управления на интервале прогнозирования $(t, t + \tau)$.

В линейном стационарном случае, когда матрицы A и B не зависят от времени, выражение (5) для прогнозируемого промаха, преобразованное с помощью аппарата экспоненциальных функций от матриц [13] для представления фундаментальной матрицы системы (4), принимает вид

$$\begin{aligned} z(t, \Delta T) &= \hat{x}(t, \Delta T) = \exp(\hat{A} \Delta T)x(t) + \\ &+ \left(\int_0^{\Delta T} \exp(\hat{A}(\Delta T - \tau)) \hat{B} T(\tau) d\tau \right) u(t) = \\ &= \exp(\hat{A} \Delta T)x(t) + \frac{\partial z}{\partial u} u, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial u} &= \int_0^{\Delta T} \exp(\hat{A}(\Delta T - \tau)) \hat{B} T(\tau) d\tau \approx \\ &\approx \sum_j \exp(\hat{A}(\Delta T - j\Delta\tau)) \hat{B} T(j\Delta\tau) \Delta\tau. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь приближенное соотношение приведено для облегчения понимания механизма формирования вынужденной составляющей прогнозируемого промаха, аналогичного свободной составляющей $\exp(\hat{A} \Delta T)x(t)$.

Управление $u(t)$ объектом (3) в каждый момент времени t будем выбирать из условия выполнения равенства нулю вектора промаха (6) $z(t, \Delta T) = 0$, прогнозируемого в предположении $A = \hat{A}$, откуда алгоритм управления представляется в виде

$$\begin{aligned} u(x(t)) &= Dx(t) = \\ &= - \left(\int_0^{\Delta T} \exp(\hat{A}(\Delta T - \tau)) \hat{B} T(\tau) d\tau \right)^{-1} \exp(\hat{A} \Delta T)x(t). \end{aligned} \quad (8)$$

В этом случае постоянные матрицы (7) $\frac{\partial z}{\partial u}$ и D могут быть легко вычислены (при условии $\det\left(\frac{\partial z}{\partial u}\right) \neq 0$, например, в среде MATLAB) по извест-

ным матрицам \hat{A} , \hat{B} , $T(\tau)$ и выбранном значении параметра ΔT . Уравнение замкнутой системы в данном случае

$$\dot{x} = \Phi(\Delta T)x = \left(A - BT(0) \times \left(\int_0^{\Delta T} \exp(\hat{A}(\Delta T - \tau)) \hat{B} T(\tau) d\tau \right)^{-1} \exp(\hat{A}\Delta T) \right) x, \quad (9)$$

а для проверки ее устойчивости достаточно вычислить вектор собственных значений $\lambda(\Phi)$ постоянной матрицы Φ и убедиться, что $\text{Re}(\lambda_j(\Phi)) < 0$, $j = 1, \dots, k$.

Условие $\det\left(\frac{\partial z}{\partial u}\right) \neq 0$ для всех $\Delta T > 0$ по существу является условием управляемости объекта (1) по вектору w и поэтому может выполняться лишь для полностью управляемого стационарного объекта (1).

В случае $\hat{A} = A$, $\hat{B} = B$ можно доказать справедливость следующего утверждения, легко проверяемого непосредственно в каждой конкретной ситуации.

Теорема. *В стационарном случае при условиях $\det\left(\frac{\partial z}{\partial u}\right) \neq 0$, $\hat{A} = A$, $\hat{B} = B$ и для ограниченных сверху и снизу значений ΔT : $0 < \Delta T < \Delta T_{\text{огр}}$ квазитерминальный алгоритм управления (8) обеспечивает асимптотическую устойчивость системы управления по управляемым компонентам вектора x (входящих в состав вектора z).*

Доказательство. Сначала рассмотрим простой случай, когда многосвязный объект управления представляет собой совокупность k взаимосвязанных управляемых одномерных объектов управления. В этом случае матрицы B и $T(\tau)$ имеют размер $k \times k$ и матрица $T(\tau) = T(0)$ является единичной, матрица $BT(0)$ в силу управляемости является невырожденной, а матрица Φ с учетом уравнения (9) представляется в виде

$$\begin{aligned} \Phi(\Delta T) &= A - BT(0) \left(\int_0^{\Delta T} \exp(A(\Delta T - \tau)) BT(0) d\tau \right)^{-1} \times \\ &\times \exp(A\Delta T) = A - BT(0) \left(\int_0^{\Delta T} \exp(A(\Delta T - \tau)) d\tau \cdot BT(0) \right)^{-1} \times \\ &\times \exp(A\Delta T) = A - \left(\int_0^{\Delta T} \exp(-A\tau) d\tau \right)^{-1}. \end{aligned}$$

Введем вспомогательную функцию

$$\tilde{\Phi}(\Delta T) = \Phi(\Delta T)\Delta T = A\Delta T - (\exp(-A\Delta T_1(\Delta T)))^{-1},$$

где $0 \leq \Delta T_1(\Delta T) \leq \Delta T$ в силу теоремы о среднем.

Переходя к пределу при $\Delta T \rightarrow 0$, имеем $\tilde{\Phi}(\Delta T) \rightarrow -E$ (где E — единичная матрица), и, следовательно, $\Phi(\Delta T) = \tilde{\Phi}(\Delta T)\Delta T^{-1} \rightarrow -E\Delta T^{-1} \rightarrow -E\infty$, и

$$\lim_{\Delta T \rightarrow 0} \text{Re}(\lambda_j(\Phi(\Delta T))) = -\infty, \quad j = 1, \dots, k. \quad (10)$$

Откуда в силу непрерывности зависимости собственных значений $\lambda_j(\Phi)$ от ΔT (так как $\Phi(\Delta T) \approx -E\Delta T^{-1}$ при малых $\Delta T > 0$) следует существование значения $\Delta T_{\text{огр}} > 0$, такого, что $\text{Re}(\lambda_j(\Phi)) < 0$, $j = 1, \dots, k$, при $\Delta T < \Delta T_{\text{огр}}$ и, следовательно, справедливость теоремы.

Более того, пользуясь основной формулой представления функции от матрицы [13] в виде суммы значений функции на спектре матрицы, умноженных на составляющие матрицы, можно показать [2], что в данном случае собственные значения матрицы замкнутой системы остаются отрицательными независимо от знака собственных значений матрицы A . Таким образом, замкнутая система асимптотически устойчива при любом $\Delta T > 0$ (т. е. можно положить $\Delta T_{\text{огр}} = \infty$).

В общем случае, когда матрица $BT(\tau)$ может быть вырожденной,

$$\Phi(\Delta T) = A - BT(0) \times \left(\int_0^{\Delta T} \exp(A(\Delta T - \tau)) BT(\tau) d\tau \right)^{-1} \exp(A\Delta T), \quad (11)$$

компоненты фундаментальной матрицы системы $\exp(A(\Delta T - \tau))$ при изменении τ в пределах интегрирования могут изменять знак, и теорема о среднем неприменима.

Нетрудно заметить, что если в произвольный момент t' зафиксировать скользящие краевые условия и перейти к обычному терминальному управлению с прицеливанием в фиксированный момент $t_k = t' + \Delta T$, то изменение координат замкнутой системы по-прежнему будет описываться уравнением (9) с тем лишь отличием, что константу ΔT в этом уравнении следует заменить на убывающую до 0 в момент t_k функцию времени $\Delta T(t)$: $\Delta T(t) = \Delta T + t' - t = t_k - t$.

Действительно, в процессе приближения к моменту t_k при формировании программы управления в произвольный момент времени t'' можно снова вернуться к скользящим краевым условиям с меньшим значением $\Delta T' = t_k - t''$. Но на втором участке движения со скользящими краевыми условиями и его левой границе связь между координатами вектора состояния по-прежнему будет определяться уравнением (9). Поскольку в момент t'' при изменении стратегии управления программа управления не изменяется, то это возможно лишь при условии, что и на участке движения с фиксированными краевыми условиями движение нестационарной замкнутой системы также описывается уравнением (9) с переменным значением ΔT . Таким образом, при терминальном управлении с прицеливанием в фиксированный момент t_k в идеализированных условиях наличия полной информации об объекте управления и точного, «мгновенного» исполнения управляющих команд в замкнутой системе каждый раз реализуется изменение матриц $\Phi(\Delta T)$ (11) в соответствии с предельным переходом при $\Delta T = t_k - t \rightarrow 0$.



Но в силу условий теоремы $\det\left(\frac{\partial z}{\partial u}\right) \neq 0$ (управляемость),

$\hat{A} = A$, $\hat{B} = B$ (полная информация) при управлении с прицеливанием в фиксированный момент t_k для любых начальных (в момент t') условий в системе (9) в каждый момент t будет формироваться программа управления $\Delta w(t)$, порождающая траекторию движения $x(t)$, обеспечивающую точное выполнение краевых условий в момент t_k , т. е. $x(t_k)$ для *всех* координат вектора состояния. Причем в каждый момент времени t эта траектория будет «подтверждаться» в неизменном виде матрицей $\Phi(\Delta T = t_k - t)$ через механизм обратной связи. А это означает, что при $t < t_k$ матрица $\Phi(\Delta T)$ (11) не может быть вырожденной и вещественные составляющие всех собственных значений этой матрицы должны быть отрицательны $\text{Re}(\lambda_j(\Phi(\Delta T))) < 0, j = 1, \dots, k$, по крайней мере, при малых ΔT (так как в противном случае равенство всех координат нулю в момент t_k при любых начальных условиях в момент t' было бы невозможно). Более того, поскольку в силу невырожденности матрица $\Phi(\Delta T)$ может быть приведена преобразованием подобия к диагональному (жордановому) виду $\Lambda(\Delta T)$, то условие (10) должно выполняться и в общем случае, для того чтобы произвольные отклонения начальных условий всех компонент вектора состояния \tilde{x} в преобразованной системе координат могли обнулиться за сколь угодно малый интервал времени между моментами t' и t_k : $\dot{\tilde{x}} = \Lambda(\Delta T)\tilde{x}$, где $\Delta T = t' - t_k$. ♦

Вопрос об исследовании устойчивости замкнутой системы в случае $\hat{A} \neq A$, $\hat{B} \neq B$ выходит за рамки данной статьи и пока остается открытым. Однако это не исключает возможность практического применения квазитерминальных алгоритмов и в этих условиях в силу простоты их синтеза с последующей модельной проверкой устойчивости синтезированной системы для различных вариантов неравенств. Проверка факта устойчивости системы в каждом конкретном случае может производиться путем вычисления постоянной матрицы Φ по приведенным выше соотношениям (9) и нахождения ее собственных значений.

В обозначениях исходной постановки задачи (1) для общего стационарного случая квазитерминальный алгоритм управления многосвязной системой представляется в виде

$$w(x(t), t) = w_{\text{ном}}(t) - T(0) \left(\int_0^{\Delta T} \exp(\hat{A}(\Delta T - \tau)) \times \right. \\ \left. \times \hat{B} T(\tau) d\tau \right)^{-1} \exp(\hat{A} \Delta T) (x(t) - x_{\text{ном}}(t)).$$

Отметим положительные свойства рассматриваемых квазитерминальных алгоритмов.

Скорость сходимости процесса управления в системах с такими алгоритмами определяется ве-

личиной ΔT , что позволяет путем уменьшения ΔT в *модельных условиях* получить сколь угодно быстро сходящиеся устойчивые переходные процессы при управлении как устойчивыми, так и неустойчивыми объектами (см. далее примеры).

Кроме того, как это следует из доказательства теоремы, квазитерминальные алгоритмы управления при малых ΔT представляет собой удобные для исследования конструктивные примеры регуляторов, реализующих в замкнутой системе свойство приближенной инвариантности [12] благодаря сохранению устойчивости и увода в минус бесконечность корней ее характеристического уравнения при сколь угодно больших коэффициентах усиления в отрицательных обратных связях. Близкие конструкции приближенно инвариантных систем без измерения внешнего воздействия для объектов малого порядка предлагал М.В. Мееров.

Дополнительно отметим, что процедура синтеза квазитерминального алгоритма по сравнению с MPC-подходом (и другими оптимизационными подходами) обладает тем преимуществом, что позволяет заранее назначить скорость сходимости переходных процессов в системе путем выбора подходящего ΔT . Тогда как при MPC-подходе для изменения длительности переходных процессов требуется совместно варьировать (изменять в противоположные стороны) веса квадратичных форм интегральных отклонений от заданной программы и отклонений управления на скользящем интервале с заранее неизвестным результатом. В отличие от MPC-подхода синтез матрицы D линейного алгоритма управления (8) сводится к вычислению определенного интеграла от матричного выражения с последующим обращением матрицы. Указанные матричные вычисления удобно производить в приспособленной для решения таких задач среде MATLAB.

3. ПРИМЕРЫ

Пример 1. Случай, когда матрицы A и $BT(\tau)$ являются вырожденными, апробирован на примере управления движением материальной точки, описываемым скалярным дифференциальным уравнением второй степени $\ddot{s} = w$.

В векторно-матричной форме уравнение объекта управления в отклонениях от номинального программного движения в данном случае представляется в виде $\dot{x} = Ax + BT(0)u$, где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad T(\tau) = \|\tau\|, \\ x = \begin{pmatrix} \dot{s} \\ s \end{pmatrix}, \quad u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}.$$

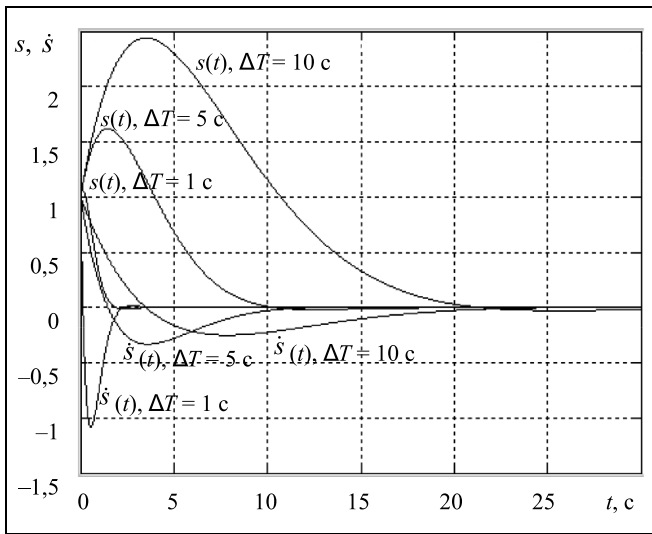


Рис. 1. Изменение координат вектора $x(t)$ в примере управления движением материальной точки при $\Delta T = 10$ с, $\Delta T = 5$ с и $\Delta T = 1$ с

Исследовались варианты квазитерминальных алгоритмов при различных ΔT и начальных условиях $x_0^T = (1, 1)$.

Уравнение замкнутой системы имеет вид (9):

$$\dot{x} = (A - BT(0)) \left(\int_0^{\Delta T} \exp(A\Delta T - \tau) BT(\tau) d\tau \right)^{-1} \exp(A\Delta T) x.$$

На рис. 1 представлено изменение компонент вектора $x(t)$, являющегося решением этого уравнения, при $\Delta T = 10$ с, $\Delta T = 5$ с и $\Delta T = 1$ с. Выше оси абсцисс расположены графики изменения координаты s , а под ними изображены графики изменения скорости \dot{s} .

Путем прямых вычислений в среде MATLAB матрицы Φ замкнутой системы и ее собственных значений для различных ΔT легко убедиться, что в данном случае

$$\frac{\partial z}{\partial u}(\Delta T) = \begin{pmatrix} \Delta T & \Delta T^2/2 \\ \Delta T^2/2 & \Delta T^3/6 \end{pmatrix}, \quad \Phi(\Delta T) = \begin{pmatrix} -4/\Delta T & -6/\Delta T^2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{и } \lambda_{1,2}(\Delta T) = (-2 \pm \sqrt{2}i)/\Delta T.$$

Таким образом, и в этом случае $\lim_{\Delta T \rightarrow 0} \text{Re}(\lambda_j(\Phi(\Delta T))) = -\infty$, и замкнутая система устойчива при любом $\Delta T > 0$ (т. е. можно положить $\Delta T_{\text{огр}} = \infty$, что, по-видимому, справедливо и в общем случае).

Пример 2. Случай неустойчивого многосвязного объекта управления с вырожденными матрицами A и $BT(\tau)$ исследован на примере управления движением объекта управления, описываемого системой дифференциальных уравнений второй степени:

$$\ddot{s} - 0,1\dot{s} - 0,1s - 0,1\dot{y} - 0,1y = w_1,$$

$$\ddot{y} - 0,1\dot{s} - 0,1s - 0,1\dot{y} - 0,1y = w_2.$$

В векторно-матричной форме уравнение объекта управления в отклонениях от номинального програм-

мною движения в данном случае представляется в виде $\dot{x} = Ax + BT(0)u$, где

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad T(\tau) = \begin{pmatrix} 1 & \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \tau \end{pmatrix},$$

$$x = \begin{pmatrix} \dot{s} \\ s \\ \dot{y} \\ y \end{pmatrix}, \quad u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix}.$$

Исследовался квазитерминальный алгоритм управления при $\Delta T = 1$ с и начальных условиях $x_0^T = (1, 1, 2, 2)$.

Уравнение замкнутой системы имеет вид (9), где вычисленные в системе MATLAB численные значения компонент

$$\Phi = \begin{pmatrix} -3,9643 & -5,9123 & 0,0357 & 0,0877 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0357 & 0,0877 & -3,9643 & -5,9123 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda(\Phi) = \begin{pmatrix} -2 + 1,4142i \\ -2 - 1,4142i \\ -1,9643 + 1,4022i \\ -1,9643 - 1,4022i \end{pmatrix}.$$

На рис. 2 представлено изменение компонент вектора $x(t)$, являющегося решением этого уравнения. Графики изменения скоростей \dot{s} , \dot{y} расположены под графиками изменения соответствующих координат.

Из приведенных примеров видно, что переходные процессы в системе при квазитерминальном управлении практически сходятся за время, равное $3\Delta T$.

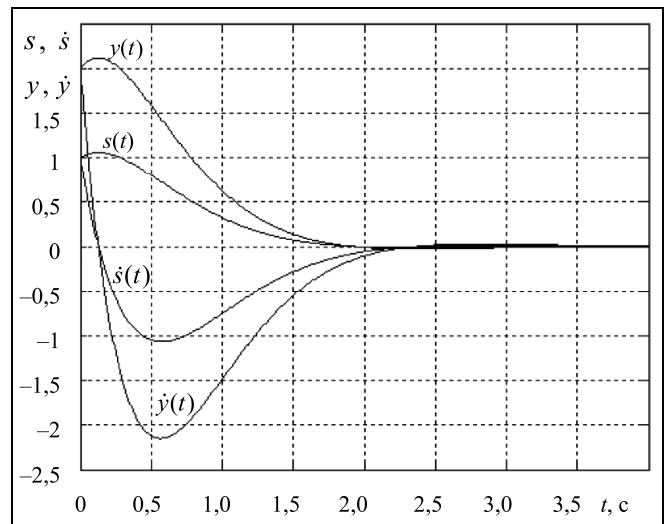


Рис. 2. Изменение координат вектора $x(t)$ в примере управления движением неустойчивого многосвязного объекта при $\Delta T = 1$ с



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Современные бортовые системы управления ракет-носителей представляют собой интегрированные, многосвязные комплексы терминального управления движением центра масс носителя и расходом топлива, систем стабилизации относительно центра масс, управления подачей газа наддува в баки и режимами работы двигательной установки. Управления в отдельных подсистемах могут создавать возмущающие воздействия на смежные системы и вызывать в них неустойчивые процессы регулирования. Решение рассмотренной задачи квазитерминального управления позволяет обеспечить асимптотически устойчивое движение по всем координатам, минимизировать потери на управление и, в итоге, повысить энергетические характеристики ракеты-носителя. Эта задача, даже в упрощенном идеализированном варианте, оказывается достаточно сложной, а ее решение позволяет ответить на принципиальные вопросы, возникающие при разработке бортовых систем управления и других технических систем с заранее известной программой требуемого изменения координат вектора состояния.

Для стабилизации нелинейных объектов управления относительно заданной программы изменения координат состояния перспективно явное прицеливание в скользящие краевые условия. Оно позволит распространить хорошо разработанные вычислительные методы решения задач гибкого выведения ракет-носителей на задачи управления, решаемые в рамках оптимизационного подхода с применением прогнозирующих моделей — Model Predictive Control. Для линейных стационарных объектов в этих задачах предлагается при- менять квазитерминальные алгоритмы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сихарулдзе Ю.Г. Баллистика и наведение летательных аппаратов. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. — 407 с. [Sikharulidze, Yu.G. Ballistika i navedenie letatel'nykh apparatov. — М.: BINOM. Laboratoriya znaniy, 2011. — 407 s. (In Russian)]
2. Завадский В.К., Иванов В.П., Каблова Е.Б., Кленовая Л.Г. Алгоритмы терминального управления с прогнозированием невязок подвижных краевых условий // Проблемы управления. — 2017. — № 3. — С. 57–63. [Zawadzki, V.K., Ivanov, V.P., Kablova, E.B., Klenovaya, L.G. Terminal control algorithms with predictions of the moving boundary conditions residuals // Control Sciences. — 2017. — No. 3. — P. 1226–1233. (In Russian)]
3. Завадский В.К. Условно-оптимальное управление в терминальных системах с прогнозированием // Автоматика и телемеханика. — 1991. — № 9. — С. 63–72. [Zavadskii, V.K. Conditionally optimal control in terminal systems with prediction // Automation and remote control. — 1991. — No. 9. — P. 63–72. (In Russian)]

4. Батенко А.П. Управление конечным состоянием движущихся объектов. — М.: Советское радио, 1977. — 256 с. [Batenko, A.P. Upravlenie konechnym sostoyaniem dvizhushchikhsya ob'ektov. — М.: Sovetskoe radio, 1977. — 256 s. (In Russian)]
5. Гулько Ф.Б., Новосельцева Ж.А. Применение методов прогнозирования в задачах синтеза систем автоматического управления // VIII Всесоюзн. совещание по проблемам управления. Таллин, октябрь 1980 г. Тез. докл., кн. 1. — С. 32–34. [Gul'ko, F.B., Novosel'tseva, Zh.A. Primenenie metodov prognozirovaniya v zadachakh sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya // VIII Vsesoyuzn. soveshchanie po problemam upravleniya. Tallin, oktyabr' 1980 g. Tez. dokl., kn. 1. — S. 32–34. (In Russian)]
6. Kamyar, R. Taheri, E. Aircraft Optimal Terrain / Threat-Based Trajectory Planning and Control // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. — 2014. — Vol. 37, No. 2. — P. 466–483.
7. Красовский А.А., Буков В.Н., Шендрик В.С. Универсальные алгоритмы оптимального управления непрерывными процессами. — М.: Наука, 1977. — 272 с. [Krasovskii, A.A., Bukov, V.N., Shendrik, V.S. Universal'nye algoritmy optimal'nogo upravleniya nepreryvnymi protsessami. — М.: Nauka, 1977. — 272 s. (In Russian)]
8. Klaučo, M., Kaliz, M., Kvasnica, M. Real-time implementation of an explicit MPC-based reference governor for control of a magnetic levitation system // Control Engineering Practice. — 2017. — Vol. 60, No. 3. — P. 99–105.
9. Буков В.Н. Адаптивные прогнозирующие системы управления полетом. — М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит. — 1987. — 232 с. [Bukov, V.N. Adaptivnye prognoziruushchie sistemy upravleniya poletom. — М.: Nauka, 1987. — 232 s. (In Russian)]
10. Langson, W., Chrysochoos, I., Rakovic, S.V., Mayne, D.Q. Robust model predictive control using tubes // Automatica. — 2004. — Vol. 40, No. 1. — P. 125–133.
11. Веремей Е.И., Еремеев В.В., Сотникова М.В. Введение в задачи управления на основе предсказаний // Model Predictive Control Toolbox. [Veremei, E.I., Ereemeev, V.V., Sotnikova, M.V. Vvedenie v zadachi upravleniya na osnove predskazanii. (In Russian)] — URL: <http://www.matlab.exponenta.ru> modelpredict /book1/.
12. Проскурников А.В., Якубович В.А. Синтез регуляторов, обеспечивающих инвариантность системы управления // Тр. науч. семинара «70 лет теории инвариантности». Москва, 2 июня 2008 г. — М.: Изд-во ЛКИ, 2008. — С. 102–120. [Proskurnikov, A.V., Yakubovich, V.A. Sintez regulyatorov, obespechivayushchikh invariantnost' sistemy upravleniya // Tr. nauchnogo seminara «70 let teorii invariantnosti». Moskva, 2 iyunya 2008 g. — М.: Izd-vo LKI, 2008. — S. 102–120. (In Russian)]
13. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Изд. третье. — М.: Машиностроение, 1967. — 575 с. [Gantmakher, F.R. Teoriya matrits / Izd. tret'e. — М.: Mashinostroenie, 1967. — 575 s. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым.

Поступила в редакцию 28.12.2017, после доработки 5.04.2019.
Принята к публикации 28.05.2019.

Завадский Владимир Константинович — канд. техн. наук,

Иванов Владимир Петрович — д-р техн. наук,

Каблова Елена Борисовна — инженер,

Кленовая Людмила Григорьевна — инженер,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва, ✉ vladguc@ipu.ru.

QUASI-TERMINAL CONTROLLERS SYNTHESIS

V.K. Zavadsky[#], V.P. Ivanov, E.B. Kablova, L.G. Clenovaya

V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

[#]✉ vladguc@ipu.ru

Abstract. In the class of linear algorithms of linear stationary multi-connected objects control the subclass is distinguished of quasi-terminal algorithms with implicit aiming at the boundary conditions moving along the program of the required change of the state vector coordinates and being at a fixed interval from the current time. Aiming is realized by calculating the programs of changing the future control vector components in the form of power series segments that depend on the future time and provide a solution of the two-point boundary value problem. In idealized model conditions of the complete controllability and the availability of an accurate information about the control object state and equations, as well as of the instantaneous and accurate implementation of the calculated commands, the quasi-terminal algorithm provides the asymptotic stability of a closed multi-connected system and as high pre-set rate of transients convergence as needed, regardless of whether the control object model is stable. The relatively simple and easy to implement in MATLAB non-optimization method of algorithm synthesis is suggested based on the use of the matrix representation of the control object model in the state space and of the apparatus of exponential functions of matrices. Quasi-terminal algorithms can be used in multi-connected stabilization systems and, in particular, in stabilization systems of mobile terminal objects with respect to trajectories calculated by the terminal control system.

Keywords: terminal control, predictive model, asymptotic stability.



Содержание сборника «Управление большими системами»

Вып. 78, 2019

- ✓ Белов М.В., Новиков Д.А. Модели управления технологией комплексной деятельности
- ✓ Глуценко А.И. Об эффективности настройки отдельных параметров ПИ-регулятора с помощью нейросетевого настройщика для компенсации возмущений при управлении нагревательными объектами
- ✓ Губий Е.В., Зоркальцев В.И. Модели и методы анализа надежности энергоснабжения отдаленных населенных пунктов
- ✓ Зорин А.В., Кочеганов В.М. Статистический анализ и оптимизация тандема систем массового обслуживания в классе циклических алгоритмов с продлением
- ✓ Иванов Д.Я. Распределение ролей в коалициях роботов при ограниченных коммуникациях на основе роевого
- ✓ Киселев В.Г. Система моделей для оценки программ страхования дохода в растениеводстве
- ✓ Колоколов А.С., Любинский И.А., Яхно В.П. Способ построения частотного анализатора квазистационарных сигналов
- ✓ Крыгин А.А. Расчетно-статистические методы управления обслуживанием протяженных инженерных сетей
- ✓ Максимов Д.Ю. Формирование оптимального маршрута больших групп интеллектуальных агентов
- ✓ Мячин А.Л. Определение центроидов для повышения точности порядково-инвариантной паттерн-кластеризации

Вып. 79, 2019

- ✓ 80 лет Институту проблем управления имени В.А. Трапезникова РАН. Новые книги к 80-летию ИПУ РАН
- ✓ Агасандян Г.А. Об особенностях семейств функций рискованных предпочтений для CC-VAR

- ✓ Агиева М.Т., Бабичева Ю.В., Окулист Н.М., Угольницкий Г.А. Задачи анализа и прогноза при управлении целевой аудиторией в маркетинге
- ✓ Акинфиев В.К. Два подхода к решению динамической задачи расширения мощности производства на рынке олигополии
- ✓ Галаев А.А., Маслов Е.П., Яхно В.П., Абрамянц Т.Г. Уклонение подвижного объекта от обнаружения в конфликтной среде
- ✓ Мельников С.И. Архитектура распределенной базы данных системы управления процессом непрерывного корпоративного обучения в ООО «Газпром трансгаз Нижний Новгород»
- ✓ Шумов В.В. Иерархия моделей боевых действий и пограничных конфликтов

Вып. 80, 2019

- ✓ Агасандян Г.А. Вычислительные алгоритмы в проблеме корректности семейств функций рискованных предпочтений для CC-VAR
- ✓ Брокарев И.А. Искусственные нейронные сети для решения задачи анализа компонентного состава газовых смесей
- ✓ Губий Е.В., Зоркальцев В.И., Пержабинский С.М. Чебышевские и евклидовы проекции точки на линейное многообразие
- ✓ Иванов Н.Н. Управление ограниченными ресурсами в обобщенных стохастических сетевых графиках
- ✓ Кузнецов Е.Н. Анализ структуры сетевых взаимодействий: контекстно-зависимые меры центральности
- ✓ Огородников К.О. Анализ точности нахождения координат местоположения в корреляционно-экстремальных навигационных системах по рельефу местности
- ✓ Соболев В.Н. Одна система массового обслуживания и числа Фибоначчи
- ✓ Шевляков А.А. Задача о взбирании робота-куба на стену

ПРИНЦИП ДОПУСТИМЫХ ИНТЕРВАЛОВ И ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ В УПРАВЛЕНИИ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Н.П. Горидько, Р.М. Нижегородцев

Аннотация. Обоснована плодотворность применения принципа допустимых интервалов для исследования динамики макроэкономических систем. На основе работ предшественников авторы проследили когнитивный тренд, в рамках которого постановка и решение традиционных экстремальных задач, связанных с оптимизацией значений ключевых макропараметров, становятся недостаточными, — это лишь первый шаг к выявлению интервала допустимых, приемлемых значений этих параметров. Применение принципа допустимых интервалов проиллюстрировано на примере такого ключевого индикатора, как годовой темп инфляции для экономики России за период 2001—2018 гг. На основе регрессионного анализа динамических рядов построены среднесрочные тренды, выражающие функциональную связь между годовым темпом инфляции и некоторыми макроэкономическими параметрами. В результате сопоставления полученных экстремальных точек сделан вывод, что допустимые значения годовых темпов инфляции, к поддержанию которых следует стремиться, лежат в интервале между 7,38 и 16,10 %. Методом скользящих интервалов найдены среднесрочные зависимости между темпом инфляции и годовыми приращениями объема ВВП, экстремальные точки найденных среднесрочных трендов объединены в один динамический ряд и обнаружена долгосрочная огибающая этих трендов. В заключении обсуждена связь принципа допустимых интервалов с задачами обеспечения устойчивости и безопасности экономических систем, показаны преимущества данного принципа по сравнению с традиционными оптимизационными постановками рассматриваемых задач и в общих чертах очерчены направления дальнейших исследований в данной области.

Ключевые слова: принцип допустимых интервалов, экономическая динамика, регрессионный анализ, макроэкономическое регулирование, темп инфляции, экономический рост, экстремальные задачи.

ВВЕДЕНИЕ: АЛЬТЕРНАТИВЫ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА — РЕАЛЬНЫЕ И МНИМЫЕ

Современная экономическая наука основана на возможности экономического выбора в условиях ограниченных ресурсов, поэтому в центре ее внимания при обсуждении каких бы то ни было вопросов остается подход, связанный с наличием альтернатив. Это касается как проблем принятия решений частным агентом, так и экономической политики государства. Характер и логика имеющихся альтернатив всецело зависит от предпосылок, открыто формулируемых или неявно принятых исследователем-экономистом.

В качестве одной из популярных альтернатив на макроэкономическом уровне отметим альтернативу между экономическим ростом и охраной окружающей среды [1—3]. Привычная точка зрения заключается в том, что, стимулируя экономический рост, макросистема тем самым создает более значительный объем отходов производства, загрязняющих среду обитания, и тем самым наносит более ощутимый вред окружающей среде.

Смысл описанной альтернативы показан на рис. 1. Теория признает, что обществу доступны альтернативы движения из текущего положения A вдоль кривой, обозначенной st : либо вкладываем ресурсы в охрану окружающей среды и тем самым тормозим экономический рост (стрелка I), либо

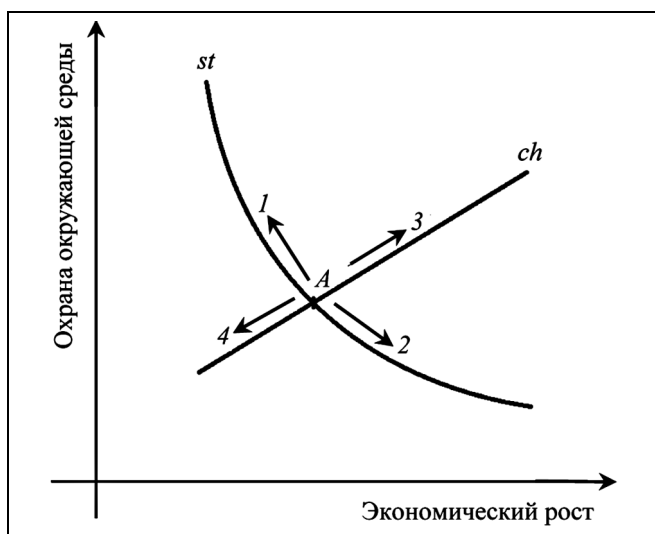


Рис. 1. Альтернатива между экономическим ростом и охраной окружающей среды

обеспечиваем экономический рост, но при этом разрушаем окружающую среду (стрелка 2). При этом возникают проблемы, связанные с ограничениями: до каких пределов можно пренебрегать состоянием окружающей среды, обеспечивая экономический рост, и обратно: в какой степени можно позволить себе пожертвовать экономическим ростом ради сохранения и очистки среды обитания. Смысл возникающей альтернативы обуславливает постановку задачи допустимых пределов (диапазонов) изменения соответствующих параметров.

В основе указанной альтернативы между экономическим ростом и охраной окружающей среды лежит предположение о неизменности технологий, обеспечивающих этот рост и эту охрану. В каком-то смысле это предположение (не всегда явно формулируемое) разумно: альтернатива между ростом и сохранностью среды носит краткосрочный характер, т. е. задачу приемлемого, допустимого распределения имеющихся ресурсов между достижением альтернативных целей нужно решать, условно говоря, каждый день, тогда как технологии в коротком горизонте меняются медленно.

Тем не менее, в условиях перманентных технологических сдвигов, в которых сегодня пребывает мировое хозяйство, когда каждый день разрабатываются и внедряются в производство новые технические решения, правомерность предположения о неизменности уровня технологий, как минимум, неочевидна.

В тот период, когда макросистема испытывает технологические сдвиги, смысл указанной альтернативы между экономическим ростом и поддержкой приемлемого состояния окружающей среды выглядит иначе. Предположение о возможности

технологической динамики требует рассмотрения еще одной альтернативы, обозначенной на рис. 1 линией *ch*. Двигаясь вдоль этой линии в направлении стрелки 3, общество обеспечивает прогрессивное изменение технологий, позволяющее обеспечить необходимые темпы экономического роста и в то же время приемлемый уровень защиты и сохранности окружающей среды. Двигаясь в направлении стрелки 4, соответствующей технологическому регрессу, макросистема не справляется с достижением ни одной из этих целей, и в условиях технологической деградации снижение темпов экономического роста пагубно сказывается и на состоянии окружающей среды.

Таким образом, в жизни (по крайней мере, в жизни *современных* макросистем, активно внедряющих информационные технологии) альтернатива между достижением целей экономического роста и достижением целей охраны окружающей среды выглядит не совсем так, как об этом повествует большинство учебников экономикс. Ключевой становится альтернатива не между обеспечением роста и необходимостью поддержания приемлемого состояния среды, а между технологическими изменениями (*change*) и неизменностью уровня технологий (*stability*).

В зависимости от того, относится ли управление технологическими сдвигами к задачам короткого или длинного горизонта, получаем совершенно разное понимание проблемы допустимых значений темпов экономического роста.

Вполне аналогичной представляется альтернатива между экономическим ростом и экономией ресурсов, благодаря использованию которых этот рост достигается (рис. 2).

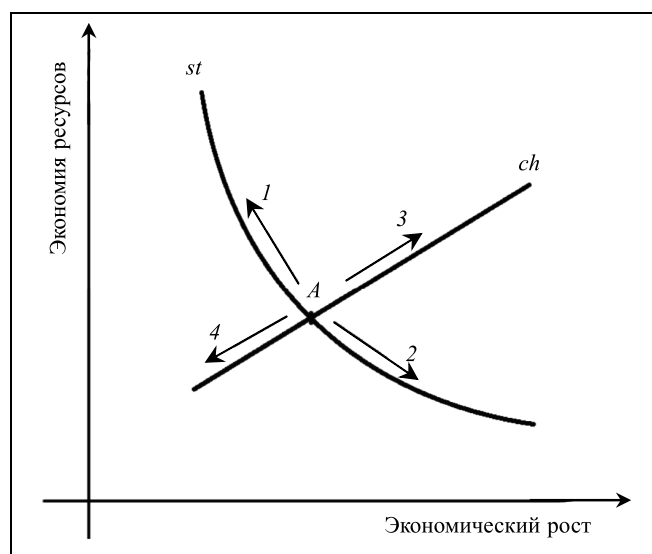


Рис. 2. Альтернатива между экономическим ростом и экономией ресурсов

Традиционно считается, что рост обеспечивается путем исчерпания ресурсов, и эта позиция предполагает альтернативу движения вдоль кривой *st*: либо стимулируем рост (стрелка 2), либо бережем ресурсы (стрелка 1). Здесь возникает проблема допустимых значений: до каких пор можно истощать ресурсы, обеспечивая рост, и до каких пор разумно жертвовать темпами роста, сберегая ресурсы.

Выход за пределы технологической стабильности (линия *ch*) предполагает, что рост может быть и ресурсосберегающим (стрелка 3), а может возникнуть ситуация, когда экономический спад сопровождается разрушением ресурсов (стрелка 4).

И в этом случае приходится констатировать тот факт, что, хотя противоречия между человеком и природой обострены до крайности, тем не менее, технологический прогресс — единственный разумный инструмент разрешения этих противоречий. Наивно полагать, что эти противоречия когда-либо смогут получить исчерпывающее, окончательное разрешение: на каждом уровне развития технологий это противоречие выглядит немного по-своему, но оно никогда не устраняется. Технологические сдвиги *снимают* это противоречие в том смысле, что внедрение новых технологий позволяет преодолеть ограниченность ресурсов определенного вида, замещая их технологической информацией. Но на каждом уровне развития технологий для каждой макросистемы существует предельный, наиболее дефицитный ресурс, объем которого предопределяет уровень потенциального ВВП, а исчерпание которого (пусть в коротком горизонте) становится барьером для экономического роста.

Общая сложность, характерная для решения подобных задач, заключается в том, что альтернативы, рассматриваемые в экономической науке, имеют смысл лишь в предположении наличия определенных неизменных зависимостей (например, факта ограниченности ресурсов). Изменение же этих зависимостей (например, преодоление ограниченности ресурсов) приводит к формированию совершенно иной логики исследования и принятия решений в той же самой области.

В качестве одного из примеров такого рода можно привести так называемый закон Оукена, выражающий обратную связь между экономическим подъемом и уровнем безработицы. Предполагается, что расширяющееся производство втягивает, вовлекает дополнительные ресурсы, в том числе живой труд, и статистический анализ динамики на среднесрочных горизонтах в большинстве случаев это подтверждает [4—6]. Однако это предположение верно лишь при неизменности уровня применяемых технологий. В периоды технологических сдвигов рост производства чаще всего сопровождается ресурсосбережением, в частности,

выталкиванием рабочей силы из производственных процессов и, соответственно, ростом уровня безработицы.

Технологические сдвиги нередко нарушают ход вещей, казавшийся привычным и естественным в смысле стандартных представлений, заложенных в учебники экономикс. Причина этого факта заключается в том, что закономерности, описываемые в этих учебниках, чаще всего неявно основаны на предположении, будто технологическая основа производственных процессов в течение временного периода, на котором рассматривается экономическая система, остается неизменной во времени и однородной в пространстве, т. е. воспроизводственные процессы в разных частях изучаемой экономической системы обеспечиваются технологиями одного и того же поколения (технологического уклада). И это предположение, разумеется, трудно признать разумным в эпоху перманентных технологических сдвигов и в условиях очевидной технологической многоукладности, когда технологии совершенно разных поколений часто сосуществуют даже в рамках одного и того же предприятия.

1. «ПРИНЦИП БУБЛИКА» И ДОПУСТИМЫЕ ИНТЕРВАЛЫ ЗНАЧЕНИЙ: НЕМНОГО ТЕОРИИ

Предположение об альтернативности экономического роста по отношению к обеспечению сохранности окружающей среды порождает вопрос о допустимых пределах, в которых необходимо удерживать темпы экономического роста. Слишком высокие темпы приведут к быстрому истощению ресурсной базы производства и интенсивному загрязнению среды. Слишком низкие темпы роста обернутся нарастанием безработицы, бедности и отсталости, снижением качества жизни, неудовлетворенными потребностями.

Теоретическое осмысление данной проблемы содержится в пионерной работе Кейт Рэйворт [7], где данная закономерность называется «принципом бублика» (*doughnut principle*, в дословном переводе — «принцип пончика»). Ключевой вопрос, по ее мнению, заключается в том, сумеет ли человечество удержать приемлемые, допустимые темпы экономического роста — не слишком высокие и не слишком низкие, которые позволяют обеспечивать повышение уровня жизни и в то же время уделять внимание качеству окружающей среды. Идея Кейт Рэйворт о необходимости удерживать в определенных рамках темпы экономического роста в простой и понятной форме представлена на рис. 3.

Первое упоминание «принципа бублика», по-видимому, относится к 1996 г., когда в Лондоне вышла в свет большая коллективная монография «Пе-



Рис. 3. «Принцип бублика» (doughnut principle) Кейт Рэйворт [8]

реосмысление будущего». Чарльз Хэнди, написавший в ней первую главу, чуть меньше двух страниц посвятил описанию этого принципа [9, с. 19, 20] и отнес его применение к случаям, когда управляемая экономическая система вынуждена удерживаться в рамках определенных ограничений, противоположных друг другу по смыслу. Например, для достижения одних целей фирма должна быть достаточно большой, а для достижения других — достаточно малой. Управленческие полномочия, с одной стороны, нужно делегировать, с другой — концентрировать в одних руках. Подобных примеров можно привести довольно много, и не только в экономике.

По существу, любая динамическая система должна удовлетворять одновременно противо-

ложным ограничениям, удерживаясь в некотором диапазоне допустимых состояний. Выход за пределы этого диапазона чреват негативными последствиями для динамики этой системы.

У данной идеи нашлось довольно много последователей [10, 11], обсуждающих, в частности, вопрос о том, каким образом можно было бы выявить границы очертаний этого «бублика», хотя бы приблизительно.

Александр Лемилль справедливо подчеркивает [11] связь «принципа бублика» с идеями экономики замкнутого цикла (*circular economy*), реализация которых начиналась еще в плановой экономике [12, 13], в рамках создания так называемых безотходных производств, и активно осуществля-

ется сегодня по всему миру, в том числе в России [14—19].

Мы утверждаем, что проблема «бублика» свойственна не только показателю темпа экономического роста. Аналогичные оценки можно провести по многим индикаторам, выражающим динамику развития современных макросистем.

Например, размер отношения госрасходов к ВВП того же года может максимизировать объем этого ВВП или темп его роста (эту зависимость выражает кривая Арми — Рана), а может максимизировать уровень личных располагаемых доходов населения. И эти два аргмаксимума, разумеется, различаются между собой. Поэтому для каждой макросистемы можно утверждать, что отношение объема госрасходов к объему ВВП следует удерживать вблизи этих «оптимальных» значений.

Аналогичным образом, для успешного развития макросистемы норма накопления не должна быть ни слишком высокой (поскольку в этом случае не остается ресурсов для решения краткосрочных, текущих задач), ни слишком низкой, поскольку в этом случае не удастся удержать приемлемые темпы роста. Рассуждения такого рода применимы и к другим индикаторам макроэкономического «здоровья».

На рис. 4 приведены четыре направления, четыре оси, четыре важных макроэкономических параметра, которые необходимо удерживать в определенном диапазоне значений, не допуская существенного выхода за соответствующие пределы. Разумеется, эти пределы для разных макросистем, вообще говоря, не совпадают.

Таких осей и параметров может быть и намного больше. Возникает «бублик», в котором ближе к центру расположены недопустимо низкие значения указанных параметров, а вне его пределов лежат неприемлемо высокие значения этих же параметров, отложенных по различным осям.

Задача, таким образом, заключается в том, чтобы «удержаться» внутри этого бублика, поддерживая значения всех ключевых макропараметров в требуемых интервалах.

Аналогичные задачи возникают и в социальной политике любой макросистемы. Например, уровень социального расслоения по доходам — тоже задача на поиск интервала допустимых значений. Слишком большое расслоение вредит росту производства, поскольку дестимулирует труд. Слишком малое расслоение свидетельствует о скудости прибавочного продукта и характеризует депрессивные макросистемы. Чем измерять этот уровень расслоения — отдельная тема для обсуждения. В качестве такого параметра может быть принято, например, отношение децильных коэффициентов, т. е. отношение располагаемых доходов населения верхнего дециля к нижнему.



Рис. 4. «Принцип бублика» для экономических параметров макросистемы



Рис. 5. «Принцип бублика» для социальных параметров макросистемы

Отношение размера средней пенсии к размеру средней зарплаты — один из критических показателей, который отражает логику функционирования системы социальной защиты. Международная конфедерация труда в «Конвенции 1952 года о минимальных нормах социального обеспечения» выразила мнение, что это соотношение не должно быть менее 40 % [20], и именно эта «пороговая» цифра часто повторяется в исследованиях на данную тему, безотносительно к специфике экономической динамики тех или иных стран и регионов. Но это соотношение можно довести и до 80 %. В этом случае социальные вспомоществования будут сопоставимы с трудовым доходом, что дестимулирует занятость и будет провоцировать расширение слоя людей, вполне способных работать, но предпочитающих жить на пособие.

На рис. 5 приведен бублик для четырех социальных параметров макросистемы, каждый из ко-

торых имеет определенный диапазон допустимых значений. Разумеется, таких социальных параметров, для которых разумно искать диапазон приемлемых значений, может быть намного больше.

2. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ДОПУСТИМЫХ ИНТЕРВАЛОВ: ПРИМЕР ТЕМПА ИНФЛЯЦИИ

Рассмотрим в качестве примера методы оценки допустимых интервалов для такого важнейшего показателя макроэкономики, как уровень инфляции.

Темп инфляции выступает одним из важнейших параметров, значение которого нужно удерживать в определенных границах. Оптимальный уровень инфляции, обеспечивающий максимально возможный темп экономического роста (такой темп инфляции называется NSEGRI — Non-Slowing Economic Growth Rate of Inflation [21, 22]), и оптимальный темп инфляции, минимизирующий экономическое расслоение регионов страны [23], — это совершенно разные значения. Обсуждение многофакторных моделей инфляции также создает основания для постановки целого ряда экстремальных задач [24].

Низкие темпы инфляции, хотя и создают стабильность макроэкономических условий, приводят к заметному дефляционному давлению на эко-

номику депрессивных регионов, где блага недооценены, и инвестиции оттуда уходят быстрыми темпами. Высокие темпы инфляции провоцируют переток капитала в отрасли с быстрым оборотом, и доля финансовой ренты в ВВП резко возрастает, благодаря чему выигрывают более богатые регионы, где финансовая и торговая инфраструктура уже создана в полной мере. И в том, и в другом случае усиливается неравномерность регионального развития, углубляется пропасть между богатыми регионами, пребывающими в рецессионном разрыве, и бедными, испытывающими инфляционный разрыв.

Пользуясь инструментами регрессионного анализа, оценим допустимые параметры инфляции для экономики России в целом. Для начала вычислим оптимальный темп инфляции, не снижающий экономический рост, — NSEGRI. Продолжая исследование, начатое в работе [22], построим на основе данных Федеральной службы государственной статистики [25, 26] скользящим методом квадратичные модели связи темпов прироста ВВП с уровнем инфляции (согласно дефлятору ВВП) (рис. 6).

Несмотря на кажущуюся линейную связь, при которой более высокая инфляция соответствует растущим темпам экономики, тем не менее, су-

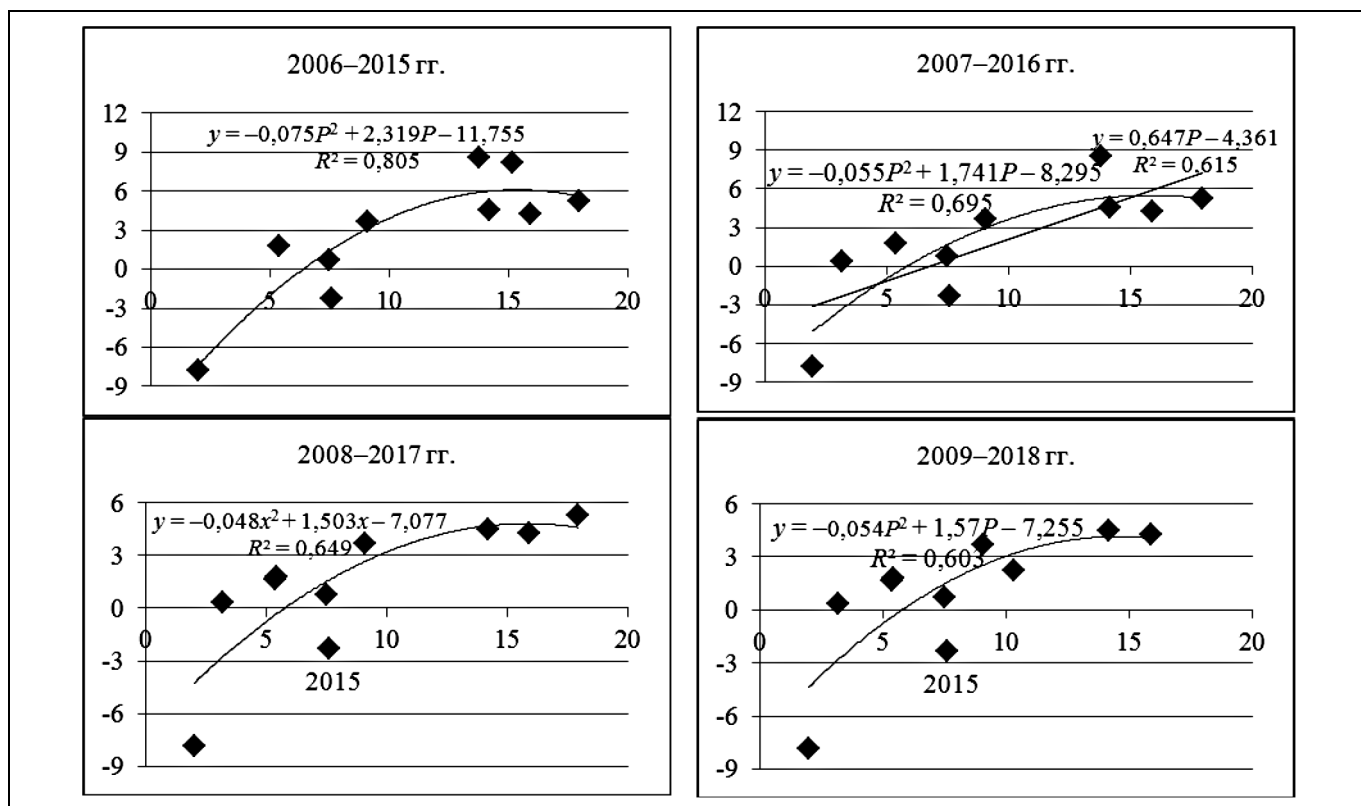


Рис. 6. Связь между темпом прироста ВВП (y) и уровнем инфляции (P) в России по десятилетним периодам

ществует некий экстремум (поворотная точка), который указывает на то, что дальнейший рост цен приведет к инфляции предложения и производителям невыгодно будет увеличивать валовый выпуск. Более того, с увеличением объема нереализованных товарных запасов производство будет сворачиваться.

Впрочем, для экономики России этот экстремум находится на довольно высоком уровне инфляции, около 14–17 %, судя по графикам. Для более точного определения координат построим соответствующие модели. В этих моделях квадратичный член оказался незначимым на уровне значимости 10 % для всех периодов, кроме первого. Для периода 2007–2016 гг. получена линейная модель со значимыми параметрами (см. рис. 6). Несмотря на это, далее в таблице приведены параметры квадратичной модели, по которой определены экстремумы. Для 2008–2017 и 2009–2018 гг. максимальное отклонение трендового значения y от его фактического значения соответствует 2015 г., в котором экономика страны испытала не столько внешний, сколько внутренний шок, связанный прежде всего с настойчивыми попытками правительства сжать денежную массу, идущими вразрез с масштабными инвестиционными проектами, запущенными прежде всего Президентом страны. В связи с этим, мы дополнили модели, изображенные на рис. 6, фиктивными переменными D , которые равны единице в 2015 г. и нулю — во все остальные периоды (см. таблицу).

Координаты точек экстремума функций (1)–(4) составляют соответственно (15,385; 6,085), (15,843; 5,498), (13,814; 5,320) и (12,740; 4,516). Добавив экстремумы функций, полученных скользящим методом, по десятилетним периодам с 2001 по 2018 г. [21] построим новую огибающую для экстремумов NSEGRI (рис. 7, а).

Формула огибающей имеет вид:

$$y = -0,169P^2 + 5,489P - 38,02. \quad (5)$$

Статистические параметры функции (5) свидетельствуют о том, что вариация уровня инфляции на 64 % объясняет изменение прироста ВВП, она адекватна исходным данным, но все параметры незначимы на уровне значимости 10 %. Так как точка, соответствующая периоду 2007–2016 гг., явно выбивается из тренда, обозначим ее фиктивной переменной D , после чего получим модель:

$$y = -0,21P^2 + 6,773P - 47,746 - 1,274D. \quad (6)$$

Благодаря введению дополнительной переменной значительно улучшились характеристики модели: $R^2 = 0,868$; F -критерий составил 10,931, все параметры значимы на уровне значимости 5 %.

Формула (6) позволяет вычислить экстремум долгосрочной огибающей, он находится в точке (16,103; 6,786). Следовательно, можно сделать вывод о том, что в среднем за период с 2001 по 2018 г. уровень инфляции, не снижающий экономический рост, составил 16,1 %. Понятно, что этот экс-

Эконометрические характеристики моделей, построенных для экономики России по 10-летним периодам

Годы	Модель		R^2	F -критерий	Параметры регрессии	t -статистика параметра
2006–2015	$y = -0,075P^2 + 2,3019P - 11,755$	(1)	0,805	14,435	y -пересечение P P^2	-3,396 3,031 -2,061
2007–2016	$y = -0,055P^2 + 1,741P - 8,295$	(2)	0,695	7,984	y -пересечение P P^2	-2,400 2,118 -1,361
2008–2017	$y = -0,07P^2 + 1,935P - 8,044 - 4,913D$	(3)	0,787	7,407	y -пересечение P P^2 D	-2,910 2,796 -2,075 -1,979
2009–2018	$y = -0,078P^2 + 1,996P - 8,197 - 4,745D$	(4)	0,753	6,111	y -пересечение P P^2 D	-2,826 2,647 -1,918 -1,912



Рис. 7. Огибающая экстремумов квадратичных функций связи прироста ВВП (y) с уровнем инфляции (P) в России: *a* — общий вид долгосрочной огибающей, *б* — сдвиг долгосрочной огибающей и формирование «новой нормальности»

тремум является максимумом и в нашем случае очерчивает внешний контур «бублика» по одной из осей.

На самом деле, как мы предположили еще в работе [22], скорее всего, начиная с периода 2006—2015 гг. мы наблюдаем возникновение новой долгосрочной огибающей, лежащей ниже и левее прежней. Представленные здесь исследования подтвердили это предположение. Сдвиг огибающей вниз и влево (рис. 7, *б*) происходит как вследствие влияния внешнеэкономических факторов, так и во многом из-за «новой нормальности», обусловленной политикой Банка России [23]. Этот сдвиг означает, что в современной экономике России усилия по снижению инфляции вызывают дефляционное давление на экономику и сопровождаются длительной стагнацией экономики, грозящей перерасти в рецессию.

На следующем этапе исследуем связь между уровнем инфляции (P) и нормой накопления (n — отношение инвестиций в основной капитал к объ-

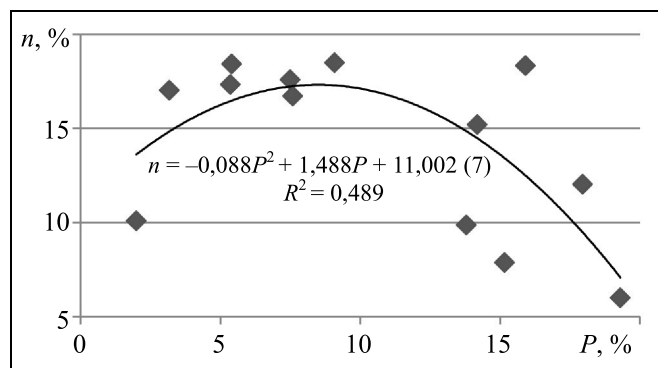


Рис. 8. Связь между нормой накопления (n) и уровнем инфляции (P) в России за период 2005—2017 гг.

ему ВВП). Для этого на основании годовых данных Федеральной службы государственной статистики [26—28] за период 2005—2017 гг. построен график связи этих показателей (рис. 8).

При высокой инфляции, которая была характерна для экономики России в период 2005—2011 гг. (за исключением кризисного 2009 г.), норма накопления характеризовалась значительной дисперсией, что и отразилось на довольно низкой объясняющей способности квадратичной функции. Тем не менее, полученная полиномиальная модель адекватна исходным данным, а ее параметры значимы на уровне значимости 12 %; наименее значимым оказался линейный член.

Из формулы (7) — см. рис. 8 — следует, что максимальная норма накопления в 17,3 % в исследуемом периоде соответствует темпам инфляции в 8,5 %. Данная точка является точкой максимума построенной квадратичной функции, несмотря на то, что наблюдаемые значения нормы накопления в пределах исследуемого периода по целому ряду лет были несколько выше рассчитанного максимума.

В качестве третьего параметра, связь которого с инфляцией (P) мы исследовали, был взят социально-экономический параметр — уровень безработицы (U). Связь между ними, именуемая кривой Филлипса, в теории в краткосрочном периоде обычно описывается как обратная, хотя на долгосрочном горизонте может быть и прямой. В реальности же эта связь может и не быть монотонной, что подтверждается графиком, представленным на рис. 9 (рассчитано и построено по данным Федеральной службы государственной статистики [26, 29]).

Как видим, эта связь нелинейна и хорошо аппроксимируется с помощью полинома третьей степени: изменение уровня цен на 63,7 % объясняет

вариацию уровня безработицы, функция (8) адекватна исходным данным и все ее параметры значимы на уровне значимости 5 %.

Естественно, одна из целей макроэкономической политики — удержание безработицы на низком уровне, т. е. в данном случае из двух экстремальных точек нас интересует именно та, в которой достигается минимум кубической функции, с координатами (7,381; 5,278). Это значит, что при годовых темпах инфляции вблизи значения 7,38 % уровень безработицы должен быть минимальным и составлять около 5,29 %. Это наименьшее значение темпа инфляции из всех, вычисленных ранее и оптимизирующих значение какого-либо макроэкономического параметра. Таким образом, мы определились с внутренним радиусом «бублика» по темпам инфляции.

Еще одним направлением, которое отражает исследование возможных границ инфляции, стало ее влияние на межрегиональную дифференциацию. Как было показано в работе [23], связь этих параметров за 2005—2015 гг. (по данным, представленным на официальном сайте Федеральной службы государственной статистики) описывается формулой:

$$X = 0,22P^2 - 5,4P + 19D + 42,3, \quad (9)$$

где X — уровень межрегиональной дифференциации, измеряемый показателем дисперсии приращений физического объема производства в регионах, P — годовой темп прироста общего уровня цен, представленного дефлятором ВВП, D — фиктивная переменная, равная 1 в 2007 г. и 0 — в остальные годы.

Для модели (9) $R^2 = 0,76$, модель в целом адекватна исходным данным, а все ее параметры значимы на уровне значимости 5 %. Координаты точки экстремума (12,55; 8,3), т. е. минимальный уровень дифференциации наблюдался при темпе инфляции 12,55 % в среднем за рассматриваемый сред-

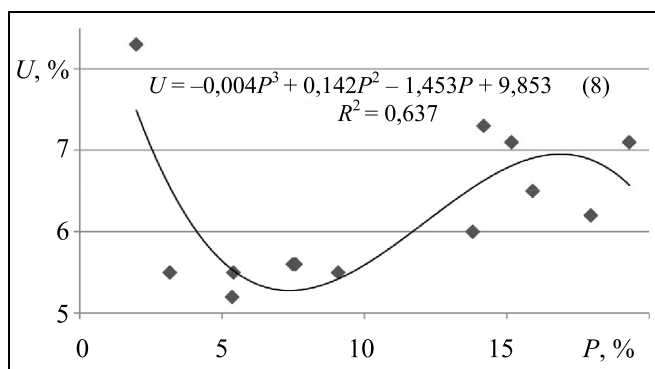


Рис. 9. Связь между уровнями безработицы (U) и инфляции (P) в России за период 2005—2017 гг.

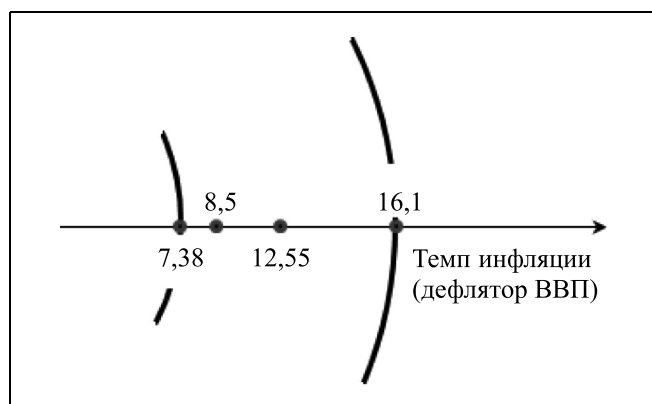


Рис. 10. Границы «бублика» по экономическому параметру темпа инфляции в России за 2001—2018 гг.

несрочный период. Обратим внимание, что инфляция, которая значительно превышала указанное значение или была существенно ниже него, приводила к дальнейшему углублению экономического расслоения регионов.

Итак, нами были определены координаты для построения основных очертаний «бублика» по одной из осей, характеризующих экономические параметры (см. рис. 4), а именно — по оси уровня инфляции. В соответствии с ними можно представить эту часть бублика так, как это изображено на рис. 10. Стоит оговориться, что приведенные точки получены за разные периоды в связи с неполнотой имеющихся данных, но в целом соответствуют указанному временному диапазону.

Крайние точки на рис. 10 соответствуют экстремумам, характеризующим минимальный уровень безработицы и максимальные темпы роста ВВП, внутренние точки — максимальной норме накопления и минимальной межрегиональной дифференциации.

Впрочем, эти границы могут смещаться, а сам «бублик» — деформироваться в зависимости от выбранных оптимизационных факторов для данного параметра, а также с течением времени, как это предполагается, например, по темпам прироста ВВП (см. рис. 7, б).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ: ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

Для экономической науки традиционна постановка проблем, связанная с поиском экстремальных, наилучших (в том или ином смысле) значений определенных параметров. Это касается как макроэкономических пропорций, так и микроэкономических задач, выражающих логику экономического выбора агента, который максимизирует свою функцию полезности.

Помимо предположений об излишней информированности агента, принимающего решения, подобный ход рассуждений неявно предполагает и факт неизменности его предпочтений, что, разумеется, не соответствует действительности. Важный момент, в значительной мере обесценивающий практическую применимость поиска «оптимальных» решений, заключается в том, что критерии экономического выбора изменяются в ходе самого этого выбора.

Аналогичные рассуждения легко проецируются и на макроуровень. Принимая решения, правительство исходит из меняющихся во времени предпочтений, поэтому искомое оптимальное решение, даже если оно будет найдено, может быть реализовано на практике лишь с некоторым лагом, а между тем, соображения, принимавшиеся в расчет при его поиске, уже претерпели изменения.

В реальной жизни разумно исходить не из целей оптимизации, а из логики удержания важных параметров в пределах определенного интервала допустимых значений. Это напоминает жизнь биологических объектов (например, человека), которая может протекать лишь при определенных соотношениях температуры воздуха, его влажности, содержания кислорода, давления и прочих критичных для жизни параметров. По каждому из этих параметров существует определенный интервал, в рамках которого жизнь человека комфортна, а при существенном выходе за эти пределы она просто невозможна. При этом рассуждения о том, какая температура воздуха «оптимальна» для человека — плюс 18 °С или, например, плюс 22 °С — выглядят не слишком конструктивно.

Нечто подобное имеет место и для экономических систем. Например, нельзя однозначно утверждать, каков оптимальный объем денежной массы для макросистемы (даже при условии, что мы хорошо понимаем, что это такое, и исходим из конкретной методики расчета, например, агрегата M2). Объем денежной массы, при котором имеет место самая низкая инфляция (о логике его оценки см. работы [24, 30]), не совпадает с объемом денежной массы, при котором максимален темп роста ВВП.

Естественно, объем денежной массы, минимизирующий темп инфляции, как правило, намного меньше, чем объем денежной массы, максимизирующий темп роста ВВП. При минимально возможных темпах инфляции экономика остается недомонетизированной: она стабильна, но это скудная стабильность (*lean stability*). А наша задача — перейти к изобильной, динамичной стабильности, к устойчивому росту, и все возможности в сегодняшней экономике России для этого есть [31, 32].

Вследствие проводимой Центробанком политики таргетирования темпов инфляции на уровне 4 % и проводимой правительством политики де-

монетизации экономики долгосрочная огибающая смещается в сторону более низких значений инфляции и приращений ВВП, т. е. регрессионный анализ позволяет обнаружить и количественно выразить факт дефляционного давления на экономику, который руководство Центробанка предлагает считать «новой нормальностью» и благодаря которому экономика России находится на грани рецессии.

Таким образом, рассматриваемый в данной статье подход предвосхищает определенное смещение тренда в постановке задач управления экономическими системами: от оптимизационных задач следует переходить к выявлению и оценке интервала допустимых значений параметров.

Этот тренд касается не только макроэкономических систем (стран и регионов), но и объектов микроэкономических, находящихся на уровне предприятий и домохозяйств.

Для микроэкономических задач возникают другие «бублики», аналогичные представленным на рис. 4 и 5, а входящие в них параметры характеризуют устойчивость и безопасность микроэкономического объекта (агента, принимающего решения, — АПР). Разумеется, для каждого АПР, вообще говоря, существует собственный бублик, включающий в себя важные именно для него показатели, каждый из которых характеризуется определенным, критичным для этого АПР интервалом значений. Например, подобно показателям финансовой устойчивости для предприятий, параметр, выражающий уровень долговой нагрузки домохозяйств, следует признать критически важным (разумеется, для тех домохозяйств, для которых долговая проблема в принципе существует), в особенности в периоды неблагоприятных изменений экономической конъюнктуры, когда проблема «плохих долгов» обостряется.

Привлекательность «принципа бублика» (принципа допустимых интервалов значений) по сравнению с традиционным (оптимизационным) взглядом на динамику количественных параметров определяется несколькими обстоятельствами. Отметим наиболее важные из них:

— понимание множественности оптимальных значений параметров: вместо наличия «единственно верного» оптимального решения имеем целый спектр оптимальных в каком-то смысле состояний, и это соответствует множественности целей, которых мы хотим достичь; т. е. мы не решаем задачу многокритериальной оптимизации, а решаем экстремальную задачу по каждому из интересующих нас критериев и предлагаем интервал оптимальных значений;

— понимание универсальности ситуаций, когда оптимум лежит посередине: «слишком большие» и «слишком малые» значения параметра не могут



быть оптимальными по разным причинам, и это касается не только экологии и не только экономики, но и, вообще говоря, очень многих аспектов жизни самых различных сложных динамических систем (как правило, эти системы стремятся одновременно к достижению нескольких различных целей, каждая из которых претерпевает изменения со временем);

— понимание современных (весьма близких к реальности) представлений об устойчивости и безопасности динамических систем, удерживающихся в оптимальных интервалах по целому ряду значимых для развития параметров;

— понимание изменчивости экстремальных значений и даже интервалов этих экстремальных значений во времени, а также набора параметров, по значениям которых можно судить об успешности и эффективности функционирования и развития сложной системы.

В данной области открывается серьезное поле для дальнейших исследований как на макро-, так и на микроуровне, причем эти исследования могут проводиться с помощью различных инструментов интеллектуального анализа данных: имитационных моделей, регрессионных моделей, нейросетей и пр.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Медоуз Д.Х., Медоуз Д.Л., Рандерс Й.* За пределами роста. — М.: Прогресс, 1994. — 303 с. [*Meadows, D.L., Meadows, D.L., Randers, J.* The limits to growth. — Moscow: Progress, 1994. — 303 p. (In Russian)]
2. *Лавров Е.И., Карогузов Е.А.* Экономический рост: теории и проблемы: учебное пособие. — Омск: Изд-во ОмГУ, 2006. — 214 с. [*Lavrov, E.I., Karoguzov, E.A.* Economic growth: theories and problems: study guide. — Omsk: Publishing house of OmSU, 2006. — 214 p. (In Russian)]
3. *Rockström, J., Steffen, K., Noone, A., et al.* A safe operating space for humanity // *Nature*. — 2009. — Vol. 461. — P. 472–475. — DOI: 10.1038/461472a.
4. *Ахундова О.В., Коровкин А.Г., Королев И.Б.* Взаимосвязь динамики ВВП и безработицы: теоретический и практический анализ // Научные труды: Институт народнохозяйственного прогнозирования РАН. — 2005. — Т. 3. — С. 471–495. [*Akhundova, O.V., Korovkin, A.G., Korolev, I.B.* The relationship between the dynamics of GDP and unemployment: a theoretical and practical analysis // *Scientific works: Institute of National Economic Forecasting RAS*. — 2005. — Vol. 3. — P. 471–495. (In Russian)]
5. *Cuaresma, J.C.* Okun's Law revisited // *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*. — 2003. — Vol. 65. No 4. — P. 439–451.
6. *Ibragimov, M., Ibragimov, R.* Unemployment and output dynamics in CIS countries: Okun's Law revisited // *Applied Economics*. — 2017. — Vol. 49, No. 34. — P. 3453–3479. — DOI: 10.1080/00036846.2016.1262519.
7. *Raworth, K.* A safe and just space for humanity: can we live within the doughnut? *Oxfam Discussion Paper*. — Oxford (UK): Oxfam GB, 2012. — 26 p.
8. URL: <https://www.kateraworth.com/doughnut/>.
9. *Handy, C.* Finding sense in uncertainty // *Rethinking the Future* / Ed. by R. Gibson. — L.: Nicholas Brealey Publishing, 1996. — P. 17–33.
10. URL: <https://container-solutions.com/space-beyond-culture/>.
11. URL: <https://medium.com/@AlexLemille/safe-just-circular-principles-73586e4089be>.
12. *Трунин С.Н., Кузнецов П.И., Ларионова А.А.* Внедрение безотходного производства — ключевое направление перехода к устойчивому развитию // *Аудит и финансовый анализ*. — 2008. — № 1. — С. 461–463. [*Trunin, S.N., Kuznetsov, P.I., Larionova, A.A.* The introduction of waste-free production — the key direction of the transition to sustainable development // *Audit and financial analysis*. — 2008. — No. 1. — P. 461–463. (In Russian)]
13. *Медведева З.* Логистика безотходного производства в агропромышленном комплексе // *Логистика*. — 2007. — № 3. — С. 14–15. [*Medelyaeva, Z.* Logistics of waste-free production in the agro-industrial complex // *Logistics*. — 2007. — No. 3 — P. 14–15. (In Russian)]
14. *Andersen, M.S.* An introductory note on the environmental economics of the circular economy // *Sustainability Science*. — 2006. — Vol. 2 (1). — P. 133–140. — DOI: 10.1007/s11625-006-0013-6.
15. *Пахомова Н.В., Рихтер К.К., Ветрова М.А.* Переход к циркулярной экономике и замкнутым цепям поставок как фактор устойчивого развития // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Экономика*. — 2017. — Т. 33, вып. 2. — С. 244–268. [*Pakhomova, N.V., Richter, K.K., Vetrova, M.A.* Transition to a circular economy and closed supply chains as a factor for sustainable development // *St. Petersburg University Journal of Economic Studies*. — 2017. — Vol. 33, iss. 2. — P. 244–268. (In Russian)]
16. *Ратнер С.В.* Циркулярная экономика: теоретические основы и практические приложения в области региональной экономики и управления // *Инновации*. — 2018. — № 9 (239). — С. 29–37. [*Ratner, S.V.* Circular economy: theoretical foundations and practical applications in the field of regional economics and management // *Innovation*. — 2018. — No. 9 (239). — P. 29–37. (In Russian)]
17. *Александрова В.Д., Абрамова О.А.* Анализ опыта Китая по переходу на циркулярную экономику // *Синергия Наук*. — 2018. — № 24. — С. 126–135. [*Aleksandrova, V.D., Abramova, O.A.* Analysis of China's experience in the transition to a circular economy // *Sciences' synergy*. — 2018. — No. 24. — P. 126–135. (In Russian)]
18. *Юдин А.Г., Потанов И.И.* Кризис с отходами: европейский выход — «циркулярная экономика» // *Научные и технические аспекты охраны окружающей среды*. — 2018. — № 4. — С. 166–171. [*Yudin, A.G., Potanov, I.I.* Waste crisis: European exit — «circular economy» // *Scientific and technical aspects of environmental protection*. — 2018. — No. 4. — P. 166–171. (In Russian)]
19. *Сербулова Н.М., Городнянская А.С., Канурный С.В.* Барьеры на пути перехода к циркулярной экономике // *Экономика и предпринимательство*. — 2018. — № 3 (92). — С. 978–983. [*Serbulova, N.M., Gorodnyanskaya, A.S., Kanurnyi, S.V.* Barriers to the transition to a circular economy // *Economy and entrepreneurship*. — 2018. — No. 3 (92). — P. 978–983. (In Russian)]
20. URL: <https://www.nv-online.info/2018/12/17/kak-sootnositsya-srednyaya-pensiya-s-zarplatoj-u-nas-i-za-rubezhom.html>.
21. *Горидько Н.П.* Моделирование темпов инфляции, не замедляющих экономический рост (NSEGRI), для экономики России // *Друckerовский вестник*. — 2016. — № 3. — С. 78–88. — DOI: 10.17213/2312-6469-2016-3-78-88. [*Goridko, N.P.* Modeling inflation rates that do not slow down economic growth (NSEGRI) for the Russian economy // *Drucker Bulletin*. — 2016. — No. 3. — P. 78–88. — DOI: 10.17213/2312-6469-2016-3-78-88. (In Russian)]
22. *Goridko, N.P., Nizhegorodtsev, R.M.* Non-slowng economic growth rate of inflation (NSEGRI): regression modelling // *IFAC-PapersOnLine*. — 2016. — Vol. 49, iss. 12. — P. 283–288. — DOI: 10.29141/2073-1019-2018-19-6-4.

23. *Goridko, N.P.* Influence of the Central Bank's anti-inflationary policy on Russia's economic development // Journal of the Ural State University of Economics. — 2018. — Vol. 19, No. 6. — P. 51–61.
24. *Горидько Н.П.* Регрессионное моделирование инфляционных процессов: монография. — М.: РосНОУ, 2012. — 248 с. [*Goridko, N.P.* Regression modeling of inflationary processes: monograph. — Moscow: RosNOU, 2012. — 248 p. (In Russian)]
25. URL: http://www.gks.ru/free_doc/new_site/vvp/vvp-god/tab1.htm.
26. URL: http://www.gks.ru/free_doc/new_site/vvp/vvp-god/tab4.htm.
27. *Инвестиции в России. 2017: Стат. сб./ Росстат. М., 2017. — 188 с.* [*Investitsii v Rossii. 2017: Stat. sb./ Rosstat. Moscow, 2017. — 188 s.* (In Russian)]
28. URL: http://www.gks.ru/free_doc/doc_2017/invest.pdf.
29. URL: <https://visasam.ru/russia/rabotavrf/bezrobotica-v-rossii.html>.
30. *Горидько Н.П., Нижегородцев Р.М.* Модели зависимости темпов инфляции от объема денежной массы: регрессионный анализ нелинейной динамики // Экономическая наука современной России. — 2013. — № 1. — С. 39–46. [*Goridko, N.P., Nizhegorodtsev, R.M.* Models of dependence of inflation on the amount of money: regression analysis of nonlinear dynamics / Economics of contemporary Russia. — 2013. — No. 1. — P. 39–46. (In Russian)]
31. *Глазьев С.Ю.* Экономика будущего. Есть ли у России шанс? («Коллекция Изборского клуба»). — М.: Книжный мир, 2016. — 640 с. [*Glazuev, S.Yu.* Economy of the future. Does Russia have a chance? («Izorsk club collection»). — Moscow: Book world, (2016). — 640 p. (In Russian)]
32. *Глазьев С.Ю.* Рывок в будущее. Россия в новых технологическом и мирохозяйственном укладах. — М.: Книжный мир, 2018. — 765 с. (Изборский клуб). [*Glazuev, S.Yu.* Shift into the future. Russia in the new technological and world-wide structures. — Moscow: Book world, 2018. — 765 p. (Izorsk club) (In Russian)]

Статья представлена к публикации руководителем РРС М.И. Гераськиным.

Поступила 19.05.2019.

Принята к публикации 17.06.2019.

Горидько Нина Павловна — канд. экон. наук, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, Российский университет дружбы народов, г. Москва, ✉ horidko@mail.ru,

Нижегородцев Роберт Михайлович — д-р экон. наук, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, г. Москва, ✉ bell44@rambler.ru.

THE PRINCIPLE OF PERMISSIBLE INTERVALS AND EXTREME CHALLENGES IN ADJUSTMENT FOR MACROECONOMIC SYSTEMS

N.P. Goridko^{1,2}, R.M. Nizhegorodtsev^{1,3,#}

¹ V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

² RUDN University, Moscow, Russia

³ Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, Russia

✉ horidko@mail.ru, # bell44@rambler.ru

Abstract. The article substantiates the fruitfulness of the application of the principle of permissible intervals for the study of dynamics of macroeconomic systems. On the basis of achievements of predecessors, the authors trace the cognitive trend, in which the formulation and solution of traditional extreme problems associated with the optimization of the values of key macroparameters becomes insufficient — this is only the first step to identify the range of acceptable, sustainable values of those parameters. The application of the principle of permissible intervals is illustrated by the example of such a key indicator as the annual inflation rate for the Russian economy for the period 2001–2018. Based on the regression analysis of time series, middle-run trends are constructed, expressing the functional relationship between the annual rate of inflation and some macroeconomic parameters. Comparing the obtained extreme points, we come to the fact that the permissible values of the annual rate of inflation should be maintained, tend to lie in the range of 7,38 % and 16,10 %. In addition, studying the middle-run dependencies between the inflation rate and annual GDP increments found by the method of moving intervals, we combine the extreme points of the middle-run trends into one dynamic series and find a long-run envelope of those trends. In conclusion, the connection of the principle of permissible intervals with the tasks of ensuring the stability and security of economic systems is discussed, the advantages of this principle in comparison with the traditional optimization problems are shown, and the directions of further research in this area are outlined.

Keywords: principle of permissible intervals, economic dynamics, regression analysis, macroeconomic adjustment, rate of inflation, economic growth, extreme challenges.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЦЕНАРНОГО РАЗВИТИЯ СЕЛЬСКИХ ТЕРРИТОРИЙ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКОЙ КОГНИТИВНОЙ МОДЕЛИ

С.В. Подгорская, А.Г. Подвесовский, Р.А. Исаев, А.С. Тарасов, Г.А. Бахматова

Аннотация. Рассмотрено применение когнитивного моделирования к таким сложным слабоструктурированным социально-экономическим системам, как сельские территории. Разработана нечеткая когнитивная модель комплексного развития сельских территорий, определен набор значимых параметров (концептов) модели в системообразующих сферах жизнедеятельности: социальной, демографической, экономической, институциональной и экологической. Технология моделирования дополнена авторскими методиками параметрической идентификации нечетких когнитивных карт и их сценарного анализа на основе нечеткой модели импульсного процесса. На основе структурно-целевого анализа системных показателей нечеткой когнитивной карты определено, что наибольшее воздействие на целевые концепты и систему в целом оказывают факторы институциональной среды — развитие рыночной инфраструктуры и сельского самоуправления, что определяет их в качестве максимально эффективного приложения управляющих воздействий. Представлены результаты сценарного моделирования модели комплексного развития сельских территорий, позволяющие планировать и оперативно оценивать развитие территориальной рекреационной системы в условиях быстроизменяющейся внешней среды. Результаты исследования могут быть использованы органами государственного управления агропромышленным комплексом всех уровней при формировании эффективных стратегий и разработке программ социально-экономического развития сельских территорий.

Ключевые слова: комплексное развитие сельских территорий, когнитивное моделирование, нечеткая когнитивная модель, слабоструктурированные системы, структурно-целевой анализ, сценарный анализ.

ВВЕДЕНИЕ

Стратегическая цель развития села сегодня заключается в обеспечении качественного прорыва в повышении уровня и качества жизни сельского населения и устойчивого развития сельских территорий. Ее достижение предполагает преодоление разбалансированности в развитии экономической, социальной, экологической, бюджетной подсистем сельских территорий на основе наиболее эффективного использования естественных ресурсов, обеспечения занятости населения путем создания диверсифицированной экономики при сохранении отраслей специализации, формирования современной социальной, инженерной, рыночной инфраструктуры, а также поддержки и улучшения эко-

логического состояния территории. Важная роль в решении перечисленных задач отводится качеству управления, обоснованности применяемых методов и инструментов принятия стратегических и оперативных решений.

Сельские территории представляют собой сложную социально-эколого-экономическую систему, имеющую многоаспектный нелинейный характер функционирования, включающую в себя большое число значимых факторов, статистическая информация о которых неполная, а механизмы их взаимодействия не всегда понятны и объяснимы и интерпретируются, как правило, на качественном уровне. Эти условия позволяют отнести систему сельских территорий к классу слабоструктурированных систем, что предопределяет целесообразность применения для ее моделирования и ис-

следования подхода, который поддерживал бы интеллектуальный, творческий процесс решения трудноформализуемых задач, способствуя при этом активизации применения интуиции и опыта специалистов (экспертов) в процессе работы.

Одним из таких подходов является когнитивный подход [1]. Его основная идея состоит в учете когнитивных возможностей специалиста (восприятие, представление, познание, понимание, объяснение) в процессе решения трудноформализуемых задач [2].

Методы структурно-целевого и имитационного моделирования систем на основе когнитивного подхода принято объединять под общим термином «когнитивное моделирование». В общем виде под когнитивным моделированием понимается исследование структуры системы и процессов ее функционирования и развития путем анализа ее когнитивной модели. В основе когнитивной модели системы лежит когнитивная карта, которая отражает субъективное представление исследователя о ней (индивидуальное или коллективное) в виде множества семантических категорий (называемых факторами или концептами) и набора причинно-следственных связей между ними.

В качестве математического аппарата, применяемого для представления когнитивных моделей и лежащего в основе методов их анализа, часто применяется нечеткая логика. Подробный обзор моделей, основанных на различных типах нечетких когнитивных карт (НКК), дан в монографии [3]. В практических задачах моделирования и анализа слабоструктурированных систем хорошо зарекомендовали себя НКК В.Б. Силова, впервые предложенные в работе [4] и представляющие собой развитие знаковых когнитивных карт [5].

Отметим, что когнитивная модель является инструментом оценочного, разведочного анализа исследуемой системы и не позволяет получить ее точные, количественные характеристики. Тем не менее, с помощью когнитивной модели можно оценить тенденции и тренды поведения системы, связанные с реализацией того или иного управленческого решения, и выявить параметры, оказывающие наиболее существенное влияние на ее поведение. Благодаря этому появляется возможность поиска, генерации и отбора решений, имеющих наибольшую потенциальную эффективность. В дальнейшем можно выполнить более детальный анализ таких решений и их моделирование с применением (в тех случаях, когда это возможно) более строгого математического аппарата.

В настоящее время достаточно полно разработан инструментально-методический аппарат оцен-

ки уровня и потенциала устойчивого развития сельских территорий. Вопросам моделирования и управления сельскими территориями посвящен ряд работ, среди которых можно выделить статьи [6–8]. Применение методологии когнитивного моделирования к решению задач развития региональных социально-экономических систем раскрыто в трудах [9–14]. Вместе с тем, в научной литературе отсутствуют работы по проблематике сценарного прогнозирования устойчивого развития сельских территорий на основе когнитивных моделей.

В целях исследования тенденций развития и поведения сельских территорий для последующей разработки стратегий их эффективного устойчивого развития и принятия научно обоснованных управленческих решений авторами была разработана нечеткая когнитивная модель комплексного развития сельских территорий. В настоящей работе представлены результаты ее структурно-целевого анализа, а также сценарного моделирования развития возможных ситуаций при реализации стратегий комплексного развития сельских территорий в условиях различных управляющих воздействий.

1. НЕЧЕТКОЕ КОГНИТИВНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ: СПРАВОЧНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Нечеткая когнитивная карта Силова описывается выражением

$$G = \langle E, W \rangle,$$

где $E = \{e_1, e_2, \dots, e_K\}$ — множество факторов (концептов), W — бинарное отношение на множестве E , которое задает набор связей между его элементами и представляется в виде набора чисел w_{ij} , характеризующих направление и степень интенсивности (вес) влияния между концептами e_i и e_j (при этом полагается, что $-1 \leq w_{ij} \leq 1$).

Структурно-целевой анализ НКК помимо непосредственно заданных связей учитывает все опосредованные взаимовлияния факторов друг на друга, для этого вводится операция транзитивного замыкания, преобразующая исходную матрицу интенсивности взаимовлияний W в транзитивно замкнутую матрицу Z , элементами которой являются пары (z_{ij}, \bar{z}_{ij}) , где z_{ij} характеризует силу положительного влияния, а \bar{z}_{ij} — силу отрицательного влияния i -го концепта на j -й. Алгоритм расчета нечеткого транзитивного замыкания подробно описан в работе [4]. На основе матрицы Z может быть рассчитан ряд системных показателей НКК.

Влияние i -го концепта на систему и влияние системы на j -й концепт рассчитываются по формулам:

$$\tilde{P}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_{ij}, \quad (1)$$

$$\tilde{P}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_{ij}, \quad (2)$$

где n — число концептов в системе, p_{ij} — влияние (воздействие) i -го концепта на j -й (т. е. доминирующее по силе влияние между концептами):

$$p_{ij} = \text{sign}(z_{ij} + \bar{z}_{ij}) \max(|z_{ij}|, |\bar{z}_{ij}|), \quad |z_{ij}| \neq |\bar{z}_{ij}|, \quad (3)$$

$$\text{где } \text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } x > 0, \\ 0, & \text{при } x = 0, \\ -1, & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Консонанс (показатель, определяющий степень доверия к знаку и силе воздействия) влияния i -го концепта на систему и консонанс влияния системы на j -й концепт рассчитываются по формулам:

$$\tilde{C}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n c_{ij}, \quad (4)$$

$$\tilde{C}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_{ij}, \quad (5)$$

где c_{ij} — консонанс влияния i -го концепта на j -й:

$$c_{ij} = \frac{|z_{ij} + \bar{z}_{ij}|}{|z_{ij}| + |\bar{z}_{ij}|}. \quad (6)$$

В ходе выполнения сценарного моделирования динамика состояний концептов описываются с помощью импульсных процессов. Пусть $v_i(t)$ — состояние концепта e_i в момент времени t . Импульсом $p_i(t)$ называется изменение состояния данного концепта, которое полагается равным разности его состояний в текущий и в предыдущий моменты времени:

$$p_i(t) = v_i(t) - v_i(t-1). \quad (7)$$

Модель импульсного процесса для НКК Силова, учитывающая как передачу влияний между концептами, так и внешние воздействия, имеет вид:

$$v_i(t+1) = \min \left(v_i(t) + u_i(t+1) + q_i(t+1) + \sum_{j=1}^n w_{ji} p_j(t), 1 \right), \quad (8)$$

где $u_i(t+1)$ — управляющее воздействие на концепт e_i в момент времени $(t+1)$; $q_i(t+1)$ — внешнее воздействие на e_i в момент $(t+1)$.

2. ТЕХНОЛОГИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛАБОСТРУКТУРИРОВАННЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКИХ КОГНИТИВНЫХ КАРТ СИЛОВА

Для проведения описанного в настоящей работе исследования применялась авторская технология (рис. 1), которая расширяет возможности применения НКК Силова для моделирования слабоструктурированных систем. Коротко опишем основные авторские результаты, используемые в рамках данной технологии.

- Разработаны следующие экспертные методы идентификации НКК:

- модифицированный метод парных сравнений, отличающийся от оригинального метода Т. Саати применением оригинальной авторской оценочной шкалы превосходства, имеющей ряд преимуществ перед классической шкалой в контексте задания весов НКК [15];

- метод, основанный на построении функции принадлежности дискретного нечеткого множества с применением метода множеств уровня Р. Ягера в комбинации с оригинальной авторской методикой оценки согласованности и непротиворечивости суждений эксперта [16].

- Разработана методика идентификации НКК на основе анализа статистических данных, представленных как в виде пространственной выборки, так и в виде временных рядов. Особенность методики заключается в возможности не только параметрической, но и структурной идентификации, под которой в данном случае подразумевается установление факта наличия причинно-следственной связи между концептами. С этой целью предложено и обосновано использование теста Грэнджера на причинность [17].

- Разработана методика сценарного анализа нечетких когнитивных моделей, основанная на нечеткой модели импульсного процесса, имеющей следующие особенности по сравнению с классической моделью для знаковых когнитивных карт:

- возможность учета не только передачи влияний между концептами, но и внешних воздействий (в форме управляющих воздействий и возмущений);

- возможность моделирования различного характера изменения состояний концептов при передаче влияния между ними [18].

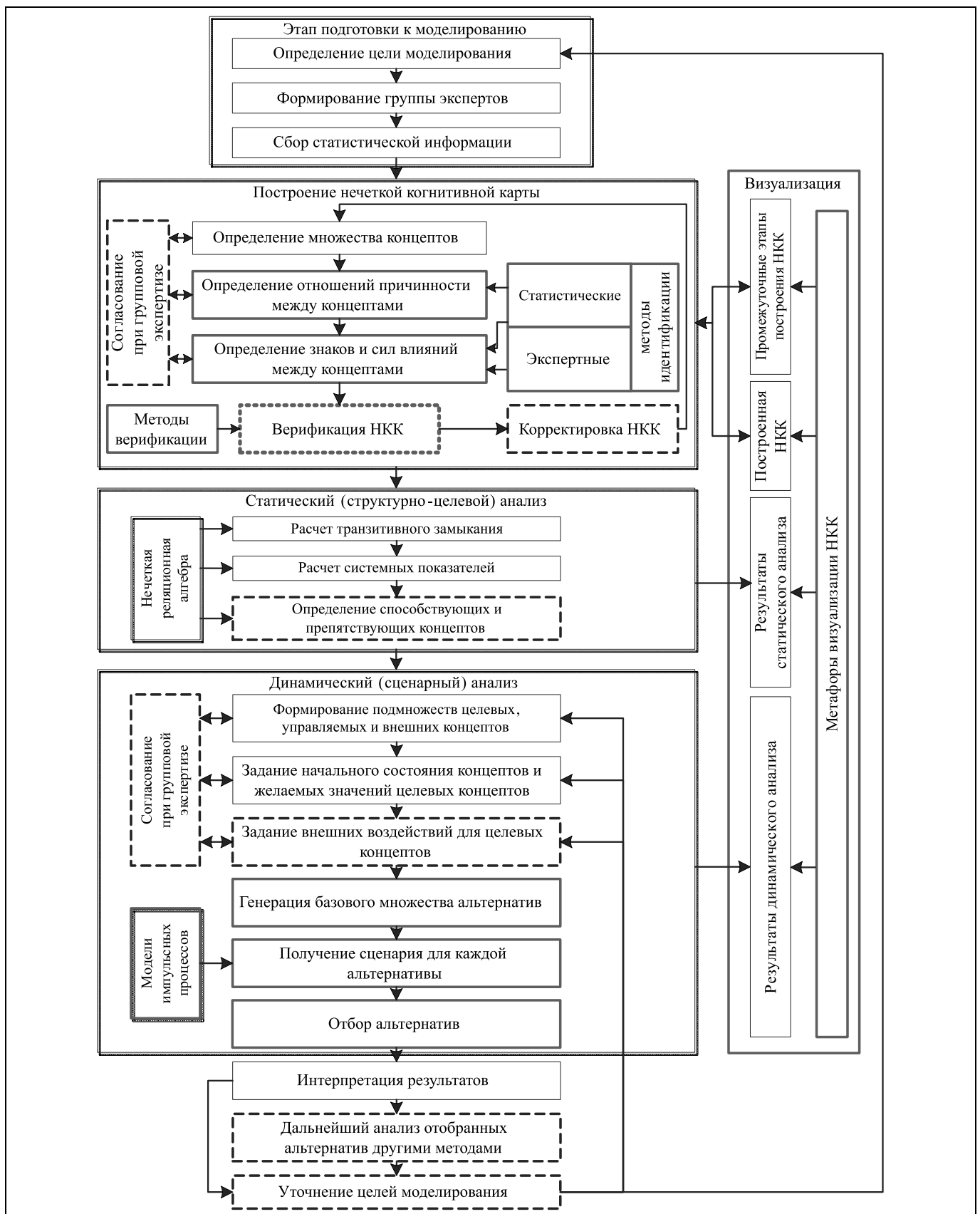


Рис. 1. Технология построения и анализа нечеткой когнитивной модели

На основе разработанной методики сценарного анализа предложен метод генерации и отбора управляющих воздействий для приведения моделируемой системы в желаемое целевое состояние [19].

- В работе [20] был рассмотрен подход к визуализации нечетких когнитивных карт, в основе которого лежит понятие метафоры визуализации [21] и визуального образа [22]. Для построения метафоры визуализации НКК предложено применять алгоритмы визуализации графов и критерии когнитивной ясности.

Описанная технология когнитивного моделирования и комплекс связанных с ней моделей, методов и алгоритмов реализованы в системе поддержки принятия решений (СППР) «ИГЛА» (Интеллектуальный Генератор Лучших Альтернатив) [19], которая применялась при проведении данного исследования.

3. НЕЧЕТКАЯ КОГНИТИВНАЯ МОДЕЛЬ КОМПЛЕКСНОГО РАЗВИТИЯ СЕЛЬСКИХ ТЕРРИТОРИЙ

Для формирования списка концептов когнитивной модели привлекались эксперты в области социально-экономического развития села (10 чел.), которым предлагалось ответить на вопросы специально разработанной анкеты. Также изучались труды отечественных ученых по проблематике управления устойчивым развитием сельских территорий. На основании полученных знаний был сделан вывод о целесообразности учета при построении когнитивной модели набора из 11 наиболее значимых концептов, которые были разделены на четыре блока.

Институциональный блок

1. Развитие рыночной инфраструктуры (налоговая, кредитная, бюджетная, инновационная политика).

2. Развитие сельского самоуправления.

Социально-демографический блок

3. Среднегодовая численность населения.

4. Уровень безработицы.

5. Развитие социальной сферы.

Экономический блок

6. Доходы на душу населения.

7. Производство сельскохозяйственной продукции.

8. Развитие малого и среднего предпринимательства (МСП).

9. Инвестиции в основной капитал (ОК).

10. Уровень диверсификации экономики.

Экологический блок

11. Негативное воздействие на окружающую природную среду.

Далее эксперты установили существующие причинно-следственные связи между концептами и характер их влияния друг на друга (положительное или отрицательное).

Весы полученной НКК задавались с помощью двух авторских методик параметрической идентификации НКК: на основе модифицированного метода парных сравнений [15] и на основе анализа временных рядов [17]. Полученная в результате нечеткая когнитивная матрица построенной НКК приведена в табл. 1.

На рис. 2 (см. третью страницу обложки) приведено графическое представление НКК, построенное в подсистеме визуализации СППР «ИГЛА».

Таблица 1

Нечеткая когнитивная матрица когнитивной карты управления комплексным развитием сельских территорий

Номер влияющего концепта	Номер концепта, подверженного влиянию										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0	0,434	0	0	0	0	0	0,654	0,512	0	0
2	0	0	0	0	0,53	0	0	0,471	0	0,417	0
3	0	0	0	0	0	0	0,178	0	0	0	0
4	0	0	0	0	-0,55	-0,99	0	0	0	0	0
5	0	0	0,353	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0,118	0	0,353	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	-0,39	0	0	0	0	0	0	0,564
8	0	0	0	-0,69	0	0,527	0,8	0	0	0	0,446
9	0	0	0	0	0	0	0,78	0,691	0	0	0,418
10	0	0	0	-0,52	0,531	0	0	0,393	0	0	0
11	0	0	-0,6	0	0	0	0	0	0	0	0

Рисунки к статье Подгорской С.В., Подвесовского А.Г., Исаева Р.А. и др.
**«МОДЕЛИРОВАНИЕ СЦЕНАРНОГО РАЗВИТИЯ СЕЛЬСКИХ ТЕРРИТОРИЙ
 НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКОЙ КОГНИТИВНОЙ МОДЕЛИ»** (с. 49–59)

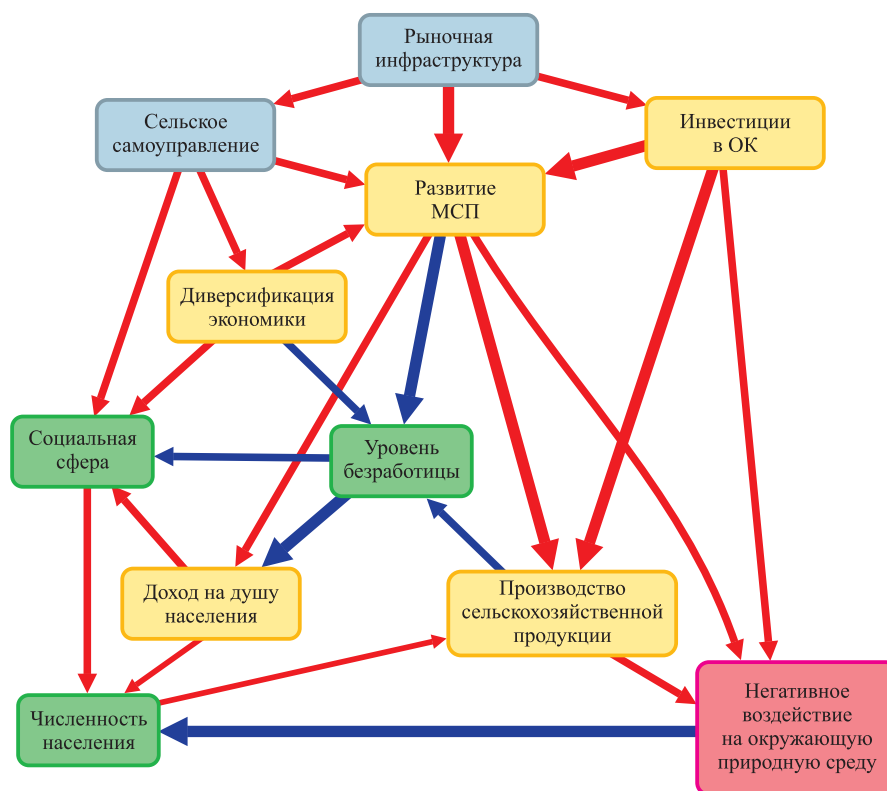


Рис. 2. Нечеткая когнитивная модель управления комплексным развитием сельских территорий

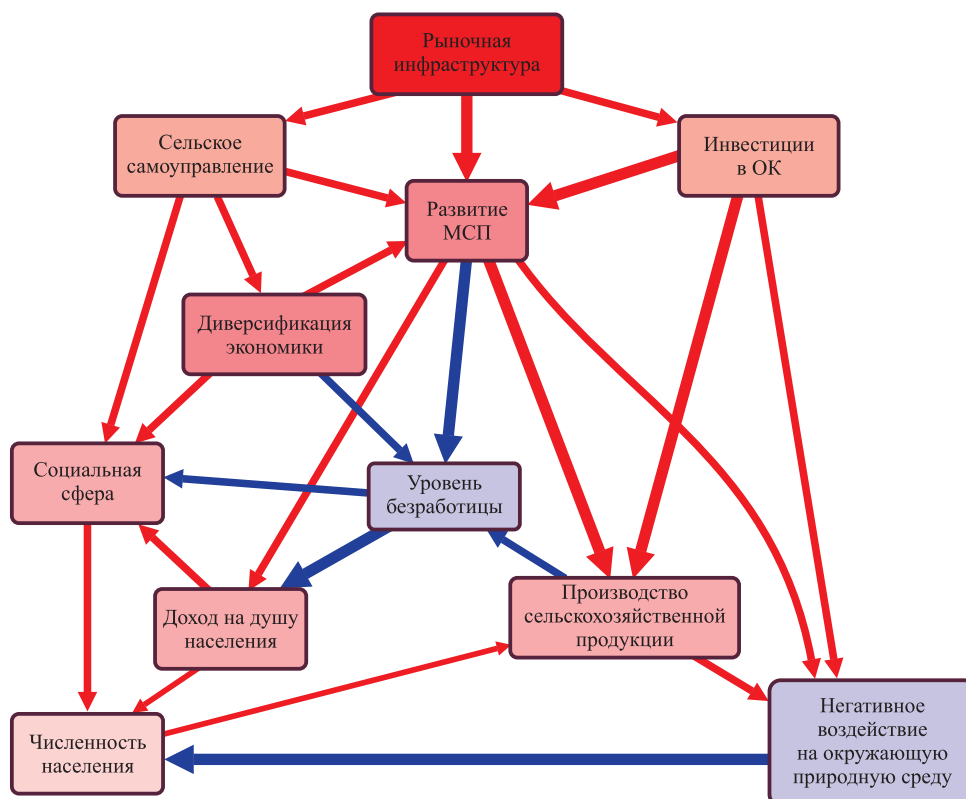


Рис. 3. Распределение влияний концептов на систему

Дуги красного цвета соответствуют положительным влияниям, синего — отрицательным, толщина дуги пропорциональна интенсивности влияния. Визуальное разделение концептов по цветовым стилям отражает их разделение по блокам, приведенное выше. Этот, а также ряд других возможных подходов к визуализации НКК подробно описаны в авторской работе [20]. Отметим, что все они направлены на повышение эффективности когнитивной интерпретации [23] визуального образа НКК на различных этапах когнитивного моделирования — в частности, на снижение времени, затрачиваемого на интерпретацию [24].

4. СТРУКТУРНО-ЦЕЛЕВОЙ АНАЛИЗ РАЗРАБОТАННОЙ НЕЧЕТКОЙ КОГНИТИВНОЙ МОДЕЛИ

Ряд основных системных показателей разработанной нечеткой когнитивной модели, рассчитанных по формулам (1)–(6), представлен в табл. 2. Их анализ показывает, что наиболее существенное положительное влияние на систему оказывают такие концепты, как «Развитие рыночной инфраструктуры», «Развитие сельского самоуправления» и «Инвестиции в основной капитал». Именно эти концепты будут далее рассматриваться как управляемые в процессе моделирования сценариев поведения системы. Наибольшее отрицательное влияние на систему исходит от концепта «Уровень безработицы», при этом он также оказывает существенное влияние на целевые концепты «Доход на душу населения» и «Развитие социальной сферы», что свидетельствует о его важности для развития системы в целом и необходимости его контроля при моделировании управляющих воздействий.

Распределение влияния концептов на систему также показано графически на рис. 3 (см. третью страницу обложки).

Интенсивность цвета каждого концепта пропорциональна уровню влияния. В свою очередь, воздействие системы на концепты распределено таким образом: наибольшее положительное — на концепты «Производство сельскохозяйственной продукции» и «Развитие МСП», наибольшее отрицательное — на концепт «Уровень безработицы».

Показатель консонанса влияния на систему почти для всех концептов превышает 0,9, что свидетельствует о высоком уровне доверия к знакам и степеням данных воздействий. Высокий уровень доверия в данном случае означает, что интегральные положительные/отрицательные влияния на концепты преобладают над влияниями противоположных знаков, которые реализуются посредством других транзитивных путей когнитивного графа.

5. СЦЕНАРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ КОМПЛЕКСНЫМ РАЗВИТИЕМ СЕЛЬСКИХ ТЕРРИТОРИЙ

Следующий этап — моделирование сценариев развития системы с применением модели импульсного процесса (формулы (7) и (8)). Сценарий — это совокупность тенденций, характеризующих ситуацию в настоящий момент, целей развития, заданных на концептах когнитивной карты, комплекса мероприятий (управляющих воздействий), воздействующих на развитие ситуации, и системы наблюдения параметров (факторов), иллюстрирующих поведение процессов.

Сценарии устойчивого развития сельских территорий должны разрабатываться на основе сравнительных преимуществ сельской местности, поиска точек роста, выявления и поддержки приоритетных направлений развития.

Таблица 2

Основные системные показатели когнитивной карты управления комплексным развитием сельских территорий

№ концепта	Консонанс влияния концепта на систему	Консонанс влияния системы на концепт	Диссонанс влияния концепта на систему	Диссонанс влияния системы на концепт	Влияние концепта на систему	Влияние системы на концепт
1	0,9047	1,0000	0,1862	1,0000	0,2424	0,0000
2	0,8944	1,0000	0,3784	0,9091	0,1992	0,0395
3	0,9151	0,5851	0,5394	0,4149	0,0232	-0,0957
4	0,9584	0,9143	0,4962	0,0857	-0,1613	-0,2637
5	0,9380	0,9390	0,5165	0,0610	0,0422	0,1816
6	0,9482	0,9245	0,5063	0,0755	0,0466	0,1723
7	0,8922	0,8635	0,5624	0,1365	0,0342	0,2596
8	0,9047	1,0000	0,5499	0,6364	0,1230	0,2008
9	0,9119	1,0000	0,4517	0,9091	0,1731	0,0465
10	0,9070	1,0000	0,4566	0,8182	0,1453	0,0544
11	0,9380	0,8864	0,5165	0,1136	-0,0718	0,2008

Сценарий может моделироваться по трем основным направлениям:

- прогноз развития ситуации без всякого воздействия на процессы (саморазвитие);
- прогноз развития ситуации с выбранным комплексом мероприятий-управлений (прямая задача);
- синтез комплекса мероприятий для достижения желаемого изменения состояния ситуации (обратная задача).

На основании опроса экспертов были определены начальные состояния концептов когнитивной модели, которые задаются значениями лингвистической переменной, определенной на диапазоне от 0 до 1 (табл. 3).

На основании результатов проведенного структурно-целевого анализа НКК комплексного развития сельских территорий было определено, что такие концепты, как «Развитие рыночной инфраструктуры», «Развитие сельского самоуправления» и «Инвестиции в основной капитал» наиболее эффективные.

Развитие рыночной инфраструктуры — прежде всего, повышение доступности кредитных ресурсов, выделение земельных участков и возможности подключения к коммуникациям — создаст условия для увеличения числа субъектов малого и среднего предпринимательства на селе, роста уровня диверсификации экономики (что будет способствовать сокращению безработицы), увеличению инвестиций в основной капитал.

Развитие сельского самоуправления не требует дополнительных бюджетных вложений. Необходимо лишь пересмотр полномочий и соответствующее перераспределение доходных и расходных бюджетных обязательств. Если у органов местного самоуправления появятся возможности для реализации идей развития своего поселения, то это будет стимулировать инициативу населения. Повышение инициативности населения будет способствовать созданию малых предприятий и реализации разного рода социальных проектов.

Инвестиции в основной капитал, с одной стороны, могут выступать следствием развития рыночной инфраструктуры, а с другой стороны — самостоятельным фактором, непосредственным образом влияющим на уровень достижения целевых показателей развития сельских территорий. Централизованные инвестиции должны осуществляться в соответствии с документами территориального планирования и предусматривать два направления. Одно из них — развитие рыночной инфраструктуры сельских территорий, другое направление связано с инвестированием в развитие социальной сферы. Инвестиции частного капитала следует привлекать для диверсификации экономики сельских территорий.

В качестве целевых определим те концепты, достижение определенных состояний которых в процессе целенаправленного развития системы определяет устойчивость и положительную динамику всей системы. Такими концептами являются «Доход на душу населения» и «Развитие социальной сферы» (очевидно, их состояния требуется максимизировать). Проведенные авторами исследования [25—28] показывают, что именно эти концепты отражают цель комплексного развития сельских территорий, которую можно сформулировать в виде тезиса: проживание в сельских населенных пунктах должно обеспечивать гражданам получение стабильно высокого уровня доходов и доступность социальных благ.

Развитие социальной инфраструктуры села однозначно определяет экономическую динамику хозяйствующих субъектов сельских территорий. Доказано [29, 30], что развитость институтов социальной сферы играет ключевую роль в решении демографических вопросов, создает условия для увеличения численности населения и, как следствие, закрепления рабочих кадров и специалистов в сельской местности. В сельских поселениях, где хорошо развита социальная инфраструктура, текучесть кадров значительно ниже, чем в населенных пунктах, где она не развита или развита недостаточно.

В целях верификации когнитивной модели рассмотрим сценарий развития ситуации при отсутствии целенаправленных внешних воздействий на систему — так называемый вариант саморазвития («что будет, если ничего не делать?»).

Таблица 3

Начальные состояния концептов когнитивной модели

№	Наименование концепта	Начальное состояние концепта
1	Развитие рыночной инфраструктуры	Ниже среднего
2	Развитие сельского самоуправления	Ниже среднего
3	Среднегодовая численность населения	Средний
4	Уровень безработицы	Выше среднего
5	Развитие социальной сферы	Средний
6	Доход на душу населения	Ниже среднего
7	Производство сельскохозяйственной продукции	Высокий
8	Развитие малого и среднего предпринимательства	Ниже среднего
9	Инвестиции в основной капитал	Низкий
10	Уровень диверсификации экономики	Ниже среднего
11	Негативное влияние на окружающую природную среду	Ниже среднего

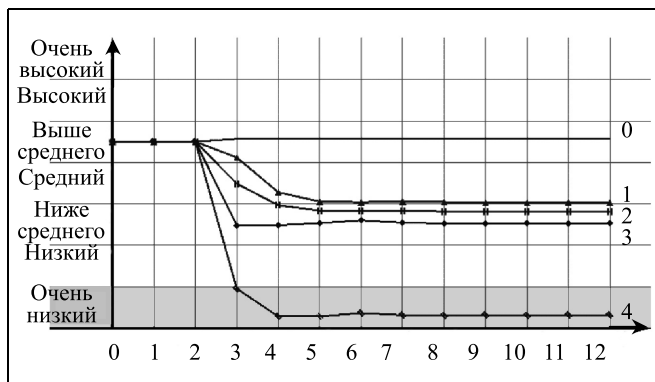


Рис. 4. Динамика состояния концепта «Уровень безработицы» при реализации различных сценариев

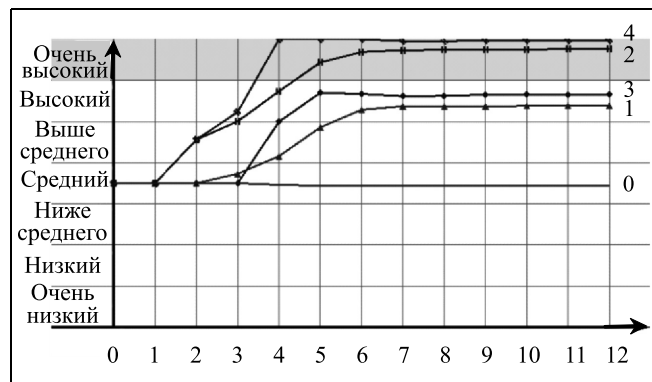


Рис. 5. Динамика состояния концепта «Социальная сфера» при реализации различных сценариев

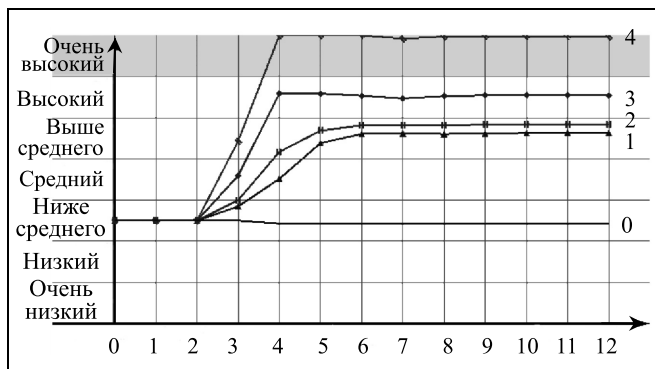


Рис. 6. Динамика состояния концепта «Доход на душу населения» при реализации различных сценариев

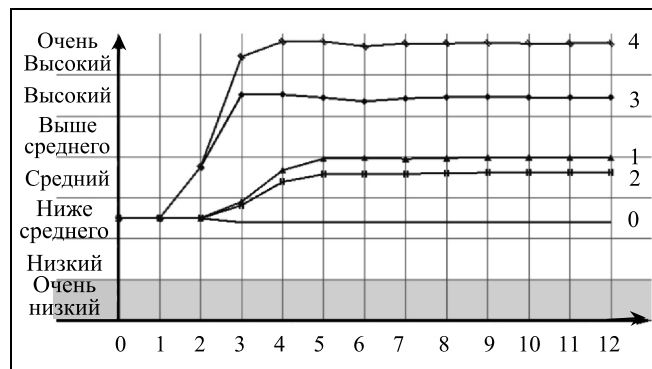


Рис. 7. Динамика состояния концепта «Негативное влияние на окружающую природную среду»

Сценарий саморазвития (0) демонстрирует, что основные тенденции, характерные для социально-экономических процессов сельских территорий в настоящее время, сохраняются и в последующие периоды времени (динамика состояний ряда ключевых концептов при реализации различных сценариев представлена на рис. 4—7; номера сценариев, которым соответствуют кривые, указаны справа). Подходы к управлению не будут совершенствоваться, во многом моноотраслевая структура экономики сельских территорий будет закрепляться. Уровень жизни сельского населения, развитие инфраструктуры в широком смысле будут полностью определяться государственной политикой и поддержкой, его инвестиционной деятельностью — основным ресурсом реализации сценария останется значительное субсидирование капитальных инвестиций в экономику и социальную сферу села. В качестве базового механизма поддержки сельских территорий сохранится действующая в настоящее время практика межбюджетных трансфертов.

Такие показатели, как «Развитие рыночной инфраструктуры», «Развитие местного самоуп-

равления», «Развитие малого и среднего предпринимательства», «Инвестиции в основной капитал» и «Уровень диверсификации экономики» остаются без изменения. Состояния таких концептов, как «Численность населения», «Социальная сфера», «Доходы на душу населения» и «Производство сельскохозяйственной продукции», незначительно ухудшаются и стабилизируются в течение всего периода моделирования. Что касается концепта «Уровень безработицы», то он незначительно увеличивается и далее остается неизменным. Из положительных эффектов отметим только улучшение состояния концепта «Негативное влияние на окружающую природную среду», что вызвано снижением уровня производства и антропогенной нагрузки на экологию.

Таким образом, при отсутствии управляющих воздействий система не в состоянии за счет собственных ресурсов выйти на положительный тренд и достичь целевого уровня. В соответствии с прогнозом, условия жизни селян только ухудшатся. Инерционный вариант развития приведет к дальнейшему сокращению сельского населения, отто-



ку, прежде всего, молодежи в поисках возможностей получения более высоких доходов и лучших условий жизни, усугубит имеющиеся сегодня значительные экономические и социальные диспропорции и, таким образом, создаст устойчивые очаги неблагополучия.

В процессе работы с НКК управления комплексным развитием сельских территорий моделировалось несколько десятков сценариев, дающих основание для отбора желаемых тенденций. При этом формальный сценарный анализ сопровождался предметным анализом экспертами проблемы реализуемости сценария. В целях изучения поведения системы при целенаправленных управляющих воздействиях сформируем сценарии развития ситуации при различных сочетаниях допустимых значений управляемых концептов.

Так называемые «умеренно-оптимистические» сценарии 1–3 учитывают современные реалии управления социально-экономическим развитием сельских территорий. В рамках этих сценариев рассмотрены ситуации, при которых управляющее воздействие оказывается только на один из управляемых концептов.

Сценарий 1. Предположим, что в результате активизации законодательных инициатив существенно улучшились институциональные условия по обеспечению рыночной инфраструктурой, и состояние соответствующего концепта теперь оценивается как «средний». Результаты моделирования (см. рис. 4–7) показывают, что при реализации данного сценария существенно улучшается динамика институциональных концептов, уровень безработицы снижается до среднего значения, что, однако, недостаточно и не позволит уменьшить социальную напряженность в сельской местности. В целом же, несмотря на положительную динамику, развитие системы по рассматриваемому сценарию не позволяет достичь целевых показателей даже в отдаленных временных периодах.

Сценарий 2 описывает ситуацию, когда состояние концепта «Развитие сельского самоуправления» повышается до уровня «выше среднего».

В рамках **сценария 3** моделируется ситуация, когда происходит улучшение состояния концепта «Инвестиции в основной капитал» до уровня «выше среднего».

Анализ динамики целевых концептов позволяет сделать вывод о том, что из трех умеренно-оптимистических сценариев сценарий 2 является наиболее приемлемым, так как достигаемый уровень доходов на душу населения примерно сопоставим с достигаемыми при реализации двух других сценариев, а достигаемое состояние социальной сферы характеризуется как «очень высокое».

Рассмотрим теперь оптимистический **сценарий 4**, при реализации которого управляющие воз-

действия одновременно оказываются на все три управляемых концепта (при этом характер и интенсивность данных воздействий остаются теми же, что и в сценариях 1–3). Оценивая результаты его моделирования (см. рис. 4–7), можно утверждать, что общая ситуация значительно улучшилась по сравнению с рассмотренными ранее сценариями — все значимые показатели имеют положительную динамику, целевые концепты достигают желаемого уровня. Вместе с тем, угрозой развитию системы является ухудшение экологической обстановки (см. рис. 7), которое потребует дополнительных решений по урегулированию негативного влияния на окружающую природную среду в результате развития производства.

Таким образом, оптимистический сценарий 4 предполагает значительные позитивные изменения в социально-экономическом, экологическом и инфраструктурном развитии сельских территорий при условии кардинального улучшения инвестиционного климата, осуществлении значительных государственных и частных инвестиций, развитии местного самоуправления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кулинич А.А. Ситуационный, когнитивный и семиотический подходы к принятию решений в организациях // Открытое образование. — 2016. — Т. 20, № 6. — С. 9–17. [Kulnich, A.A. Situatsionnyi, kognitivnyi i semioticheskii podkhody k prinyatiyu resheniy v organizatsiyakh // Otkrytoe obrazovanie. — 2016. — Vol. 20, No. 6. — P. 9–17. (In Russian)]
2. Авдеева З.К., Коврига С.В., Макаренко Д.И. Когнитивное моделирование для решения задач управления слабоструктурированными системами (ситуациями) // Управление большими системами. — 2007. — Вып. 16. — С. 26–39. [Avdeeva, Z.K., Kovriga, S.V., Makarenko, D.I. Kognitivnoe modelirovanie dlja reshenija zadach upravlenija slabostrukturirovannymi sistemami (situacijami) // Upravlenie bolshimi sistemami. — 2007. — Vol. 16. — P. 26–39 (In Russian)]
3. Борисов В.В., Круглов В.В., Федюлов А.С. Нечеткие модели и сети. — М.: Горячая линия — Телеком, 2012. — 284 с. [Borisov, V.V., Kruglov, V.V., Fedulov, A.S. Nechetkie modeli i seti. — Moscow: Gorjachaja linija — Telekom, 2012. — 284 s. (In Russian)]
4. Силев В.Б. Принятие стратегических решений в нечеткой обстановке. — М.: ИНПРО-РЕС, 1995. — 228 с. [Silov, V.B. Prinjatje strategicheskikh reshenij v nechetkoj obstanovke. Moscow: INPRO-RES, 1995. — 228 s. (In Russian)]
5. Робертс Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам: Пер. с англ. — М.: Наука, 1986. — 496 с. [Roberts, F.S. Discrete Mathematical Models, with Applications to Social, Biological, and Environmental Problems: Translation from English. — Moscow: Science, 1986. — 496 s. (In Russian)]
6. Волошенко Е.В. Индикаторы устойчивого развития сельских территорий: региональный аспект // Вестник Российского государственного университета им. И. Канта. — 2011. — Вып. 1. — С. 117–124. [Voloshenko, E.V. Indikatorij ustojchivogo razvitiya sel'skikh territorij: regional'nyi aspekt // Vestnik Rossijskogo gosudarstvennogo universiteta im. I. Kant. — 2011. — Vol. 1. — P. 117–124. (In Russian)]

7. *Попова А.Л., Канавец М.В.* Особенности моделирования развития сельских территорий РФ // Инновационная наука. — 2015. — № 6. — С. 139, 140. [*Popova, A.L., Kanavtsev, M.V.* Osobennosti modelirovaniya razvitiya sel'skikh territorii RF // Innovatsionnaya nauka. — 2015. — No. 6. — P. 139, 140. (In Russian)]
8. *Холопова Ю.С., Галиуллин Х.Я.* Оценка территориальной остроты ситуации сельских территорий как основа для разработки стратегии социально-экономического развития района // Вестник Ульяновской государственной сельскохозяйственной академии. — 2012. — № 4. — С. 158–164. [*Kholopova, Yu.S., Galiullin, Kh.Ya.* Otsenka territorial'noi ostroti situatsii sel'skikh territorii kak osnova dlya razrabotki strategii sotsial'no-ehkonomicheskogo razvitiya raiona // Vestnik Ul'yanovskoi gosudarstvennoi sel'skokhozyaistvennoi akademii. — 2012. — No. 4. — P. 158–164. (In Russian)]
9. *Доргушаова А.В.* Динамическая модель экономического каркаса несырьевого развития региона // Траектория науки. Электронный научный журнал. — 2016. — № 4 (9). — С. 211–221. [*Dorgushaova, A.V.* Dinamicheskaya model' ehkonomicheskogo karkasa nesyr'evogo razvitiya regiona // Traektoriya nauki. Ehlektronnyi nauchnyi zhurnal. — 2016. — No. 4 (9). — P. 211–221. (In Russian)]
10. *Горелова Г.В., Захарова Е.Н., Гинис Л.А.* Когнитивный анализ и моделирование устойчивого развития социально-экономических систем. — Ростов н/Д: Изд-во Ростовского ун-та, 2005. [*Gorelova, G.V., Zakharova, E.N., Ginis, L.A.* Kognitivnyi analiz i modelirovanie ustoichivogo razvitiya sotsial'no-ehkonomicheskikh sistem. — Rostov n/D: Izd-vo Rostovskogo un-ta, 2005. (In Russian)]
11. *Лавреш И.И., Миронов В.В., Смирнов А.В.* Когнитивное моделирование социально-экономических рейтингов регионов // Вестник ИТАРК. — 2011. — № 1. — С. 22–30. [*Lavresh, I.I., Mironov, V.V., Smirnov, A.V.* Kognitivnoe modelirovanie sotsial'no-ehkonomicheskikh reitingov regionov // Vestnik ITARK. — 2011. — No. 1. — P. 22–30. (In Russian)]
12. *Каранашев А.Х., Селиванов С.В.* Применение нечетких когнитивных моделей в задачах эколого-экономического управления регионом // Вестник Адыгейского государственного университета. — 2016. — Вып. 3 (185). — С. 114–126. [*Karanashev, A.Kh., Selivanov, S.V.* Primenenie nechetkikh kognitivnykh modelei v zadachakh ehkologo-ehkonomicheskogo upravleniya regionom // Vestnik Adygeiskogo gosudarstvennogo universiteta. 2016. — Vol. 3 (185). — P. 114–126. (In Russian)]
13. *Кондрашина О.Н., Анохина М.Е.* Использование нечетких когнитивных карт в оценке качества экономического роста отдельной отрасли // Экономика и предпринимательство. — 2017. — № 5-1. — С. 896–899. [*Kondrashina, O.N., Anokhina, M.E.* Ispol'zovanie nechetkikh kognitivnykh kart v otsenke kachestva ehkonomicheskogo rosta otdel'noi otrasli // Ehkonomika i predprinimatel'stvo. — 2017. — No. 5-1. — P. 896–899. (In Russian)]
14. *Мельник М.С., Орехов В.Д., Причина О.С.* Моделирование тенденций и закономерностей трудовой деятельности в России: когнитивный подход // Проблемы экономики и юридической практики. — 2018. — № 3. — С. 94–101. [*Mel'nik, M.S., Orekhov, V.D., Prichina, O.S.* Modelirovanie tendentsii i zakonomernostei trudovoi deyatelnosti v Rossii: kognitivnyi podkhod // Problemy ehkonomiki i yuridicheskoi praktiki. — 2018. — No. 3. — P. 94–101. (In Russian)]
15. *Исаев Р.А.* Модифицированный метод парных сравнений для экспертной оценки параметров нечеткой когнитивной модели // Современные информационные технологии и ИТ-образование. — 2016. — Т. 12, № 2. — С. 35–42. [*Isaev, R.A.* Modificirovannyi metod parnykh sravnenij dlya jekspertnoj ocenki parametrov nechetkoj kognitivnoj modeli // Modern Information Technology and IT-education. — 2016. — Vol. 12, No. 2. P. 35–42 (In Russian)]
16. *Исаев Р.А., Подвесовский А.Г.* Оценка согласованности суждений эксперта при построении функции принадлежности нечеткого множества методом множеств уровня // Современные информационные технологии и ИТ-образование. — 2017. — Т. 13, № 3. — С. 9–15. [*Isaev, R.A., Podvesovskij, A.G.* Ocenka soglasovannosti suzhdenij jeksperta pri postroenii funktsii prinadlezhnosti nechetkogo mnozhestva metodom mnozhestv urovnja // Modern Information Technology and IT-education. — Vol. 13, No. 3. P. 9–15 (In Russian)]
17. *Isaev, R.A., Podvesovskij, A.G.* Application of time series analysis for structural and parametric identification of fuzzy cognitive models (2018) CEUR // Workshop Proceedings of the International Conference Information Technology and Nanotechnology. Session Data Science (DS-ITNT 2018), Vol. 2212. — P. 119–125.
18. *Isaev, R.A., Podvesovskij, A.G.* Generalized Model of Pulse Process for Dynamic Analysis of Sylov's Fuzzy Cognitive Maps // CEUR Workshop Proceedings of the Mathematical Modeling Session at the International Conference Information Technology and Nanotechnology (MM-ITNT 2017), Vol. 1904. — P. 57–63.
19. *Подвесовский А.Г., Лагерева Д.Г., Коростелев Д.А.* Применение нечетких когнитивных моделей для формирования множества альтернатив в задачах принятия решений // Вестник Брянского государственного технического университета. — 2009. — № 4 (24). — С. 77–84. [*Podvesovskij, A.G., Lagereva, D.G., Korostelev, D.A.* Primenenie nechetkikh kognitivnykh modelei dlya formirovaniya mnozhestva al'ternativ v zadachakh prinyatiya reshenii // Vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. — 2009. — No. 4 (24). — P. 77–84. (In Russian)]
20. *Подвесовский А.Г., Исаев Р.А.* Метафоры визуализации нечетких когнитивных карт // Научная визуализация. — 2018. — Т. 10, № 4. — С. 13–29. [*Podvesovskij, A.G., Isaev, R.A.* Visualization metaphors for fuzzy cognitive maps. Scientific Visualization. — 2018. — Vol. 10, No. 4. — P. 13–29. (In Russian)]
21. *Захарова А.А., Шкляр А.В.* Метафоры визуализации // Научная визуализация. — 2013. — Т. 5, № 2. — С. 16–24. [*Zakharova, A.A., Shklyar, A.V.* Metafory vizualizatsii // Nauchnaya vizualizatsiya. — 2013. — Vol. 5. — No. 2. — P. 16–24. (In Russian)]
22. *Захарова А.А., Вехтер Е.В., Шкляр А.В.* Методика решения задач анализа данных при использовании аналитических визуальных моделей // Научная визуализация. — 2017. — Т. 9. — № 4. — С. 78–88. [*Zakharova, A.A., Vekhter, E.V., Shklyar, A.V.* Metodika resheniya zadach analiza dannykh pri ispol'zovanii analiticheskikh vizual'nykh modelei // Nauchnaya vizualizatsiya. — 2017. — Vol. 9, No. 4. — P. 78–88. (In Russian)]
23. *Захарова А.А., Вехтер Е.В., Шкляр А.В.* и др. Количественная оценка когнитивной интерпретируемости визуализации // Научная визуализация. — 2018. — Т. 10, № 4. — С. 145–153. [*Zakharova, A.A., Vekhter, E.V., Shklyar, A.V., et al.* Kolichestvennaya otsenka kognitivnoi interpretiruемости vizualizatsii // Nauchnaya vizualizatsiya. — 2018. — Vol. 10, No. 4. — P. 145–153. (In Russian)]
24. *Захарова А.А., Шкляр А.В.* Информативные признаки задач визуализации // Научная визуализация. — 2015. — Т. 7, № 2. — С. 73–80. [*Zakharova, A.A., Shklyar, A.V.* Informativnye priznaki zadach vizualizatsii // Nauchnaya vizualizatsiya. — 2015. — Vol. 7, No. 2. — P. 73–80. (In Russian)]
25. *Подгорская С.В.* Методологические основы когнитивного моделирования комплексного развития сельских территорий // Вестник Донского государственного аграрного университета. — 2018. — № 2-2 (28). — С. 44–48. [*Podgor'skaya, S.V.* Metodologicheskie osnovy kognitivnogo modelirovaniya kompleksnogo razvitiya sel'skikh territorii // Vestnik Donskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. — 2018. — No. 2-2 (28). — P. 44–48. (In Russian)]
26. *Подгорская С.В.* Характеристика системы концептов когнитивной модели управления устойчивым развитием сельских территорий // Инновационные пути решения актуальных проблем АПК России: Материалы всеросс. (нац.) науч.-практ. конф. — Персиановский: Донской



- ГАУ, 2018. — С. 642—646. [Podgorskaya, S.V. Kharakteristika sistemy kontseptov kognitivnoi modeli upravleniya ustoychivym razvitiem sel'skikh territorii // Innovatsionnye puti resheniya aktual'nykh problem APK Rossii: Materialy vsross. (nats.) nauch.-prakt. konf. — Persiansovskii: Donskoi GAU, 2018. — P. 642—646. (In Russian)]
27. *Тарасов А.С., Антонова Н.И., Маркина Е.Д., Бахматова Г.А.* Формирование комплексного прогноза развития инженерной, рыночной и природоохранной инфраструктуры сельских территорий // Проблемы развития АПК региона. — 2017. — Т. 3, № 3 (31). — С. 147—152. [Tarasov, A.S., Antonova, N.I., Markina, E.D., Bahmatova, G.A. Formirovanie kompleksnogo prognoza ustojchivogo razvitija inzhenernoj, rynochnoj, i prirodoohrannoj infrastruktury sel'skikh territorij // Problemy razvitija APK regiona. — 2017. — Vol. 3, No. 3 (31). — P. 147—152. (In Russian)]
28. *Антонова Н.И.* Развитие сельских территорий — условие сохранения территориальной целостности страны // Повышение эффективности АПК в системе социально-ориентированного развития сельских территорий: сб. науч. тр. ФГБНУ НИИЭОАПК ЦЧР России [по результатам межрегион. науч.-практ. конф.]. — Воронеж, 2015. [Antonova, N.I. Razvitie sel'skikh territorii — uslovie sokhraneniya territorial'noi tselostnosti strany // Povyshenie ehffektivnosti APK v sisteme sotsial'no-orientirovannogo razvitiya sel'skikh territorii: sb. nauch. tr. FGBNU NIIEOAPK CHR Rossii [po rezul'tatam mezhregion. nauch.-prakt. konf.]. — Voronezh, 2015. (In Russian)]
29. *Подгорская С.В.* Концептуальная модель инвестиционного обеспечения развития социальной инфраструктуры села (на материалах Ростовской области): дис. канд. экон. наук. — Южный федеральный университет. Персиановский. — 2008. — 202 с. [Podgorskaja, S.V. Konceptual'naja model' investicionnogo obespechenija razvitija sotsial'noj infras-
- truktury sela (na materialah Rostovskoj oblasti) (Ph. D. Thesis), Rostov-na-Donu. — 2008. — 202 s. (In Russian)]
30. *Марамохина Е.В.* Основные проблемы социальной инфраструктуры сельской местности (на примере Нижегородской области) // Аэкономика: экономика и сельское хозяйство. — 2016. — № 2 (10). [Maramokhina, E.V. Osnovnye problemy sotsial'noi infrastruktury sel'skoi mestnosti (na primere Nizhegorodskoj oblasti) // Aehkonomika: ehkonomika i sel'skoe khozyaistvo. — 2016. — No. 2 (10). (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии О.П. Кузнецовым.

*Поступила в редакцию 3.03.2019, после доработки 21.05.2019.
Принята к публикации 26.06.2019.*

Подгорская Светлана Валерьевна — канд. экон. наук, Всероссийский научно-исследовательский институт экономики и нормативов (ВНИИЭИ) — филиал Федерального Ростовского аграрного научного центра, г. Ростов-на-Дону, ✉ svetlana.podgorskaya@gmail.com,

Подвесовский Александр Георгиевич — канд. техн. наук, Брянский государственный технический университет, ✉ apodv@tu-bryansk.ru,

Исаев Руслан Александрович — аспирант, Брянский государственный технический университет, ✉ Ruslan-Isaev-32@yandex.ru,

Тарасов Алексей Сергеевич — д-р экон. наук, ВНИИЭИ — филиал Федерального Ростовского аграрного научного центра, г. Ростов-на-Дону, ✉ al.tar@mail.ru,

Бахматова Галина Александровна — ВНИИЭИ — филиал Федерального Ростовского аграрного научного центра, г. Ростов-на-Дону, ✉ bg-fond@mail.ru.

MODELING OF SCENARIO DEVELOPMENT OF RURAL TERRITORIES BASED ON FUZZY COGNITIVE MODEL

S.V. Podgorskaya^{1, #}, A.G. Podvesovskii², R.A. Isaev², A.S. Tarasov¹, G.A. Bahmatova¹

¹ The Federal Agrarian Scientific Centre of Rostov,

² Bryansk State Technical University

✉ svetlana.podgorskaya@gmail.com

Abstract. Application of cognitive modeling to such complex semistructured social and economic systems as rural territories is considered. The fuzzy cognitive model of complex development of rural territories is developed, a set of significant parameters (concepts) of model is determined in backbone spheres of activity, such as social, demographic, economic, institutional and ecological. The technology of modeling is complemented with authors' techniques of parametrical identification of fuzzy cognitive maps and its scenario analysis on the basis of fuzzy model of pulse process. On the basis of the structural and target analysis of system indicators of the fuzzy cognitive map its defined that the greatest impact on target concepts and a system in general is made by factors of the institutional environment, such as development of market infrastructure and rural self-government, which defines them as the most effective applications of the operating influences. The results of scenario modeling of model of complex development of rural territories allowing planning and quick estimation of development of a territorial recreational system in the conditions of the fast-changing external environment are presented. Results of the research can be used by state authorities of agro-industrial complex on all levels for forming effective strategy and developing programs of social and economic development of rural territories.

Keywords: complex development of rural territories, cognitive modeling, fuzzy cognitive model, semistructured systems, structural and target analysis, scenario analysis.

АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЯМИ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

А.К. Волковицкий

Аннотация. Поставлена задача создания эффективного метода управления работой линейных измерительных систем в условиях преобладающего влияния искажений, обусловленных изменчивостью во времени параметров измерительного преобразования. Представлены метод и алгоритм управления измерениями спектра и временной формы квазистационарного периодического процесса, заключающиеся в одновременном раздельном наблюдении параметров исследуемого процесса и параметров измерительной системы с последующим введением корректирующих поправок. Отмечено, что контроль параметров системы осуществляется с помощью искусственного стационарного полигармонического эталонного воздействия, причем спектры исследуемого и эталонного воздействий не пересекаются. Показан способ синтеза временной формы процесса эталонного воздействия. Определены основные ограничения и область условий возможного применения метода, показана его эффективность на примере экспериментальных данных, полученных в процессе функционирования низкочастотной индуктивной электроизмерительной системы в режиме измерения переменного магнитного поля.

Ключевые слова: управление измерениями, контроль параметров преобразования, адаптивная коррекция, квазистационарный периодический процесс.

ВВЕДЕНИЕ

Высокоточное измерение параметров различных процессов — необходимый и важный элемент функционирования большинства систем управления. От точности измерений зависит, в конечном счете, точность работы различного рода регуляторов, систем управления движением, контроля параметров технологических процессов. Значительное место в технике измерений занимает контроль параметров циклических квазистационарных процессов, которые можно полагать периодическими на некотором интервале времени наблюдения. Такого рода измерения часто возникают в тех случаях, когда предметом измерения является характер реакции какого-либо объекта на известный зондирующий процесс. В этом случае датчики измерительной системы регистрируют воздействие процесса, также периодического, однако в общем случае, неизвестного. Входное воздействие преобразуется в электрический сигнал, а затем и в циф-

ровую информацию. Датчики, участвующие в процессе измерений, будучи сложными по структуре и принципу работы, зачастую вносят существенные искажения в результаты преобразования [1]. Параметры преобразования оказываются зависимыми от различного рода внешних воздействий — прежде всего от тепловых процессов в самом датчике и электронных блоках измерительной системы. Форма сигнала на выходе измерительной системы становится непредсказуемо отличной от формы входного воздействия. В случае сложных датчиков бывает даже так, что искажающее влияние изменчивости измерительных характеристик оказывается значительно большим, чем влияние шумов и помех. Для решения задач контроля, регулирования, слежения и многих других задач важно получать точное представление об исследуемом процессе.

В этом контексте управление процессом измерений, заключающееся в мониторинге характера измерительных искажений и внесении адаптивных корректирующих поправок, позволяющих восстановить истинные параметры исследуемого про-

цесса, — важная и актуальная задача. Алгоритмическим аспектам ее решения и посвящена данная работа.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть воздействие x на чувствительные элементы датчика измерительной системы можно считать стационарным на интервале времени $(t - nT, t + nT)$ из $2n$ периодов сигнала ($T = 2\pi/\omega$) и монохроматическим с частотой ω :

$$x(t + \tau) = \operatorname{Re}\left(a(t)e^{j(\omega\tau + \varphi(t))}\right) = \operatorname{Re}\left(X(t, \omega)e^{j\omega\tau}\right),$$

где a — амплитуда, φ — начальная фаза, τ — непрерывное время, t — дискретное (астрономическое) время. Относительно двух параметров времени сделаем следующее замечание. Поскольку поведение исследуемого объекта и условия наблюдения на интервале стационарности полагаются неизменными, результаты измерений на всем интервале удобно представлять в свернутой форме, а единое значение этой формы относить к средней точке интервала стационарности, дискретному отсчету шкалы системного (астрономического) времени t (в отличие от непрерывной шкалы времени τ). Удобной формой такого рода представления служит значение так называемой комплексной амплитуды сигнала соответствующей частоты [2] (в приведенном выражении $X(t, \omega) = a(t, \omega)(\cos(\varphi(t, \omega)) + j\sin(\varphi(t, \omega)))$).

Входное воздействие x преобразуется измерительной системой в выходной электрический сигнал, отличающийся по форме, поскольку любое измерительное преобразование неизбежно вносит различного рода искажения. В пределах интервала стационарности характер искажений можно считать постоянным и, в предположении линейности преобразования, представить в форме значения комплексного коэффициента преобразования на соответствующей частоте, отнесенного к соответствующему астрономическому времени — $W(t, \omega)$. Кроме того, следует учитывать влияние шумовой добавки — s . С учетом этого выражение для сигнала на выходе измерительной системы запишем в виде:

$$\begin{aligned} u(t + \tau) &= \operatorname{Re}[W(t, \omega)X(t, \omega)e^{j\omega\tau}] + s(t + \tau) = \\ &= \operatorname{Re}[U(t, \omega)e^{j\omega\tau}] + s(t + \tau). \end{aligned} \quad (1)$$

Параметр $U(t, \omega)$ выражает значение комплексной амплитуды выходного сигнала, искаженного формой и изменчивостью измерительного преобразования $W(t, \omega)$.

Сигнал u может быть подвергнут аналого-цифровому преобразованию и вычислительной обработке, в результате которой может быть определе-

но значение комплексной амплитуды $U(t, \omega)$. Заметим, что в формуле (1) ни один из параметров X и W нельзя считать известным, поскольку первый является предметом измерения и априори неизвестен, а второй, как отмечалось выше, зависит от различных внешних факторов и, вообще говоря, для разных отсчетов t может принимать различные значения.

Для определения комплексной амплитуды применим процедуру синхронного детектирования (когерентного накопления):

$$\begin{aligned} \tilde{U}(t, \omega) &= \frac{1}{nT} \int_{t-nT}^{t+nT} f(\tau)e^{j\omega\tau}u(t + \tau)d\tau = \\ &= U(t, \omega) + o(t, \omega). \end{aligned} \quad (2)$$

Знак «тильда» в левой части выражения отражает тот факт, что значение комплексной амплитуды $\tilde{U}(t, \omega)$, получаемое в результате вычислений, отличается от значения U из выражения (1) на значение ошибки, внесенной действием шумов:

$$o(t, \omega) = \frac{1}{nT} \int_{t-nT}^{t+nT} f(\tau)e^{j\omega\tau}s(t + \tau)d\tau.$$

В приведенных выражениях функция $f(\tau)$, определенная на отрезке $[-nT, +nT]$, является весовой функцией когерентного накопления. Форма весовой функции существенным образом определяет добротность детектирования, чувствительность к сигналам на различных частотах, как равных, так и отличных от частоты детектирования. Чувствительность синхронного детектора к различным частотам ω_i определяется как

$$A(\omega, \omega_i) = \frac{1}{nT} \int_{-nT}^{+nT} f(\tau)e^{j\omega\tau}\cos\omega_i\tau d\tau,$$

где A — комплексное значение чувствительности синхронного детектора к воздействию сигнала на частоте ω_i при детектировании на частоте ω . Общая форма амплитудной компоненты этой кривой (амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) детектора) приведена на рис. 1.

Зависимость формы частотной характеристики (ЧХ) синхронного детектора от формы весовой функции детально изложена в книге [3], в контексте же данной работы важно лишь то, что на частоте детектирования чувствительность принимает действительное значение, равное единице, а на частотах $\omega \pm \delta$ (где $\delta = m\pi/2nT$, m — целое число) — нулю [4]. Таким образом, наличие сигналов на этих частотах, весьма близких к частоте детектирования ω , не оказывает влияния на результат вычисления комплексной амплитуды. Так как значение δ не зависит от значения частоты ω , очевидно,

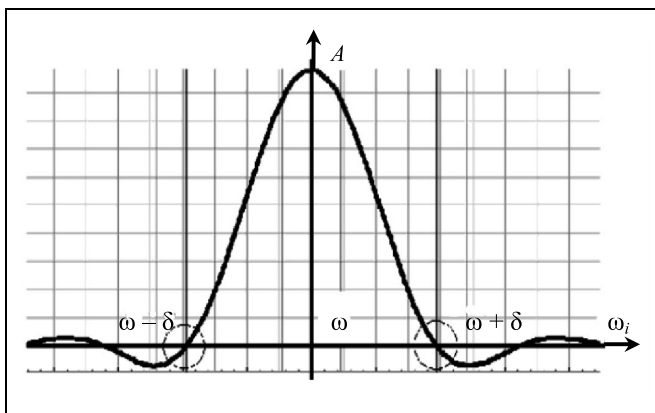


Рис. 1. Амплитудно-частотная характеристика синхронного детектора

что при синхронном детектировании на частотах $\omega \pm \delta$ на результат детектирования, в свою очередь, не оказывает влияния наличие сигнала на частоте основного процесса ω . На этой особенности синхронного детектирования и основаны предлагаемые в данной работе метод и алгоритм адаптивной коррекции измерительных искажений.

Задача управления процессом измерений в контексте изложенного сводится к непрерывному мониторингу параметров функции преобразования измерительной системы непосредственно в процессе наблюдения квазистационарного входного воздействия с последующим введением адаптивной поправки, причем измерительное преобразование предполагается линейным с медленно изменяющейся во времени частотной характеристикой.

2. УПРАВЛЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЯМИ, АДАПТИВНАЯ КОРРЕКЦИЯ

Положим, что на датчик измерительной системы наряду с периодическим на интервале стационарности монохроматическим воздействием с частотой ω (при неизвестных значениях амплитуды и фазы) дополнительно действует искусственно создаваемое известное эталонное воздействие x_3 вида

$$x_3(t + \tau) = \operatorname{Re}\left(X_L(\omega)e^{j(\omega - \delta)(t + \tau)}\right) + \operatorname{Re}\left(X_R(\omega)e^{j(\omega + \delta)(t + \tau)}\right),$$

где $X_L(\omega)$ и $X_R(\omega)$ — значения комплексных амплитуд двух составляющих бигармонического воздействия, т. е. воздействия на частотах $\omega - \delta$ и $\omega + \delta$ соответственно. Будем также полагать значения $X_L(\omega)$ и $X_R(\omega)$ постоянными на интервале стационарности (интервале когерентного накопления с центральной точкой t). Заметим, что последнее тре-

бование вполне естественно, так как это воздействие создается искусственно.

Воздействия на основной частоте ω и двух связанных с ней дополнительных эталонных частотах $\omega \pm \delta$ складываясь, образуют на входе измерительной системы частотный триплет. После прохождения через различные каскады преобразования с учетом влияния несовершенства измерительной системы на ее выходе будет наблюдаться сигнал вида

$$u_3(t + \tau) = \operatorname{Re}\left(W(t, \omega)e^{j\omega(t + \tau)}\right) + \operatorname{Re}\left(W(t, \omega - \delta)X_L(\omega)e^{j(\omega - \delta)(t + \tau)}\right) + \operatorname{Re}\left(W(t, \omega + \delta)X_R(\omega)e^{j(\omega + \delta)(t + \tau)}\right) + s(t + \tau).$$

После приема и усиления сигнал триплета может быть подвергнут синхронному детектированию на каждой из трех частот. С учетом нулевой чувствительности синхронного детектора к частотам, отстоящим от частоты детектирования на частоту δ , на интервале накопления с центральным значением времени t будут получены значения трех комплексных амплитуд:

$$\begin{aligned} \frac{1}{nT} \int_{t-nT}^{t+nT} f(t)u_3(t + \tau)e^{j\omega(t + \tau)} dt &= \tilde{U}(t, \omega) = \\ &= W(t, \omega)X(t, \omega) + o(t, \omega), \\ \frac{1}{zT} \int_{t-zT}^{t+zT} f_1(t)u_3(t + \tau)e^{j(\omega - \delta)(t + \tau)} dt &= \tilde{U}_L(t, \omega) = \\ &= W(t, \omega - \delta)X_L(\omega) + o(t, \omega - \delta), \\ \frac{1}{zT} \int_{t-zT}^{t+zT} ff_1(t)u_3(t + \tau)e^{j(\omega + \delta)(t + \tau)} dt &= \tilde{U}_R(t, \omega) = \\ &= W(t, \omega + \delta)X_R(\omega) + o(t, \omega + \delta). \end{aligned} \quad (3)$$

В приведенных выражениях показано, что интервал накопления при детектировании на дополнительных частотах отличается от интервала накопления на основной частоте. Важно, чтобы целое число периодов $z > n$, поскольку по мере увеличения времени накопления полоса частот синхронного детектирования сужается, и если считать шум измерений белым, то соответственно уменьшается и его мощность в полосе детектирования. Это значит, что ошибка детектирования на дополнительных частотах $o(t, \omega \pm \delta)$ становится достаточно малой, чтобы, в частности, полагать $\tilde{U}_{R(L)}(t, \omega) = W(t, \omega \pm \delta)X_{R(L)}(\omega)$.

Важно заметить, что если протяженность интервала стационарности (интервала накопления) достаточно велика по отношению к периоду T , то



частотный интервал между основной и дополнительными частотами $\delta = m\pi/nT$ весьма мал, и полоса частотного триплета оказывается узкой по отношению к частоте детектирования ($\omega \gg 2\delta$). Частотную характеристику в этой полосе можно считать гладкой, а в первом приближении — линейной функцией, поэтому можно полагать

$$\begin{aligned} \tilde{W}(t, \omega) &= \frac{\tilde{U}_L(t, \omega)}{2X_L(\omega)} + \frac{\tilde{U}_R(t, \omega)}{2X_R(\omega)} = \\ &= W(t, \omega) + o_W(t, \omega), \end{aligned} \quad (4)$$

где согласно формулам (3) $o_W(t, \omega) = \left[\frac{o(t, \omega - \delta)}{2X_L(\omega)} + \frac{o(t, \omega + \delta)}{2X_R(\omega)} \right]$, W — истинное значение

коэффициента преобразования, \tilde{W} — значение, вычисленное по результатам когерентного накопления на частотах эталонного воздействия (сигнала).

Выражение (4) замечательно тем, что коэффициент преобразования $\tilde{W}(t, \omega)$ оказывается, хотя и приближенно, выражен через величины, известные априори или полученные в результате обработки входного сигнала измерительной системы в том самом процессе, в котором регистрируется и форма входного наблюдаемого воздействия на соответствующем интервале когерентного накопления; одновременно со значением комплексной амплитуды $\tilde{U}(t, \omega)$ приближенно определено значение комплексного коэффициента преобразования для измерительной системы на той же частоте. В контексте задачи адаптивного управления процессом измерения это означает, что решена первая часть задачи адаптивного управления — выполнен мониторинг частотной характеристики системы.

Теперь можно приступить к введению адаптивной коррекции. Зная значение $\tilde{W}(t, \omega)$ и полагая $o_W(t, \omega) \approx 0$, остается внести поправку в результат синхронного детектирования для наблюдаемого процесса, т. е. найти для него приближенную спектральную форму входного воздействия

$$\tilde{X}(t, \omega) = \frac{\tilde{U}(t, \omega)}{\tilde{W}(t, \omega)} = \frac{U(t, \omega)}{W(t, \omega)} + \left[\frac{o(t, \omega)}{\tilde{W}(t, \omega)} \right]. \quad (5)$$

Преобразование (5) завершает этап коррекции адаптивного алгоритма управления процессом измерений параметров монохроматического процесса.

Применительно к полученному результату важно выполнить оценку результирующей ошибки введенной корректирующей поправки, обусловленной неизбежным влиянием шумов. Полагая $W(t, \omega) \gg o_W(t, \omega)$ и раскладывая выражение (5) в

ряд по малому параметру $\varepsilon = \frac{o_W(t, \omega)}{W(t, \omega)}$, получаем, ограничиваясь линейным приближением,

$$\begin{aligned} \tilde{X}(t, \omega) &= \frac{U(t, \omega)}{W(t, \omega)} (1 - \varepsilon) + \frac{o(t, \omega)}{W(t, \omega)} (1 - \varepsilon) \approx \\ &\approx X(t, \omega) + \frac{o(t, \omega)}{W(t, \omega)} - \varepsilon X(t, \omega). \end{aligned} \quad (6)$$

Размер ошибки введенной коррекции представляется последним членом в данном выражении — $\varepsilon X(t, \omega)$. Член $\frac{o(t, \omega)}{W(t, \omega)}$ представляет ошибку синх-

ронного детектирования, приведенную ко входу измерительной системы. Эта величина, согласно выражению (6), от коррекции не зависит. Ожидаемое среднее квадратическое отклонение ошибок вычисления комплексных амплитуд согласно работе

[5] приблизительно составит $o(t, \omega \pm \delta) \sim \sqrt{\sigma^2/4z}$, где σ — среднее квадратическое отклонение шума непосредственно на выходе измерительной системы, z — число отсчетов в выборке синхронного детектирования. Так как эталонное воздействие можно с уверенностью полагать стационарным, для эталонных частот может быть использован значительный интервал накопления, и введение корректирующей поправки не приводит к увеличению ошибки определения комплексной амплитуды X основного процесса. Таким образом, будем далее полагать $\tilde{W}(t, \omega) = W(t, \omega)$, а также $\tilde{X}(t, \omega) = X(t, \omega)$.

Здесь важно заметить, что на практике далеко не во всех экспериментах искажающее влияние шумов оказывается определяющим. Очень часто основным фактором выступает именно непредсказуемость и изменчивость параметров измерительного преобразования.

3. АДАПТИВНАЯ КОРРЕКЦИЯ ПРИ СЛОЖНОЙ ВРЕМЕННОЙ ФОРМЕ ИССЛЕДУЕМОГО ПРОЦЕССА

Для сигнала $u(\tau)$ с периодом T $u(\tau) = u(\tau + T)$. Поэтому в процессе вычисления комплексной амплитуды для частоты ω при когерентном накоплении в формуле (2) можно изменить порядок суммирования таким образом:

$$\begin{aligned} \tilde{U}(t, \omega) &= \frac{1}{nT} \int_0^T \left[\sum_{i=-n}^{n-1} (f(iT + \tau)u(t + iT + \tau)) \right] e^{j\omega\tau} d\tau = \\ &= \frac{1}{nT} \int_0^T v(t, \tau) e^{j\omega\tau} d\tau, \end{aligned} \quad (7)$$

где $v(t, \tau)$ — функция, определенная на отрезке $[0, T]$, которая представляет так называемый массив данных временного накопления — короткий

график средней формы сигнала для одного периода. Таким образом, при вычислении значения комплексной амплитуды сначала осуществляется временное накопление сигнала с весовой функцией $f(\tau)$ на отрезке, соответствующем периоду T , а по его завершении — синхронное детектирование на интервале $(0, T)$ на частоте ω при единичной весовой функции.

Отметим, что наличие на выходе измерительной системы сигналов с частотами $\omega \pm \delta$ не изменяет форму функции временного накопления, так как $e^{j(\omega + \delta)(t + \tau)} = e^{j\delta(t + \tau)} e^{j\omega(t + \tau)}$, $e^{\delta(t \pm nT)} = -e^{j\delta t}$, а отрезок времени $(-nT, +nT)$ соответствует ровно одному периоду частоты δ .

Важно также отметить, что выражение (7) справедливо для всех значений ω , кратных $2\pi/T$ (функция, периодическая с периодом T , является также периодической с периодом rT , где $r = 1, 2, \dots$).

Таким образом, бигармонический эталонный сигнал «не виден» как при синхронном детектировании на частоте ω , так и при временном накоплении на отрезке продолжительностью rT .

Для выделения временной формы сигнала, являющегося преобразованием только эталонного воздействия, «промодулируем» суммарный сигнал триплета косинусом частоты δ (данная операция чисто вычислительная и выполняется над данными вычислительной машиной).

Выражение

$$\begin{aligned} \tilde{u}_3(t, \tau) = & \operatorname{Re} \left[\tilde{U}(t, \omega) e^{j\omega(t + \tau)} e^{j\delta(t + \tau)} \right] + \\ & + \operatorname{Re} \left[\tilde{U}_L(t, \omega) e^{j(\omega - \delta)(t + \tau)} \right] + \\ & + \operatorname{Re} \left[\tilde{U}_R(t) e^{j(\omega + \delta)t} \right] \left(e^{j\delta(t + \tau)} + e^{-j\delta(t + \tau)} \right) / 2 \end{aligned}$$

тождественными преобразованиями может быть приведено к виду:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_3(t, \tau) = & \frac{1}{2} \left[\operatorname{Re} \left(\tilde{U}(t, \omega) e^{j(\omega - \delta)(t + \tau)} \right) + \right. \\ & + \operatorname{Re} \left(\tilde{U}(t, \omega) e^{j(\omega + \delta)(t + \tau)} \right) + \\ & + \operatorname{Re} \left(\tilde{U}_L(t, \omega) e^{j(\omega - 2\delta)(t + \tau)} \right) + \\ & + \operatorname{Re} \left(\tilde{U}_R(t, \omega) e^{j(\omega + \delta)(t + \tau)} \right) + \\ & \left. + \operatorname{Re} \left(\tilde{U}_L(t, \omega) + \tilde{U}_R(t, \omega) \right) e^{j\omega(t + \tau)} \right]. \quad (8) \end{aligned}$$

Если теперь данный синтетический сигнал подвергнуть синхронному детектированию на частоте ω , то получится, что согласно формуле (8) «видимыми» оказываются только компоненты эталонного сигнала (синхронный детектор нечувствителен как к частотам $\omega \pm \delta$, так и к частотам $\omega \pm 2\delta$). Сигналы, обусловленные эталонным воздействи-

ем, оказываются объединенными в единый гармонический сигнал на основной частоте. Таким образом, путем синхронного детектирования сигнала $\tilde{u}_3(t, \tau)$ на частоте ω согласно (3), будет получено значение

$$\begin{aligned} \tilde{U}_3(t, \omega) = & \frac{1}{nT} \int_0^T \left(\sum_{i=-n}^{n-1} f(iT + \tau) \tilde{u}_3(t + iT + \tau) \right) e^{j\omega\tau} d\tau = \\ = & \frac{1}{nT} \int_0^T v_3(t, \tau) e^{j\omega\tau} d\tau = \frac{1}{2} (W(t, (\omega - \delta)) X_L(\omega) + \\ & + W(t, \omega + \delta) X_R(\omega)) + o'(t, \omega). \quad (9) \end{aligned}$$

Учитывая, что шум измерений в полосе чувствительности детектора полагается белым, сохраняются статистические параметры средних значений $\overline{o'(t, \omega)} = \overline{o(t, \omega)}$ [4]. Если при этом известно, что $X_L(\omega) = X_R(\omega) = X_0(\omega)$, то в соответствии с формулой (9),

$$\tilde{W}(t, \omega) \approx \frac{W(t, \omega - \delta) + W(t, \omega + \delta)}{2} \approx \frac{\tilde{U}_3(t, \omega)}{2X_0(\omega)}. \quad (10)$$

Таким образом, при непосредственном временном накоплении на периоде T не только возможно выделение монохроматического сигнала на основной частоте ω , но и определение коэффициента преобразования для этой частоты.

Пусть теперь исследуемое в эксперименте входное воздействие полигармоническое, т. е. представляется набором гармоник, кратных частоте повторения периодического сигнала ω_0 — спектром $X(\omega_i)$, где $\omega_i = i\omega_0$, $i = 1, 2, \dots$. Заметим также, что набор гармоник всегда так или иначе конечен, он ограничен частотным диапазоном датчиков измерительной системы.

Если на датчик измерительной системы наряду с основным исследуемым воздействием подать дополнительное эталонное, представленное набором пар гармонических процессов, то

$$\begin{aligned} x(t + \tau) = & \sum_i \operatorname{Re} \left(X(t, i\omega_0) e^{j(i\omega_0)\tau} \right) + \\ & + \sum_i \operatorname{Re} \left(X_L(t, i\omega_0) e^{j(i\omega_0 - \delta)\tau} \right) + \\ & + \sum_i \operatorname{Re} \left(X_R(t, i\omega_0) e^{j(i\omega_0 + \delta)\tau} \right). \end{aligned}$$

Таким образом, для каждой из частот применена одинаковая структура триплета. Согласно формуле (8), если $4\delta < \omega_0$, то спектры основного и эталонного воздействий не пересекаются. Если приведенные условия соблюдены, то все представленные выше выкладки справедливы для каждого триплета с центральной частотой ω_i , а следователь-

но, и для всего сложного периодического сигнала. Это значит, что с помощью приведенного алгоритма измерительные искажения для каждой из частот спектра могут быть скорректированы не только для монохроматического, но и для периодического сигнала сложной формы.

Принцип временного накопления особенно эффективен при адаптивном управлении процессом измерений периодических процессов сложной формы: для всех частот спектра $X(\omega_i)$ можно использовать единый массив временного накопления $v(t, \tau)$ формы основного сигнала и единый массив $v_s(t, \tau)$ формы эталонного воздействия (если только $X_L(\omega_i) = X_R(\omega_i) = X_0(\omega_i)$).

После временного накопления на каждом из массивов $v(t, \tau)$ и $v_s(t, \tau)$ может быть выполнено синхронное детектирование на всех актуальных частотах набора ω_i . В результате этой операции согласно формулам (7) и (9) будут получены два набора значений комплексных амплитуд — два спектра: $\tilde{U}(t, \omega_i)$ и $\tilde{U}_s(t, \omega_i)$. По формуле (10) для каждой из частот ω_i может быть вычислено значение $\tilde{W}(t, \omega_i)$ (этап мониторинга адаптивного алгоритма управления), а затем и выполнена коррекция в частотной области

$$X(t, \omega_i) \approx \tilde{X}(t, \omega_i) = \frac{\tilde{U}(t, \omega_i)}{\tilde{W}(t, \omega_i)},$$

а также скорректирована и форма исследуемого входного воздействия

$$x(t + \tau) \approx \tilde{x}(t + \tau) = \sum_i \tilde{X}(t, \omega_i) e^{j\omega_i(t + \tau)}.$$

Таким образом, задачу адаптивного управления измерениями квазистационарного периодического процесса можно считать решенной. Здесь важно остановиться на некоторых деталях возможной реализации метода.

Приведенный алгоритм адаптивного управления позволяет применять простой метод синтеза формы процесса эталонного воздействия. Принимая во внимание, что $\cos\alpha \cdot \cos\beta = 1/2[\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$, для этого достаточно создать эталонное воздействие в форме периодического процесса с периодом, соответствующим частоте ω_0 , а затем промодулировать его на аппаратном уровне синусоидальным сигналом частоты δ . В спектре этого воздействия для каждой из частот ω_i будет содержаться пара гармонических компонент на частотах $\omega_i \pm \delta$. На результаты временного накопления для основного сигнала такое дополнительное воздействие влияния не оказывает. Амплитуды компонент каждой пары одинаковы, но, вообще говоря,

могут отличаться для разных частот ω_i . Если для всех частот установить $X_0(\omega_i) = \text{const}$ (этот случай соответствует эталонному сигналу в форме бесконечно узких разнополярных импульсов), то с точностью до комплексного множителя вычисляемый сигнал $\tilde{u}_s(t + \tau)$ непосредственно описывает импульсную характеристику системы, а спектр $\tilde{U}_s(t, \omega_i)$ — частотную. К сожалению, такой тип входного воздействия сложно реализовать на аппаратном уровне.

Схема алгоритмической реализации метода адаптивного управления измерениями квазистационарных периодических процессов приведена на рис. 2, где схематически показан принцип формирования эталонного воздействия и последовательность выполнения вычислений. Ход выполнения вычислений и промежуточные результаты проиллюстрированы графиками, полученными при обработке данных реального физического эксперимента [6].

Сравнение форм входного воздействия и результата коррекции наглядно демонстрирует эффективность предложенных метода и алгоритма.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Работоспособность предлагаемого метода и соответствующего алгоритма в значительной мере зависит от того, насколько полно соблюдаются условия измерений, среди которых выделим следующие.

- Значение периода исследуемого сигнала должно быть точно определено по часам измерительной системы. Если исследуемый процесс является результатом реакции на известное зондирующее воздействие, т. е. управление экспериментом в целом осуществляется единой вычислительной системой, это требование удовлетворяется автоматически.
- На аппаратном уровне эталонное воздействие должно в максимальной степени соответствовать основному наблюдаемому процессу. Более того, и основное наблюдаемое, и эталонное воздействия должны подаваться одновременно в виде линейной суперпозиции на один и тот же чувствительный элемент измерительной системы. Так, например, для осуществления адаптивной коррекции при измерениях переменного магнитного поля эталонное воздействие должно возбуждаться именно источником переменного магнитного поля — стабильным относительно чувствительного элемента диполем или системой диполей. Точность коррекции в этом случае будет зависеть от того, насколько полно удастся исключить искажения при пере-

даче эталонного воздействия от источника до чувствительного элемента измерительной системы.

- Коррекция не применима к постоянной составляющей наблюдаемого периодического сигнала. Это принципиальное ограничение является существенным важным далеко не всегда. На этапе подготовки эксперимента или само воздействие, или работа измерительной системы могут быть организованы так, чтобы данное условие выполнялось [3].
- Согласно условию стационарности не только все измеряемые воздействия, но и частотная характеристика измерительной системы должны оставаться в достаточной степени неизменными в течение интервала накопления.

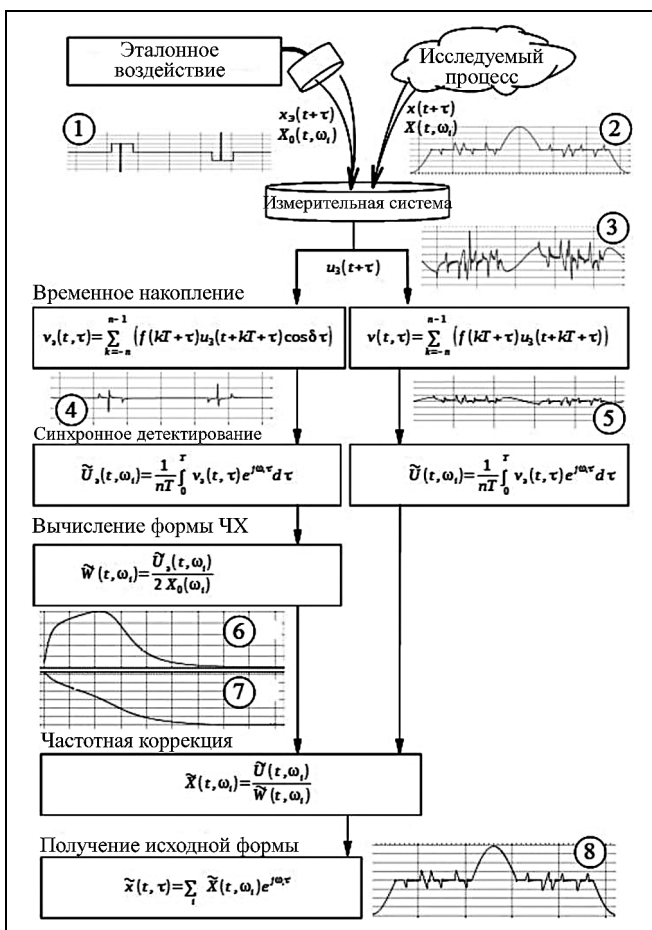


Рис. 2. Схема вычислений алгоритма адаптивного управления измерениями: 1 — эталонное воздействие (до модуляции частотой δ); 2 — входное воздействие исследуемого процесса; 3 — сигнал на выходе измерительной системы (эталонный и основной процессы в сумме); 4 — эталонный сигнал после временного разделения и накопления; 5 — сигнал исследуемого процесса после разделения и накопления; 6, 7 — АЧХ и ФЧХ измерительной системы, вычисленные по результатам вычислительной обработки; 8 — результат коррекции, восстановленная форма входного воздействия

- Основное измеряемое воздействие обычно, хотя и медленно, но все же изменчиво во времени. Цель измерений, как правило, и состоит в определении этих изменений. Однако изменчивость параметров периодического сигнала на входе синхронного детектора неизбежно приводит к появлению в спектре дополнительных составляющих. Для работы алгоритма адаптивной коррекции необходимо, чтобы эти изменения не оказывали существенного влияния на детектирование сигнала на дополнительных частотах. Отсюда получается, что, с одной стороны, для обеспечения точности определения параметров измерительной системы дополнительные частоты должны быть расположены как можно ближе к частоте измеряемого сигнала, а с другой — достаточно далеко, чтобы исключить влияние модуляции основного сигнала на результат детектирования на дополнительных частотах. Разрешение этого компромисса в значительной мере может быть достигнуто при использовании в детекторе эталонного сигнала существенно большего (по сравнению с детектором основного сигнала) интервала времени когерентного накопления. При этом полоса детектирования сужается, а по своей природе даже искаженный измерительной системой искусственно созданный эталонный сигнал во времени изменяется незначительно и медленно.

- На относительно узком интервале $\omega - \delta \leq \omega \leq \omega + \delta$ частотную характеристику приемной системы можно считать линейной функцией частоты лишь при условии $\omega \gg \delta$. На существенно низких частотах исследуемого процесса, соизмеримых с частотой δ , адаптивный алгоритм малоэффективен.

В целом приведенные ограничения отвечают классическим условиям решения многих задач: дистанционного электромагнитного зондирования проводящих сред [7], радио- и акустической локации [8] и др.

ЛИТЕРАТУРА

1. Morris, A.S., Langari, R. Measurement and Instrumentation, Theory and Application. — Amsterdam: Elsevier, 2011. — 640 p.
2. Smith, S.W. The Scientist and Engineer Guide to Digital Signal Processing, Second Edition. — San Diego: California Technical Publishing, 1999. — 650 p.
3. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях: в 2-х т. — М.: Мир, 1983. — Т. 2. — 256 с. [Max, J. Methods and signal processing appliances at the Physical Measurements. — Moscow: Mir, 1983. — Vol. 2. — 256 p. (In Russian)]
4. Хэмминг Р.В. Цифровые фильтры. — М.: Советское радио, 1980. — 224 с. [Hamming, R.W. Digital Filters. 3-rd ed. — Prentice-Hall, INC Englewood Cliffs. — N.J., 1989. — 284 p.]
5. Piotrowski, J. Theory of physical and technical measurement. — Amsterdam: Elsevier, 1992. — 294 p.

6. Волковицкий А.К., Каршаков Е.В., Мойланен Е.В. Новая вертолетная электроразведочная система «Экватор» для аэрометода переходных процессов // Записки Горного института. — 2011. — Т. 194. — С. 154–157. [Volkovitsky, A.K., Karshakov, E.V., Moilanen, E.V. New helicopter-borne time-domain airborne electromagnetic «Equator» system. — Journal of Mining Institute. — 2011. — Vol. 194. — P. 154–157. (In Russian)]
7. Kaufman, A., Alekseev, D., Oristaglio, M. Principles of Electromagnetic Methods in Surface Geophysics. — Vol. 45. — 1st Edition. — Amsterdam: Elsevier, 2014. — 794 p.
8. Blahut, R.E., Miller, W., Wilcox, C.H. Radar and Sonar. Part I. — N.-Y.: Springer-Verlag, 1991. — 260 p.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Афанасьевым.

Поступила в редакцию 6.03.2019, после доработки 21.03.2019.
Принята к публикации 18.06.2019.

Волковицкий Андрей Кириллович — канд. техн. наук, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ avolkovitsky@yandex.ru.

ADAPTIVE ALGORITHM OF QUASI-STATIONARY PERIODIC PROCESSES MEASUREMENTS CONTROL

A.K. Volkovitskiy

V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

✉ avolkovitsky@yandex.ru

Abstract. The aim of the work was to create an effective method of control of linear measuring systems functioning in the conditions of the prevailing influence of distortions caused by variability in time of measuring conversion parameters. The method and the algorithm of control of measurements of the quasi-stationary periodic process spectrum in frequency-domain and form in time-domain are presented, consisting in the simultaneous separate observation of the parameters of the process under probe and the parameters of the measuring system with the subsequent introduction of corrections. The control of system parameters is carried out using the artificial stationary polyharmonic sample impact. The spectra of the main and sample processes are not intersected. A synthesizing method of the form in time-domain of the sample impact process is presented. The main limitations and the range of conditions for the possible application of the method are determined, its effectiveness is shown on the example of the experimental data obtained during the low-frequency inductive electrical prospecting system functioning in alternating magnetic field measuring mode.

Keywords: measurements control, conversion parameters control, adaptive correction, quasi-stationary periodic process.



КОНКУРС РФ ПО ПОДДЕРЖКЕ ИССЛЕДОВАНИЙ ОТДЕЛЬНЫХ НАУЧНЫХ ГРУПП

<http://rscf.ru/ru/node/ong>

9 сентября 2019 г.

Российский научный фонд начинает прием заявок на конкурс по поддержке фундаментальных и поисковых исследований отдельных научных групп.

В рамках конкурса будут поддержаны проекты, планируемые к реализации в 2020—2022 гг. с последующим возможным продлением срока выполнения на один или два года.

Размер каждого гранта составит от 4 до 6 млн. руб. ежегодно.

Печатные экземпляры заявок представляются в Фонд по адресу: г. Москва, ГСП-2, 109992, ул. Солянка, д. 14, стр. 3 до 17 ч 00 мин (по московскому времени) 15 ноября 2019 г.

При наличии действующего соглашения между Фондом и организацией о признании простой электронной подписи, равнозначной собственноручной подписи, заявка на конкурс может быть представлена в виде электронного документа.

Подробная информация об условиях конкурса и правилах подачи заявок содержится в конкурсной документации. Результаты конкурса будут подведены в апреле 2020 г.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ПРОТИВООПУХОЛЕВОЙ ВАКЦИНОТЕРАПИЕЙ

Н.А. Бабушкина, Е.А. Кузина, А.А. Лоос, Е.В. Беляева

Аннотация. Представлены результаты исследования различных стратегий применения механизма гибели опухолевых клеток в результате иммунного ответа организма на введение вирусной вакцины. Результаты получены путем проведения вычислительных экспериментов на программном комплексе в системе MatLab-Simulink. Анализ полученных результатов показал, что размер опухоли в момент начала лечения требует расчета соответствующей дозы для осуществления эффективной стратегии управления введением вирусных вакцин. В результате проведенного вычислительного эксперимента определены дозы вирусной вакцины и моменты ее введения, при однократном введении которых возможно достижение полного уничтожения опухолевых клеток. Однако полное излечение при однократном введении вирусной вакцины возможно только для опухолей небольших размеров. Показано, что стратегия сдерживания роста опухоли в размерах, зафиксированных в момент начала лечения, должна осуществляться путем периодических повторных введений вакцины. Дозы и интервалы между введениями рассчитываются в зависимости от размера опухоли в момент начала лечения. Стратегия подавления роста опухоли до полного уничтожения опухолевых клеток осуществляется путем сокращения длительности интервалов между последующими введениями вакцины. Доза, начальный интервал между введениями и длительность лечения также рассчитываются в зависимости от размера опухоли в момент начала лечения.

Ключевые слова: математическая модель, опухолевые клетки, антитела, момент введения вакцины, эффективность вакцины, иммунная реакция, вирус, вакциноterapia.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема лечения раковых заболеваний возникла давно и до настоящего времени не решена. Общепринятые методы борьбы с онкологическим заболеванием состоят в том, чтобы уничтожить раковые клетки, сохраняя здоровые ткани.

В настоящее время к этим стандартным методам добавляется еще поддержка иммунной системы организма. Иммуноterapia — наиболее перспективный метод борьбы с раковыми опухолями [1–4]. Несмотря на то, что попытки стимуляции иммунной системы в целях лечения рака принимались давно и неоднократно, только в последнее время на основе изучения противоопухолевых реакций, механизмов их формирования и регуляции, а также возможных причин неэффективности иммунного ответа удалось добиться некоторых положительных результатов применения иммунотропных препаратов различной природы. Методы

противоопухолевой иммунотерапии классифицируются на активные, которые индуцируют иммунные реакции против опухоли, и пассивные, при которых в организм переносят иммунологически активные субстанции, опосредующие противоопухолевый эффект. Активные и пассивные методы подразделяются на специфические и неспецифические (рис. 1) [4].

Преимущество метода иммунотерапии состоит в отсутствии токсических эффектов, связанных с поражением здоровых тканей организма, возникающих при химиотерапии и лучевой терапии. Это исключает необходимость дополнительного лечения для ликвидации токсических поражений, что делает метод иммунотерапии более безопасным и экономически более эффективным.

Проблема моделирования механизма действия на опухолевые клетки различных противоопухолевых вакцин связана с проведением большого количества исследований, основа которых заключа-

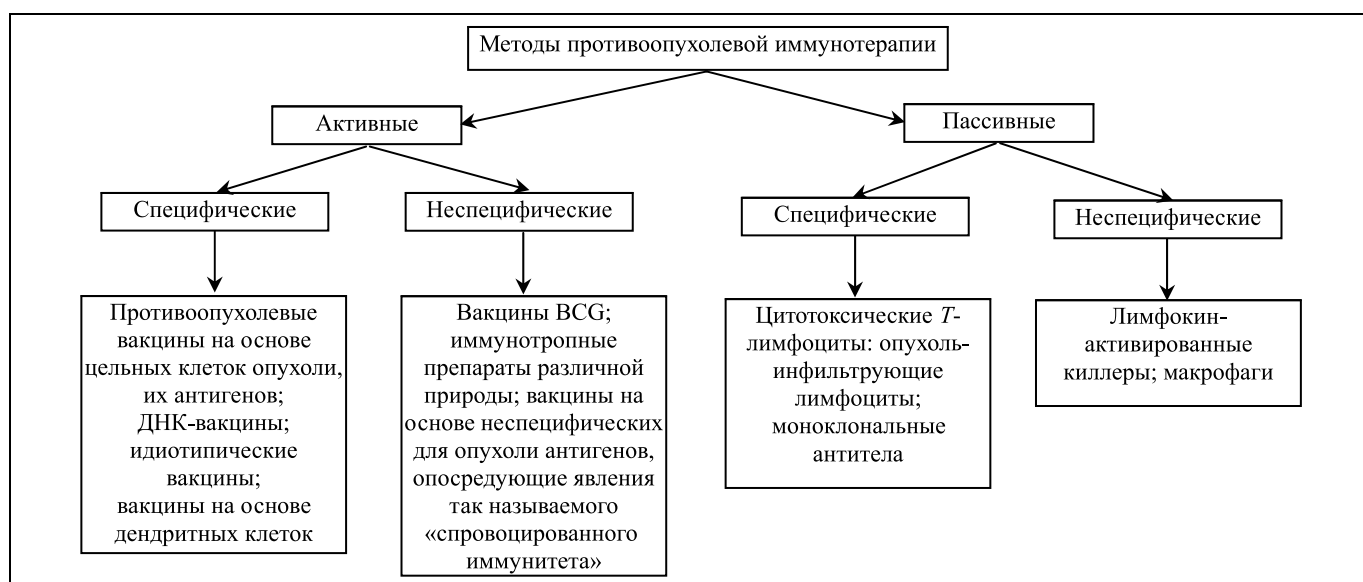


Рис. 1. Классификация методов противоопухолевой иммунотерапии [4]

ется в проведении экспериментов на животных. Отсутствие явно выраженной токсичности позволяет значительно расширить диапазон применяемых доз. Это влечет за собой увеличение объема экспериментальных исследований и значительное удорожание исследовательских работ. В современных условиях, когда финансирование экспериментальных исследований эффективности новых методов противоопухолевой терапии довольно затратное, проведение компьютерных экспериментов на математических моделях позволяет получить большое количество полезной информации, имея в распоряжении небольшой объем экспериментальных данных.

Проведение компьютерных вычислительных экспериментов на основе математических моделей в настоящее время активно развивается и находит свое применение как в экспериментальной, так и в клинической онкологии. С помощью математического моделирования можно разработать и исследовать ряд математических моделей, отражающих различные механизмы взаимодействия противоопухолевых вакцин с опухолевыми клетками [5–7]. На основе данных, полученных в результате вычислительных экспериментов на моделях, можно определять оптимальные стратегии применения противоопухолевых вакцин для достижения полной регрессии опухоли.

Цель данного исследования заключается в разработке программного модуля на основе математической модели противоопухолевой вирусной вакцинотерапии для определения эффективных стратегий применения вирусной вакцины, при которых можно достичь полного уничтожения опухолевых клеток.

Практическая значимость данной работы заключается в том, что результаты моделирования позволяют обоснованно и целенаправленно дополнять результативность экспериментальных исследований поиска эффективных стратегий лечения онкологических заболеваний методом вакцинотерапии. В отличие от других математических моделей [7–9], изучающих эффективность действия других видов противоопухолевых вакцин на опухоль, построенная модель вакцинотерапии позволяет не только оценить диапазон эффективных доз, но и позволяет определить эффективные стратегии при многократных введениях вирусной вакцины, которые позволяют приводить к долгосрочной регрессии опухоли. Полученные результаты могут способствовать внедрению метода противоопухолевой вакцинотерапии в клиническую практику.

Данная работа представляет собой логическое продолжение фундаментального цикла исследований, проведенных на математической модели противоопухолевой вирусной вакцинотерапии [10–20].

1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВАКЦИНОТЕРАПИИ

Сложность и нелинейность дифференциальных уравнений, составляющих математическую модель вакцинотерапии, не позволяет получить решение аналитическим путем без применения вычислительных программных комплексов. Разработанный программный модуль в среде MatLab-Simulink позволяет исследовать эффективность различных стра-

тегий введения вирусных вакцин и включает в себя математические модели:

— вакцинотерапии, описывающей механизм гибели опухолевых клеток в результате иммунного ответа на введение вируса [13–20];

— Г.И. Марчука, описывающая динамику образования антител иммунной системой организма на введение вируса [22, 23];

— Скиппера (H.F. Skipper) [21], описывающая динамику снижения доли быстро делящихся опухолевых клеток по мере увеличения размеров опухоли;

— противоопухолевой терапии с разрывными траекториями, оценивающая эффективность лечебных воздействий по экспериментальным траекториям роста опухоли после введения вирусной вакцины [13, 14, 19, 20].

Значения параметров комплекса математических моделей приведены в таблице [1, с. 65].

1.1. Математическое моделирование двухэтапной гибели опухолевых клеток при вакцинотерапии

Процесс роста опухолевых клеток без лечения (контроль) описывается простым дифференциальным уравнением [20, с. 38]:

$$dN(t)/dt = \lambda(t) N(t) \quad (1)$$

при $N(t_0) = N_0$ — начальное количество опухолевых клеток в момент $t = 0$, $N(t)$ — численность опухолевых клеток, t — время, $\lambda(t)$ — параметр, характеризующий темп роста опухолевых клеток.

Вид функции, описывающей рост опухоли без лечения, определялся по экспериментальным кри-

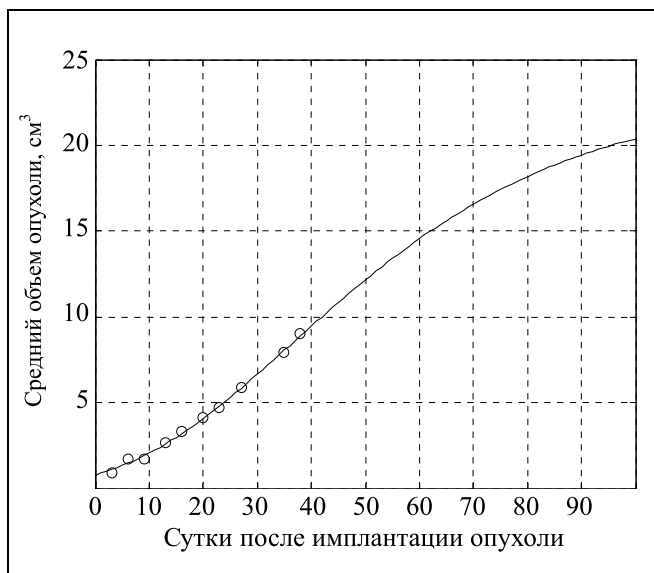


Рис. 2. Экспериментальная кривая роста аденокарциномы Эрлиха в контроле [10–12]: —○— — экспериментальные данные

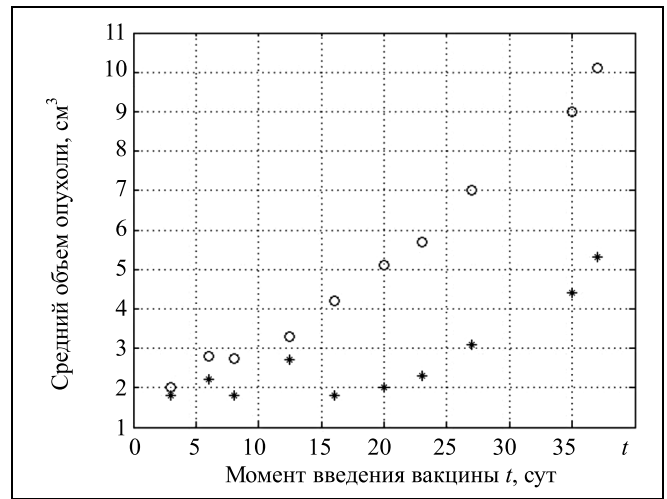


Рис. 3. Экспериментальные кривые роста аденокарциномы Эрлиха без введения вакцины и после однократного введения вакцины [1–3]: ○ — контроль (экспериментальные данные без лечения); + — экспериментальные данные при лечении

вым роста аденокарциномы Эрлиха методом регрессионного анализа в системе MatLab (рис. 2). Было определено, что экспериментальная кривая роста опухоли без лечения наиболее точно описывается функцией Гомпертца, которая является решением дифференциального уравнения (1) при $\lambda(t) = \alpha_N \beta_N \exp(-\beta_N t)$.

Функция Гомпертца имеет вид:

$$N(t) = N_\infty \exp(-\alpha_N \exp(-\beta_N t)) = N_0 \exp(\alpha_N (1 - \beta_N \exp(-\beta_N t))), \quad (2)$$

где $N_\infty = N_0 \exp(\alpha_N)$ — максимальный размер опухоли при $t \rightarrow \infty$, N_0 — начальное количество опухолевых клеток в момент $t = 0$.

Расчетные значения параметров функции Гомпертца приведены далее в таблице при минимальном значении суммы квадратов отклонений СКО = 0,21.

Экспериментальные данные роста опухоли после введения вирусной вакцины (рис. 3, 4) указывают на два периода интенсивной гибели опухолевых клеток.

Первый период гибели клеток продолжается с 6 по 8 сут, а второй с 13 по 16 сут. Учитывая выше сказанное о двух механизмах гибели опухолевых клеток, можно считать, что первый этап гибели связан с реакцией иммунной системы на вирус и образованием антител, специфичных данному вирусу. А второй этап гибели связан с реакцией иммунной системы на инфицированные вирусом опухолевые клетки и образованием антител, против зараженных вирусом опухолевых клеток [10–12].

Математическая модель двухэтапной гибели опухолевых клеток после введения вирусной вак-

цины описывается дифференциальным уравнением вида [4, с. 62, 63]:

$$\begin{aligned} dN_V(t)/dt = & \lambda(t)N(t)\theta(t_V - t) + \\ & + [\lambda(t) - K_V V(t) - K_{AV} A_V(t)] N_V(t)\theta(t_N - t) + \\ & + [\lambda(t) - K_{AN} A_N(t)] N_V(t), \end{aligned} \quad (3)$$

где $N(t)$ — численность популяции опухолевых клеток до введения вакцины (контроль), $N_V(t)$ — популяция инфицированных опухолевых клеток после введения вакцины, $V(t)$ — численность вирусов, K_V — коэффициент темпа размножения вируса в опухолевой клетке, $A_V(t)$ — численность антител против вируса, $A_N(t)$ — численность антител против инфицированных опухолевых клеток, K_{AV} и K_{AN} — коэффициенты темпа гибели вирусов в результате взаимодействия с антителами, $t_V = \tau_1 + Z_{CV}$ — момент начала иммунной реакции против вирусов, $t_N = \tau_1 + Z_{CN}$ — момент начала иммунной реакции против опухолевых клеток, τ_1 — момент введения вирусной вакцины, Z_{CV} — время запаздывания иммунной реакции против вируса, Z_{CN} — время запаздывания иммунной реакции против опухолевых клеток, $\theta(t_V - t)$ и $\theta(t_N - t)$ — функция Хевисайда.

Первое слагаемое уравнения (3) описывает динамику роста опухолевых клеток до введения вирусной вакцины. Второе слагаемое уравнения (3) описывает гибель инфицированных опухолевых клеток под действием вируса. Третье слагаемое уравнения (3) описывает гибель опухолевых клеток под действием антител, которые образует иммунная система против инфицированных опухолевых клеток [13, с. 62, 63].

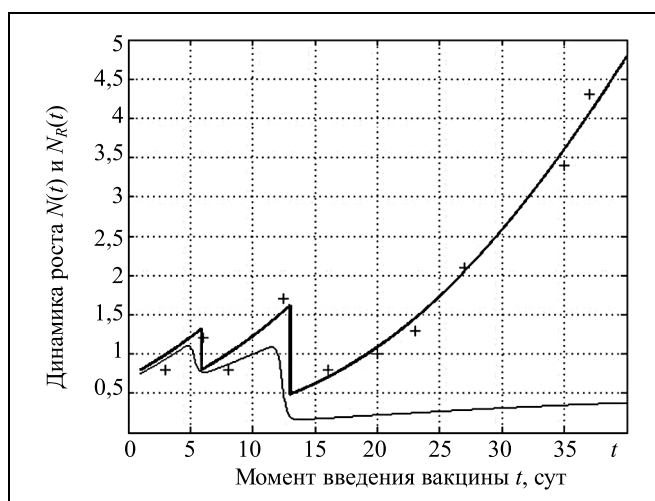


Рис. 4. Динамика роста суммарной численности $N(t)$ и фракции зараженных опухолевых клеток $N_R(t)$ после введения вирусной вакцины: + — экспериментальные данные; — — модель вакцино-терапии; — — модель с разрывными траекториями

1.2. Математическая модель инфекционного заболевания по теории Г.И. Марчука

Процесс образования антител иммунной системой организма в ответ на вторжение чужеродных антигенов описан в математической модели инфекционного заболевания, которая разработана под руководством Г.И. Марчука [22, 23]. Данная модель служит базовой моделью, описывающей динамику развития иммунного ответа организма на введение любых вирусных вакцин.

В работах [1, 2] было показано, что противоопухолевые вакцины не являются патогенными для организма. Следовательно, они не могут вызывать поражения здоровых органов и избирательно действуют только на инфицированные вирусом опухолевые клетки. Учитывая это, в модели инфекционного заболевания Г.И. Марчука уравнение, которое описывает динамику доли пораженного органа, было заменено нелинейным дифференциальным уравнением, описывающим динамику двухэтапной гибели инфицированных вирусом опухолевых клеток. Параметры других уравнений модели инфекционного заболевания были адаптированы в соответствии с имеющимися динамическими кривыми роста экспериментальной опухоли после введения вирусной вакцины [13—16]. Таким образом, математическая модель инфекционного заболевания по теории Г.И. Марчука работает совместно с моделью вакцинотерапии и описывает механизм образования антител на двух этапах иммунного ответа.

Динамика численности вирусов согласно этой модели описывается уравнениями вида [13, с. 63]:

$$dV(t)/dt = \alpha_V V(t) - \beta_V A_V(t) V(t), \quad (4)$$

где $V_0 = V(\tau_1)$ — начальная доза вирусной вакцины, τ_1 — момент первого введения вирусной вакцины, α_V — темп размножения вирусов внутри клетки, β_V — темп гибели вирусов при их взаимодействии с антителами $A_V(t)$.

Начальное условие для решения уравнения (4) принято в модели вакцинотерапии в качестве управляющего параметра, характеризующего вводимую дозу вирусной вакцины $V_0 = V(\tau_1)$.

В связи с тем, что время размножения вируса в опухоли не фиксировалось в имеющихся экспериментальных данных, при построении модели было принято допущение о том, что период размножения вируса внутри опухолевой клетки с достаточной точностью можно считать равным времени запаздывания иммунного ответа против вируса Z_{CV} . Тогда в уравнениях (5) и (6) момент введения вируса учитывался в виде параметра $t_V = \tau_1 + Z_{CV}$, который фиксирует момент начала иммунной реакции против вирусов.

Первый этап иммунного ответа организма на введение вируса определяется численностью антител $A_V(t)$, которая вычисляется из уравнения

$$dA_V(t)/dt = \alpha_A C_V(t - t_V) - \beta_{AV} A_V(t) V(t) - \beta_V A_V(t), \quad (5)$$

где α_A — темп образования антител из одной плазматической клетки, β_{AV} — темп убыли антител из-за взаимодействия с вирусами $A_V(t)$, β_V — темп уменьшения количества антител из-за естественного разрушения.

Численность образования плазматических клеток $C_V(t)$ определяется из уравнения:

$$dC_V(t)/dt = \alpha_C V(t - t_V) A_V(t - t_V) - \beta_{CV} [C_V(t) - C_{VN}], \quad (6)$$

при $C_V(t_V) = C_{VN}$,

где α_C — темп образования плазматических клеток, β_{CV} — размерный коэффициент, Z_{CV} — время запаздывания иммунной реакции на образование клона плазматических клеток. Второе слагаемое этого уравнения отражает поддержание исходной численности плазматических клеток в норме C_{VN} [13, с. 63].

Второй этап иммунного ответа организма на образовавшиеся инфицированные клетки определяется численностью антител $A_N(t)$, которая вычисляется из уравнения

$$dA_N(t)/dt = \alpha_{AN} C_N(t - t_N) - \beta_{AN} A_N(t) N_V(t) - \beta_{NN} A_N(t), \quad (7)$$

где α_{AN} — темп образования антител из одной плазматической клетки, β_{AN} — темп убыли антител $A_N(t)$ из-за взаимодействия с инфицированными опухолевыми клетками $N_V(t)$, β_{NN} — темп уменьшения количества антител из-за естественного разрушения.

Численность образования плазматических клеток $C_N(t)$ определяется из уравнения

$$dC_N(t)/dt = \alpha_{CN} N_V(t - t_N) A_N(t - t_N) - \beta_{CN} [C_N(t) - C_{NN}], \quad (8)$$

при $C_N(t_N) = C_{NN}$, где α_{CN} — темп образования плазматических клеток, β_{CN} — размерный коэффициент, Z_{CN} — время запаздывания иммунной реакции для образования клона плазматических клеток против инфицированных опухолевых клеток [13, с. 63].

1.3. Кинетическая математическая модель роста опухоли по теории Н.Ф. Skipper

Для описания снижения избирательности действия противоопухолевых вирусов в опухолях боль-

ших размеров в модель введена функция $P(t)$, которая описывает динамику снижения доли быстро пролиферирующей фракции клеток по мере увеличения размеров опухоли согласно теории Н.Ф. Skipper, изложенной в его работе [21]. Уравнение имеет вид [13, с. 63, 64]:

$$P(t) = 1 - \left[\frac{1}{\pi K_p} \arctg \left(\frac{2\alpha_p \beta_p t}{1 - \beta_p^2 t^2} \right) \right], \quad (9)$$

где α_p и K_p — постоянные параметры, t — текущее время роста популяции опухолевых клеток, $\beta_p = 1/t^*$, где t^* — момент времени, при котором численности фракций быстро и медленно пролиферирующих клеток равны.

Тогда число инфицированных клеток в измеряемом объеме опухоли вычисляется как $N_V(t) = N(t)P(t)$ [13, с. 63, 64].

1.4. Математическая модель противоопухолевой терапии с разрывными траекториями для прогнозирования динамики роста опухоли

Для построения кинетических кривых роста опухоли после введения вирусной вакцины мы воспользовались математической моделью противоопухолевой терапии с разрывными траекториями, в которой приняты следующие допущения для описания гибели и последующего роста опухолевых клеток.

- Популяция опухолевых клеток считалась однородной, в которой все клетки делятся с одинаковой скоростью и удельная плотность клеточной популяции постоянна в течение всего периода роста опухоли.
- Гибель опухолевых клеток происходит мгновенно, вызывая скачкообразное уменьшение размера опухоли в момент начала иммунного ответа на каждом из двух этапов гибели клеток.
- Опухолевые клетки, выжившие после введения вакцины, продолжают делиться с той же скоростью, что и до введения вакцины. Кинетическая траектория их роста описывается той же функцией, которая описывает рост опухоли без введения вакцины (контроль). Траектория роста опухоли после гибели опухолевых клеток сдвигается во времени на длительность задержки роста опухоли $\varepsilon(V_0)$.
- Длительность задержки роста опухоли $\varepsilon(V_0)$ характеризует интервал времени от момента начала иммунного ответа t_V и t_N , при котором начинается гибель клеток, до момента достижения опухолью того же размера, который был в момент начала их гибели.

Дифференциальное уравнение, описывающее двухэтапную гибель опухолевых клеток, имеет вид [13, с. 64]:

$$\begin{aligned} dN(t)/dt = & \lambda(t)N(t)\theta(t_V - t) - \\ & - S_V(V_0, \tau_1)N(t_V)\delta(t - t_V) + \lambda(t - t_V) \times \\ \times N(t - \varepsilon_V(V_0))\theta(t_N - t) - & S_N(N_V, \tau_1)N(t_N)\delta(t - t_N) + \\ & + \lambda(t - t_N)N(t - \varepsilon_N(V_0)), \end{aligned} \quad (10)$$

где $N(t)$ — численность опухолевых клеток в измеряемом объеме опухоли в эксперименте в момент времени t , $\delta(t - t_V)$ и $\delta(t - t_N)$ — импульсная функция Дирака, описывающая мгновенную гибель опухолевых клеток на каждом из двух этапов стимуляции иммунной системы, $S_V(V_0, t_V)$ и $S_N(V_0, t_N)$ — относительное уменьшение размера опухоли в момент их гибели на каждом из двух этапов, $\varepsilon_V(V_0, t_V)$ и $\varepsilon_N(V_0, t_N)$ — задержка роста опухоли после гибели клеток на каждом из двух этапов иммунного ответа [13, с. 64].

Число погибающих опухолевых клеток вычислялось как разность между максимальной и минимальной численностью инфицированных клеток после каждого этапа гибели:

$$\Delta N_V(t_V) = N_V(t_1^V) - N_V(t_2^V), \quad (11)$$

$$\Delta N_V(t_N) = N_V(t_1^N) - N_V(t_2^N), \quad (12)$$

где t_1^V, t_1^N и t_2^V, t_2^N — моменты начала и окончания иммунной реакции против вируса и против инфицированных опухолевых клеток соответственно.

Относительное уменьшение размера опухоли в моменты их гибели на каждом из двух этапов определялось из соотношений:

$$S_V(V_0, t_V) = \frac{\Delta N_V(t_V)}{N(t_V)}, \quad (13)$$

$$S_N(V_0, t_N) = \frac{\Delta N_V(t_N)}{N(t_N)}, \quad (14)$$

где $N(t_V)$ и $N(t_N)$ — численность опухолевых клеток в измеряемом объеме опухоли в эксперименте в моменты t_V и t_N [13, с. 64].

Значения длительности задержки роста опухоли $\varepsilon_V(V_0, t_V)$ и $\varepsilon_N(V_0, t_N)$ определялись из условия равенства размеров опухоли в момент начала иммунного ответа и через интервал времени, соответствующий задержке роста опухоли согласно уравнениям [13, с. 64]:

$$N(t_V) = N(t_V + \varepsilon_V(V_0, t_V)), \quad (15)$$

$$N(t_N) = N(t_N + \varepsilon_N(V_0, t_N)). \quad (16)$$

Согласно модели (10) кинетические кривые роста опухоли до и после каждого этапа гибели опухолевых клеток описываются уравнениями Гомпертца со сдвигом во времени на длительность задержки роста опухоли [13, с. 64]:

$$\begin{aligned} N(t - t_V) = \\ = RN_0^V \exp(\alpha_N(1 - \exp(-\beta_N(t_V - \varepsilon_V(V_0))))), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} N(t - t_N) = \\ = RN_0^N \exp(\alpha_N(1 - \exp(-\beta_N(t_N - \varepsilon_N(V_0))))), \end{aligned} \quad (18)$$

где $RN_0^V(V_0)$ и $RN_0^N(V_0)$ — численность выживших опухолевых клеток, способных возобновить рост опухоли [13, с. 64].

Их значения определяются из уравнений:

$$RN_0^V = N(t_V) - \Delta N_V^V(V_0, t_V), \quad (19)$$

$$RN_0^N = N(t_N) - \Delta N_V^N(V_0, t_N). \quad (20)$$

Значения параметров модели вакциноотерапии и модели противоопухолевой терапии с разрывными траекториями приведены в таблице.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНЫМИ СТРАТЕГИЯМИ ВВЕДЕНИЯ ВИРУСНОЙ ВАКЦИНЫ

Применение различных стратегий введения вирусной вакцины моделировалось на основе математической модели противоопухолевой терапии с разрывными траекториями (10) [13, 14, 20]. Динамика развития опухоли управлялась дискретно в моменты введения вакцины в организм. Управляющие параметры — доза вируса и интервал между двумя последующими введениями вирусной вакцины. Объект управления — численность опухолевых клеток в объеме опухоли, измеряемом в эксперименте. Размер опухоли в момент введения вакцины $N(\tau_1)$ определялся согласно модели (10). Количество погибающих опухолевых клеток после первого и второго этапов иммунного ответа определялось согласно уравнениям (11) и (12).

При введении вирусной вакцины инфицируется не вся популяция опухолевых клеток, которая измеряется в эксперименте $N(t)$. Вирусы избирательно осаждаются на фракцию быстро делящихся опухолевых клеток. Выжившие опухолевые клетки способны возобновить рост опухоли, который наблюдается в эксперименте. Количество оставшихся в живых опухолевых клеток определялось согласно уравнениям (19) и (20).

Для поиска эффективной стратегии введения вирусной вакцины в модели был введен порог летальности N_0^{let} . Если число выживших клеток опухоли после первого и второго этапов иммунного ответа опускается ниже порога $RN_{0V} < N_0^{\text{let}}$ и

$RN_{0N} < N_0^{\text{let}}$, это трактуется в модели как полное уничтожение опухолевых клеток. В этом случае длительность жизни леченых животных принимается равной средней продолжительности жизни экспериментальных животных без опухоли.

Значения параметров моделей [15, с. 44]

Уравнение	Параметры	Описание
(1, 2)	$\alpha_N = 3,3613, \beta_N = 0,0332,$ $N_\infty = 23, N_0 = 0,76$	Параметры функции Гомпертца, аппроксимирующей экспериментальные кривые роста популяции опухолевых клеток без введения вакцины (контроль)
(3)	$\tau_1 = 1$ $Z_{CV} = 4,5$ $Z_{CN} = 10,5$ $t_V = \tau_1 + Z_{CV}$ $t_N = \tau_1 + Z_{CN}$	Момент первого введения вирусной вакцины Время запаздывания иммунного ответа против вируса Время запаздывания иммунного ответа против инфицированных опухолевых клеток Момент начала иммунного ответа против вируса Момент начала иммунного ответа против инфицированных опухолевых клеток
(4)	$\alpha_V = 0,1$ $\beta_V = 15$ $V_0 = 0,015$	Темп размножения вирусов Темп гибели вирусов при их взаимодействии с антителами Доза вирусной вакцины
(5)	$\alpha_A = 100$ $\beta_{AV} = 70$ $\beta_A = 5$ $A_V^{\text{max}} = 1,05$	Темп образования антител из одной плазматической клетки Темп убыли антител из-за взаимодействия с вирусами Темп уменьшения численности антител из-за естественного разрушения Максимальное расчетное количество антител
(6)	$\alpha_C = 100$ $\beta_{CV} = 4,5$ $C_{VN} = 0,001$	Темп образования плазматических клеток Размерный коэффициент Исходная численность плазматических клеток
(7)	$\alpha_{AN} = 30$ $\beta_{AN} = 6,2$ $\beta_{NN} = 6,3$ $A_N^{\text{max}} = 4,64$	Темп образования антител из одной плазматической клетки Темп убыли антител из-за взаимодействия с опухолевыми клетками Темп уменьшения количества антител из-за естественного разрушения Максимальное расчетное количество антител
(8)	$\alpha_{CN} = 76,677$ $\beta_{CN} = 38$ $C_{NN} = 0,0001$	Темп образования плазматических клеток Размерный коэффициент Исходная численность плазматических клеток
(3)	$K_V = 0,25, K_{AV} = 0,8,$ $K_{AN} = 0,8$	Постоянные коэффициенты уравнения динамики численности клеток после однократного введения вакцины
(9)	$\alpha_p = 0,3, K_p = 0,95,$ $\beta_p = 1/t^*$ $t^* = 35$ сут	Параметры функции $P(t)$, описывающей динамику снижения доли быстро пролиферирующих клеток по мере увеличения размера опухоли Момент времени, при котором численности фракций быстро и медленно пролиферирующих клеток равны
(10)	$\varepsilon_V = 4,3$ сут $\varepsilon_{CN} = 9,8$ сут	Задержка роста опухолевых клеток в результате их гибели под действием вируса Задержка роста опухолевых клеток в результате их гибели под действием антител против инфицированных опухолевых клеток
(11)	$t_1^V = 5,82, t_1^N = 12,32$	Моменты достижения максимальной численности инфицированных опухолевых клеток к началу иммунной реакции
(12)	$t_2^V = 7,13, t_2^N = 14,288$	Моменты достижения минимальной численности инфицированных опухолевых клеток к окончанию иммунной реакции

2.1. Исследование эффективности однократного введения вирусных вакцин

Эффективность различных доз вирусной вакцины при однократном введении в различные моменты ее роста проверялась на основе модели с разрывными траекториями (рис. 5, а).

Результаты моделирования показали, что в зависимости от размера опухоли в момент начала лечения можно добиться снижения численности выживших клеток ниже порога летальности N_0^{let} как для инфицированных клеток $N_V(t)$, так и для не-

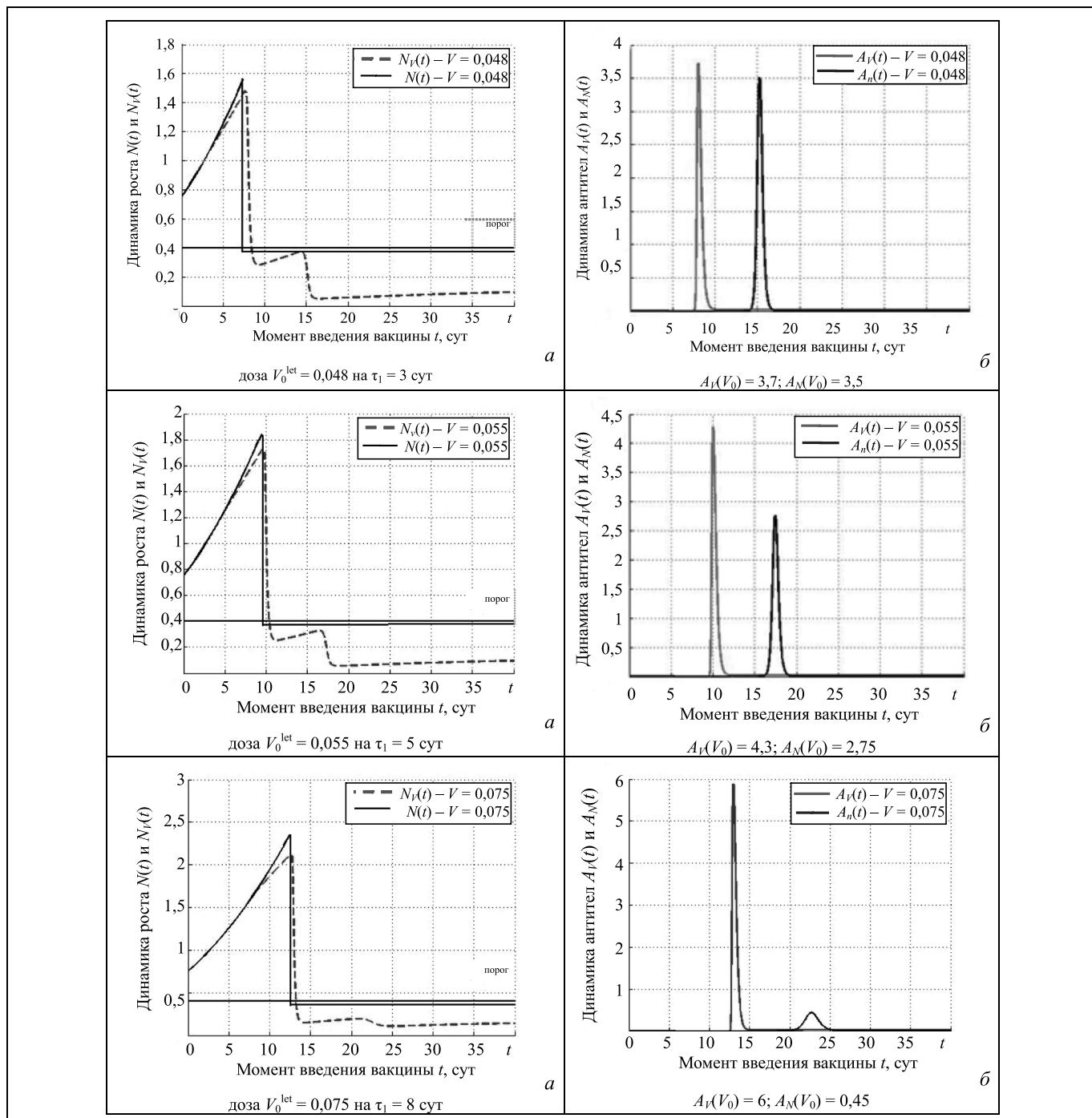


Рис. 5. Кинетические траектории роста опухоли при стратегии гибели всей популяции опухолевых клеток при летальных дозах V_0^{let} : а — траектории роста опухоли при введении вирусной вакцины в моменты $\tau_1 = 3, 5, 8$ сут; б — динамика образования антител на первом и втором этапе иммунного ответа

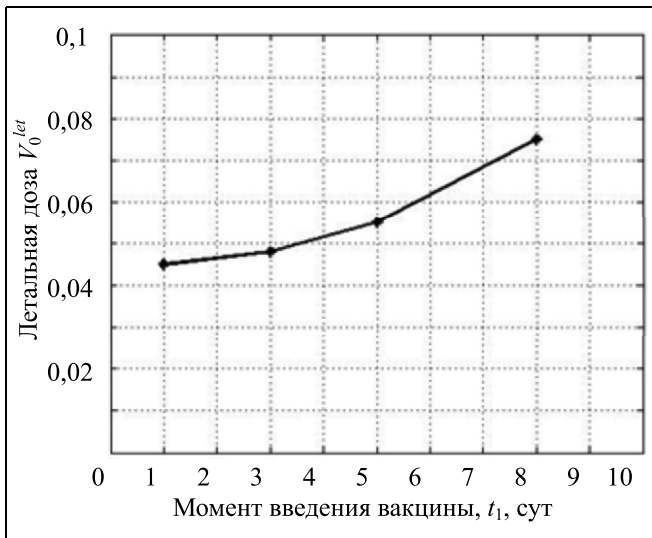


Рис. 6. График зависимости летальной дозы $V_0^{\text{let}}(\tau_1)$ от размера опухоли в момент введения вакцины [13, с. 69]

инфицированных растущих опухолевых клеток $N(t)$ (рис. 5, а). Опухолевые клетки при однократном введении летальных доз гибнут после первого этапа иммунного ответа вследствие образования большого количества антител против вируса $A_V(V_0)$ (рис. 5, б). Количество антител на втором этапе

иммунного ответа образуется меньше, чем после первого этапа $A_N(V_0) < A_V(V_0)$. Кроме того, по мере увеличения размера опухоли количество образуемых антител $A_N(V_0)$ уменьшается (рис. 5, б). Это связано с уменьшением доли быстро пролиферирующих клеток в общем объеме опухоли, измеряемом в эксперименте на животных [18, 21]. Как известно, именно быстро пролиферирующие клетки служат мишенью для противоопухолевых вакцин. Снижение их доли в общем объеме опухоли, что характерно для больших размеров опухолей, снижает эффективность действия любых противоопухолевых лечебных воздействий, в том числе и вирусных вакцин [18, 21].

В результате моделирования было показано, что при однократном введении вирусной вакцины снижения числа выживших опухолевых клеток ниже порога летальности N_0^{let} можно достичь только для опухолей небольших размеров, продолжительность роста которых не превышает 8 сут (рис. 6). При опухоли, продолжительность роста которой превышает 8 сут, увеличение дозы вирусной вакцины не приводит к полному уничтожению опухоли.

Результаты проведенных исследований показали, что с увеличением размера опухоли в момент начала лечения требуется увеличение дозы вирусной вакцины (см. рис. 6).

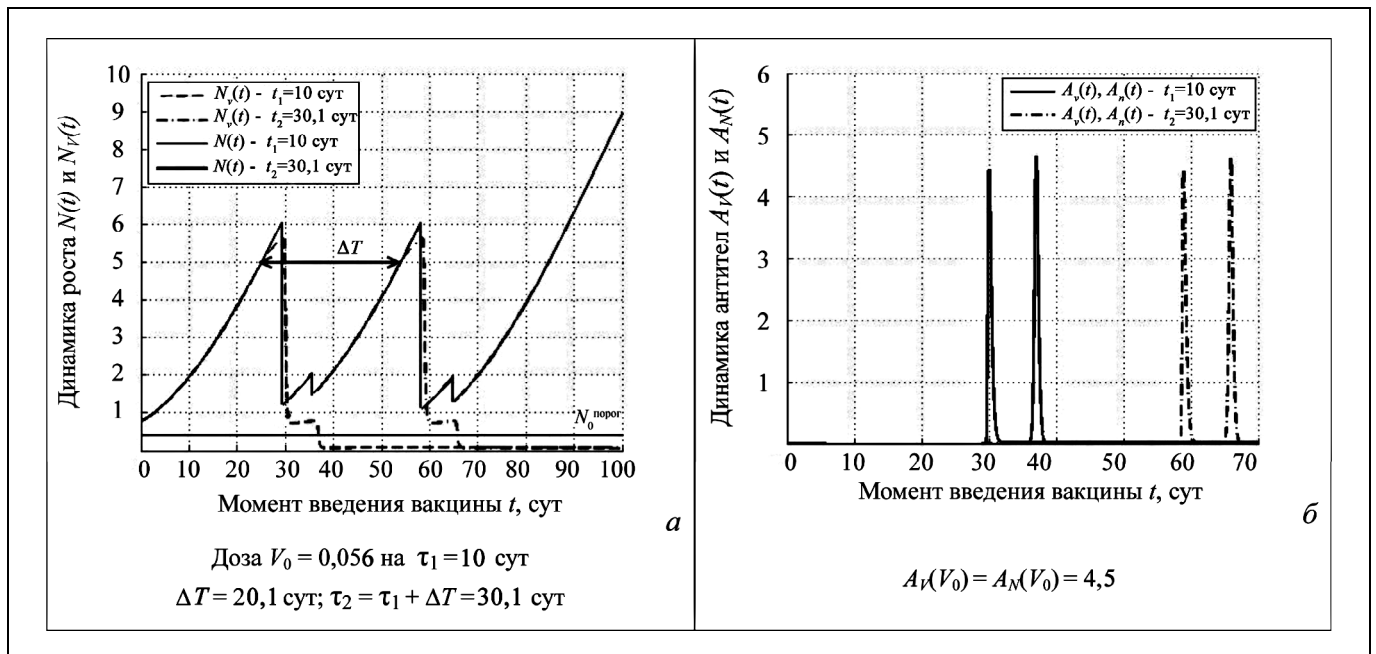


Рис. 7. Траектория роста опухоли при стратегии стабилизации объема опухоли в момент начала лечения: а — траектории роста опухоли при введении вирусной вакцины на $\tau_1 = 10, 15, 20, 25$ сутки; б — динамика образования антител $A_V(V_0, \tau_1)$ и антител $A_N(V_0, \tau_1)$ на 1-м и 2-м этапах иммунного ответа

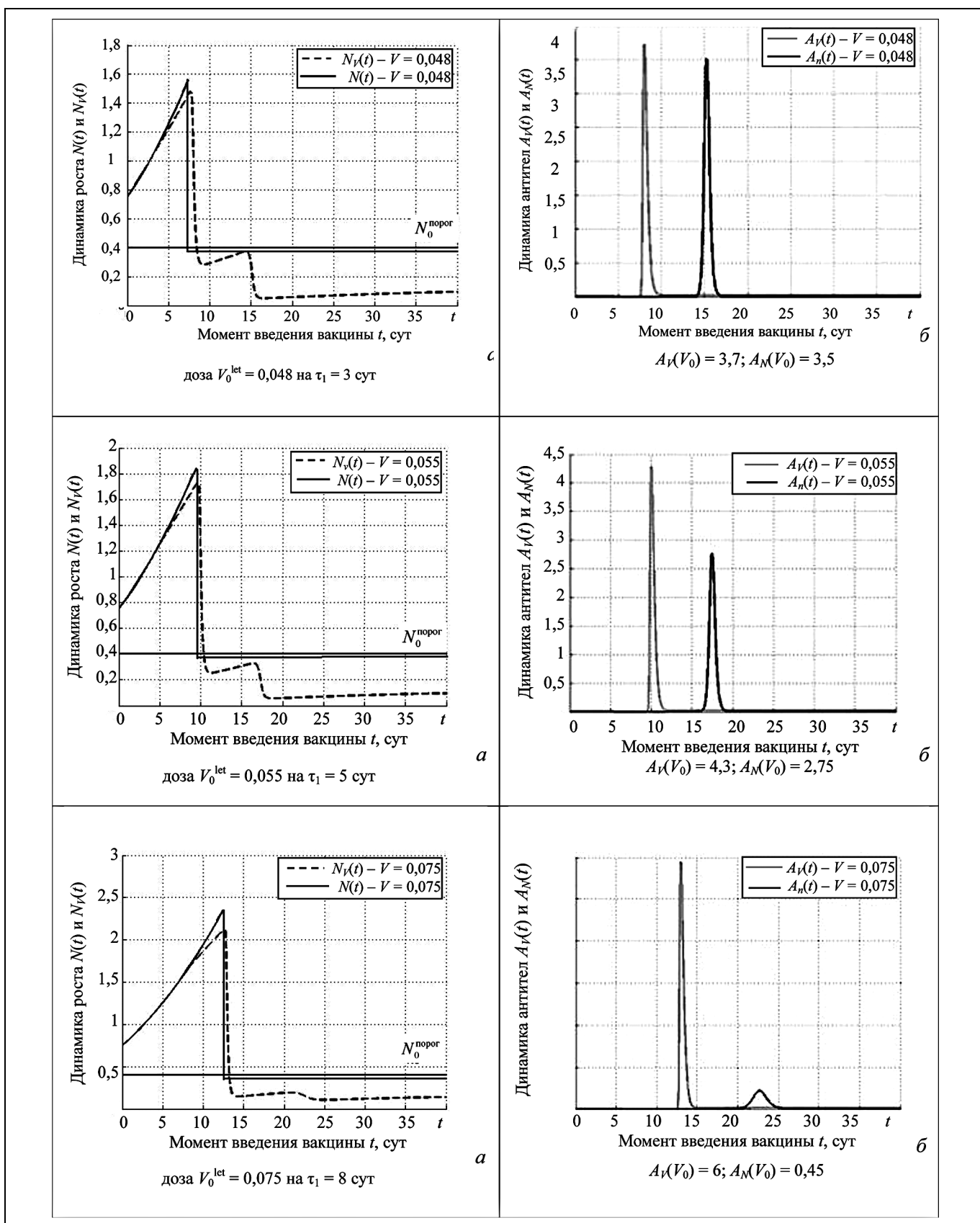


Рис. 7. (Окончание)

2.2. Исследование стратегии стабилизации роста опухоли при многократном введении вирусной вакцины

Моделирование многократных введений вирусной вакцины позволило определить стратегию стабилизации роста опухоли. Для реализации этой стратегии необходимо многократное введение постоянной дозы вирусной вакцины $V_0^{\text{stab}}(\tau_1)$, значение которой зависит от размера опухоли в момент начала лечения τ_1 (рис. 7, а).

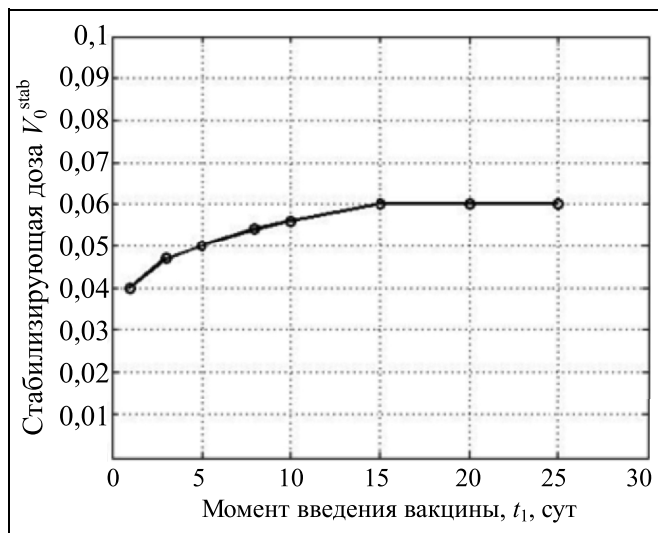


Рис. 8. График зависимости доз вирусных вакцин $V_0^{\text{stab}}(\tau_1)$ от моментов начала лечения для стратегии стабилизации размера опухоли

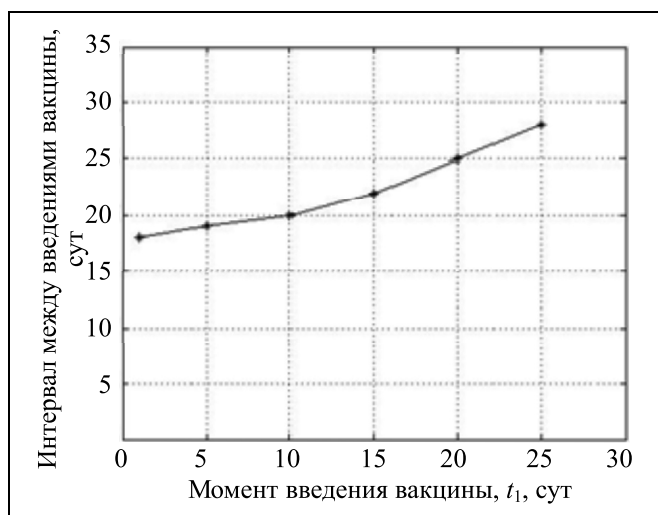


Рис. 9. График зависимости длительности интервала между повторными введениями вакцины $\Delta T(V_0^{\text{stab}}, \tau_1)$ от момента начала лечения τ_1 для стратегии стабилизации роста опухоли

Необходимое условие реализации данной стратегии заключается в равенстве образованных антител на первом и втором этапах иммунного ответа $A_V(\tau_1) = A_N(\tau_1)$ (рис. 7, б) при введении дозы $V_0^{\text{stab}}(\tau_1)$, соответствующей размеру опухоли в момент начала введения вакцины τ_1 (рис. 8).

Стратегия стабилизации роста опухоли выполняется в узком диапазоне доз от $V_0^{\text{stab}} = 0,04$ до $V_0^{\text{stab}} = 0,06$ (см. рис. 8) при постоянной длительности интервала между последовательными введениями ΔT^{stab} .

Длительность интервалов между повторными введениями вакцины ΔT^{stab} определялась при условии равенства размеров опухоли $N(\tau_1) = N(\tau_2)$ в моменты первого введения вакцины τ_1 и в момент повторного введения $\tau_2 = \tau_1 + \Delta T^{\text{stab}}$ (рис. 7, а).

В результате проведенных исследований был построен график зависимости длительности интервалов между повторными введениями вакцины ΔT^{stab} от размера опухоли в момент первого введения вакцины (рис. 9).

Стратегия, при которой стабилизируется размер опухоли на уровне, зафиксированном в момент начала лечения, может быть реализована для любых размеров опухоли путем многократных периодических повторных введений вирусной вакцины в дозах и с интервалами, которые зависят от размера опухоли в момент начала лечения.

Данная стратегия позволяет переводить протекание заболевания в хроническое состояние путем сдерживания роста опухоли. В рамках построенной модели показано, что можно сдерживать рост опухоли любого размера в течение неограниченного времени. Однако, если прекратить введение вакцины, рост опухоли может возобновиться.

2.3. Моделирование управления стратегией многократного введения вирусной вакцины для полного уничтожения опухолевых клеток

Для решения задачи полного уничтожения опухолевых клеток была исследована стратегия стабилизации роста опухоли, при которой сокращалась длительность интервалов между повторными введениями вирусной вакцины.

Доза вирусной вакцины определялась в зависимости от размера опухоли для реализации стратегии стабилизации размера опухоли в момент начала лечения $V_0^{\text{stab}}(\tau_1)$ (см. рис. 8). Интервал между первым и вторым введением вакцины $\Delta T_1^{\text{stab}}(\tau_1)$ также определялся в зависимости от размера опухоли в момент начала лечения, исходя из усло-

вия стабилизации размера опухоли (см. рис. 9). Момент второго введения вакцины определялся как $\tau_2 = \tau_1 + \Delta T_1^{stab}$. Начиная с третьего момента введения вакцины τ_3 и далее τ_i , момент следующего введения вакцины определялся как

$\tau_i = \tau_{i-1} + \Delta T_{i-1}$. Длительность интервала между введениями уменьшалась на размер шага *step* и вычислялась как $\Delta T_{i-1} = \Delta T_{i-2} - step$. Фактически шаг *step* служит управляющим параметром для реализации стратегии снижения размера опухоли

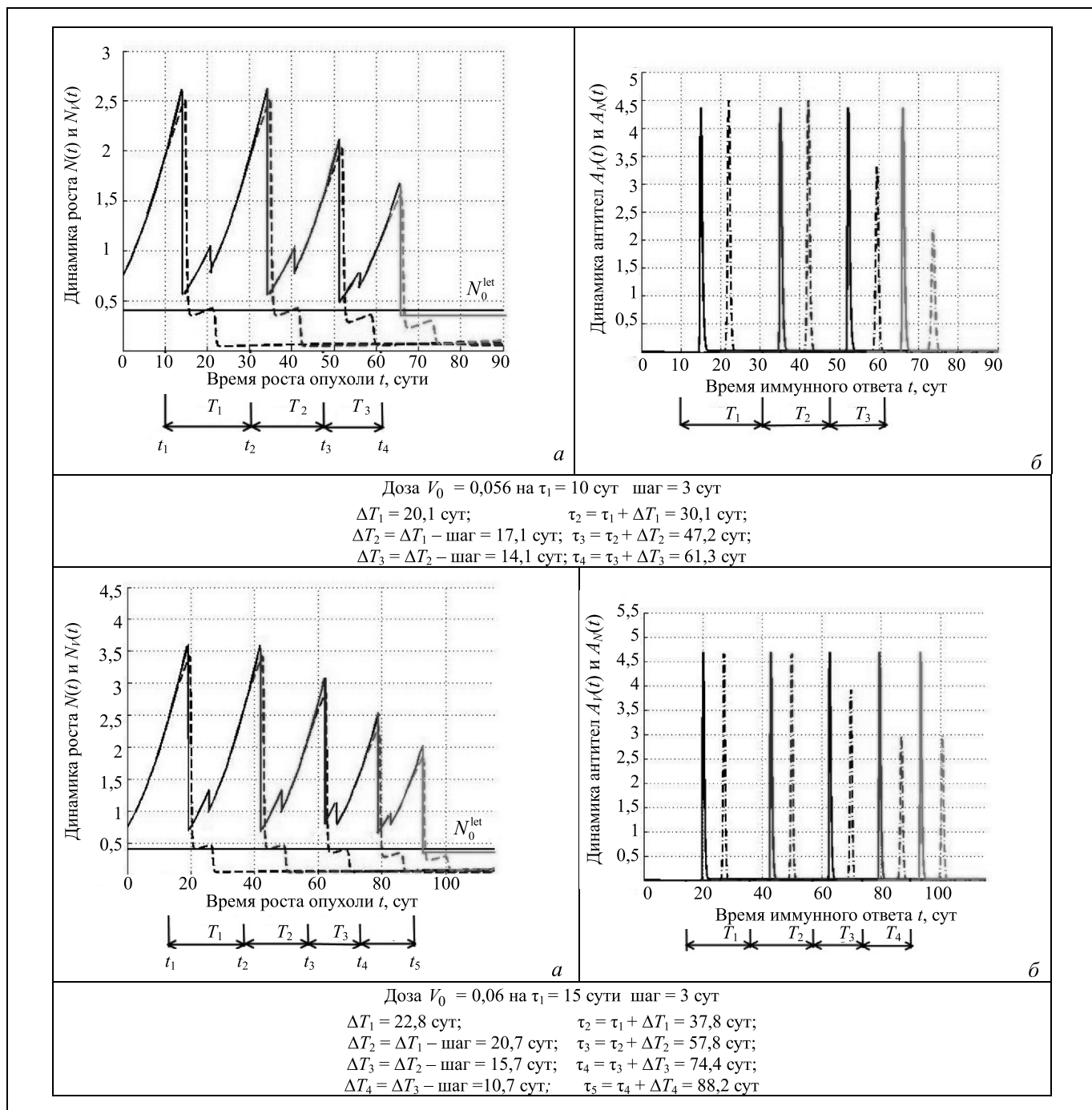


Рис. 10. Траектории роста опухоли при стратегии многократного введения вирусной вакцины с сокращением интервалов между последовательными введениями: а — $N(t)$ — сплошная линия, $N_v(t)$ — пунктирная линия; б — динамика образования антител после первого и второго этапов иммунного ответа — сплошная кривая — $A_V(t)$, пунктирная кривая — $A_N(t)$

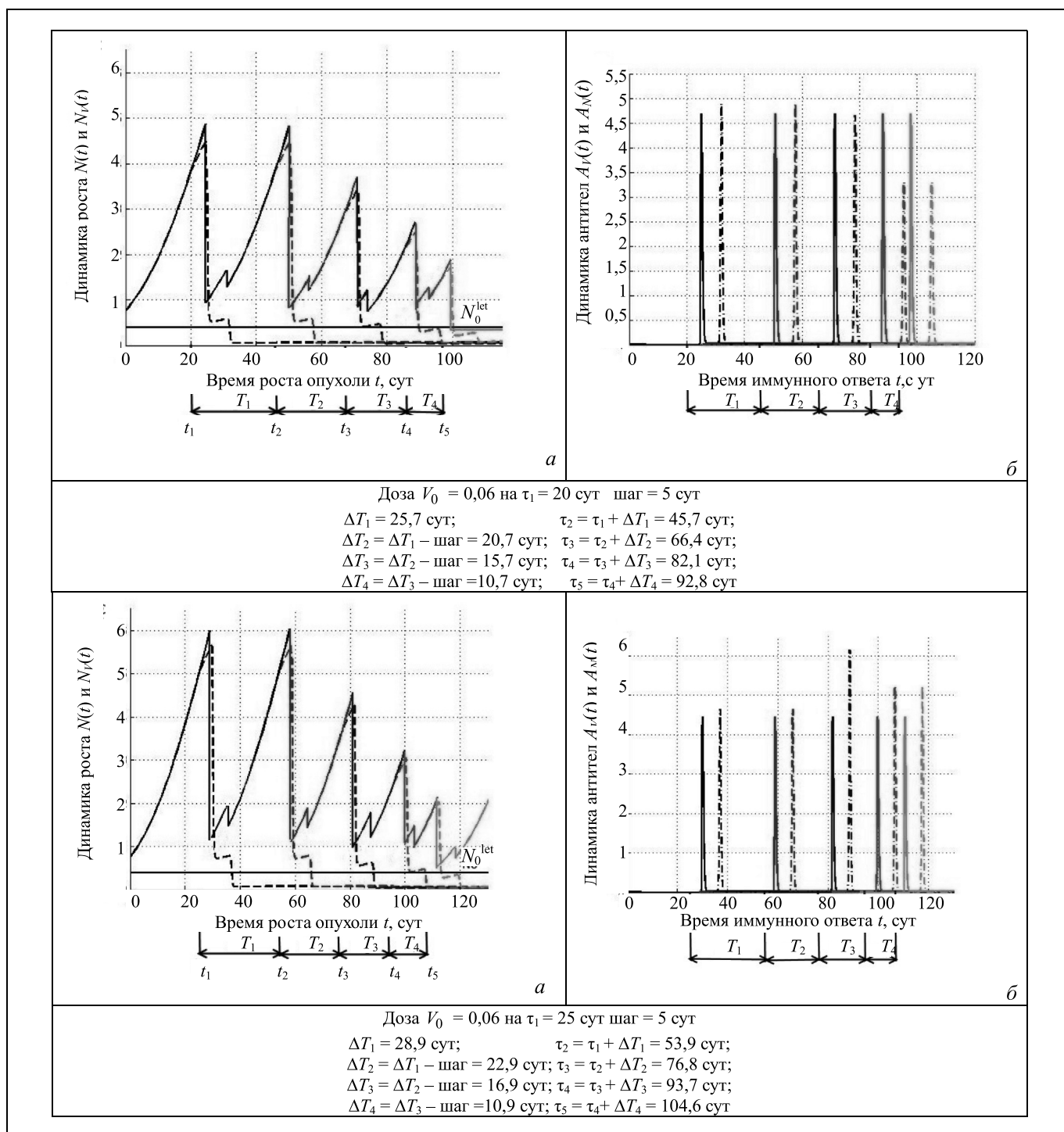


Рис. 10. (Окончание)

при каждом последующем введении вирусной вакцины. От размера шага *step* зависит число повторных введений вакцины для получения летального эффекта при лечении опухоли (рис. 10).

Такая стратегия введения вакцины позволила добиться снижения численности опухолевых кле-

ток ниже порога летальности только для размеров опухолей, длительность роста которых не превышает 20 сут (см. рис. 10, а). Для опухолей больших размеров необходимо хирургическое вмешательство либо применять стратегию стабилизации роста опухоли.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработка математических моделей для успешной борьбы с онкологическими заболеваниями представляет собой бурно развивающуюся область математического моделирования. Численное моделирование, реализованное на программных комплексах, представляется исключительно полезным инструментом исследования и поиска наиболее эффективных методов лечения рака.

Имеющиеся вычислительные ресурсы позволяют решать сложные и детально проработанные математические модели. Для медицины эти подходы позволяют оценивать результат лечения в динамике их развития на длительных временных периодах.

Предложена новая парадигма эффективных стратегий вакцинотерапии рака, основанная на математическом моделировании, компьютерных алгоритмах и учете экспериментальных данных роста опухоли до и после введения ограниченного количества произвольно выбранных доз вирусной вакцины.

Результаты проведенных исследований показали, что возможны три стратегии введения противоопухолевых вирусных вакцин, позволяющих эффективно управлять процессом роста опухоли. При этом от размера опухоли в момент начала лечения зависят выбор той или иной стратегии лечения, применяемая доза вакцины, длительность интервалов между введениями, а также продолжительность лечения для достижения полной гибели опухолевых клеток. Размер опухоли для выбора стратегии лечения был связан с периодом роста опухоли.

В рамках построенной модели и имеющихся экспериментальных данных полное уничтожение опухолевых клеток при однократном введении вирусной вакцины возможно для размеров опухоли, продолжительность роста которых не превышает 8 сут. Результаты моделирования согласуются с клиническими данными о том, что при ранней диагностике рака можно достичь полного излечения от онкологического заболевания.

Другая стратегия, позволяющая стабилизировать размер опухоли в момент начала лечения, применима для опухолей любого размера. Стратегия стабилизации реализуется путем периодических повторных введений вакцины. Данная стратегия может применяться для пациентов, которым не показано хирургическое вмешательство, что открывает перспективы лечения и свободу выбора для пациента.

Третья стратегия реализуется путем многократного введения вирусной вакцины при постоянной

дозе с пошаговым сокращением интервалов между последовательными введениями. Применение данной стратегии эффективно только для размеров опухоли, продолжительность роста которых не превышает 20 сут. В результате применения данной стратегии происходит увеличение частоты введения вакцины, что позволяет достигать полного уничтожения опухоли. Число введений для достижения данного результата зависит от размера опухоли в момент начала лечения и от шага, с которым сокращается длительность интервала между введениями.

Предложенный алгоритм расчетов эффективных стратегий управления противоопухолевой вакцинотерапией может быть применен к различным видам экспериментальных опухолей и различным типам противоопухолевых вакцин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Локтев В.Б., Иванькина Т.Ю., Нетесов С.В., Чумаков П.М. Онколитические парвовирусы. Новые подходы к лечению раковых заболеваний // Вестник Российской академии медицинских наук. — 2012. — № 2. — С. 42—47. [Loktev, V.B., Ivankina, T.Yu., Netesov, S.V., Chumakov, P.M. Oncolytic Parvoviruses. A new Approaches for Cancer Therapy // Annals of the Russian Academy of Medical Sciences. — 2012. — No. 67 (2). — P. 42—47. (In Russian)]
2. Лежнин Ю.Н., Кравченко Ю.Е., Фролова Е.И. Онкотоксические белки в противораковой терапии: Механизмы действия // Молекулярная биология. — 2015. — Т. 49, № 2. — С. 264—278. [Lezhnin, Yu.N., Kravchenko, Yu.E., Frolova, E.I., Chumakov, P.M., Chumakov, S.P. Oncotoxic proteins in cancer therapy: Mechanisms of action // Molecular Biology. — 2015. — Vol. 49, No. 2. — P. 231—243. (In Russian)]
3. Барышников А.Ю. Взаимоотношение опухоли и иммунной системы организма // Практическая онкология. — 2003. — Т. 4, № 3. — С. 127—130. [Baryshnikov, A.Yu. Vzaimootnoshenie opukholy i immunnoj sistemy organizma // Prakticheskaya onkologiya. — 2003. — Т. 4, No. 3. — S. 127—130. (In Russian)]
4. Гриневич Ю.А., Храновская Н.Н. Вакцины на основе антигенпрезентирующих дендритных клеток в иммунотерапии больных со злокачественными опухолями // Онкология. — 2007. — Т. 9, № 4. — С. 365—370. [Grinevich, Yu.A., Khranovskaya, N.N. Vakciny na osnove antigenprezentiruyushchikh dendritnykh kletok v immunoterapii bol'nykh so zlokachestvennymi opukholyami // Onkologiya. — 2007. — Т. 9, No. 4. — S. 365—370. (In Russian)]
5. Kose, E., Moore, S., Ofodile, C., et al. Immuno-kinetics of Immunotherapy Dosing with DCS // Lellers in Biomathematics. — 2017. — Vol. 4, No. 1. — P. 39—58.
6. De Pillis, L., Gallegos, A., Radunskaya, A. A Model of Dendritic Cell Therapy for Melanoma // Molecular and Cellular Oncology. — 2013. — Vol. 3, No. 56. — P. 1—14.
7. Enderling, H., Chaplin, M.A.J. Mathematical Modeling of Tumor Growth and Treatment // Current Pharmaceutical Design. — 2014. — Vol. 20, No. 2. — P. 1—7.
8. Kim, R., Woods, T., Radunskaya, A. Mathematical Modeling of Tumor Immune Interactions: a Closer Look at the Role of a

- PD-L1 Inhibitor in Cancer Immunotherapy // *Spora: a Journal of Biomathematics*. — 2018. — Vol. 4, No. 1. — P. 25–41.
9. Kogan, Y., Halevi-Tobias, K., Elishmereni, et al. Reconsidering the Paradigm of Cancer Immunotherapy by Computationally Aided Real-time Personalization // *Cancer Res.* — 2012. — No. 72. — P. 2218–2227.
 10. Уразова Л.Н. Эффективность и механизмы противоопухолевого действия вирусных вакцин при экспериментальном онкогенезе. — Дисс. канд. биол. наук. — СПб., 2003. — 196 с. [Urazova, L.N. *Jeffektivnost' i mehanizmu protivopuholevogo dejstvija virusnyh vakcin pri jeksperimental'nom onkogeneze*. Thesis of Candidate of science (Biology). — St. Petersburg, 2003. — 196 s. (In Russian)]
 11. Видяева И.Г. Вирусные вакцины и их онколизаты в терапии экспериментальных опухолей. — Дисс. канд. мед. наук. — Томск, 2005. — 134 с. [Vidyayeva, I.G. *Virusnye vakciny i ih onkolizaty v terapii jeksperimental'nyh opuholej*. Thesis of Candidate of Science (Medicine). — Tomsk, 2005. — 134 s. (In Russian)]
 12. Громова А.Ю. Противоопухолевые свойства вакцинного штамма вируса венесуэльского энцефаломиелимита и его онколизата. — Дисс. канд. биол. наук. — СПб., 1999. — 114 с. [Gromova, A.Yu. *Protivopuholevyje svojstva vakcinnogo shtamma virusa venesujel'skogo jencefalomielita i ego onkolizata*. Thesis of Candidate of science (Biology). — St. Petersburg, 1999. — 114 s. (In Russian)]
 13. Бабушкина Н.А., Кузина Е.А., Лоос А.А., Беляева Е.В. Результаты исследования режимов применения противоопухолевых вирусных вакцин на основе математического моделирования // *Проблемы управления*. — 2018. — № 4. — С. 61–70. [Babushkina, N.A., Kuzina, E.A., Loos, A.A., Belyayeva, E.V. *Results of the antitumor viral vaccine introduction regimens study based on mathematical modeling* // *Control Sciences*. — 2018. — No. 4. — P. 61–70. (In Russian)]
 14. Babushkina, N., Kuzina, E. Analytical Study of the Antitumor Viral Vaccine Introduction Regimens Based on Mathematical Modeling // *Advances in Systems Science and Applications*. — 2018. — Vol. 18, No. 1. — P. 59–84.
 15. Бабушкина Н.А. Оценка управляющих дозовых воздействий противоопухолевой вакцинотерапии с помощью математического моделирования // *Проблемы управления*. — 2013. — № 5. — С. 60–65. [Babushkina, N.A. *Assessment of Controlling Dosage Treatment Using the Virus-derived Vaccine through the Mathematical Model* // *Control Sciences*. — 2013. — No. 5. — P. 60–65. (In Russian)]
 16. Бабушкина Н.А., Глузов В.М. Математическое моделирование механизмов противоопухолевого действия вирусных вакцин / *Тр. XI междунар. науч. конф. «Физика и радиоэлектроника в медицине и экологии» ФРЭМЭ'2014*. — Владимир: ВГУ, 2014. — Кн. 1. — С. 153–158. [Babushkina, N.A., Gluzov, V.M. *Matematicheskoe modelirovanie mehanizmov protivopuholevogo dejstvija virusnyh vakcin* // *Proceedings of the IX Int. Conf. «Physics and Radioelectronics in Medicine and Ecology» PHREME—2014*. — Vladimir: VGU, 2014. — Vol. 1. — P. 153–158. (In Russian)]
 17. Бабушкина Н.А., Кузина Е.А. Компьютерные технологии на основе математического моделирования в системной экспериментальной онкологии // *Тр. восьмой международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2015)*, Москва. — С. 272–284. [Babushkina, N.A., Kuzina, E.A. *Komp'yuternye tehnologii na osnove matematicheskogo modelirovanija v sistemnoj jeksperimental'noj onkologii* // *Proceedings of the VIII Int. Conf. «Management of Large-Scale System Development» (MLSD'2015)*, Moscow. — P. 272–284. (In Russian)]
 18. Бабушкина Н.А., Глузов В.М., Кузина Е.А. Применение компьютерных технологий при экспериментальном изучении эффективности противоопухолевых вирусных вакцин // *Тр. XII междунар. науч. конф. «Физика и радиоэлектроника в медицине и экологии» (ФРЭМЭ'2016)*, Владимир — Суздаль, 4–7 июля 2016. — Кн. 1. — С. 116–121. [Babushkina, N.A., Gluzov, V.M., Kuzina, E.A. *Primenenie komp'yuternyh tehnologij pri jeksperimental'nom izuchenii jeffektivnosti protivopuholevyh virusnyh vakcin* // *Proceedings of the XII Int. Conf. «Physics and Radioelectronics in Medicine and Ecology» PHREME'2016*. — Vladimir: VGU, 2016. — Vol. 1. — P. 116–121. (In Russian)]
 19. Бабушкина Н.А., Глузов В.М., Кузина Е.А. Применение математического моделирования для оценки эффективности метода противоопухолевой терапии // *Проблемы управления*. — 2017. — № 3. — С. 49–56. [Babushkina, N.A., Gluzov, V.M., Kuzina, E.A. *Using Mathematical Modeling to Assess the Effectiveness of Anti-tumor Vaccine Therapy* // *Control Sciences*. — 2017. — No. 3. — P. 49–56. (In Russian)]
 20. Бабушкина Н.А., Кузина Е.А., Лоос А.А., Беляева Е.В. Оценка эффективных стратегий применения противоопухолевой вакцинотерапии на основе математического моделирования // *Математическая биология и биоинформатика*. — 2019. — Т. 14, № 1. — С. 34–54. DOI: 10.17537/2019.14.34. [Babushkina, N.A., Kuzina, E.A., Loos, A.A., Belyayeva, E.V. *Otsenka jeffektivnykh strategij primeneniya protivopuholevovoy vaktsinoterapii na osnove matematicheskogo modelirovaniya* // *Matematicheskaya biologiya i bioinformatika*. — 2019. — Vol. 14, No. 1. — P. 34–54. DOI: 10.17537/2019.14.34. (In Russian)]
 21. Skipper, H.F. Kinetics of Mammary Tumor Cell-growth and Implications for Therapy // *Cancer*. — 1971. — Vol. 28, No. 6. — P. 1479–1499.
 22. Марчук Г.И. Математические модели в иммунологии. Вычислительные методы и эксперименты. — М.: Наука, 1991. — 304 с. [Marchuk, G.I. *Matematicheskie modeli v immunologii. Vychislitel'nye metody i jeksperimenty*. — Moscow: Nauka, 1991. — 304 p. (In Russian)]
 23. Романоха А.А. Математические модели в иммунологии и эпидемиологии инфекционных заболеваний. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. — 293 с. [Romanyukha, A.A. *Matematicheskie modeli v immunologii i jepidemiologii infekcionnyh zabolevanij*. — Moscow: BINOM. Laboratorija znaniy, 2011. — 293 s. (In Russian)]
- Статья представлена к публикации членом редколлегии А.И. Михальским.*
- Поступила 10.10.2018, после доработки 22.01.2019.
Принята к публикации 11.02.2019.*
- Бабушкина Нина Александровна** — канд. биол. наук,
✉ babushkina_na@mail.ru,
- Кузина Екатерина Алексеевна** — аспирант,
✉ kate_k93@mail.ru,
- Лоос Артем Александрович** — инженер-программист,
✉ art23.a@yandex.ru,
- Беляева Екатерина Владимировна** — инженер-программист,
✉ katya_969696@mail.ru,
- Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва.

MATHEMATICAL MODELING OF ANTITUMOR VACCINE THERAPY CONTROL

N.A. Babushkina[#], E.A. Kuzina, A.A. Loos, E.V. Belyaeva

V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

[#]✉ babushkina_na@mail.ru

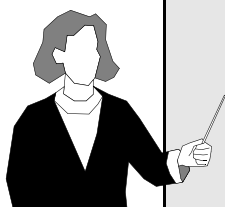
Abstract. The results are presented of exploring the different strategies of applying the antitumor viral vaccines using the mathematical modeling. The model describes the two stages of the tumor cells' death as a result of immune response to the introduction of the viral vaccine. The results are obtained by performing the computing experiment using in the MatLab-Simulink system complex. The analysis of the results obtained has shown that the tumor size at the beginning of the treatment requires the calculation of the appropriate dosage to perform the effective strategy of vaccine introduction control. As the result of the computing experiment, the doses of the viral vaccine and the moments of its introduction are determined that provide the complete elimination of the tumor cells with the single injection. However, the complete recovery with the single introduction of the viral vaccine is possible only for the small-sized tumors. It is shown that the strategy of restraining the tumor in its pre-treatment size is to be implemented by periodic re-introduction of the vaccine. The doses and the intervals between the introductions are calculated based on the tumor size at the beginning of the treatment. The strategy of suppressing the tumor growth until complete elimination of the tumor cells is performed by reducing the time intervals between recurrent vaccine introductions. The dosage, the initial interval between injections, and the duration of the treatment are also calculated depending on the tumor size at the beginning of the treatment.

Keywords: mathematical model, tumor cells, antibodies, vaccine introduction moment, vaccine effectiveness, immune response, virus, vaccine therapy.



Читайте в ближайших номерах

- ✓ **Баженов С.Г., Козьяйчев А.Н., Королев В.С.** Частотные методы анализа устойчивости самолета с многосвязной системой управления
- ✓ **Еналеев А.К.** Оптимальность согласованных механизмов в сетевых организационных структурах
- ✓ **Зак Ю.А.** Двухстадийные задачи планирования для поточной линии
- ✓ **Кокуньо Ю.Г., Краснов Д.В., Уткин А.В.** Два метода синтеза наблюдателей состояния и возмущений для беспилотного летательного аппарата
- ✓ **Кулида Е.Л., Лебедев В.Г., Егоров Н.А.** Исследование эффективности алгоритма оптимизации потока воздушных судов на посадку
- ✓ **Подиновский В.В.** Анализ решений в условиях неопределенности при нечисловом оценивании предпочтений и вероятностей
- ✓ **Ратнер С.В.** Оценка эффективности управления эко-инновациями на основе моделей DEA с лагами и отрицательными выходами
- ✓ **Соломатин А.Н.** Метод связанных проекций и его применение для визуализации многомерных данных
- ✓ **Хожаев И.В., Гайворонский С.А., Езангина Т.А.** Адаптивно-робастная стабилизация корневых показателей качества интервальных систем на основе метода доминирующих полюсов
- ✓ **Черешко А.А., Шундерюк М.М.** Исследование границ применимости алгоритмов усовершенствованного управления с прогнозирующей моделью в условиях неопределенности динамики объекта управления
- ✓ **Честнов В.Н., Александров В.А., Резков И.Г.** Синтез одномерных дискретных регуляторов по инженерным критериям качества на основе модального управления
- ✓ **Шевченко А.В., Мещеряков Р.В., Мигачев А.Н.** Обзор состояния мирового рынка робототехники для сельского хозяйства. Ч. 2. Беспилотные летательные аппараты и роботизированные фермы
- ✓ **Широкий А.А.** Применимость базовых механизмов организационного управления на различных этапах комплексной деятельности
- ✓ **Шумов В.В.** Расширение модели «наступление — оборона»



БОРИС ВИКТОРОВИЧ ПАВЛОВ

(к 80-летию со дня рождения)



20 сентября 2019 года исполнилось 80 лет главному научному сотруднику Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН доктору технических наук, лауреату Государственной премии СССР, члену редколлегии журнала «Проблемы управления» Борису Викторовичу Павлову.

Б.В. Павлов — крупный ученый в области управления движением и навигации летательных аппаратов, работает в Институте с 1963 г. после окончания Московского авиационного института. В 1969 г. защитил кандидатскую, а в 1979 г. — докторскую диссертации. Лауреат Государственной премии СССР 1981 г. за разработку и внедрение адаптивных систем управления на объектах МКБ «Радуга». С 1983 по 2007 г. — заведующий лабораторией, с 1987 по 2008 г. — заместитель директора Института по научной работе.

Борис Викторович начал свои исследования в Институте в области развития принципов построения и теории беспилотных самонастраивающихся систем (БСНС). Совместно с другими сотрудниками им были предложены метод синтеза основного контура на основе теории инвариантности, линеаризованные модели БСНС, разработаны структуры и теория БСНС для различных классов летательных аппаратов.

Под руководством и при участии Б.В. Павлова в ряде лабораторий Института проводились иссле-

дования в области создания теории перспективных отказоустойчивых информационно-управляющих систем авиационных, космических и морских аппаратов с повышенным ресурсом и высокой степенью автономности; решаются задачи управления движением и навигации по физическим полям Земли. Под его руководством решен ряд теоретических, методологических и практических вопросов, связанных с применением компьютерных технологий и методов искусственного интеллекта для создания высокоэффективных систем управления движением и навигации, методов и средств формализации проектирования систем обработки данных реального времени.

Б.В. Павлов — координатор комплексных проектов, выполняемых по Программе фундаментальных исследований РАН, руководитель работ, выполняемых как по грантам РФФИ, так и в интересах различных министерств и ведомств.

Под руководством Б.В. Павлова защищено 3 докторские и 10 кандидатских диссертаций, он автор более 100 научных работ, в том числе — 12 монографий.

Б.В. Павлов — организатор ряда конференций и совещаний, в том числе: по теории управления памяти академика Б.Н. Петрова; по управлению морскими судами и подводными аппаратами; по современным методам навигации и управления движением и др.; член редколлегий ряда журналов, член Президиума Академии навигации и управления движением, председатель докторского диссертационного совета, член Ученого совета Института.

В 2007 г. Б.В. Павлов в составе коллектива авторов был награжден Премией Президиума Российской академии наук имени Б.Н. Петрова за цикл работ «Модели и методы проектирования информационно-управляющих систем космических аппаратов».

Прекрасные личные качества Бориса Викторовича, такие, как глубокий профессионализм, работоспособность и организаторский талант, принципиальность и высокая порядочность, внимательность и отзывчивость, неиссякаемое чувство юмора известны всем сотрудникам Института.

Дорогой Борис Викторович!

Многочисленные коллеги, друзья, ученики от всей души поздравляют Вас с юбилеем и желают Вам здоровья на долгие годы!

Творческих Вам успехов!

