ISSN 1819-3161

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

2/2021

CONTROL SCIENCES

[1] Russian Academy of Sciences.

CONTROL SCIENCES

Научно-технический журнал

6 номеров в год

ISSN 1819-3161

Издается с 2003 года

УЧРЕДИТЕЛЬ

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

Издатель
ООО «Сенсидат-Плюс»

Адрес редакции
117997, ГСП-7, Москва,
ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410.
Тел./факс (495) 334-92-00
E-mail: pu@ipu.ru
Интернет: http://pu.mtas.ru

Оригинал-макет и электронная версия подготовлены
ИП Кишенкова Т. В.

Отпечатано в ООО «Адвансед солюшнз»
Заказ № РВ221

Подписано в печать
31.03.2021 г.

Журнал зарегистрирован в Министерстве Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС 77-49203 от 30 марта 2012 г.

Журнал входит в RSCI на платформе Web of Science и Перечень рецензируемых научных изданий ВАК

Журнал включен в Российский индекс научного цитирования (РИНЦ).
На сайте Научной электронной библиотеки (www.elibrary.ru) доступны полные тексты статей.

Подписные индексы:
80508 и **81708** в каталоге Роспечати;
38006 в объединенном каталоге «Пресса России»

Цена свободная

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

2.2021

СОДЕРЖАНИЕ

Обзоры

Деменков Н.П., Микрин Е.А., Мочалов И.А. Методы оценки состояний нечетких интегральных моделей. Обзор. Ч. 2. Метод наименьших квадратов и прямые методы вариационного исчисления 3

Губанов Д.А., Петров И.В. Информационные сообщества в социальных сетевых структурах. Ч. 2. Математические сетевые модели формирования сообществ 18

Математические проблемы управления

Подиновский В.В., Нелюбин А.П. Средние величины: многокритериальный подход. II 33

Управление в социально-экономических системах

Сохова З.Б., Редько В.Г. Модель самоорганизации автономных агентов в децентрализованной среде 42

Гусева Н.И., Советкин Я.Д. Ключевые области внедрения управленческих инноваций в российских и мультинациональных компаниях, действующих на российском рынке 52

Шумов В.В., Гирник Е.С., Сениченков П.Д. Пограничная деятельность как система мер и ее научное обеспечение 63

Управление в медико-биологических системах

Болдышев Б.А., Жилякова Л.Ю. Нейромодуляция как инструмент управления нейронными ансамблями 76

Хроника

Шелков А.Б. XXVIII Международная конференция «Проблемы управления безопасностью сложных систем» 85

К 100-летию со дня рождения Наума Самойловича Райбмана 90

CONTROL SCIENCES

Scientific Technical Journal

6 issues per year

ISSN 1819-3161

Published since 2003

FOUNDER
V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences

Editor-in-Chief
D. A. Novikov, Corr. Member of RAS

Deputy Editor-in-Chief
F. F. Pashchenko

Executive Editor-in-Chief
N. E. Maximova

Editor
L. V. Petrakova

Publisher Sensidat-Plus LLC

Editorial address
65 Profsoyuznaya st., office 410,
Moscow 117997, Russia
☎/🖷 +7 (495) 334-92-00
✉ pu@ipu.ru
URL: http://pu.mtas.ru

Design layout and electronic version prepared by SP Kishenkova T. V.

Printed by Advanced Solutions LLC
Order No. PB221
Approved for print on 31.03.2021

The Journal is registered by the Ministry of Press, Broadcasting and Mass Media of the Russian Federation
Registration certificate of
ПИ № ФС 77-49203 of 30 March 2012

The Journal is included in RSCI (Russian Science Citation Index) on the platform Web of Science and in the list of peer-reviewed scientific publications of the HAC

On the website of the Scientific electronic library (www.elibrary.ru) full texts of articles are available.

Subscription indexes:
80508 and **81708** in the catalogue of Rospechat;
38006 in the joint catalogue «Press of Russia»

Free price

CONTROL SCIENCES

2.2021

CONTENTS

Reviews

Demenkov, N.P., Mikrin, E.A., Mochalov, I.A. State Estimation Methods for Fuzzy Integral Models. Part II: Least Squares Method and Direct Variational Calculus Methods 3

Gubanov, D.A., Petrov, I.V. Information Communities in Social Networks. Part II: Networked Models of Formation 18

Mathematical Problems of Control

Podinovski, V.V. Nelyubin, A.P. Means: A Multicriteria Approach. Part II 33

Control in Social and Economic Systems

Sokhova, Z.B., Red'ko, V.G. A Self-Organization Model for Autonomous Agents in a Decentralized Environment 42

Guseva, N.I., Sovetkin, Y.D. Key Areas for Implementing Management Innovations within Domestic and Multinational Companies Operating in Russia 52

Shumov, V.V., Girnik, E.S., Senichenkov, P.D. Border Activities as a System of Measures and Its Scientific Support 63

Management in biomedical systems

Boldyshev, B.A., Zhilyakova, L.Yu. Neuromodulation as a Control Tool for Neural Ensembles 76

Chronicle

Shelkov, A.B. 28th International Conference on Problems of Complex Systems Security Control 85

On the 100th Anniversary of Professor Naum S. Raibman's Birth 90

УДК 517.97

DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2021.2.1

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ СОСТОЯНИЙ НЕЧЕТКИХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ. ОБЗОР. Ч. 2. Метод наименьших квадратов и прямые методы вариационного исчисления

Н.П. Деменков, $\boxed{\text{Е.А. Микрин}}$, И.А. Мочалов

Аннотация. Для оценивания состояний нечетких моделей, описываемых интегральными уравнениями, рассмотрен метод наименьших квадратов (МНК) и его модификации: МНК с численным интегрированием, рекуррентный и нелинейный МНК, нечеткий МНК, основанный на нечетких правилах при нахождении диагональных элементов весовой матрицы в обобщенном МНК. Приведены примеры решения нечетких систем линейных уравнений (НСЛУ), возникающих при оценивании состояний интегральных уравнений. Для приближенной оценки состояния интегральной модели реализован нечеткий метод Галеркина, в результате чего появляется полная НСЛУ. На примере показано появление «сильных/слабых» систем. Рассмотрены методы структурного оценивания приближенного состояния нечетких интегральных моделей: квадратур Чебышева, функции sinc. Отмечено, что методика синтеза алгоритмов оценивания нечетких интегральных моделей также может быть реализована аналогично для методов невязки, коллокации, энергетического, Ритца, Куранта и др.

Ключевые слова: нечеткий метод наименьших квадратов, нечеткий метод Галеркина, нечеткий метод Чебышева, нечеткий метод sinc.

ВВЕДЕНИЕ

В первой части обзора [1] в основном рассматривались приближенные методы оценки состояний нечетких интегральных уравнений, когда неизвестная нечеткая функция под знаком интеграла представляется в виде некоего нечеткого многочлена с известными четкими базисными функциями и нечеткими весовыми коэффициентами, квадратурной формулы, подлежащими определению. Это приводило к решению нечетких систем линейных уравнений (НСЛУ) по методу «вложения», предложенному М. Фридманом (M. Friedman). Однако в практической деятельности широкое распространение получили также и другие методы решения НСЛУ, что эквивалентно решению нечетких интегральных уравнений. Ниже дается описание некоторых из них [2—4].

В работе [2] метод вложения Фридмана, изложенный в первой части обзора [1], применяется для удвоенной НСЛУ, когда по линейной комбинации нижней и верхней неизвестных переменных и по найденным с помощью вложенного метода значениям находятся искомые нечеткие переменные. Этот метод был предложен Р. Еззати (R. Ezzati) [3].

В работе [4] С. Аббасбанди (S. Abbasbandy) предложил метод, который представляет собой модификацию метода Еззати и применяется, как правило, для симметричных нечетких функций принадлежностей нечетких переменных, задающих правую часть НСЛУ.

В работе [5] реализуется метод «нечеткого центра» решения системы уравнений, который является геометрическим и применяется для симметричных и несимметричных треугольных чисел в правой части НСЛУ.

Характерной особенностью перечисленных выше методов является применение их к НСЛУ с относительно невысокой размерностью, как правило, $\dim A \le 3$, где A — матрицы четких переменных НСЛУ, что соответствует размерности $\dim S = 2n \le 6$, где S — расширенная матрица метода «вложения» и его модификаций. Другая особенность методов состоит в появлении «сильных/слабых» решений (см. ссылки на работы [8], [17] в первой части обзора [1]).

При увеличении размерности $\dim S$, связанной с увеличением точности оценивания, обычно для матрицы S применяются традиционные итерационные методы решения НСЛУ [6, 7].

Большинство этих методов основано на QT расщеплении матрицы S, где Q — матрица из диагональных элементов S, а $T = Q - S$. Расщепление QT приводит к методам Ричардсона, Якоби, Гаусса — Зейделя, релаксационным и их модификациям. Другая часть итерационных методов связана с представлением матрицы S в виде HS_*S расщепления, где H — эрмитова (Hermitian), S_* — скелевская (Skew) матрицы и S — расщепленная (splitting) матрица. Здесь H — среднее арифметическое матриц S и S^{T}, а S_* — их усредненная разность.

При оценке состояний традиционных интегральных уравнений важное место занимают прямые методы вариационного исчисления типа метода Галеркина и квадратурных формул, связанные с численным вычислением собственного интеграла. Эти же методы находят применение и в нечетком случае [8, 9].

Традиционный метод Галеркина широко применяется в задачах прикладной математики и моделировании как один из прямых методов вариационного исчисления [10], при исследовании колебательных процессов в поисковых системах автоматической оптимизации [11], для приближенного решения уравнений в частных производных, возникающих при моделировании волновых твердотельных гироскопов [12—14], при решении традиционных интегральных уравнений [15] и т. д. В настоящее время появляется небольшое количество работ по модификации этого метода для нечетких случаев. В качестве одной из таких работ приведем статью [16]. В ней нечеткий метод Галеркина применяется для исследования нечетких колебательных процессов в поисковой системе автоматической оптимизации. Можно полагать, что сдерживание количества исследований по использованию нечетких методов, в частности, для решения нечетких интегральных уравнений связано с относительно небольшим количеством работ в области разработки нечетких методов при решении прикладных задач. Далее делается попытка в расширении возможностей применения нечетких методов для идентификации нечетких моделей, описываемых интегральными уравнениями.

При оценке состояний нечетких интегральных моделей часто возникает задача решения полных (fully) НСЛУ. В разделе, посвященном нечеткому методу Галеркина, будут рассмотрены некоторые решения полных НСЛУ.

Неизвестные переменные вместе с соответствующими ядрами представляют собой некий определенный интеграл, поэтому для его вычисления могут быть использованы различные численные схемы в виде квадратурных формул с нечеткими весовыми коэффициентами при четких базисных функциях. Простейшими нечеткими квадратурными формулами являются нечеткие формулы прямоугольников, трапеций, парабол и др. Для простейших квадратурных формул обычно используются частичные отрезки аппроксимации. Это уменьшает погрешность. На ее величину также влияет степень интерполяционного многочлена, их число и расположение, использование различных типов сплайнов и другие факторы. Далее будут использованы некоторые из перечисленных факторов для приближенного оценивания нечетких интегральных моделей. Эти факторы (методы) представляют собой естественное продолжение методов, которые были представлены в первой части обзора [1].

1. БАЗОВЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

По аналогии с работой [10], далее будем использовать определение *нечеткого функционала* $J_{\text{н}}$ на множестве E. Он определяется, как отображение $J_{\text{н}}: E \to R$, где E — множество нечетких функций.

Для множества E вводятся определения нечеткой непрерывности, нечеткой дифференцируемости в точке, промежутке. Для этого используются определения нечеткого векторного пространства Банаха и метрики в нем в виде расстояния Хаусдорфа между элементами этого пространства.

Отображение $f_{\text{н}}: R \to E$ определяет нечеткую функцию $f_{\text{н}}(t)$, $t \in R$; $E = \{r(t)\}$, $r \in [0, 1] \subset R$, которая представляется в эквивалентной параметрической форме: $f_{\text{н}}(t) = f(t, r) = (\underline{f}(t, r), \overline{f}(t, r) | r \in [0, 1])$, где $r(\cdot)$ — функция принадлежности.

Совокупность нечетких функций $\{f_{\text{н}i}\}_{i=1}^{n}$ является *полной*, если $f_{\text{н}n}(t) \to f_{\text{н}}(t)$, где сходимость $(\to)$ определяется в метрике Хаусдорфа.

Нечеткие функции $x_{\text{н}i}(s) = x_i(s, r) = (\underline{x}_i(s, r), \bar{x}_i(s, r) | r \in [0, 1])$, $x_{\text{н}j}(s) = x_j(s, r) = (\underline{x}_j(s, r), \bar{x}_j(s, r) | r \in [0, 1])$ называются *ортогональными*, если выполняются соотношения

$$\int_a^b x_{\text{н}i}(s) x_{\text{н}j}(s) ds = \begin{cases} 0, \ i \neq j, \\ 1, \ i = j, \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \int_a^b \underline{x}_i(s, r) \underline{x}_j(s, r) ds, \\ \int_a^b \bar{x}_i(s, r) \bar{x}_j(s, r) ds, \end{cases} = \begin{cases} 0, \ i \neq j, \\ 1, \ i = j, \end{cases}$$

$$\forall r \in [0, 1] \subset R.$$

Здесь собственный интеграл по Риману понимается в нечетком смысле и его определение дано в § 1 первой части обзора [1].

Другие базовые определения, используемые в статье, даются в работе [6].

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Требуется рассмотреть численную схему оценивания состояния нечеткой интегральной модели

$$x_{\text{н}}(s) = f_{\text{н}}(s) + \lambda \int_a^b K(s, \tau) x_{\text{н}}(\tau) d\tau \qquad (1)$$

с помощью метода наименьших квадратов (МНК) и его модификаций, нечеткого метода Галеркина и нечетких квадратурных формул.

3. МЕТОДЫ НЕЧЕТКОЙ ОЦЕНКИ

3.1. Метод наименьших квадратов с численным интегрированием

Данный метод представлен в работе [17].

Имеем нечеткую модель (1) в форме нечеткого интегрального уравнения, которое в параметрической форме имеет вид:

$$\begin{cases} \underline{x}(s, r) = \underline{f}(s, r) + \lambda \int_a^b \underline{U}(\tau, r) d\tau, \\ \bar{x}(s, r) = \bar{f}(s, r) + \lambda \int_a^b \bar{U}(\tau, r) d\tau, \\ r \in [0, 1] \subset R \text{ — параметр,} \end{cases}$$

где

$$\underline{U}(\tau, r) = \begin{cases} K(s, \tau) \underline{x}(\tau, r), \ K(\cdot) \geq 0, \\ K(s, \tau) \bar{x}(\tau, r), \ K(\cdot) < 0; \end{cases}$$

$$\bar{U}(\tau, r) = \begin{cases} K(s, \tau) \bar{x}(\tau, r), \ K(\cdot) \geq 0, \\ K(s, \tau) \underline{x}(\tau, r), \ K(\cdot) < 0; \end{cases} \quad \lambda = 1.$$

Здесь полагается, что для ядра $K(s, \tau)$, где $\tau \in [a, b]$ — промежуток интегрирования, выполнены такие типы неравенства:

$$(i) : K(s, \tau) \geq 0, \ a \leq \tau \leq b;$$

$$(ii) : K(s, \tau) \leq 0, \ a \leq \tau \leq b;$$

$$(iii) : K(s, \tau) \geq 0, \text{ если } a \leq \tau \leq c, \ K(s, \tau) < 0, \text{ если } c < \tau \leq b.$$

Для случая (i) будем иметь:

$$\underline{U}(\tau, r) = K(s, \tau) \underline{x}(\tau, r);$$

$$\bar{U}(\tau, r) = K(s, \tau) \bar{x}(\tau, r), \quad \tau \in [a, b].$$

Для случая (ii):

$$\underline{U}(\tau, r) = K(s, \tau) \bar{x}(\tau, r);$$

$$\bar{U}(\tau, r) = K(s, \tau) \bar{x}(\tau, r), \quad \tau \in [a, b].$$

Для случая (iii):

$$\underline{U}(\tau, s) = K(s, \tau) \underline{x}(\tau, r), \quad a \leq \tau \leq c;$$

$$\underline{U}(\tau, s) = K(s, \tau) \bar{x}(\tau, r), \quad c < \tau \leq b;$$

$$\bar{U}(\tau, s) = K(s, \tau) \bar{x}(\tau, r), \quad a \leq \tau \leq c;$$

$$\bar{U}(\tau, s) = K(s, \tau) \underline{x}(\tau, r), \quad c < \tau \leq b.$$

Для случая (i) имеем:

$$x_{\text{н}}(s) = f_{\text{н}}(s) + \lambda \int_a^b K(s, \tau) x_{\text{н}}(\tau) d\tau \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{x}(s, r) - \lambda \int_a^b K(s, \tau) \underline{x}(\tau, r) d\tau = \underline{f}(s, r), \\ \bar{x}(s, r) - \lambda \int_a^b K(s, \tau) \bar{x}(\tau, r) d\tau = \bar{f}(s, r), \\ r \in [0, 1] \subset R. \end{cases}$$

Нечеткое решение $\underline{x}(s, r)$, $\bar{x}(s, r)$ ищется в виде нечеткого приближенного соотношения

$$\underline{x}(s, r) \simeq \sum_{i=1}^{n} \underline{a}_i(r) h_i(s); \quad \bar{x}(s, r) \simeq \sum_{i=1}^{n} \bar{a}_i(r) h_i(s), \quad (2)$$

где $\{h_i(s)\}_{i=1}^{n}$ — последовательность независимых и полных функций; $\underline{a}_i(r)$, $\bar{a}_i(r)$ — нечеткие переменные, подлежащие определению.

Подставив соотношение (2) в модель (1), для случая (i) получим:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} \underline{a}_i(r)h_i(s) - \lambda\int\limits_a^b K(s,\tau)\left[\sum\limits_{i=1}^{n} \underline{a}_i(r)h_i(\tau)\right]d\tau \simeq \underline{f}(s,r), \\ \sum\limits_{i=1}^{n} \bar{a}_i(r)h_i(s) - \lambda\int\limits_a^b K(s,\tau)\left[\sum\limits_{i=1}^{n} \bar{a}_i(r)h_i(\tau)\right]d\tau \simeq \bar{f}(s,r). \end{cases}$$

Переставив местами символы $\int$ и Σ, будем иметь:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} \underline{a}_i(r)h_i(s) - \sum\limits_{i=1}^{n} \underline{a}_i(r)\left(\lambda\int\limits_a^b K(s,\tau)h_i(\tau)d\tau\right) \simeq \underline{f}(s,r), \\ \sum\limits_{i=1}^{n} \bar{a}_i(r)h_i(s) - \sum\limits_{i=1}^{n} \bar{a}_i(r)\left(\lambda\int\limits_a^b K(s,\tau)h_i(\tau)d\tau\right) \simeq \underline{f}(s,r). \end{cases} \quad (3)$$

Используем обозначения:

$$k_i(s) = \lambda\int\limits_a^b K(s,\tau)h_i(\tau)d\tau;$$

$$l_i(s) = h_i(s) - k_i(s),$$

$$i = \overline{1,n}, \quad (4)$$

тогда система (3) будет иметь вид:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} \underline{a}_i(r)l_i(s) \simeq \underline{f}(s,r), \\ \sum\limits_{i=1}^{n} \bar{a}_i(r)l_i(s) \simeq \underline{f}(s,r), \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{f}(s,r) - \sum\limits_{i=1}^{n} \underline{a}_i(r)l_i(s) = \underline{r_n}, \\ \underline{f}(s,r) - \sum\limits_{i=1}^{n} \bar{a}_i(r)l_i(s) = \bar{r}_n, \end{cases} \quad (5)$$

где $\underline{r_n}$, $\bar{r}_n$ — ошибки приближения в соотношении (2). Величины $l_i(s)$, $i = \overline{1,n}$, в выражении (4) могут быть положительными или отрицательными, поэтому с учетом свойств операции умножения константы $l_i(s) \in R$ на нечеткие переменные $\underline{a}_i(r)$, $\bar{a}_i(r)$ получим:

$$\underline{f}(s,r) - \sum\limits_{i=1}^{n} b_i(r)l_i(s) = \underline{r_n}, \quad l_i(r) = \begin{cases} \underline{a}_i(r), \, l_i(s) \ge 0, \\ \bar{a}_i(r), \, l_i(s) < 0; \end{cases}$$

$$\bar{f}(s,r) - \sum\limits_{i=1}^{n} c_i(r)l_i(s) = \bar{r}_n, \quad c_i(r) = \begin{cases} \bar{a}_i(r), \, l_i(s) \ge 0, \\ \underline{a}_i(r), \, l_i(s) < 0. \end{cases}$$

Ищем неизвестные переменные $b_i(r)$, $c_i(r)$, $i = \overline{1,n}$, с помощью традиционного МНК. Представим аргумент s в виде $s = s_i$, $i = \overline{1,n}$, тогда с учетом обозначений $l_i(s_j) = l_{ij}$ получим линейные системы уравнений для нахождения значений переменных $b_i(r)$, $c_i(r)$:

$$\begin{cases} \underline{f}(s_j,r) - \sum\limits_{i=1}^{n} b_i(r)l_{ij} = \underline{r_j}, \\ \bar{f}(s_j,r) - \sum\limits_{i=1}^{n} c_i(r)l_{ij} = \bar{r}_j, \\ j = \overline{1,n}. \end{cases} \quad (6)$$

В соответствии с МНК, значения переменных $b_i(r)$, $c_i(r)$, $i = \overline{1,n}$, определяются из условия минимизации квадрата ошибки $\underline{r_j}^2$, $\bar{r}_j^2$ на промежутке $[a, b]$ интегрирования исходного уравнения (6):

$$\begin{cases} \min\limits_{b_i}\int\limits_a^b \underline{r_j}^2(s)ds, \\ \min\limits_{c_i}\int\limits_a^b \bar{r}_j^2(s)ds, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \min\limits_{b_i}\int\limits_a^b\left[\underline{f}(s_j,r) - \sum\limits_{i=1}^{n} b_i(r)l_{ij}\right]ds, \\ \min\limits_{c_i}\int\limits_a^b\left[\bar{f}(s_j,r) - \sum\limits_{i=1}^{n} c_i(r)l_{ij}\right]ds, \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial b_i}\left\{\int\limits_a^b\left[\underline{f}(s_j,r) - \sum\limits_{i=1}^{n} b_i(r)l_{ij}\right]^2 ds\right\} = 0, \\ \dfrac{\partial}{\partial c_i}\left\{\int\limits_a^b\left[\bar{f}(s_j,r) - \sum\limits_{i=1}^{n} c_i(r)l_{ij}\right] ds\right\} = 0, \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} b_i(l_i, l_j) = \sum\limits_{i=1}^{n} (\underline{f}, l_j), j = \overline{1,n}, \\ \sum\limits_{i=1}^{n} c_i(l_i, l_j) = \sum\limits_{i=1}^{n} (\bar{f}, l_j), j = \overline{1,n}. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь

$$(l_i, l_j) = \int_a^b l_i(s) l_j(s) ds; \quad (\underline{f}, l_j) = \int_a^b \underline{f}(s) l_j(s) ds;$$

$$(\bar{f}, l_j) = \int_a^b \bar{f}(s) l_j(s) ds, \quad i, j = \overline{1, n}. \qquad (8)$$

— скалярные произведения.

Соотношение (7) в матричной форме будет иметь вид:

$$SA = Y, \ \det S \neq 0, \qquad (9)$$

где

$$S = \begin{pmatrix} L & B \\ B & L \end{pmatrix}; \quad L = (l_{ij}); \quad A = (b_1, ..., b_n \ c_1, ..., c_n)^{\mathrm{т}};$$

$$Y = (\underline{Y} \ \bar{Y}), \quad \underline{Y} = (\underline{y_1}, ..., \underline{y_n})^{\mathrm{т}}; \quad \bar{Y} = (\overline{y_1}, ..., \overline{y_n})^{\mathrm{т}};$$

$$\underline{y_i} = (\bar{f}, l_i).$$

Из соотношения (9) получим решение для вектора A^*:

$$A^* = S^{-1} Y, \ A^* = (b_1^*, ..., b_n^* \quad c_1^*, ..., c_n^*).$$

Приближенное решение нечеткого уравнения (1) будет иметь вид (2), в котором весовые коэффициенты $\underline{a}_i$, $\bar{a}_i$, $i = \overline{1, n}$, имеют соответственно компоненты b_i^*, c_i^* вектора A^*:

$$\underline{x_i^*} \simeq \sum_{i=1}^{n} b_i^* h_i(s); \ \bar{x}_i^* \simeq \sum_{i=1}^{n} c_i^* h_i(s).$$

Отметим, что в системе (7) необходимо вычислять собственные интегралы в виде скалярных произведений, которые затем используются при вычислении нечеткого вектора A^*. Для этой цели используем нечеткую квадратурную формулу в виде нечеткой формулы трапеций. Для определенности рассмотрим формулы в системе (7) типа

$$(\underline{f}, l_j) = \int_a^b \underline{f}(s) l_j(s) ds; \quad (\bar{f}, l_j) = \int_a^b \bar{f}(s) l_j(s) ds. \qquad (10)$$

В этом случае отрезок $[a, b]$ разбивается на равные части точками s_i:

$$a = s_0 < s_1 < ... < s_{n-1} < s_n = b,$$

где

$$s_i = a + ih, \quad s_i - s_{i-1} = (b - a)/h, \quad i = \overline{1, n}.$$

Пусть имеем:

$$(\underline{f}, l_j) = \underline{\varphi_n}(r) = h\left[\underline{\varphi}(a, r) + \underline{\varphi}(b, r) + \sum_{i=1}^{n} \underline{\varphi}(s_i, r)\right];$$

$$(\bar{f}, l_j) = \overline{\varphi_n}(r) = h\left[\bar{\varphi}(a, r) + \bar{\varphi}(b, r) + \sum_{i=1}^{n} \bar{\varphi}(s_i, r)\right],$$

где $\underline{\varphi_n}$, $\overline{\varphi_n}$ — подынтегральные функции в выражении (10), тогда для любого фиксированного $r \in [0, 1] \subset R$ имеем:

$$\lim_{n \to \infty} \underline{\varphi_n}(r) = \underline{F}(r) = \int_a^b \underline{\varphi}(s, r) ds;$$

$$\lim_{n \to \infty} \overline{\varphi_n}(r) = \bar{F}(r) = \int_a^b \bar{\varphi}(s, r) ds.$$

В работе [17] доказывается теорема о равномерной сходимости в метрике Хаусдорфа $\underline{\varphi_n}(s)$, $\overline{\varphi_n}(s)$ соответственно к $\underline{F}(r)$, $\bar{F}(r)$. Подобным способом может быть рассмотрен и случай (*ii*). В случае (*iii*) промежуток интегрирования разбивается на два соответствующих промежутка.

По аналогичной методике нечеткого интегрирования в выражениях (8) применяется нечеткая сплайн-интерполяция [8]. Например, нечеткая линейная сплайн-функция следует из нечеткой вариационной задачи

$$\min_{\varphi_{\mathrm{н}}(s)} \int_{s_0 = a}^{s_n = b} [\dot{\varphi}_{\mathrm{н}}(s)]^2 ds, \quad s_i \in [a, b], \quad i = \overline{0, n},$$

с граничными условиями $\varphi(s_0) = \varphi_{\mathrm{н}0}$, $\varphi(s_n) = \varphi_{\mathrm{н}n}$.

Нечеткая кубическая сплайн-функция следует из нечеткой вариационной задачи

$$\min_{\varphi_{\mathrm{н}}(s)} \int_{s_0 = a}^{s_n = b} [\ddot{\varphi}_{\mathrm{н}}(s)]^2 ds$$

с заданными нечеткими неподвижными граничными условиями и условием непрерывности функции $\varphi_{\mathrm{н}}(x)$ в узлах. Здесь производные $\dot{\varphi}_{\mathrm{н}}(s)$, $\ddot{\varphi}_{\mathrm{н}}(s)$ определяются по Хукухара [18, 19].

Пример 1. Имеем:

$$x_{\mathrm{н}}(s) = f_{\mathrm{н}}(s) + \int_0^{2\pi} (0{,}1 \sin s \cdot \sin 0{,}5\tau) x_{\mathrm{н}}(\tau) d\tau,$$

где

$$f_н(s) = f(s, r) = (\underline{f}(s, r), \bar f(s, r) | r \in [0, 1]);$$

$$\underline{f}(s, r) = \sin(0{,}5s) \cdot [(13/15) \cdot (r^2 + r) + + (2/15) \cdot (4 - r^3 - r)];$$

$$\bar f(s, r) = \sin(0{,}5s) \cdot [(2/15) \cdot (r^2 + r) + + (13/15) \cdot (4 - r^3 - r)].$$

Это уравнение описывает вынужденные колебания струны заданной длины $l = 2\pi$ при воздействии на нее внешнего нечеткого возмущения $f_н(s)$. В уравнении $K(s, \tau) = 0{,}1\sin s \cdot \sin 0{,}5\tau$ — смещение струны в точке τ под воздействием гармонической силы, примененной в точке s. При нулевом внешнем возмущении ($f_н(s) = 0$) эта модель представляет собой свободные колебания струны.

Чтобы найти решение, зададим: $h_1(s) = 1$; $h_2(s) = s$.

Из выражения (4) находим:

$$k_1(s) = \int_0^{2\pi} K(s, \tau)h_1(\tau)d\tau =$$

$$= \int_0^{2\pi} [(0{,}1\sin s \cdot \sin 0{,}5\tau) \cdot 1]d\tau = 0{,}4\sin s;$$

$$k_2(s) = \int_0^{2\pi} K(s, \tau)h_2(\tau)d\tau =$$

$$= \int_0^{2\pi} -[(0{,}1\sin s \cdot \sin 0{,}5\tau) \cdot \tau]d\tau = 0{,}4\pi\sin s.$$

Вычисления значений величин $l_1(s)$, $l_2(s)$ из выражения (4) дают:

$$l_1(s) = h_1 - k_1(s) = 1 - 0{,}4\sin s;$$

$$l_2(s) = h_2 - k_2(s) = s - 0{,}4\pi\sin s,$$

при этом

$$l_1(s) > 0, \text{ если } s \in [0, 2\pi],$$

$$\text{а } l_2(s) = \begin{cases} l_2(s) = 0, s \in [0, \pm\pi/2], \\ l_2(s) > 0, s \in [\pm\pi/2, 2\pi]. \end{cases}$$

По выражениям (8) определяем правую часть системы (7). Так как $l_1(s) \ge 0$, $\forall s \in [0, 2\pi]$, то

$$(\underline{f}, l_1) = \int_a^b (\underline{f}, l_1)ds = \int_0^{2\pi} \{(\sin 0{,}5s)[(13/15)(r^2 + r) + + (2/15)(4 - r^3 - r)] \cdot [1 - 0{,}4\sin s]\}ds = = 4[(13/15)(r^2 + r) + (2/15)(4 - r^3 - r)];$$

$$(\bar f, l_1) = \int_a^b (\bar f, l_1)ds = 4[(2/15)(r^2 + r) + + (13/15)(4 - r^3 - r).$$

Вычисления по формулам трапеции дают:

$$(\underline{f}, l_2) = \int_a^b \underline{f} \cdot l_2 ds \simeq -0{,}3r^3 + 12{,}5r^2 + 12{,}5r + 0{,}1;$$

$$(\bar f, l_2) = \int_a^b \bar f \cdot l_2 ds \simeq -12{,}5r^3 + 0{,}03r^2 - 12{,}5r + 50{,}2.$$

Скалярные произведения (l_i, l_j), $i, j = \overline{1, n}$ в системе (7) находим по выражениям (8):

$$(l_1, l_2) = \int_0^{2\pi} l_1(s) \cdot l_2(s)ds =$$

$$= \int_0^{2\pi} [(1 - 0{,}4\sin s) \cdot (1 - 0{,}4\sin s)]ds \simeq 6{,}8;$$

$$(l_1, l_2) = (l_2, l_1) = \int_0^{2\pi} l_1(s) \cdot l_2(s)ds =$$

$$= \int_0^{2\pi} [(1 - 0{,}4\sin s) \cdot (s - 0{,}4\pi\sin s)]ds \simeq 23{,}8;$$

$$(l_2, l_2) = \int_0^{2\pi} l_2(s) \cdot l_2(s)ds =$$

$$= \int_0^{2\pi} [(s - 0{,}4\pi\sin s) \cdot (s - 0{,}4\pi\sin s)]ds \simeq 103{,}4.$$

В результате вычислений появляется НСЛУ (9) с неизвестными элементами $b_i(r)$, $c_i(r)$, $i = 1, 2$:

$$\begin{pmatrix} \begin{matrix} 6{,}8 & 23{,}8 \\ 23{,}8 & 103{,}4 \end{matrix} & B \\ B & \begin{matrix} 6{,}8 & 23{,}8 \\ 23{,}8 & 103{,}4 \end{matrix} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\underline{f}, l_1) \\ (\underline{f}, l_2) \\ (\bar f, l_1) \\ (\bar f, l_2) \end{pmatrix}, |S| \ne 0,$$

где с помощью системы (6) определяются компоненты вектора $A^* = (\underline{a}_1^*, \underline{a}_2^*, \overline{a_1}^*, \overline{a_2}^*)^{\mathrm{T}}$ и далее находится приближенное решение нечеткого интегрального уравнения

$$\underline{x}^*(s, r) \simeq \underline{a}_1^* h_1(s) + \underline{a}_2^* h_2(s) = \underline{a}_1^* \cdot 1 + \underline{a}_2^* s;$$

$$\bar x^*(s, r) \simeq \overline{a_1}^* h_1(s) + \overline{a_2}^* h_2(s) = \overline{a_1}^* \cdot 1 + \overline{a_2}^* s.$$

Например, задав $r = 0{,}5$; $s = \pi$, получим: $\underline{x}^*(s, r) \simeq 1{,}1$; $\bar x^*(s, r) \simeq 3$. ♦

3.2. Рекуррентный и нелинейный методы наименьших квадратов

Данные методы представлены в работах [13, 14].

Метод, изложенный в п. 3.1, применяется при небольших объемах информации — обычно, когда $s_i = 1, 2$. При s_i, $i > 2$ применяется рекуррентный МНК.

Пусть соотношение (9) по k и $k + 1$ измерениям имеет соответственно стандартную форму:

$$S_k A_k = Y_k,\ S_{k+1} A_{k+1} = Y_{k+1} \Leftrightarrow L_k B_k = X_k^T V_k, \quad (11)$$

где

$$L_k = X_k^{\text{т}} X_k; \quad X_k^{\text{т}} V_k = Y_k, \quad X_k = (l_i(s_j)), \quad i, j = \overline{1, n}.$$

Тогда для рекуррентного МНК задача состоит в получении зависимости Ф: $B_{k+1} = \Phi(B_k)$.

Имеем элементы соотношения (11) в виде блочного представления:

$$V_{k+1} = (u_1, ..., u_k\ u_{k+1})^{\text{т}} = (V_k\ u_{k+1})^{\text{т}};$$

$$X_{k+1} = \begin{pmatrix} X_k \\ X_{k+1}^{\text{т}} \end{pmatrix}; \quad X_k = (l_i(s_j)), \quad i, j = \overline{1, k};$$

$$x_{k+1}^{\text{т}} = (l_1(s_{k+1}), ..., l_{k+1}(s_{k+1})).$$

Из правила умножения блочных матриц [20]

$$(a \quad b) \cdot \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = ac + bd$$

имеем в правой части выражения (11):

$$V_{k+1}^{\text{т}} \cdot V_{k+1} = \begin{pmatrix} X_k \\ x_{k+1}^{\text{т}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_k \\ u_{k+1} \end{pmatrix} =$$

$$= (X_k^{\text{т}} \quad x_{k+1}) \cdot \begin{pmatrix} V_k \\ u_{k+1} \end{pmatrix} = (X_k^{\text{т}} V_k + x_{k+1} u_{k+1}). \quad (12)$$

Подставив выражение (12) в формулу (11), получим:

$$B_{k+1} = M_{k+1}(X_k^{\text{т}} V_k + x_{k+1} u_{k+1}),$$

$$M_{k+1} = L_{k+1}^{-1} \Leftrightarrow M_{k+1}^{-1} = L_{k+1}. \quad (13)$$

Преобразование M_{k+1}^{-1} дает:

$$M_{k+1}^{-1} = [(X_{k+1}^{\text{т}}, X_{k+1})^{-1}]^{-1} = X_{k+1}^{\text{т}},$$

$$X_{k+1} = \begin{pmatrix} X_k \\ x_{k+1}^{\text{т}} \end{pmatrix}^{\text{т}} \begin{pmatrix} X_k \\ x_{k+1}^{\text{т}} \end{pmatrix} = (X_k^{\text{т}} \quad x_{k+1}) \begin{pmatrix} X_k \\ x_{k+1}^{\text{т}} \end{pmatrix} =$$

$$= X_k^{\text{т}} X_k + x_{k+1} x_k^{\text{т}} = M_k^{-1} + x_{k+1} I x_{k+1}^{\text{т}},$$

где I — единичная матрица, используемая для вспомогательных целей.

В результате будем иметь:

$$M_{k+1}^{-1} = M_k^{-1} + x_{k+1} I x_{k+1}^{\text{т}} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow L_{k+1} = (M_k^{-1} + x_{k+1} I x_{k+1}^{\text{т}})^{-1}.$$

Для обращения матрицы в правой части последнего соотношения используется известная формула из алгебры матриц [20]:

$$A^{-1} = (B + CDG)^{-1} =$$
$$= B^{-1} - B^{-1}C(D^{-1} + GB^{-1}C)^{-1}GB^{-1},$$

откуда будем иметь:

$$L_{k+1} = M_{k+1}^{-1} = (M_k^{-1} + x_{k+1} I x_{k+1}^{\text{т}})^{-1} =$$
$$= (M_k^{-1})^{-1} - (M_k^{-1})^{-1} x_{k+1}[I^{-1} + x_{k+1}^{\text{т}} (M_k^{-1})^{-1}]^{-1} \times$$
$$\times x_{k+1}^{\text{т}} (M_k^{-1})^{-1} = M_k - M_k x_{k+1} \times$$
$$\times (I + x_{k+1}^{\text{т}} M_k x_{k+1})^{-1} x_{k+1}^{\text{т}} M_k.$$

Анализ размерностей для элемента в скобках показывает, что dim(·) = (1×1), поэтому

$$(I + x_{k+1}^{\text{т}} M_k x_{k+1})^{-1} = \gamma_k \in R,$$

где коэффициент

$$\gamma_k = (1 + \alpha_k)^{-1}.$$

В результате выражение (13) будет иметь вид:

$$M_{k+1} = M_k - \gamma_k M_k x_{k+1} x_{k+1}^{\text{т}} M_k. \quad (14)$$

Подставляя выражения (14) и (12) в формулу (11), получим после преобразований:

$$B_{k+1} = L_{k+1}^{-1} X_{k+1}^{\text{т}} V_{k+1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow B_{k+1} = M_{k+1} X_{k+1}^{\text{т}} V_{k+1} =$$
$$= (M_k - \gamma_k M_k x_{k+1} x_{k+1}^{\text{т}} M_k)(X_k^{\text{т}} V_k + x_{k+1} u_{k+1}) =$$
$$= M_k X_k^{\text{т}} V_k + M_k x_{k+1} u_{k+1} -$$
$$- \gamma_k M_k x_{k+1} x_{k+1}^{\text{т}} M_k X_k^{\text{т}} V_{k+1} -$$
$$- \gamma_k M_k x_{k+1} x_{k+1}^{\text{т}} M_k x_{k+1} u_{k+1} =$$
$$= B_k + \gamma_k M_k x_{k+1}[\gamma_k^{-1} u_{k+1} - \alpha_k u_{k+1}] -$$
$$- \gamma_k M_k x_{k+1} x_{k+1}^{\text{т}} B_k = B_k + \gamma_k M_k x_{k+1}(u_{k+1} - x_{k+1}^{\text{т}} B_k).$$

Таким образом, получена зависимость $B_{k+1} = \Phi(B_k)$, где $\Phi(B_k) = B_k + \gamma_k M_k x_{k+1}(u_{k+1} - x_{k+1}^{\text{т}} B_k)$, где $\gamma_k \in R$ — коэффициент адаптации.

Для нелинейного МНК используется рекуррентная форма

$$B_{j+1} = B_j + \Delta B_j, \quad j = \overline{0, k},$$

где $\Delta B_j = (X_j^{\mathrm{T}} X_j)^{-1} X_j^{\mathrm{T}} V_j$, $j = \overline{0, k}$, определены из формулы (11) с точностью до обозначений, B_0 — заданный вектор начального приближения.

3.3. Нечеткий метод наименьших квадратов

Данный метод изложен в работе [21].

Имеем исходные данные подобно тем, которые приведены в п. 3.1, — нечеткую линейную математическую модель типа (6), которая в векторной форме имеет вид:

$$\underline{f}(s, r) = (B(r), L(s)) + \underline{r}_n(s);$$

$$\overline{f}(s, r) = (C(r), L(s)) + \overline{r}_n(s), \qquad (15)$$

где $B(r) = (b_1(r), ..., b_n(r))$, $C(r) = (c_1(r), ..., c_n(r))$ — векторы неизвестных переменных, подлежащих определению; $L(s) = (l_1(s), ..., l_n(s))$ — вектор заданных базисных функций; $\underline{r}_n(s)$, $\overline{r}_n(s)$ — ошибки модели; $(B(r), L(s))$, $(C(r), L(s))$ — скалярные произведения.

Далее для простоты рассматривается нижняя часть модели (15), обозначенной символом «_». Для верхней части модели (15) с символом «¯» дальнейшие рассуждения и преобразования выполняются аналогично.

Пусть при значениях аргумента $s = s_i$, $i = \overline{1, m}$ $(m \geq n)$, в левой части модели (15) были получены данные (измерения):

$$s_1 < s_2 < ... < s_m,$$

$$\underline{f}(s_1, r), \underline{f}(s_2, r), ..., \underline{f}(s_m, r).$$

После подстановки этих данных в модель (15) получим НСЛУ:

$$\underline{f}(s_j, r) = \sum_{i=1}^{n} b_i(r) \cdot l_i(s_j) + \underline{r}(s_j) \Leftrightarrow \underline{R} = \underline{Y} - XB, \quad (16)$$

где $\underline{R} = (\underline{r}(s_1), ..., \underline{r}(s_m))$; $\underline{Y} = (\underline{f}(s_1), ..., \underline{f}(s_m))^{\mathrm{T}}$, а $X = (x_{ij})$, $x_{ij} = l_i(x_j)$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$, — прямоугольная матрица $\dim X = (m \times n)$, m — число данных, n — число неизвестных параметров.

Задается взвешенный квадрат ошибок:

$\underline{R}^{\mathrm{T}} \Lambda^{-1} \underline{R}$, $\Lambda = \mathrm{diag}(\lambda_{ij})$ — диагональная весовая матрица.

Задача нахождения неизвестного вектора B в НСЛУ (16) состоит из двух этапов.

На **этапе 1** для каждой базисной функции $l_i(s = s_j) = l_{ij}$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$, формируются нечеткие правила «если — то». Задавая для нечеткой переменной l_{ij} нечеткие идентификаторы r_{ij}^{ε}, $\varepsilon = \overline{1, f}$, — число идентификаторов для i-й нечеткой переменной при $s = s_j$, может быть сформирована нечеткая база правил $R_j = \{R_{jp}\}_{p=1}^{p=2^n}$. Например, при $s = s_1$ она будет иметь вид:

$$\left\{\begin{array}{l}
R_{11}\text{: если } l_{11} = r_{11}^{(1)} \text{ и } l_{21} = r_{21}^{(1)} \\
\qquad \text{и ... и } l_{n-1,1} = r_{n-1,1}^{(1)} \text{ и } l_{n1} = r_{n1}^{(1)}, \\
\text{то } g_{11} = \min\{r_{11}^{(1)}, r_{21}^{(1)}, ..., r_{n-1,1}^{(1)}, r_{n1}^{(1)}\}, \\
\quad \vdots \\
\text{или} \\
R_{12}\text{: если } l_{11} = r_{11}^{(1)} \text{ и } l_{21} = r_{21}^{(1)} \\
\qquad \text{и ... и } l_{n-1,1} = r_{n-1,1}^{(1)} \text{ и } l_{n1} = r_{n1}^{(2)}, \\
\text{то } g_{12} = \min\{r_{11}^{(1)}, r_{21}^{(1)}, ..., r_{n-1,1}^{(1)}, r_{n1}^{(2)}\}, \\
\text{или} \\
\quad \vdots \\
\text{или} \\
R_{1p-1}\text{: если } l_{11} = r_{11}^{(f)} \text{ и } l_{21} = r_{21}^{(f)} \\
\qquad \text{и ... и } l_{n-1,1} = r_{n-1,1}^{(f)} \text{ и } l_{n1} = r_{n1}^{(f-1)}, \\
\text{то } g_{1p-1} = \min\{r_{11}^{(f)}, r_{21}^{(f)}, ..., r_{n-1,1}^{(f)}, r_{n1}^{(f-1)}\}, \\
\text{или} \\
R_{1p}\text{: если } l_{11} = r_{11}^{(f)} \text{ и } l_{21} = r_{21}^{(f)} \\
\qquad \text{и ... и } l_{n-1,1} = r_{n-1,1}^{(f)} \text{ и } l_{n1} = r_{n1}^{(f)}, \\
\text{то } g_{1p} = \min\{r_{11}^{(f)}, r_{21}^{(f)}, ..., r_{n-1,1}^{(f)}, r_{n1}^{(f)}\}.
\end{array}\right.$$

Здесь «и», «или» представляют собой нечеткие логические функции по Заде:

$$r_1(x) \text{ и } r_2(x) = \min(r_1(x), r_2(x));$$

$$r_1(x) \text{ и } r_2(x) = \max(r_1(x), r_2(x)).$$

База правил $R_1 = \{R_{1p}\}_{p=1}^{p=2^n}$ при $s = s_1$ содержит $p = 2^n$ правил для «и» базисных функций.

Полученные коэффициенты $g_{11}, g_{12}, ..., g_{1p}$ нормируются, что приводит к весовым коэффициентам $\lambda_{11} = g_{11}/\sum_{i=1}^{p} g_{1i}$, ..., $\lambda_{1p} = g_{1p}/\sum_{i=1}^{p} g_{1i}$.

Далее аналогичным образом при s: s_2, s_3, ..., s_m формируются соответственно нечеткие базы правил R_2, R_3, ..., R_m. По каждой нечеткой базе правил находятся нормированные весовые коэффициенты, из которых с учетом R_1 формируется таблица размерностью ($m \times p$):

$s = s_1$,	$\lambda_{11}, \ldots, \lambda_{1p}$
$s = s_2$	$\lambda_{21}, \ldots, \lambda_{2p}$
$\vdots$	$\vdots$
$s = s_m$	$\lambda_{m1}, \ldots, \lambda_{mp}$

На **этапе 2** по совокупности весовых матриц $\{\Lambda_q\}_{q=1}^{p}$ с применением обобщенного МНК находятся неизвестные параметры $b_i(r)$, $i = \overline{1, n}$, модели (6). Параметры $c_i(r)$, $i = \overline{1, n}$, в модели (6) находятся так же, как и $b_i(r)$.

Ранее в п. 3.1 полагалось, что нечеткая модель ошибки $r_n = (\underline{r_n}(s), \overline{r_n}(s))$ имеет параметры $E\underline{r_n}(s) = E\overline{r_n}(s) = 0$, $D\underline{r_n}(s) = D\overline{r_n}(s) = \sigma^2 I$, где E, D — операторы математического ожидания и дисперсии соответственно; I — единичная матрица; σ^2 — коэффициент пропорциональности. Это приводило к оценкам МНК $\hat{c}_i(r)$, $\hat{b}_i(r)$ модели (9).

Теперь при наличии весовых матриц $\{\Lambda_q\}_{q=1}^{p}$, полученных для s: s_1, ..., $s_m(\dim\Lambda_q = (m\times m))$, матричная модель ошибки $\underline{R}_q$ в выражении (12) принимает вид:

$$E\underline{R}_q = 0, \quad D\underline{R}_q = \sigma^2\Lambda_q,$$

где Λ_q — положительно определенная матрица

$$\Lambda_q \in \{\Lambda_q\}_{q=1}^{p}.$$

Это означает, что для Λ_q существует линейное преобразование P_q:

$$P_q^{\mathrm{т}} \cdot P_q = P_q \cdot P_q = P_q^2 = \Lambda_q; \quad P_q^{\mathrm{т}} = P_q.$$

Поэтому, применяя к модели (16) линейное преобразование P_q^{-1} в виде ее умножения слева, получим:

$$\underline{R}_q = \underline{Y}_q - XB_q \Leftrightarrow \underline{Y}_q = XB_q + \underline{R}_q \Rightarrow$$
$$\Rightarrow P_q^{-1}\underline{Y}_q = P_q^{-1}XB_q + P_q^{-1}\underline{R}_q \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \underline{Y}_q^{(1)} = X_q^{(1)}B_q + \underline{R}_q^{(1)}, \quad \underline{Y}_q^{(1)} = P_q^{-1};$$
$$X_q^{(1)} = P_q^{-1}X_q; \quad \underline{R}_q^{(1)} = P_q^{-1}\underline{R}_q. \qquad (17)$$

Находим модель для ошибки $\underline{R}_q^{(1)}$. Для этого вычисляются математическое ожидание $E\underline{R}_q^{(1)}$ и дисперсия $D\underline{R}_q^{(1)}$. Имеем:

$$E\underline{R}_q^{(1)} = E(P_q^{-1} \cdot \underline{R}_q) = P_q^{-1} \cdot (E\underline{R}_q) = 0;$$

$$\text{так как } \underline{R}_q^{(1)} = P_q^{-1} \cdot R_q,\ E\underline{R}_q = 0,$$

$$D\underline{R}_q^{(1)} = D(P_q^{-1} \cdot \underline{R}_q) = P_q^{-1} \cdot (D\underline{R}_q)(P_q^{-1})^{\mathrm{т}} =$$
$$= \sigma^2 P_q^{-1}\Lambda_q(P_q^{-1})^{\mathrm{т}} = \sigma^2(P_q^{-1}P_q)(P_q(P_q^{-1})^{\mathrm{т}}) = \sigma^2 I;$$

$$\text{так как } \underline{R}_q^{(1)} = P_q^{-1} \cdot \underline{R}_q,\ D\underline{R}_q = \sigma^2\Lambda_q,\ \Lambda_q = P_q \cdot P_q.$$

Таким образом, справедлива модель

$$\underline{Y}_q^{(1)} = X^{(1)}B_q + \underline{R}_q^{(1)} : E\underline{R}_q^{(1)} = 0; \quad D\underline{R}_q^{(1)} = \sigma^2 I,$$

поэтому для нее можно воспользоваться равноточным МНК, примененным в п. 3.1, и получить уравнения типа (9) при нахождении компонент вектора B_q:

$$(X_q^{(1)\mathrm{т}}\ X_q^{(1)})B_q = X_q^{(1)\mathrm{т}}\ \underline{Y}_q^{(1)}.$$

Подставляя затем в это уравнение старые переменные из формулы (17), получим с учетом свойств операции транспонирования и матрицы P_q уравнение:

$$[(P_q^{-1}X_q)^{\mathrm{т}} \cdot (P_q^{-1}X_q)]B_q = (P_q^{-1}X_q)^{-1}(P_q^{-1}\underline{Y}_q) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow [(X_q^{\mathrm{т}}\ P_q^{-1})(P_q^{-1}X_q)]B_q = X_q^{\mathrm{т}}\ P_q^{-1}\underline{Y}_q) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (X_q^{\mathrm{т}}\ V_q^{-1}X_q)B_q = X_q^{\mathrm{т}}\ V_q^{-1}\underline{Y}_q, \qquad (18)$$

где V_q, $q = \overline{1, p}$, — весовые матрицы, найденные из нечетких правил этапа 1.

Действия, аналогичные при получении уравнения (18), выполняются относительно вектора C_q. Тогда получим:

$$(X_q^{\mathrm{т}}\ V^{-1}X_q)C_q = X_q^{\mathrm{т}}\ V_q^{-1}\ \bar{Y}_q. \qquad (19)$$

Объединяя выражения (18), (19), будем иметь:

$$S_q \cdot A_q = Y_q, \quad |S_q| \neq 0, \quad q = \overline{1, p}, \qquad (20)$$

где

$$S_q = \begin{pmatrix} L_q & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix}; \quad L_q = (X_q^{\text{т}} V_q^{-1} X_q); \quad A_q = (B_q \ C_q)^{\text{т}};$$

$$B_q = (b_{q1}, \ldots, b_{qn} \ c_{q1}, \ldots, c_{qn})^{\text{т}};$$

$$Y_q = (\underline{Y}_q^B \ \bar{Y}_q^C); \ \underline{Y}_q^B = X_q^{\text{т}} V^{-1} \underline{Y}_q; \quad \bar{Y}_q^C = X_q^{\text{т}} V^{-1} \underline{Y}_q.$$

В результате из системы (20) получим совокупность решений:

$$\{A_q^*\}_{q=1}^p = \{B_q^* \ C_q^*\}_{q=1}^p,$$

которые приводят к совокупности нечетких решений интегрального уравнения (1):

$$\begin{cases} \underline{x}_q^*(s_j, r) = (B_q^*, H_j), \\ \bar{x}_q^*(s_j, r) = (C_q^*, H_j), \\ q = \overline{1, p}; \ s_j = \overline{1, m}, \end{cases} \tag{21}$$

где $B_q^* = (b_{q1}^*, \ldots, b_{qn}^*)$; $C_q^* = (c_{q1}, \ldots, c_{qn})$; $H_j = (h_1(s_j), \ldots, h_n(s_j))$; $(\cdot, \cdot)$ — скалярное произведение.

За нечеткое решение уравнения (1) принимается обобщенное усредненное решение, получаемое из совокупности (21):

$$\begin{cases} \underline{x}^*(s_j, r) = \sum_{q=1}^{p} \lambda_{1q} \underline{x}_q^*(s_j, r), \\ \bar{x}^*(s_j, r) = \sum_{q=1}^{p} \lambda_{1q} \bar{x}_q^*(s_j, r), \end{cases} \quad j = \overline{1, m}.$$

3.4. Нечеткий метод Галеркина

Имеем нечеткую модель

$$x_{\text{н}}(s) = f_{\text{н}}(s) + \lambda \int_a^b K(s, \tau) x_{\text{н}}(\tau) d\tau \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{x}(s, r) + \lambda \int_a^b K(s, \tau) \underline{x}(\tau, r) d\tau = \underline{f}(s, r), \\ \bar{x}(s, r) + \lambda \int_a^b K(s, \tau) \bar{x}(\tau, r) d\tau = \bar{f}(s, r), \end{cases}$$

оценка состояния которой ищется в виде нечеткого приближения.

Возможны два варианта решения.

Вариант 1:

$$\underline{x}(s, r) \simeq \sum_{i=1}^{n} \underline{a}_i(r) \underline{h}_i(s, r); \quad \bar{x}(s, r) \simeq \sum_{i=1}^{n} \bar{a}_i(r) \bar{h}_i(s, r),$$

где $\{h_{\text{н}i}(s) = h_i(s, r) = (\underline{h}_i(s, r), \bar{h}_i(s, r))\}_{i=1}^n$ — нечеткие независимые полные ортогональные функции; $a_{\text{н}i} = a_i(r) = (\underline{a}_i(r), \bar{a}_i(r))$ — нечеткие коэффициенты, подлежащие определению.

Вариант 2:

$$\underline{x}(s, r) \simeq \sum_{i=1}^{n} \underline{a}_i(r) h_i(s); \quad \bar{x}(s, r) \simeq \sum_{i=1}^{n} \bar{a}_i(r) h_i(s),$$

где $\{h_i(s)\}_{i=1}^n$ — четкие независимые полные ортогональные функции, понимаемые в традиционном смысле; $\underline{a}_i(r)$, $\bar{a}_i(r)$ — коэффициенты в параметрическом представлении нечеткости.

Рассмотрим **вариант 1**. После преобразований, аналогичных в получении системы (5) из выражений (1)—(4), будем иметь:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \underline{a}_i(r) \underline{l}_i(s) \simeq \underline{f}(s, r), \\ \sum_{i=1}^{n} \bar{a}_i(r) \bar{l}_i(s) \simeq \bar{f}(s, r), \end{cases} \tag{22}$$

где

$$\underline{l}_i(s) = \underline{h}_i(s, r) - \underline{k}_i(s); \ \underline{k}_i(s) = \int_a^b K(s, \tau) \underline{h}_i(\tau) d\tau,$$

$$\bar{l}_i(s) = \bar{h}_i(s, r) - \bar{k}_i(s); \quad \bar{k}_i(s) = \int_a^b K(s, \tau) \bar{h}_i(\tau) d\tau.$$

Значения нечетких переменных $\underline{l}_i(s)$, $\bar{l}_i(s)$ могут быть положительными или отрицательными, поэтому система (22) может быть представлена в виде:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} b_i(r) \underline{l}_i(s) \simeq \underline{f}(s, r), \ b_i(r) = \begin{cases} \underline{a}_i(r), \ \underline{l}_i(s) \ge 0, \\ \bar{a}_i(r), \ \underline{l}_i(s) < 0, \end{cases} \\ \sum_{i=1}^{n} c_i(r) \bar{l}_i(s) \simeq \bar{f}(s, r), \ c_i(r) = \begin{cases} \bar{a}_i(r), \ \bar{l}_i(s) \ge 0, \\ \underline{a}_i(r), \ \bar{l}_i(s) < 0. \end{cases} \end{cases} \tag{23}$$

Неизвестные переменные $b_i(r)$, $c_i(r)$, $i = \overline{1, n}$, в выражении (2) находятся из условия ортогональности функций $\underline{h}_i$, $\underline{h}_j$ и $\bar{h}_i$, $\bar{h}_j$. Для этого, последовательно умножая систему (23) на функции $\underline{h}_i(s, r)$, $\bar{h}_i(s, r)$, получим полную НСЛУ:

$$(\mathrm{diag}\underline{H})B = \underline{F};\ (\mathrm{diag}\bar{H})C = \bar{F}, \qquad (24)$$

где $B = (b_1, ..., b_n)^{\mathrm{т}}$; $C = (c_1, ..., c_n)^{\mathrm{т}}$; $\underline{F} = ((\underline{f}, \underline{l}_1), ..., (\underline{f}, \underline{l}_n))^{\mathrm{т}}$; $\bar{F} = ((\bar{f}, \bar{l}_1), ..., (\bar{f}, \bar{l}_n))^{\mathrm{т}}$ — векторы с элементами из скалярных произведений; $\underline{H} = ((\underline{l}_i, \underline{h}_j))$; $\bar{H} = ((\bar{l}_i, \bar{h}_j))$, $i, j = \overline{1, n}$, — матрицы из нечетких скалярных произведений; параметры $\underline{l}_i$, $\bar{l}_i$ определены в выражении (8).

Здесь система (24) — полная НСЛУ, которая определена в работе [22]. Для нее, как известно, существуют два решения: а) нечеткое; б) четкое.

Случай «а».

В настоящее время теория полных НСЛУ достаточно хорошо изучена. Некоторые из публикаций на эту тему приведены в работах [23—26].

Представим систему (24) в стандартной форме:

$$HD = F,$$

где $H = \mathrm{diag}\left(\frac{\underline{H}}{\bar{H}}\right)$; $D = (C|D)^{\mathrm{т}}$; $F = ((\underline{f}_i, \underline{l}_1), ..., (\underline{f}_n, \underline{l}_n)|(\bar{f}_i, \bar{l}_1), ..., (\bar{f}_n, \bar{l}_n))^{\mathrm{т}}$.

Здесь матрица H и вектор F содержат нечеткие элементы и, соответственно, компоненты.

Заметим, что ранее рассматривались НСЛУ применительно к нечетким интегральным уравнениям, когда матрица H содержала четкие элементы, а вектор F состоял из нечетких компонент. Появление термина «полная НСЛУ» указывает на то, что матрица H и вектор F имеют нечеткие элементы. Обзор методов решения полных и неполных НСЛУ приведен в работах [27, 28] соответственно.

Случай «б».

Метод четкого решения для полной НСЛУ [22, 27] путем замены переменных приводит к тому, что число уравнений становится больше, чем число неизвестных, поэтому для ее решения применяется традиционный МНК.

Предложенная методика используется также для нелинейных функций принадлежностей.

Вариант 2. Здесь в рамках нечеткого метода Галеркина полагается, что базисные функции $h_i(s)$, $i = \overline{1, n}$, представляют собой традиционные функции, для которых полнота и ортогональность понимается в обычном смысле. В этом случае полная НСЛУ (24) преобразуется в НСЛУ

$$(\mathrm{diag}\ H)\ C = F_{\mathrm{н}}, \qquad (25)$$

где H — матрица с четкими элементами; $F_{\mathrm{н}} = (\underline{F}|\bar{F})$.

Система (25) решается одним из нечетких методов для НСЛУ, изложенных в работах [27, 28].

3.5. Нечеткий метод квадратур Чебышева

В традиционном случае этот метод широко применяется при решении четких интегральных уравнений, когда интеграл в уравнении заменяется квадратурной формулой с узлами в точках Чебышева [10]. Метод также может быть использован в нечетком случае, когда нечеткая интегральная модель представляется в эквивалентной параметрической форме. При этом нижнее и верхнее представления образуют систему интегральных моделей, решаемых традиционным методом квадратур, полагая, что интегралы понимаются в нечетком смысле.

Считается, что для нечеткой интегральной модели справедливо параметрическое ее представление и для ядер выполняются три типа неравенств (*i*)—(*iii*), подобно тому, как это было реализовано в п. 3.1, 3.3 первой части обзора [1].

Для случая (*i*), когда $K(s, \tau) \ge 0$, $a \le \tau \le b$, имеем:

$$x_{\mathrm{н}}(s) = f_{\mathrm{н}}(s) + \lambda\int_a^b K(s, \tau)x_{\mathrm{н}}(\tau)d\tau \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{x}(s, r) = \underline{f}(s, r) + \lambda\int_a^b \underline{V}(\tau, r)d\tau, \\ \bar{x}(s, r) = \bar{f}(s, r) + \lambda\int_a^b \bar{V}(\tau, r)d\tau, \end{cases}$$

где $\underline{V}(\tau, r) = K(s, \tau)\cdot\underline{x}(\tau, r)$; $\bar{V}(\tau, r) = K(s, \tau)\cdot\bar{x}(\tau, r)$, $K(s, \tau) \ge 0$ на промежутке интегрирования $[a, b]$, $r \in [0, 1] \subset R$ — параметр.

В уравнении относительно нижней ветви $\underline{x}(s, r)$ переменной заменим интеграл квадратурной формулой Чебышева:

$$\int_a^b \Psi(x)dx = A\sum_{k=1}^{n}\Psi(x_k)dx + \rho,$$

$$x_k = 0{,}5(b - a)[1 + x_k^{(n)}], \quad A = n^{-1}(b - a),$$

где $x_k^{(n)}$ — точки Чебышева, которые табулированы, ρ — остаточный член. В результате с точностью до ρ получим:

$$\underline{x}(s_i, r) - \lambda A\sum_{k=1}^{n} K(s_i, \tau_k)\bar{x}(s_i, r) = \bar{f}(s_i, r),\ \ i = \overline{1, n}.$$

В матричной форме система будет иметь вид:

$$K\cdot X = \Phi,$$

где

$$X = (\underline{x}(s_1), ..., \underline{x}(s_n)|\bar{x}(s_1), ..., \bar{x}(s_n))^{\mathrm{T}};$$

$$\Phi = (\underline{f}(s_1), ..., \underline{f}(s_n)|\bar{f}(s_1), ..., \bar{f}(s_n))^{\mathrm{T}};$$

$$K = \begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix};\ R = \left(r_{ij} = \left(1 - \lambda A \sum_{k=1}^{j} K(s_i, \tau_k)\right)\right) \text{ —}$$

матрица.

В результате определяется нечеткое решение в дискретной форме $x_{\text{н}\partial}(s_i) \simeq x_\partial(s_i, r) = (\underline{x}_g(s_i, r), \bar{x}_\partial(s_i, r)| \ r \in [0, 1]),\ i = \overline{1, n}$.

Далее с помощью нечеткого интерполирования [26] можно указать приближенное решение $x^*_{\text{н}} = x^*(s, r) = (\underline{x}^*(s, r), \bar{x}^*(s, r)| \ r \in [0, 1])$.

Случаи (*ii*): $K(s, \tau) \le 0$ и (*iii*): $K(s, \tau) \ge 0$, $a \le \tau \le c$; $K(s, \tau) < 0$, $c < \tau \le b$, $c \in [a, b]$, рассматриваются подобно тому, как это было сделано в первой части обзора [1].

3.6. Метод аппроксимации нечеткого решения функцией sinc

Данный метод изложен в работе [29]. Как и ранее, используется параметрическая форма для исходной нечеткой интегральной модели, которая затем преобразуется к системе из интегральных уравнений и далее применяется sinc-подход к этой системе, когда неизвестное нечеткое решение аппроксимируется по базисным функциям с неизвестными нечеткими коэффициентами. Базисные функции представляются композицией функций sinc и специализированной функцией, определяющих функцию Кронекера. Такое разложение решения позволяет в итоге получить НСЛУ относительно неизвестных коэффициентов разложения. Ее решение определяет искомое приближенное состояние нечеткой интегральной модели в параметрической форме.

Функция sinc wavelet трактуется как функция «небольшой волны». Ее основные свойства, приведенные ниже, справедливы на целой действительной оси [29]:

$$i_1 : \text{sinc}(t) = \begin{cases} \sin(\pi t)/\pi t, & t \ne 0, \\ 1, & t = 0; \end{cases}$$

i_2 : $S(j, h) = \text{sinc}((t - jh)/h)$, $j = 0, \pm1, \pm2, ...$; $h > 0$ — шаг между узлами t;

i_3 : $C(f, h)(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} f(jh) \cdot \text{sinc}((t - jh)/h)$ — кардинальное разложение Уиттакера (Whittaker cardinal expansion) для функции $f(t)$ в предположении, что ряд сходится;

i_4 : $C(f, h)(t) = \sum_{j=-n}^{n} f(jh) \cdot \text{sinc}((t - jh)/h)$ — конечное разложение Уиттакера для $f(t)$.

Для конструирования аппроксимации на промежутке $[a, b] \subset R$ рассматривается конформное отображение

$$\varphi(t) = \ln((t - a)/b - t),$$

которое переводит область D_E в форме петли (eye-shaped) на (onto) область D_d в форме полосы (strip). Здесь:

$$D_E = \{z = x + iy :| \arg(z - a/b - z)| < d \le \pi/2\};$$

$$D_d = \{\varsigma = \zeta + i\eta :| \ \eta \ | < d \le \pi/2\}, \qquad (26)$$

где $h = (\pi d/\alpha n)^{0,5}$, $0 < \alpha \le 1$, n — целое число.

Базисные функции на отрезке $[a, b]$ имеют вид:

$$S(j, h) \circ \varphi(t) = \text{sinc}\left(\frac{\varphi(t) - jh}{h}\right), \qquad (27)$$

где символ $\circ$ обозначает композицию функций.

Точки на отрезке $[a, b]$ определяются из системы (25) путем разрешения выражения (27) относительно t:

$$t_j = \varphi^{-1}(jh) = (a + be^{jh})/(1 + e^{jh}).$$

Относительно базисных функций (27) имеет место кронекерово (Kronecker) представление

$$[S(j, h) \circ \varphi(t)]|_{t = t_i} = \delta^{(0)}_{ji} = \begin{cases} 1, & j = i, \\ 0, & j \ne i. \end{cases}$$

Перечисленные выше определения и свойства используются в методе sinc для приближенной оценки нечеткой интегральной модели

$$x_{\text{н}}(s) = f_{\text{н}}(s) + \lambda \int_a^b K(s, \tau) x_{\text{н}}(\tau) d\tau \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{x}(s, r) = \underline{f}(s, r) + \lambda \int_a^b K_1(s, \tau, \underline{x}(\tau, r), \bar{x}(\tau, r)) d\tau, \\ \bar{x}(s, r) = \bar{f}(s, r) + \lambda \int_a^b K_2(s, \tau, \underline{x}(\tau, r), \bar{x}(\tau, r)) d\tau, \end{cases} \qquad (28)$$

где

$$K_1(s, \tau, \underline{x}(\tau, r), \bar{x}(\tau, r)) = \begin{cases} K(\tau, r) \cdot \underline{x}(\tau, r), & K(\cdot) \ge 0, \\ K(\tau, r) \cdot \bar{x}(\tau, r), & K(\cdot) < 0, \end{cases}$$

$$K_2(s, \tau, \underline{x}(\tau, r), \bar{x}(\tau, r)) = \begin{cases} K(\tau, r) \cdot \bar{x}(\tau, r), & K(\cdot) \ge 0, \\ K(\tau, r) \cdot \underline{x}(\tau, r), & K(\cdot) < 0, \end{cases}$$

для $\forall r \in [0, 1] \subset R_1$ и $a \le \tau$, $s \le b$.

Представим $\underline{x}(s, r)$, $\bar{x}(s, r)$ в виде аппроксимации по базисным функциям (27) с соответствующими коэффициентами α_j, β_j:

$$\begin{cases} \underline{x}(s, r) = \sum_{j=-n}^{n} \alpha_j [S(k, h) \circ \varphi(s)]; \\ \bar{x}(s, r) = \sum_{j=-n}^{n} \beta_j [S(k, h) \circ \varphi(s)]. \end{cases} \quad (29)$$

Пользуясь свойством (27), получим:

$$\underline{x}(s, r) = \alpha_j; \quad \bar{x}(s, r) = \beta_j, \quad j = \overline{-n, n}. \quad (30)$$

Подставляя систему (29) в формулу (28) с учетом выражения (30), получим систему традиционных интегральных уравнений, которая затем превращается в $(4n + 2)$ алгебраических уравнений, из которой находятся коэффициенты $\{\alpha_j\}_{j=-n}^{n}$, $\{\beta_j\}_{j=-n}^{n}$.

Алгоритм метода sinc состоит из следующих шагов.

Шаг 1. Для нечеткого интегрального уравнения применяется параметрическая форма (28).

Шаг 2. Функции $\underline{x}(s, r)$, $\bar{x}(s, r)$ аппроксимируются посредством системы (29).

Шаг 3. Формируется система алгебраических уравнений для получения коэффициентов $\{\alpha_j\}_{j=-n}^{n}$, $\{\beta_j\}_{j=-n}^{n}$ и решения задачи.

Пример 2. Имеем: $a = 0$; $b = 2$; $\lambda = 1$; $K(s, \tau) = (13)^{-1}(s^2 + \tau^2 - 2)$; $0 \le \tau, s \le 2$; $\underline{f}(s, r) = r \cdot s[1 - (2/13)^{-1}s]$; $\bar{f}(s, r) = (2 - r) \cdot s[1 - (2/13)s]$.

Решение. Выбираем для соотношений (26) $\alpha = 0{,}5$; $d = \pi/2$, тогда получим $h = \pi \cdot n$.

В параметрической форме имеем:

$$\begin{cases} \underline{x}(s, r) = sr[1 - (2/13)^{-1}s] + \int_0^2 (13)^{-1}[s^2 + \tau^2 - 2]\underline{x}(\tau, r)dr; \\ \bar{x}(s, r) = (2 - r)s[1 - (2/13)^{-1}s] + \\ \qquad + \int_0^2 (13)^{-1}[s^2 + \tau^2 - 2]\bar{x}(\tau, r)dr. \end{cases}$$

Находим точное решение по методу вырожденных ядер (см. п. 3.4 первой части обзора [1], случай (*i*)):

$$\underline{x}_n(s, r) = r \cdot s; \quad \overline{x_n}(s, r) = (2 - r)s.$$

Приближенное решение по методу sinc при $n = 10$ дает:

$$\begin{cases} \underline{x}(s, r) = rs + (3/5) - (3/26)r - (1/13)rs^2; \\ \bar{x}(s, r) = 2s - rs + (3/26)r + (1/13)s^2 r - (3/26) - (3/13)s^2. \end{cases} \blacklozenge$$

В работе [29] показано хорошее совпадение точного и приближенного решений.

4. ВЫВОДЫ

В целом относительно рассмотренных методов можно констатировать, что они представляются в виде двух классов, один из которых объединяет точные методы, а другой — приближенные. Последние характеризуются методами по определению нечетких компонент заданной структуры решений и методами по выбору структуры решений. Точные методы составляют относительно небольшую группу, которая связана, как правило, с типом ядра нечеткого уравнения. Если ядро уравнения типа свертки, то обычно применяется один из точных методов в виде нечеткого преобразования Лапласа. Если же ядро является вырожденным, то путем соответствующей замены переменных ядра исходное нечеткое уравнение трансформируется в НСЛУ и далее решается методом «вложения» или его модификациями.

В приближенных методах решение уравнения представляется в виде неопределенной структуры, когда искомое нечеткое решение ищется в виде некоторого разложения по заданной четкой или нечеткой системе базисных функций с неопределенными нечеткими коэффициентами. Подстановка этого разложения в исходную нечеткую интегральную модель определяет НСЛУ либо полную НСЛУ в зависимости от типа базисных функций: если базисные функции четкие, тогда появляется НСЛУ; если базисные функции нечеткие — появляются полные НСЛУ. По этой методике в статье приведены методы «вложения» (см п. 3.2 [1]); тейлоровской аппроксимации (см п. 3.3 [1]); аппроксимации (см п. 3.1—3.3); Галеркина (см п. 3.4).

Перечисленные приближенные методы могут быть дополнены другими методами [22]: невязки, коллокации, энергетические, Ритца, Куранта, разностно-аналитические. Методика и применения для решения нечетких интегральных уравнений реализуется по той же схеме, что и ранее, а именно: разложение решения по базисным функциям ⇒ представление исходного уравнения в виде НСЛУ либо полной НСЛУ ⇒ получение нечеткого решения этой системы каким-либо методом из изложенных в работах [25—28].

Рассмотрены методы по выбору структуры приближенного решения, а именно методы квадратур Чебышева, функции sinc (см. п. 3.5, 3.6). Согласно общему подходу по выбору базисных функций выделяются два основных типа базисных функций [15]: глобальные (алгебраические, тригонометрические полиномы, специальные функции) и финитные (B-сплайны, вейвлеты, автоморфные и др.).

Очевидно, последнее направление имеет определенные перспективы в применении методов для целей получения решения нечетких интегральных уравнений из-за их вычислительной простоты и приемлемой точности решения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе определения нечеткого функционала рассмотрен МНК для оценки состояний нечетких интегральных моделей. В качестве модификаций МНК предложены рекуррентный и нелинейный методы.

Для улучшения точности реализован нечеткий обобщенный МНК, в котором диагональные элементы весовой матрицы находятся из нечетких правил. Затем по совокупности найденных весовых матриц находятся неизвестные параметры модели по обобщенному МНК.

На основе определения нечеткой ортогональности нечетких функций сконструирован нечеткий метод Галеркина приближенной оценки нечеткой интегральной модели, в результате чего появляется полная НСЛУ.

Рассмотрены методы структурной идентификации при анализе алгоритма приближенного решения: квадратур Чебышева и функций sinc. Отмечена перспективность методов структурной идентификации в получении нечетких оценок для нечетких интегральных моделей, обусловленных вычислительной простотой и точностью.

При реализации линейных методов оценивания заданная функция принадлежности не изменяет свою форму, однако для нелинейных методов заданная форма функции трансформируется нелинейным образом, и ее форма может быть найдена, например, по методу сечений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Деменков Н.П., Микрин Е.А., Мочалов И.А.* Методы оценки состояний нечетких интегральных моделей. Часть 1. Аппроксимационные методы // Проблемы управления. — 2021. — № 1. — С. 3—14. — DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2021.1.1 [*Demenkov, N.P., Mikrin, E.A., Mochalov, I.A.* State Estimation Methods for Fuzzy Integral Models. Part I: Approximation Methods // Control Sciences. — 2021. — No. 1. — P. 3—14. (In Russian)]
2. *Friedman, M., Ming, M., Kandel, A.* Fuzzy Linear Systems // Fuzzy Sets and Systems. — 1998. — No. 96. — P. 201—209. — https://doi.org/10.1016/S0165-0114(96)00270-9.
3. *Ezzati, R.* Solving Fuzzy Linear Systems // Soft Computing. — 2014. — Vol. 15, no. 1. — P. 193—197.
4. *Abbasbandy, S. and Alavi, M.* A Method for Solving Fuzzy Linear System // Iranian Journal of Fuzzy Systems. — 2005. — Vol. 2, no, 2. — P. 37—43.
5. *Senthikimor, P. and Rajendran, G.* Solution of Fuzzy Linear Systems by Using Fuzzy Center // Applied Mathematical Science. — 2009. — Vol. 3, no. 49. — P. 2411—2419.
6. *Deghan, M., Hashemi, B.* Iterarive Solution of Fuzzy Linear Systems // Applied Mathematical & Computer. — 2006. — No. 175. — P. 645—674.
7. *Hasanzadeh, M. and Zareamoghaddam, H.* An Iterative Method for Solving a Symmetric System of Fuzzy Linear Equations // Computer Science Engineering & Its Application (CSEA). — 2013. — Vol. 1, no. 5. — P. 565—569.
8. *Асмолова Ю.Е., Мочалов И.А.* Элементы нечеткого вариационного исчисления // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. — 2010. — № 4. — С. 37—43. [*Asmolova, J.E., Mochalov, I.A.* Elements of Fuzzy Variations Calculus // Bulletin of Peoples's Friendship University of Russia. — 2010. — No. 4. — P. 37—43 (In Russian)]
9. *Ванько В.И., Ермошина О.В., Кувыркин Г.Н.* Вариационное исчисление и оптимальное управление. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. — 2006. — 488 с. [*Vanko, V.I., Ermoshina, O.V., Kuvyrkin, G.N.* Variacionnoe ischislenie i optimal'noe upravlenie. — M.: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana. — 2006. — 488 s. (In Russian)]
10. *Цлаф Л.Я.* Вариационное исчисление и интегральные уравнения. — М.: Наука, 1970. — 192 с. [*Claf, L.Ya.* Variacionnoe ischislenie i integral'nye uravneniya. — M.: Nauka, 1970. — 192 s. (In Russian)]
11. *Казакевич В.В., Родов А.Б.* Системы автоматической оптимизации. — М.: Энергия, 1977. — 288 с. [*Kazakevich, V.V., Rodov, A.B.* Sistemy avtomaticheskoj optimizacii. — M.: Energiya, 1977. — 288 s. (In Russian)]
12. *Басараб М.А., Кравченко В.Р., Матвеев В.А.* Методы моделирования и цифровой обработки сигналов в гироскопии. — М.: Физматлит, 2008. — 248 с. [*Basarab, M.A., Kravchenko, V.R., Matveev, V.A.* Metody modelirovaniya i cifrovoj obrabotki signalov v giroskopii. — M.: Fizmatlit, 2008. — 248 s (In Russian)]
13. *Лунин Б.С., Матвеев В.А., Басараб М.А.* Волновой твердотельный гироскоп. — М: Радиотехника. — 2014. — 174 с. [*Lunin, B.S., Matveev, V.A., Basarab, M.A.* Volnovoj tverdotel'nyj giroskop. — M: Radiotekhnika. — 2014. — 174 s. (In Russian)]
14. *Матвеев В.А., Лунин Б.С., Басараб М.А.* Навигационные системы на волновых твердотельных гироскопах. — М.: Физматлит, 2008. — 240 с. [*Matveev, V.A., Lunin, B.S., Basarab, M.A.* Navigacionnye sistemy na volnovyh tverdotel'nyh giroskopah. — M.: Fizmatlit, 2008. — 240 s. (In Russian)]
15. *Лизоркин П.И.* Курс дифференциальных и интегральных уравнений с дополнительными главами анализа. — М.: Наука, 1981. — 384 с. [*Lizorkin, P.I.* Kurs differencial'nyh i integral'nyh uravnenij s dopolnitel'nymi glavami analiza. — M.: Nauka, 1981. — 384 s. (In Russian)]
16. *Деменков Н.П., Мочалов И.А.* Динамика нечеткой системы автоматической оптимизации // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. — 2016. — № 1. — С. 59—74. — DOI: 10.18698/0236-3933-2016-1-59-74. [*Demenkov, N.P., Mochalov, I.A.* Dinamika nechetkoj sistemy avtomaticheskoj optimizacii // Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Priborostroenie. — 2016. — No. 1. — S. 59—74. (In Russian)]
17. *Barkhordary, M., Kiani, N.A., Bozorgmanesh, A.R.* A Method for Solving Fuzzy Fredholm Integral Equations of the Second Kind // International Journal Open Problems Computer Science Mathematics. — 2008. — Vol. 1, no. 2. — P. 149—159.
18. *Деменков Н.П., Микрин Е.А., Мочалов И.А.* Нечеткое преобразование Лапласа в задачах нечеткого математического моделирования. Ч. 1 // Информационные технологии. — 2017. — Т. 23. — № 4. — С. 251—257. [*Demenkov, N.P., Mikrin, E.A., Mochalov, I.A.* Fuzzy Transformation of Laplace in Tasks of Fuzzy Mathematical Modelling. Part 1 // Information Technologies. — 2017. — Vol. 23, no. 4. — P. 251—257. (In Russian)]
19. *Деменков Н.П., Микрин Е.А. Мочалов И.А.* Нечеткое преобразование Лапласа в задачах нечеткого математического

моделирования. Ч. 2 // Информационные технологии. — 2017. — Т. 23. — № 5. — С. 362—369. [*Demenkov, N.P., Mikrin, E.A., Mochalov, I.A.* Fuzzy Transformation of Laplace in Tasks of Fuzzy Mathematical Modelling. Part II // Information Technologies. — 2017. — Vol. 23, no. 5. — P. 362—369. (In Russian)]

20. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. — М.: Наука, 1967. — 576 с. [*Gantmaher, F.R.* Teoriya matric. — M.: Nauka, 1967. — 576 s. (In Russian)]
21. *Тэрано Т., Асаи К., Сугено М.* Прикладные нечеткие системы. — М.: Мир, 1993. — 368 с. [*Terano, T., Asai, K., Sugeno, M.* Prikladnye nechetkie sistemy. — M.: Mir, 1993. — 368 s. (In Russian)]
22. *Amirfakhrian, M.* Numerical Solution of System of Polynomial Parametric Form Fuzzy Linear Equations // In: Ferroelectrics, Chapter 24. — Iran, Central Jehran Branch, Jslam Azad University, Departamnet of Mathematics (IAVCTB). — 2010. — P. 433—450. — DOI: 10.5772/13079
23. *Muruganad, S. and Razak, K.A.* Matrix Inversion Method for Solving Fully Fuzzy Linear Systems with Triangular Fuzzy Members // Intern. Journ. of Comp. Appl. — 2013. — Vol. 65, no. 4. — P. 9—11.
24. *Mikaeilvand, N. and Allahviranloo, T.* Solution of Full Fuzzy Linear Systems by ST Method // Jorn. of appl. mathem. — 2010. — Vol. 8, no. 1 (28). — P. 23—31.
25. *Минаев Ю.Н., Филимонова О.Ю., Бенамеур Лиес* Методы и алгоритмы идентификации и прогнозирования в условиях неопределенности в нейросетевом логическом базисе. — М.: Горячая линия — Телеком. — 2003. — 205 с. [*Minaev, Yu.N., Filimonova, O.Yu., Benameur Lies* Metody i algoritmy identifikacii i prognozirovaniya v usloviyah neopredelennosti v nejrosetevom logicheskom bazise. — M.: Goryachaya liniya. — Telekom. — 2003. — 205 s. (In Russian)]
26. *Деменков Н.П., Мочалов И.А.* Нечеткая интерполяция // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электронный журнал. — 2012. — № 2. — 12 с. — URL: http://technomag.bmstu.ru/doc/308732.html [*Demenkov, N.P., Mochalov, I.A.* Fuzzy Interpolation // Science and Education. — 2012. — No. 2. — 12 p. (In Russian)]
27. *Деменков Н.П., Микрин Е.А., Мочалов И.А.* Методы решения нечетких систем линейных уравнений. Ч. 1. Полные системы // Проблемы управления. — 2019. — № 4. — С. 3—14. Doi: http://doi/org/10.25728/pu.2019.4.1. [*Demenkov, N.P., Mikrin, E.A., Mochalov, I.A.* Methods of solving fuzzy systems of linear equations. Part 1. Complete Systems // Control Sciences. — 2019. — No. 4. P. 3—14. (In Russian)]
28. *Деменков Н.П., Микрин Е.А., Мочалов И.А.* Методы решения нечетких систем линейных уравнений. Ч. 2. Неполные системы // Проблемы управления. — 2019. — № 5. — С. 19—28. Doi: http://doi/org/10.25728/pu.2019.5.2. [*Demenkov, N.P., Mikrin, E.A., Mochalov, I.A.* Methods of solving fuzzy systems of linear equations. Part 2. Incomplete systems // Control Sciences. — 2019. — No. 5. P. 19—28. (In Russian)]
29. *Keyanpour, M., Akbarian, T.* New approach for solving of linear Fredholm fuzzy integral equations using sinc function // The Journal of Mathematics and Computer Science. — 2011. — Vol. 3, no. 4. — P. 422—431. — http://dx.doi.org/10.22436/jmcs.03.04.08

Статья представлена к публикации членом редколлегии Ф.Ф. Пащенко

Поступила в редакцию 21.02.2020, после доработки 05.03.2021.
Принята к публикации 05.03.2021.

Деменков Николай Петрович — канд. техн. наук, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, ✉ dnp@bmstu.ru,

Микрин Евгений Анатольевич — академик РАН, ПАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королева»; Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,

Мочалов Иван Александрович — д-р техн. наук, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, ✉ mochalov2501@yandex.ru.

STATE ESTIMATION METHODS FOR FUZZY INTEGRAL MODELS. Part II: Least Squares Method and Direct Variational Calculus Methods

N.P. Demenkov[1], E.A. Mikrin, and I.A. Mochalov[2]

[1,2] Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

[1] ✉ dnp@bmstu.ru, [2] ✉ mochalov2501@yandex.ru

Abstract. This paper considers the least squares method (LSM) and its modifications for estimating the states of fuzzy integral models, namely, LSM with numerical integration, recurrent and nonlinear LSM, and fuzzy LSM, which is based on fuzzy rules for finding diagonal elements of the weight matrix in generalized LSM. Some examples of fuzzy systems of linear equations (FSLE) that arise in state estimation problems for fuzzy integral models are given and solved. The fuzzy Galerkin method is implemented for the approximate state estimation of a fuzzy integral model. This method leads to a complete FSLE. The emergence of «strong» and «weak» systems is explained using an illustrative example. Chebyshev quadrature methods and sinc functions for the approximate structural estimation of fuzzy integral models are considered. As noted in the paper, the same methodology can be applied to develop other algorithms for estimating fuzzy integral models based on the following methods: residuals, collocation, energy, Ritz, Courant, etc.

Keywords: fuzzy least squares method, fuzzy Galerkin method, fuzzy Chebyshev method, fuzzy sinc method.

УДК 519.8 DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2021.2.2

ИНФОРМАЦИОННЫЕ СООБЩЕСТВА В СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЕВЫХ СТРУКТУРАХ. Ч. 2. Математические сетевые модели формирования сообществ[1]

Д.А. Губанов, И.В. Петров

Аннотация. Дан обзор математических моделей формирования информационных сообществ в условиях неопределенности, в которых индивиды стремятся прийти к истинному представлению относительно интересующего их вопроса. Подробно рассмотрены модели динамики представлений, в которых моделируется изменение представлений одних индивидов под влиянием других индивидов в социальной сети с нетривиальной структурой. Приведено два класса моделей: модели с рациональными (байесовскими) индивидами и модели с наивными (эвристическими) индивидами. Для моделей каждого из классов приведены условия формирования информационных сообществ в социальных сетевых структурах. В моделях с байесовскими агентами для возникновения различных информационных сообществ, как правило, рациональность индивидов ограничивается и вводятся допущения о различной информированности индивидов с учетом структуры сети. В моделях с наивными индивидами применяются различные модификации механизма формирования представлений.

Ключевые слова: социальные сетевые структуры, информационное сообщество, формирование информационных сообществ, формирование представлений, наивные индивиды, рациональные индивиды.

ВВЕДЕНИЕ

Как было отмечено в первой части [1] настоящего обзора, выявление и исследование в социальных сетях информационных сообществ — множеств индивидов, обладающих близкими и устойчивыми представлениями по заданному вопросу, — представляет собой важную задачу во многих предметных областях. Для решения этой задачи необходимо иметь понимание закономерностей динамики представлений в социальной сети. Особенности обработки информации индивидом исследуются в области когнитивистики, психологии и социальной психологии (см., например, работы [2, 3]), а для моделирования динамики представлений в сетях с учетом этих особенностей разрабатываются формальные микроуровневые модели (см., например, работы [4—8]). Модели динамики представлений и формирования информационных сообществ в социальных сетях, имеющие как микроэкономические, так и когнитивные и социально-психологические основания, рассмотрены в первой части [1] обзора. В ней кратко изложена концепция информационного сообщества, а также введена общая концептуальная модель обработки информации и принятия решений индивидом в социальной сети, в рамках которой агенты стремятся устранить неопределенность относительно изучаемого параметра внешней среды, наблюдая как внешние сигналы, так и действия своих соседей в социальной сети. Рассмотрены факторы, влияющие на динамику представлений в сети и на формирование информационных сообществ. Обзор моделей показал, что рациональные агенты в обществе с вырожденной структурой, как правило, достигают истинного представления относительно исследуемого вопроса, и для возникновения раз-

[1] Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 19-17-50225 и № 18-29-22042.

личных информационных сообществ необходимо модифицировать рациональность индивидов и их информированность тем или иным образом (см., например, работы [9—11]). За рамками рассмотрения в первой части обзора осталось изучение влияния на формирование информационных сообществ двух ключевых факторов: структуры социальной сети и агентов с эвристическими правилами обновления представлений. Эти вопросы будут рассмотрены в настоящей части обзора.

Структура второй части обзора такова: в § 1 рассмотрено формирование информационных сообществ в моделях с байесовскими агентами, взаимодействующими в сети; в § 2 рассмотрено формирование информационных сообществ в сети агентов с эвристическими правилами обновлений представлений.

1. ФОРМИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ СООБЩЕСТВ В ОБЩЕСТВЕ С СЕТЕВОЙ СТРУКТУРОЙ В МОДЕЛЯХ С БАЙЕСОВСКИМИ АГЕНТАМИ

В моделях с сетевой структурой задается конечное или счетное число индивидов. Основными элементами сетевых моделей формирования представлений являются структура информированности, множество действий агентов и их функции выигрыша, а также наблюдаемость действий других агентов. Опишем их детально.

Структура информированности агентов. Состояние природы — значение параметра $\theta \in \Theta$ — представляет собой ненаблюдаемую индивидами реализацию случайной величины. Каждый i-й индивид обладает частной информацией — частным сигналом s_i (случайная величина, распределение которой зависит от значения θ). Значение сигнала предоставляет информацию об истинном значении θ. Частные сигналы условно независимы относительно состояния природы θ. Частное представление индивида (private belief) задается изначально и не меняется во времени. Представление агента в некоторый момент времени t будет зависеть от его наблюдений в предыдущие периоды.

Действия агентов и их выигрыши. Каждый агент i может однократно, в заданный момент времени, выполнить действие $x_i \in X$, которое приводит к выигрышу $u(x_i, \theta)$. В момент выбора действия агент руководствуется субъективной вероятностью θ и ожидаемым выигрышем от выполнения действия $U = E_i[u(x_i, \theta)]$, учитывая всю имеющуюся у него информацию. Информативность действия агента для наблюдателей зависит от множества X.

В случае бинарных действий $X = \{0, 1\}$ и пространства состояний $\Theta = \{0, 1\}$ функция выигрыша задается как $u(x, \theta) = \theta - c$, $0 < c < 1$. В ситуации неопределенности выигрыш определяется так:

$$u(x) = (E[\theta] - c)x.$$

Стандартный способ задания процесса выбора с континуальными действиями — предположить, что агент выбирает действие $x \in R^1$, которое максимизирует ожидаемое значение квадратичной функции выигрыша:

$$u(x, \theta) = -E[(x - \theta)^2].$$

Оптимальное действие $x = E[\theta]$, в этом случае ожидаемый агентом выигрыш $U = -\mathrm{Var}(\theta)$.

Публичная информация (*public information*) *и история действий.* Порядок действий агентов (протокол взаимодействия) задан заранее. Агент t ($t \geq 1$) выбирает действие в момент t. История действий в этот момент задается так:

$$h_t = \{x_1, \ldots, x_{t-1}\}.$$

Агент t знает историю h_t в момент выбора действия. В начале периода t (перед принятием решения) общим знанием агентов является:

- априорное распределение вероятностей состояния природы θ,
- распределение частных сигналов и функции выигрышей всех агентов,
- история предыдущих действий h_t.

При этом выигрыши агентов не наблюдаемы.

С учетом описанных выше элементов *процесс обновления представлений* индивидов состоит в следующем. В момент времени $t \geq 1$ распределение вероятностей состояния природы θ, которое основано исключительно на общедоступной или публичной информации (h_t), называется *публичным или общественным представлением* (public belief — функция распределения состояния природы $F(\theta|h_t)$). Агент t использует публичное представление и частную информацию (сигнал s_t) для формирования своего представления о состоянии природы, имеющего распределение $F(\theta|h_t, s_t)$. Затем он выбирает действие, которое максимизирует зависящий от его представления выигрыш $E[u(x_t, \theta)]$. Оставшиеся агенты знают функцию выигрыша агента t и его модель принятия решений. Наблюдаемое действие x_t воспринимается ими как сообщение о доступной ему информации — частном сигнале s_t. С учетом этого агенты обновляют публичное представление $F(\theta|h_{t+1})$.

Примечание. Социальное научение является *эффективным*, если действие индивида полностью раскрывает его частную информацию. Это возможно, если множество допустимых действий достаточно велико.

Приведем в качестве базовых моделей модель обновления представлений с континуальными действиями и модель обновления представлений с дискретными действиями, в которых индивиды наблюдают действиях *всех* предшественников.

В *модели формирования представлений с континуальными действиями* состоянием природы является реализация в начальный момент времени случайной величины, имеющей нормальное распределение (нормальной случайной величины или нормально распределенного случайного вектора) $N(\bar{\theta}, 1/\rho_\theta)$. Задано счетное число индивидов $i = 1$, 2, ... Каждый индивид i получает индивидуальный сигнал s_i, который равен сумме истинного значения и шума $\epsilon_i \sim N(0,1/\rho_\epsilon)$:

$$s_i = \theta + \epsilon_i.$$

Выигрыш агента $u(x, \theta) = -E[(x - \theta)^2]$. Индивид t выбирает действие $x_t \in R$. Публичной информацией на начало периода t является априорное распределение $N(\bar{\theta}, 1/\rho_\theta)$ и история предыдущих действий $h_t = \{x_1, ..., x_{t-1}\}$.

Предположим, что публичное мнение о значении θ в период t задается нормальным распределением $N(\mu_t, 1/\rho_t)$. Тогда это же предположение справедливо на момент $t = 1$ для параметров $\mu_1 = \theta$ и $\rho_1 = \rho_\theta$. Можно показать, что оно истинно для каждого следующего периода. В любой период обновление публичного представления проходит в три этапа.

- Расчет представления агента t. Он производится при помощи обновления публичного представления $N(\mu_t, 1/\rho_t)$ по правилу Байеса на основе частной информации $s_t = \theta + \epsilon$. Это представление является распределением $N(\tilde{\mu}_t, 1/\tilde{\rho}_t)$ с параметрами

$$\tilde{\rho}_t = \rho_t + \rho_\epsilon,$$

$$\tilde{\mu}_t = \alpha_t s_t + (1 - \alpha_t)\mu_t, \text{ где } \alpha_t = \rho_\epsilon/\tilde{\rho}_t.$$

- Решение агента t (действие x_t). Агент желает максимизировать выигрыш $-E[(x - \theta)^2]$, поэтому он выбирает действие, равное ожидаемому значению θ: $x_t = \tilde{\mu}_t$, т. е. $x_t = \alpha_t s_t + (1 - \alpha_t)\mu_t$.
- Социальное научение. Агенты сети наблюдают действие x_t и обновляют публичное представление относительно значения θ в течение следующего периода. Поскольку правило принятия решений агента t, а также величины α_t и μ_t известны всем агентам, то *наблюдаемое действие* x_t позволяет *полностью раскрыть частный сигнал* s_t. Публичная информация в конце периода t идентична информации агента t: $\mu_{t+1} = \tilde{\mu}_t$ и $\rho_{t+1} = \tilde{\rho}_t$. Следовательно, в периоде $t + 1$ представление по-прежнему нормально распределено $N(\mu_{t+1}, 1/\rho_{t+1})$, и процесс научения может быть продолжен далее. Отметим, что здесь история действий $h_t = \{x_1, ..., x_{t-1}\}$ информационно эквивалентна последовательности сигналов $(s_1, ..., s_{t-1})$.

Точность публичного убеждения увеличивается по закону $\rho_t = \rho_\theta + (t - 1)\rho_\epsilon$, т. е. дисперсия сойдется к нулю. При этом значимость частных сигналов стремится к нулю и агенты, соответственно, имитируют действия друг друга. В случае «зашумленности» наблюдений действий других агентов скорость социального научения падает [12]. Существуют модификации базовой модели социального научения [13], в которых агент в свой ход может *заплатить за нужную точность р* частного сигнала и затем выполнить действие. Тогда при минимальных предположениях о функции затрат $c(p)$ можно доказать, что агенты перестанут «покупать» сигнал после некоторого момента времени и социальное научение прекратится.

В *модели формирования представлений с дискретными действиями* состояние природы $\theta \in \Theta = \{0, 1\}$ устанавливается случайно в начальный момент времени, $\mu_1 = P(\theta = 1)$. Конечное число N или счетное число агентов индексируется целым числом t. Каждый агент получает частный симметричный сигнал $q > 1/2$: $P(s_t = \theta|\theta) = q$. Агент t выбирает действие $x_t \in \{0, 1\}$ в период t (и только в этот период). Выигрыш агента определяется состоянием природы:

$$u(x, \theta) = \begin{cases} 0, & x = 0, \\ \theta - c, & x = 1, \end{cases}$$

где $0 < c < 1$ (в классической BHW-модели (сокр. от фамилий ее авторов — *S. Bikhchandani, D. Hirshleifer, I. Welch* [14]) в качестве состояния природы θ выступает значение выигрыша агента от действия 1 (accept), а параметр c — это затраты от действия 1). Поскольку $x \in \{0, 1\}$, то выигрыш можно записать как $u(x, \theta) = (\theta - c)x$. В ситуации неопределенности агент рассчитывает выигрыш как ожидаемое значение $u(x, \theta)$ с учетом имеющейся у него информации.

Как и раньше, информация, которой располагает агент t, — это частный сигнал и история действий предыдущих агентов h_t. Публичное представление в начале периода t — вероятность состояния 1 с учетом общедоступной истории h_t:

$$\mu_t = P(\theta = 1|h_t).$$

Показано [14], что в таких моделях может быстро возникнуть *информационный каскад*: агенты в последовательности игнорируют свои частные сигналы и действуют так же, как и их предшественники, тем самым не предоставляя своим последователям новой информации, т. е. общество неэффективно агрегирует доступную информацию и может прийти к неверным убеждениям. Возможна модификация модели [15], в которой агенты приобретают информацию, если она может изменить их действие. Если информация может помочь отказаться от текущего консенсуса и является достаточно «недорогой», то агенты придут к правильным представлениям и действиям.

Таким образом, в моделях обновления представлений индивидов с канонической структурой социальной сети (в которой агент наблюдает действия всех предшественников) общество в результате взаимодействий будет представлять собой одно информационное сообщество с истинным или ложным представлением об интересующем его вопросе (см. выше условия истинности или ложности). Рассмотрим теперь модели обновления представлений байесовских агентов, в которых учитывается более сложная топология социальной сети.

Формирование информационных сообществ в сетях с нетривиальной структурой

Рассмотрим для начала показательную модель секвенциального социального научения с нетривиальной структурой. В работе [16] задается счетное множество агентов (индивидов), индексируемых $n \in \mathbb{N}$. Агенты последовательно и однократно принимают решения. Выигрыш агента n зависит от его действия и исходного состояния природы θ. Для простоты предполагается, что и состояние природы, и действия агентов являются бинарными, т. е. для агента n действие $x_n \in \{0, 1\}$, а состояние мира $\theta \in \{0, 1\}$. Выигрыш агента n

$$u_n(x_n, \theta) = \begin{cases} 1, & x_n = \theta, \\ 0, & x_n \neq \theta. \end{cases}$$

Также предполагается, что значения состояния мира равновероятны, т. е. $P(\theta = 0) = P(\theta = 1) = 1/2$. Состояние θ агентам неизвестно. Каждый агент формирует убеждение о состоянии мира, наблюдая частный сигнал $s_n \in \bar{S}$ ($\bar{S}$ — метрическое пространство) и действия остальных агентов. Сигналы условно независимо порождаются согласно вероятностной мере F_θ. Пара (F_0, F_1) называется *сигнальной структурой*. Предполагается, что меры F_0 и F_1 абсолютно непрерывны относительно друг друга, т. е. невозможен сигнал, который бы полностью раскрыл состояние мира.

Каждый агент n наблюдает действия только своих соседей в социальной сети из множества $B(n) \subseteq \{1, 2, ..., n - 1\}$. Каждая сетевая окрестность $B(n)$ порождается согласно некоторому распределению вероятностей Q_n, заданному на множестве всех подмножеств $\{1, 2, ..., n - 1\}$. Каждое распределение Q_n в последовательности $\{Q_n\}_{n \in N}$ не зависит от других распределений и от реализации частных сигналов. Последовательность $\{Q_n\}_{n \in N}$ формирует топологию социальной сети, которая, в отличие от реализованной окрестности $B(n)$ и индивидуального сигнала s_n, является общим знанием. Каноническая в литературе топология, когда каждый агент наблюдает все предыдущие действия, реализуется, если для любого $n \in \mathbb{N}$ вероятность окрестности $\{1, 2, ..., n - 1\}$ равна 1 в распределении Q_n. Возможны, конечно, и другие варианты, например, реализация модели случайного графа.

Информационное множество агента n задается как $I_n = \{s_n, B(n), x_k$ для всех $k \in B(n)\}$.

Обозначим множество всех возможных информационных множеств агента как $\boldsymbol{I}_n$. Стратегией агента σ_n: $\boldsymbol{I}_n \to \{0, 1\}$ является отображение из множества возможных информационных множеств во множество действий. Профиль стратегий — последовательность стратегий $\sigma = \{\sigma_n\}_{n \in N}$. Для заданного профиля σ последовательность действий в сети представляет собой случайный процесс $\{x_n\}_{n \in N}$, обозначим порожденную таким процессом меру как P_σ. Профиль стратегий σ^* является *совершенным байесовским равновесием* в чистых стратегиях в игре социального научения, если для любого $n \in N$ стратегия σ_n^* максимизирует ожидаемый выигрыш агента n при заданных стратегиях σ_{-n}^*.

Для заданного профиля σ ожидаемый выигрыш агента n от действия $x_n = \sigma_n(I_n)$ представляет собой $P_\sigma(x_n = \theta|I_n)$. Следовательно, для любого равновесия σ^*

$$\sigma_n^*(I_n) \in \operatorname*{Argmax}_{y \in \{0, 1\}} P_{(y, \sigma_{-n}^*)}(y = \theta|I_n).$$

Утверждается, что в такой игре социального научения существует совершенное байесовское равновесие в чистых стратегиях (Σ^* — множество таких равновесий).

Представляет интерес вопрос: приводит ли равновесное поведение к асимптотическому научению? Формально *асимптотическое научение* возникает в равновесии σ, если значение x_n сходится по вероятности к θ:

$$\lim_{n \to \infty} P_\sigma(x_n = \theta) = 1.$$

Действия агентов могут быть охарактеризованы как функция суммы двух апостериорных представлений — частного убеждения агента и *социального убеждения* (social belief). Утверждается, что в равновесии $\sigma \in \Sigma^*$ решение агента n, $x_n = \sigma_n(I_n)$, представляет собой

$$x_n = \begin{cases} 1, p_n + q_n > 1, \\ 0, p_n + q_n < 1, \end{cases}$$

иначе $x_n \in \{0, 1\}$. Здесь $p_n = P_\sigma(\theta = 1|s_n)$ — *частное убеждение*, $q_n = P_\sigma(\theta = 1|B(n), x_k, k \in B(n))$ — *социальное убеждение*.

Частное убеждение агента n не зависит от профиля стратегий. Пользуясь правилом Байеса, его можно записать так:

$$p_n = \left(1 + \frac{dF_0}{dF_1}(s_n)\right)^{-1}.$$

Определяется носитель индивидуальных убеждений — интервал $[\underline{\beta}, \bar{\beta}]$, где $\underline{\beta} = \inf\{r \in [0, 1]|P(p_1 \le r) > 0\}$ и $\bar{\beta} = \sup\{r \in [0, 1]|P(p_1 \le r) < 1\}$. Сигнальная структура имеет *ограниченные частные убеждения*, если $\underline{\beta} > 0$ и $\bar{\beta} < 1$, и *неограниченные*, если $\underline{\beta} = 1 - \bar{\beta} = 1$. Если частные убеждения являются неограниченными, то агенты могут получить сколь угодно сильный сигнал в пользу того или иного состояния.

Для изложения дальнейших результатов, связанных с асимптотическим социальным научением, приведем некоторые свойства сетевых топологий и сигнальных структур. Топология сети обладает свойством *расширения наблюдений* (expanding observations), если для всех $K \in N$

$$\lim_{n \to \infty} Q_n(\max_{b \in B(n)} b < K) = 0.$$

Справедлива теорема о том, что если топология сети $\{Q_n\}_{n \in N}$ не обладает свойством расширения наблюдений, то *не существует равновесия σ, в котором достигается асимптотическое научение*. Если топология сети не обладает свойством расширения наблюдений, то это эквивалентно тому, что существует конечное множество агентов, действия которых с положительной вероятностью будет наблюдать бесконечное число агентов, что, в свою очередь, не позволит им агрегировать рассредоточенную в сети информацию (такое конечное множество агентов называется *чрезмерно влиятельным* [16]).

Если же топология сети $\{Q_n\}_{n \in N}$ обладает свойством расширения наблюдений и из сигнальной структуры (F_0, F_1) следует неограниченность частных убеждений, то справедлива *теорема о возникновении асимптотического научения в каждом равновесии* $\sigma \in \Sigma^*$. Теорема, в частности, гарантирует научение в случае наличия агентов, которые влиятельны (в том смысле, что их действия видны всему обществу), но не чрезмерно, поскольку они не являются единственными источниками информации в сети. В качестве примера можно рассмотреть сеть, в которой действия первых K агентов наблюдаются всеми другими агентами, но при этом каждый агент также наблюдает за своим непосредственным соседом, т. е. $B(n) = \{1, 2, ..., K, n - 1\}$. Такая топология сети обладает свойством расширения наблюдений и, следовательно, ведет к научению в случае неограниченных частных убеждений. Этот вывод противоречит результатам в небайесовских моделях научения (см. работы [17, 18]), в которых новые убеждения агентов представляют собой средневзвешенную сумму частных убеждений и убеждений агентов, за которыми они наблюдают: если первые K агентов являются влиятельными в том смысле, что их действия видят остальные агенты, то асимптотического научения не будет.

Теперь пусть сигнальная структура (F_0, F_1) такова, что частные убеждения являются ограниченными, а топология сети $\{Q_n\}_{n \in N}$ удовлетворяет одному из условий:

— $B(n) = \{1, ..., n - 1\}$ для всех n (см. также статью [19]),

— $|B(n)| \le 1$ для всех n,

— существует такая константа M, что $|B(n)| \le M$ для всех n и с вероятностью 1

$$\lim_{n \to \infty} \max_{b \in B(n)} b = \infty,$$

тогда в любом равновесии $\sigma \in \Sigma^*$ асимптотическое научение достигнуто не будет. Из этого, в частности, следует отсутствие асимптотического научения в такой сети, в которой каждый агент n равномерно случайно и независимо выбирает $M \ge 1$ соседей из множества $\{1, ..., n - 1\}$.

В качестве отступления заметим, что в рассматриваемой модели агенты выполняют действие однократно, после чего получают выигрыш. Но в некоторых ситуациях *действие может быть отложено*, агенты могут обмениваться сообщениями о том, что они знают, не неся существенных затрат (однако, теряя время) и получая, в свою очередь, дополнительную информацию. Приведем пример функции выигрыша агента [20]:

$$u_i(x_i, \theta) = \\ = \begin{cases} \delta^\tau \pi, \text{если } x_{i,\tau} = \theta \text{ и } x_{i,t} = \text{wait для } t < \tau, \\ x, \quad \text{иначе}, \end{cases}$$

где $x_i = [x_{i,t}]_{t=0,1...}$ — последовательность действий i-го агента ($x_i \in \{\text{wait}, 0, 1\}$), $\pi > 0$ — выигрыш агента, $\delta \in (0, 1)$ — коэффициент дисконтирования. На качественном уровне аналогом такой двухэтапной модели в случае агентов с эвристическими правилами обновления представлений является модель [21], в которой агенты сначала формируют свои мнения, а затем одновременно выполняют действие в соответствии с функциями выигрыша.

Условия достижения научения в социальной сети [16] являются довольно мягкими. Типичным итогом работы байесовских моделей социального научения является консенсус, достигаемый в долгосрочной перспективе. Чтобы получить информационные сообщества с различными представлениями, необходимо ослабить требование рациональности индивидов социальной сети.

В частности, распространена концепция *квазибайесовского обновления агентов* [22—24], которая заключается в том, что каждый агент в сети считает, что действия других агентов вызваны исключительно их частными сигналами (такая концепция связана с *когнитивными ограничениями* — ограниченной глубиной вывода агента). В работе [24] исследуется секвенциальное (последовательное) социальное научение в социальной сети (сети наблюдений). Предполагается, что мир (природа) может находиться в одном из двух равновероятных состояний $w \in \{0, 1\}$. Имеется счетное множество агентов, индексируемых $i = 1, 2, 3, ...$, которые действуют однократно и по очереди (последовательно). Агент i на своем шаге получает частный сигнал о состоянии мира $s_i \sim N(1, \sigma^2)$, если $w = 1$, или $s_i \sim N(-1, \sigma^2)$, если $w = 0$, и, кроме того, наблюдает действия своих предшественников в ориентированной сети наблюдений $N_i \subseteq \{1, 2, ..., i-1\}$. На основе этой информации агент формирует свое убеждение относительно состояния мира w и выбирает действие $a_i \in [0, 1]$, которое максимизирует его функцию полезности $u_i(a_i, w) = -(a_i - w)^2$, точнее, ожидаемую полезность $\mathbb{E}[-(a_i - w)^2]$ (таким образом, выбранное им действие соответствует его убеждению относительно вероятности события $\{w = 1\}$). Агенты в модели являются байесовскими, однако авторами указанной работы принимается довольно *сильное допущение о наивности участников сети*: i-й агент ошибочно полагает, что действие его предшественника j в сети наблюдений обусловлено исключительно получаемым им частным сигналом (у него нет предшественников), т. е. он считает, что $a_j = P[w = 1|s_j]$, и недооценивает коррелированность действий его предшественников. Интересно, что оптимальное действие агента можно вывести по правилу, сходному с правилом обновления в модели формирования мнений ДеГроота. Доказано, что принятое допущение приводит к тому, что в более плотных сетях наблюдений [24] общество (агенты сети) в долгосрочной перспективе чаще (по сравнению с разреженными сетями) приходит к ошибочной оценке истинного состояния мира (*ошибочному научению*), т. е. либо $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, если $w = 1$, либо $\lim_{n\to\infty} a_n = 1$, если $w = 0$. Такой эффект объясняется тем, что в разреженных сетях «ранние» агенты не сильно влияют друг на друга, следовательно, достигнутый консенсус «включает в себя» больше независимых источников информации и скорее всего будет правильным. Показано также, что в случае континуальных действий агенты почти наверное придут к консенсусу, т. е. разногласия агентов исчезнут. Однако, если действия агентов считать бинарными (для любого i-го агента $a_i \in \{0, 1\}$), а множество агентов разбить на две группы с четными и нечетными номерами так, что в соответствии со стохастической блочной моделью вероятность наличия связи наблюдения от i-го агента к j-му равна q_s, если они находятся в одной группе, и равна q_d, если они находятся в разных группах ($q_s > q_d > 0$), то существует положительная вероятность того, что все нечетные агенты выберут действие 0, в то время как все четные агенты выберут действие 1. Таким образом, в связной сети *сформируются информационные сообщества с противоположными представлениями о состоянии природы*.

В работе [25] агенты являются *локально байесовскими*, т. е. они обрабатывают информацию как байесовские агенты, но при этом каждый из них считает, что его эго-сеть (локальная сеть) и есть вся исходная глобальная сеть агентов, которая является неориентированной и связной (при этом, в отличие от рассмотренных выше моделей, агент не считает, что его соседи руководствуются только частными сигналами). В каждый момент времени агенты формируют свои убеждения относительно состояния мира на основании полученного на предыдущем шаге частного сигнала и сообщений своих соседей (точнее, полной истории сообщений соседей, поскольку агенты обладают совершенной памятью), а затем обмениваются своими убеждениями. Предлагается простое правило обновления убеждений, согласно которому агенты приписывают неожиданные изменения в убеждениях соседей получаемым ими новым частным сигналам (агенты считают, что за пределами их локальной сети не существует других агентов). Показывается, что в некоторых сетях убеждения агентов колеблются, не стабилизируясь.

Ограничения на рациональность агентов также накладываются в моделях с повторяющимися действиями агентов в сети, в которых агенты многократно пересматривают свои убеждения и действия (повторяющееся байесовское обновление): модели повторяющихся действий с локально-оптимальными агентами, с эвристическим включением информации от соседей и рациональными ожиданиями агентов.

Модели повторяющихся действий с локально-оптимальными агентами. В этих моделях агенты в каждый момент времени выбирают наилучший ответ, основываясь на своих текущих убеждениях (которые формируются рационально), не учитывая влияние своих действий на остальных агентов и возможность получения в будущем дополнительной информации. Если действия агентов континуальны и априорные представления агентов одинаковы, то в любой связной сети достигается консенсус как в случае дискретных состояний природы [23], так и в случае нормально распределенных [26]. В случае дискретных действий агентов ($x_n(t) \in \{0, 1\}$) в связной сети также возможно итоговое достижение консенсуса (см. работы [27, 28]). В модели [28] каждый агент выполняет локально-оптимальное действие в каждый момент времени с учетом своих текущих представлений.

Модели повторяющихся действий с эвристическим включением информации от соседей. Яркий пример такого подхода — модель [29, 30], которая отчасти напоминает модель ДеГроота. Агенты имеют априорные представления относительно состояния природы $\theta \in \{0, 1\}$. В начале каждого периода каждый агент получает частный сигнал и наблюдает убеждения своих соседей. Агент n в момент времени t имеет представление $p_n(t) = P(\theta = 1)$, он обновляет свое представление сначала по правилу Байеса с учетом полученного сигнала $s_n(t)$

$$p'_n(t) \equiv P(\theta = 1|s_n(t)) = \\ = \frac{P(s_n(t)|\theta = 1)p_n(t)}{P(s_n(t)|\theta = 1)p_n(t) + P(s_n(t)|\theta = 0)(1 - p_n(t))},$$

а затем усредняет его с полученными убеждениями соседей по правилу ДеГроота

$$p_n(t + 1) = a_{nn}p'_n(t) + \sum_m a_{nm}p_m(t),$$

где матрица A задает веса соседей. Если получаемые агентами сигналы неинформативны, то фактически убеждения агентов формируются по правилу ДеГроота (см. § 2). Если сигналы информативны, граф сети является сильно связным, а каждый агент «доверяет» себе, то представления агентов почти наверное сойдутся к правильной оценке состояния природы.

Модели повторяющихся действий с рациональными ожиданиями агентов. В работе [31] множество состояний природы $\Theta = \{0, 1\}$. В начальный момент времени каждый агент n получает информативный сигнал s_n. В каждый момент времени агент n наблюдает действие каждого своего соседа $m \in B(n)$, затем выбирает действие $x_n(t)$ и получает выигрыш

$$u(x_n(t), h_n(t), s_n) = P(\theta = x_n(t)|h_n(t), s_n),$$

где $h_n(t)$ — история действий соседей к началу момента t. Агенты дисконтируют свои будущие выигрыши с коэффициентом $\lambda \in (0, 1)$ и играют в повторяющуюся игру с неполной информацией. Если граф сети является L-локально связным и существует ограничение сверху d на количество наблюдаемых соседей, то все агенты в бесконечной сети (большой сети) почти наверное (с высокой вероятностью) придут к истинной оценке состояния природы. Граф G является *L-локально связным*, если для каждого ребра (n, m) существует путь из m в n длиной не более L. Свойство L-связности и существование ограничения d можно интерпретировать как отсутствие в сети чрезмерно влиятельных агентов.

2. ФОРМИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ СООБЩЕСТВ В СОЦИАЛЬНОЙ СЕТИ В МОДЕЛЯХ С ЭВРИСТИЧЕСКИМИ ПРАВИЛАМИ ОБНОВЛЕНИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ АГЕНТОВ

В байесовских моделях изначально не учитываются психологические компоненты личности индивида. В то же время из психологии и социальной психологии известно, что индивиды обладают когнитивными ограничениями и подвержены действию различных социо-психологических факторов (среди которых предрасположенность к своей точке зрения, социальное влияние одних индивидов на других, конформизм и т. п.). Для объяснения возникающих эффектов разрабатываются различные теории и модели. Со второй половины XX века разрабатываются и совершенствуются математические модели, в которых применяются простые эмпирические правила обновления представлений агентов и которые демонстрируют наблюдаемые на практике эффекты. Основополагающие работы в области *моделирования динамики мнений* исследуют и моделируют в первую очередь феномен согласования мнений агентов (консенсус), когда взаимодействие между членами сети приводит к постепенному уменьшению различий между мнениями участников взаимодействий. Этот феномен объясняется в социальной психологии целым рядом причин, в том числе конформизмом, результатом принятия доказательств (убеждением), неполной информированностью, неуверенностью в собственных решениях и т. п.

В классических формальных моделях динамики мнений (см. работы [4, 7, 32—35] рассматривается последовательное усреднение непрерывных (*континуальных*) мнений агентов в дискретном времени. Существуют различные вариации такого рода моделей, в которых усреднение происходит в непрерывном времени [36, 37].

Приведем немного модифицированный пример классической модели ДеГроота, в которой рассматривается динамика формирования консенсуса мнений в сетевой структуре. В этой структуре узлы из множества $N = \{1, ..., n\}$ на каждом шаге формируют свое текущее мнение по такому правилу: мнение агента является взвешенной суммой мнений всех остальных агентов сети, а также своего мнения на предыдущем шаге:

$$x_i^{(t+1)} = \sum_{j \in N} a_{ij} x_j^{(t)}, \quad t \geq 0,$$

где $x_i^{(0)}$ — мнение i-го агента в некий начальный момент времени. Параметр $a_{ij} \in [0, 1]$ отражает степень влияния j-го агента на i-го агента $\left(\sum_j a_{ij} = 1\right)$.

В матричном виде динамику мнений можно записать так:

$$x^{(t+1)} = Ax^{(t)},$$

где A — стохастическая по строкам матрица влияний.

В качестве отступления отметим, что для модели ДеГроота можно привести микроэкономические основания и обозначить связь с байесовскими моделями. В частности, если начальные представления индивидов зашумлены, то правило обновления ДеГроота является оптимальным на первом шаге [17]: новым мнением индивида является взвешенная сумма мнений его соседей, причем весом мнения соседа является точность его информации. В последующие моменты времени индивид должен скорректировать веса своих соседей с учетом того, что поступающая информация может повторяться. Сделать это непросто, поэтому правило ДеГроота с постоянными весами можно рассматривать как поведенческую эвристику. Другое микроэкономическое основание — представление агентов как игроков, стремящихся найти решение простой координационной игры [38], в этой игре динамика локально оптимального наилучшего ответа (совпадающая с динамикой по ДеГрооту) ведет к равновесию по Нэшу.

Динамика мнений по ДеГрооту приводит, в частности, к тому, что в социальной сети, имеющей сильную связность, достигается консенсус. Мнения агентов начинают совпадать, поскольку каждый агент оказывает прямое или косвенное влияние на любого другого агента сети и различия во мнениях агентов нивелируются.

Структура сети взаимодействий накладывает ограничения на возможность достижения консенсуса. Очевидно, например, что в несвязной сети консенсус может быть достигнут лишь в особых случаях. Различия во мнениях агентов могут наблюдаться и в сильно связных сетях, если, например, агенты имеют в какой-то степени «нечувствительные» к влиянию предубеждения [39]. В такого рода моделях мнение агента на каждом шаге формируется как взвешенная сумма мнений на предыдущем шаге и своего начального мнения:

$$x^{(t+1)} = \Lambda A x^{(t)} + [I_n - \Lambda] x^0,$$

где $\Lambda = I_n - \mathrm{diag}(A)$.

Содержательно начальные мнения агентов можно интерпретировать как индивидуальные предпочтения или укоренившиеся убеждения, влияние которых сохраняется в процессе обмена мнениями.

Сходную с рассмотренной динамику мнений можно получить при помощи модели формирования мнений со сложными узлами [40], в которой каждый узел состоит из двух взаимодействующих между собой агентов — внешнего и внутреннего. Информационный обмен узла с другими узлами сети осуществляет внешний агент, внутренний агент (который интерпретируется как доверенное лицо внешнего — друг или консультант) взаимодействует только с соответствующим внешним.

Многомерным обобщением модели с «нечувствительными» агентами является модель [41], в которой рассматривается не один, а сразу несколько взаимосвязанных вопросов (m различных тем), по каждому из которых у каждого из агентов имеется свое мнение. Мнение i-го агента ($i \in N$) по m различным темам задается вектором $x_i^{(t)} = (x_i^{(t)}(1), ..., x_i^{(t)}(m))$. Динамика мнений i-го агента в момент t задается так:

$$x_i^{(t)} = \lambda_{ii} \sum_{j \in N} a_{ij} y_j^{(t-1)} + (1 - \lambda_{ii}) x_i^{(0)},$$

$$y_j^{(t-1)} = C x_j^{(t-1)},$$

где C — матрица взаимовлияния обсуждаемых тем, а $y_j^{(t-1)}$ — выпуклые комбинации j-го агента по нескольким темам. В матричном виде динамику можно представить так:

$$x^{(t)} = [(\Lambda A) \otimes C] x^{(t-1)} + [(I_n - \Lambda) \otimes I_m] x^{(0)},$$

где $\otimes$ — произведение Кронекера, $\Lambda = I_n$ или $\Lambda = I_n - \mathrm{diag}A$ (в зависимости от модели).

В целом отметим, что в рассмотренных выше моделях, несмотря на учет дополнительных факторов (наличие предубеждений и наличие взаимовлияющих тем), сохраняющих определенное рассогласование мнений, взаимовлияние между агентами приводит со временем к уменьшению разногласий. В частности, предположение об усреднении подразумевает, что мнения никогда не выйдут за пределы диапазона начальных мнений.

Для моделей динамики формирования мнений получены многочисленные теоретические результаты, как правило, связанные с достижением консенсуса в сети. Для исследования такого рода моделей применяется аппарат теории стохастических матриц, теории однородных и неоднородных марковских цепей. Известно, что динамику мнений можно моделировать при помощи цепей Маркова. В однородной марковской цепи достижение консенсуса определяется сходимостью степеней стохастической матрицы. В работах [4, 42] приведены некоторые достаточные условия сходимости степеней стохастической матрицы. Для класса стохастических матриц, не гарантирующих консенсус, в работе [42] приведены необходимые условия достижения консенсуса, а в работе [43] найдены минимальные изменения начальных представлений агентов, приводящие к консенсусу. Кроме того, известны более частные результаты. Например, в работе [38] для случайных сетей, являющихся по сути стохастично блочными, определена зависимость скорости сходимости представлений агентов (обновляемых по правилу простого усреднения) от значения гомофилии.

Выше шла речь о долгосрочном консенсусе, на практике часто интересно знать возможность достижения разногласий за конечное время. Как влияет структура сети на *среднесрочные разногласия и формирование «среднесрочных» информационных сообществ*? Если начальные представления агентов одинаковы, то консенсус достигается сразу же и не зависит от структуры сети. В общем случае консенсус зависит от начальных представлений и структуры сети. Можно рассматривать наихудший случай [44]: анализировать скорость сходимости представлений (количество шагов, необходимое для того, чтобы различия в представлениях были гарантированно малы) для любых начальных представлений. Для простоты рассматриваются неразложимые и примитивные матрицы влияния A. Для типичной такой матрицы справедливо (почти всюду)

$$A^t = \sum_{l=1}^{n} \lambda_l^t P_l,$$

для нее выполняются свойства:

— $\lambda_1 = 1, \lambda_2, \lambda_3, ..., \lambda_n$ — различные собственные значения A, упорядоченные по невозрастанию модуля,

— матрица P_l — проекционный оператор, который соответствует нетривиальному одномерному собственному подпространству, отвечающему собственному значению λ_l,

— $P_1 = A^\infty$ и $P_1 x^{(0)} = x^{(\infty)}$,

— $P_l \mathbf{1} = \mathbf{0}$ для всех $l > 0$.

Матрица P_1 соответствует матрице результирующих влияний A^∞ и определяет устойчивое состояние системы (результирующие представления агентов), остальные матрицы $P_{l>1}$ отражают отклонение от этой результирующей матрицы в момент времени t. То, как быстро матрица P_1 будет доминировать, зависит от величины λ_2: чем меньше значение, тем быстрее возникнет устойчивое состояние в сети [45]. Оказывается, что для представлений агентов в момент t выполняется

$$\frac{1}{2}|\lambda_2|^t - (n-2)|\lambda_3|^t \le \sup_{x^{(0)} \in [0,1]^n} \|x^{(t)} - x^{(\infty)}\|_\infty \le$$
$$\le (n-1)|\lambda_2|^t.$$

Таким образом, величина $|\lambda_2|^t$ определяет максимальное отклонение представления агента в сети от результирующего представления. А матрица P_2 главным образом определяет отклонение представлений от результирующего представления (консенсуса) и соответствует *метастабильному состоянию сети, когда большая часть разногласий исчезает, но сохраняется некоторая устойчивая часть разногласий.*

Поскольку матрица $P_2 = \sigma\rho^{\mathrm{T}}$, где ρ^{T} — левый собственный вектор матрицы A, соответствующий собственному значению λ_2, а σ — правый собственный вектор матрицы A, соответствующий собственному значению λ_2, то при достаточно больших значениях t отклонение $x^{(t)} - x^{(\infty)}$ в сущности равно $\lambda_2^t\sigma(\rho^{\mathrm{T}}x^{(0)})$. Таким образом, если собственное значение λ_2 — положительное вещественное число, то отклонение i-го агента от консенсуса пропорционально компоненте σ_i безотносительно начальных представлений $x^{(0)}$. Упорядочение среднесрочных представлений агентов определяется одним зависящим от сетевой структуры числом. В работе [17] приводится интересная интерпретация: мнения индивидов по множеству различных вопросов могут быть хорошо аппроксимированы линией, позиция индивида на этой линии (в лево-правом спектре) и определяет его позицию по всем вопросам (например, мнения многих людей по широкому кругу принципиально не связанных вопросов могут характеризоваться мерой их консервативности/либеральности).

Возникает вопрос о том, *как структура сети (матрица влияний) влияет на сохранение различных информационных сообществ в сети*. В частности, можно оценить влияние расщепления (разбиения) сети на группы, например, при помощи показателя «узкого места» графа или константы Чигера [45]:

$$\Phi_*(A) = \min_{S: S \subseteq N,\ \sum\limits_{i \in S}\pi_i \le \frac{1}{2}} \frac{\sum\limits_{i \in S, j \notin S} \pi_i A_{ij}}{\sum\limits_{i \in S} \pi_i},$$

где π — левый собственный вектор матрицы A, соответствующий собственному значению λ_1 (вектор влияний агентов). Эта константа мала, если существует некоторое множество агентов, имеющее не более половины влияния в обществе, которое подвергается относительно небольшому внешнему влиянию. Если матрица влияния соответствует обратимой марковской цепи, то константа ограничивает значения λ_2 [45]: $\Phi_*^2(A) \le 1 - \lambda_2 \le 2\Phi_*(A)$, т. е. чем меньше константа, тем больше значение λ_2, и это влияет на убывание разногласий (тем дольше они сохраняются в сети).

Выше предполагается, что матрица влияния (доверия) в модели динамики представлений не изменяется во времени. Существуют исследования, в которых матрица влияний меняется со временем. Модель динамики представлений агентов была обобщена в работе [46], где матрица влияния меняется на каждом шаге и итеративный процесс задается произведением матриц:

$$x^{(t)} = A^{(t)}x^{(t-1)}.$$

Решение задачи согласования мнений в такой постановке сводится к исследованию сходимости неоднородных цепей Маркова. Отметим также, что рассмотренный класс моделей формирования мнений имеет тесную связь с исследованиями, посвященными консенсусу в многоагентных системах, которых на настоящий момент огромное число (см. обзоры [47, 48]). Полученные в этой области теоретические результаты могут быть перенесены и на область социальных сетей (в случае, конечно, простых правил обновления представлений, которые не слишком хорошо учитывают специфику предметной области).

Вопросам формирования консенсуса в работах, являющихся развитием классической модели ДеГроота, уделяется много внимания, вопросам о возможности возникновения в этом случае социального научения (формированию общества с истинными представлениями) — существенно меньше.

Формирование истинных представлений в модели ДеГроота. Если представления агентов в сети отражают их оценки значения параметра внешней среды $\mu \in [0, 1]$, то агенты могут прийти как к истинному консенсусу, так и ложному. Поэтому возникает вопрос о возможности *социального научения* в сети с агентами, представления которых обновляются по правилу ДеГроота. В работе [18] начальные представления (частные сигналы) $x_i^{(0)}$ являются независимыми случайными величинами, которые имеют математическое ожидание μ, положительную дисперсию и значения которых лежат на отрезке [0, 1]. Известно, что при достаточно слабых условиях представления агентов сходятся к одному и тому же итоговому мнению. Для того, чтобы оценить сходимость к истинному значению результирующей оценки в обществе по мере его роста, рассматривается последовательность матриц влияния $(A(n))_{n=1}^{\infty}$, индексируемая числом агентов в каждой сети n. Считается, что каждая сеть (соответствующая матрица влияния) является *сходящейся*, т. е. относительно нее любые начальные представления агентов сходятся к некоторому пределу. Последовательность $(A(n))_{n=1}^{\infty}$ называется *мудрой*, если $\operatorname{p}\lim\limits_{n \to \infty} \max\limits_{i \le n}|x_i^{(\infty)}(n) - \mu| = 0$.

Одно из условий «мудрости» общества связано с влиянием агентов. Без ограничения общности агенты упорядочиваются по убыванию влияния так, что $s_i(n) \ge s_{i+1}(n) \ge 0$ для любого i и n, где $s_i(n)$ — вес, с которым начальное мнение i-го агента входит в итоговое мнение сети n. Утверждается, что последовательность сходящихся стохастических матриц $(A(n))_{n=1}^{\infty}$ является мудрой, если и только если соответствующие векторы влияний таковы, что $s_1(n) \to 0$, т. е. влияние наиболее влиятельного агента в обществе стремится к нулю по мере роста общества.

Препятствием к мудрости также являются *значимые* (prominent) группы, которые получают непропорциональную долю внимания общества и сбивают его с правильного пути. Для фиксированной сети с числом агентов *n группой B* называется подмножество множества агентов $\{1, ..., n\}$. Группа B является *t-значимой* относительно A (или значимой в пределах t шагов), если любой агент $i \notin B$ подвергается косвенному влиянию группы, т. е. $A^t_{i,B} > 0$. Минимальный вес такого влияния называется *p-шаговой значимостью B*: $\pi_B(A; t) = \min_{i \notin B} A^t_{i,B}$. *Семейством* называется последовательность групп (B_n), где $B_n \subset \{1, ..., n\}$ для каждого n. Семейство (B_n) *равномерно значимо* относительно $(A(n))_{n=1}^{\infty}$, если существует такая константа $a > 0$, что для каждого n существует такое t, что $\pi_{B_n}(A(n); t) \ge a$. Семейство (B_n) является *конечным*, если оно в итоге перестает расти, т. е. если существует такое q, что $\sup_n |B_n| \le q$. Утверждается, что если существует конечное равномерно значимое семейство по отношению к $(A(n))$, то последовательность не является мудрой. Таким образом, большие общества с «небольшой» группой, которая влияет на каждого в сети, не способны достичь правильных представлений относительно параметра внешней среды.

В рассмотренных выше моделях динамики мнений моделируются феномен консенсуса, когда различия во мнениях взаимодействующих агентов уменьшаются со временем, и сопутствующий феномен социального научения. При этом, как показано, возможен эффект среднесрочных разногласий, обусловленный структурой сети. Во многих случаях в социальных сетях наблюдаются социально-психологические феномены (см. например, статью [49]), связанные с долгосрочными разногласиями и стабильными информационными сообществами: сохранение различий, групповая поляризация (в групповой дискуссии усиливается любая изначально доминирующая точка зрения), поляризация мнений (когда происходит усиление разногласий между двумя оппозиционными группами) и т. п. Классические модели динамики мнений в долгосрочной перспективе плохо объясняют сохранение различий во мнениях или даже усиление радикальных мнений в сильно связных сетевых структурах. Для их моделирования разрабатываются новые формальные математические модели (см. работы [5, 6, 37, 50—53]). В частности, формирование множеств агентов с разными представлениями моделируется в моделях ограниченного доверия (bounded confidence) [5, 6, 51], в которых только достаточно близкие агенты могут оказывать влияние друг на друга (это правило взаимодействия обычно мотивируется явлениями гомофилии и социальной идентификации).

В модели [54] мнения агентов задаются вектором $x = (x_1, ..., x_n) \in R^n$. Агент i воспринимает мнения остальных агентов, только если они достаточно близки к его собственному мнению, т. е. множество влияющих на него агентов $I(i, x) = \{1 \le j \le n \mid |x_i - x_j| \le \epsilon_i\}$, где $\epsilon_i > 0$ — уровень уверенности (обычно $\epsilon_i = \epsilon$). Тогда динамика мнений такова:

$$x_i(t+1) = |I(i, x(t))|^{-1} \sum_{j \in I(i, x(t))} x_j(t).$$

Это динамика мнений по ДеГрооту с зависящей от мнений агентов матрицей доверия: $a_{ij}(x) = 1/|I(i, x)|$, если $j \in I(i, x)$, иначе $a_{ij}(x) = 0$. Приведены необходимые и достаточные условия достижения консенсуса. В частности, показано, что для достижения консенсуса необходимо, чтобы в любой момент времени вектор мнений был ϵ-профилем (вектор является ϵ-профилем, если в упорядочении его компонент по возрастанию значений расстояние между двумя соседними элементами не больше ϵ). В противном случае консенсус невозможен, *сеть доверия расщепляется на компоненты связности, в ней формируются группы индивидов с одинаковыми убеждениями* (*информационные сообщества*). В любом случае агенты придут к равновесию за конечное число шагов [55].

В работе [56] рассмотрены «осторожные» агенты, доверие которых к получаемым сообщениям зависит от содержания сообщений (высказанных в них мнений). Для того чтобы отразить эту зависимость, вводится функция доверия $G(x, u)$, где x — мнение агента, u — получаемое агентом сообщение. Относительно свойств функции доверия вводятся различные предположения, комбинации которых приводят к различным случаям формализации функции доверия, соответствующим: агенту, который независимо от содержания доверяет получаемым сообщениям; агенту-консерватору; агенту-новатору; агенту — умеренному консерватору; и агенту — умеренному новатору. Приведем пример функции доверия агента — умеренного консерватора:

$$G(x, u) = \beta[1 - (1 - \exp(-\gamma|x - u|))\exp(-\gamma|x - u|)],$$

где β и γ — константы. Содержательно агент выделяет и воспринимает информацию, совпадающую с его мнением, до тех пор, пока различие во мнениях не станет достаточно велико, но при очень больших отклонениях вероятность того, что агент заметит такую информацию, растет. В общем случае управляемая динамика мнений агентов в социальной сети описывается выражением:

$$x_i^k = a_{ii}x_i^{k-1} + \beta G_i(x_i^{k-1}, u^{k-1})u^{k-1} + \\ + \sum_{j \in N_i} a_{ij}G_i(x_i^{k-1}, x_j^{k-1})x_j^{k-1}, \quad k = 1, 2, ...,$$

где u — уже управление со стороны внешнего субъекта (например, СМИ), а индивидуальные функции доверия $\{G_i(\cdot)\}_{i \in N}$ таковы, что выполняется условие нормировки. В рамках такой модели можно условно считать, что матрица A отражает доверие агентов *источникам информации*, а функции доверия отражают доверие агентов *содержанию информации*. В частном случае однородной и регулярной сети рассматривается задача синтеза оптимального информационного управления, которая формулируется как задача поиска последовательности управлений, максимизирующей критерий эффективности, и может быть решена известными методами. Эти соображения о зависимости степени доверия агента к сообщениям других агентов от их содержания привели к разработке модели [8], в которой моделируются два взаимосвязанных процесса: процесс распространения действий в сети и процесс формирования мнений агентов. При помощи численного моделирования показано, что в сети в результате обмена представлениями формируются различные информационные сообщества.

Выше рассматривались модели динамики представлений «эвристических» индивидов в социальной сети, в которых представления являются континуальными. В целом такого рода модели — в которых мнения меняются постепенно — представляются наиболее естественными. Это подтверждается работами в области социальной психологии и поведенческой экономики, в частности, в работе [57] отмечается, что общество (на примере индийских деревень) делится на агентов двух типов: байесовских и действующих по правилу ДеГроота. Тем не менее, существует большое количество работ, в которых рассматриваемые мнения имеют порядковые или даже номинальные шкалы и т. д. К моделям *с дискретными представлениями/мнениями агентов* относят модели «голосования» (voter model) [58], модели большинства и пороговые модели [59]. Многие из этих моделей, учитывающих сетевую структуру взаимодействий, известны также как модели распространения активности/информации в сети (см., например, статью [60]). Приведем примеры моделей голосования с дискретными представлениями индивидов, которые демонстрируют эффект формирования разногласий в сети.

В работе [61] рассматривается множество из N агентов на $L \times L$ регулярной решетке ($L^2 = N$). Агент $i \in \{1, 2, ..., N\}$ выбирает действие $a^{(i)} \in A = \{a_1, ..., a_g, ..., a_G\}$, руководствуясь своим мнением, описываемым правилом $r^{(i)} \in R = \{r_1, ..., r_k, ..., r_K\}$. Особенность модели состоит в возможности задания множественных отношений между мнениями-правилами и действиями: правила бывают эксклюзивные (обязательно одно действие, остальные запрещены) и инклюзивные (разрешают с равной вероятностью выполнение одного из нескольких действий). Агенты знают множества A и R и матрицу отношений S (размерности $K \times G$), также они могут наблюдать действия соседей в сети, но не их мнения. В начальный момент времени каждый i-й агент случайно (с равной вероятностью) выбирает правило $r^{(i)} \in R$ и действует согласно этому правилу. В каждый следующий момент времени τ случайно выбранный агент i обновляет свои представления о правиле, которому следует его сосед $j \in M_i$, основываясь на наблюдаемом им действии $a^{(j)}(\tau)$:

$$P^{(i)}(r^{(j)}(\tau) = r_k | a^{(j)}(\tau)) = \frac{P^{(i)}(a^{(j)}(\tau)|r_k)}{\sum_{k=1}^{K} P^{(i)}(a^{(j)}(\tau)|r_k)}.$$

Затем (в этот же момент времени) i-й агент принимает правило выбора действий в соответствии с вероятностью его использования соседями в сети.

Показано, что *для существования различных информационных сообществ в сети достаточно возможности применения агентами инклюзивных правил*. В случае применения агентами только эксклюзивных правил модель сводится к классической модели голосования.

Более содержательно богатая модель формирования представлений, основывающаяся на модели голосования, предлагается в работе [62]. В ней отмечается, что в традиционных экономических моделях социального научения редко возможны долгосрочные разногласия, хотя в реальности разногласия возникают чаще, чем консенсус. Во многих экономических моделях социального научения подразумевается, что каждая новая порция информации, получаемая агентом, является истинной: агент наблюдает элемент разбиения пространства состояний, и этот элемент разбиения содержит истинное состояние. Это предположение (в ряде случаев неявное) приводит агентов к консенсусу. В работе [62] предлагается концепция обработки информации агентами, в которой агенты могут получить ложную информацию, которая приводит к тому, что разногласия в моделях на основе этой концепции являются обычным исходом в сети. Вводится два класса аксиом для используемых агентами правил обновления убеждений: аксиомы готовности к научению (правило обновления позволяет агенту научиться и прийти к истинной оценке состояния мира) и аксиомы неманипулируемости (правило обновления приводит агента к одному и тому же убеждению при получении им одной и той же информации независимо от ее представления). В зависимости от выбранных комбинаций аксиом возможны те или иные правила обновления. В работе детально рассматриваются два из них:

— агенты, придерживающиеся правила «неуступчивого» обновления, никогда не отказываются от своих убеждений;

— агенты придерживаются правила неуступчивого обновления, но могут полностью поменять свои убеждения, если новая информация полностью разрешает всю неопределенность относительно состояния мира.

Протокол взаимодействия агентов следующий: в каждый дискретный момент времени выбирается случайно одно из ребер графа социальной сети ij; агент i сообщает выбираемое случайно одно из высказываний (входящих в его убеждение B_j) P агенту j; затем j-й агент обновляет свое убеждение согласно правилу $U_j(B_j, P)$, где высказывание P — это подмножество значений состояния мира Ω, т. е. $P \subseteq \Omega$. Агенты сети достигают консенсуса, если в некоторый момент существует такое высказывание P^*, что для каждого i-го агента $P(B_i) = P^*$, где $P(B_i)$ — пересечение высказываний из убеждений i-го агента. Оказывается, что для достижения консенсуса в сети нужно принять довольно сильные допущения относительно истинности начальных убеждений и числа неуступчивых агентов. Показано, что *в больших сетях формирование различных информационных сообществ не только возможно, но и неизбежно.*

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Во второй части обзора рассмотрены вопросы формирования информационных сообществ в обществах с нетривиальной сетевой структурой. Индивиды — члены социума взаимодействуют между собой в рамках этой структуры, и индивид (агент), наблюдая действия соседей в сети, может получить дополнительную информацию относительно интересующего его вопроса.

Рациональные агенты в таких сетях приходят в долгосрочной перспективе к согласию (истинному или ложному — зависит от условий, накладываемых на топологию и/или начальные представления). Для получения различных информационных сообществ необходимо ослабить требование рациональности агентов. В первом классе рассматриваемых моделей агенты являются условно байесовскими, например, они обладают «наивными» представлениями о составе и структуре сети или наивно учитывают сигналы соседей. Во втором классе моделей агенты являются «простыми», формирующими свои представления на основе эвристических правил. В случае индивидов, безусловно доверяющих действиям своих соседей в сети, согласие в социальной сети является обычным исходом взаимодействий — в нем формируется одно информационное сообщество, однако при этом можно указать условия формирования различных среднесрочных (метастабильных) информационных сообществ. Показано, что отличающиеся друг от друга устойчивые информационные сообщества могут быть получены в том случае, когда на индивидов помимо социального влияния действуют и другие социально-психологические факторы (гомофилия, склонность к подтверждению своей точки зрения и т. д.), а также когда в сети наряду с истинной распространяется и ложная информация.

В третьей части обзора будут рассмотрены эмпирические исследования, связанные с вопросами существования информационных сообществ в реальных социальных сетях и их особенностями.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Губанов Д.А., Петров И.В.* Информационные сообщества в социальных сетевых структурах. Ч. 1. От основного понятия к математическим моделям формирования // Проблемы управления. — 2021. — № 1. — С. 15—23. [*Gubanov, D.A., Petrov, I.V.* Information Communities in Social Network Structures. Part 1. From Concept to Mathematical Models // Control Sciences. — 2021. — No. 1. — P. 15—23 (In Russian)].
2. *Kadushin, C.* Understanding Social Networks: Theories, Concepts, and Findings. — New York: Oxford University Press, 2012. — 252 p.
3. *Myers, D.G.* Social Psychology. — N.-Y.: McGraw-Hill, 1999. — 760 p.
4. *DeGroot, M.H.* Reaching a Consensus // Journal of American Statistical Assotiation. — 1974. — No. 69. — P. 118—121.
5. *Deffuant, G., Neau, D., Amblard, F., Weisbuch, G.* Mixing Beliefs among Interacting Agents // Advances in Complex Systems. — 2000. — Vol. 03. — P. 87—98.
6. *Hegselmann, R., Krause, U.* Opinion Dynamics under the Influence of Radical Groups, Charismatic Leaders, and Other Constant Signals: A Simple Unifying Model // Networks and Heterogeneous Media. — 2015. — Vol. 10, no. 3. — P. 477—509.

7. *Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г.* Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. 3-е изд., перераб. и дополн. — М.: МЦНМО, 2018. — 224 с. [*Gubanov, D.A., Novikov, D.A., Chkhartishvili, A.G.* Social Networks: Models of Information Influence, Control and Confrontation. — Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2019. — 158 p.]
8. *Губанов Д.А., Петров И.В., Чхартишвили А.Г.* Многомерная модель динамики мнений в социальных сетях: индексы поляризации // Проблемы управления. — 2020. — № 3. — С. 26—33 [*Gubanov, D.A., Petrov, I.V., Chkhartishvili, A.G.* Multidimensional Model of Opinion Dynamics in Social Networks: Polarization Indices // Control Sciences. — 2020. — No. 3. — P. 26—33 (In Russian)].
9. *Rabin, M., Schrag, J.L.* First Impressions Matter: A Model of Confirmatory Bias // The Quarterly Journal of Economics. — 1999. — No. 1 (114). — P. 37—82.
10. *Jern, A., Chang, K.K., Kemp, C.* Belief Polarization is not Always Irrational // Psychological Review. — 2014. — No. 2 (121). — P. 206—224.
11. *Acemoglu, D., Ozdaglar, A.* Opinion Dynamics and Learning in Social Networks // Dynamic Games and Applications. — 2011. — No. 1 (1). — P. 3—49.
12. *Vives, X.* How Fast Do Rational Agents Learn? // Review of Economic Studies. — 1993. — Vol. 60. — P. 329—347.
13. *Burguet, R., Vives, X.* Social Learning and Costly Information Acquisition // Economic Theory. — 2000. — No. 1 (15). — P. 185—205.
14. *Bikhchandani, S., Hirshleifer, D., Welch, I.* A Theory of Fads, Fashion, Custom, and Cultural Change as Informational Cascades // The Journal of Political Economy. — 1992. — Vol. 100, no. 5. — P. 992—1026.
15. *Ali, S.N.* Herding with Costly Information // Journal of Economic Theory. — 2018. — Vol. 175. — P. 713—729.
16. *Acemoglu, D., Dahleh, M., Lobel, I., Ozdaglar, A.* Bayesian Learning in Social Networks // The Review of Economic Studies. — 2011. — No. 4 (78). — P. 1201—1236.
17. *DeMarzo, P.M., Vayanos, D., Zwiebel, J.* Persuasion Bias, Social Influence, and Unidimensional Opinions // The Quarterly Journal of Economics. — 2003. — Vol. 118. — P. 909—968.
18. *Golub, B., Jackson, M.O.* Naïve Learning in Social Networks and the Wisdom of Crowds // American Economic Journal: Microeconomics. — 2010. — No. 1 (2). — P. 112—149.
19. *Smith, L., Sorensen, P.* Pathological Outcomes of Observational Learning // Econometrica. — 2000. — Vol. 68, no. 2. — P. 371—398.
20. *Acemoglu, D., Bimpikis, K., Ozdaglar, A.* Dynamics of Information Exchange in Endogenous Social Networks: Endogenous Social Networks // Theoretical Economics. — 2014. — No. 1 (9). — C. 41—97.
21. *Федянин Д.Н., Чхартишвили А.Г.* Об одной модели информационного управления в социальных сетях // Управление большими системами. — 2010. — Вып. 31. — С. 265—275. [*Fedyanin, D.N., Chkhartishvili, A.G.* On a Problem of Information Control in Social Networks // Large-Scale Systems Control. — 2010. — Iss. 31. — P. 265—275. (In Russian)]
22. *Eyster, E., Rabin, M.* Naïve Herding in Rich-Information Settings // American Economic Journal: Microeconomics. — 2010. — No. 4 (2). — P. 221—243.
23. *Mueller-Frank, M.* A General Framework for Rational Learning in Social Networks: Framework for Rational Learning // Theoretical Economics. — 2013. — No. 1 (8). — P. 1—40.
24. *Dasaratha, K., He, K.* Network Structure and Naive Sequential Learning // arXiv:1703.02105 [cs, econ, q-fin]. — 2019. — 40 p.
25. *Li, W., Tan, X.* Locally Bayesian Learning in Networks // Theoretical Economics. — 2020. — No. 1 (15). — P. 239—278.
26. *Mossel, E., Olsman, N., Tamuz, O.* Efficient Bayesian Learning in Social Networks with Gaussian Estimators // 2016 54th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing. — Allerton, 2016. — P. 425—432.
27. *Bala, V., Goyal, S.* Learning from Neighbours // The Review of Economic Studies. — 1998. — Vol. 65, no. 3. — P. 595—621.
28. *Gale, D., Kariv, S.* Bayesian Learning in Social Networks // Games and Economic Behavior. — 2003. — No. 2 (45). — P. 329—346.
29. *Jadbabaie, A., Molavi, P., Sandroni, A., Tahbaz-Salehi, A.* Non-Bayesian Social Learning // Games and Economic Behavior. — 2012. — No. 1 (76). — P. 210—225.
30. *Jadbabaie, A., Molavi, P., Tahbaz-Salehi, A.* Information Heterogeneity and the Speed of Learning in Social Networks * / A. Jadbabaie, P. Molavi, A. Tahbaz-Salehi. — 2013. — 68 p.
31. *Mossel, E., Sly, A., Tamuz, O.* Strategic Learning and the Topology of Social Networks: Strategic Learning // Econometrica. — 2015. — No. 5 (83). — P. 1755—1794.
32. *Робертс Ф.С.* Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. — М.: Наука, 1986. [*Roberts, F.S.* Discrete Mathematical Models with Applications to Social, Biological, and Environmental Problems. — London: Pearson, 1976. — 576 p.]
33. *French, J.R.* A Formal Theory of Social Power // The Psychological Review. — 1956. — No. 63. — P. 181—194.
34. *Harary, F.* A Criterion for Unanimity in French's Theory of Social Power / Studies in Social Power. — Michigan: Institute of Sociological Research. — 1959. — P. 168—182.
35. *Jackson, M.* Social and Economic Networks. — Princeton: Princeton University Press, 2008. — 648 p.
36. *Abelson, R.P.* Mathematical Models of the Distribution of Attitudes under Controversy // Contributions to Mathematical Psychology. — 1964. — P. 141—160.
37. *Altafini, C.* Consensus Problems on Networks with Antagonistic Interactions // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2013. — Vol. 58, no. 4. — P. 935—946.
38. *Golub, B., Jackson, M.O.* How Homophily Affects the Speed of Learning and Best-Response Dynamics // The Quarterly Journal of Economics. — 2012. — Vol. 127. — P. 1287—1338.
39. *Friedkin, N.E., Johnsen, E.C.* Social Influence Network Theory: A Sociological Examination of Small Group Dynamics. — Cambridge: Cambridge University Press, 2011.
40. *Федянин Д.Н., Чхартишвили А.Г.* Консенсус в социальной сети со сложными узлами // Управление большими системами. — 2016. — № 64. — С. 137—150. [*Fedyanin, D.N., Chkhartishvili, A.G.* Consensus in Social Networks with Complex Structure of Social Actors // Large-Scale Systems Control. — 2016. — No. 64. — S. 137—150 (In Russian)]
41. *Parsegov, S.E., Proskurnikov, A.V., Tempo, R., Friedkin, N.E.* Novel Multidimensional Models of Opinion Dynamics in Social Networks // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2017. — Vol. 62, no. 5. — P. 2270—2285.
42. *Berger, R.L.* A Necessary and Sufficient Conditions for Reaching a Consensus Using De Groot's Method // Journal of American Statistical Assotiation. — 1981. — Vol. 76. — P. 415—419.
43. *Agaev, R.P., Chebotarev, P.Y.* The Projection Method for Reaching Consensus and the Regularized Power Limit of a Stochastic Matrix // Automation and Remote Control. — 2011. — Vol. 72, iss. 12. — P. 2458—2476.
44. *Golub, B., Sadler, E.* Learning in social networks. — 2017. http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2919146.
45. *Levin, D.A., Peres, Y., Wilmer, E.L.* Markov Chains and Mixing Times. — Providence, RI: American Mathematical Society, 2009.
46. *Chatterjee, S., Seneta, E.* Toward Consensus: Some Convergence Theorems on Repeated Averaging // Journal of Applied Probability. — 1977. — Vol. 14. — P. 159—164.
47. *Агаев Р.П., Чеботарев П.Ю.* Сходимость и устойчивость в задачах согласования характеристик (обзор базовых результатов) // Управление большими системами. — 2010. — № 30-1. — С. 470—505. [*Agaev, R.P., Chebotarev, P.Yu.* Convergence and Stability in Consensus and Coordination Prob-

lems (A Survey of Basic Results) // Large-Scale Systems Control. — 2010. — No. 30-1. — P. 470—505. (In Russian)]
48. *Cao, Y., Yu, W., Ren, W., Chen, G.* An Overview of Recent Progress in the Study of Distributed Multi-Agent Coordination // IEEE Transactions on Industrial Informatics. — Vol. 9, iss. 1. — 2013. — P. 427—438.
49. *Moscovici, S., Zavalloni, M.* The Group as a Polarizer of Attitudes // Journal of Personality and Social Psychology. — 1969. — Vol. 12, no. 2. — P. 125—135.
50. *Del Vicario, M., Scala, A., Caldarelli, G.*, et al. Modeling Confirmation Bias and Polarization // Scientific Reports. — 2017. — Vol. 7 art. — No. 40391. — 9 p.
51. *Hegselman, R., Krause, U.* Opinion Dynamics and Bounded Confidence Models, Analysis and Simulation // Journal of Artificial Societies and Social Simulation. — 2002. — Vol. 5, no. 3.
52. *Jager, W., Amblard, F.* Uniformity, Bipolarization and Pluriformity Captured as Generic Stylized Behavior with an Agent-Based Simulation Model of Attitude Change // Computational & Mathematical Organization Theory. — 2005. — Vol. 10, no. 4. — P. 295—303.
53. *Urbig, D., Lorenz, J., Herzberg, H.* Opinion Dynamics: The Effect of the Number of Peers Met at Once // Journal of Artificial Societies and Social Simulation. — 2008. — Vol. 11, no. 2. — 4 p.
54. *Krause, U.* A Discrete Nonlinear and Non-Autonomous Model of Consensus Formation // Communications in Difference Equations. — 2000. — P. 227—236.
55. *Dittmer, J.* Consensus Formation under Bounded Confidence // Nonlinear Analysis. — 2001. — 47 (7). — P. 4615—4621.
56. *Губанов Д.А., Новиков Д.А.* Модели унифицированного информационного управления в однородных социальных сетях // Управление большими системами. — 2010. — № 30.1. — С. 722—742. [*Gubanov, D.A., Novikov, D.A.* Models of Unified Information Control in Homogeneous Social Networks // Large-Scale Systems Control. — 2010. — No. 30.1. — P. 722—742 (In Russian)]
57. *Chandrasekhar, A.G., Larreguy, H., Xandri, J.P.* Testing Models of Social Learning on Networks: Evidence From Two Experiments // Econometrica. — 2020. — No. 1 (88). — P. 1—32.
58. *Holley, R.A., Liggett, T.M.* Ergodic Theorems for Weakly Interacting Infinite Systems and the Voter Model // The Annals of Probability. — 1975. — Vol. 3, no. 4. — P. 643—663.
59. *Бреер В.В., Новиков Д.А., Рогаткин А.Д.* Управление толпой: математические модели порогового коллективного поведения. — М.: ЛЕНАНД. — 2016. — 168 с. [*Breer, V.V., Novikov, D.A., Rogatkin, A.D.* Upravlenie tolpoi: matematicheskie modeli porogovogo kollektivnogo povedeniya. — M.: LENAND. — 2016. — 168 s. (In Russian)]
60. *Kempe, D., Kleinberg, J., Tardos, E.* Maximizing the Spread of Influence through a Social Network // Theory of Computing. — 2015. — Vol. 11, no. 4. — P. 105—147.
61. *Tang, T., Chorus, C.* Learning Opinions by Observing Actions: Simulation of Opinion Dynamics Using an Action-Opinion Inference Model // Journal of Artificial Societies and Social Simulation. — 2019. — No. 3 (22). — 20. p.
62. *Sadler, E.* False Information and Disagreement in Social Networks // SSRN Electronic Journal. — 2017. — 28 p.

Статья представлена к публикации членом редколлегии чл.-корр. РАН Д.А. Новиковым.

Поступила в редакцию 26.08.2020, после доработки 09.11.2020.
Принята к публикации 24.11.2020.

Губанов Дмитрий Алексеевич — канд. техн. наук,
✉ dmitry.a.g@gmail.com,

Петров Илья Владимирович — аспирант,
✉ zyxzy@protonmail.ch,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.

INFORMATION COMMUNITIES IN SOCIAL NETWORKS. Part II: Networked Models of Formation

D.A. Gubanov[1] and I.V. Petrov[2]

V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

[1]✉ dmitry.a.g@gmail.com, [2]✉ zyxzy@protonmail.ch

Abstract. This survey deals with mathematical models for the formation of information communities under uncertainty. The models of opinion dynamics are considered in detail. Within these models, individuals change their opinions under the influence of other individuals in a social network of a nontrivial structure. Two classes of such models are presented: the models with rational (Bayesian) individuals and the models with naive (heuristic) individuals. For each of the classes, conditions for the formation of information communities in social networks are described. For various information communities to emerge in a society with rational agents, the rationality of individuals is often limited, and some assumptions on different awareness of individuals are introduced considering the network structure. For a society with naive individuals, different modifications of the opinion dynamics mechanism are often adopted.

Keywords: social networks, information community, formation of information communities, analysis of information communities, belief formation.

Funding. This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, projects nos. 19-17-50225 and 18-29-22042.

УДК 519.816

DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2021.2.3

СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ: МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ ПОДХОД. II[1]

В.В. Подиновский, А.П. Нелюбин

Аннотация. Ранее авторами был предложен новый подход к определению средних величин и исследованы свойства введенных средних. В настоящей статье представлены новые свойства таких средних. Изучен вопрос об устойчивости средних к малым изменениям исходных данных и определено, какие из них являются устойчивыми. Рассмотрены случаи, когда имеются данные с повторениями, данные с неопределенностями, а также порядковые данные. Предложен простой и точный аналитический метод построения множества средних для наиболее интересного для приложений случая, когда шкала критериев, по которым оценивается близость выделенной точки к заданным, является шкалой первой порядковой метрики. Изложение сопровождается простыми расчетными примерами, иллюстрирующими основные теоретические результаты.

Ключевые слова: средние величины, многокритериальные задачи выбора, отношения предпочтения, теория важности критериев, теория мажоризации.

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая статья представляет собой непосредственное продолжение статьи авторов [1], в которой предложен новый подход к определению средних величин как недоминируемых точек по специальным отношениям предпочтения. Для удобства читателя вначале кратко приведем необходимые для дальнейшего изложения сведения из работы [1].

Пусть имеется совокупность X, состоящая из $n \geq 2$ действительных чисел, называемых далее данными, или точками, и являющихся результатами измерения интенсивности некоторого выделенного признака:

$$X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}. \tag{1}$$

Эти данные являются однородными в том смысле, что измерения производились по одной и той же шкале, которая не менее совершенна, чем шкала интервалов [2]. Упорядоченные соответственно по неубыванию и невозрастанию множества

$$X_\uparrow = \langle x_{(1)}, x_{(2)}, ..., x_{(n)}\rangle; \quad X_\downarrow = \langle x_{[1]}, x_{[2]}, ..., x_{[n]}\rangle,$$

где $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq ... \leq x_{(n)}$ и $x_{[1]} \geq x_{[2]} \geq ... \geq x_{[n]}$, получаются из совокупности чисел (1) при помощи соответствующих перестановок.

Пусть x — произвольное фиксированное число — точка на числовой прямой Re. Удаленность ее от отдельной точки x_i из множества X можно оценить расстоянием $y_i = |x - x_i|$. Тогда удаленность точки x от совокупности всех точек из множества X характеризуется вектором $y = (y_1, y_2, ..., y_n)$, составленным из таких расстояний. Его можно считать значением векторного критерия $f(x) = (f_1(x), f_2(x), ..., f_n(x))$, где $f_i(x) = |x - x_i|$. Областью значений Z этого векторного критерия является положительный ортант $\mathrm{Re}^n_+ = [0, +\infty)^n$ — множество n-мерных векторов с неотрицательными компонентами. Значение $f(x) = (f_1(x), f_2(x), ..., f_n(x))$ векторного критерия f, называемое векторной оценкой точки x, для краткости будем обозначать также $y = (y_1, y_2, ..., y_n)$, где $y_i = f_i(x)$, $i \in N = \{1, 2, ..., n\}$.

[1] Исследования финансировались в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации «5-100».

Пусть на множестве Z задано отношение предпочтения — строгий частичный порядок P^{Γ}, где Γ — информация о предпочтениях ЛПР, касающаяся удаленности: если верно $y'P^{\Gamma}y''$, то точка $y' = f(x')$ ближе ко множеству значений векторного критерия $Y = \{y \in Z | y = f(x), x \in X\}$, чем $y'' = f(x'')$. Отношение P^{Γ} порождает имеющий аналогичный смысл отношение P_{Γ} на числовой прямой: $x'P_{\Gamma}x'' \Leftrightarrow y'P^{\Gamma}y''$, где $y' = f(x')$, $y'' = f(x'')$. На роль наиболее близких к X и представляющих все множество X могут претендовать те и только те точки, которые недоминируемы по P_{Γ}. (Точка x недоминируема по P_{Γ}, если не существует точки x' такой, что верно $x'P_{\Gamma}x$.) Если множество таких точек $G^{\Gamma}(X)$ внешне устойчиво (т. е. для каждой доминируемой точки x найдется недоминируемая точка x' такая, что верно $x'P_{\Gamma}x$), то все они будут именоваться ПН-средними (средними по Подиновскому — Нелюбину), а более конкретно (для рассматриваемой информации Γ) и кратко — средними по P_{Γ}.

Естественно полагать, что предпочтения с увеличением значений критериев f_i убывают или, иными словами, что критерии желательно минимизировать. При отсутствии иной информации о предпочтениях на множестве Z предпочтения описывает отношение Парето $P^{\varnothing}$, определяемое так: $yP^{\varnothing}z \Leftrightarrow (y_i \le z_i$, $i = 1, 2, ..., n$, причем хотя бы одно из неравенств является строгим). Отношение $P^{\varnothing}$ порождает на числовой прямой Re отношение Парето $P_{\varnothing}$: $xP_{\varnothing}x' \Leftrightarrow yP^{\varnothing}y'$. Оказывается, что средними по $P_{\varnothing}$ являются все точки отрезка с концами $x_{(1)} = \min\limits_{i \in N} x_i$ и $x_{(n)} = \max\limits_{i \in N} x_i$, т. е. $G^{\varnothing}(X) = \bar{X} = [x_{(1)}, x_{(n)}]$. Таким образом, понятие средних по $P_{\varnothing}$ оказывается эквивалентным понятию средних по Коши [3].

Пусть все критерии имеют равную важность (информация E) [4]. В этом случае удаленность точки x от множества X оценивается отношением P_E на числовой прямой Re. Оно порождается отношением P^E на множестве Re^n, которое определяется каждым из двух равносильных решающих правил:

$$yP^Ez \Leftrightarrow [y_{(1)} \le z_{(1)}, y_{(2)} \le z_{(2)}, ..., y_{(n)} \le z_{(n)},$$
причем хотя бы одно из нестрогих неравенств является строгим];

$$yP^Ez \Leftrightarrow [y_{[1]} \le z_{[1]}, y_{[2]} \le z_{[2]}, ..., y_{[n]} \le z_{[n]},$$
причем хотя бы одно из нестрогих неравенств является строгим]. (2)

Здесь ПН-средними (по P_E), составляющими множество $G^E(X)$, являются недоминируемые по P_E точки числовой прямой.

Пусть теперь увеличение удаленности точки x от одних точек x_i не компенсируется уменьшением ее удаленности от других. Это означает, что если в произвольной векторной оценке y, в которой $y_i > y_j$, заменить y_i на $y_i - \delta$, а y_j — на $y_j + \delta$, где δ — положительное число такое, что $y_i - \delta \ge y_j + \delta$, то полученная таким образом векторная оценка z будет предпочтительнее, чем исходная y. Отношение строгого предпочтения $P^{E\Delta}$, порождаемое такой информацией на Z, задается так [5, 6]:

$$yP^{E\Delta}z \Leftrightarrow (y_{[1]} \le z_{[1]}, y_{[1]} + y_{[2]} \le z_{[1]} + z_{[2]}, ...,$$
$$..., y_{[1]} + y_{[2]} + ... + y_{[n]} \le z_{[1]} + z_{[2]} + ... z_{[n]},$$
причем хотя бы одно из неравенств является строгим).

Здесь ПН-средними являются точки, недоминируемые по $P_{E\Delta}$. Так как $P_{E\Delta} \supset P_E \supset P_{\varnothing}$, то $G^{E\Delta}(X) \subseteq G^E(X) \subseteq G^{\varnothing}(X) = \bar{X}$. Структура множества $G^E(X)$ может быть весьма сложной — оно может состоять из нескольких числовых промежутков и быть незамкнутым и не открытым. Например, для $X = \{1, 2, 5, 9, 11\}$ имеем $G^E(X) = [1,5; 7,5) \cup (8,5; 9,5)$. А вот структура множества $G^{E\Delta}(X)$ оказывается совсем простой — это отрезок $[\alpha, \beta]$, где $x_{(1)} \le \alpha \le \beta \le x_{(n)}$. Так, если $X = \{1, 2, 5, 9, 11\}$, то $G^{E\Delta}(X) = [5; 6]$. В вырожденном случае, когда $\alpha = \beta$, отрезок $[\alpha, \beta]$ стягивается в одну точку. Для расчета величин α и β были разработаны специальные решающие правила [1]. Более простое такое правило предлагается в § 1.

1. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ВЕЛИЧИН α И β

Нам далее понадобится множество $H = \{1, 2, ..., h\}$, где $h = \lfloor (n + 1)/2 \rfloor$ — целая часть числа $(n + 1)/2$. Следующее утверждение позволяет достаточно просто найти среднюю величину $G^{E\Delta}(X) = [\alpha, \beta]$.

Утверждение 1. *Справедливы формулы:*

$$\alpha = \frac{1}{2} \min_{p \in H} (x_{(p)} + x_{(n+1-p)}),$$

$$\beta = \frac{1}{2} \max_{p \in H} (x_{(p)} + x_{(n+1-p)}). \quad (3)$$

Доказательство этого и следующих утверждений вынесено в Приложение.

Формула (3) дает простой и точный аналитический метод нахождения средних по $P_{E\Delta}$.

Пример 1. При $n = 5$ имеем $h = \lfloor (n + 1)/2 \rfloor = 3$, так что $H = \{1, 2, 3\}$. Для $X = \{1, 2, 7, 8, 11\}$, пользуясь Утверждением 1, последовательно вычисляем:

$$\alpha = 1/2\min\{x_{(1)} + x_{(5)}, x_{(2)} + x_{(4)}, x_{(3)} + x_{(3)}\} = \\ = 1/2\min\{1 + 11, 2 + 8, 7 + 7\} = \\ = 1/2\min\{12, 10, 14\} = 5;$$

$$\beta = 1/2\max\{x_{(1)} + x_{(5)}, x_{(2)} + x_{(4)}, x_{(3)} + x_{(3)}\} = \\ = 1/2\max\{12, 10, 14\} = 7;$$

Таким образом, $G^{E\Delta}(X) = [\alpha, \beta] = [5, 7]$. ♦

2. ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПН-СРЕДНИХ

Практически важным и теоретически интересным представляется вопрос о том, насколько сильно могут изменяться средние величины при небольшом изменении исходных данных (1).

Поскольку $G^{\varnothing}(X) = \bar{X} = [x_{(1)}; x_{(n)}]$, то малое изменение величин x_i может привести лишь к малому изменению чисел $x_{(1)}$ и $x_{(n)}$, так что множество средних $G^{\varnothing}(X)$ является устойчивым.

А вот средняя по P_E может быть неустойчивой в том смысле, что сколь угодно малое изменение (сдвиг) даже только одной из точек в множестве X может привести к «большому» изменению множества $G^E(X)$. Следующие примеры иллюстрируют такую возможность.

Пример 2. Для $X = \{1, 2, 3\}$ имеем: $G^E(X) = [1{,}5; 2{,}5]$. Однако при сколь угодно малом положительном числе ε для $X^{\varepsilon} = \{1, 2 - \varepsilon, 3\}$ оказывается, что $G^E(X^{\varepsilon}) = [1{,}5 - 0{,}5\varepsilon; 2]$. Правая граница отрезка средних по P_E изменилась сразу на 0,5. ♦

Пример 3. Для $X = \{10, 25, 40, 110\}$ имеем: $G^E(X) = [25, 60]$. Однако при сколь угодно малом положительном числе ε для $X^{\varepsilon} = \{10, 25, 40 + \varepsilon, 110\}$ оказывается, что $G^E(X^{\varepsilon}) = [17{,}5; 60]$. В этом примере примечательно еще и то, что левая граница средних по P_E уменьшилась на 7,5 при том, что координата одной из точек множества X увеличилась на ε. ♦

Выясним теперь, устойчива ли средняя по $P_{E\Delta}$.

Пример 4. В условиях примера 2 имеем: $G^{E\Delta}(X) = \{2\}$ и $G^{E\Delta}(X^{\varepsilon}) = [2 - \varepsilon; 2]$. Здесь отклонение одной из точек множества X на ε приводит к отклонению одной из границ средних по $P_{E\Delta}$ также на ε. ♦

Пример 5. В условиях примера 3 имеем: $G^{E\Delta}(X) = [32{,}5; 60]$ и $G^{E\Delta}(X^{\varepsilon}) = [32{,}5 + 0{,}5\varepsilon; 60]$. В этом примере отклонение одной из точек множества X на ε приводит к отклонению одной из границ средних по $P_{E\Delta}$ на $0{,}5\varepsilon$. ♦

Рассмотрим общий случай. Пусть множество X точек (1) изменилось до множества $X^{\varepsilon} = \{x_1 + \varepsilon_1, x_2 + \varepsilon_2, ..., x_n + \varepsilon_n\}$, где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_n$ — произвольные вещественные числа.

Утверждение 2. *Средняя по $P_{E\Delta}$ является устойчивой в таком смысле: при изменении множества точек X до X^{ε} границы множества средних $G^{E\Delta}(X) = [\alpha, \beta]$ изменятся не более, чем на величину*

$$\max\{|\varepsilon_1|, |\varepsilon_2|, ..., |\varepsilon_n|\}. \quad (4)$$

Таким образом, средние по $P_{\varnothing}$ и по $P_{E\Delta}$ являются устойчивыми к малым изменениям данных (1), а средние по P_E могут быть весьма неустойчивыми.

3. СЛУЧАЙ ДАННЫХ С ПОВТОРЕНИЯМИ

Пусть имеется совокупность данных с повторениями: величина x_1 повторяется β_1 раз, величина x_2 повторяется β_2 раз, ..., величина x_n повторяется β_n раз, т. е. вместо данных (1) имеется таблица:

Таблица 1

Данные с повторениями

Значение x_i	x_1	x_2	...	x_n
Вес β_i	β_1	β_2	...	β_n

В статистике числа β_i называются весами, или (абсолютными) частотами, и они используются для расчетов взвешенных средних. Например, средняя взвешенная арифметическая рассчитывается по формуле:

$$g^1(X) = \frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}\beta_i x_i,$$

где $\sigma = \beta_1 + \beta_2 + ... + \beta_n$.

Все результаты, полученные ранее, включая определения ПН-средних, сразу переносятся и на этот, более общий случай, так как можно рассматривать совокупность величин $x_1, x_1, ..., x_1$ (всего β_1 штук), x_2 (всего β_2 штук) и т. д., т. е. представить данные из табл. 1 в виде (1):

$$(\underbrace{x_1, ..., x_1}_{\beta_1}, \underbrace{x_2, ..., x_2}_{\beta_2}, ..., \underbrace{x_n, ..., x_n}_{\beta_n}).$$

Однако применение прежних методов построения ПН-средних здесь может оказаться весьма обременительным, если размерность задачи резко возрастет. Поэтому целесообразно пользоваться решающими правилами, разработанными в теории количественной важности критериев с непрерывной (континуальной) шкалой [6], рассматривая натуральные числа β_i как количественные величины важности критериев, а вместо обозначений P^E и $P^{E\Delta}$ соответствующих отношений использовать обозначения P^β и $P^{\beta\Delta}$.

Для формулировки указанных правил для векторных оценок y и z введем в рассмотрение такие множество и величины:

$$W(y, z) = \{y_1\} \cup \{y_2\} \cup \ldots \cup \{y_n\} \cup \{z_1\} \cup \{z_2\} \cup \ldots \\ \ldots \cup \{z_n\} = \{w_1, w_2, \ldots, w_q\}, \quad w_1 > w_2 > \ldots > w_q;$$

$$b_k(y) = \sum_{i: y_i \geq w_k} \beta_i, \quad b_k(z) = \sum_{i: z_i \geq w_k} \beta_i, \\ k = 1, 2, \ldots, q - 1. \tag{5}$$

Решающее правило для отношения P^β:

$$yP^\beta z \Leftrightarrow b_k(y) \leq b_k(z), \quad k = 1, 2, \ldots, q - 1, \tag{6}$$

причем хотя бы одно из неравенств является строгим.

Решающее правило для отношения $P^{\beta\Delta}$:

$$yP^{\beta\Delta} z \Leftrightarrow \sum_{j=1}^{k} b_j(y)(w_j - w_{j+1}) \leq \\ \leq \sum_{j=1}^{k} b_j(z)(w_j - w_{j+1}), \\ k = 1, 2, \ldots, q - 1, \tag{7}$$

причем хотя бы одно из неравенств является строгим.

Пример 6. Исходные данные заданы в табл. 2.

Таблица 2

Данные к примеру 6

Значение x_i	1	2	4	5	7	9	11
Вес β_i	2	1	4	1	2	3	1

С помощью решающих правил (6) и (7) сравним точки 5 и 3, имеющие векторные оценки

$$y = f(5) = (4, 3, 1, 0, 2, 4, 6) \text{ и}$$

$$z = f(3) = (2, 1, 1, 2, 4, 6, 8).$$

Здесь $\sigma = 14$, $W = (8, 6, 4, 3, 2, 1, 0)$, так что $q = 7$.

Для сокращения записи с учетом формул (5) и (7) введем в рассмотрение векторы:

$$b(y) = (b_1(y), b_2(y), \ldots, b_6(y)),$$

$$b(z) = (b_1(z), b_2(z), \ldots, b_6(z));$$

$$d(y) = (d_1(y), d_2(y), \ldots, d_6(y)),$$

$$d(z) = (d_1(z), d_2(z), \ldots, d_6(z)),$$

где

$$d_k(y) = \sum_{j=1}^{k} b_j(y)(w_j - w_{j+1}), \quad d_k(z) = \sum_{j=1}^{k} b_j(z)(w_j - w_{j+1}), \\ k = 1, 2, \ldots, 6.$$

Согласно формулам (5) и (7) имеем:

$$b(y) = (0, 1, 6, 7, 9, 13), \; b(z) = (1, 4, 6, 6, 9, 14);$$

$$d(y) = (0, 2, 8, 15, 24, 37), \; d(z) = (2, 10, 16, 22, 31, 45).$$

Поскольку $b_1(y) = 0 < b_1(z) = 1$, но $b_4(y) = 7 > b_1(z) = 6$, то, согласно правилу (6), неверно ни $yP^\beta z$, ни $zP^\beta y$. Однако, так как все шесть неравенств (7) выполнены, и среди них есть строгое, то верно $yP^{\beta\Delta} z$. ♦

А формулу (3) удобнее использовать, предварительно представив данные с повторениями в виде (1).

Пример 7. Представим данные из примера 6 (из табл. 2) в виде (1), для удобства сведя их в табл. 3, в которой указаны и номера точек i (для удобства введено обозначение $x_{(i)}$).

Таблица 3

Данные к примеру 7

Номер i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Значение $x_{(i)}$	1	1	2	4	4	4	4	5	7	7	9	9	9	11

Пользуясь формулами (3), последовательно вычисляем:

$$\alpha = 1/2\min\{x_{(1)} + x_{(14)}, x_{(2)} + x_{(13)}, x_{(3)} + x_{(12)}, x_{(4)} + x_{(11)}, \\ x_{(5)} + x_{(10)}, x_{(6)} + x_{(9)}, x_{(7)} + x_{(8)}\} = \\ = 1/2\min\{1 + 11, 1 + 9, 2 + 9, 4 + 9, 4 + 7, 4 + 7, \\ 4 + 5\} = 1/2\min\{12, 10, 11, 13, 11, 9\} = 4{,}5;$$

$$\beta = 1/2\max\{x_{(1)} + x_{(14)}, x_{(2)} + x_{(13)}, x_{(3)} + x_{(12)}, x_{(4)} + x_{(11)}, \\ x_{(5)} + x_{(10)}, x_{(6)} + x_{(9)}, x_{(7)} + x_{(8)}\} = \\ = 1/2\max\{12, 10, 11, 13, 11, 11, 9\} = 6{,}5.$$

Таким образом, $G^{\beta\Delta}(X) = [4{,}5; 6{,}5]$. ♦

4. СЛУЧАЙ ДАННЫХ С НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЯМИ

Пусть заданы не точные данные — числа x_i, а данные с неопределенностями $\tilde{x}_i$. Причинами появления неопределенности могут быть ошибки измерения, округление данных, их группировки и т. д.

Если эти данные — случайные величины $\tilde{x}_i$, то критерии оказываются функциями случайных величин: $\tilde{f}_i(x) = |x - \tilde{x}_i|$. Если известны распределения вероятностей случайных величин $\tilde{x}_i$, то можно перейти к математическим ожиданиям $\bar{f}_i(x) = E[\tilde{f}_i(x)]$. В частности, если случайная величина $\tilde{x}_i$ имеет равномерное распределение на отрезке $[a_i, b_i]$ (например, вследствие округления данных), то

$$\bar{f}_i(x) =$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{2}(a_i + b_i) - x, x \le a_i, \\ \frac{1}{b_i - a_i}\left(x^2 - x(a_i + b_i) + \frac{1}{2}(a_i^2 + b_i^2)\right), a_i < x < b_i, \\ x - \frac{1}{2}(a_i + b_i), x \ge b_i. \end{cases} \quad (8)$$

Вывод этой формулы приведен в Приложении. График функции (8) представлен на рисунке.

Если известны только множества X_i возможных значений данных, то можно воспользоваться одним из принципов принятия решений при неопределенности [7]. Для принципа недостаточного основания, согласно которому распределения вероятностей на множестве X_i принимаются равномерными, получаем $\bar{f}_i(x) = E[\tilde{f}_i(x)]$ для этих распределений. Для принципа максимина получаем $f_i^*(x) = \max_{x_i \in X_i} |x - x_i|$. Если множество X_i есть отрезок $[a_i, b_i]$, то, как легко видеть,

$$f_i^*(x) = \begin{cases} b_i - x, x \le \frac{1}{2}(a_i + b_i), \\ x - a_i, x > \frac{1}{2}(a_i + b_i). \end{cases} \quad (9)$$

Можно использовать и общепринятый в статистике прием — заменить отрезки $[a_i, b_i]$ их серединами — точками $\frac{1}{2}(a_i + b_i)$, и тогда критериями будут функции

$$f_i^c(x) = \left| x - \frac{1}{2}(a_i + b_i) \right|. \quad (10)$$

Графики функций (9) и (10) представлены на рисунке.

Таким образом, задача формально оказывается приведенной в рамки рассмотренного ранее случая точных данных x_i. Вопрос о том, какой из возможных способов такого приведения лучше применять при решении той или иной прикладной задачи, требует специальных исследований. Однако можно сразу указать следующее:

- верно равенство $f_i^*(x) = f_i^c(x) + \frac{1}{2}(b_i - a_i)$; поэтому если длины всех интервалов равны, то все соответствующие ПН-средние будут равными;

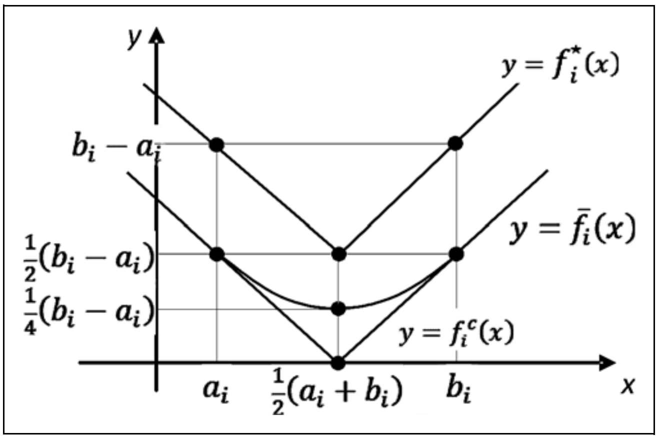


Рис. Графики функций $y = f_i^*(x)$, $y = \bar{f}_i(x)$ и $y = f_i^c(x)$ (вне отрезка $[a_i, b_i]$ графики двух последних функций совпадают)

- поскольку $\bar{f}_i(x)$ и $f_i^c(x)$ вне отрезка $[a_i, b_i]$ равны, то при «небольших» длинах этих отрезков по сравнению с размахом величин данных $b_n - a_1$ соответствующие ПН-средние будут отличаться «не сильно».

Обозначим через $G^E(X, f)$ и $G^{E\Delta}(X, f)$ множество средних по P_E и, соответственно, по $P_{E\Delta}$ точек при использовании функции $f(x) = (f_1(x), ..., f_n(x))$ в качестве вектора расстояний от точки x до отрезков множества X.

Пример 8. Определим ПН-среднее по P_E для $X = \{1, [2 - \varepsilon; 2 + \varepsilon], 5\}$. Здесь крайние точки 1 и 5 известны точно, а точка 2 измерена с погрешностью $\varepsilon > 0$.

При использовании функции расстояний $f_i^c(x)$ получаем среднее $G^E(X, f^c) = [1,5; 3]$.

При использовании функции расстояний $f_i^*(x)$, по сравнению с функцией $f_i^c(x)$, к расстоянию до измеренной с погрешностью точки добавляется константа ε. В результате получаем среднее

$$G^E(X, f^*) = \begin{cases} [1;\ 1 + \varepsilon) \cup \left[1{,}5 + \frac{1}{2}\varepsilon;\ 3\right], 0 < \varepsilon < 1, \\ [1;\ 3], \varepsilon \ge 1. \end{cases}$$

При использовании функции расстояний $\bar{f}_i(x)$ получаем среднее

$$G^E(X, \bar{f}) = \begin{cases} [1;\ 1 + \varepsilon) \cup [1{,}5;\ 3], 0 < \varepsilon < 0{,}5, \\ [1;\ 3], \varepsilon \ge 0{,}5. \end{cases} \blacklozenge$$

Когда длины всех интервалов равны, например, когда все точки из множества X измерены с одинаковой погрешностью, оказывается, что ПН-средние по P_E совпадают при любых из рассмотренных функциях расстояний: $G^E(X, f^*) = G^E(X, \bar{f}) = G^E(X, f^c)$. Это следует из того, что $f_i^*(x') \le f_i^*(x'') \Leftrightarrow \bar{f}_i(x') \le \bar{f}_i(x'') \Leftrightarrow f_i^c(x') \le f_i^c(x'')$ для любых точек x' и x'', а также $f_i^*(x) \le f_j^*(x) \Leftrightarrow \bar{f}_i(x) \le \bar{f}_j(x) \Leftrightarrow f_i^c(x) \le f_j^c(x)$ для любых номеров i и j из множества $\{1, ..., n\}$. Поэтому отношения P_E, определяемые правилами (2), совпадают для указанных трех функций расстояний.

При равных длинах интервалов ПН-средние по $P_{E\Delta}$ могут отличаться для функции расстояний $\bar{f}_i(x)$, как показано в следующем примере.

Пример 9. Определим ПН-среднее по $P_{E\Delta}$ для $X = \{[1 - \varepsilon; 1 + \varepsilon], [2 - \varepsilon; 2 + \varepsilon], [5 - \varepsilon; 5 + \varepsilon]\}$. Здесь все точки измерены с одинаковой погрешностью $\varepsilon > 0$.

При использовании функции расстояний $f_i^c(x)$ получаем среднее $G^{E\Delta}(X, f^c) = [2; 3]$.

При использовании функции расстояний $\bar{f}_i(x)$ получаем среднее

$$G^{E\Delta}(X, \bar{f}) = \begin{cases} [2;\ 3],\ 0 < \varepsilon \le 1, \\ \left[1{,}5 + \frac{1}{2}\varepsilon;\ 3\right],\ 1 < \varepsilon < 2\frac{1}{3}, \\ \left[2\frac{2}{3};\ 3\right],\ \varepsilon \ge 2\frac{1}{3}. \end{cases}$$

Заметим, что в этом примере при увеличении ε левая граница отрезка ПН-средних по $P_{E\Delta}$ переместилась из медианы в среднее арифметическое. ♦

5. СЛУЧАЙ ПОРЯДКОВЫХ ДАННЫХ

Пусть шкала, в которой измерены данные, образующие множество $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$, является порядковой. Удаленность («расстояние») $\delta(x', x'')$ точки x' от точки x'', среди которых есть точка из множества X, будем оценивать числом шагов «по кочкам» — точкам из множества X. Пусть $f(x) = (f_1(x), f_2(x), ..., f_n(x))$, где $f_i(x) = \delta(x, x_i)$. Здесь имеет смысл рассматривать только ПН-средние по $P_\varnothing$ и P_E.

Утверждение 3. *Средними по $P_\varnothing$ являются все заданные точки, и только они: $G^\varnothing(X) = X$.*

Утверждение 4. *При нечетном n медиана $\mu_X = x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$ является и средней по P_E, а при четном n средними по P_E являются точки $x_{\left(\frac{n}{2}\right)}$ и $x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}$. Если в множестве X нет совпадающих точек, то указанные одна точка (при нечетном n) или две точки (при четном n) исчерпывают множество средних $G^E(X)$.*

Пример 10. Пусть $n = 3$ и $x_1 < x_2 < x_3$ (можно записать любые числа, удовлетворяющие этим неравенствам). Обозначим через x_0, x_{12}, x_{23} и x_4 произвольные точки, лежащие соответственно левее x_1, между x_1 и x_2, между x_2 и x_3 и правее x_3. Тогда

$$f(x_0) = (1, 2, 3),\quad f(x_1) = (0, 1, 2),\quad f(x_{12}) = (1, 1, 2),$$
$$f(x_2) = (1, 0, 1),\quad f(x_{23}) = (2, 1, 1),\quad f(x_3) = (2, 1, 0),$$
$$f(x_4) = (3, 2, 1).$$

Множество точек, недоминируемых по $P_\varnothing$, есть $X = \{x_1, x_2, x_3\}$. Далее:

$$f_\uparrow(x_1) = (0, 1, 2),\quad f_\uparrow(x_2) = (0, 1, 1),\quad f_\uparrow(x_3) = (0, 1, 2),$$

и поэтому единственной недоминируемой по P_E точкой является $\mu_X = x_2$. ♦

Пример 11. Пусть $n = 3$ и $x_1 = x_2 < x_3$. Аналогично примеру 10, можно убедиться в том, что множество точек, недоминируемых по $P_\varnothing$, есть $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ и двумя недоминируемыми по P_E точками являются x_1 и x_2. ♦

Пример 12. Пусть $n = 4$ и $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$. Используя обозначения, аналогичные обозначениям из примера 10, имеем:

$$f(x_0) = (1, 2, 3, 4),\quad f(x_1) = (0, 1, 2, 3),$$
$$f(x_{12}) = (1, 1, 2, 3),\quad f(x_2) = (1, 0, 1, 2),$$
$$f(x_{23}) = (2, 1, 1, 2),\quad f(x_3) = (2, 1, 0, 1),$$
$$f(x_{34}) = (3, 2, 1, 1),\quad f(x_4) = (3, 2, 1, 0),$$
$$f(x_5) = (4, 3, 2, 1).$$

Множество недоминируемых по $P_\varnothing$ точек есть $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$. Далее:

$$f_\uparrow(x_1) = (0, 1, 2, 3),\quad f_\uparrow(x_2) = (0, 1, 1, 2),$$
$$f_\uparrow(x_3) = (0, 1, 1, 2),\quad f_\uparrow(x_4) = (0, 1, 2, 3),$$

и поэтому недоминируемыми по P_E точками являются x_2 и x_3. ♦

Пример 13. Пусть $n = 5$ и $x_1 = x_2 < x_3 < x_4 < x_5$. Тогда

$$f(x_1) = f(x_2) = (0, 0, 1, 2, 3),\quad f(x_3) = (1, 1, 0, 1, 2),$$
$$f(x_4) = (2, 2, 1, 0, 1),\quad f(x_5) = (3, 3, 2, 1, 0).$$
$$f_\uparrow(x_1) = f_\uparrow(x_2) = (0, 0, 1, 2, 3),\quad f_\uparrow(x_3) = (0, 1, 1, 1, 2),$$
$$f_\uparrow(x_4) = (0, 1, 1, 2, 2),\quad f_\uparrow(x_5) = (0, 1, 2, 3, 3).$$

Здесь недоминируемыми по P_E точками являются x_1, x_2 и медиана x_3. ♦

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Многокритериальный подход к определению средних оказался эффективным для самых различных видов исходных данных, в том числе данных с неопределенностями и порядковых данных.

Среди введенных таким образом средних наиболее перспективными для практического применения являются средние по $P_{E\Delta}$: множество таких средних $G^{E\Delta}(X)$ имеет простую структуру (является отрезком вида [α, β]) и устойчиво к малым изменениям исходных данных. Кроме того, разработан простой и точный аналитический метод построения множества $G^{E\Delta}(X)$: найдены формулы для расчета границ отрезка — величин α и β. Для упрощенного применения указанной средней отрезок [α, β] можно представлять одной точкой — его серединой $\gamma = 1/2\ (\alpha + \beta)$, которую можно назвать *сконцентрированной*, или *стянутой средней* (*по* $P_{E\Delta}$).

Отметим также принципиальное отличие многокритериального подхода к определению понятия средней от подхода, разработанного в теории агрегирующих функций (aggregation function) [8], в которой под средней понимается такое значение числовой функции n переменных x_i, обладающей заранее заданными специальными свойствами (например, симметричностью, монотонностью по каждой переменной и т. д.), которое наиболее близко в определенном смысле ко множеству X.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство утверждения 1. Введем в рассмотрение функции $\sigma_k(x) = f_{[1]}(x) + f_{[2]}(x) + ... + f_{[k]}(x)$, $k = 1, 2, ..., n$. В статье [1] выяснено, что эти функции являются выпуклыми кусочно-линейными и их точки минимума на числовой прямой Re составляют отрезки $M_k = [a_k, b_k]$ (но некоторые отрезки стягиваются в одну точку). Оказывается, что $\alpha = \min\limits_k b_k$, $\beta = \max\limits_k a_k$.

Лемма 1. *Координаты концов отрезков* $M_k = [a_k, b_k]$ *можно выразить аналитически через координаты точек из множества* X:

для нечетных

$$k = 2p - 1,\ p = 1, ..., h_1:\quad M_k = \{1/2(x_{(p)} + x_{(n+1-p)})\}; \tag{П1}$$

для четных

$$k = 2p,\ p = 1, ..., h_2:\ M_k = [1/2(x_{(p)} + x_{(n-p)});\ 1/2(x_{(1+p)} + x_{(n+1-p)})], \tag{П2}$$

где $h_1 = \lfloor (n + 1)/2 \rfloor$ *— целая часть числа* $(n + 1)/2$, $h_2 = \lfloor n/2 \rfloor$ *— целая часть числа* $n/2$.

Доказательство леммы 1. Сумма $\sigma_k(x)$ включает в себя расстояния от точки x до $l(x)$ крайних слева (на числовой оси) и до $r(x)$ крайних справа точек множества X. При этом числа $l(x)$ и $r(x)$ — целые, неотрицательные, в сумме равные k. Функция $\sigma_k(x)$ сначала при $l(x) < r(x)$ убывает, а потом при $l(x) > r(x)$ возрастает. В промежуточных положениях x^* функция принимает минимальные значения. Рассмотрим их детально.

Для нечетных $k = 2p - 1$, где $p = 1, ..., h_1$, числа $l(x)$ и $r(x)$ не могут быть равны и поэтому минимум функции находится в одной точке x^*, слева от которой $l(x^* - \varepsilon) < r(x^* - \varepsilon)$, а справа $l(x^* + \varepsilon) > r(x^* + \varepsilon)$, где $\varepsilon > 0$. Такая точка x^* находится ровно посередине между p-й точкой слева и p-й точкой справа, так как в этом случае выполняется условие $r(x^* - \varepsilon) \ge p > l(x^* - \varepsilon)$ и $l(x^* + \varepsilon) \ge p > r(x^* + \varepsilon)$. Следовательно, формула (П1) верна.

Для четных $k = 2p$, где $p = 1, ..., h_2$, множество M_k — отрезок, на котором $l(x^*) = r(x^*) = p$. Покажем, что левая граница этого отрезка — точка $x^*_{\min}$ — находится посередине между p-й точкой слева и $(p + 1)$-й точкой справа. Для нее выполняется условие $r(x^*_{\min} - \varepsilon) \ge p + 1$ и $l(x^*_{\min} + \varepsilon) \ge p$. Покажем, что правая граница этого отрезка — точка $x^*_{\max}$ — находится посередине между $(p + 1)$-й точкой слева и p-й точкой справа. Для нее выполняется условие $r(x^*_{\max} - \varepsilon) \ge p$ и $l(x^*_{\max} + \varepsilon) \ge p + 1$. Следовательно, $M_k = [x^*_{\min}, x^*_{\max}]$ и формула (П2) верна. Лемма 1 доказана полностью. •

Отметим прямые следствия из формул (П1) и (П2):

— при нечетных k отрезки M_k вырождаются в точки; в частности, M_1 есть центральная точка $1/2(x_{(1)} + x_{(n)})$;

— M_n при любом n является медианой:

при нечетном $k = n = 2p - 1$, $p = h_1$: $x_{(p)} = x_{(n+1-p)}$;

при четном $k = n = 2p$, $p = h_2$: $x_{(p)} = x_{(n-p)}$; $x_{(1+p)} = x_{(n+1-p)}$.

Покажем, что для определения границ α и β из формул (П1) и (П2) достаточно использовать только формулу (П1).

Поскольку $h_1 \ge h_2$ и $x_{(p)} + x_{(n+1-p)} \le x_{(1+p)} + x_{(n+1-p)}$, то $b_{2p-1} \le b_{2p}$ для всех $p = 1, ..., h_2$. Следовательно, для определения $\alpha = \min\limits_k b_k$ достаточно рассмотреть только числа b_k с нечетным индексом k.

Поскольку $h_1 \ge h_2$ и $x_{(p)} + x_{(n+1-p)} \ge x_{(p)} + x_{(n-p)}$, то $a_{2p-1} \ge a_{2p}$ для всех $p = 1, ..., h_2$. Следовательно, для определения $\beta = \max\limits_k a_k$ также достаточно рассмотреть только числа a_k с нечетным индексом k.

Формулы (3) получаются путем простых алгебраических преобразований из формулы (П1). Утверждение 1 доказано. ♦

Доказательство утверждения 2. Докажем сначала вспомогательное утверждение.

Лемма 2. *Пусть первая по порядку точка в множестве* X^ε *имеет смещение относительно первой по порядку точ-*

ки в множестве X на величину δ_1, вторая по порядку на величину δ_2 и т. д. Тогда выполняется неравенство

$$\max\{|\delta_1|, |\delta_2|, ..., |\delta_n|\} \le \max\{|\varepsilon_1|, |\varepsilon_2|, ..., |\varepsilon_n|\}. \qquad (П3)$$

Доказательство леммы 2. Вначале докажем справедливость неравенства (П3) для случая двух точек $x_1 < x_2$. При сохранении порядка точек в X^ε выражение (П3) выполняется как равенство. Пусть порядок точек изменился, т. е. $x_1 + \varepsilon_1 > x_2 + \varepsilon_2$.

При $|\varepsilon_1| \ge |\varepsilon_2|$ неравенство справедливо только при $\varepsilon_1 > 0$. Тогда:

из $(x_2 + \varepsilon_2) - x_1 < \varepsilon_1 = |\varepsilon_1|$ и $x_1 - (x_2 + \varepsilon_2) < -\varepsilon_2 < |\varepsilon_1|$ следует $|\delta_1| < |\varepsilon_1|$;

из $(x_1 + \varepsilon_1) - x_2 < \varepsilon_1 = |\varepsilon_1|$ и $x_2 - (x_1 + \varepsilon_1) < -\varepsilon_2 < |\varepsilon_1|$ следует $|\delta_2| < |\varepsilon_1|$.

При $|\varepsilon_1| < |\varepsilon_2|$ неравенство справедливо только при $\varepsilon_2 < 0$. Тогда:

из $(x_2 + \varepsilon_2) - x_1 < \varepsilon_1 < |\varepsilon_2|$ и $x_1 - (x_2 + \varepsilon_2) < -\varepsilon_2 = |\varepsilon_2|$ следует $|\delta_1| < |\varepsilon_2|$;

из $(x_1 + \varepsilon_1) - x_2 < \varepsilon_1 < |\varepsilon_2|$ и $x_2 - (x_1 + \varepsilon_1) < -\varepsilon_2 = |\varepsilon_2|$ следует $|\delta_2| < |\varepsilon_2|$.

Для двух точек выражение (П3) доказано. Его смысл заключается в следующем. Вместо множества точек $X^\varepsilon = \{x_1 + \varepsilon_1, x_2 + \varepsilon_2\}$, в котором порядок точек изменился по сравнению с множеством X, можно рассмотреть множество точек $X^\delta = \{x_1 + \delta_1, x_2 + \delta_2\}$, в котором порядок точек не изменился по сравнению с множеством X. При этом множества точек X^ε и X^δ совпадают: $x_1 + \varepsilon_1 = x_2 + \delta_2$, $x_2 + \varepsilon_2 = x_1 + \delta_1$. Но максимальное смещение точек в множестве X^δ по сравнению с множеством X не превышает максимального смещения точек в множестве X^ε по сравнению с множеством X.

Доказанное для двух точек можно обобщить следующим образом. Сначала рассмотрим изменение n точек множества X на множестве X^ε, в котором изменился порядок двух соседних точек. Для этого случая выражение (П3) сохраняется, так как для остальных, не переставленных, точек x_i выполняется равенство $\delta_i = \varepsilon_i$. Затем рассмотрим произвольную перестановку точек при изменении n точек множества X на множестве X^ε. Поскольку произвольная перестановка последовательности элементов может быть получена последовательной перестановкой пар соседних ее элементов, то выражение (П3) сохранится и в этом общем случае. Лемма 2 доказана. •

Из леммы 2 следует, что для доказательства утверждения 2 достаточно рассмотреть случай, когда изменение координат точек из множества X не меняет порядок этих точек в множестве X^ε. Так как при изменении порядка, согласно (П3), оценка сверху (4) не ухудшается.

Согласно Утверждению 1, границы α и β отрезка средних $G^{E\Delta}(X)$ выражаются аналитически через координаты точек x_i по формулам (3), из которых следует справедливость оценок для изменения значений чисел α и β:

$$\Delta\alpha \le \frac{1}{2}\max_{p \in H}(|\varepsilon_{(p)}| + |\varepsilon_{(n+1-p)}|) \le \max\{|\varepsilon_1|, |\varepsilon_2|, ..., |\varepsilon_n|\};$$

$$\Delta\beta \le \frac{1}{2}\max_{p \in H}(|\varepsilon_{(p)}| + |\varepsilon_{(n+1-p)}|) \le \max\{|\varepsilon_1|, |\varepsilon_2|, ..., |\varepsilon_n|\}.$$

Следовательно, оценка сверху (4) верна. ♦

Вывод формулы (8).

Если $x \le a_i$, то

$$E[\tilde{f}_i(x)] = \int_{a_i}^{b_i}(t - x)\frac{dt}{b_i - a_i} = \frac{1}{2}(a_i + b_i) - x,$$

где t — переменная интегрирования. Если $x \ge b_i$, то

$$E[\tilde{f}_i(x)] = \int_{a_i}^{b_i}(x - t)\frac{dt}{b_i - a_i} = x - \frac{1}{2}(a_i + b_i).$$

Если $a_i < x < b_i$, то

$$E[\tilde{f}_i(x)] = \int_{a_i}^{x}(x - t)\frac{dt}{b_i - a_i} + \int_{x}^{b_i}(t - x)\frac{dt}{b_i - a_i} =$$

$$= \frac{1}{b_i - a_i}\left(x^2 - x(a_i + b_i) + \frac{1}{2}(a_i^2 + b_i^2)\right). \ ♦$$

Доказательство утверждения 3. Докажем сначала, что любая точка $x \notin X$ является доминируемой по $P_\varnothing$.

Если $x < x_{(1)}$, то справедливо $x_{(1)}P_\varnothing\, x$, так как $f_i(x) = f_i(x_{(1)}) + 1$, $i = 1, ..., n$.

Если $x > x_{(n)}$, то справедливо $x_{(n)}P_\varnothing\, x$, так как $f_i(x) = f_i(x_{(n)}) + 1$, $i = 1, ..., n$.

Если $x_{(k)} < x < x_{(k+1)}$, где $k = 1, ..., n - 1$, то справедливо как $x_{(k)}P_\varnothing\, x$, так и $x_{(k+1)}P_\varnothing\, x$. Покажем только, что $x_{(k)}P_\varnothing\, x$: для $i = 1, ..., k$ выполняется $f_i(x) = f_i(x_{(k)}) + 1$, а для $i = k + 1, ..., n$ выполняется $f_i(x) = f_i(x_{(k)})$.

Таким образом, любая точка, не принадлежащая множеству X, доминируема по $P_\varnothing$ ближайшими слева и справа (если такие есть) точками из множества X.

Осталось доказать, что каждая точка из X недоминируема по $P_\varnothing$ другими точками из множества X. Для каждой точки $x_{(k)}$, $k = 1, ..., n$, выполняется равенство $f_k(x_{(k)}) = 0$. Для другой точки $x_{(m)}$, $m = 1, ..., n$, $m \ne k$, равенство $f_k(x_{(m)}) = 0$ верно только тогда, когда она совпадает с точкой $x_{(k)}$, в противном случае должно выполняться неравенство $f_k(x_{(m)}) > 0$. Получается, что точка $x_{(k)}$ не может быть доминируема по $P_\varnothing$ не совпадающими с ней точками $x_{(m)}$ из множества X, так как $f_k(x_{(k)}) < f_k(x_{(m)})$. Если же точки $x_{(k)}$ и $x_{(m)}$ совпадают, то ни одна из них не может доминировать по $P_\varnothing$ другую. Утверждение 3 доказано. ♦

Доказательство утверждения 4. Если в множестве X нет совпадающих точек, то для произвольной точки $x_{(k)}$, $k = 1, ..., n$, можно записать в общем виде векторную оценку

$$f(x_{(k)}) = (k, k-1, k-2, ..., 2, 1, 0, 1, 2, ..., n-k-1, n-k).$$

Отсюда сразу видно, что для указанных в утверждении 4 точек $x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$ (при нечетном n) или $x_{\left(\frac{n}{2}\right)}$ и $x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}$ (при четном n) упорядоченные векторные оценки $f_{\uparrow}(x_{(k)})$ будут лучше по $P_{\varnothing}$, чем для всех остальных точек множества X.

В случае, когда совпадения есть, указанные в утверждении 4 точки также будут недоминируемы по P_E, так как они имеют наименьшие максимальные значения $f_{(n)}(x)$. Но помимо них, недоминируемыми по P_E могут быть и другие точки (см. пример 13). Утверждение 4 доказано. ♦

ЛИТЕРАТУРА

1. *Подиновский В.В.*, *Нелюбин А.П.* Средние величины: многокритериальный подход // Проблемы управления. — 2020. — № 5. — С. 3—16. [*Podinovski*, *V.V.*, *Nelyubin*, *A.P.* Mean Quantities: a Multicriteria Approach // Control Sciences. — 2020. — No. 5. — P. 3—16] (In Russian)]
2. *Пфанцагль И.* Теория измерений. — М.: Мир, 1976. [*Pfanzagl*, *J.* Theory of Measurement. — Berlin: Springer, 1971.]
3. *Джини К.* Средние величины. — М.: Статистика, 1970. [*Gini, C.* Le Medie. — Torino: Ulet, 1957.]
4. *Подиновский В.В.* Многокритериальные задачи с однородными равноценными критериями // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1975. — Т. 15. — С. 330—344. [*Podinovskii, V.V.* Multicriterial Problems with Uniform Equivalent Criteria // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics. — 1975. — Vol. 15. — P. 47—60. (In Russian)]
5. *Маршалл А.*, *Олкин И.* Неравенства: теория мажоризации и ее приложения. — М.: Мир, 1983. [*Marshall, A.W., Olkin, I.* Inequalities: Theory of Majorization and Its Applications. — New York: Academic Press, 1979.]
6. *Подиновский В.В.* Количественная важность критериев с непрерывной шкалой первой порядковой метрики // Автоматика и телемеханика. — 2005. — № 9. — С. 129—137. [*Podinovskii, V.V.* The Quantitative Importance of Criteria with a Continuous First-Order Metric Scale // Automation and Remote Control. — 2005. — Vol. 66, no. 9. — P. 1478—1485.]
7. *Льюс Р.Д.*, *Райфа Х.* Игры и решения. Введение и критический обзор. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961. [*Luce*, *R.D.*, *Raiffa*, *H.* Games and Decisions: Introduction and Critical Survey. — New York: Wiley, 1957.]
8. *Beliakov, G.*, *Pradera, A.*, *Calvo, T.* Aggregation Functions: A Guide for Practitioners. — New York: Springer, 2007.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Ф.Т. Алескеровым.

Поступила в редакцию 14.12.2020, после доработки 21.02.2021.
Принята к публикации 24.02.2021.

Подиновский Владислав Владимирович — д-р техн. наук, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», г. Москва, ✉ podinovski@mail.ru,

Нелюбин Андрей Павлович — канд. физ.-мат. наук, Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук, г. Москва, ✉ nelubin@gmail.com.

MEANS: A MULTICRITERIA APPROACH. PART II

V.V. Podinovski[1] and A.P. Nelyubin[2]

[1] National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia

[2] Mechanical Engineering Research Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

[1]✉ podinovski@mail.ru, [2]✉ nelubin@gmail.com

Abstract. In a recent paper by the authors (see *Control Sciences* 2020, no. 5), a new approach to determining means was proposed, and some of their properties were investigated. Being a direct continuation, this paper presents new properties of the means. Their stability to small changes in the initial data is studied, and stable means are identified. The cases of data with repetitions, data with uncertainty, and ordinal data are considered. A simple and accurate analytical method for constructing a set of means is suggested in the applications-relevant case when the closeness of a point to the given ones is estimated using the first ordinal metric scale of criteria. The presentation is accompanied by simple calculation examples that illustrate the main theoretical results.

Keywords: means, multicriteria choice problems, preference relations, criteria importance theory, theory of majorization.

Funding. This work was supported by the Russian Academic Excellence Project «5-100».

УДК 519.711 DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2021.2.4

МОДЕЛЬ САМООРГАНИЗАЦИИ АВТОНОМНЫХ АГЕНТОВ В ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОЙ СРЕДЕ[1]

З.Б. Сохова, В.Г. Редько

Аннотация. Развита модель самоорганизации автономных агентов, функционирующих в прозрачной децентрализованной среде. Прозрачность среды означает, что вся информация о среде и сообществе агентов открыта. Агенты предоставляют всему сообществу информацию о собственном текущем ресурсе и намерениях. Среда состоит из ячеек, которые в процессе функционирования могут вырабатывать новый ресурс, используя ресурсы, которые они получают от агентов. Агентам известны также эффективности и собственные ресурсы ячеек. В работе на основе многоагентного подхода рассматривается задача эффективного распределения ресурса агентов по ячейкам и анализируются различные варианты этих распределений. Агенты действуют рационально, исходя из своих собственных целей. Предложен итерационный метод распределения ресурса агентов по ячейкам, в котором агенты обмениваются информацией для принятия решений. Проведено компьютерное моделирование для нескольких режимов работы модели: без обучения, с итерациями; с обучением, с итерациями; без обучения, без итераций; с обучением, без итераций. Результаты проведенного компьютерного моделирования демонстрируют, что суммарный ресурс сообщества агентов получается значительно выше в модели с обучением и итерациями. Показано, что агенты в результате самоорганизации и обучения распределяются так, чтобы в каждой ячейке их число было небольшим. Проведенные эксперименты показали, что обучение работает только совместно с итерациями.

Ключевые слова: многоагентные системы, самоорганизация, децентрализация, прозрачная среда.

ВВЕДЕНИЕ

В исследованиях по искусственному интеллекту в последние десятилетия получила широкое распространение теория *многоагентных систем*. Многоагентный подход применяется при решении задач оптимизации и управления, моделировании коллективного поведения, моделировании рынков, в задачах распределения инвестиций. В отличие от таких направлений, как динамические системы, дискретно-событийное моделирование, системная динамика, в данном подходе важны индивидуальные характеристики агентов и их локальное взаимодействие. Это позволяет строить модель «снизу вверх». Благодаря этому, можно наблюдать за тем, как взаимодействие агентов влияет на общее поведение всей системы в целом. В настоящее время существует множество моделей и направлений исследований в этой области [1—4]. Одним из таких направлений являются *самоорганизующиеся* многоагентные системы [5, 6]. Важность понятия «*самоорганизация*» подчеркивалась в работе У. Эшби [7]. Многоагентные системы позволяют исследовать процессы самоорганизации, дают возможность описать сложные системы и обладают высокой гибкостью. Отметим также работы по многоагентным системам и близкие работы по сообществам роботов [8, 9].

В теории многоагентных систем часто встречаются два близких понятия: распределенный искусственный интеллект (РИИ) и децентрализованный искусственный интеллект (ДИИ). Отметим, чем они различаются. Если говорить о задачах, ко-

[1] Работа выполнена в рамках государственного задания по проведению фундаментальных научных исследований в НИИСИ РАН, проект № 0065-2019-0003.

торые решаются в рамках этих подходов, можно указать, что РИИ занимается совместным решением глобальных проблем распределенной группой агентов. Решение задачи является совместным в том смысле, что взаимный обмен информацией помогает выполнить одну общую задачу. В отличие от РИИ, ДИИ сосредоточен на деятельности автономного агента в мультиагентном мире. При таком подходе понятие «агент» используется в широком смысле для обозначения субъекта, который действует рационально, исходя из своих собственных целей. При этом существование автономного агента возможно независимо от существования других автономных агентов. Автономные агенты могут сотрудничать и обмениваться информацией в общем мире для выполнения личных или глобальных задач. Таким образом, в РИИ изначально определяется некоторая глобальная задача и нужно спроектировать распределенные объекты, чтобы ее решить. В ДИИ сначала определяются децентрализованные автономные объекты, и основная задача заключается в изучении поведения этих автономных сущностей, чтобы получить представление о том, какие задачи они способны выполнять [10]. В настоящей работе применяется децентрализованный подход.

Особый интерес в многоагентном моделировании представляют такие явления, как «конкуренция» и «сотрудничество». В работе [11] Р. Аксельрод, основываясь на теории игр и компьютерном моделировании, экспериментально доказывает выгодность сотрудничества для двух конкурирующих игроков. В указанной работе строится и исследуется многоагентная модель, состоящая из сообщества конкурирующих агентов, в которой каждый агент принимает решение самостоятельно, при этом, благодаря сотрудничеству (обмен информацией и прозрачность среды) и обучению, возможно более эффективное функционирование всей системы в целом.

Настоящая статья представляет собой развитие предыдущих работ авторов, выполненных при исследовании процессов коллективного поведения в прозрачной среде [12—14]. Отметим, что термин «прозрачная среда» не является строгим термином, принятым в научном сообществе. Но в последние годы он часто встречается в социально-экономических исследованиях. В нашей работе данный термин близок к термину «прозрачный рынок», который используется в экономике [15]. Основная цель настоящей работы — показать, что автономные агенты могут в процессе конкуренции и сотрудничества распределиться по ячейкам по одному или небольшими группами, используя обучение и итерационный обмен информацией о состоянии среды.

1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Приведем формальное описание исследуемой модели. Пусть имеется некая среда, состоящая из нумерованных ячеек. Число ячеек фиксировано и равно M. Каждая ячейка характеризуется своей эффективностью k_i и собственным ресурсом R_{i0}, который не меняется в течение времени. Будем полагать, что в процессе функционирования каждая ячейка, используя имеющийся ресурс, может вырабатывать новый ресурс. В данной работе ресурс аналогичен капиталу инвесторов и производителей в работах [12—14], а ячейки подобны производителям. Но в отличие от работ [12—14], в настоящей статье собственный ресурс ячейки не меняется. Параметр k_i характеризует то, насколько эффективно i-я ячейка может обработать имеющийся у нее ресурс.

В среде функционирует сообщество, состоящее из N агентов. Агенты также характеризуются размером ресурса K_j, который у них имеется. Агент выделяет часть своего ресурса для некоторой ячейки и получает от нее часть выработанного ресурса. Причем j-й агент получает часть выработанного ресурса от i-й ячейки пропорционально сделанному им вкладу в данную ячейку. Агенты функционируют в течение T периодов времени в прозрачной среде аналогично тому, как это представлено в работах [12—14], т. е. агентам открыта информация об эффективности ячеек и суммарном ресурсе, который будет у ячейки после получения ресурса от других агентов.

Отметим, что в целом время разбито на периоды, а в течение каждого периода происходит достаточно большое число итераций. Номер периода $T = 1, 2, ..., N_T$, номер итерации $t = 1, 2, ..., t_{\max}$. Один период T включает в себя несколько этапов:

— этап 1 — итерационный процесс принятия решений агентами о том, какую часть ресурса конкретный агент может выделить той или иной ячейке,

— этап 2 — выделение ресурса агентами для ячеек,

— этап 3 — получение агентами нового выработанного ресурса от ячеек,

— этап 4 — обучение агентов.

В начале периода T агенты принимают решение о том, какую часть своего ресурса нужно выделить для определенной ячейки. Данное решение принимается в течение *итерационного процесса* (этап 1), который будет детально описан ниже. Агент может выбрать любое число ячеек для распределения ресурса.

Опишем сначала этапы 2 и 3 в периоде T. Будем считать, что суммарный ресурс, который будет в

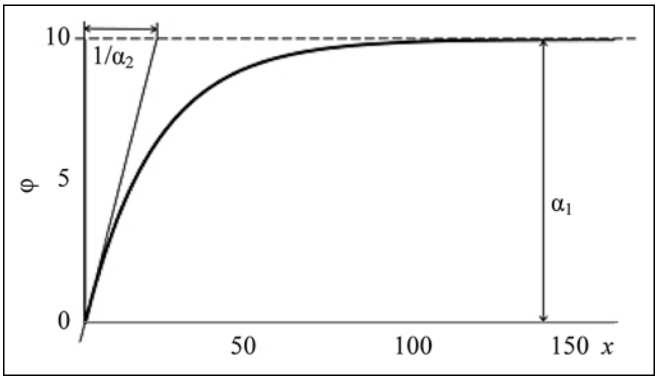


Рис. 1. Графический вид функции эффективности, $\alpha_1 = 10$, $\alpha_2 = 0{,}05$

i-й ячейке после получения ресурсов от агентов, т. е. после этапа 1, равен

$$R_i = R_{i0} + \sum_{j=1}^{N} r_{ij}, \qquad (1)$$

где r_{ij} — величина ресурса, выделенного j-м агентом для i-й ячейки. При этом величина ресурса, который могут получить все агенты суммарно от i-й ячейки, равна

$$E_i(R_i) = \exp(-k_s s_i) k_i \varphi_i(R_i), \qquad (2)$$

где k_i — эффективность i-й ячейки ($0 < k_i \le 1$), k_s — количество ресурса, которое тратится ячейкой на одного агента (например, это может быть расход ресурса на взаимодействие с агентом); s_i — число агентов, которые выбрали i-ю ячейку; φ_i представляет собой функцию эффективности ячейки и имеет вид:

$$\varphi_i(x) = \alpha_1[1 - \exp(-\alpha_2 x)], \qquad (3)$$

где α_1 ($\alpha_1 \in \mathbf{R}$), α_2 ($0 < \alpha_2 \le 1$) — параметры функции эффективности. На рис. 1 представлена графическая интерпретация функции эффективности (3). В отличие от работы [13], здесь выбрана более гибкая в настройке нелинейная функция эффективности. Заметим также, что формула (2) для расчета величины нового ресурса, выработанного ячейкой, отличается от формулы, которая рассматривалась в предыдущих работах авторов [12—14], множителем $\exp(-k_s s_i)$. Множитель $\exp(-k_s s_i)$ в формуле (2) приводит к некоторому уменьшению вырабатываемого ресурса, и это уменьшение тем больше, чем больше агентов взаимодействует с данной ячейкой. В работах [12—14] такой расход для производителей не учитывался. Данный расход, как будет показано далее при анализе компьютерных экспериментов, позволяет обучить агентов распределяться так, чтобы в каждой ячейке их число было небольшим.

На этапе 3 в периоде T рассчитывается количество ресурса, которое будет получено каждым агентом от i-й ячейки, по формуле:

$$P_{ij} = E_i(R_i) \frac{r_{ij}}{\sum_{l=1}^{N} r_{il}}.$$

Так как среда прозрачная, то агенты владеют информацией о том, какие эффективности имеют ячейки, также открыта информация о намерениях других агентов.

Общий ресурс, полученный j-м агентом в период T, рассчитывается по формуле:

$$SP_j = \sum_{i=1}^{M} P_{ij}.$$

Далее ресурс j-го агента увеличивается на количество полученного ресурса SP_j:

$$K_j(T) = K_j(T-1) + SP_j.$$

Общий ресурс всего сообщества агентов в конце периода T рассчитывается по формуле:

$$SK(T) = \sum_{j=1}^{N} K_j(T).$$

Решение о том, какую часть ресурса выделить для определенной ячейки, принимается агентами в течение итерационного процесса (этап 1), который состоит в следующем.

На первой итерации агенты, учитывая эффективности ячеек и собственный ресурс ячейки, рассчитывают оценки, которые характеризуют эффект, получаемый от отдельной ячейки. Величины оценок рассчитываются по формуле:

$$A_{ij} = d_{ij} k_i \varphi_i(R_{i0}), \qquad (4)$$

где d_{ij} — текущая степень доверия j-го агента к i-й ячейке. В начале функционирования степени доверия имеют одинаковую величину и равны 0,1. В течение итерационного процесса степени доверия не изменяются. Они будут меняться при обучении на этапе 4 в периоде T. Процесс изменения степеней доверия при обучении будет представлен ниже.

На второй и последующих итерациях уже учитываются намерения других агентов и оценки рассчитываются по формуле:

$$A_{ij} = d_{ij} P_{ij} = d_{ij} \exp(-k_s s_i) k_i \varphi(R_i') \frac{r_{ij}}{\sum_{l=1}^{N} r_{il}}, \qquad (5)$$

где R'_i — предполагаемый ресурс, который будет у i-й ячейки после вкладов всех агентов; r_{il} — ресурс, намеченный к выделению l-м агентом для i-й ячейки на предыдущей итерации. Ресурс R'_i рассчитывается по формуле (1). Таким образом, на каждой итерации величина R'_i пересчитывается с учетом намерений агентов. Фактический ресурс, который получит ячейка, определяется на последней итерации. При компьютерном моделировании исследовалось поведение модели для режимов «с итерациями» и «без итераций». В режиме «без итераций» оценки рассчитываются агентами только один раз по формуле (4); формула (5) в этом режиме не используется.

После получения оценок агенты принимают решение о том, какую часть ресурса выделить для каждой ячейки. Величина ресурса, выделяемого j-м агентом для i-й ячейки, определяется выражением

$$r_{ij} = K_j \frac{A_{ij}}{\sum\limits_{l=1}^{M} A_{lj}},$$

где K_j — ресурс j-го агента. Производится достаточно большое число итераций; на последней итерации каждый агент принимает решение, о том, какую часть ресурса выделить для той или иной ячейки, эта часть равна величине ресурса r_{ij}, полученной на этой итерации.

В конце каждого периода T агенты обучаются (этап 4). Обучение происходит без учителя, путем изменения *степеней доверия* к ячейкам. После того, как агенту становится известна информация о получаемом ресурсе от ячейки (после этапа 3), агент пересчитывает текущие степени доверия по правилу:

$$d_{ij}(T+1) = d_{ij}(T) + \beta Q(P_{ij})[1 - d_{ij}(T)] - \gamma d_{ij}(T),$$

где β $(0 < \beta \le 1)$ — параметр скорости обучения; $Q(x) = x/(1 + x)$; P_{ij} — ресурс, полученный j-м агентом от i-й ячейки; γ $(0 < \gamma < 1)$ — параметр «забывания». Таким образом, переоценка величин d_{ij} происходит согласно тому, какое количество ресурса получил агент от определенной ячейки. Чем больше величина полученного ресурса, тем выше будет доверие агента к этой ячейке. Заметим, что если прирост прибыли незначительный, то степень доверия уменьшается. Последнее слагаемое характеризует уменьшение степени доверия, «забывание» навыка. При компьютерном моделировании проводилось сравнение режимов «с обучением» и «без обучения». В режиме «без обучения» полагалось, что степени доверия от периода к периоду не изменялись, т. е. в периоде отсутствует этап 4.

Описанный алгоритм обучения позволяет настроить степени доверия таким образом, что агенты распределяются по разным ячейкам. Разные характеры распределения исследованы и проанализированы с использованием компьютерного моделирования.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для описанной выше модели разработана компьютерная программа и проведены численные эксперименты. Были использованы такие значения основных параметров моделирования: число периодов $N_T = 100$; число итераций внутри каждого периода $t_{\max} = 150$; число агентов $N = 5$, 10 или 20; число ячеек $M = 10$ или 30; параметры функции эффективности $\alpha_1 = 10{,}0$, $\alpha_2 = 0{,}05$; скорость обучения $\beta = 1{,}0$; параметр «забывания» $\gamma = 0{,}8$; количество ресурса, которое тратится агентом при нахождении в ячейке $k_s = 0{,}3$. Начальные ресурсы агентов и эффективности ячеек исходно были случайными и были равномерно распределены в интервале [0, 1]. Компьютерное моделирование проведено для нескольких режимов работы модели:

— режим 1 — без обучения, с итерациями,
— - "-" - 2 — с обучением, с итерациями,
— - "-" - 3 — без обучения, без итераций,
— - "-" - 4 — с обучением, без итераций.

2.1. Сходимость итерационного процесса

На рис. 2, *а*, *б* представлена зависимость конечного суммарного ресурса сообщества агентов от числа итераций в последнем периоде для режимов работы 1 и 2. Данные усреднены по ста различным расчетам. Видно, что итерационный процесс в режиме без обучения сходится быстро. В режиме с обучением итерационный процесс также сходится.

На рис. 3 представлена разница между суммарным ресурсом, полученным для $(t + 1)$-й итерации и для t итераций в режиме 2 (с обучением и итерациями). Анализ результатов моделирования показывает, что при наличии обучения и итераций суммарный ресурс сообщества агентов значительно выше, чем в режиме «без обучения, с итерациями». Более детально это будет показано в п. 2.2. С учетом этой проверки число итераций $t_{\max}$ выбиралось равным 150.

2.2. Основные результаты моделирования

Покажем, что в режиме 2 (с обучением и итерациями) сообщество агентов накапливает больший

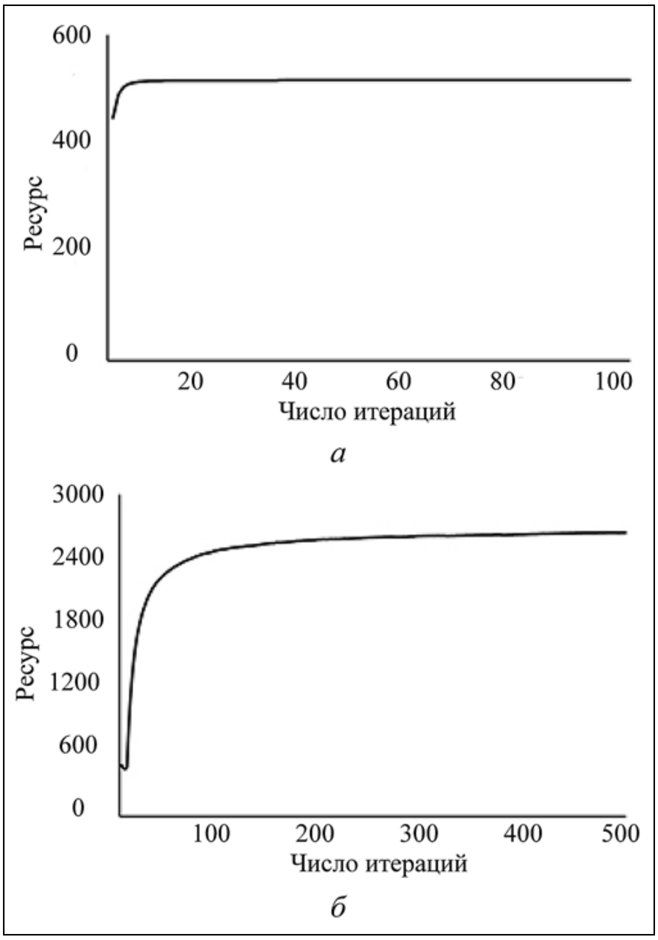


Рис. 2. Зависимость суммарного ресурса сообщества агентов от числа итераций (N = 5, M = 10, T = 100):
а — без обучения, с итерациями; *б* — с обучением, с итерациями

ресурс, чем в режимах 1 (без обучения, с итерациями), 3 (без обучения, без итераций) и 4 (с обучением, без итераций). На рис. 4 представлена динамика суммарного ресурса сообщества агентов для этих режимов. Видно, что в режиме с обучением и итерациями (режим 2) суммарный ресурс сообщества агентов значительно выше. При этом в режимах без итераций (режимы 3 и 4) суммарные ресурсы практически совпадают, в режиме без обучения и с итерациями (режим 1) суммарный ресурс незначительно отличается от режимов 3 и 4. Так как в режимах 3 и 4 (без итераций) ресурс агентов растет значительно слабее, чем в режимах с итерациями, то в дальнейшем мы ограничимся анализом режимов с итерациями (режима 1 и режима 2) и проведем сопоставление этих двух режимов.

Таким образом, видно, что обучение и итерации работают только совместно. Чтобы объяснить этот результат, рассмотрим, как агенты ранжируют ячейки в различных режимах в соответствии с формулой (5). Будем считать самой эффективной ячейкой ту, у которой произведение $k_i R_{i0}$ наибольшее. Сначала рассмотрим ранжирование ячеек в режиме 1 (без обучения, с итерациями). На рис. 5 представлены нормированные оценки, которые рассчитали агенты для каждой из ячеек на последней итерации t_{max} = 150 в периоде T = 2. Видно, что агенты ранжируют ячейки одинаково, т. е. самой эффективной все агенты считают ячейку под номером 7, далее идут ячейки под номерами 3, 9, 2, 1, 6, 8, 5, 4. Таким образом, в режиме 1 работает *ранжирование ячеек*. Агенты в этом случае не соревнуются друг с другом, а *сотрудничают*: от итерации к итерации увеличивается вклад в более эф-

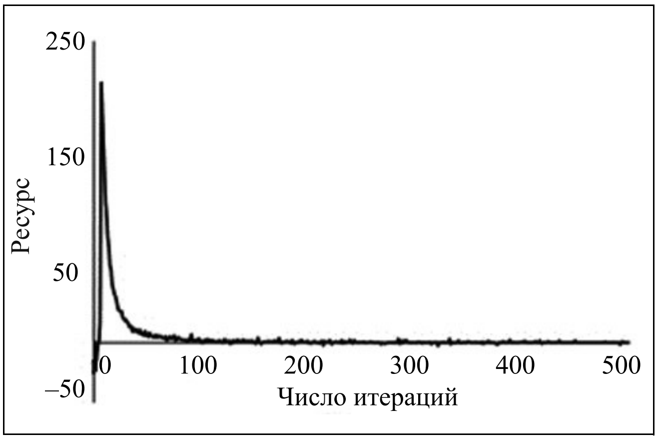


Рис. 3. Разница между суммарным ресурсом, полученным сообществом агентов, для (t + 1)-й итерации и для t итераций в режиме 2 (с обучением, с итерациями), T = 100

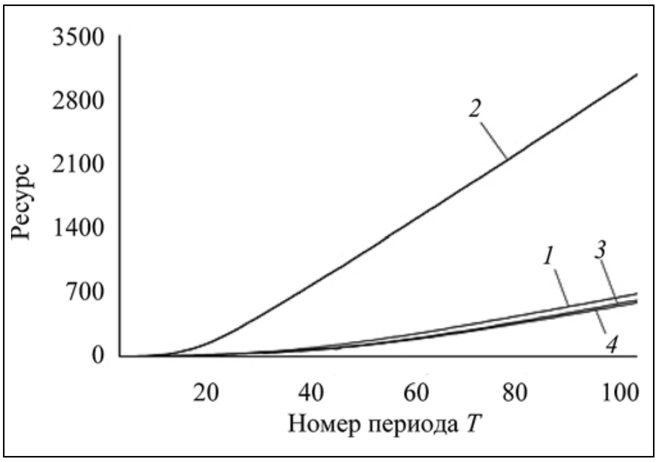


Рис. 4. Роль обучения и итераций. Зависимость суммарного ресурса агентов от времени (N = 5, M = 10, t_{max} = 150).
Режимы: *1* — без обучения, с итерациями, *2* — с обучением, с итерациями, *3* — без обучения, без итераций, *4* — с обучением, без итераций

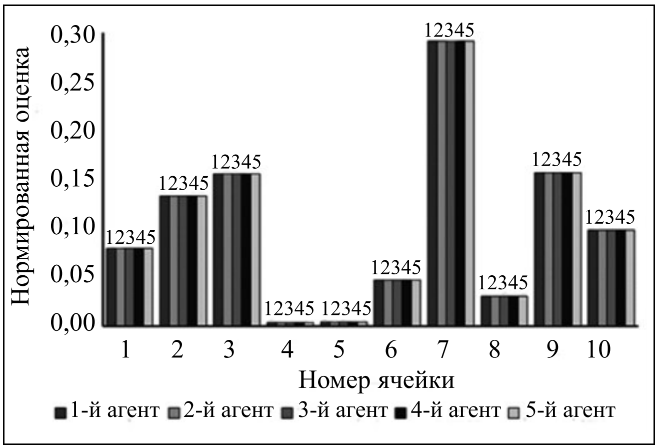


Рис. 5. Нормированные оценки ячеек для режима «без обучения, с итерациями» для каждого агента на последней итерации: $t_{\max}$ = 150 в периоде T = 2, N = 5, M = 10 (на столбиках диаграммы отмечены номера агентов)

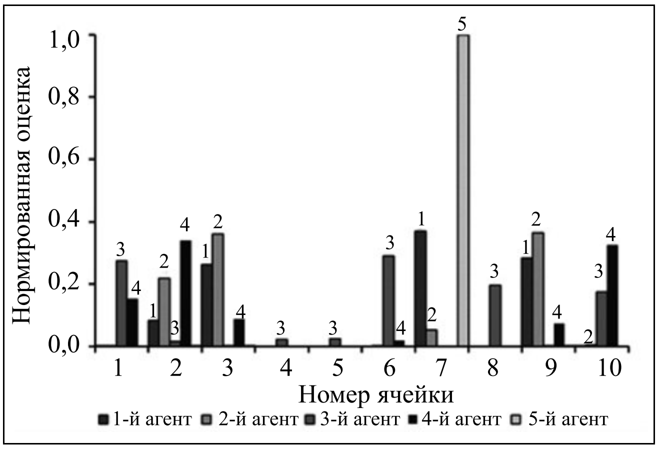


Рис. 6. Нормированные оценки ячеек для режима «с обучением, с итерациями» для каждого агента на последней итерации: $t_{\max}$ = 150 в периоде T = 2, N = 5, M = 10 (на столбиках диаграммы отмечены номера агентов)

фективную ячейку, это происходит для всех агентов синхронно.

Теперь включим в модель обучение и проанализируем результаты для режима 2. На рис. 6 представлены результаты моделирования. Видно, что ранжирование ячеек в соответствии с формулой (5) у агентов разное. При включенном обучении дополнительно с ранжированием ячеек работает *конкуренция агентов*. Те агенты, у которых больший вклад в определенную ячейку, начинают вытеснять из этой ячейки других агентов, изменяя степени доверия от периода к периоду. Например, агент под номером 5 вкладывает весь свой ресурс в 7-ю ячейку (наиболее эффективную). В эту же ячейку часть ресурса вкладывают агенты под номерами 1 и 2, но в течение функционирования сообщества, как будет показано ниже (см. табл. 1), в 7-й ячейке останется только агент под номером 5, а агент под номером 1 перейдет к 9-й ячейке, вытеснив из нее остальных агентов.

Далее проанализируем, каким образом агенты распределяются по ячейкам для режимов 1 и 2. Прежде всего, агенты не ограничены числом ячеек, которые они могут выбрать, т. е. каждый агент может выбрать произвольное число ячеек. К тому же, если одну и ту же ячейку выбирают несколько агентов, то от ячейки каждый агент получает меньше ресурса (см. формулу (2)). По-видимому, агентам выгоднее, когда они распределяются между ячейками по одному или небольшими группами. На рис. 7, *а*, *б* представлено, какое число агентов выбирает каждую ячейку в двух режимах с итерациями — 1 (без обучения) и 2 (с обучением) в последнем периоде T = 100. Распределение агентов зависит от соотношения числа ячеек и агентов.

Рассмотрим сначала случай, когда ячеек в два раза больше, чем агентов (рис. 7, *а*). Видно, что в процессе функционирования сообщества в режиме *с обучением* каждую ячейку выбирает ровно один агент. Как было отмечено выше, один агент может распределить свой ресурс между несколькими ячейками. Но, несмотря на это, в режиме с обучением агенты распределяются между ячейками по одному. Такой эффект достигается благо-

Таблица 1

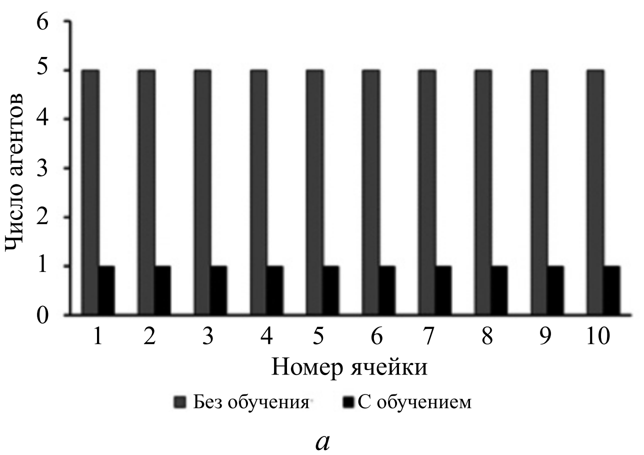
Распределение агентов по ячейкам

Номер агента	Начальный ресурс агента	Эффективности ячеек, которые выбраны агентом	Собственный ресурс ячейки	Номера ячеек, которые выбраны агентом
5	0,94	0,97	0,72	7
1	0,54	0,57	0,99	9
2	0,48	0,66, 0,64	0,67, 0,83	2, 3
4	0,33	0,91	0,27	10
3	0,25	0,86, 0,08, 0,02, 0,23, 0,15	0,24, 0,21, 0,73, 0,92, 0,96	1, 4, 5, 6, 8

даря *итерациям* и *обучению*. Здесь можно говорить о самоорганизации в сообществе агентов. В режиме *без обучения* агенты выбирают распределение ресурса по всем имеющимся ячейкам согласно полученным оценкам A_{ij}, т. е. каждый агент распределяет свой ресурс между всеми имеющимися ячейками. Видно, что каждую ячейку выбирают все десять агентов. При этом размер выделяемого агентом ресурса будет зависеть от эффективности и собственного ресурса ячейки.

Рассмотрим теперь случай, когда число ячеек и агентов совпадает (рис. 7, *б*). Видно, что и в этом случае агенты в режиме с обучением распределяются по небольшому числу агентов в каждой ячейке — по одному, два или три агента на одну ячейку. В режиме без обучения агенты выбирают распределение ресурса по всем имеющимся ячейкам аналогично предыдущему случаю.

При увеличении числа агентов и ячеек получаются аналогичные рис. 7 результаты. Они представлены на рис. 8. Распределение агентов рассматривается на последнем периоде T = 100. Видно, что и в этом случае агенты в процессе самоорганизации в режиме с обучением могут распределиться между ячейками по одному, по два или по три агента, в отличие от режима без обучения, где каждый агент выделяет часть ресурса для каждой из имеющихся ячеек. Причем более эффективные ячейки выбираются б*о*льшим числом агентов (в данном эксперименте это ячейки 1, 2 и 20).



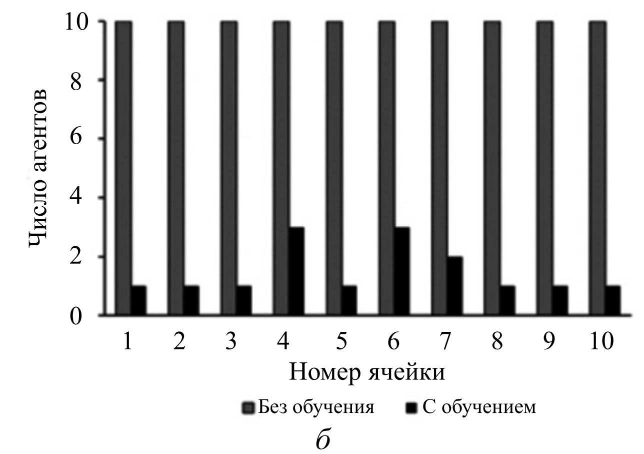


Рис. 7. Распределение агентов по ячейкам:
а — число агентов N = 5, число ячеек M = 10; *б* — число агентов N = 10, число ячеек M = 10

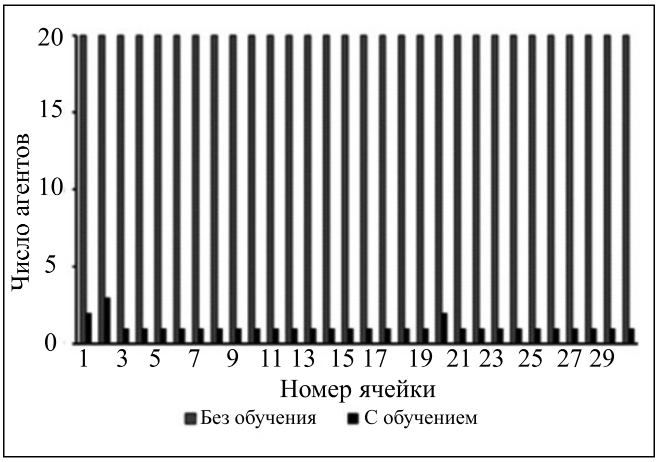


Рис. 8. Распределение агентов по ячейкам, N = 20, M = 30

Исследуем для режима 2 (с обучением) характер распределения агентов по ячейкам для случая, когда ячеек больше, чем агентов (M = 10, N = 5). В табл. 1 представлена подробная информация о распределении. Строки в таблице упорядочены по убыванию начального ресурса агентов.

Видно, что в результате самоорганизации агенты выбирают непересекающиеся ячейки (см. последний столбец). Кроме того, два агента (под номерами 2 и 3) распределяют свой ресурс между несколькими ячейками. Стоит отметить, что агент под номером 3, у которого вначале наименьший ресурс, выбирает менее эффективные ячейки (у которых произведение k_iR_{i0} меньше). Анализ таблицы показывает, что все остальные агенты выбирают ячейки, у которых произведение эффективности и собственного ресурса больше. При этом агент с максимальным начальным ресурсом имеет больше шансов захватить более эффективную ячейку в конкурентной борьбе. Агенту с наименьшим количеством ресурса (в данном эксперименте это агент под номером 3) остаются менее эффективные ячейки. Интересен тот факт, что, несмотря на это, в результате функционирования сообщества суммарный ресурс агента под номером 3 становится больше, чем у агента под номером 5, который выбрал самую эффективную ячейку. Это происхо-

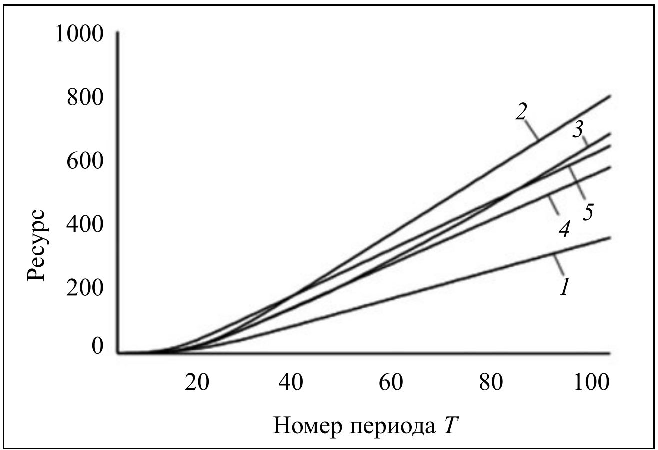


Рис. 9. Зависимость ресурса агентов от времени, режим 2, $N = 5$, $M = 10$

дит из-за того, что агент под номером 3 выделяет ресурсы для бо́льшего числа ячеек, и так как эти ячейки (менее эффективные) больше никто не выбрал, весь ресурс, выработанный этими ячейками, забирается агентом под номером 3. Результаты представлены на рис. 9 (линии *1—5* иллюстрируют ресурсы агентов под соответствующими номерами из табл. 1).

Таким образом, *обучение* и *итерационный обмен* информацией приводит к меньшему числу агентов в отдельной ячейке в результате их конкурентной борьбы. Те агенты, которые имеют больший ресурс в начале функционирования сообщества, выбирают более эффективные ячейки, т. е. те ячейки, которые получают более высокие оценки в итерационном процессе. Так как вырабатываемый ячейкой новый ресурс распределяется между всеми агентами, которые выделили для этой ячейки ресурс, пропорционально их вкладам, то агент, выделивший наибольший ресурс получит бо́льшую отдачу; соответственно, его степень доверия к этой ячейке увеличится больше, чем у остальных агентов, которые выделили ресурс для этой ячейки. В следующем периоде ситуация, описанная выше, повторится. Другим агентам в такой ситуации будет выгоднее выбирать менее эффективные ячейки. Таким образом, агент, у которого больший ресурс в начале функционирования сообщества, вытесняет всех остальных агентов из более эффективной ячейки. Остальные агенты распределяются между оставшимися ячейками, учитывая оценки, которые они получают во время итерационного обмена информацией. Описанный случай относится к ситуации, когда ячеек значительно больше, чем агентов. Если же число ячеек совпадает с числом агентов, то в более эффектных ячейках могут остаться один или несколько агентов.

Интересен также случай, когда все ячейки имеют одинаковую эффективность и одинаковый собственный ресурс. Например, рассмотрим случай, когда эти величины у всех агентов одинаковы и равны 0,9. Начальное число агентов $N = 5$, число ячеек $M = 10$. Наблюдения проводились для периода $T = 100$. В результате моделирования получаем, что агенты не могут распределиться между ячейками. Каждый агент выделяет часть ресурса для каждой из возможных ячеек. Данный эффект имеет место по причине того, что все оценки и степени доверия одинаковые и агент распределяет свой ресурс равномерно между всеми возможными ячейками. Эту проблему можно решить, если начальные степени доверия d_{ij} задать случайно. Тогда результаты компьютерного моделирования показывают, что агенты распределяются между ячейками по одному. В этом случае конкурентная борьба задана через степени доверия, так как неважно, какую из ячеек выберет агент. Для большей наглядности приведем матрицу доверия, которая получается для агентов в последнем периоде функционирования сообщества $T = 100$ (табл. 2). Видно, что число агентов в каждой ячейке равно одному (см. последний столбец табл. 2). Но при этом некоторые агенты выбирают несколько ячеек, например, агенты под номерами 1, 4 и 5.

Зависимость суммарного ресурса сообщества агентов от периода времени T для описанных двух случаев представлена на рис. 10. Видно, что когда агенты распределяются по одному, суммарный ресурс сообщества больше.

Также было исследовано влияние важных параметров расчетов (скорость обучения β и параметр «забывания» γ) на поведение модели.

Таблица 2

Матрица доверия агентов

Номер ячейки	Агент					Число агентов
	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	
1	0,00	0,00	0,00	0,00	**0,52**	**1**
2	0,00	0,00	0,00	0,00	**0,52**	**1**
3	0,00	**0,52**	0,00	0,00	0,00	**1**
4	0,00	0,00	0,00	**0,52**	0,00	**1**
5	0,00	0,00	**0,52**	0,00	0,00	**1**
6	0,00	0,00	0,00	0,00	**0,52**	**1**
7	0,00	0,00	0,00	**0,52**	0,00	**1**
8	**0,52**	0,00	0,00	0,00	0,00	**1**
9	0,00	0,00	0,00	0,00	**0,52**	**1**
10	**0,52**	0,00	0,00	0,00	0,00	**1**
Число ячеек	2	1	1	2	4	10

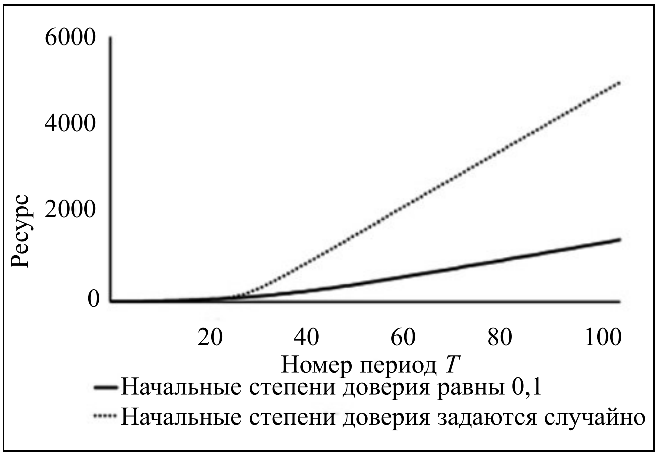


Рис. 10. Зависимость ресурса агентов от времени, режим 2, $N = 5$, $M = 10$, $k_i = 0,9$

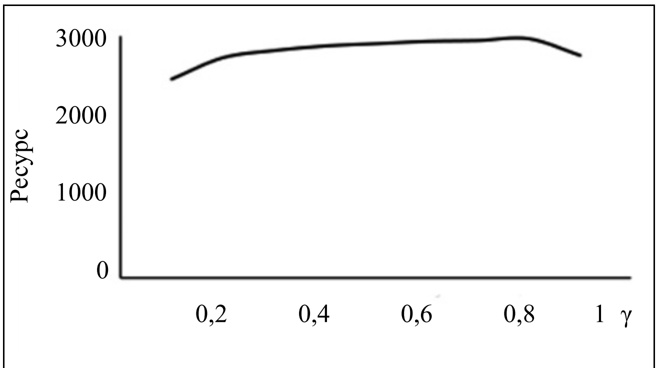


Рис. 11. Зависимость суммарного ресурса агентов от параметра γ при β = 1,0, режим 2

На рис. 11 представлена зависимость суммарного ресурса сообщества агентов от параметра забывания γ при $\beta = 1,0$ в периоде $T = 100$. Наилучшие результаты были получены при $\beta = 1,0$ и $\gamma = 0,8$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предыдущие исследования авторами процессов коллективного поведения фокусировались на взаимодействии агентов-инвесторов и агентов-производителей в прозрачной среде [12—14]. При этом делалась простая попытка ввести обучение агентов-инвесторов путем настройки степеней доверия инвесторов к производителям. Однако эта предыдущая попытка введения обучения оказалась неудачной: обучение не приводило к существенному росту ресурса рассмотренного экономического сообщества. В настоящей работе были развиты предыдущие варианты моделей и модифицировано правило взаимодействия между элементами модели, в частности, между ячейкой и агентом, путем введения дополнительного расхода ресурса агента на взаимодействие между агентами. Это привело к тому, что обучение агентов стало эффективным.

Результаты компьютерных экспериментов, проведенных в настоящей работе, продемонстрировали работоспособность данного варианта модели. Важным результатом настоящей работы можно считать то, что при наличии обучения и итерационного обмена информацией агенты четко распределяются так, чтобы в каждой ячейке их число было небольшим, при этом суммарный ресурс, накопленный сообществом агентов, больше, чем в модели без обучения и итераций.

Предложенный алгоритм может быть применен в задачах, которые возникают при исследовании коллективного поведения. Разработанная модель может быть также использована при исследовании конкуренции и сотрудничества в экономических и социальных науках, в которых эти категории играют важную роль.

Авторы благодарны анонимным рецензентам за полезные замечания и рекомендации, способствовавшие улучшению статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Shoham, Y., Leyton-Brown, K.* Multiagent Systems: Algorithmic, Game-Theoretic, and Logical. — Cambridge University, 2008. — 532 p.
2. *Tesfatsion, L.* Agent-Based Computational Economics: Growing Economies from the Bottom up // Artificial Life. — 2002. — Vol. 8, no. 1. — P. 55—82.
3. *Claes, R., Holvoet, T., Weyns, D.* A Decentralized Approach for Anticipatory Vehicle Routing Using Delegate Multiagent Systems // IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. — 2011. — Vol. 12, no. 2. — P. 364—373.
4. *Holvoet, T., Valckenaers, P.* Exploiting the Environment for Coordinating Agent // Environments for Multi-Agent Systems III, Lecture Notes in Artificial Intelligence. — 2007. — Vol. 4389. — P. 51—66.
5. *Городецкий В.И.* Самоорганизация и многоагентные системы. I. Модели многоагентной самоорганизации // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2012. — № 2. — С. 92—120. [*Gorodetskii, V.I.* Samoorganizatsiya i mnogoagentnye sistemy. I. Modeli mnogoagentnoi samoorganizatsii // Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya. — 2012. — No. 2. — P. 92—120. (In Russian)]
6. *Городецкий В.И.* Самоорганизация и многоагентные системы. II. Приложения и технология разработки // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2012. — № 3. — С. 102—123. [*Gorodetskii, V.I.* Samoorganizatsiya i mnogoagentnye sistemy. II. Prilozheniya i tekhnologiya razrabotki // Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya. — 2012. — No. 3. — P. 102—123. (In Russian)]
7. *Ashby, W.* Principles of the Self-Organizing Dynamic System // Journal of General Psychology. — 1947. — Vol. 37. — P. 125—128.
8. *Тарасов В.Б.* От многоагентных систем к интеллектуальным организациям: философия, психология, информати-

ка. — М.: Эдиториал УРСС, 2002. — 352 с. [*Tarasov, V.B.* Ot mnogoagetnykh sistem k intellektual’nym organizaciyam: filosofiya, psikhologia, informatika. — Moscow: URSS, 2002. — 352 p. (In Russian)]

9. *Карпов В.Э., Карпова И.П., Кулинич А.А.* Социальные сообщества роботов: Эмоции и темперамент роботов. Общение роботов. Модели контагиозного, подражательного и агрессивного поведения роботов. Командное поведение роботов и образование коалиций. Пространственная память анимата. — М.: ЛЕНАНД, 2019. — 352 с. [*Karpov, V.E., Karpova, I.P., Kulinich, A.A.* Sotsial'nye soobshchestva robotov: Ehmotsii i temperament robotov. Obshchenie robotov. Modeli kontagioznogo, podrazhatel'nogo i agressivnogo povedeniya robotov. Komandnoe povedenie robotov i obrazovanie koalitsii. Prostranstvennaya pamyat' animata. — Moscow.: LENAND, 2019. — 352 p. (In Russian)]
10. *Demazeau, Y., Müller, J.-P.* Decentralized A.I. — Elsevier Science Publisher B.V., North-Holland, 1990. — 272 p.
11. *Axelrod, R.* The Complexity of Cooperation: Agent-Based Models of Competition and Collaboration. — Princeton University Press, Princeton, 1997. — 248 p.
12. *Red’ko, V.G., Sokhova, Z.B.* Processes of Self-Organization in the Community of Investors and Producers // Selected Papers from the XIX International Conference on Neuroinformatics, October 2—6, 2017, Moscow, Russia. — 2017. — Vol. 736. — P. 163—169.
13. *Red’ko, V.G., Sokhova, Z.B.* Iterative Method for Distribution of Capital in Transparent Economic System // Optical Memory & Neural Networks (Information Optics). — 2017. — Vol. 26, no. 3. — P. 182—191.
14. *Сохова З.Б., Редько В.Г.* Моделирование поиска инвестиционных решений автономными агентами в прозрачной конкурентной экономике // Искусственный интеллект и принятие решений. — 2019. — № 2. — С. 98—108. [*Sokhova, Z.B., Red’ko, V.G.* Modelirovanie poiska investitsionnykh reshenij avtonomnymi agentami v prozrachnoj konkurentnoj ekonomike // Iskusstvennyy intellect i prinyatie resheniy. — 2019. — No. 2. — P. 98—108. (In Russian)] См. также: http://www.aidt.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=841:z-b-sokhova-v-g-redko-modelirovanie-poiska-investitsionnykh-reshenij-avtonomnymi-agentami-v-prozrachnoj-konkurentnoj-ekonomike&catid=366:mnogoagentnye-sistemy&Itemid=211&lang=ru (In Russian)
15. *Bloomeld, R., O'Hara, M.* Market transparency: who wins and who loses? // Review of Financial Studies 12 (1). — 1999. — P. 5—35.

Статья представлена к публикации членом редколлегии П.Ю. Чеботаревым

Поступила в редакцию 01.12.2020, после доработки 15.02.2021.
Принята к публикации 24.02.2021.

Сохова Зарема Борисовна — мл. науч. сотрудник,
✉ zarema.sokhova@gmail.com,

Редько Владимир Георгиевич — д-р физ.-мат. наук,
✉ vgredko@gmail.com,

Научно-исследовательский институт системных исследований РАН, г. Москва.

A SELF-ORGANIZATION MODEL FOR AUTONOMOUS AGENTS IN A DECENTRALIZED ENVIRONMENT

Z.B. Sokhova[1] and V.G. Red’ko[2]

Scientific Research Institute for System Analysis, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

[1]✉ zarema.sokhova@gmail.com, [2]✉ vgredko@gmail.com

Abstract. A self-organization model for autonomous agents operating in a transparent decentralized environment is developed and investigated. Transparency means that all information about the environment and the agents’ community is open. Each agent informs the entire community about his current resources and intentions. The environment consists of cells, and during operation, each cell can generate a new resource using the resources received from agents. Each agent is also aware of the efficiency and resources of the cells. The agent-based approach is adopted to consider the efficient allocation of agents’ resources over cells and analyze different resource allocations. Each agent acts rationally based on his goals. An iterative resource allocation method is proposed, in which the agents exchange information to make their decisions. Computer simulations are carried out for several modes of operation: 1) without training but with iterations, 2) with training and iterations, 3) without training and iterations, and 4) with training but without iterations. As indicated by the simulation results, the total resource of the agents’ community is significantly higher in the model with training and iterations; due to self-organization and training, the agents are distributed so that their number in each cell is small. According to the experimental evidence, learning works only in combination with iterations.

Keywords: multiagent systems, self-organization, decentralization, transparent environment.

Funding. This work was performed within the state assignment for fundamental scientific research in SRISA RAS, project no. 0065-2019-0003.

Acknowledgments. The authors are grateful to the anonymous reviewers for careful reading of the manuscript and helpful remarks.

УДК 005.5;005.7;005.9 DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2021.2.5

КЛЮЧЕВЫЕ ОБЛАСТИ ВНЕДРЕНИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ ИННОВАЦИЙ В РОССИЙСКИХ И МУЛЬТИНАЦИОНАЛЬНЫХ КОМПАНИЯХ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА РОССИЙСКОМ РЫНКЕ

Н.И. Гусева, Я.Д. Советкин

Аннотация. В современной высокотурбулентной бизнес-среде управленческие инновации являются императивом развития всех ведущих мультинациональных компаний. Однако руководство компаний, действующих на российском рынке, недостаточно сосредоточено на управленческих инновациях. С целью рассмотрения процесса управленческих инноваций и ключевых областей их внедрения было проведено эмпирическое исследование, в котором приняло участие 1025 сотрудников из 791 компании, действующей на территории г. Москвы и Московской области. Анализ полученных данных показал, что компании, действующие на российском рынке, прежде всего фокусируются на мотивации сотрудников и построении эффективного процесса коммуникации в компании как приоритетных областях внедрения управленческих инноваций. Исследование областей внедрения управленческих инноваций в зависимости от видов экономической деятельности, размера бизнеса и степени интернационализации бизнеса для компаний выявило ряд особенностей, дополнивших общие выводы по областям формирования управленческих инноваций в российских и мультинациональных компаниях, действующих на российском рынке.

Ключевые слова: управленческие инновации, процесс управленческих инноваций, внедрение управленческих инноваций, области внедрения управленческих инноваций, российские компании, мультинациональные компании.

ВВЕДЕНИЕ

В изменчивом, неопределенном, сложном и неоднозначном современном мире (англ. *volatility, uncertainty, complexity and ambiguity*, VUCA) управленческие инновации (УИ) представляют собой неотъемлемую часть формирования конкурентных преимуществ большинства мультинациональных компаний. Отмечено, что управленческие инновации являются более важными для создания конкурентного преимущества, чем результаты научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ [1]. Научное мировое сообщество также уделяет большое внимание исследованию процесса формирования и внедрения управленческих инноваций в практику управления мультинациональными компаниями (см. работы [2—4] и др.).

Термин «управленческие инновации» впервые употребил Дж. Кимберли, который определил его как «...программы и техники, относящиеся к стратегии, структуре, процессам, представляющие собой первый, ранее не осуществленный, переход от текущего состояния управления, влияющий на суть, качество и количество информации, доступной в процессе принятия решений...» [5]. Позднее, Г. Хамэл дал более обширное определение этому понятию, отметив, что управленческие инновации — это то, что «изменяет содержание труда менеджера» [6]. Пристальный интерес таких мультинациональных компаний как «DuPont», GE, «Procter», «Visa», «Linux», «Toyota», «Whole Foods» к вопросу управленческих инноваций позволил им достигнуть вдающихся успехов [6]. Руководство Осло, являющееся основным методологическим документом Организации экономического сотрудничества и развития (ОЭСР) в области инноваций, определяет управленческие инновации как инновации, представляющие собой новые или улучшенные бизнес-процессы для одной или нескольких функций бизнеса, которые имеют существенные отличия от прежних бизнес-процессов в компании и которые приняты к использованию в компании («*a new or improved business process for one or more business functions that differs significantly from the firm's previous business processes and that has been brought into use in the firm*») [7].

Анализ российских и зарубежных исследований в области управленческих инноваций за более чем пятидесятилетний период позволяет выделить два основных процесса управленческих инноваций:

— процесс *формирования инновации* [2, 8—16],

— процесс *внедрения инновации* [2, 10—12, 14—17].

Цель настоящей статьи заключается в рассмотрении процесса *внедрения управленческих инноваций* и представлении результатов авторского эмпирического исследования *областей внедрения управленческих инноваций* в российских и мультинациональных компаниях, действующих на российском рынке, на основании данных, полученных в ходе реализации НИУ ВШЭ научно-исследовательского проекта «Исследование менеджериальных практик и инноваций российских и глобальных компаний, осуществляющих свою деятельность в России» в 2019—2020 гг.

Структура статьи представлена пятью разделами. В § 1 рассматриваются теоретические аспекты процесса внедрения управленческих инноваций. В § 2 дается описание методологии и эмпирической базы проведенного авторского исследования. В § 3 анализируются ключевые области внедрения управленческих инноваций в российских и мультинациональных компаниях, действующих на российском рынке, выделены ключевые особенности в областях внедрения управленческих инноваций в зависимости от видов экономической деятельности и размера бизнеса. В § 4 представлен анализ фактически внедренных управленческих инноваций в российских и мультинациональных компаниях, действующих на российском рынке, за период 2016—2019 гг. В § 5 рассматриваются ограничения настоящего исследования и области для дальнейших исследований. В заключении представлены основные выводы по областям внедрения управленческих инноваций в российских и мультинациональных компаниях, действующих на российском рынке.

1. ПРОЦЕСС ВНЕДРЕНИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ ИННОВАЦИЙ

Внедрение управленческих инноваций (досл. пер. с англ. *implementation of managerial innovations*) используется во многих англоязычных источниках для описания процесса принятия и начала применения организациями новых управленческих практик, подходов, процессов и техник [18—21]. Словарь Вэбстера[1] определяет термин «внедрение» как процесс приведения чего-либо в действие (пер. с англ. *the process of making something active or effective*). В настоящей статье под внедрением управленческих инноваций (англ. *implementation of managerial innovations*) понимается **процесс принятия организацией решения о начале использования, а также непосредственное использование новых управленческих практик, подходов, процессов и техник.** Это отражает исполнение организацией подходов и процессов, заложенных в сути управленческой инновации.

В отечественных и зарубежных теоретических источниках представлены различные подходы к описанию процесса внедрения управленческих инноваций. Общая черта большинства представленных подходов — описание двух подпроцессов, являющихся составными частями процесса внедрения управленческой инновации. Это:

— *процесс принятия решения о внедрении УИ* (см. работы [13, 14, 16, 21—24]),

— *процесс непосредственного внедрения УИ* (см. работы [13, 14, 16, 18, 23, 24]).

Авторы работы [13] определяют решение о внедрении инновации как отправную точку этого процесса, когда руководители компании принимают решение развивать идею и выделяют для этого ресурсы. При этом отмечено, что согласие руководителей является отличительной чертой данного этапа, поскольку для процесса непосредственного внедрения необходимо согласие и вовлеченность (commitment) рядовых сотрудников. Отличие в необходимости вовлеченности разных уровней сотрудников на разных этапах внедрения управленческих инноваций представляет собой развитие мысли, выраженной в работе [25], авторы которой обращали внимание, что руководители компаний не являются сами по себе активными инноваторами, а выступают в роли «третейских судей».

С точки зрения авторов настоящей статьи, наиболее интересным исследованием процесса принятия решения о внедрении инноваций является работа [26], авторы которой разделили процесс принятия решения о внедрении управленческой инновации на внутреннюю и внешнюю валидацию. Таким образом, авторы расширили само понятие «принятия решения о внедрении управленческих инноваций» руководителями компаний, отметив, что такое решение должны для себя принять все участники процесса, и только тогда инновация сможет быть успешно внедрена. Для внутренней валидации отмечена необходимость наличия внутренних примеров эффективности новой идеи, а также использование концепции «малых побед». Для внешней валидации предлагается задействовать четыре основных типа субъектов — академи-

[1] https://www.merriam-webster.com/dictionary/implementation.

ческие бизнес-школы, консультанты, медиа и профессиональные ассоциации. Сочетание внутренней и внешней валидации позволяет преодолеть барьеры к внедрению инноваций среди сотрудников и запустить непосредственный процесс внедрения и популяризации инновации.

В работе [18] дано определение процесса внедрения инновации как переходного периода, в рамках которого сотрудники организации получают навыки использования инновации, а также принимают ее в качестве нового подхода к работе. «Переходный период», по мнению авторов, является критически важным местом перехода (critical gateway) от принятия решения о внедрении инновации к ее устойчивому использованию и рутинизации. Фундаментальная проблема в процессе внедрения инновации заключается в достижении использования инновации сотрудниками в организации, на которых она направлена, — иными словами, задача состоит в изменении повседневного поведения сотрудников.

Отмечено, что фактическое внедрение инновации происходит не в момент принятия решения о ее использовании в рамках организации, а в момент, когда УИ начинает активно использоваться в адаптирующей ее организации [20]. Основным элементом в описании процесса внедрения инноваций в целом и управленческих инноваций в частности, встречающимся в работах различных авторов, является тот факт, что процесс внедрения представляет собой отдельный элемент всего процесса инноваций, а предшествующее ему принятие решение об адаптации инновации не гарантирует успех процесса внедрения этой самой инновации [27—30].

Авторы работы [31] обращают внимание на то, что процесс внедрения инновации является циклическим, поскольку инновации внедряются вслед за инновациями, внедренными ранее. Они предлагают рассматривать процесс внедрения множества инноваций в рамках одной организации вместо того, чтобы рассматривать внедрение отдельно взятой инновации. В этой связи актуальным становится вопрос об *областях внедрения управленческих инноваций* в организациях.

Существуют некоторые отечественные и зарубежные исследования областей внедрения управленческих инноваций. Так, в докладе [32] Ассоциации менеджеров представлен набор возможных вариантов управленческих инноваций, однако нет четкой логики структурирования областей. Клевцова делает попытку структурирования областей внедрения, уделяя внимание организационной структуре, внедрению новых технологий и улучшению методик управления, что также имеет спорное представление [33]. Западные исследователи уделяют внимание изучению конкретных типов управленческих инноваций, например, таких как структура и стратегия, цифровые решения, методы костинга, agile-метод и др. [34—38], рассматривая различные процессы внутри самой организации в качестве областей формирования управленческих инноваций.

Таким образом, данная предметная область исследований представляет научный интерес, при этом необходимо четкое понимание приоритетных областей внедрения управленческих инноваций в зависимости от сферы экономической деятельности, степени интернационализации компании и размера для российских и мультинациональных компаний, действующих на российском рынке.

2. МЕТОДОЛОГИЯ И ЭМПИРИЧЕСКАЯ БАЗА ИССЛЕДОВАНИЯ

Для исследования областей внедрения управленческих инноваций в российских и мультинациональных компаниях, действующих на российском рынке, был сформулирован *основной исследовательский вопрос* (RQ): «В каких ключевых областях управленческой деятельности происходит внедрение управленческих инноваций в российских и мультинациональных компаниях, действующих на российском рынке?»

Для более глубокого понимания специфики областей внедрения управленческих инноваций в российских и мультинациональных компаниях, действующих на российском рынке, были сформулированы два дополнительных исследовательских вопроса.

- RQ 1: «Какие существуют особенности областей внедрения управленческих инноваций в зависимости от видов экономической деятельности, размера бизнеса и степени интернационализации компании?».
- RQ 2: «Какие управленческие инновации фактически внедрялись в компаниях, действующих на российском рынке за последние три года?».

Ответы на поставленные исследовательские вопросы были сформированы на основании анализа данных, полученных в рамках уже упомянутого научно-исследовательского проекта НИУ ВШЭ «Исследование менеджериальных практик и инноваций российских и глобальных компаний, осуществляющих свою деятельность в России». Был проведен опрос респондентов в г. Москве и Московской области с применением количественных методов исследования в период 2019—2020 гг.

Отбор респондентов был проведен с применением метода случайной бесповторной выборки, которая была произведена с учетом:

— включения в выборку респондентов, отражающих половозрастную характеристику занятого населения г. Москвы,

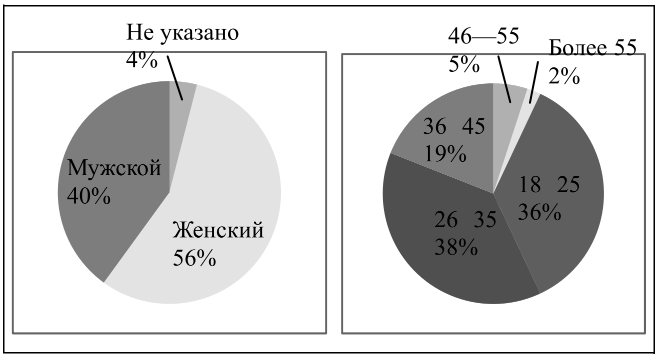


Рис. 1. Половозрастная структура выборки респондентов

— наличия в выборке респондентов с разным стажем работы,

— дифференциации респондентов в выборке по уровню занимаемой должности,

— присутствия в выборке компаний с иностранным капиталом и российских компаний-экспортеров.

Диверсификация компаний в выборке обусловлена их различиями в процессе внедрения управленческих инноваций под влиянием особенностей внешней среды. Мультинациональные компании имеют ряд отличительных особенностей в процессе осуществления управленческих инноваций ввиду имеющихся международных управленческих практик, сформированных вне российского рынка.

Формирование выборки респондентов с учетом обозначенных выше факторов обеспечило достаточную репрезентативность респондентской базы исследования. В исследовании приняло участие 1025 сотрудников из 791 компании. Структура выборки респондентов по возрасту и полу представлена на рис. 1. Такая структура приближена к половозрастной структуре занятого населения г. Москвы[2], что позволяет сделать вывод о репрезентативности выборки респондентов, принявших участие в исследовании.

Структура различных категорий сотрудников, имеющих разный стаж работы в компаниях, коррелирует с данными по частоте смены места работы среди сотрудников российских компаний[3] (рис. 2, см. третью стр. обложки).

Наличие разных категорий сотрудников по полу, возрасту, должности и стажу работы свидетельствует о достаточной высокой репрезентативности выборки, позволившей авторам данного исследования сделать выводы о характеристиках процесса внедрения управленческих инноваций на уровне компаний, учитывающие специфику отдельных групп сотрудников.

Структура выборки респондентов по уровню занимаемой должности представлена всеми категориями сотрудников (рис. 3).

Структура компаний по степени интернационализации бизнеса представлена на рис. 4. Наличие в выборке мультинациональных компаний и российских компаний-экспортеров позволило выявить присущие им отличия в процессе управленческих инноваций, которые, в свою очередь, обусловлены отличной от российского рынка внешней средой деятельности компаний.

Для ответа на первый исследовательский вопрос об изучении областей внедрения управленческих инноваций применялись количественные методы анализа. Был сформирован закрытый пе-

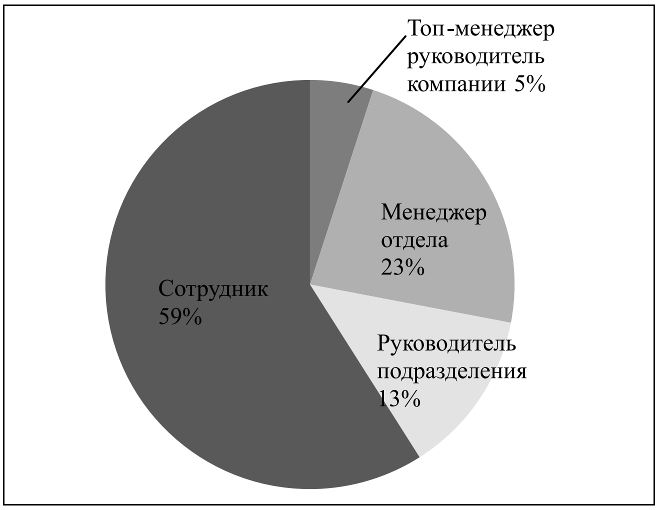


Рис. 3. Структура выборки респондентов по уровню занимаемой должности

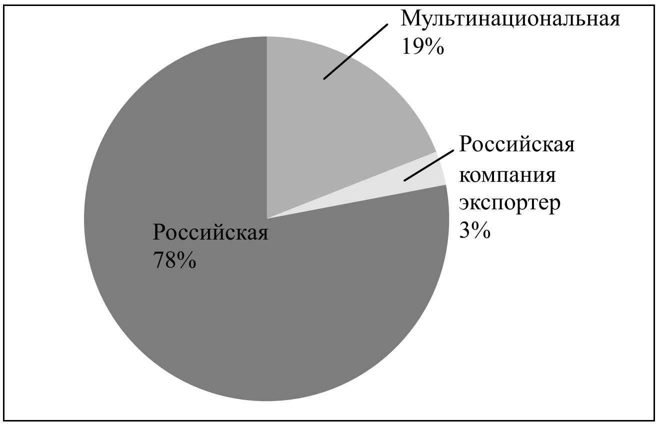


Рис. 4. Структура компаний, по степени интернационализации бизнеса

[2] Статистический сборник «Труд и занятость населения Москвы 2015». Департамент труда и социальной защиты населения города Москвы. 2015 г.

[3] https://www.superjob.ru/research/articles/111767/dolshe-vsego-na-odnom-meste-rabotayut-medsestry-i-uchitelya/

Рисунки к статье Н.И. Гусевой, Я.Д. Советкина

«КЛЮЧЕВЫЕ ОБЛАСТИ ВНЕДРЕНИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ ИННОВАЦИЙ В РОССИЙСКИХ И МУЛЬТИНАЦИОНАЛЬНЫХ КОМПАНИЯХ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА РОССИЙСКОМ РЫНКЕ»

(с. 52–62)

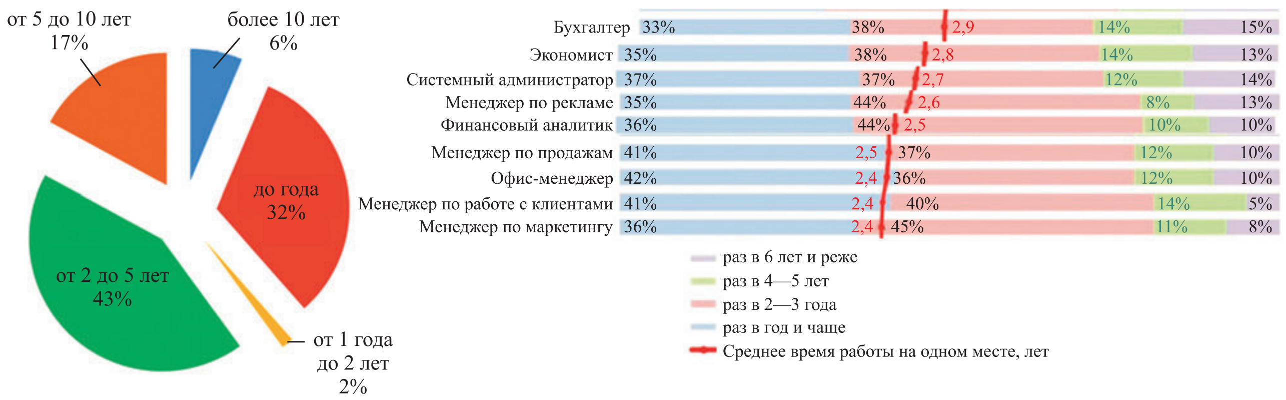


Рис. 2. Структура выборки респондентов по стажу работы в компании

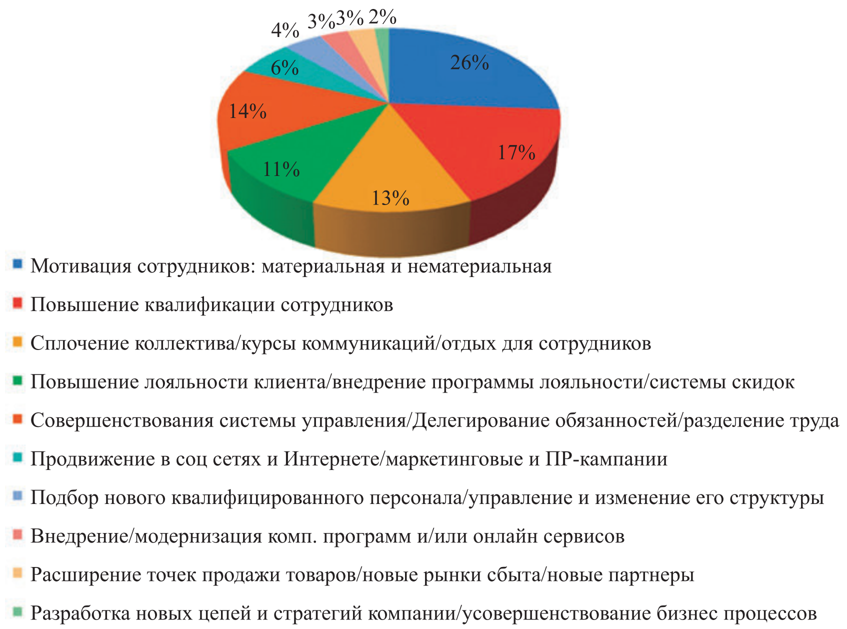


Рис. 6. Структура наиболее значимых управленческих инноваций, внедренных в компаниях, действующих на российском рынке, в 2016–2019 гг.

речень процессов в организации, которые были включены в опции ответов для респондентов в рамках проведенного исследования. Основываясь на практическом опыте, авторы проводимого исследования выделили наиболее инновационные процессы в деятельности компаний, которые чаще всего затрагивались управленческими инновациями в тех или иных компаниях. Список состоял из таких процессов: внутренние коммуникации, построение команд, переговоры, мотивация, лидерство, управление клиентским опытом, управление процессами. Также респондентам был предложен вариант ответа «иное» и возможность в свободной форме указать область внедрения управленческих инноваций, распространенную в его/ее компании, но не включенную в сформированный закрытый перечень.

Управление процессами как область внедрения управленческих инноваций включает в себя подходы и практики менеджмента, направленные на сокращение затрачиваемых ресурсов для обеспечения внутрикорпоративных процессов. Иными словами, этот тип управленческих инноваций направлен не на повышение результативности процессов (как остальные упомянутые в исследовании области внедрения инноваций), а на снижение затрат на их обеспечение и поддержание (повышение эффективности процессов). В рамках настоящего исследования измерение результативности инноваций такого типа не проводилось, поскольку эта тема является очень обширной и требует отдельного изучения.

Для ответа на второй исследовательский вопрос респондентам была предложена опция открытого вопроса о наиболее значимых управленческих инновациях, выполненных в компании за последние три года. Полученные в рамках данного блока исследования ответы были сгруппированы по типу предложенных респондентами процессов и проанализированы на соответствие областям фактически внедренных управленческих инноваций в российских и мультинациональных компаниях за последние три года. Это также позволило валидировать сформированный закрытый перечень областей внедрения управленческих инноваций при анкетировании респондентов.

3. КЛЮЧЕВЫЕ ОБЛАСТИ ВНЕДРЕНИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ ИННОВАЦИЙ В РОССИЙСКИХ И МУЛЬТИНАЦИОНАЛЬНЫХ КОМПАНИЯХ

3.1. Выявление ключевых областей внедрения управленческих инноваций

Результаты, полученные в ходе проведенного эмпирического исследования, показали, что процесс мотивации сотрудников является наиболее

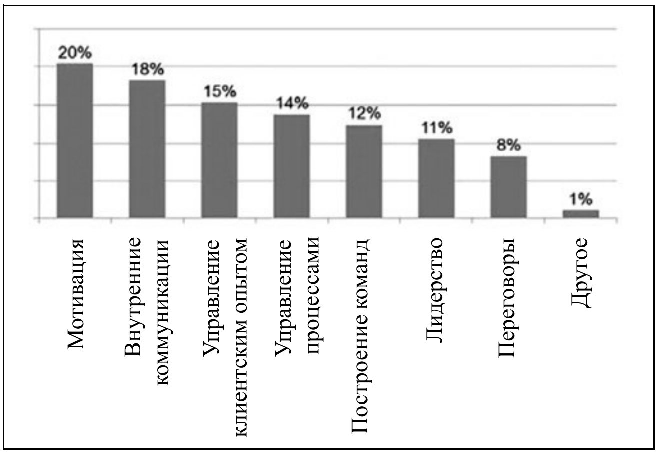


Рис. 5. Области внедрения управленческих инноваций

характерной областью внедрения управленческих инноваций в российских и мультинациональных компаниях, действующих на российском рынке (см. рис. 5), его доля составляет 20 % среди всех упомянутых респондентами областей внедрения. На втором месте находится процесс внутренних коммуникаций — 18 % среди всех ответов респондентов. Таким образом, каждая пятая инновация среди внедренных в компаниях, действующих на российском рынке, происходит либо для повышения эффективности мотивации сотрудников, вовлечения их в процесс достижения целей компаний, либо для обеспечения процесса внутренней коммуникации. Такой вывод является достаточно интересным и неожиданным, поскольку изначально в качестве приоритетной области внедрения управленческих инноваций в компаниях, действующих на российском рынке, рассматривалось управление клиентским опытом, замыкающее топ-3 областей по результатам проведенного исследования (см. рис. 5).

Управление процессами в компаниях, действующих на российском рынке, также изначально рассматривалось авторами как потенциально приоритетная область внедрения управленческих инноваций, однако этот процесс занял четвертое место, составив 14 % в рейтинге, не войдя в топ-3 областей.

Построение команд (12 %) и эффективное лидерство (11 %) имеют небольшое отличие по степени значимости, однако заметно уступают лидерам сформированного рейтинга значимости областей внедрения управленческих инноваций. Навыки ведения эффективных переговоров стали аутсайдером проведенного исследования, составив 8 %.

Для понимания особенностей и специфики областей внедрения управленческих инноваций для российских и мультинациональных компаний, действующих на российском рынке, был проведен анализ областей формирования инноваций в зависимости от различных видов экономической деятельности, размера бизнеса и степени интернационализации компаний. Данный анализ показал значительные отличия в областях внедрения управленческих инноваций.

3.2. Особенности областей внедрения управленческих инноваций в зависимости от видов экономической деятельности

Изучение областей внедрения управленческих инноваций было основано на рассмотрении следующих видов экономической деятельности компаний, принявших участие в исследовании:

— промышленное производство,
— транспорт, информация и связь,
— оптовая и розничная торговля,
— гостиничный и ресторанный бизнес,
— издательская и полиграфическая деятельность,
— образование и наука,
— культура и спорт,
— другое.

Анализ полученных данных показал, что для компаний из групп «промышленное производство», «образование и наука» и «культура и спорт» характерны определенные отличия в значимости областей внедрения управленческих инноваций по сравнению с общей выборкой компаний, принявших участие в исследовании (табл. 1, ср. с рис. 5).

Для компаний из группы «промышленное производство» наиболее значимой областью внедрения УИ является процесс внутренних коммуникаций — 26 %, тогда как процесс мотивации заметно менее значим и составляет 16 %. Процесс внутренних коммуникаций, напротив, является наиболее значимым по сравнению с компаниями других видов экономической деятельности. В целом, можно утверждать, что для компаний из группы «промышленное производство» наблюдаются одни из самых низких значений по всем областям внедрения управленческих инноваций, касающихся персонала: процессы построения команд (11 %), мотивации (16 %) и лидерства (8 %). Также отметим достаточно низкую степень значимости по областям, связанным с клиентским взаимодействием, — процессы переговоров (8 %) и управления клиентским опытом (13 %). Таким образом, компании из группы «промышленное производство» прежде всего фокусируются на управленческих инновациях в области внутренних процессов, однако мало внимания уделяют процессам, связанным с персоналом и клиентами, по сравнению с компаниями, осуществляющими другие виды экономической деятельности.

Для компаний, представляющих сектор «образование и наука», процесс управления клиентским опытом имеет наибольшую значимость по сравнению с компаниями, представляющими другие виды экономической деятельности, составляя 19 %. Этот процесс имеет чуть бо́льшую значимость по сравнению с процессом мотивации (18 %) (см. табл. 1). Таким образом, среди компаний, действующих на российском рынке, на процессе управления клиентским опытом больше всего сфокусированы компании, относящиеся к сфере образования и науки.

Для компаний из группы «культура и спорт» процесс построения команд (16 %) имеет бо́льшую значимость по сравнению с управлением процессами (11 %). Также процесс построения команд (16 %) является более значимым по сравнению с процессом внутренних коммуникаций (14 %) для компаний данного типа (см. табл. 1). При этом отметим, что управление процессами для данного типа компаний является наименее значимым по сравнению с компаниями других видов экономической деятельности. Процесс построения команд, напротив, является наиболее значимым по сравнению с компаниями других видов экономической деятельности. Полученные результаты объясняются более простыми внутренними процессами для компаний данного типа по сравнению с другими компаниями, поэтому для них меньшую значимость имеют процессы внутренних коммуникаций и построения процессов, однако более значимым являются процессы построения команд и мотивации.

Таблица 1

Особенности областей внедрения управленческих инноваций в разрезе видов экономической деятельности компаний

Вид экономической деятельности	Области внедрения УИ, %							
	Внутренние коммуникации	Построение команд	Переговоры	Мотивация	Лидерство	Управление клиентским опытом	Управление процессами	Другое
Промышленное производство, включая хранение	26	11	8	16	8	13	15	2
Образование и наука	21	12	8	18	7	19	15	0
Культура и спорт	14	16	11	20	13	14	11	0

3.3. Особенности областей внедрения управленческих инноваций в зависимости от размера бизнеса компаний

Структура ответов респондентов в зависимости от размера бизнеса компаний показывает определенные отличия в степени значимости областей внедрения управленческих инноваций по сравнению с общей выборкой компаний (табл. 2, ср. с рис. 5).

Существенные различия были выявлены по процессу «переговоры». Данная область имеет наибольшее значение для компаний среднего бизнеса (14 %) и наименьшее — для представителей крупного бизнеса (6 %), что обусловлено более жесткой конкурентной средой у компаний среднего бизнеса, требующей инновационных подходов в области проведения переговоров с поставщиками и покупателями, тогда как для представителей крупного бизнеса область переговоров является более устоявшейся бизнес-практикой, не требующей инновационных подходов. Также объяснение такого различия в степени значимости объясняется тем, что в крупных компаниях многие сотрудники не участвуют в процессе переговоров и не задействованы во внедрении управленческих инноваций в данной области.

Для компаний, представляющих средний бизнес, характерна примерно одинаковая степень значимости для всех областей внедрения управленческих инноваций, за исключением процесса мотивации — 21 % (см. табл. 2). Полученные результаты свидетельствуют о том, что компании, представляющие средний бизнес, уделяют большее внимание процессу мотивации и в равной степени фокусируются на всех остальных областях внедрения управленческих инноваций.

Управление клиентским опытом как область внедрения УИ наиболее значимо для компаний малого бизнеса (17 %), тогда как наименьшая значимость отмечается для крупного бизнеса (13 %) (см. табл. 2). Такие отличия объясняются разным уровнем влияния покупателей на компании данных типов. Для малого бизнеса издержки переключения потребителей достаточно низкие и лояльность потребителей для данного сегмента бизнеса очень важна. В части компаний — представителей крупного бизнеса данный фактор может быть менее значимым с учетом большого объема контрактов, крупных скидок, монопольного положения.

3.4. Особенности областей внедрения управленческих инноваций в зависимости от степени интернационализации компаний

Области внедрения управленческих инноваций имеют свои особенности в зависимости от степени интернационализации компаний (табл. 3).

Для российских компаний-экспортеров процессы внутренних коммуникаций (21 %), управления клиентским опытом (17 %) и переговоров (11 %) являются более значимыми по сравнению с компаниями других типов (см. табл. 3). Такие результаты обусловливаются более жесткой внешней конкурентной средой для компаний данного типа

Таблица 2

Особенности областей внедрения управленческих инноваций в разрезе размера бизнеса компаний

Размер бизнеса компаний	Области внедрения УИ, %							
	Внутренние коммуникации	Построение команд	Переговоры	Мотивация	Лидерство	Управление клиентским опытом	Управление процессами	Другое
Крупный	19	13	6	22	12	13	14	1
Средний	14	13	14	21	11	14	13	1
Мелкий	19	12	9	20	10	17	14	1

Таблица 3

Особенности областей внедрения управленческих инноваций в зависимости от степени интернационализации компаний

Степень интернационализации компании	Области внедрения УИ, %							
	Внутренние коммуникации	Построение команд	Переговоры	Мотивация	Лидерство	Управление клиентским опытом	Управление процессами	Другое
Мультинациональная	19	14	7	22	12	12	11	1
Российская компания — экспортер	21	13	11	21	7	17	10	0
Российская	18	12	8	20	10	16	15	1

и необходимостью быстрого принятия решений для завоевания и удержания клиентов.

Мультинациональные компании заметно меньше российских фокусируются на процессах управления клиентским опытом (12 % против 16 %) и управления процессами (11 % против 15 %) как на областях внедрения управленческих инноваций. С точки зрения авторов, устоявшиеся практики управления клиентским опытом и организации внутренних процессов приводят к меньшей потребности во внедрении управленческих инноваций в указанных областях для мультинациональных компаний.

Однако управленческие инновации по процессам лидерства и построения команд более характерны для мультинациональных компаний (см. табл. 3), что объясняется меньшей готовностью к изменениям в стилях лидерства среди российских компаний, руководство которых остается консервативным в части внедрения новых управленческих практик в процессах управления персоналом в целом и лидерства в частности.

В рамках проведенного исследования были проанализированы ключевые особенности областей внедрения управленческих инноваций при анализе компаний в зависимости от видов экономической деятельности (см. табл. 1), их размера (см. табл. 2) и степени интернационализации (см. табл. 3). Полученные результаты показали, что вид экономической деятельности, размер бизнеса и степень интернационализации компаний оказывают влияние и обусловливают специфику областей внедрения управленческих инноваций.

4. ФАКТИЧЕСКИ ВНЕДРЕННЫЕ УПРАВЛЕНЧЕСКИЕ ИННОВАЦИИ В РОССИЙСКИХ И МУЛЬТИНАЦИОНАЛЬНЫХ КОМПАНИЯХ ЗА ПЕРИОД 2016—2019 гг.

В ходе проведенного исследования респондентам был задан вопрос: «Какие самые значимые управленческие инновации внедрялись в рамках вашей компании за последние три года?». Полученные результаты (рис. 6, см. третью стр. обложки) отражают общую тенденцию областей внедрения управленческих инноваций (см. рис. 5); тем не менее, существуют определенные особенности.

Процесс мотивации сотрудников был выделен респондентами как наиболее значимая область внедряемых управленческих инноваций в российских и мультинациональных компаниях, действующих на российском рынке, и составил 26 % от общего числа ответов респондентов. Такие результаты коррелируют с данными, полученными в ходе опроса респондентов по перечню областей внедрения управленческих инноваций (см. рис. 5), где процесс мотивации был оценен респондентами, как наиболее значимый (20 % от общего числа ответов).

«Повышение квалификации сотрудников» занимает второе место (17 %) по значимости управленческих инноваций, внедряемых в последние три года в компаниях. Эти данные отличаются от результатов, полученных в ходе опроса респондентов по областям внедрения управленческих инноваций (см. рис. 5), в рамках которого процесс повышения квалификации сотрудников не выделялся. Такое отличие обусловлено тем, что процесс повышения квалификации рассматривался авторами исследования как составная часть инноваций в других обозначенных процессах (мотивация, внутренние коммуникации, управление клиентским опытом и т. д.). Тем не менее, полученные результаты указывают на необходимость выделения процесса повышения квалификации сотрудников в отдельный блок в качестве одной из наиболее значимых областей внедрения управленческих инноваций.

На третьем месте по значимости управленческих инноваций, внедренных за последние три года в российских и мультинациональных компаниях, действующих на российском рынке, является процесс совершенствования системы управления (13 %). Этот процесс был сопоставлен с управлением процессами, выделенным в ходе опроса респондентов по областям внедрения управленческих инноваций (см. рис. 5). Ранее было упомянуто о том, что управление процессами как область внедрения управленческих инноваций включает в себя подходы и практики менеджмента, направленные на снижение затрат (повышение эффективности процессов). Таким образом, можно сделать вывод о том, что управление процессами является достаточно приоритетной, но не самой значимой областью внедрения управленческих инноваций для компаний, действующих на российском рынке.

Командообразование и курсы по коммуникации (13 %) находятся на четвертом месте по уровню значимости среди отмеченных респондентами управленческих инноваций, внедренных за последние три года. Процессы внутренней коммуникации и построения команд так же, как и процесс мотивации, являются одними из наиболее значимых среди отмеченных респондентами фактически внедряемых управленческих инноваций в последние три года.

Таким образом, результаты исследования фактически внедренных управленческих инноваций подтверждают ранее сделанный вывод, что российские и мультинациональные компании, действующие на российском рынке, фокусируются в первую очередь на внутренних процессах взаимодействия и мотивации сотрудников.

«Внедрение программы лояльности клиентов» — эта группа ответов респондентов занимает пятое место по значимости среди управленческих инноваций, внедренных за последние три года в российских и мультинациональных компаниях. Данные процессы соотносятся с управлением клиентским опытом, выделенным в ходе опроса респондентов по исследованию областей внедрения управленческих инноваций (см. рис. 5). Полученные результаты свидетельствуют о том, что управление клиентским опытом, так же как и управление процессами, является важной, но не входящей в топ-3 областью внедрения управленческих инноваций среди компаний, действующих на российском рынке.

В заключение отметим, что процесс переговоров не был указан респондентами как одна из фактически внедренных компаниями в России значимых инноваций за период 2016—2019 гг. Данный процесс получил также наименьшую значимость среди ключевых областей внедрения управленческих инноваций в российских и мультинациональных компаниях. Таким образом, процесс ведения переговоров, а также «мягкие навыки» и компетенции сотрудников в данной области не рассматриваются российскими и мультинациональными компаниями как область наиболее значимых управленческих инноваций.

5. ОГРАНИЧЕНИЯ И ОБЛАСТИ ДАЛЬНЕЙШИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Представленное исследование основывается на репрезентативной базе данных, полученных в ходе опроса сотрудников из 791 российской и мультинациональной компании, действующих на российском рынке. Тем не менее, существует ряд ограничений проведенного исследования, которые с точки зрения авторов могут рассматриваться в качестве направления для дальнейших исследований:
- расширение географии проводимого исследования и вовлечение других регионов Российской Федерации позволит выявить ряд региональных отличий в областях внедрения управленческих инноваций;
- включение в выборку компаний из блоков экономической деятельности «финансовая деятельность и операции с недвижимым имуществом», а также «транспорт, информация и связь» позволит выявить специфику в области управленческих инноваций для компаний указанных видов экономической деятельности;
- изучение отдельных практических примеров по внедрению управленческих инноваций с применением метода case study позволит выявить отличительные характеристики процесса управленческих инноваций для отдельных типов управленческих практик и компаний.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье представлены теоретическая и эмпирическая части исследования, предметом которого стали области внедрения управленческих инноваций для российских и мультинациональных компаний, действующих на российском рынке.

В теоретической части исследования представлен анализ процесса внедрения управленческих инноваций. Авторы предлагают рассмотреть внедрение управленческих инноваций как процесс принятия решения организацией о начале использования, а также непосредственное применение новых управленческих практик, подходов, процессов и техник. Кроме того, сформировано новое представление о процессе внедрения управленческих инноваций с разделением его на два подпроцесса: процесс принятия решения о внедрении УИ и процесс непосредственного внедрения УИ.

Проведенное эмпирическое исследование на основе базы данных, сформированной в ходе опроса 1025 сотрудников из 791 российских и мультинациональных компаний, действующих на российском рынке, позволило сформировать ответы на поставленные в настоящей статье исследовательские вопросы об областях внедрения управленческих инноваций.

Основной исследовательский вопрос, сформулированный авторами, заключался в исследовании ключевых областей внедрения управленческих инноваций в российских и мультинациональных компаниях, действующих на российском рынке. Он был декомпозирован на два исследовательских вопроса второго уровня. Полученные результаты позволили сделать вывод, что российские и мультинациональные компании, действующие на российском рынке, фокусируются прежде всего на внутренних процессах взаимодействия и мотивации сотрудников.

Первый вопрос второго уровня (RQ 1) заключался в выявлении особенностей областей внедрения управленческих инноваций в зависимости от видов экономической деятельности, размера бизнеса и степени интернационализации компании. Среди особенностей выделим такие ключевые аспекты:
- компании из группы «промышленное производство» прежде всего уделяют внимание управленческим инновациям в области внутренних процессов, однако недостаточно уделяют внимания процессам, связанным с персоналом и клиентами по сравнению с компаниями, осуществляющими другие виды экономической деятельности;
- компании, представляющие средний бизнес, придают большее значение процессу мотивации и заметно меньше, но в равной степени фо-

кусируются на всех остальных областях внедрения управленческих инноваций;

- устоявшиеся практики управления клиентским опытом и организации внутренних процессов приводят к меньшей потребности во внедрении управленческих инноваций в данных областях для мультинациональных компаний по сравнению с российскими компаниями.

Для получения ответа на второй исследовательский вопрос (RQ 2) было проведено изучение управленческих инноваций, которые фактически внедрялись в компаниях, действующих на российском рынке за период 2016—2019 гг. Полученные результаты позволили сделать вывод, что российские и мультинациональные компании фокусируются на внутренних процессах взаимодействия, мотивации, а также отдельно выделяют процесс повышения квалификации сотрудников. Изучение фактически внедренных управленческих инноваций позволило выделить две особенности, характерные для компаний, действующих на российском рынке:

- управление клиентским опытом, так же как и управление процессами, является важной, но не значимой областью внедрения управленческих инноваций среди компаний, действующих на российском рынке;
- полностью отсутствует внимание к развитию управленческих инноваций в области ведения переговоров среди российских и мультинациональных компаний, действующих на российском рынке.

Результаты, полученные в рамках исследования, имеют практическую значимость. Так, компаниям, осуществляющим деятельность в области промышленного производства, стоило бы больше внимания уделять процессам, связанным с персоналом и клиентами. Организация внутренних процессов и управление клиентским опытом требуют большего внимания со стороны российских компаний, поскольку они отстают в этой области от мультинациональных компаний. Проведение переговоров требует отдельного внимания со стороны руководства компаний, поскольку наличие «мягких навыков» является важной составляющей повышения конкурентоспособности компаний как на российском, так и на глобальных рынках.

Выводы, сделанные в ходе исследования, могут быть использованы как в дальнейших исследованиях, так и в практике инновационного управления компаниями.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Heij, C.V., Volberda, H., Van den Bosch, F.A.J., Hollen, R.M.A.* How to leverage the impact of R & D on product innovation? The moderating effect of management innovation / R and D Management 2019. — Vol. 50, no. 2. — P. 277—294.
2. *Khosravi, P., Newton, C., Rezvani, A.* Management innovation: A systematic review and meta-analysis of past decades of research / European Management Journal. — 2019. — Vol. 37, no. 6. — P. 694—707.
3. *Zhang, Y., Khan, U.* The influence of management innovation and technological innovation on organization performance. A mediating role of sustainability / Sustainability. — 2019. — Vol. 11, no. 2. — P. 495.
4. *Guzman, F.A., Espejo, A.* Introducing changes at work: How voice behavior relates to management innovation / Journal of Organizational Behavior. — 2019. — Vol. 40, no. 1. — P. 73—90.
5. *Kimberly, J.R.* Managerial innovation / In P.C. Nystrom & W.H. Starbuck (Eds.), Handbook of organizational design. — New York: Oxford University Press, 1981. — No. 1. — P. 84—104.
6. *Hamel, G.* The why, what and how of management innovation / Harvard Business Review. — 2006. — Vol. 84, no. 2. — P. 72—84.
7. *Oslo* Manual 2018: Guidelines for Collecting, Reporting and Using Data on Innovation, 4th Edition, The Measurement of Scientific, Technological and Innovation Activities, OECD. — Publishing, Paris/Eurostat, Luxembourg, 2018.
8. *Burns, T., & Stalker, G.M.* The management of innovation. — London: Tavistock Publications, 1961.
9. *Duncan, R.B.* The ambidextrous organization: Designing dual structures for innovation / In R.H. Kilmann, L.R. Pondy & D. Slevin (Eds.), The management of organizational design: Strategy implementation. — New York: North-Holland, 1976. — P. 167—188.
10. *Van de Ven, A.H.* Central problems in the management of innovation / Management Sci. — 1986. — Vol. 32. — P. 590—607.
11. *Roberts, E.B.* Managing invention and innovation / Research Management. — 1988. — Vol. 31, no. 3. — P. 11—29.
12. *Miron, E., Erez, M., & Naveh, E.* Do personal characteristics and cultural values that promote innovation, quality, and efficiency complete or complement each other? / Journal of Organizational Behavior. — 2004. — Vol. 25. — P. 179—199.
13. *Damanpour, F., Schneider, M.* Phases of the adoption of innovation in organizations: Effects of environment, organization, and top managers / British Journal of Management. — 2006. — Vol. 17, no. 3. — P. 215—236.
14. *Damanpour, F., Aravind, D.* Managerial innovation: Conceptions, processes, and antecedents / Management and Organization Review. — 2011. — Vol. 8, no. 2. — P. 423—454.
15. *Batkovskiy, A.M., Kalachikhin, P.A., Semenova, E.G.,* et al. Component methodology for creating and implementing organizational innovations in business companies / Indian Journal of Science and Technology. — 2016. — No. 9 (27).
16. *Омельченко М.А.* Управленческие инновации: сущность, виды, особенности внедрения // Вестник университета. — 2017. — № 3. — С. 154—157. [*Omelchenko, M.* Innovation management: essence, types, the particular implementation // Vestnik Universiteta. — 2017. — No. 3. — S. 154—157. (In Russian)]
17. *Damanpour, F.* Organizational innovation: a meta-analysis of the effects of determinant and moderators / Academy of Management Journal. — 1991. — Vol. 34. — P. 555—590.
18. *Klein, K.J., Sorra, J.S.* The challenge of innovation implementation / Academy of Management Journal. — 1996. — Vol. 21, no. 1. — P. 1055—1080.
19. *Repenning, N.P.* A simulation-based approach to understanding the dynamics of innovation implementation / Organization Science. — 2002. — Vol. 13, no. 2. — P. 109—127.
20. *Damanpour, F., Schneider, M.* Characteristics of innovation and innovation adoption in public organizations: Assessing the role of managers / Journal of Public Administration Research and Theory. — 2009. — No. 19. — P. 495—522.
21. *Chung, G.H., Choi, J.N.* Innovation Implementation as a Dynamic Equilibrium: Emergent Processes and Divergent Outcomes / Group & Organization Management. — 2018. — Vol. 43, no. 6. — P. 999—1036.

22. *Zaltman, G., Duncan, R., Holbek, J.* Innovations and Organizations. — New York: Wiley, 1973.
23. *Daft, R.L.* A dual-core model of organizational innovation / Academy of Management Journal 2. — 1978. — Vol. 1, no. 2. — P. 193—210.
24. *Angle, H.L., Van de Ven, A.H.* Suggestions for managing the innovation journey / In: A.H. Van de Ven, H.L. Angle, M.S. Poole (eds.). Research on the Management of Innovation: The Minnesota Studies. — New York: Oxford University Press, 2000. — P. 663—697.
25. *Aiken, M., Hage, J.* The Organic Organization and Innovation / Sociology. — 1971. — Vol. 5, no. 1. — P. 63—82.
26. *Birkinshaw, J., Mol, M.* How management innovation happens / Sloan Management Review. — 2006. — Vol. 47, no. 4. — P. 81—88.
27. *Evan, W.M., Black, R.* Innovation in business organizations: Some factors associated with success or failure of staff proposals / Journal of Business. — 1967. — Vol. 40, no. 4. — P. 519—530.
28. *Damanpour, F., Evan, W.M.* Organizational innovation and performance — the problem of organizational lag / Administrative Science Quarterly. — 1984. — Vol. 29, no. 3. — P. 392—409.
29. *Klein, K.J., Knight, A.P.* Innovation implementation — Overcoming the challenge / Current Directions in Psychological Science. — 2005. — Vol. 14, no. 5. — P. 243—246.
30. *Walker, R.M., Damanpour, F., Devece, C.A.* Management innovation and organizational performance: The mediating effect of performance management / Journal of Public Administration Research and Theory. — 2011. — Vol. 21, no. 2. — P. 367—386.
31. *Chung, G.H., Choi, J.N., Du, J.* Tired of innovations? Learned helplessness and fatigue in the context of continuous streams of innovation implementation / Journal of organizational behavior. — 2017. — Vol. 38, no. 7. — P. 1130—1148.
32. *Ассоциация* менеджеров России. Организационно-управленческие инновации: Экономика, основанная на знаниях. Национальный доклад, подготовленный Ассоциацией менеджеров России. — М.: АМР, 2008. [*Associaciya* menedzherov Rossii. Organizacionno-upravlencheskie innovacii: Ekonomika, osnovannaya na znaniyah. Nacional'nyj doklad, podgotovlennyj Associaciej menedzherov Rossii. — M.: AMR, 2008. (In Russian)]
33. *Клевцова К.С.* Управленческие инновации и их применение в российских компаниях // Молодой ученый. — 2017. — № 3 (137) — С. 154—157. [*Klevtsova, K.S.* Management innovations and their application in Russian companies // Molodoi uchenyi. — 2017. — No. 3 (137). — S. 154—157. (In Russian)]
34. *Gosselin, M.* The effect of strategy and organizational structure on the adoption of Activity-Based Costing / Accounting, Organizations and Society. — 1997. — Vol. 22, no. 2. — P. 105—122.
35. *Wischnevsky, D.J., Damanpour, F.* Radical strategic and structural change: Occurrence, antecedents and consequences / International Journal of Technology Management. — 2008. — Vol. 44, no. 1/2. — P. 53—80.
36. *Wang, P.* Chasing the hottest IT: Effects of information technology fashion on organizations / MIS Quarterly. — 2010. — Vol. 34, no. 1. — P. 63—85.
37. *Altuwaijria, M.M., Khorsheed, M.S.* A project-based model for successful IT innovation diffusion. International Journal of Project Management. — 2012. — No. 30. — P. 37—47.
38. *Jia, X., Chen J., Mei, L.* How leadership matters in organizational innovation: A perspective of openness / Management Decision. — 2018. — Vol. 56, no. 1. — P. 6—25.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.В. Клочковым.

Поступила в редакцию 15.10.2020, после доработки 19.01.2021. Принята к публикации 21.01.2021.

Гусева Наталья Игоревна — д-р социол. наук,
PhD in Management sciences, ✉ natguseva@hse.ru,

Советкин Ярослав Дмитриевич — аспирант,
✉ y.sovetkin@gmail.com,

Национальный исследовательский университет
Высшая школа экономики, г. Москва.

KEY AREAS FOR IMPLEMENTING MANAGEMENT INNOVATIONS WITHIN DOMESTIC AND MULTINATIONAL COMPANIES OPERATING IN RUSSIA

N.I. Guseva[1] and Y.D. Sovetkin[2]

National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia

[1] ✉ natguseva@hse.ru, [2] ✉ y.sovetkin@gmail.com

Abstract. The highly complex, ambiguous, and turbulent business environment forces the leading multinational companies to search for new strategic capabilities, and management innovations are treated as an imperative for this development. However, top-management of the domestic companies operating in the Russian market is not focused sufficiently on management innovations. This paper considers the process of management innovations and key areas of their implementation within domestic and multinational companies operating in Russia. The empirical study described below involves 1025 employees from 791 companies operating in Moscow and Moscow oblast. According to the collected data, the companies operating in the Russian market primarily focus on employee motivation and building an effective communication process as the priority areas for implementing management innovations. Moreover, the type of economic activity, the size of business, and the degree of the company's internationalization are taken into account in the empirical study. Several peculiarities of the implementation areas of management innovations for domestic and multinational companies operating in Russia are identified.

Keywords: management innovations, process of management innovations, implementation of management innovations, implementation areas of management innovations, domestic companies, multinational companies.

УДК 519.876.2

DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2021.2.6

ПОГРАНИЧНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ КАК СИСТЕМА МЕР И ЕЕ НАУЧНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

В.В. Шумов, Е.С. Гирник, П.Д. Сениченков

Аннотация. Пограничная деятельность направлена на обеспечение национальной безопасности в пограничном пространстве и может быть рассмотрена как система предупредительных (пограничные профилактика и сдерживание), охранно-контрольных (пограничные служба и поиск) и защитно-боевых (специальные и боевые действия, оперативно-боевые мероприятия) мер. Каждому виду пограничных мер поставлены в соответствие функции (этапы цикла деятельности). Пограничные меры могут быть реализованы в форме операций, проводимых в масштабах страны, одного или нескольких субъектов федерации по единому плану для достижения конкретной цели. Проблемы пограничной деятельности исследуются в науке о пограничной деятельности — системе знаний об обеспечении пограничной безопасности, государственном строительстве пограничных организаций, подготовке и ведении пограничной деятельности, ее всестороннем обеспечении. Изучение содержательных аспектов науки о пограничной деятельности позволило авторам представить в систематизированном виде принципы пограничной деятельности: активности, скрытости и внезапности действий, гибкости, комплексного применения сил и средств, непрерывности действий по месту и времени, сосредоточения основных усилий на главных направлениях и задачах, взаимодействия, международного сотрудничества, главного звена, соотношения безопасности и свободы, сдерживания, опоры на местное население, примата предупредительных мер, сочетания традиционных и новых технологий, комплексной оценки пограничной безопасности.

Ключевые слова: пограничная деятельность, система пограничных мер, принципы пограничной деятельности, предупредительные меры, охранно-контрольные меры, защитно-боевые меры, базовые модели пограничной безопасности.

ВВЕДЕНИЕ

Пограничная деятельность — это деятельность (система мер), осуществляемая государственными органами, органами местного самоуправления, организациями, общественными объединениями и гражданами, направленная на обеспечение пограничной безопасности [1].

Пограничная безопасность (национальная безопасность в пограничном пространстве) есть процесс и результат (состояние) деятельности государственных и социальных институтов по контролю, охране и защите интересов государства и общества в пограничном пространстве. Пограничное пространство включает в себя государственную границу и приграничную территорию, подводную среду и воздушное пространство государства, исключительную экономическую зону, континентальный шельф и другие морские пространства, в пределах которых государство обладает суверенными правами и осуществляет юрисдикцию [1, 2].

Пограничная безопасность представляет собой элемент национальной безопасности и обороноспособности страны. Например, в Римской империи численность пограничных легионов составляла до 2/3 от общей численности вооруженных сил. При этом в III в. (212 и 284 г.) плотность защиты и охраны границы (число пограничников на километр границы) составляла от 2 чел./км (Африка, Мавритания) до 15—20 чел./км (Сирия, Германия и др.). Построенный между 122 и 128 гг. н. э. «вал Адриана» включал в себя целую систему элементов военной и пограничной архитектуры. В более поздний период Римской империи происходит дальнейшее увеличение плотности защиты и охраны границы. Примерно десятая часть границы была защищена пограничными сооружениями со стенами или валами и около двух десятых — системой опорных пунктов с крепостями, наблюдательными постами и другими элементами предохранения.

Предпринятые меры по оборудованию границы и ее охране позволили отразить множество вторжений иноземных племен на территорию Римской (Византийской) империи [3]. Для сравнения, на границе США с Мексикой плотность охраны границы составляет 6,3 чел./км. По периметру границы расположены бетонные заборы, инфракрасные камеры, датчики, постоянно используются беспилотные летательные аппараты, свыше 20 тыс. американских пограничников обеспечивают безопасность границы [4].

Россия имеет самые протяженные в мире границы. Широкой спектр угроз и вызовов в пограничном пространстве требует применения системы мер для их нейтрализации. Научной классификации и характеристике системы пограничных мер и посвящена настоящая работа.

1. ПОГРАНИЧНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ КАК СИСТЕМА ПОГРАНИЧНЫХ МЕР

«Романтичный» период [5] развития кибернетики, ее первые достижения побудили руководителей организовать исследования по применению средств автоматизации и математических моделей в управлении охраной границы (1950—1960-е гг.). Командирам и начальникам штабов стали читать курсы по исследованию операций и выполнению оперативно-тактических расчетов, что позволило повысить качество охраны государственной границы [6]. Разработанные в конце XX — начале XXI в. математические модели можно условно разделить на три группы: теоретико-игровые модели применения отдельных пограничных средств, описательные теоретико-вероятностные модели охраны границы на участке подразделения и агрегированные модели охраны границы на участке региона [6—8]. Для оценки параметров моделей использовались данные пограничной статистики.

В 1990-е гг. акценты в организации пограничной деятельности стали смещаться на применение информационных технологий и системные исследования в области пограничной безопасности. В 2000-е гг. появляется концепция «система управления границами» [9, 10]. В работе [9] уточняются цели управления границами: предотвращение и борьба с незаконной миграцией, контрабандой оружия и наркотиков, угрозами терроризма, распространением болезней и эпидемий, а также содействие развитию международной торговли, научно-образовательной среды и туризма. Управление границами рассматривается на глобальном и межгосударственном уровнях и на уровне страны. Рассмотрим конкретизацию концепции для уровня региона.

Меры (действия или совокупность действий и средств, направленных на осуществление или достижение чего-либо) по обеспечению пограничной безопасности подразделяются на правовые, политические, дипломатические, экономические, оборонные, пограничные, таможенные, природоохранные, санитарно-эпидемиологические, экологические и иные [2].

На рис. 1 показаны основные элементы системы пограничных мер на уровне региона (схема разработана авторами, в частности, на основе анализа источников [1, 2, 11—15]). Система пограничных мер включает в себя предупредительные (пограничные профилактика и сдерживание), охранно-контрольные (пограничные служба и поиск) и защитно-боевые (специальные и боевые действия, оперативно-боевые мероприятия).

Изучение данных пограничной статистики показало, что важнейшая цель охраны государственной границы СССР — недопущение нарушений границы и пограничного режима — решалась в основном с помощью предупредительных (профилактических и сдерживающих) действий.

Пограничная профилактика — это прямое и косвенное воздействие на приграничное население в целях: привлечения граждан и организаций к защите и охране интересов государства в пограничном пространстве; выявления и устранения причин и условий, способствующих незаконной деятельности в пограничном пространстве; оказания воспитательного воздействия на лиц для недопущения правонарушений в пограничной сфере.

Пограничное сдерживание — это воздействия пограничных сил и средств на потенциальных нарушителей, направленные на их отказ от незаконной деятельности в связи с угрозой быть задержанными и наказанными.

Охранно-контрольные и защитно-боевые меры направлены на поддержание правовых режимов в пограничном пространстве и нейтрализацию субъектов опасности.

В научных исследованиях в основном рассматриваются охранно-контрольные и защитно-боевые меры, поэтому в настоящей работе акцент будет смещен на анализ предупредительных мер.

2. ПОГРАНИЧНЫЕ ПРЕДУПРЕДИТЕЛЬНЫЕ МЕРЫ

Субъектами профилактической деятельности являются:

— должностные лица пограничных органов;

— органы государственной власти, федеральные органы исполнительной власти, органы местного самоуправления;

— добровольные народные и казачьи дружины;

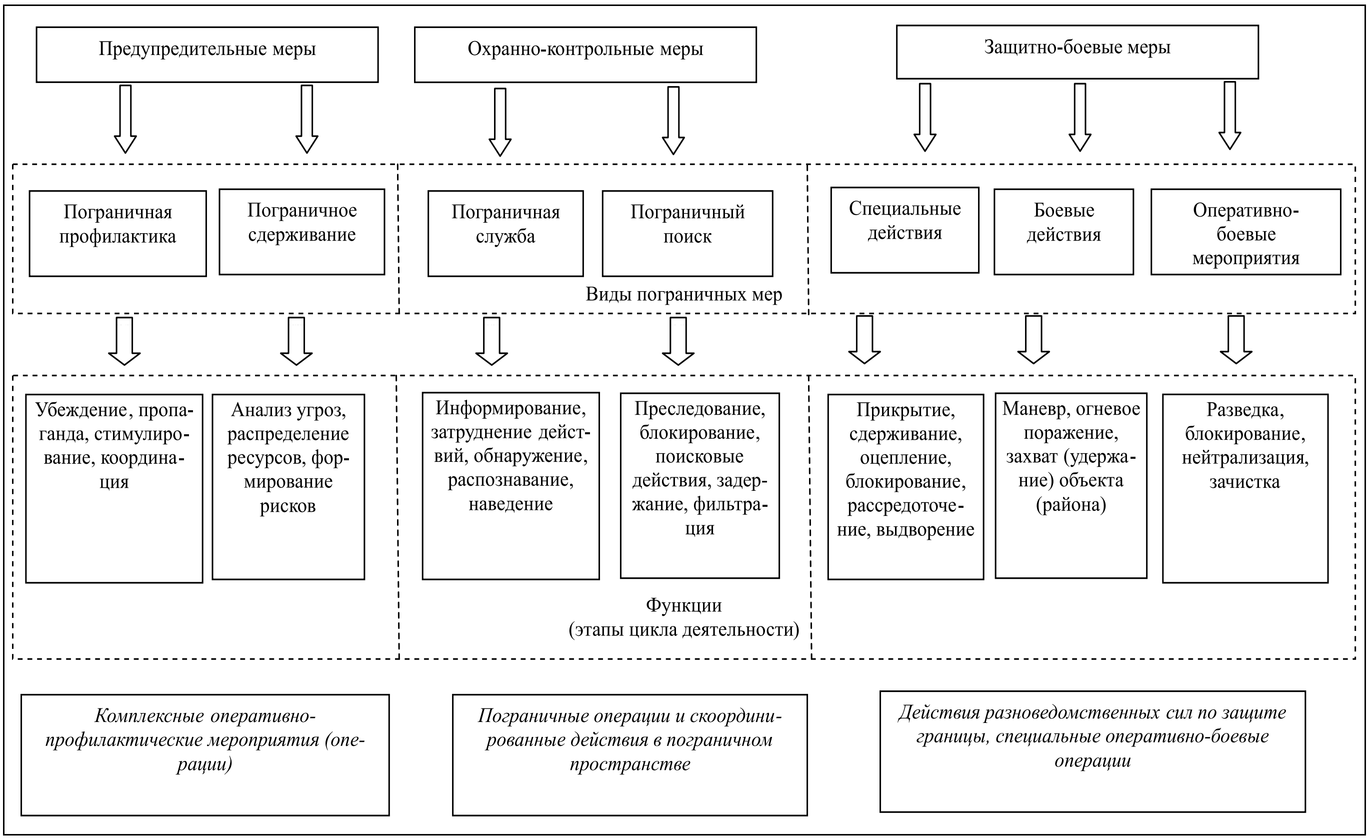


Рис. 1. Элементы системы пограничных мер

— средства массовой информации и искусства.

Объекты профилактической деятельности:

— общество в целом, в том числе общественные организации и иные объединения граждан;

— местное население приграничных районов;

— добровольные народные и казачьи дружины;

— отдельные лица и члены их семей;

— преступные сообщества.

Задачи профилактической деятельности:

— формирование у местного населения позитивного отношения к пограничным органам, повышение его лояльности;

— пропаганда деятельности пограничных органов, освещение вопросов, связанных с пограничной деятельностью;

— привлечение местного населения к охране и защите государственной границы на гласной основе и его стимулирование;

— повышение эффективности взаимодействия с органами государственной и муниципальной власти, органами исполнительной власти.

К *формам профилактической деятельности* относятся:

— информационно-пропагандистская деятельность;

— профилактическая работа с местным населением;

— координация с органами государственной власти, федеральными органами исполнительной власти, органами местного самоуправления.

В зависимости от направления проводимой работы выделяются следующие *методы профилактической деятельности*:

- по направлению информационно-пропагандистской деятельности:

— освещение деятельности пограничных органов через взаимодействие с представителями СМИ и искусства, направленное на повышение лояльности местного населения;

— контрпропаганда, направленная на нивелирование негативных информационных воздействий на общество и отдельные социальные группы;

- по направлению профилактической работы с местным населением:

— предупредительно-разъяснительная работа, направленная на повышение уровня грамотности в области административно-правового режима государственной границы;

— предупредительно-профилактическая работа, направленная на выявление среди местного населения объектов профилактики и предупреждение совершения ими противоправных действий;

— стимулирование местного населения за участие в охране и защите государственной границы;

— воспитательная работа с молодежью и детьми в образовательных учреждениях;

- по направлению координации с органами власти и органами местного самоуправления:

— деятельность координационных органов, например, пограничных комиссий по субъектам Российской Федерации;

— организация взаимодействия субъектов пограничной профилактики;

— организация совместных действий в интересах пограничной профилактики.

Средства[1] *пограничной профилактики*:

— публикации в средствах массовой информации и сети Интернет, в том числе в социальных сетях и мессенджерах;

— кинофильмы, литературные произведения и т. д.;

— профилактические мероприятия, проводимые сотрудниками пограничных органов среди местного населения;

— нормативные правовые акты, регулирующие деятельность добровольных народных и казачьих дружин;

— административно-правовые режимы как совокупность юридических и организационных средств.

Впервые *пограничное сдерживание* упоминается в связи с борьбой с контрабандой еще в дореволюционное время. По инициативе министра финансов Российской империи Н.Х. Бунге в 1873 г. была создана Балтийская таможенная крейсерская флотилия. Министр финансов так характеризовал ее деятельность: «малочисленность задержаний контрабандных товаров кораблями не является серьезным доводом, доказывающим бездеятельность флотилии. Когда речь идет о практических результатах деятельности судов, то она должна быть оцениваема не в количественном отношении в деле преследования ею контрабанды, то есть не числом сделанных судами задержаний контрабандных товаров, а по общему влиянию ее на контрабандный промысел. Флотилия есть стража предупредительная. Влияние крейсерской флотилии обнаруживается главным образом не в увеличении общего количества задержанной контрабанды, а в увеличении рискованности самого промысла, увеличении накладных расходов, времени на выбор удобного места для возвращения к берегам, в уменьшении прибыльности промысла» [16, *с. 363*]. Основное отличие сдерживающей деятельности от профилактической заключается в более узком объекте воздействия первой. Сдерживающие меры направлены на потенциальных нарушителей, вынашивающих намерения к незаконной деятельности.

Задачи пограничного сдерживания:

— формирование у потенциальных нарушителей представлений о неотвратимости и тяжести наказания за незаконную деятельность, осуществляемую через государственную границу;

— оборудование государственной границы на уровне, препятствующем потенциальной незаконной деятельности;

— эффективное применение пограничных сил и средств.

К *сдерживающим мерам* относятся:

— меры информационного характера, схожие по формам и средствам, но разные по целям и объекту воздействия с профилактическими мерами информационно-пропагандистского направления;

— меры по оборудованию государственной границы, включающие в себя использование ясно видимых информирующих, заградительных, контролирующих и др. средств;

— меры, связанные с применением пограничных сил и средств (например, создание достаточных плотностей охраны как на всем участке, так и на отдельных направлениях), применение светотехнических средств, демонстрационные действия и др.

Частные показатели, характеризующие эффективность пограничного сдерживания:

— плотность охраны государственной границы (чел./км);

— плотность установленных (используемых) технических средств охраны границы (ед./км), по типам;

— интенсивность демонстративных действий вблизи государственной границы;

— максимальная скорость движения нарушителей, степень ее снижения путем использования заградительных средств;

— максимальная скорость движения пограничных средств;

— доля неупреждаемых участков границы;

— плотность информирующих знаков и средств и др.

Перспективной научной и практической задачей является адаптация базовых механизмов управления для решения задач управления профилактическими и сдерживающими мерами и разработка новых.

[1] Средство — это прием, способ действий для достижения чего-то.

3. ОХРАННО-КОНТРОЛЬНЫЕ И ЗАЩИТНО-БОЕВЫЕ МЕРЫ

В модельном законе[2] «О пограничной безопасности» [1] *охранно-контрольные меры* понимаются как меры, направленные на поддержание административно-правовых режимов в пограничном пространстве (режим государственной границы, пограничный режим и др.). *Защитно-боевые меры* (правоохранительные, военные, разведывательно-поисковые и др. специальные) направлены на противодействие существующим угрозам и нейтрализацию субъектов опасности.

В зависимости от военно-политической, социальной и экономической обстановки в пограничном пространстве и с учетом традиций охраны границы классификация мер в других государствах может быть иной. В частности, в США комплекс мер по обеспечению безопасности границ зависит от уровня угроз и подразделяется на [17]:

— пограничный менеджмент (Border Control) — защиту от незаконного проникновения через границу людей и грузов, которые воспринимаются как угроза низкого уровня;

— охрану границы (Border Safety) — те меры, которые могут быть реализованы для защиты от угроз среднего уровня, таких как насилие, преступники, контрабанда и т. п.;

— защиту границы (Border Security), включающую в себя меры, применяемые для противодействия терроризму.

Для обеспечения пограничной безопасности пограничная структура должна быть гибкой. Специалисты отмечают [17], что правоприменительные функции на границе могут потенциально перетекать в функции национальной обороны, что потребует постоянного присутствия подразделений Национальной гвардии на отдельных участках границы и др. мер.

Субъектами управления при реализации охранно-контрольных и защитно-боевых мер являются:

— федеральные органы государственной власти,

— органы государственной власти субъектов федерации,

— должностные лица пограничных органов и др.

Объектами управления при реализации охранно-контрольных и защитно-боевых мер являются:

— силы и средства (подразделения, организации и т. д.), выделенные для поддержания административно-правовых режимов и нейтрализации субъектов опасности в пограничном пространстве;

— режимные правовые средства (нормативные предписания, акты реализации прав и обязанностей субъектов, правоприменительные акты, меры поощрения и принуждения, юридические санкции, методы и приемы административной деятельности);

— территория, где действуют административно-правовые режимы и др.

Цель охранно-контрольных и защитно-боевых мер — недопущение нарушений режима границы, пограничного режима и задержание (нейтрализация) нарушителей.

Управление охранно-контрольными и защитно-боевыми мерами основано на руководстве принципами военного искусства, охраны и защиты границы и использовании функций пограничных сил и средств [11].

4. НАУКА О ПОГРАНИЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Наука о пограничной деятельности[3] — это система знаний об обеспечении пограничной безопасности, государственном строительстве пограничных организаций, подготовке и ведении пограничной деятельности, ее всестороннем обеспечении (рис. 2).

Исходя из анализа отечественных и зарубежных публикаций, можно утверждать, что наука о пограничной деятельности включает в себя такие дисциплины (перечень не исчерпывающий), как пограничное искусство (пограничная политика, пограничное оперативное искусство, пограничная тактика), пограничная история, пограничная статистика, математическая теория управления пограничной безопасностью, правовые основы пограничной безопасности и пограничной деятельности, философия пограничной безопасности, психология и социология пограничной деятельности, теория пограничного обучения и воспитания, теории всестороннего обеспечения пограничной деятельности, теории развития, применения и эксплуатации технических и специальных средств пограничной деятельности.

Пограничное искусство — теория и практика подготовки и ведения пограничной деятельности. Включает в себя государственную пограничную политику, пограничное оперативное искусство и пограничную тактику.

Пограничная статистика (как отрасль социальной статистики) изучает количественные показатели во взаимосвязи и взаимозависимости с ка-

[2] Модельный закон — это законодательный акт рекомендательного характера, содержащий типовые нормы и дающий нормативную ориентацию для законодательства.

[3] Некоторыми исследователями вместо термина «наука о пограничной деятельности» используется понятие «погранология». Далее будем считать указанные понятия синонимами.

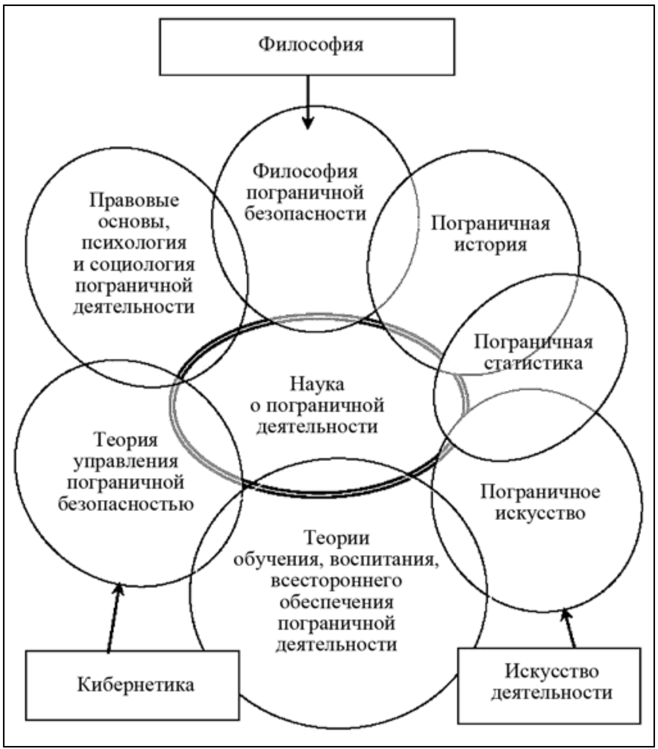


Рис. 2. Основные дисциплины науки о пограничной деятельности

чественными характеристиками таких явлений и процессов, как пограничная безопасность, пограничная деятельность, результаты и последствия оперативно-служебной и служебно-боевой деятельности в пограничном пространстве. Исследует также закономерности этих явлений в конкретных исторических и региональных условиях. Важнейшие задачи пограничной статистики — выявление, сбор, научная обработка и анализ статистических данных, конкретных явлений и процессов пограничной безопасности и пограничной деятельности.

Теория управления пограничной безопасностью — форма достоверного научного знания о пограничной безопасности, пограничной деятельности и управления ею, представляющая собой систему взаимосвязанных утверждений и доказательств, содержащая методы объяснения и предсказания явлений и процессов данной предметной области, сводящая открытые в данной области закономерные связи к единому объединяющему началу.

Предметная область теории управления пограничной безопасностью показана на рис. 3.

Пограничная деятельность направлена на защиту и охрану сухопутных (озерных, речных) участков государственной границы (пограничная охрана), защиту экономических и иных интересов го-

Рис. 3. Предметная область теории управления пограничной безопасностью

сударства в морском пограничном пространстве (береговая охрана), пропуск через государственную границу лиц, транспортных средств и грузов (пограничный контроль), а также включает в себя скоординированные (совместные) действия органов государственной власти и управления.

Выделяются два основных типа пограничной деятельности: подготовка деятельности (проектная деятельность) и ведение деятельности (процессная деятельность), организуемые как последовательное выполнение типовых этапов (циклов).

С исторической точки зрения до определенного периода времени исследование проблем деятельности и управления было прерогативой философии. На сегодняшний день философия понимается как рефлексия над основаниями всех наук и не рассматривает конкретные проблемы деятельности. Философию пограничной безопасности можно определить как науку о смысле пограничной деятельности и пограничной безопасности.

Известно, что под термином «наука об управлении» зачастую неоправданно узко понимается формальная (математическая) теория управления (наука об управлении включает в себя множество таких теорий) [18]. Соответственно, и наука о пограничной деятельности включает в себя дисциплины и «сильной» и «слабой» версии (в терминологии Д.А. Новикова).

5. БАЗОВЫЕ МОДЕЛИ ПОГРАНИЧНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Приведем базовые модели (простейшие модели, допускающие возможность их расширения путем учета большего количества факторов и условий) пограничной безопасности и дадим их краткую характеристику.

Модель оценки безопасности региона. Безопасность i-го региона U_i государства оценивается по формуле [11]:

$$U_i = K_i\left(\frac{\zeta_i}{z_i}\right)^{\delta_i\mu_i},$$

где K_i — уровень социально-экономического развития i-го региона; ζ_i — численность регионо-образующего (титульного) этноса; z_i — численность населения в регионе; $\delta_i > 0$ — параметр этнического притяжения титульного этноса; $\mu_i \geq 1$— параметр межэтнической разнородности.

Модель применяется для оценки безопасности в регионах со смешанным населением и с высокими межэтническими различиями (Приднестровье, Абхазия и Южная Осетия, Нагорный Карабах и др.), где периодически вспыхивают конфликты на этнической почве, которые очень трудно разрешить.

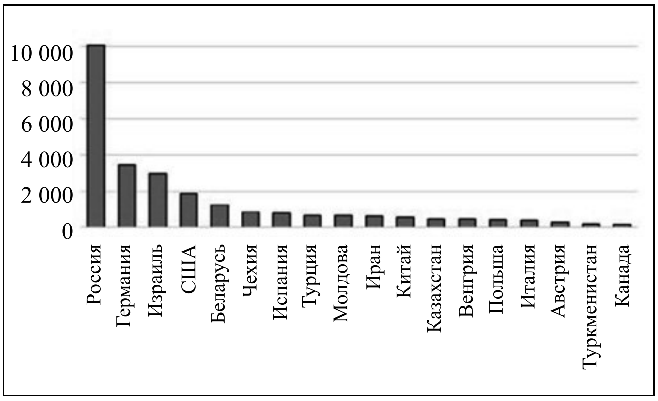


Рис. 4. Долгосрочная миграция из Украины в 2011—2012 гг., чел.

Модель межстрановой миграции населения. Поток миграции M_{ij} из страны i в страну j учитывает законы миграции и оценивается по формуле [19]:

$$M_{ij} = k_{mi}\frac{(1-R_{ij})w_j D_j(V_j/V_i)}{(\mu_{ij})^2\sqrt{r_{ij}}},$$

где k_{mi} — параметр миграции i-й страны (отражает социальную стабильность в государстве); w_j — базовая суверенность j-го государства (емкость рынка миграции, зависит от численности населения и площади страны j); V_i — ВВП на душу населения i-й страны; V_j — ВВП на душу населения j-й страны; D_j — доля городского населения в j-й стране; r_{ij} — относительное расстояние между странами i и j; μ_{ij} — параметр этнической разнородности между странами; $0 < R_{ij} < 1$ — степень режимно-правовых ограничений на перемещение граждан из страны i в страну j.

На рис. 4 показан график долгосрочной (сроком на год и более) миграции населения из Украины в 2011—2012 гг.

Видно, что наибольшие потоки миграции направлены в крупные страны с этнически близким населением или в страны с высоким уровнем жизни и значительной емкостью рынка миграционных услуг. Значение параметра k_{mi} миграции характеризует долю населения страны, готовую ее покинуть (временно или постоянно) в поисках лучших условий жизни и возрастает в периоды внутренней нестабильности государства.

С ростом потоков миграции граждан растет и поток террористов и контрабанды, что и обуславливает важность прогнозирования миграции в задачах национальной и пограничной безопасности.

Модель социально-информационного влияния. Пограничная профилактика в значительной мере зависит от действий приграничного населения, от информированности граждан. Картина мира индивидов формируется на основе восприятий (чувственно-наглядные образы, формируемые в результате личного контакта с действительностью, посредством органов чувств) и представлений (чувственно-наглядные образы, формируемые без непосредственного воздействия самих предметов и явлений действительности). Определяется функция представления (восприятия) $B(y, x, \theta)$ о показателе $\theta \in [\theta_0, \theta_1]$ (вероятности $\theta \in [0, 1]$) в условиях воздействий $y \geq 0$ ($x \geq 0$), направленных на увеличение (уменьшение) представления о значении показателя. Для показателей вероятностного типа (вероятность задержания нарушителей, степень прикрытия границы и др.) она равна [11]:

$$B(y, x, \theta) = \alpha B_+(y, \theta) + (1 - \alpha)B_-(x, \theta),$$

$$B_+(y, \theta) = \frac{\theta\exp(z_y)}{1-\theta+\theta\exp(z_y)}, \quad z_y = \frac{k_y}{\nu+1}y^{\nu+1},$$

$$B_-(x, \theta) = \frac{\theta\exp(-z_x)}{1-\theta+\theta\exp(-z_x)}, \quad z_x = \frac{k_x}{\upsilon+1}x^{\upsilon+1},$$

где $0 < \alpha < 1$ — параметр, позволяющий учесть степень усвоения конкретным индивидом воздействий определенной направленности (параметр оптимизма-пессимизма); $\nu \geq 0$ и $\upsilon \geq 0$ — параметры модальности воздействий; $k_x \geq 0$ и $k_y \geq 0$ — коэффициенты размерности воздействий.

Оценка параметров модели и ее верификация выполнена на примере социальных действий, связанных с войнами США в Корее и Вьетнаме. Анализ военных потерь и результатов социологических опросов позволяет утверждать, что степень модальности для информационных воздействий принимает значения в интервале от 0 до 1, тогда как степень модальности для социальных воздействий имеет значения больше 1.

Отметим, что для показателей интервального типа (ожидаемый доход, ущерб общественному благосостоянию от терроризма и наркоторговли и т. д.) зависимость функции представления $B(\cdot)$ от θ имеет линейный характер.

Модель сдерживания незаконной деятельности. Модель сдерживания основана на модели Г. Беккера (полезность незаконной деятельности) и пограничной производственной функции. Цель пограничной системы заключается в максимизации критерия эффективности охраны границы — предотвращенного ущерба $F(x, y)$ за вычетом расходов R на охрану границы (ущерб предотвращается в случае отказа нарушителя от попытки нарушения границы или в случае его задержания) [10]:

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^{k} u^i\left(y_0^i + \sum_{j=1}^{n} p_j(x_j)y_j^i\right) - R \to \max, \quad (1)$$

$$p_j(x_j) = 1 - \exp(-\lambda_j x_j),$$

где u^i — ожидаемый ущерб от нарушителя i-й группы; $p_j(\cdot)$ — вероятность задержания нарушителя на участке j; y_j^i — число нарушителей i, выбравших участок j ($j = 0$ — отказ от попытки нарушения); x_j — выделяемый ресурс на участок j; λ_j — параметр пограничной производственной функции; k — число групп нарушителей; n — число участков.

Нарушители i-й группы, действуя независимо, максимизируют свою полезность:

$$f_i(x, y) = s^i y_0^i + \sum_{j=1}^{n} U_j^i y_j^i \to \max, \quad (2)$$

где s^i — ожидаемый доход от законной деятельности нарушителя i; U_j^i — ожидаемая полезность нарушителя i на участке j (оценивается по модели Г. Беккера).

Для частных случаев найдены аналитические и численные решения антагонистической игры, заданной целевыми функциями (1) и (2).

Модель своевременного обнаружения дозором признаков нарушения границы. Средства охраны границы в общем случае подразделяются на посты (несут службу неподвижно), часовых (контролируют ограниченный по протяженности участок) и дозоры (в движении контролируют участок подразделения). Пусть дозор имеет задачу своевременного обнаружения признаков нарушения границы (не позднее времени упреждения t_y). Тогда оптимальная смешанная стратегия применения дозора в i-е время суток (днем или ночью, $i = 1, 2$) определяется по формуле:

$$p_i = \frac{\rho_{-i}T_i}{\rho_1 T_2 + \rho_2 T_1},$$

где ρ_1 (ρ_2) — вероятность обнаружения признаков днем (ночью); ρ_{-i} — вероятность обнаружения признаков в другое время суток; T_1 (T_2) — продолжительность дня (ночи). Цена игры (вероятность своевременного обнаружения признаков за сутки) вычисляется так:

$$\nu = \frac{nt_y\rho_1\rho_2}{\rho_1 T_2 + \rho_2 T_1},$$

где n — число дозоров, высылаемых на участок за сутки.

Модель победы в боестолкновении. Меры по защите границы (защитно-боевые меры) направлены на пресечение и разрешение вооруженных конфликтов и боевых столкновений. Вероятность победы первой стороны в боестолкновении оценивается по формуле [20]:

$$p_x(x, y) = \frac{(\beta x)^m}{(\beta x)^m + y^m} = \frac{q^m}{q^m + 1}, \quad q = \frac{\beta x}{y}, \quad (3)$$

где m — параметр формы; $x(y)$ — численность боевых единиц первой (второй) стороны; $\beta > 0$ — параметр боевого (морального и технологического) превосходства первой стороны над второй; q — отношение сил сторон.

С применением модели (3), в частности, может быть решена теоретико-игровая задача «наступление — оборона», позволяющая найти оптимальное распределение сил и средств между тактическими задачами и пунктами обороны.

6. ПРИНЦИПЫ ПОГРАНИЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Исторически пограничная наука возникла как составная часть военной науки. Н.Н. Головин в работе [21] утверждал, что наука о войне будет стремиться к открытию законов, тогда как теория военного искусства обобщает явления войны в принципы. Принципы, по Н.Н. Головину, имеют непосредственное отношение к постановке целей и задач, являются основной идеей, регулятором для творчества, не сковывая последнее.

Наряду с принципами любой практической и управленческой деятельности (например, принцип этичности или законности) выделяются принципы пограничной деятельности [13, 16, 22—30]. Систематизируем и изложим их в авторской трактовке:

1. *Принцип активности.* Активность имеет целью создание условий, предотвращающих или ограничивающих действия нарушителей границы, обеспечивающих высокую вероятность их обнаружения и воздействия на них. Активность достигается: непрерывным добыванием сведений о возможных нарушениях, об используемых нарушителями приемов и ухищрений; постоянным поиском признаков нарушений правовых режимов пограничного пространства; опережением действий нарушителей и навязыванием им своей воли; смелостью и разумной инициативой при принятии решений. Активные действия потребуют всестороннего контроля и надзора. Творчество в области создания технологий и процедур обеспечения безопасности поощряется. Новые системы безопасности должны оперативно развертываться для тестирования, успешные системы должны распространяться по всей границе. Законодательная база переориентируется с реактивных подходов на превентивные действия.

2. *Принцип скрытности и внезапности действий.* Скрытность и внезапность дают возможность добиться максимальных результатов при наименьших затратах сил, средств, усилий, времени. Внезапность достигается: сохранением в тайне замысла действий; введением противника в заблуждение относительно своих намерений; упреждением его в действиях; стремительным и быстрым выполнением поставленных задач; применением новых, неизвестных противнику средств и способов действий, пограничной хитрости; искусным осуществлением маскировки, противодействием разведке противника; выполнением требований скрытого управления и режима секретности и др.

3. *Принцип гибкости (мобильности).* Гибкость достигается: исключением шаблонов в применении форм и способов действий; мобильностью действий своих сил и средств, своевременным их маневром, быстрой и своевременной сменой форм служебных действий на более оптимальные.

4. *Принцип комплексного применения сил и средств.* Комплексное применение сил и средств повышает эффективность пограничных действий и заключается в их совместном использовании по единому замыслу и плану. Усилия должны быть направлены на предупреждение, выявление, предотвращение и нейтрализацию нарушителей, уменьшение потерь и разрушений, быстрое реагирование и снижение тревог.

5. *Принцип сосредоточения основных усилий на главных направлениях и задачах.* Умение принимать решения в условиях широкого спектра потенциальных угроз пограничной безопасности, недопущение перехода уязвимостей в неизбежность террористических атак и нарушений границы. Нарушители могут действовать где угодно и в любое время. Мы не можем обеспечить круглосуточную непрерывную охрану всех участков границы. Наши действия не должны быть реактивными и чрезмерными.

6. *Принцип непрерывности действий по месту и времени, по функциям и задачам.* Непрерывность заключается в постоянном осуществлении согласованных по месту и времени действий тех или иных сил и средств. При недостатке сил и средств непрерывность достигается их применением в непредсказуемом для нарушителей порядке.

7. *Принцип главного звена.* Основные задачи по борьбе с нарушителями решаются на уровне пограничного наряда, корабля, экипажа, сотрудника. Для этого требуется повышение разведывательных возможностей на местном уровне, устранение

бюрократических преград в обмене разведывательной информацией, разработка и применение современных технологий.

8. *Принцип сдерживания.* Предупреждение нарушений границы и преступных актов не может выступать в качестве критерия эффективности мер пограничной безопасности в силу сложности оценки. Количественно оцениваться должны такие цели, как сдерживание нарушителей (террористов, контрабандистов, нелегальных мигрантов), их обнаружение, создание трудностей для преступных актов (снижение потенциальной выгоды, получаемой преступниками).

9. *Принцип опоры на местное население* с помощью знаний о традициях, культуре и языке. Просвещение общественности, помощь гражданам в оценке опасностей и повседневных рисков, создание культуры безопасности. Подготовка и использование местных сил (народных и казачьих дружин) для обеспечения безопасности границы.

10. *Принцип координации и взаимодействия.* Интеграция усилий ведомств, общественности и частных лиц в борьбе с трансграничными угрозами на уровне Президента. Интеллектуальный подход к обеспечению пограничной безопасности путем использования до некоторой степени избыточных слоев безопасности, учет эффектов взаимодействия реализуемых программ и мер.

11. *Принцип международного сотрудничества.* Международное и двустороннее сотрудничество государств в борьбе с трансграничной преступностью повышает эффективность пограничной деятельности.

12. *Принцип примата предупредительных мер.* Примат предупредительной деятельности над правоохранительной, а в предупредительной деятельности — примат мер по оказанию социальной помощи нуждающимся в ней над предусмотренными законом ограничениями, приоритет мер убеждения перед принуждением. Планы экономического развития регионов должны быть направлены на недопущение незаконной экономической деятельности. Эффективная пограничная безопасность достигается с помощью раннего мониторинга лиц и грузов, начиная с пунктов отправления, отслеживания перемещений лиц, подозреваемых в незаконной трансграничной деятельности.

13. *Принцип соотношения безопасности и свободы.* Безопасность и свобода не должны конвертироваться в валюту. Меры безопасности не должны ограничивать свободу. Свобода может оказаться под угрозой в результате попыток устранения всех рисков.

14. *Принцип сочетания традиционных и новых технологий, стационарных и мобильных сил охраны границы.* Новые технологии не отменяют традиционные (применение в охране границы служебных собак и др.), а дополняют их. Сокращение затрат на реализацию контактной и барьерной функций достигается путем эффективного использования информации и технологий. Внедрение новых технологий не всегда приводит к сокращению персонала. Новые системы требуют наличия квалифицированных операторов и специалистов по контролю качества и испытаниям, что зачастую упускается из вида при составлении бюджетов.

15. *Принцип комплексной оценки пограничной безопасности.* Распределение ресурсов должно быть основано на оценке рисков. Строгий анализ затрат на безопасность и результатов деятельности по обеспечению безопасности трудно реализуем в силу того, что террористические атаки и нарушения границы с тяжелыми общественными издержками редки, а последствия крупномасштабных атак не так просто количественно оценить. Также сложно получить экономические оценки последствий наркоторговли, межнациональных конфликтов в результате неконтролируемой миграции.

В таблице перечисленные принципы распределены по фазам пограничной деятельности.

Применение принципов пограничной деятельности в сочетании с методами системного анализа позволяет решать ряд актуальных задач. Перечислим некоторые из них: комплексная оценка и ранжирование пограничных сил и средств по их эффективности [31], формирование перспективного облика пограничных подразделений, оборудование границы.

На тактическом уровне в ходе пограничной службы реализуются функции пограничных средств: информирующая, тактического сдерживания, заградительная, обнаружения, распознавания, перемещения, наведения, задержания, фиксации признаков. Моделирование выполняется с применением критериев, основанных на принципах пограничной деятельности. Для принципа комплексного применения сил и средств таким критерием является количество функций, реализуемых оцениваемым пограничным средством; для принципа непрерывности (по месту и времени) — коэффициент непрерывности использования пограничного

Принципы и фазы пограничной деятельности

Фазы деятельности	Принципы пограничной деятельности
Ведение пограничной деятельности	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 15
Подготовка пограничной деятельности	1, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15

го средства по направлениям и времени; для принципа гибкости (мобильности) — скорость перемещения и маневрирования пограничного средства; для принципа непрерывности (по функциям и задачам) — коэффициент равномерности распределения пограничных средств по функциям.

Если 20—50 лет назад основные задачи охраны границы решались пограничной заставой (подразделением), то современные средства, технологии и вооружение создают предпосылки к реализации принципа главного звена — задачи, решавшиеся раньше подразделением, должны решаться пограничным нарядом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В развитие концепции «система управления границами» выполнено исследование пограничной деятельности как системы мер, направленных на обеспечение национальной безопасности в пограничном пространстве. Система пограничных мер на уровне региона включает в себя предупредительные (пограничные профилактика и сдерживание), охранно-контрольные (пограничные служба и поиск) и защитно-боевые (специальные и боевые действия, оперативно-боевые мероприятия) меры. Для пограничных мер определены критерии, задачи, формы, методы и средства деятельности.

Рассмотрена структура науки о пограничной деятельности — системе знаний об обеспечении пограничной безопасности, государственном строительстве пограничных организаций, подготовке и ведении пограничной деятельности, ее всестороннем обеспечении. Наука включает в себя такие дисциплины, как пограничное искусство (пограничная политика, пограничное оперативное искусство, пограничная тактика), пограничная история, пограничная статистика, математическая теория управления пограничной безопасностью, правовые основы пограничной безопасности и пограничной деятельности, философия пограничной безопасности, психология и социология пограничной деятельности, теория пограничного обучения и воспитания, теории всестороннего обеспечения пограничной деятельности, теории развития, применения и эксплуатации технических и специальных средств пограничной деятельности.

Важнейшей составной частью науки о пограничной деятельности является теория управления пограничной безопасностью — форма достоверного научного знания о пограничной безопасности, пограничной деятельности и управления ею, представляющая собой систему взаимосвязанных утверждений и доказательств, содержащая методы объяснения и предсказания явлений и процессов данной предметной области, сводящая открытые в данной области закономерные связи к единому объединяющему началу.

Расширения базовых моделей пограничной безопасности создают предпосылки для принятия более обоснованных решений и повышения эффективности пограничной деятельности.

В то время как науки стремятся к открытию законов и закономерностей, пограничное искусство обобщает явления, процессы, воздействия в принципы. Авторами систематизированы принципы пограничной деятельности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *О модельном* законе «О пограничной безопасности». — Постановление Межпарламентской Ассамблеи государств — участников Содружества Независимых Государств от 28.10.2010 № 35-10. [*On the model* law «On border security». — Resolution of the Interparliamentary Assembly of Member States of the Commonwealth of Independent States dated 28.10.2010 (In Russian)]
2. *Основы* государственной пограничной политики Российской Федерации. — Утверждены указом Президента Российской Федерации от 25 апреля 2018 года № 174. [*Fundamentals* of the State Border Policy of the Russian Federation. — Approved by the Decree of the President of the Russian Federation of April 25, 2018 No. 174 (In Russian)]
3. *Гирник Е.С.* Реконструкция пограничной статистики Римской империи // Вопросы безопасности. — 2017. — № 5. — С. 33—54. [*Girnik, E.S.* Reconstruction of Border Statistics of the Roman Empire // Security Issues. — 2017. — No. 5. — P. 33—54. (In Russian)]
4. *Шумов В.В.* Модель обоснования направлений сосредоточения усилий пограничной охраны на уровне государства // Компьютерные исследования и моделирование. — 2019. — Т. 11. — № 1. — С. 187—196. [*Shumov, V.V.* Model of Substantiation of Directions of Concentration of Efforts of the Border Guard at the State Level // Computer Research and Modeling. — 2019. — Vol. 11, no. 1. — P. 187—196. (In Russian)]
5. *Новиков Д.А.* Кибернетика: Навигатор. История кибернетики, современное состояние, перспективы развития. — М.: ЛЕНАНД, 2016. — 160 с. [*Novikov, D.A.* Cybernetics: Navigator. History of Cybernetics, Current State, Development Prospects. — M.: LENAND, 2016. — 160 p. (In Russian)]
6. *Кучков А.Ф., Попов Г.П., Шумов В.В.* Применение математических методов исследования операций при обосновании решений: Учебное пособие. — М.: Академия Пограничных войск Российской Федерации, 1994. — 224 с. [*Kuchkov, A.F., Popov, G.P., Shumov, V.V.* Application of Mathematical Methods for Researching Operations when Justifying Decisions: Uchebnoe posobie. — M.: Akademiya Pogranichnyh vojsk Rossijskoj Federacii, 1994. — 224 s. (In Russian)]
7. *Vasin, A.A., Shumov, V.V., Urazov, A.S.* Optimum Strategies for the Application of Border Guard Detection Devices. Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics. — 2012. — Vol. 36. — No. 2. — P. 74—80.
8. *Wein, L.M., Liu, Y., Motskin, A.* Analyzing the Homeland Security of the U.S.-Mexican Border // Risk Analysis. — 2009. — Vol. 29, no. 5. — P. 699—713.

9. *Duggan, R.A.* A Model for International Border Management Systems. — New Mexico: Sandia National Laboratories, 2008. — 30 p.
10. *Шумов В.В.* Пограничная безопасность как ценность и общественное благо: Математические модели. — М.: ЛЕНАНД, 2015. — 184 с. [*Shumov, V.V.* Border Security as a Value and a Public Good: Mathematical Models. — M.: LENAND, 2015. — 184 s. (In Russian)]
11. *Шумов В.В.* Модели и методы управления пограничной безопасностью: дисс. на соиск. степ. д-ра техн. наук. — М.: ИПУ РАН, 2018. — 374 с. [*Shumov, V.V.* Models and Methods of Border Security Management: dis. doct. tech. sciences. — M.: IPU RAN, 2018. — 374 p. (In Russian)]
12. *Васько П.* Специальные пограничные операции против «угроз века» // Независимое военное обозрение. — 11.03.2005. [*Vasko, P.* Special Border Operations Against the «Threats of the Century» // Independent Military Review. — 11.03.2005. (In Russian)]
13. *Пограничный* словарь. — М.: Академия Федеральной ПС РФ, 2002. — 260 с. [*Borderline* Dictionary. — M.: Academy of the Federal PS RF, 2002. — 260 p. (In Russian)]
14. *Оперативно-розыскная* деятельность: Учебник // под ред. К.К. Горяинова, В.С. Овчинского, Г.К. Синилова, А.Ю. Шумилова. — 2-е изд., доп. и перераб. — М.: ИНФРА-М, 2004. — 848 с. [*Operational-Search* Activity: Textbook // ed. K.K. Goryainova, V.S. Ovchinsky, G.K. Sinilova, A.Yu. Shumilova. — 2nd ed., Add. and revised. — M.: INFRA-M, 2004. — 848 p. (In Russian)]
15. *Инструкция* об организации проведения комплексных оперативно-профилактических операций в системе МВД России. — Утв. приказом МВД РФ от 13 августа 2002 г. № 772. [*Instruction* on the Organization of Complex Operational and Preventive Operations in the System of the Ministry of Internal Affairs of Russia. — Approved. by Order of the Ministry of Internal Affairs of the Russian Federation of August 13, 2002. No. 772. (In Russian)]
16. *Пограничная* политика Российской Федерации: Монография / Под ред. А.И. Николаева. — М.: Граница, 1998. — 543 с. [*Border* Policy of the Russian Federation: Monograph / Ed. A.I. Nikolaeva. — M.: Granitsa, 1998. — 543 p. (In Russian)]
17. *Haddal, C.C.* People Crossing Borders: An Analysis of U.S. Border Protection Policies // Congressional Research Service. — 2010. — URL: https://fas.org/sgp/crs/homesec/R41237.pdf.
18. *Новиков Д.А.* Методология управления. — М.: ЛИБРОКОМ, 2012. — 128 с. [*Novikov, D.A.* Methodology of Management. — M.: LIBROKOM, 2012. — 128 p. (In Russian)]
19. *Шумов В.В.* Моделирование миграции населения в задачах обеспечения безопасности государства // Управление большими системами. — 2017. — Вып. 65. — С. 153—169. [*Shumov, V.V.* Modeling Population Migration in the Tasks of Ensuring State Security // Large-Scale System Control. — 2017. — No. 65. — S. 153—169. (In Russian)]
20. *Шумов В.В.* Исследование функции победы в бою (сражении, операции) // Проблемы управления. — 2020. — № 6. — С. 19—30. [*Shumov, V.V.* A Study of Contest Success Function for Battles (Combats, Operations) // Control Sciences. — 2020. — No. 6. — S. 19—30. (In Russian)]
21. *Головин Н.Н.* Наука о войне. О социологическом изучении войны. — Париж: Издательство газеты «Сигнал», 1938. [*Golovin, N.N.* Science of War. On the Sociological Study of War. — Paris: Publishing house of the newspaper «Signal», 1938. (In Russian)]
22. *Шумов В.В.* Введение в методологию погранологии и погранометрики / Под ред. и с предисл. В.А. Дмитриева. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013. — 200 с. [*Shumov, V.V.* Introduction to the Methodology of Borderology and Border Metrics. — M.: Knizhnyj dom «LIBROKOM», 2013. — 200 s. (In Russian)]
23. *Криминология:* учебник для вузов / Под ред. д. ю. н., проф. А.И. Долговой. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Норма, 2005. — 912 с. [*Criminology:* a textbook for universities / Pod red. d. yu. n., prof. A.I. Dolgovoj. — 3-e izd., pererab. i dop. — M.: Norma, 2005. — 912 s. (In Russian)]
24. *Общая* теория национальной безопасности: учебник / Под общ. ред. А.А. Прохожева. — Изд. 2. — М.: Изд-во РАГС, 2005. — 344 с. [*General* Theory of National Security: textbook / Pod obshch. red. A.A. Prohozheva. — Izd. 2. — M.: Izd-vo RAGS, 2005. — 344 s. (In Russian)]
25. *Теория* оперативно-розыскной деятельности: учебник / Под ред. К.К. Горяинова, В.С. Овчинского, Г.К. Синилова. — М.: ИНФРА-М, 2006. — 832 с. [*Theory* of Operational-Search Activity: textbook / Pod red. K.K. Goryainova, V.S. Ovchinskogo, G.K. Sinilova. — M.: INFRA-M, 2006. — 832 s. (In Russian)]
26. *Боярский В.И.* На стороже Руси стояти. Страницы истории пограничной стражи Российского государства. — М.: Издательство «Граница», 1992. — 168 с. [*Boyarskij, V.I.* Stand on the Guard of Russia. Pages of the History of the Border Guard of the Russian State. — M.: Izdatel'stvo «Granica», 1992. — 168 s. (In Russian)]
27. *Jenkins, B.M.* Basic Principles for Homeland Security / RAND Corporation, CT-270, 2007.
28. *Mcneill, J.B.* 15 Steps to Better Border Security: Reducing America's Southern Exposure / Executive Summary Background, Washington, No. 2245, March 9, 2009.
29. *Riley, K.J.* Border Security and the Terrorist Threat / The RAND Corporation, CT-266, August 8, 2006. — 14 p.
30. *Zinno, M.J.* Expeditionary Border Security Operations: Eliminating the Seams. — Fort Leavenworth, Kansas: School of Advanced Military Studies United States Army Command and General Staff College, 2008. — 56 p.
31. *Шумов В.В.* Механизм ранжирования пограничных средств // Теория активных систем (ТАС-2014): Материалы международной научно-практической конференции, 17—19 нояб. 2014 г, Москва / под общ. ред. В.Н. Буркова, Ин-т проблем упр. им. В.А. Трапезникова. — М.: ИПУ РАН, 2014. — С. 193—194. [*Shumov, V.V.* Frontier funds ranking mechanism // Teoriya aktivnyh sistem (TAS-2014): Materialy mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii, 17—19 noyab. 2014 g., Moskva / pod obshch. red. V.N. Burkova, In-t problem upr. im. V.A. Trapeznikova. — M.: IPU RAN, 2014. — S. 193—194. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии чл.-корр. РАН Д.А. Новиковым.

Поступила в редакцию 17.09.2020, после доработки 24.12.2020.
Принята к публикации 01.02.2020.

Шумов Владислав Вячеславович — д-р техн. наук, Международный научно-исследовательский институт проблем управления, г. Москва, ✉ v.v.shumov@yandex.ru,

Гирник Евгений Сергеевич — научн. сотрудник, отделение погранологии Международной академии информатизации, г. Москва, ✉ girnik85@list.ru,

Сениченков Павел Дмитриевич — научн. сотрудник, отделение погранологии Международной академии информатизации, г. Москва, ✉ pashaalin@gmail.com.

BORDER ACTIVITIES AS A SYSTEM OF MEASURES AND ITS SCIENTIFIC SUPPORT

V.V. Shumov[1], E.S. Girnik[2] and P.D. Senichenkov[3]

[1] International Research Institute for Advanced Systems, Moscow, Russia
[2,3] International Informatization Academy, Moscow, Russia

[1] v.v.shumov@yandex.ru, [2] girnik85@list.ru, [3] pashaalin@gmail.com

Abstract. Border activities are aimed at ensuring national security in the border space. They can be treated as a system of preventive measures (border prevention and containment), security and control measures (border service and search), and protective and combat measures (special and combat actions, operational actions). Functions (stages of the activity cycle) are assigned to each type of boundary measure. Border measures can be implemented via operations carried out throughout the country, one or several federal subjects according to a single plan for achieving a specific goal. The problems of border activities are investigated in the science of border activities — the system of knowledge to ensure border security, build state border organizations, prepare and conduct border activities, and provide comprehensive support of border activities. The substantial aspects of the science of border activities are studied. The principles of border activities are systematized as follows: activity, the secrecy and surprise of actions, flexibility, complex use of forces and means, the continuity of actions in place and time, the concentration of main efforts on the key directions and tasks, interaction, international cooperation, the main link, the balance of security and freedom, deterrence, reliance on the local population, the primacy of preventive measures, a combination of traditional and new technologies, and a comprehensive assessment of border security.

Keywords: border activities, system of border measures, principles of border activities, preventive measures, security and control measures, protective and combat measures, basic border security models.

УДК 519.179.2,517.977.5,004.942 DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2021.2.7

НЕЙРОМОДУЛЯЦИЯ КАК ИНСТРУМЕНТ УПРАВЛЕНИЯ НЕЙРОННЫМИ АНСАМБЛЯМИ[1]

Б.А. Болдышев, Л.Ю. Жилякова

Аннотация. Описаны и реализованы механизмы управления ритмами нейронных ансамблей с помощью эффекта нейромодуляции. Кратко изложены биологические механизмы нейромодуляции и выделены аспекты, позволяющие осуществлять управление паттернами активности взаимосвязанных нейронов, образующих ансамбли. Под нейромодуляцией в предложенной модели понимается изменение внутренних свойств нейрона, отвечающих за чувствительность к возбуждающим и тормозным воздействиям и, соответственно, за его активность. Это изменение происходит под действием определенных нейротрансмиттеров (модуляторов), которые таким образом оказывают косвенное влияние на электрическую активность чувствительных к ним нейронов. Для реализации этого механизма управления, свойственного живым организмам, была изменена и дополнена асинхронная дискретная модель химических взаимодействий биологических нейронов в малых нейронный сетях. Ключевой эффект нейромодуляции заключается в осуществлении быстрой функциональной перестройки нейронных сетей без изменения их структурных свойств. Паттерны активности изменяются не с помощью затратных изменений связей между нейронами, а посредством изменения химического окружения нейронов в ансамбле. Формализован механизм нейромодуляции. Выполнена программная реализация новой модели и проведен ряд вычислительных экспериментов по изменению походки гексаподов.

Ключевые слова: нейрон, нейромодуляция, нейротрансмиттеры, управление, дискретное моделирование, генератор ритмической активности.

ВВЕДЕНИЕ

В нейробиологии существует понятие центрального генератора паттерна (ЦГП, англ. *central pattern generator*, CPG) — так называют нейронный ансамбль, члены которого совместно порождают некоторую моторную программу организма. Под моторной программой понимается упорядоченная во времени выходная активность, которая передается на мышцы, заставляя их сокращаться и расслабляться в некоторой координированной последовательности, образующей моторный паттерн [1, 2]. Наглядный пример таких паттернов — локомоторные аллюры. Для четырех ног выделяют галоп, рысь, иноходь, шаг. Один и тот же нейронный ансамбль способен генерировать различные паттерны активности. В настоящей работе будет показано на модельных примерах, как можно достичь переключения между разными паттернами с помощью эффекта нейромодуляции — без структурной перестройки ансамблей.

Эффект нейромодуляции заключается в том, что нейротрансмиттеры (химические сигнальные молекулы, воздействующие на чувствительные к ним нейроны) способны переключать сеть взаимодействий [3—6]. Анатомические связи между нейронами указывают только на потенциальную возможность их взаимодействий. Реальные же взаимодействия определяются молекулами нейромодуляторов, которые изменяют состав и активность нейронных ансамблей [4]. Другими словами, анатомические связи — только начальный пункт для понимания динамики ансамблей [5]. Кроме того, важную роль играет принципиальное разнообразие и неоднородность нейротрансмиттеров, типов нейронов и типов их взаимодействий [2, 7—9].

[1] Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ, проект № 20-07-00190А.

Подавляющее большинство биологически точных математических моделей нейронов описывают динамику мембранного потенциала [10—12]. Преимущество дискретных моделей заключается в том, что при относительно низкой вычислительной сложности они являются интерпретируемыми и позволяют описывать нейронные взаимодействия на феноменологическом уровне. Однако дискретных моделей биологических нейронов, описывающих гетерохимические взаимодействия, на сегодняшний день не существует.

Автоматный подход моделирования биологических нейронов предложен в монографии [13]. В этой работе представлена автоматная модель нейрона, решающего задачу выживания в условиях ограниченного питания. Показано, что при решении задачи о минимизации потребления у системы возникают память, механизмы поведения и самочувствия. Базовым свойством моделируемого нейрона в этой работе является его эндогенная электрическая активность: «Разряд в нейроне нужен самому нейрону».

В настоящей работе выполнена модификация дискретной асинхронной модели химического взаимодействия нейронов [14] для воспроизведения эффектов нейромодуляции. В предыдущей версии модели нейротрансмиттеры могли оказывать на нейроны только активирующее или тормозящее воздействие, т. е. увеличивать или уменьшать мембранный потенциал. В новой версии для нейронов введены два типа рецепторов: воздействие на рецепторы первого типа, как и ранее, влечет за собой изменение заряда на мембране нейрона; воздействие на рецепторы второго типа изменяет чувствительность первых рецепторов, тем самым модулируя ответ нейрона на внешние воздействия.

1. БИОЛОГИЧЕСКИЕ МЕХАНИЗМЫ НЕЙРОМОДУЛЯЦИИ

Основная характеристика активности нейрона — электрический потенциал на его мембране. Когда мембранный потенциал становится больше некоторого порогового значения, нейрон переходит в активное, возбужденное состояние. Возбуждение передается от нейрона к другим нейронам и клеткам тканей по аксонам, которые заканчиваются терминалями с синаптическими окончаниями. В них находятся молекулы нейротрансмиттеров, функция которых заключается в химической передаче сигналов между нейронами. Когда возбуждение достигает синаптического окончания, в нем происходят быстрые трансформации, ведущие к выбросу трансмиттеров во внеклеточное пространство. В непосредственной близости от синаптического окончания нейрона, передающего сигнал, расположены дендриты или тело нейрона, принимающего сигнал. На их поверхности находятся рецепторы, выступающие приемниками сигнала. Соединение трансмиттера с чувствительным к нему рецептором вызывает химическую реакцию и внутриклеточные трансформации в нейроне-приемнике, которые часто ведут к изменению его мембранного потенциала. Поэтому на клеточном уровне нервную ткань удобно представлять как сеть из электропроводящих элементов. Такой подход к описанию нервной системы называется электрофизиологическим. Он повлек за собой множество важнейших открытий и доминировал в нейронауках всю вторую половину XX в. Подавляющее большинство точных математических моделей нейронов нацелены именно на описание динамики мембранного потенциала [10—12].

Тем не менее, химическое взаимодействие между нейронами может вызывать широкий спектр внутриклеточных эффектов, которые не выражаются в непосредственном изменении величины мембранного потенциала. Химические взаимодействия между нейронами, не связанные или связанные косвенно с изменением мембранного потенциала, имеют огромное влияние на поведение как отдельных нейронов, так и их популяций. Все разнообразие подобных воздействий принято объединять словом «нейромодуляция» [3—6]. Часто нейромодуляция не влияет на динамику мембранного потенциала непосредственно, но модифицирует эндогенные и экзогенные паттерны электрической активности. В этой связи она особенно интересна при изучении механизмов возникновения и поддержания ритмической активности в нервной системе. Нейромодуляция может значительно варьировать такие параметры ритма, как длительности фаз активности и молчания, и даже переводить нейрон в ритмический режим из неритмического [15].

Специфика существующих подходов к моделированию естественных нейронных систем ограничивает возможности отражения нейромодулирующих воздействий. Для биофизически точного моделирования требуется очень тонкое измерение микроконцентраций различных субстанций в чрезвычайно маленьких объемах пространства, а также учет геометрических особенностей внеклеточного пространства в масштабе нанометров. На текущий момент модели такого уровня точности существуют только для локальных участков нейрона [16] и практически невозможны даже для небольших групп нейронов.

В настоящей работе развивается асинхронная модель мультитрансмиттерных взаимодействий [14, 17]. Ее особенности таковы: для моделирования поведения нейронов применяется дискретный подход, а нейроны в модели обмениваются химическими сигналами внесинаптически — через общее внеклеточное пространство (все сигналы широковещательны). Однако любое воздействие на нейрон отражалось в этой модели непосредственно изменением мембранного потенциала, что ограничивало выразительную силу мультитрансмиттерного подхода. Цель настоящей работы — ввести в асинхронную модель дополнительный модус нейронных взаимодействий, добавив еще один тип рецепторов, который влиял бы не непосредственно на мембранный потенциал, а на веса других рецепторов, тем самым изменяя чувствительность нейрона к тем или иным входным сигналам. Будет показано, что введенные модификации позволили реализовать быстрый и низкозатратный механизм управления моторными ритмами.

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ДИСКРЕТНОЙ АСИНХРОННОЙ МОДЕЛИ

Формальное описание базовой модели и принципов ее функционирования приведено в работе [17]; ряд модельных примеров, описывающих ритмы, генерируемые нервными системами различных моллюсков, представлен в работе [14]. В данном разделе дадим краткое описание модели и основные определения и обозначения, которые будут использоваться в статье.

Гетерогенная нейронная сеть представляет собой систему $\mathbf{S} = \langle \mathbf{N}, \mathbf{X}(t), \mathbf{C}, \mathbf{T} \rangle$, где $\mathbf{N} = \{N_1, ..., N_n\}$ — множество нейронов; $\mathbf{X}$ — внеклеточное пространство, через которое происходят химические нейронные взаимодействия; $\mathbf{C} = \{c_1, ..., c_m\}$ — множество трансмиттеров; $\mathbf{T}$ — непрерывное время, в котором функционирует система.

Время разделяется на неравные промежутки (такты) *событиями*. Событием считается изменение состояния хотя бы одного из нейронов системы (активация пассивного или выключение активного нейрона).

На каждом такте этого времени нейроны взаимодействуют с внеклеточным пространством $\mathbf{X}$. Трансмиттеры из пространства $\mathbf{X}$ влияют на поведение нейронов, что может выражаться в изменении их состояния активности. В свою очередь, смена состояния нейрона изменяет трансмиттерный состав пространства $\mathbf{X}$. Такой подход позволяет описывать как синаптические, так и несинаптические взаимодействия [14].

2.1. Параметры нейронов

2.1.1. Рецепторы

Нейрон N_i обладает множеством рецепторных слотов, каждый из которых характеризуется чувствительностью к некоторому трансмиттеру c_j и весом $w_{ij} \in \mathbf{R}$. Слот представляет собой объединение всех рецепторов, чувствительных к трансмиттеру c_j; его вес — суммарное воздействие от этих рецепторов. Если нейрон нечувствителен к трансмиттеру c_j, он не имеет соответствующего слота, и $w_{ij} = 0$. Вес $w_{ij} > 0$ означает, что данный трансмиттер оказывает на нейрон возбуждающее воздействие, $w_{ij} < 0$ — тормозное воздействие. $W = (w_{ij})_{n\times m}$ — матрица весов рецепторов всех нейронов.

2.1.2. Выходная активность нейронов

Активность нейрона N_i задается величиной $y_i(t) \in \{0, 1\}$; при $y_i(t) = 1$ нейрон активен на такте t; при $y_i(t) = 0$ нейрон пассивен на такте t.

Нейроны в модели являются трансмиттер-специфичными: при активации каждый нейрон выбрасывает во внеклеточное пространство один и тот же трансмиттер c_j. В модели без нейромодуляции выброс определяется константой d_{ij}.

Выход представляется матрицей $D = (d_{ij})_{n\times m}$, в которой $d_{ij} \geq 0$ — величина выброса трансмиттера c_j, выделяемого нейроном N_i; $d_{ij} = 0$, если нейрон N_i не выделяет трансмиттер c_j. В силу трансмиттер-специфичности нейронов в каждой строке матрицы присутствует ровно один ненулевой элемент. Предполагается, что на протяжении выброса величина d_{ij} не изменяется.

2.1.3. Внутреннее состояние нейронов

Нейрон N_i имеет *мембранный потенциал* $U_i(t)$, который может изменяться в диапазоне $U_i^0 \leq U_i(t) \leq$ $\leq U_i^{\max}$. Нейрон в модели активен, если величина его мембранного потенциала $U_i(t)$ не меньше порогового значения P_i, которое, как правило, меньше $U_i^{\max}$. Значения U_i^0, $U_i^{\max}$ и P_i специфичны для каждого нейрона.

2.1.4. Типы нейронов

Нейроны в модели разнородны; каждый нейрон определяется такими характеристиками:

— трансмиттером, который он выделяет (см. п. 2.1.2);

— множеством рецепторов и их весами;

— характером эндогенной активности, т. е. способности активироваться без внешних воздействий.

В модели реализованы три типа нейронов, имеющие разные типы активности (рис. 1).

- *Тонический нейрон* — нейрон, имеющий постоянную эндогенную активность в отсутствие тор-

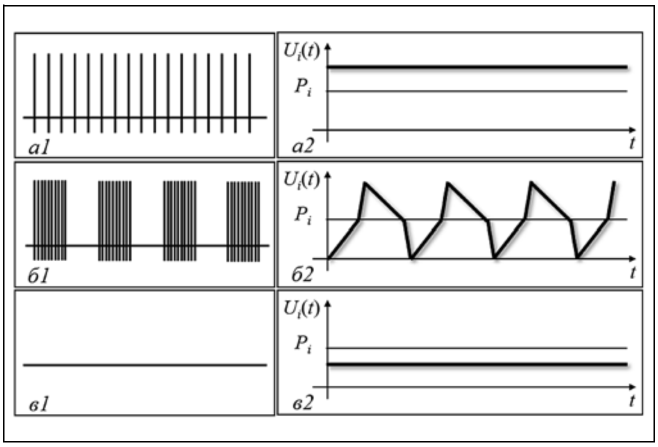


Рис. 1. Три типа эндогенной активности:
левый столбец — схемы с генерацией импульсов (спайков); правый столбец — модельные приближения; *а1* — тонический нейрон с регулярными спайками; *а2* — постоянный мембранный потенциал $U_i(t)$ выше порогового значения P_i; *б1* — пачки спайков осциллятора; *б2* — кусочно-линейное приближение, состоящее из четырех эндогенных скоростей изменения мембранного потенциала: две выше порога и две ниже порога; *в1*, *в2* — реактивный нейрон, имеющий мембранный потенциал ниже порога

можения. Под *постоянной активностью* в модели понимается регулярная генерация спайков (нервных импульсов) через равные промежутки времени.

- *Пачечный (осциллирующий) нейрон* — нейрон, который в отсутствие торможения генерирует пачки спайков с определенными временн*ы*ми интервалами. Частота спайков в пачках превосходит частоту спайков, генерируемых тоническим нейроном (рис. 1, *а*, *б*).
- *Реактивный (пассивный) нейрон*. У этого нейрона нет эндогенного возбуждения; он активируется, только если его возбудить и возбуждение достигнет порога.

Нейрон активируется, если его мембранный потенциал превысил пороговое значение, специфическое для каждого нейрона. Активация происходит в результате либо эндогенной активности, либо внешних воздействий, когда сумма реакций рецепторов (с учетом их весов) превосходит пороговое значение. При этом нейрон выделяет трансмиттер. Различия в интенсивности активации тонического и пачечного нейронов реализуются заданием разных величин выброса d_{ij} (п. 2.1.2).

Эндогенная динамика мембранного потенциала в модели для всех трех типов задается линейными функциями. В левом столбце рис. 1 схематично представлена динамика мембранного потенциала нейронов, генерирующих импульсы, в правом столбце — ее линейные приближения, используемые в модели.

2.1.5. Динамика мембранного потенциала

Мембранный потенциал нейрона N_i внутри такта меняется (растет или убывает) линейно, т. е. с постоянной суммарной скоростью:

$$U_i(t) = v_{i\text{en}}^{\alpha}(t) + s_i(t),$$

где $v_{i\text{en}}^{\alpha}(t)$ — *эндогенная скорость* изменения мембранного потенциала, задаваемая кусочно-линейной функцией; α — параметр, зависящий от типа электрической активности нейрона (каждый тип нейрона имеет свой набор эндогенных скоростей), и интервала, в котором находится мембранный потенциал в текущий момент; $s_i(t)$ — *экзогенная скорость*, равная силе внешних воздействий:

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^{m} w_{ij} x_j(t), \qquad (1)$$

где $x_j(t)$ — концентрация трансмиттера j во внеклеточном пространстве (см. п. 2.2).

Более подробно изменение мембранного потенциала для разных типов нейронов описано в работе [12].

2.2. Внеклеточное пространство

Состояние внеклеточного пространства в момент t представляется вектором $X(t) = (x_1(t), ..., x_m(t))$, где $x_j(t) > 0$ — общее количество трансмиттера c_j, присутствующего на протяжении такта t; $x_j(t) = 0$ в противном случае. Состояние внеклеточного пространства изменяется при наступлении каждого события: при активации нейрона концентрация специфичного ему нейротрансмиттера увеличивается на величину d_{ij}, а при деактивации — уменьшается на эту же величину.

В настоящей статье мы предлагаем модификацию этой модели для отражения эффектов нейромодуляции.

3. ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ НЕЙРОМОДУЛЯЦИИ

Как было показано в п. 2.1.1, в базовой модели веса рецепторов w_{ij} — неизменные величины. Они вносят вклад в скорость изменения мембранного потенциала в соответствии с формулой (1). Для того чтобы отразить в модели эффект нейромодуляции, вводятся дополнительные рецепторы, которые отвечают на нейромодулирующие воздействия. Для нейрона N_i будем обозначать вес модулирующего рецептора w_{ijk}^{β}, индекс β — указание на тип рецептора. Вес модулирующего рецептора w^{β}_{ijk} — это значение, на которое изменяется вес w_{ij} в присутствии трансмиттера c_k. Представим множество весов рецепторов нейрона N_i, отвечающих на нейромодулирующее воздействие, в виде матрицы

$$\mathbf{W}^{\beta}_i = (w^{\beta}_{ijk})_{m \times m}.$$

Тогда j-я строка данной матрицы — это вектор весов рецепторов, чувствительных к трансмиттеру c_j, изменяющихся под воздействием трансмиттера c_k, $k = 1, ..., m$.

Формулу для вычисления внешнего воздействия на нейрон (1) модифицируем в виде

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^{m} \left(w_{ij} + \sum_{k=1}^{m} w^{\beta}_{ijk} x_k(t) \right) x_j(t), \qquad (2)$$

или, если $\mathbf{W}_i = (w_{ij})_{1 \times m}$, $\mathbf{X}(t) = (x_j(t))_{1 \times m}$, в матричной форме:

$$s_i(t) = \mathbf{W}_i \mathbf{X}^{\mathrm{T}}(t) + \mathbf{X}(t) \mathbf{W}^{\beta}_i \mathbf{X}^{T}(t).$$

Это означает, что перед вычислением вклада j-го трансмиттера во внешнюю силу воздействия s на нейрон N_i вес w_{ij} суммируется с произведением j-й строки матрицы $\mathbf{W}^{\beta}_i$ и вектора концентраций трансмиттеров $\mathbf{X}(t)$. Рецепторы всех типов реагируют на одно и то же множество трансмиттеров. Такие изменения позволяют вводить взаимодействия, которые модифицируют реакцию нейрона на трансмиттеры, задавая косвенные влияния на мембранный потенциал.

Все параметры модели, описанные в § 2 и 3, отображены на рис. 2, *а*, *б*.

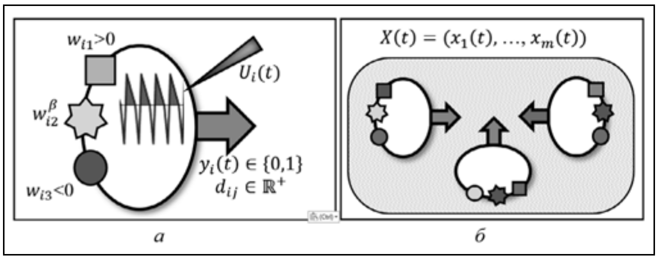


Рис. 2. Параметры модели:
а — нейрон и его параметры: возбуждающий рецептор с весом $w_{i1} > 0$, тормозный рецептор с весом $w_{i3} < 0$, модулирующий рецептор с весом w^{β}_{i2}, каждый рецептор чувствителен к трансмиттеру одного типа; тип эндогенной активности: динамика мембранного потенциала $U_i(t)$; выброс нейрона: тип нейротрансмиттера c_j и интенсивность выброса d_{ij}; *б* — взаимодействие нейронов через общее внеклеточное пространство, которое характеризуется вектором концентраций нейротрансмиттеров

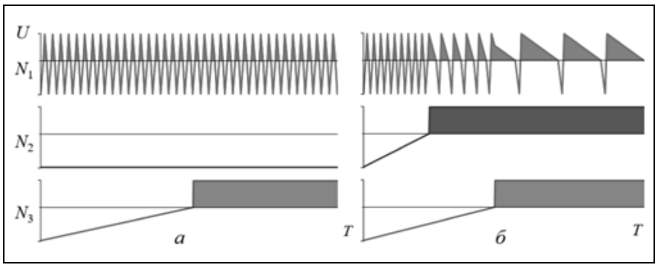


Рис. 3. Изменение мембранного потенциала при модулирующем воздействии. Нейрон N_3 модулирует воздействие нейрона N_2 на нейрон N_1:
а — модулирующее воздействие изменяет вес рецептора нейрона N_1 к трансмиттеру нейрона N_2; когда нейрон N_2 молчит, модуляция не влияет на мембранный потенциал нейрона N_1; *б* — нейрон N_2 активируется раньше нейрона N_3 и замедляет осцилляции мембранного потенциала нейрона N_1; когда подключается нейрон N_3, осцилляции замедляются еще сильнее: проявляется модулирующее воздействие; по оси ординат — мембранный потенциал, по оси абсцисс — время

Замечание. В формуле (2) появляется квадратичный член, который, в общем виде, увеличивает число параметров от $O(nm)$ до $O(nm^2)$, что существенно усложняет решение задачи подбора параметров для реализации желаемого поведения системы. В настоящей работе мы ограничимся исследованием частного случая, в котором модулирующие воздействия полностью отключают некоторые рецепторы (§ 4). Добавлен один модулирующий трансмиттер, который обнуляет веса заданных рецепторов. В такой поставноке размерность задачи остается без изменений.

Рис. 3 иллюстрирует модуляцию воздействия нейрона N_2 на нейрон N_1 нейроном N_3. В отсутствие воздействия нейрона N_2 динамика мембранного потенциала нейрона N_1 не меняется.

4. ОБЪЕКТ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Опишем механизм переключения походки абстрактного шестиногого шагающего робота (hexapod robot) с помощью нейромодуляции. Моторные программы, управляющие ходьбой, различаются количеством ног, находящихся на земле в данный момент. Например, при четырехногой походке четыре ноги находятся на земле, две совершают шаг. Как правило, шагает либо одна, либо две, либо три ноги одновременно. Чем больше ног совершают шаг единовременно, тем выше скорость движения. Трехногая (tripod) походка считается оптимальной, так как робот имеет три точки опоры в каждый момент времени, что обеспечивает устойчивость.

Двигательные программы гексаподов являются биологически инспирированными: насекомые — шестиногие животные и обладают достаточно простой нервной системой, что позволяет исследовать механизмы, управляющие их хождением [18, 19]. На рис. 4 изображена трехногая походка плодовой мушки *drosophila melanogaster*.

Четырехногая походка аналогична: четыре ноги всегда находятся на земле, две совершают шаг. Идеализированные диаграммы чередования шагов в двух походках показаны на рис. 5.

5. ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕ ПОХОДКИ С ПОМОЩЬЮ НЕЙРОМОДУЛЯЦИИ

Каждая нога животного выполняет две группы взаимоисключающих действий: продвигает животное вперед, когда находится на земле, или переступает вперед. Эти группы состоят из некоторого множества более простых действий, соответствующих сгибаниям, разгибаниям и перемещениям конечностей в разных плоскостях. У животных это реализуется сокращениями различных групп мышц, у роботов — включением различных сервоприводов. Поскольку последовательности действий для каждой ноги стереотипны, можно продемонстрировать принципиальную возможность воспроизведения асинхронной моделью четырех- и трехногих походок, назначив по два нейрона для каждой ноги: один активен, когда нога на земле, другой — когда нога переступает.

Нейрон, отвечающий за движение опорной ноги, сделаем *тоническим* (активным в отсутствие внешних воздействий), а переступающий — *молчащим* (реактивным). Чтобы их активность происходила в противофазе, создадим возбуждающую связь от тонического опорного нейрона (О) к молчащему нейрону шага (Ш) и тормозящую от нейрона шага к опорному нейрону (рис. 6).

Мембранный потенциал такой пары нейронов будет изменяться, как показано на рис. 7. Тонический нейрон О активирует молчащий нейрон Ш. Нейрон Ш достигает порога, активируется, сразу тормозит нейрон О и некоторое время сохраняет активность, пока его мембранный потенциал под действием эндогенных сил снижается, приближаясь к порогу сверху. Когда нейрон Ш замолкает, тормозящее воздействие на нейрон О снимается, он активируется и цикл повторяется.

Теперь нужно сделать шесть пар таких нейронов и ввести необходимые связи, чтобы паттерн возбуждения соответствовал диаграмме четырехногой походки (рис. 5, *а*). Для этого введем тормозящие связи от каждого нейрона шага с правой и левой стороны на два других нейрона шага той

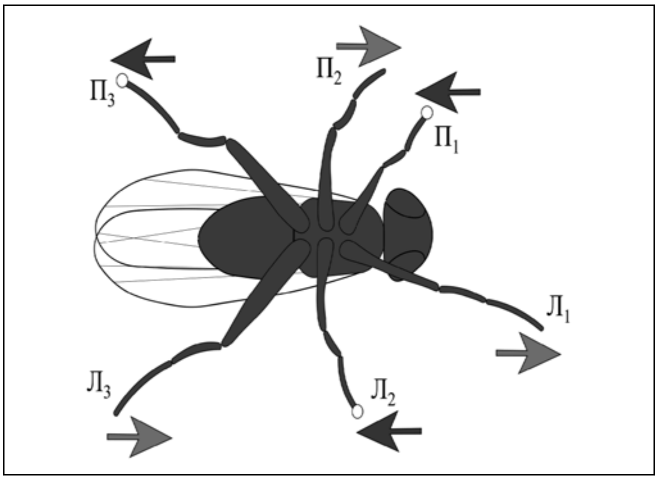


Рис. 4. Трехногая походка дрозофилы, вид снизу:
передняя и задняя правые ($П_1$, $П_3$), и средняя левая ($Л_2$) ноги находятся на земле; передняя и задняя левые ($Л_1$, $Л_3$), и средняя правая ($П_2$) ноги совершают шаг

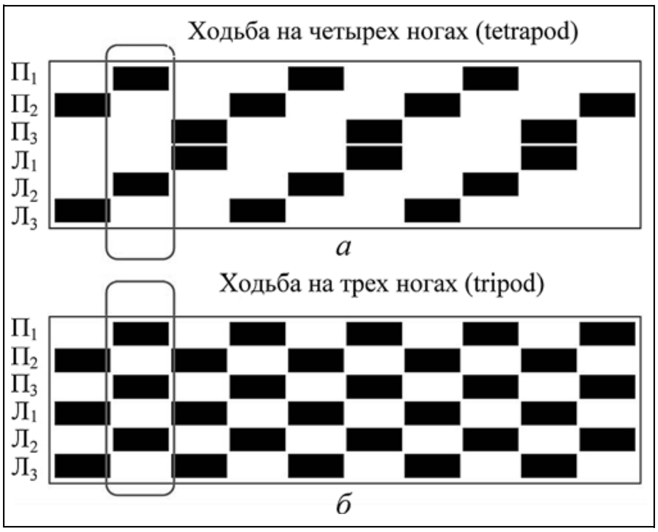


Рис. 5. Диаграммы чередования шагов дрозофилы:
а — четырехногая походка; *б* — трехногая походка (▭ — на земле, ■ — шаг)

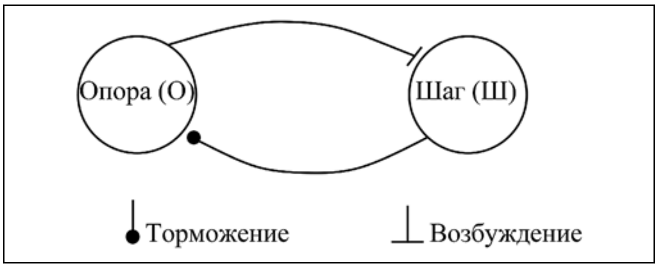


Рис. 6. Схема связи двух антагонистичных нейронов, управляющих движениями одной ноги

же стороны. Соответствующая схема представлена на рис. 8.

Здесь группы нейронов правой и левой стороны не связаны друг с другом и их синхронизация определяется параметрами системы. Их легко синхронизировать, если сделать все нейроны опоры молчащими и ввести один тонический нейрон, который возбуждает их все. Однако это сильно загромоздило бы схему связей, поэтому на рис. 8 и 10 предложен упрощенный вариант.

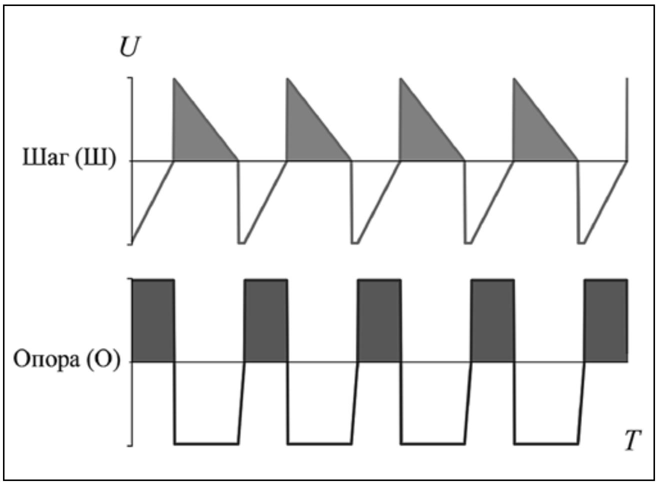


Рис. 7. Графики мембранного потенциала модельных нейронов, возбуждающихся в противофазе;
по оси ординат — мембранный потенциал, по оси абсцисс — время

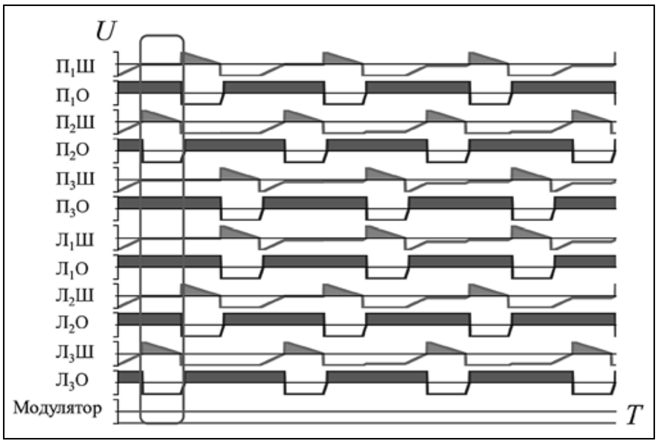


Рис. 9. Мембранные потенциалы нейронов при четырехногой походке:
в каждой фазе активен только один нейрон шага с каждой стороны — две ноги шагают, четыре опираются на землю; модулирующий нейрон молчит, он требуется для перестройки на трехногую походку; по оси ординат — мембранные потенциалы нейронов, по оси абсцисс — время

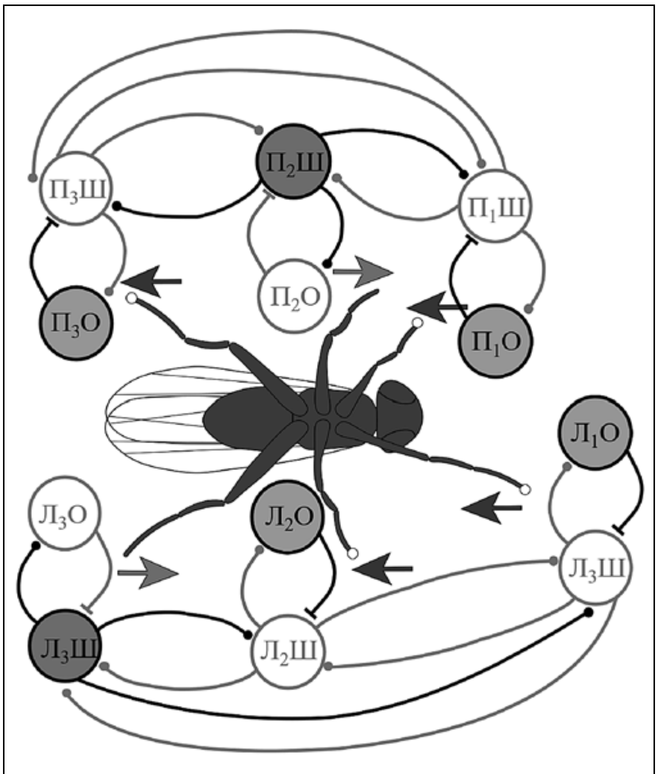


Рис. 8. Схема связей и активации нейронов в фазе четырехногой походки

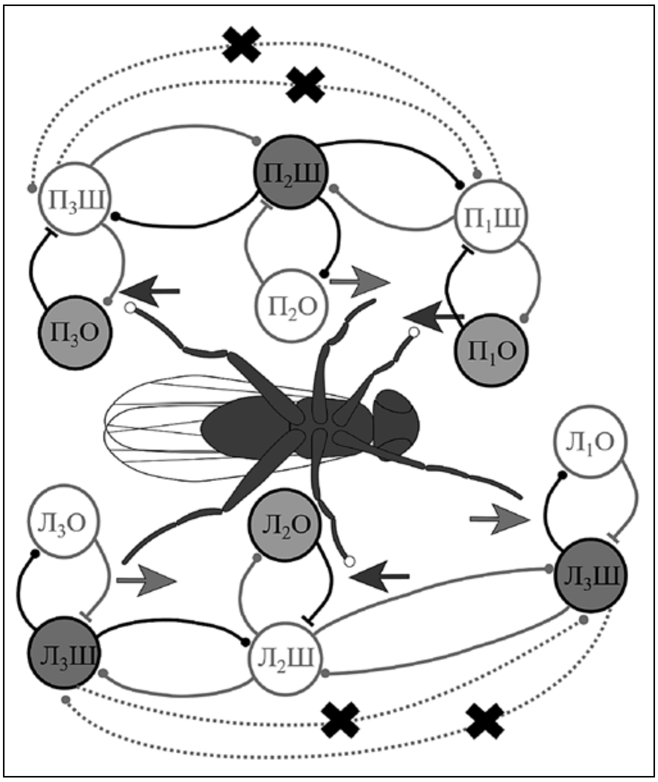


Рис. 10. Модулирующее воздействие подавляет тормозные связи между первыми и третьими нейронами

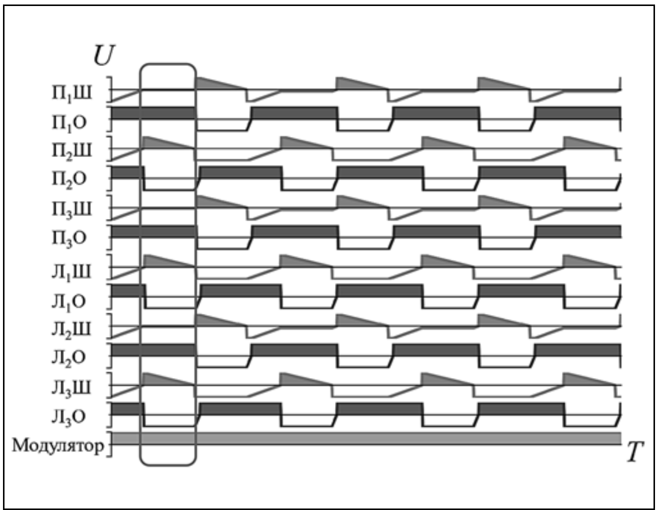


Рис. 11. Мембранные потенциалы нейронов при трехногой походке:
в каждой фазе активны по три нейрона с обеих сторон; модулирующий нейрон выбрасывает трансмиттер, подавляющий тормозные связи между первыми и третьими нейронами в течение всего времени; по оси ординат — мембранные потенциалы нейронов, по оси абсцисс — время

Взаимные тормозящие связи нейронов шага гарантируют, что в каждой фазе походки только один из них будет активен с левой и правой стороны. Порядок активации определяется параметрами симуляции. Программно сгенерированные графики мембранных потенциалов нейронов представлены на рис. 8. Первым с левой стороны активируется нейрон $Л_3Ш$. Пока активен, он тормозит все другие нейроны Ш с левой стороны. Когда период активности нейрона $Л_3Ш$ заканчивается, первым среди оставшихся нейронов шага активируется $Л_2Ш$, что определяется параметрами симуляции. Он также отрабатывает свой период активности и тормозит соседей, затем включается нейрон $Л_1Ш$ и по окончании его периода активации цикл повторяется. Порядок для правой стороны симметричен, с тем отличием, что там первым активируется нейрон $П_2Ш$.

Чтобы привести этот ритм в соответствие с диаграммой трехногой походки (рис. 5, *б*), достаточно отключить тормозные связи между первым и третьим нейроном с каждой стороны. Это можно реализовать введением модулирующего нейрона, трансмиттеры которого отключают тормозящие рецепторы между первыми и третьими нейронами с каждой стороны (рис. 10). В результате первый и третий нейроны начинают активироваться синхронно, диаграмма начинает соответствовать трехногой походке (рис. 11).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье предложено формальное описание механизма нейромодуляции, реализованного в дискретной асинхронной модели гетерохимических нейронных взаимодействий и продемонстрированы результаты переключения походки гексаподов.

Главным, и чрезвычайно значимым, эффектом нейромодуляции является возможность быстрой функциональной перестройки нейронных контуров (как естественных, так и искусственных) без изменения их структурных свойств. Таким образом, паттерны активности можно изменять не из-за долгих и дорогостоящих изменений связей между нейронами и не путем переключения между разными нейронными цепями для совершения разных действий, а с помощью изменения химического состава межклеточного пространства внутри одного ансамбля. В модели это осуществляется изменением единственного параметра. Этот механизм значительно упрощает управление походками, а также другими видами моторной активности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Marder, E., and Bucher, D.* Central Pattern Generators and the Control of Rhythmic Movements // Current Biology. — 2001. — Vol. 11, no. 23. — P. R986—996.
2. *Балабан П.М., Воронцов Д.Д., Дьяконова В.Е.* и др. Центральные генераторы паттерна (CPGs) // Журнал высшей нервной деятельности. — 2013 — Т. 63. — № 5. — С. 520—541. [*Balaban, P.M., Vorontsov, D.D., Dyakonova, B.E.*, et al. Central Pattern Generators (CPGs) // Journal of Higher Nervous Activity. — 2013. — Vol. 63, no. 5. — P. 520—541. (In Russian)]
3. *Harris-Warrick, R.M.* Neuromodulation and flexibility in Central Pattern Generator networks // Current Opinion in Neurobiology. — 2011. — Vol. 21, no. 5. — P. 685—692.
4. *Bargmann, C.I.* Beyond the Connectome: How Neuromodulators Shape Neural Circuits // Bioessays. — 2012. — No. 34. — P. 458—465.
5. *Marder, E.* Understanding Brains: Details, Intuition, and Big Data // PLoS Biology. — 2015. — Vol. 13, no. 5: e1002147.
6. *Marder, E., Weimann, J.M.* Modulatory Control of Multiple Task Processing in the Stomatogastric Nervous System // Neurobiology of Motor Programme Selection. — Pergamon, 1992. — P. 3—19.
7. *Сахаров Д.А.* Биологический субстрат генерации поведенческих актов // Журнал общей биологии. — 2012. — Т. 73, № 5. — С. 334—348. [*Saharov, D.A.* Biologicheskij substrat generacii povedencheskih aktov // Zhurnal obshchei biologii. — 2012. — Vol. 73, no. 5. — S. 334—348. (In Russian)]
8. *Dyakonova, T.L., Sultanakhmetov, G.S., Mezheritskiy, M.I.*, et al. Storage and Erasure of Behavioural Experiences at the Single Neuron Level // Scientific Reports. — 2019. — Vol. 9, no. 1: 14733.
9. *Aonuma, H., Mezheritskiy, M., Boldyshev, B.*, et al. The Role of Serotonin in the Influence of Intense Locomotion on the Behavior Under Uncertainty in the Mollusk Lymnaea stagnalis // Frontiers in Physiology. — 2020. — Vol. 11. — N Art. 221.

10. *Hodgkin, A.L., Huxley, A.F.* A Quantitative Description of Membrane Current and Its Application to Conduction and Excitation in Nerve // The Journal of Physiology. — 1952. — Vol. 117, no. 4. — P. 500.
11. *Brette, R., Gerstner, W.* Adaptive Exponential Integrate-and-Fire Model as an Effective Description of Neuronal Activity // Journal of Neurophysiology. — 2005. — Vol. 94, no. 5. — P. 3637—3642.
12. *Izhikevich, E.M.* Simple Model of Spiking Neurons // IEEE Transactions on Neural Networks. — 2003. — Vol. 14, no. 6. — P. 1569—1572.
13. *Емельянов-Ярославский Л.Б.* Интеллектуальная квазибиологическая система. Индуктивный автомат. — М.: Наука, 1990. — 111 с. [*Emel'yanov-Yaroslavskii, L.B.* Intellektual'naya kvazibiologicheskaya sistema. Induktivnyi avtomat. — M.: Nauka, 1990. — 111 с. (In Russian)]
14. *Bazenkov, N.I., Boldyshev, B.A, Dyakonova, V.E., Kuznetsov, O.P.* Simulating Small Neural Circuits with a Discrete Computational Model / Biological Cybernetics. — 2020. — Vol. 114, no. 3. — P. 349—362.
15. *Turrigiano, G., LeMasson, G., Marder, E.* Selective Regulation of Current Densities Underlies Spontaneous Changes in the Activity of Cultured Neurons // Journal of Neuroscience. — 1995. — Vol. 15, no. 5. — S. 3640—3652.
16. *Bartol, Jr T.M., Bromer, C., Kinney, J.,* et al. Nanoconnectomic Upper Bound on the Variability of Synaptic Plasticity // Elife. — 2015. — Vol. 4. — e10778.
17. *Кузнецов О.П., Базенков Н.И., Болдышев Б.А.* и др. Асинхронная дискретная модель химических взаимодействий в простых нейронных системах // Искусственный интеллект и принятие решений. — 2018. — № 2. — С. 3—20. [*Kuznetsov, O., Bazenkov, N., Boldyshev, B.*, et al. An Asynchronous Discrete Model of Chemical Interactions in Simple Neuronal Systems // Scientific and Technical Information Processing. — 2018. — Vol. 45, no. 6. — P. 375—389.]
18. *Cruse, H., Dürr, V., Schmitz, J., Schneider, A.* Control of Hexapod Walking in Biological Systems // Adaptive Motion of Animals and Machines. — Ed. by Kimura, H., Tsuchiya, K., Ishiguro, A., Witte, H. — Springer, Tokyo, 2006. — P. 17—29.
19. *Mendes, C.S, Bartos, I., Akay, T.*, et al. Quantification of Gait Parameters in Freely Walking Wild Type and Sensory Deprived Drosophila Melanogaster // eLife. — 2013. — Vol. 2: e00231.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.И. Михальским.

Поступила в редакцию 25.01.2021, после доработки 24.02.2021.
Принята к публикации 24.02.2021.

Болдышев Борис Александрович — науч. сотрудник,
✉ borismagb@mail.ru,

Жилякова Людмила Юрьевна — д-р физ.-мат. наук,
✉ zhilyakova.ludmila@gmail.com,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва.

NEUROMODULATION AS A CONTROL TOOL FOR NEURAL ENSEMBLES

B.A. Boldyshev[1] and L.Yu. Zhilyakova[2]

V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
[1]✉ borismagb@mail.ru, [2]✉ zhilyakova.ludmila@gmail.com

Abstract. Control mechanisms for the rhythms of neural ensembles based on the neuromodulation effect are described and implemented. The biological mechanisms of neuromodulation are briefly outlined, and some aspects are highlighted to control the patterns of activity of interconnected neurons forming ensembles. Within the suggested model, neuromodulation is a change in the neuron's properties responsible for its sensitivity to excitatory and inhibitory impacts (and, therefore, for its activity). This change is initiated by certain neurotransmitters (modulators), which indirectly influence the electrical activity of all neurons sensitive to them. The asynchronous discrete chemical interaction model of biological neurons in small neural networks is modified and extended to implement this control mechanism inherent in living organisms. The key effect of neuromodulation is the rapid functional reorganization of neural networks without changing their structural properties. Activity patterns are changed not via costly changes in the connections between neurons but by changing the chemical environment of the ensemble's neurons. The mechanism of neuromodulation is formalized. The new model is implemented in software, and several computational experiments are performed to change the gait of hexapods.

Keywords: neuron, neuromodulation, neurotransmitters, control, discrete modeling, generator of rhythmic activity.

Funding. This work was supported in part by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 20-07-00190A.

УДК 614.8;502.5

DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2021.2.8

XXVIII МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТЬЮ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ»

В декабре 2020 г. в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН состоялась XXVIII Международная научная конференция «Проблемы управления безопасностью сложных систем». Организаторы конференции — Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Научный совет РАН по теории управляемых процессов и автоматизации, Министерство Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий.

Работа конференции велась по следующим секциям:

- общетеоретические и методологические вопросы обеспечения безопасности;
- проблемы обеспечения экономической и социально-политической безопасности;
- проблемы обеспечения информационной безопасности;
- экологическая и техногенная безопасность;
- методы моделирования и принятия решений при управлении безопасностью сложных систем;
- автоматизированные системы и средства обеспечения безопасности сложных систем;
- правовые вопросы обеспечения безопасности сложных систем.

На конференции 130 авторов из 42 организаций Российской Федерации и ряда зарубежных стран представили 91 доклад.

Прошедший 2020-й год (конференция по сложившейся традиции ежегодно проходит во второй половине декабря) войдет в историю как первый год борьбы с пандемией коронавируса COVID-19, официальной датой появления которого считается 17 ноября 2019 г., когда был поставлен первый официальный диагноз. Быстрое распространение коронавируса по всему миру привело к крайне тяжелым последствиям (по данным ВОЗ на конец 2020 г. количество выявленных случаев заболевания вирусной инфекцией данного типа во всем мире превысило 80 миллионов, более 1,6 миллиона зараженных коронавирусом человек умерли), и, как следствие, возникновению целого ряда носящих всеобщий характер негативных процессов и явлений. Углубление вызванного пандемией глобального политического и экономического кризиса, разрушение международных хозяйственно-экономических связей, спад производства, а также нарастание во многих странах социальной напряженности, в том числе вызванных вводимыми ограничительными мерами, привели к существенному росту различного рода рисков и появлению новых угроз. Одновременно с этим, несмотря на связанные с коронавирусом изменения мировой повестки дня, острые проблемы и очаги внешних и внутренних противоречий никуда не исчезли, как и причины, их порождающие. Скорее наоборот, пандемия фактически выступила в качестве катализатора дальнейшего обострения существующих проблем социально-экономического развития как в мировом, так и в национальном масштабе. Все это существенно ужесточило требования к качеству и эффективности управления безопасностью в самом широком понимании данного термина, что нашло свое отражение в тематике и содержании представленных на конференции научных докладов.

Открывший конференцию доклад *Г.Г. Малинецкого*, *В.В. Кульбы*, *Т.С. Ахромеевой*, *С.А. Посашкова* «Императивы новой реальности. Судьба капитализма. Риски информационного и биологического пространства» посвящен анализу современных угроз развитию человеческой цивилизации, а также мер по их парированию. В настоящее время, констатируют авторы, мир находится на стадии перехода от индустриальной к постиндустриальной фазе развития. Эта стадия, а по сути — глобальная точка бифуркации, связана с крайне серьезными угрозами, неопределенностью, нестабильностью и одновременно с этим во многом неожиданными открывающимися возможностями.

Значительное место в работе занимает анализ перспектив развития человеческой цивилизации, проведенный на базе доклада Римского клуба «Come on!», подготовленного к его 50-летию (организация известна исследованиями мировой динамики и в настоящее время объединяет более ста видных представителей мировых политических, финансовых, культурных и научных элит). Детально рассмотрены проблемы и перспективы гуманитарного и технологического развития цивилизации. Особое внимание авторы уделили крайне актуальным сегодня проблемам борьбы человеческого общества с эпидемиями и пандемиями.

В докладе анализируются причины разрушительной реакции большинства стран на пандемию коронавируса, приведшей к падению национальных экономик, уничтожению значительной части малого и среднего бизнеса, росту безработицы и социальной нестабильности. Отмечая грандиозные успехи медицинской науки в последнее столетие, авторы подчеркивают продемонстрированный низкий уровень готовности абсолютного большинства национальных систем здравоохранения к решению острых и масштабных эпидемических проблем. Все это, по мнению авторов, требует не только признания здравоохранения в качестве приоритетной отрасли, но и тщательно продуманных и кардинальных перемен в управлении и финансировании его развития, особенно с учетом того, что, по имеющимся прогнозам, пандемия коронавируса (последствия которой еще предстоит преодолеть) далеко не последняя на обозримом временном горизонте.

В докладе *В.В. Цыганова* «Пандемия, технологии, культура и международная стабильность» рассматривается комплекс проблем цивилизационного развития в условиях достижения пределов глобального роста вследствие ограниченности природных ресурсов и потенциала их самовосстановления, ведущих к стагнации и социальной нестабильности. Данные пределы, подчеркивается в докладе, приводят к тому, что значительная часть населения развитых стран пребывает в состоянии депрессии, одновременно с этим находясь под жестким контролем глобальной финансовой олигархии, культивирующей ценности общества потребления, жестко привязанные к росту последнего. Следствием этого является усиление социальной нестабильности в развитых странах. В настоящее время значимым фактором снижения уровня потребления «золотого миллиарда» является пандемия коронавируса и связанные с ней ограничения свобод граждан, снижение деловой активности, падение производства, ограничения в торговле, сфере обслуживания и т. д. При этом, как отмечается в докладе, даже ожидаемый рост экономики и, соответственно, потребления после победы над пандемией будет носить временный характер, поскольку через определенный промежуток времени снова будет достигнут новый уровень пределов глобального роста и, соответственно, период оживления членов общества потребления неизбежно сменится периодом массовой депрессии со всеми вытекающими последствиями.

Принципиальный выход из сложившейся ситуации автор видит в изменении системы ценностей «золотого миллиарда» (в первую очередь — его среднего класса) с материальных на духовные, у которых нет пределов роста. Однако отметим здесь, что в обозримом будущем данная проблема вряд ли будет разрешена. В сложившейся ситуации несколько снизить остроту возникающих проблем возможно, как считает автор работы, путем создания информационных технологий управления обеспечением общественной безопасности в условиях пределов роста на базе моделей поведения члена общества. В докладе подчеркивается, что с развитием нейронаук сегодня появилась возможность строить модели человека, учитывающие не только его рациональность, но и чувственность, эмоциональность. В основе этих моделей лежат результаты современных нейрофизиологических исследований связи поведения людей с их гормональными характеристиками. В настоящее время на их основе разработаны модели дальновидного человека, управляемого собственными желаниями, которые применялись в социологических исследованиях, разработках систем общественной безопасности и высоких гуманитарных технологий.

Большой интерес вызвала работа *Н.Г. Кереселидзе* «Модели распространения вируса SARS-CoV-2 и проблемы управления безопасностью». В докладе представлены результаты разработки математической модели распространения коронавируса на базе протокола борьбы с эпидемией, принятого системой здравоохранения Республики Грузия. Как отмечается в докладе, на выбор стратегии и тактики борьбы с пандемией существенное влияние оказывает целый ряд факторов, важнейшим из которых является экономика: локдаун может стать слишком дорогостоящим мероприятием для бюджета страны, с которым он может и не справиться. В данной ситуации возросла актуальность проблемы оценки необходимости и определения момента введения, а также объема и содержания карантинных мер с целью защиты населения от инфекции, недопущения перегрузки системы здравоохранения и одновременно с этим предотвращения кризиса национальной экономики, следствием которого неизбежно станет снижение уровня жизни граждан.

Решение этой проблемы в докладе предлагается осуществить на основе методологии оптимального управления динамическими системами. Предложенная автором модель, разработанная на базе аппарата дифференциального исчисления, позволяет на основе данных о количестве зараженных коронавирусной инфекцией обосновывать необходимость введения локдауна (или, соответственно, возможность воздерживаться от жестких карантинных мер). Отметим, что это первый шаг к решению крайне сложной мультидисциплинарной задачи оценки необходимости введения ограничительных мер как средства борьбы с распространением коронавирусной инфекции, требующей учета большого количества эпидемиологических, медицинских, психологических, социальных, экономических и др. факторов.

На конференции было представлено достаточно большое количество разнообразных по тематике работ, посвященных широкому комплексу методологических и прикладных проблем управления социально-экономическим развитием России, ее регионов и отдельных экономических субъектов, среди которых выделим доклады: *Н.И. Комкова* «Опыт и перспективы управления развитием крупномасштабных социально-экономических проектов»; *В.И. Меденникова* «Основы комплексной оценки рисков межгосударственных интеграционных образований»; *В.А. Путилова*, *А.В. Маслобоева* «Задачи и специфика организации комплексных исследований жизнеспособности быстроменяющихся арктических систем»; *Р.В. Бадылевича* «Особенности регулирования обеспечения экономической безопасности Арктической зоны РФ»; *Е.П. Грабчака*, *Е.Л. Логинова* «Обеспечение надежности и безопасности работы информационных систем управления для повышения живучести энергосистемы России»; *А.Ю. Силантьева*, *С.Н. Гриняева, И.В. Самарина* «Кризис и безопасность социально-экономических систем»; *С.В. Зернова* «Системные проблемы государственного управления как угроза национальной безопасности»; *Д.А. Кононова* «Исследование безопасности систем управления на основе анализа их системных параметров»; *З.К. Авдеевой*, *С.В. Коврига* «СППР в сфере стратегического планирования и управления военной безопасностью. Подход к созданию и особенности»; *Н.И. Комкова*, *А.А. Лазарева*, *В.С. Романцова* «Перспективы развития отечественных промышленных компаний»; *В.П. Корнеенко* «Многокритериальная оценка экономической безопасности организации по критериям, представленных в количественных и порядковых шкалах с учетом субъективных вероятностей»; *М.В. Кротовой* «Прикладные вопросы применения менеджмента в российских интегрированных компаниях: факторы риска и неопределенности»; *И.В. Черенкова* «Дивидендная политика российских компаний как фактор развития экономики страны»; *В.И. Жекова*, *Н.В. Иванова* «Проблемы расчета расходов в электроэнергетике в экономической теории»; *А.В. Голева* «Система мониторинга и обеспечения безопасности природных ресурсов»; *В.Г. Бурлова*, *М.В. Мироновой*, *А.И. Шершневой*, *С.А. Шавурова* «Поиск оптимальных климатических моделей при обеспечении экологической безопасности».

Традиционно большая группа интересных докладов посвящена решению актуальных в эпоху цифровизации проблем управления информационной безопасностью и защитой данных от несанкционированного доступа. Среди представленных работ по данной тематике можно выделить доклады *Г.С. Вересникова*, *О.В. Огородникова* «Оценка информационной безопасности в условиях смешанной неопределенности»; *С.К. Сомова* «Повышение эффективности работы мобильных сетей MANET методами репликации данных»; *Л.Е. Мистрова* «Метод синтеза систем информационной безопасности сложных объектов»; *В.О. Сиротюка* «Анализ и оценка рисков информационной безопасности организаций»; *А.Д. Козлова*, *Н.Л. Ноги* «Построение модели оценки риска информационной безопасности с использованием метода нечеткой логики»; *А.В. Крючкова* «Возникновение опасных ситуаций при внедрении цифровых двойников на объектах ТЭК и использование для снижения данных рисков новых методов синтеза специального программного обеспечения»; *Е.А. Курако, В.Л. Орлова* «К вопросу перевода информационных систем на отечественное программное обеспечение»; *В.В. Муромцева*, *А.В. Муромцевой* «Проблемы коммуникаций в цифровом информационном пространстве»; *А.Ю. Максимовского* «О параметрах управления в одной модели мониторинга информационной безопасности сложных систем»; *А.Е. Мухиной* «Современные вопросы оценки качества данных в IT-экосистеме».

Традиционно разнообразными по тематике являются представленные на конференции доклады, посвященные проблемам предупреждения и ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций техногенного и природного характера, а также обеспечения безопасности и надежности функционирования технологических комплексов и транспортных систем.

Доклад *Л.А. Баранова*, *Е.П. Балакиной* «Методы повышения безопасности движения поездов городских железных дорог в условиях централизованного автоматического управления» посвящен проблемам повышения надежности функционирования и пропускной способности городских железнодорожных транспортных систем современного мегаполиса (метрополитенов и электропоездов). Основное внимание в докладе уделено изложению результатов разработки графико-интервальных алгоритмов централизованного управления движением поездов городских железных дорог с прогнозом возмущений (в том числе превышения длительности стоянки поездов на станциях), учитывающих зависимость ограничений на управление от состояния транспортной системы. Информация о прогнозируемых возмущениях (отклонениях длительности стоянки поездов от плановой), вызванных увеличением пассажиропотока, формируется на выходе разработанного авторами экстраполятора на базе аппарата многочленов Чебышева. Использование алгоритмов рассматриваемого типа обеспечивает минимизацию числа ограничений скорости и длительности остановок поездов.

Среди докладов, посвященных вопросам обеспечения безопасности функционирования транспортных систем, объектов и их инфраструктуры можно отметить работы *Е.Л. Кулида*, *В.Г. Лебедева* «Исследование алгоритмов оптимизации очередности и времен посадок воздушных судов»; *М.В. Масюкова, С.А. Тюрина* «Передовые исследования и испытания роев воздушных и наземных транспортных средств для крупномасштабных групп совместных автономных систем в городских условиях»; *А.И. Сафронова* «Особенности планирования безопасного перевозочного процесса на Московском метрополитене при учете специфики работы электродепо «Красная Пресня» Кольцевой линии»; *В.Г. Сидоренко* «Современные вызовы безопасности городских транспортных систем»; *О.Е. Пудовикова* «Выбор алгоритмов и параметров системы автоматического управления скоростью длинносоставных тяжеловесных поездов по критерию безопасности движения».

Различным методологическим и прикладным аспектам решения проблем обеспечения техногенной и промышленной безопасности, а также надежности функционирования технологических комплексов и систем посвящен ряд интересных и разнообразных по тематике работ: *В.С. Нестеров, Ю.К. Безгубова* «Особенности применения ситуационно-контекстной визуализации в системах мониторинга и управления»; *А.М. Анохин* «Организация компактной визуализации информационных параметров в системах контроля и управления»; *В.В. Лещенко* «Повышение технической безопасности сложных систем с ядерным реактором»; *О.Б. Скворцов* «IIoT системы вибрационного мониторинга для поддержки принятия решений по защите энергетического оборудования»; *В.К. Мусаев* «Моделирование упругих волн напряжений в десятиэтажном здании (основание: полуплоскость) при нестационарном сейсмическом воздействии»; *А.Л. Яндреев* «Анализ непосредственных причин аварий транспортного упаковочного контейнера с радиоактивными материалами при работе с грузоподъемным краном»; *А.А. Галяев*, *А.С. Самохин*, *М.А. Самохина* «Оптимизация расстановки обнаружителей градиентным методом»; *Т.А. Пискурева*, *Л.А. Чернякова*, *А.Н. Махов* «Действие закона синергии при обеспечении безопасности объектов повышенной опасности»; *С.Ю. Карпов* «Алгоритмы и модели поддержки принятия управленческого решения по определению оптимальной численности сотрудников территориальных отделов МЧС России при расследовании пожаров»; *А.Ю. Марусина*, *А.Ф. Ахмадиева*, *М.А. Полюхович* «Анализ и исследование опасностей технологического процесса методом HAZOP»; *М.В. Говор*, *А.Ю. Туманов* «Алгоритм действий при проведении операций по ликвидации чрезвычайной ситуации на ПАО «Химпром»; *М.О. Авдеева*, *К.А. Данилова* «Оценка влияния особенностей поведения людей на время эвакуации с помощью имитационного моделирования»; *А.А. Евстифеев* «Методы анализа безопасности газобаллонного оборудования на этапе эксплуатации»; *А.Г. Багоутдинова, В.Л. Воронцова* «Анализ эффективности и безопасности использования систем индивидуальных тепловых пунктов»; *С.А. Шилин* «Повышение надежности жизненно значимого агрегата посредством своевременного выявления внезапного отказа элемента конструкции изделия».

Одной из отличительных особенностей прошедшей конференции является достаточно большое количество интересных работ, посвященных проблемам нормативно-правового обеспечения процессов управления безопасностью. Большое внимание участников привлек доклад *С.А. Бочкарева* «Web of Science и Scopus на страже безопасности отечественной науки: нормативно-правовой аспект», в котором излагаются результаты анализа требований части 2 статьи 3 Закона «О науке и государственной научно-технической политике» № 127-ФЗ от 23.08.1996, обязывающих государство обеспечивать конкуренцию в сфере научной деятельности и защищать субъектов науки от недобросовестной конкуренции. В работе с позиций требований федерального законодательства подвергается критике ряд подзаконных актов Министерства образования и науки, которые фактически ввели в сферу государственной юрисдикции иностранные понятия «Web of Science» и «Scopus», причем проверка на предмет их соответствия понятиям, используемым в упомянутом Федеральном законе, как утверждается в докладе, не проводилась. Эти понятия обозначают соответствующие реферативные базы данных, используемые в качестве источника информации для расчета места Российской Федерации по удельному весу в общем числе статей в областях, определяемых приоритетами научно-технологического развития. Одновременно с этим «Web of Science» и «Scopus», подчеркивает автор, представляют собой бизнес-проекты, управляемые зарубежными коммерческими организациями (первая — компанией Clarivate Analytics, расположенной в штате Пенсильвания США, вторая — европейским издательством Elsevier), причем их проверка на предмет участия в противоправной «санкционной политике» стран Запада против российского общества и государства также не проводилась.

В этой связи в докладе поднимается ряд острых вопросов, связанных с обоснованностью решений по оценке успешности научных организаций и сотрудников через подсчет количества публикаций в журналах, входящих в указанные выше реферативные базы данных, а также правил формирования перечня научных изданий, в которых должны быть опубликованы результаты исследований соискателей ученых степеней. Кроме того, как отмечается в докладе, данные решения выдвигают российским журналам обширный перечень требований, в то время как к зарубежным изданиям, включенным в базы данных «Web of Science» и «Scopus», какие-либо требования отсутствуют вообще, что ставит их в заведомо неравноправные условия. Более того, отсутствие взаимных обязательств и правовых гарантий соблюдения российского законодательства со стороны перечисленных зарубежных организаций, а также их филиалов и представительств, размещенных на территории России, вынуждает научных сотрудников и соискателей работать с ними вне зоны действия российского законодательства, т. е. в пределах иностранной юрисдикции в отсутствии регулятора во взаимоотношениях с корпорациями.

Поставленные в докладе проблемы, безусловно, являются дискуссионными. Одновременно с этим активная дискуссия в отечественном научном и экспертном сообществах несомненно будет способствовать обеспечению конкурентных преимуществ российской науки, повышению эффективности управления ее развитием, а также устранению негативных факторов и тенденций, снижающих ее независимость и ставящих под угрозу ее безопасность.

Среди других работ в рамках рассматриваемой тематики можно также выделить доклады *А.А. Тимошенко* «Управление системой судопроизводства: ретроспективные и перспективные аспекты»; *А.В. Рожнова* «Технологический разрыв в сфере новых технологий и особенности защиты интеллектуальной собственности — систем с достоверными признаками искусственного интеллекта»; *Е.К. Чаловской*, *И.О. Клочихина*, *Л.А. Белоцерковской* «Правовое регулирование создания, содержания и функционирования защитных сооружений гражданской обороны»; *Ж.И. Исмаилова* «Безопасность транспортных систем стран ЕАЭС: нормативно правовые аспекты нового шелкового пути»; *Е.В. Аникиной* «Управление рисками сложной сети на основе арбитражного решения»; *Т.Х. Усмановой* «Обеспечение безопасности сложных систем в рамках согласованности регулирующих актов».

К сожалению, сделать полноценный обзор и тем более раскрыть содержание всех представленных на конференции разнообразных по тематике и, безусловно, интересных докладов не представляется возможным ввиду объективных ограничений на объем настоящей публикации. С представленными работами можно подробно ознакомиться в опубликованных материалах[1], либо на официальном сайте конференции: URL:https://iccss2020.ipu.ru/prcdngs.

В заключительном слове председательствующий на конференции д-р техн. наук, профессор *В.В. Кульба* сообщил о планах проведения XXIX конференции по рассматриваемой тематике, которая, по сложившейся традиции, пройдет в декабре 2021 г. в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. Телефон оргкомитета (495) 198-17-20, доб. 1407, e-mail: conf20@ipu.ru. Технический секретарь конференции — *Алла Фариссовна Ибрагимова.*

Ученый секретарь Оргкомитета конференции
А.Б. Шелков

Шелков Алексей Борисович — канд. техн. наук,
✉ abshelkov@gmail.com.
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.

[1] Проблемы управления безопасностью сложных систем: материалы XXVIII Международной конференции, 16 дек. 2020 г., Москва / под общ. ред. А.О. Калашникова, В.В. Кульбы. — М.: ИПУ РАН. — 2020. — 517 с.

28th INTERNATIONAL CONFERENCE ON PROBLEMS OF COMPLEX SYSTEMS SECURITY CONTROL

A.B. Shelkov
V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
✉ abshelkov@gmail.com

Abstract. The conference took place in December 2020. Scientific results presented by the conference participants are briefly outlined below. The conference sections were theoretical and methodological questions of security support, problems of economic and sociopolitical security support, problems of information security support, ecological and technogenic security, modeling and decision-making for complex systems security control, automatic systems and means of complex systems security support, and legal aspects of complex systems security support. Special attention was paid to the problems caused by the coronavirus pandemic. At the conference, 130 authors from 42 organizations (Russia and some foreign countries) presented 91 papers.

Keywords: conference, complex systems, security control.

К 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ НАУМА САМОЙЛОВИЧА РАЙБМАНА

4 февраля 2021 г. исполнилось 100 лет со дня рождения Наума Самойловича Райбмана — выдающегося ученого, одного из «титанов» «золотого века» в истории Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН.

Наум Самойлович родился 4 февраля 1921 г. на Украине в г. Меджибож Хмельницкой области. Обучение в Московском станкоинструментальном институте было прервано войной. Вместе с сокурсниками Н.С. Райбман служил в армии. После того, как студентов возвращают в институт, он продолжает обучение. В 1943 г., после окончания института его направляют в г. Новосибирск, где в течение нескольких лет он работает технологом, а потом заместителем начальника цеха на одном из оборонных заводов.

В 1946—1950 гг. Н.С. Райбман проходит обучение в аспирантуре Московского авиационного технологического института, где продолжает работать после защиты диссертации. Далее он преподает в Уфимском авиационном институте, и в г. Москву возвращается в 1959 г. Начиная с этого времени он руководит отделом в одном из отраслевых НИИ.

В 1959 г. Наум Самойлович начинает работать в Институте автоматики и телемеханики АН СССР (ныне Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН). В это время сферой его научных интересов становится идентификация систем управления.

В 1965 г. Н.С. Райбман защищает докторскую диссертацию по идентификации и начинает руководить научной группой в лаборатории В.С. Пугачева. В апреле 1968 г. на базе этой группы в Институте образуется лаборатория № 41.

Наум Самойлович приложил много усилий к тому, чтобы идентификация систем управления была сформирована в виде отдельного научного направления. В рамках этой теории под его руководством были разработаны новые методы идентификации многомерных, нелинейных, нестационарных объектов, методы определения структуры, методы идентификации объектов с распределенными параметрами. Была создана дисперсионная теория статистически оптимальных систем.

Теория адаптивных систем управления с идентификатором (АСИ), предложенная Н.С. Райбманом, соединявшем в себе талант ученого и техническую эрудицию инженера, получила реальное воплощение: АСИ для управления точностью горячей прокатки бесшовных труб были внедрены на многих заводах страны.

В 1976 г. коллективу лаборатории № 41 ИПУ РАН под руководством Н.С. Райбмана была присуждена Государственная премия СССР за разработку и успешное внедрение системы управления трубопрокатным станом 160 на Первоуральском Новотрубном заводе (ПНТЗ) с использованием отечественной вычислительной машины УМ1-НХ.

Наум Самойлович Райбман много времени и сил отдавал воспитанию молодых специалистов как в нашей стране, так и прибывающих на стажировку из стран Восточной Европы.

Его научные результаты опубликованы в 7 книгах и 150 статьях, которые и сегодня вызывают интерес у исследователей и студентов.

Он был членом научно-методического Совета общества «Знание» РСФСР, редакционных советов издательств «Мир» и «Радио и связь».

Благодаря активной научно-организационной деятельности Н.С. Райбмана многие конференции по теории управления — как в СССР, так и проводимые Международной Федерацией автоматического управления (ИФАК) — стали включать в себя секции, посвященные исследованиям по идентификации.

Наум Самойлович и сотрудники его лаборатории осуществляли координирование направления идентификации на конференциях и симпозиумах, проводимых ИФАК, Советом экономической взаимопомощи (СЭВ), Европейской экономической комиссией (ЕЭК).

В организации и проведении IV симпозиума ИФАК по идентификации и оцениванию параметров систем в г. Тбилиси в 1976 г. принимали деятельное участие сотрудники лаборатории 41 ИПУ РАН под руководством Н.С. Райбмана.

Также осуществлялись организация всесоюзных симпозиумов по статистическим методам в управлении, проводимых в гг. Москве, Ташкенте, Фрунзе, Вильнюсе; организация всесоюзных ежегодных семинаров по идентификации в рамках программы «Кибернетика».

Под редакцией Н.С. Райбмана выходят переводы лучших зарубежных книг по идентификации.

На протяжении многих лет Райбман Н.С. активно функционировал в структурах ИФАК. В течение последних четырех лет жизни он был членом Консультативного комитета ИФАК.

Наум Самойлович внезапно скончался 8 января 1981 г. — сорок лет назад. Он ушел в расцвете творческих сил. Многие ученые в разных странах откликнулись на его кончину посвящением ему научных публикаций. Его памяти был посвящен и VI Симпозиум ИФАК по идентификации и оцениванию параметров систем, состоявшийся в 1982 г. в Вашингтоне.

Сегодня дело Н.С. Райбмана — идентификация систем управления — активно развивается как в рамках традиционных, так и создаваемых сегодня новых направлений, в том числе в лаборатории № 41 ИПУ РАН.

Наум Самойлович был человеком необыкновенной душевной доброты, высокой интеллигентности, яркой одаренности. Всю свою сознательную жизнь он посвятил развитию отечественной науки, техники и промышленности. Он внес неоценимый вклад в развитие теории идентификации и управления сложными системами.

Сотрудники Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Редсовет, редколлегия, редакция

ISSN 1819-3161 ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ. 2021. № 2. 1–90. Индексы: 80508 и 81708 в каталоге Роспечати; 38006 в каталоге «Пресса России»