

ISSN 1819-3161

# ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

2/2017

CONTROL  SCIENCES

## Редакционный совет

Акад. РАН С.Н. Васильев, акад. РАН С.В. Емельянов, акад. РАН И.А. Каляев, акад. РАН В.А. Левин, чл.-корр. РАН Н.А. Махутов, акад. РАН Е.А. Микрин, чл.-корр. РАН П.П. Пархоменко, чл.-корр. РАН А.Ф. Резчиков, акад. РАН Е.А. Федосов

## Редколлегия

Д-ра техн. наук Ф.Т. Алескеров, В.Н. Афанасьев, Н.Н. Бахтадзе, канд. техн. наук Л.П. Боровских (зам. гл. редактора), д-ра техн. наук В.Н. Бурков, В.А. Виттих, В.М. Вишневский, д-р экон. наук М.И. Гераськин, д-р техн. наук А.А. Дорофеев, д-р экон. наук В.В. Клочков, д-ра техн. наук С.А. Краснова, О.П. Кузнецов, В.В. Кульба, А.П. Курдюков, д-ра физ.-мат. наук А.Г. Кушнер, А.А. Лазарев, д-р техн. наук В.Г. Лебедев, д-р психол. наук В.Е. Лепский, д-р техн. наук А.С. Мандель, д-р биол. наук А.И. Михальский, чл.-корр. РАН Д.А. Новиков (гл. редактор), д-ра техн. наук Б.В. Павлов, Ф.Ф. Пащенко (зам. гл. редактора), д-р физ.-мат. наук Л.Б. Рапопорт, д-ра техн. наук Е.Я. Рубинович, В.Ю. Рутковский, д-р физ.-мат. наук М.В. Хлебников, д-р техн. наук А.Д. Цвиркун, д-р физ.-мат. наук П.Ю. Чеботарёв, д-р техн. наук И.Б. Ядыкин

## Руководители региональных редакционных советов

Владивосток – д-р техн. наук О.В. Абрамов (ИАПУ ДВО РАН)  
Волгоград – д-р физ.-мат. наук А.А. Воронин (ВГУ)  
Воронеж – д-р техн. наук С.А. Баркалов (ВГАСУ)  
Курск – д-р техн. наук С.Г. Емельянов (ЮЗГУ)  
Липецк – д-р техн. наук А.К. Погодаев (ЛГТУ)  
Пермь – д-р техн. наук В.Ю. Столбов (ПНИПУ)  
Ростов-на-Дону – д-р техн. наук Г.А. Угольницкий (ЮФУ)  
Самара – д-р техн. наук В.Г. Засканов (СГАУ)  
Саратов – д-р техн. наук В.А. Твердохлебов (ИПТМУ РАН)  
Уфа – д-р техн. наук Б.Г. Ильясов (УГАТУ)



**CONTROL SCIENCES**

**Научно-технический  
журнал**

6 номеров в год

ISSN 1819-3161

Издается с 2003 года

**УЧРЕДИТЕЛЬ**

Федеральное государственное  
бюджетное учреждение науки  
Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН

Главный редактор  
чл.-корр. РАН

Д.А. Новиков

Заместители главного  
редактора

Л.П. Боровских, Ф.Ф. Пащенко

Редактор

Т.А. Гладкова

Выпускающий редактор

Л.В. Петракова

Издатель

ООО «Сенсидат-Плюс»

Адрес редакции  
117997, ГСП-7, Москва,  
ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410.  
Тел./факс (495) 334-92-00  
E-mail: pu@ipu.ru  
Интернет: http://pu.mtas.ru

Фото на четвертой странице обложки  
В.М. Бабикова

Оригинал-макет и электронная  
версия подготовлены  
ИП Прохоров О. В.

Отпечатано в ООО «Авансед солюшнз»

Заказ № PB217

Подписано в печать  
23.03.2017 г.

Журнал зарегистрирован  
в Министерстве Российской  
Федерации по делам печати,  
телерадиовещания и средств  
массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации  
ПИ № ФС 77-49203 от 30 марта 2012 г.

Журнал входит в RSCI на платформе  
Web of Science и Перечень  
рецензируемых научных изданий ВАК

Подписные индексы:

**80508** и **81708** в каталоге Роспечати;  
**38006** в объединенном каталоге  
«Пресса России»

Цена свободная

© Федеральное государственное  
бюджетное учреждение науки  
Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН

# ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

## 2.2017

### СОДЕРЖАНИЕ

#### Системный анализ

Макаренко А.В. Метризация T-алфавита: измерение расстояния между многомерными вещественными дискретными последовательностями . . . 2

#### Анализ и синтез систем управления

Корытов М.С. Перемещение грузовой тележки мостового крана в режиме подавления неуправляемых колебаний груза . . . . . 10

#### Математические проблемы управления

Подиновский В.В. Согласительные решения многокритериальных задач выбора . . . . . 17

#### Управление в социально-экономических системах

Гераськин М.И. Оптимальный механизм распределения эффекта в интегрированной сильносвязанной системе анонимных агентов с трансферабельной полезностью . . . . . 27

#### Информационные технологии в управлении

Курако Е.А., Орлов В.Л. Системы объектно-связанного документо-оборота и организация их взаимодействия с бизнес-процессами . . . . . 42

#### Управление техническими системами и технологическими процессами

Сараев П.В., Полозова Ю.Е., Полозов Ю.Л. Применение результатов интервального нейросетевого прогнозирования для калибровки средств измерений в системах управления . . . . . 50

#### Управление подвижными объектами и навигация

Сыров А.С., Рутковский В.Ю., Глузов В.М. и др. Особенности синтеза системы угловой стабилизации высокоточных беспилотных летательных аппаратов . . . . . 56

Волковицкий А.К., Каршаков Е.В., Тхоренко М.Ю., Павлов Б.В. Применение магнитоградиентометров для управления магнитным полем подвижного объекта . . . . . 68

#### Хроника

Владимир Васильевич Кульба (к 80-летию со дня рождения и 55-летию работы в ИПУ РАН) . . . . . 73

XXIV международная конференция «Проблемы управления безопасностью сложных систем» . . . . . 75

\* \* \*

Contents and abstracts . . . . . 80

# МЕТРИЗАЦИЯ Т-АЛФАВИТА: ИЗМЕРЕНИЕ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ МНОГОМЕРНЫМИ ВЕЩЕСТВЕННЫМИ ДИСКРЕТНЫМИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯМИ

А.В. Макаренко

Для дискретных вещественных последовательностей предложена мера их сходства в расширенном пространстве состояний. Мера основана на методах символического СТQ-анализа и применима в том числе к хаотическим и стохастическим многомерным неэквидистантным временным рядам. Проведен анализ предложенных метрик и описаны их базовые свойства. Эффективность метода проверена на модельных системах, отличающихся топологией и сложностью аттрактора. Продемонстрирована высокая чувствительность разработанных мер сходства на примере анализа финансовых временных рядов.

**Ключевые слова:** дискретные последовательности, Т-алфавит, метрическое множество, символический анализ, финансовые временные ряды, осциллятор Ресслера.

## ВВЕДЕНИЕ

Множество прикладных аспектов анализа динамических процессов и систем, в том числе и в задачах управления, так или иначе связано с конечными временными рядами — дискретными полупоследовательностями вида  $\{s_k\}_{k \in K}$ , где  $s$  — переменная состояния динамического процесса (системы),  $s \in S \subset \mathbb{R}^N$ ;  $N$  — размерность пространства состояний процесса (системы),  $n = \overline{1, N}$ ;  $k$  — дискретное время,  $k \in K = \overline{0, K}$ ,  $K \subset \mathbb{R}$ ,  $K < +\infty$ . При этом каждому  $k$ -му отсчету может быть сопоставлен момент «физического» времени  $t_k$ . С данными полупоследовательностями тесно связаны дискретные отображения (модели) вида

$$s_{k+1} = f(s_k, p), \quad p \in P \subset \mathbb{R}^L; \quad l = \overline{1, L}, \quad (B.1)$$

где  $p$  — вектор параметров модели,  $L$  — размерность пространства параметров модели. Заметим, что дискретные динамические системы в форме (B.1) являются таким классом объектов, изучение

свойств которых важно как с фундаментальной точки зрения, так и с прикладных позиций.

Хорошо известно, что весьма мощным инструментом исследования динамических систем, заданных в виде (B.1), а также динамических процессов в форме  $\{s_k\}_{k \in K}$  служат методы символической динамики [1–3]. При этом возможности символического анализа [4–6] полностью раскрываются на детерминированных системах вида (B.1), траектории  $\{s_k\}_{k \in K}$  которых демонстрируют аналогию со случайными процессами, или являются хаотическими [7, 8].

В контексте данной парадигмы автором разрабатывается символический СТQ-анализ (аббревиатура СТQ обозначает три алфавита, которыми оперирует метод: С, Т и Q) [9], который направлен на исследование различных свойств динамических систем и процессов с позиций формы (структуры геометрии) траекторий систем в расширенном пространстве состояний  $S \times K$ . Под формой (структурой геометрии) траектории динамической системы в расширенном фазовом пространстве понимается некий ее инвариант, сохраняющийся при однородных сдвигах и растяжениях траектории в пространстве фазовых переменных [9].



Предложенный метод на данный момент имеет три конструктивных расширения: Т-синхронизация хаотических колебаний [10]; ТQ-бифуркации в дискретных динамических системах [11]; ТQ-сложность хаотических последовательностей [12]. В связи с разработкой ряда других расширений (в том числе предсказание эволюции траекторий и управление динамикой систем) возникает естественная задача о метризации Т-алфавита (введение функции расстояния между символами), который является базовым для данного метода символического анализа.

Отметим, что один из важных вопросов динамики хаотических и/или стохастических систем заключается в количественном оценивании степени близости (сходства) их траекторий, что в большинстве прикладных случаев выражается в анализе конечных временных рядов вида  $\{s_k\}_{k \in K}$ . Под эту задачу разработано множество подходов. Наиболее широко применяемые: коэффициент корреляции Пирсона — измеряет силу связи между двумя процессами в линейном приближении, требует нормальности анализируемых процессов; коэффициент корреляции Спирмена — также измеряет силу связи между двумя процессами в линейном приближении, является непараметрическим, но теряет точность при большом числе одинаковых рангов в одной или обеих выборках. В данном контексте, определение метрических свойств Т-алфавита обретает также самостоятельную ценность, так как на основе этой метрики возможен синтез меры для оценивания сходства дискретных последовательностей (траекторий систем), причем в силу ряда свойств Т-алфавита, в том числе и между сильно нестационарными системами. При этом, исходя из сути предлагаемого подхода, близость траекторий фактически будет означать «похожесть» их форм (графиков) в расширенном пространстве состояний  $S \times K$ .

Решению данных задач и посвящена настоящая работа.

## 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ Т-АЛФАВИТА

Выделим из исходной последовательности  $\{s_k\}_{k \in K}$  трехточечную опорную подпоследовательность:

$$s_k^{(3)} = \{s_{k-1}^{(n)}, s_k^{(n)}, s_{k+1}^{(n)}\}.$$

Определим отображение, кодирующее подпоследовательность  $s_k^{(3)}$ , в терминах конечного Т-алфавита [9]:

$$T_k^{\alpha\varphi} \Big|_n = f_T^s(s_k^{(3)}). \quad (1.1)$$

Строго, отображение (1.1) задается через соотношения:

$$\begin{aligned} T0: & \Delta s_- = \Delta s_+ = 0; \\ T1: & \Delta s_- = \Delta s_+ < 0; \\ T2: & \Delta s_- = \Delta s_+ > 0; \\ T3N: & \Delta s_- < 0, \Delta s_+ < \Delta s_-; \\ T3P: & \Delta s_- < 0, \Delta s_+ < 0, \Delta s_+ < 0, \Delta s_+ > \Delta s_-; \\ T4N: & \Delta s_- > 0, \Delta s_+ = 0; \\ T4P: & \Delta s_- < 0, \Delta s_+ = 0; \\ T5N: & \Delta s_- > 0, \Delta s_+ > 0, \Delta s_+ < \Delta s_-; \\ T5P: & \Delta s_- > 0, \Delta s_+ > \Delta s_-; \\ T6S: & \Delta s_- > 0, \Delta s_+ < 0, \Delta s_+ > \Delta s_-; \\ T6: & \Delta s_- = -\Delta s_+ > 0; \\ T6L: & \Delta s_- > 0, \Delta s_+ < 0, \Delta s_+ < -\Delta s_-; \\ T7S: & \Delta s_- < 0, \Delta s_+ > 0, \Delta s_+ < -\Delta s_-; \\ T7: & \Delta s_- = -\Delta s_+ < 0; \\ T7L: & \Delta s_- < 0, \Delta s_+ > 0, \Delta s_+ > -\Delta s_-; \\ T8N: & \Delta s_- = 0, \Delta s_+ < 0; \\ T8P: & \Delta s_- = 0, \Delta s_+ > 0. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь и далее

$$\Delta s_- = s_k^{(n)} - s_{k-1}^{(n)}, \quad \Delta s_+ = s_{k+1}^{(n)} - s_k^{(n)}.$$

Таким образом, отображение (1.1) в форме (1.2) является сюръекцией  $\sim f_T^s: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{Z}_{17}$ , а все символы Т-алфавита  $T_o^{\alpha\varphi} = T_0^{\alpha\varphi} \cup T_s^{\alpha\varphi} \cup T_c^{\alpha\varphi}$  однозначно разделяются на три непересекающихся класса:

$$T_0^{\alpha\varphi} = \{T0\},$$

$$T_s^{\alpha\varphi} = \{T1, T2, T4N, T4P, T6, T7, T8N, T8P\}, \quad (1.3)$$

$$T_c^{\alpha\varphi} = \{T3N, T3P, T5N, T5P, T5P, T6S, T6L, T7S, T7L\}.$$

Мощность множества  $|T_o^{\alpha\varphi}| = 17$ . Как следует из выражений (1.3), каждый символ  $T_k^{\alpha\varphi} \Big|_n$  кодируется в виде  $Ti$ , где  $i$  — правая часть кодов символов алфавита  $T_o^{\alpha\varphi}$ . Графические диаграммы, иллюстрирующие геометрию символов  $T_o^{\alpha\varphi}$ , приведены на рис. 1. В свою очередь, полное Т-символьное представление  $k$ -го отсчета исходной последовательности  $\{s_k\}_{k \in K}$  есть

$$T_k^{\alpha\varphi} = \left[ T_k^{\alpha\varphi} \Big|_1, \dots, T_k^{\alpha\varphi} \Big|_n, \dots, T_k^{\alpha\varphi} \Big|_N \right], \quad (1.4)$$

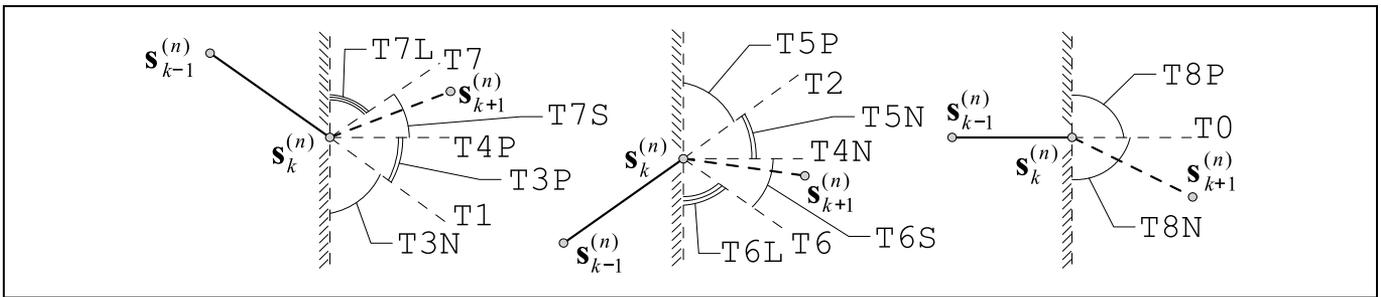


Рис. 1. Графические диаграммы, иллюстрирующие геометрию символов  $T_k^{\alpha\phi}$  для  $k$ -го отсчета и  $n$ -й фазовой переменной отображения (В.1). Диаграммы можно трактовать как графики, полученные погружением исходной последовательности  $\{s_k\}_{k \in K}$  из  $S^{(n)} \times K$  в  $S^{(n)} \times \mathbb{R}$  и ее дальнейшей кусочно-линейной интерполяции по точкам  $k \in K$

а символ  $T_k^{\alpha\phi}$  кодируется через  $T_{i_1 \dots i_n \dots i_N}$ . Мощность полного Т-алфавита есть  $|\Gamma_o^{\alpha\phi}|N = 17^N$  и определяется размерностью пространства состояний отображения (В.1).

## 2. МЕТРИЗАЦИЯ Т-АЛФАВИТА И РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ Т-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯМИ

### 2.1. Метризация Т-алфавита

Как уже было указано во Введении, решение ряда задач требует метризованного множества  $\Gamma_o^{\alpha\phi}$ , т. е. наличия функции расстояния между символами Т-алфавита. В частности, подобная потребность возникает при конструировании меры сложности хаотических, стохастических последовательностей в терминах Т-алфавита [12], а также в задачах сравнения различных последовательностей между собой.

Далее в достаточно строгом виде рассматривается и обосновывается один из естественных подходов к метризации множества  $\Gamma_o^{\alpha\phi}$ . Идея подхода первоначально была предложена автором в докладе [13].

Введем в рассмотрение  $C^0$ -непрерывные конечные одноточечные деформации опорной подпоследовательности  $s_k^{(3)}$ , см. рис. 2, а:

$$s_k^{(3)} = s_k^{(3)} + \xi_k, \quad |\xi_k^{(1-3)}| < \infty. \quad (2.1)$$

Одноточечность означает, что в каждый момент времени может быть смещена любая, но только одна из точек подпоследовательности  $s_k^{(3)}$ . Одноточечность деформации — это ключевое отличие настоящего подхода от раннего варианта [13]. Отметим, что подобная конструкция более корректна, так по своей сути ближе к классическому рас-

стоянию Левенштейна [14], с редакционным предписанием: *заменить и совпадение* [15].

В результате для одноточечных деформаций получаем три неориентированных графа переходов между символами Т-алфавита (см. рис. 2, б):  $\Gamma_-^{\text{Td}}$ ,  $\Gamma_0^{\text{Td}}$  и  $\Gamma_+^{\text{Td}}$ , порождаемые смещением точек  $s_{k-1}^{(n)}$ ,  $s_k^{(n)}$  и  $s_{k+1}^{(n)}$  соответственно. Число вершин в каждом графе отвечает мощности множества  $\Gamma_o^{\alpha\phi}$ .

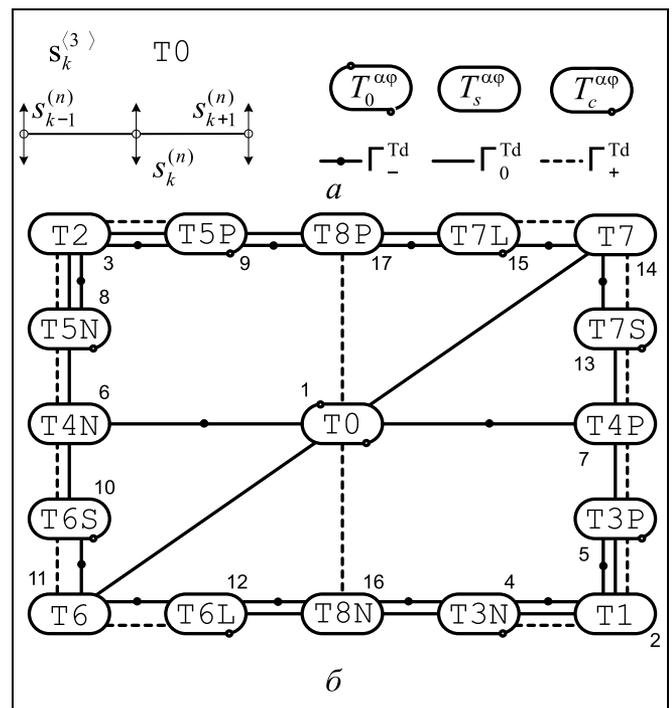


Рис. 2. Основная идея метризации Т-алфавита: а — схема одноточечных  $C^0$ -непрерывных деформаций опорной подпоследовательности  $s_k^{(3)}$ ; б — графы трансформации символов Т-алфавита при деформациях вида (2.1)

Отметим, что графы  $\Gamma_-^{\text{Td}}$ ,  $\Gamma_0^{\text{Td}}$  и  $\Gamma_+^{\text{Td}}$  содержат ровно по три компоненты связности каждый.

Далее определим граф  $\Gamma_{1p}^{\text{Td}} = \Gamma_-^{\text{Td}} \cup \Gamma_0^{\text{Td}} \cup \Gamma_+^{\text{Td}}$ , который вполне связан. Затем выпишем  $\mathbf{N}_{1p}^E$  — матрицу числа ребер на кратчайшем пути в графе  $\Gamma_{1p}^{\text{Td}}$  между всеми парами его вершин.

Базовую метрику между символами Т-алфавита определим в виде:

$$d_T(\text{T}i, \text{T}j) = (\mathbf{N}_{1p}^E)_{ij}. \quad (2.2)$$

Как несложно заметить, метрика (2.2) отвечает всем трем аксиомам метрического пространства: тождество, симметрия и неравенство треугольника. Кроме того,  $d_T \geq 0$ . Множество  $\text{T}_o^{\alpha\varphi}$  с определенной над ним метрикой (2.2) назовем метрическим Т-множеством.

Базовую метрику между символами Т-алфавита возможно расширить:

$$d_T^V(\text{T}i, \text{T}j) = d_T(\text{T}i, \text{T}j) + (\mathbf{N}_{1p}^V)_{ij}, \quad (2.3)$$

где  $\mathbf{N}_{1p}^V$  — матрица определяющая минимальное число точек в подпоследовательности  $s_k^{(3)}$ , которые необходимо подвергнуть смещению, чтобы символ  $\text{T}i$  преобразовать в символ  $\text{T}j$ , причем  $(\mathbf{N}_{1p}^V)_{ij} = 0$ . В свою очередь, метрика (2.3) также отвечает всем трем аксиомам метрического пространства: тождество, симметрия и неравенство треугольника. И также  $d_T^V \geq 0$ . Множество  $\text{T}_o^{\alpha\varphi}$  с определенной над ним метрикой (2.3) назовем V-расширенным метрическим Т-множеством.

Смысл V-расширения метрического Т-пространства можно трактовать в контексте увеличения «стоимости» операции преобразования Т-символа  $\text{T}i \rightarrow \text{T}j$  при условии  $(\mathbf{N}_{1p}^V)_{ij} > 0$ , т. е. когда для перехода  $\text{T}i \rightarrow \text{T}j$  необходимо подвергнуть смещению более одной точки.

## 2.2. Основные свойства метрического Т-множества

Гистограммы распределения дистанций между символами Т-алфавита по метрикам (2.2) и (2.3) приведены на рис. 3. Видно, что наиболее вероятные расстояния между Т-символами по данным метрикам равны 3 и 5 соответственно. Максимальные расстояния между Т-символами равны 6 и 8 соответственно, и они отвечают единственной паре символов  $\text{T}1$  и  $\text{T}2$  (см. рис. 2, б).

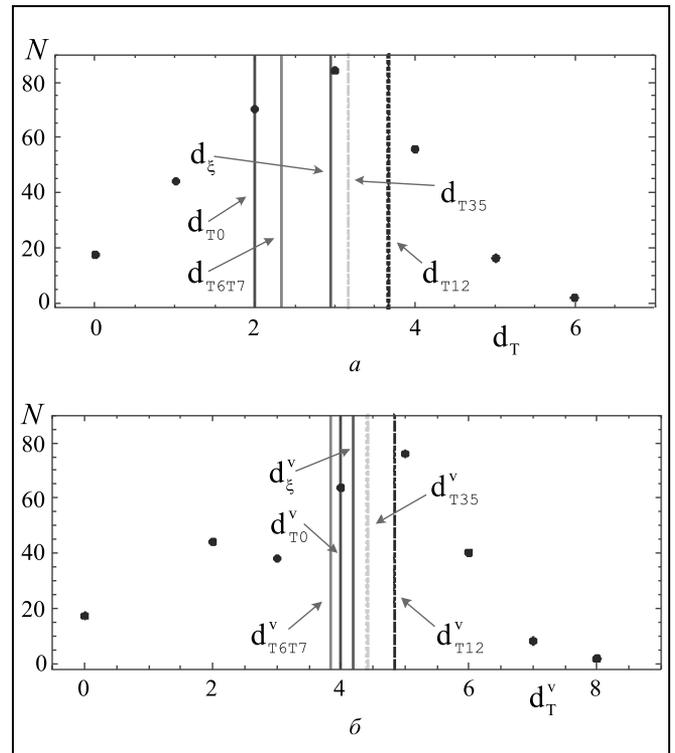


Рис. 3. Гистограмма распределения дистанций между символами Т-алфавита: а — по метрике (2.2), б — по метрике (2.3). Смысл дополнительных обозначений разъясняется в п. 2.3

Для метрики (2.4) справедлива

**Лемма.** При преобразовании  $\text{T}i \rightarrow \text{T}j$  для любых  $\text{T}i, \text{T}j \in \text{T}_o^{\alpha\varphi}$  имеет место равенство

$$\max \mathbf{N}_{1p}^V = 2. \quad (2.4)$$

Доказательство. Рассмотрим подграфы графа  $\Gamma_{1p}^{\text{Td}}$ , полученные через все парные объединения в тройке  $\{\Gamma_-^{\text{Td}}, \Gamma_0^{\text{Td}}, \Gamma_+^{\text{Td}}\}$ :

$$\Gamma_{-0}^{\text{Td}} = \Gamma_-^{\text{Td}} \cup \Gamma_0^{\text{Td}}, \quad \Gamma_{0+}^{\text{Td}} = \Gamma_0^{\text{Td}} \cup \Gamma_+^{\text{Td}},$$

$$\Gamma_{-+}^{\text{Td}} = \Gamma_-^{\text{Td}} \cup \Gamma_+^{\text{Td}}.$$

Далее для каждого из полученных подграфов выпишем матрицы числа ребер на кратчайшем пути в графе между всеми парами его вершин:  $\mathbf{N}_{-0}^E$ ,  $\mathbf{N}_{0+}^E$  и  $\mathbf{N}_{-+}^E$ . Затем введем вспомогательную величину:

$$(\mathbf{D}_{23})_{ij} = \min\{(\mathbf{N}_{-0}^E)_{ij}, (\mathbf{N}_{0+}^E)_{ij}, (\mathbf{N}_{-+}^E)_{ij}\} - (\mathbf{N}_{1p}^E)_{ij},$$

$$\forall i, j: \text{T}i, \text{T}j \in \text{T}_o^{\alpha\varphi}.$$

Характеристика  $\mathbf{D}_{23}$  показывает, насколько изменится число ребер на кратчайшем пути в графе  $\Gamma_{1p}^{\text{Td}}$  при

условии, что могут быть поочередно смещены только две (любые) из трех точек подпоследовательности  $s_k^{(3)}$ .

Прямое вычисление величины  $D_{23}$  приводит к результатам:

$$\min D_{23} = 0, \quad \max D_{23} = 0,$$

что доказывает условие (2.4) и соответственно лемму.

### 2.3. Расстояние между T-последовательностями

Введем в рассмотрение две T-последовательности одинаковой длины и размерности:

$$\{T_k^{\alpha\phi}\}_{k \in K'} \Leftarrow \{s'_k\}, \quad \{T_k^{\alpha\phi}\}_{k \in K''} \Leftarrow \{s''_k\},$$

$$|K'| \equiv |K''|, \quad \text{dims}' \equiv \text{dims}''$$

и поставим задачу определить между ними расстояние, тем самым оценив «похожесть» исходных последовательностей  $\{s'_k\}$  и  $\{s''_k\}$  в терминах символического СТQ-анализа. Вполне естественно для решения данной задачи использовать меры (2.2) или (2.3).

Вначале доопределим через норму  $L_1$  базовые метрики для случая полного T-символьного представления (1.4):

$$d_T(Ti_1 \dots i_n \dots i_N, Tj_1 \dots j_n \dots j_N) = \sum_{n=1}^N d_T(Ti_n, Tj_n),$$

$$d_T^v(Ti_1 \dots i_n \dots i_N, Tj_1 \dots j_n \dots j_N) = \sum_{n=1}^N d_T^v(Ti_n, Tj_n). \quad (2.5)$$

Из (2.5) уже можно получить меры для определения расстояния между двумя T-последовательностями одинаковой длины:

$$d_{\{T\}} = \lim_{|K'|} \frac{1}{|K'|} \sum_{k \in K'} d_T(Ti_1 \dots i_n \dots i_N, Tj_1 \dots j_n \dots j_N)|_k,$$

$$d_{\{T\}}^v = \lim_{|K'|} \frac{1}{|K'|} \sum_{k \in K'} d_T^v(Ti_1 \dots i_n \dots i_N, Tj_1 \dots j_n \dots j_N)|_k. \quad (2.6)$$

Отметим, что доопределение (2.5) и меру (2.6) можно изменить, например, применив норму  $L_\infty$  или метрику Хэмминга, но данные изменения следует соотносить скорее с прикладными аспектами и задачами анализа тех или иных данных.

Значения вероятностей появления T-символов в истинно случайном временном ряду  $\{\xi_k\}$ , фазовая переменная которого равномерно распределена

$$\begin{matrix} T3N & T3P & T5N & T5P & T6S & T6L & T7S & T7L \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{matrix} \quad (2.7)$$

Один из методов вычисления вероятностей [16]:

$$P(T7L) = \int_a^b ds_0 \int_a^{s_0} ds_1 \int_a^{s_1} p_\xi(s_0) p_\xi(s_1) p_\xi(s_2) ds_2,$$

где  $p_\xi$  — плотность вероятности величины  $\xi$ . На основе вероятностей (2.7) можно рассчитать несколько ключевых расстояний в смысле формул (2.6):

	T0	T6T7	$\xi$	T35	T12	
$d_{\{*\}}$	2	7/3	53/18	19/6	11/3	(2.8)
$d_{\{*\}}^v$	4	23/6	151/36	53/12	29/6	

где обозначения имеют смысл расстояний между временным рядом  $\{\xi_k\}$  и временными рядами: T0 — точка покоя динамической системы (цикл периода 1); T6T7 — цикл периода 2;  $\xi$  — случайный временной ряд, фазовая переменная которого также распределена равномерно; T35 — циклическая последовательность символов  $Tij, i = 3, 5, j = N, P$ , нелинейно убывающий (возрастающий) временной ряд, для иллюстрации см. рис. 1; T12 — линейно убывающий (возрастающий) временной ряд.

Из выражения (2.8) следует одна особенность метрик (2.2) и (2.3). В первом случае случайный временной ряд (с равномерным распределением фазовой переменной) наиболее близок к траектории покоя динамической системы, во втором — к циклу периода 2. Этот аспект можно конструктивно применять при исследовании особых точек отображения (B.1).

## 3. ПРИМЕРЫ

### 3.1. Степень схожести форм траекторий осциллятора Ресслера

Применим предложенный метод для изучения степени близости («похожести») форм траекторий классического осциллятора Ресслера [4, 17] (случаи ленточного (band-type,  $r_b$ ) и винтового (screw-type,  $r_s$ ) хаоса):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - z, & \dot{y} &= x + py, & \dot{z} &= q - z(x - r), \\ p &= 0,2, & q &= 0,1, & r &= r_b = 4,4, & r &= r_s = 12. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Примеры аттракторов показаны на рис. 4, а и б (см. третью страницу обложки). Система уравнений (3.1) интегрировалась численно на интервале  $T = [0, 8] \times 10^3$  явным методом Рунге — Кутты 5-го порядка с фиксированным шагом  $\Delta t = 10^{-2}$ . В каждом из хаотических режимов формировались опорные траектории  $s$ , количеством  $N = 1000$ . Их на-

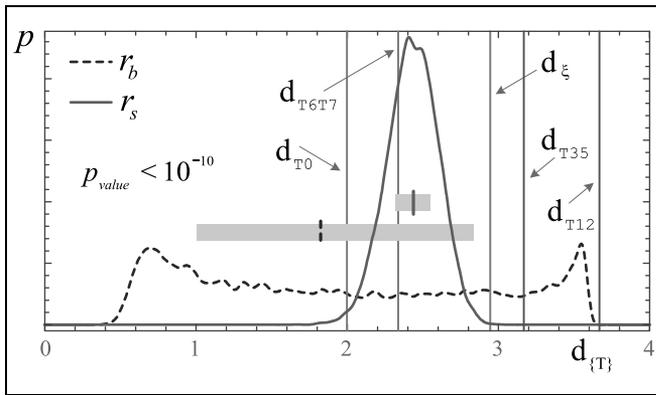


Рис. 5. Плотность распределения степени близости форм траекторий  $s$  и  $\tilde{s}$  осциллятора Ресслера

чальные точки  $s_0$  являются некоррелированными равномерно распределенными псевдослучайными величинами внутри параллелепипеда, накрывающего аттрактор. Для каждой из опорных траекторий формировалось восемь слабозмущенных (см. рис. 4,  $\theta$ ), у которых радиус возмущения  $\varepsilon$  варьировался в пределах от  $10^{-10}$  до  $10^{-3}$ .

Степень схожести форм траекторий  $s$  и  $\tilde{s}$  оценивалась на интервале  $T' = [7, 8] \times 10^3$ . Подобный сдвиг от  $t = 0$  объясняется необходимостью сведения паразитного влияния переходного процесса к минимуму. Анализируемые  $T$ -последовательности  $\{T_k^{\alpha\varphi}\}_{k=1}^K$  формировались посредством стробоскопического отображения Пуанкаре. Их длина  $K = 10^5$ , что гарантированно многократно перекрывает длину основного псевдопериода хаотического колебания.

Плотности распределений степени близости форм траекторий  $s$  и  $\tilde{s}$  осциллятора Ресслера по базовой метрике (2.2) для случаев ленточного и винтового хаоса показаны на рис. 5. Сразу отметим, что рассчитанные степени близости форм опорной и возмущенной траекторий не зависят от радиуса возмущения  $\varepsilon$ . Это указывает на то, что на исследуемом интервале  $T'$  траектории полностью «забыли» начальные условия. В данном контексте результаты анализа полностью соответствуют тому факту, что в хаотическом аттракторе Ресслера траектории интенсивно перемешиваются [4].

Из рис. 5 видно, что формы траекторий  $s$  и  $\tilde{s}$  в режиме ленточного хаоса более «похожие», нежели в случае винтового хаоса (оценка статистически значима, применялся непараметрический критерий сдвига Манна — Уитни). Это утверждение находится в полном соответствии с теоретическими

представлениями о том, что хаос в режиме  $r_s$  устроен более сложно относительно режима  $r_b$  из-за присутствия в винтовом аттракторе гетероклинических орбит Шильникова [4, 8, 18], которые приводят, в том числе, к топологически более сложному перемешиванию траекторий в аттракторе и усложнению их формы. Следовательно, вероятность того, что формы двух случайных траекторий окажутся похожи — существенно уменьшается, что и демонстрирует полученный результат. Распределение степени близости форм траекторий для случая  $r_b$  весьма растянуто, что также согласуется с известным фактом: ленточный аттрактор содержит большое число псевдопериодических орбит [4]. При этом левая часть распределения соответствует паре псевдопериодических орбит, а правая — псевдопериодической и хаотической орбитам. Результаты по метрике (2.3) качественно соответствуют изложенным.

### 3.2. Измерение расстояния между временными рядами, описывающими курсы валют

Продemonстрируем базовые возможности разработанных метрик схожести дискретных последовательностей на примере финансовых временных рядов. Пример имеет определенную прикладную ценность в разрезе исследований по макроэкономике и стохастической финансовой математике. Рассмотрим временные ряды курсов обмена некоторых мировых валют (доллар США — USD, евро — EUR, и швейцарский франк — CHF) по отношению к рублю РФ — RUB за период с 01.01.1999 г. по 15.05.2016 г. Исходные данные взяты с официального web-сайта Центрального банка России (Банк России, Курс обмена валют<sup>1</sup>). Длина временных рядов:  $K = 4316$  отсчетов. Исходные временные ряды показаны на рис. 6 (см. третью страницу обложки).

На рис. 6 введены отметки:

А — введение ЦБ РФ бивалютной корзины (1 февраля 2005 г.);

В — кризис, вызванный событиями в Южной Осетии (5 августа 2008 г.);

С — в IV квартале 2009 г. швейцарские банки неожиданно сократили кредит Греции в 20 раз за один квартал, фактически выйдя из ее финансовой системы (причем перед самым началом масштабного долгового кризиса в Греции и еврозоне);

Д — начало поддержки CHF со стороны Швейцарского народного банка и установление мини-

<sup>1</sup> [http://www.cbr.ru/currency\\_base/dynamics.aspx](http://www.cbr.ru/currency_base/dynamics.aspx).

мального обменного курса по паре EUR/CHF (примерно 7 сентября 2011 г.);

Е — существенный рост в июне 2012 года курса швейцарского франка к евро;

F — упразднение коридора бивалютной корзины в РФ и прекращение ЦБ РФ проведения регулярных интервенций (14 октября 2014 г.).

Кроме того, выделены два интервала:

I1 — активная фаза российского экономического кризиса;

I2 — период существенного подорожания швейцарского франка, причем на фоне более медленного роста остальных мировых валют (CHF вырос по отношению к EUR на 17 %).

Здесь отметим, что содержательная расшифровка отметок А — F и интервалов I1, I2 введена автором в контексте смысловой близости к анализируемым данным, и должна восприниматься как поясняющая. Расшифровка не претендует на абсолютную объективность, более того, содержательная трактовка отметок и интервалов может быть изменена (расширена) в результате дополнительных исследований.

На рис. 7 (см. третью страницу обложки) приведены графики расстояний между T-последовательностями временных рядов курсов валют: USD/EUR, USD/CHF и EUR/CHF к RUB. Расстояния рассчитывались по формуле (2.6) в метрике (2.3). Для выделения трендовой составляющей расстояния вычислялись методом скользящего среднего на подпоследовательностях длиной 90 отсчетов, что примерно соответствует временному интервалу в один квартал.

Как видно из рис. 7, с 1999 г. и до момента введения ЦБ РФ бивалютной корзины (отметка А), расстояние между парами USD/EUR и USD/CHF достаточно монотонно нарастало, при этом расстояние по паре EUR/CHF оставалось примерно постоянным. После введения ЦБ РФ бивалютной корзины и до момента отметки В, расстояние между парами USD/EUR и USD/CHF в общем-то стабилизировалось, а по паре EUR/CHF — начало заметно возрастать. При этом незадолго до наступления момента отметки В, расстояние между всеми парами начало снижаться, достигнув локального минимума в окрестности отметки С. На интервале I2 расстояние по паре EUR/CHF с 0,68 выросло до 2,59, после чего достигло глобального максимума 2,92 и в окрестности отметки D начало снижаться — на момент Е практически вернувшись к исходным значениям. Динамика по парам USD/EUR и USD/CHF, на данном отрезке времени, качественно соответствует описанному, но количественный эффект для них выражен существенно слабее. Между временными отметками Е—F

сформировался локальный максимум расстояния по всем парам. В свою очередь, в окрестности временной отметки F по всем парам сформировался глобальный минимум. Отметим два примечательных момента: наиболее сильно пара EUR/CHF отличалась от двух других пар в окрестности временной отметки А, а в окрестности отметки F — отличия минимальны.

Из полученных результатов следуют основные выводы:

— из всех исследованных курсов валют (доллар США, евро и швейцарский франк) по отношению к рублю РФ динамика формирования именно USD/RUB и EUR/RUB, наиболее существенно различается в контексте формы траекторий в расширенном пространстве состояний  $S \times K$ ;

— в контексте формы траектории динамика формирования курса CHF относительно RUB существенно ближе к EUR, нежели к USD;

— с момента наступления временной отметки В и до конечной даты анализа 15.05.2016 г. наблюдается отчетливая тенденция сближения форм траекторий, отвечающих временным рядам обменных курсов исследованных валют к рублю РФ.

Таким образом, полученные результаты продемонстрировали высокую чувствительность разработанных метрик схожести стохастических (хаотических) дискретных последовательностей и подтвердили структурное отличие пары USD/RUB от пар EUR/RUB и CHF/RUB [12].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Осуществлена метризация T-алфавита, являющегося основным элементом символического STQ-анализа. Полученные метрики расстояния позволяют заняться разработкой ряда конструктивных расширений данного метода символического анализа, в том числе: предсказание эволюции хаотических траекторий и управление динамикой нелинейных систем.

На основе сформированных метрик T-алфавита синтезирована мера схожести дискретных последовательностей (траекторий динамических систем). В силу ряда свойств T-алфавита, разработанные меры схожести позволяют корректно измерять близость форм траекторий многомерных систем в расширенном пространстве состояний, причем как между сильно нестационарными системами, так и в случае неэквидистантных наблюдений.

Эффективность предложенного метода проверена на модельном примере — эталонной модели нелинейной динамики — осцилляторе Ресслера, функционирующего в режимах ленточного и вин-



тового хаоса. Установлено, что формы траекторий в режиме ленточного хаоса более «похожие», нежели в случае винтового хаоса (оценка статистически значима). Это утверждение находится в полном соответствии с теоретическими представлениями о том, что хаос в режиме винтового хаоса устроен более сложно относительно ленточного режима из-за присутствия в первом аттракторе гетероклинических орбит Шильникова [4, 8, 18].

Базовые возможности разработанных мер схожести дискретных последовательностей также продемонстрированы на примере анализа финансовых временных рядов — курсов обмена мировых валют по отношению к рублю за период с 01.01.1999 г. по 15.05.2016 г.

Полученные результаты продемонстрировали высокую чувствительность разработанных мер «похожести» и подтвердили структурное отличие пары USD/RUB от пар EUR/RUB и CHF/RUB [12].

В заключение отметим, что предложенный подход ни в коем случае не является заменой классического метода оценивания схожести временных рядов. Напротив, метрика Т-алфавита органично интегрируется с ними, позволяя посмотреть на анализируемую систему с несколько иной точки зрения — в аспекте геометрии ее траектории в расширенном пространстве состояний.

*Автор благодарен рецензентам за полезные замечания, способствовавшие улучшению изложения материала статьи.*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гукенхеймер Дж., Холмс Ф. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. — М.-Ижевск: ИКИ, 2002. — 560 с.
2. Каток А.Б., Хасселблат Б. Введение в современную теорию динамических систем с обзором последних достижений / Пер. с англ. под ред. А.С. Городецкого. — М.: МЦНМО, 2005.
3. Боуэн Р. Методы символической динамики. — М.: Мир, 1979.

4. Gilmore R., Lefranc M. The topology of chaos. — N.-Y.: Wiley-Interscience, 2002.
5. Hsu C.S. Cell-to-Cell Mapping: A method of Global Analysis for Nonlinear Systems. — N.-Y.: Springer-Verlag, 1987.
6. Osipenko G. Dynamical Systems, Graphs, and Algorithms // Lecture Notes in Mathematics. — 2004. — Vol. 1889. — P. 288.
7. Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Окрокверцхов Г.А., Стрелкова Г.И. Статистические свойства динамического хаоса. — Успехи физических наук. — 2005 — Т. 175. — С. 163—179.
8. Лоскутов А.Ю. Очарование хаоса. — Успехи физических наук. — 2010. — Т. 180. — С. 1305—1329.
9. Макаренко А.В. Исследование дискретных отображений в TQ-пространстве (базовые возможности) // Проблемы математического анализа. — 2016. — Вып. 86. — С. 19—31.
10. Макаренко А.В. Исследование временной структуры синхронизации в многомерных хаотических системах // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2015. — Т. 147. — С. 1053—1063.
11. Макаренко А.В. TQ-бифуркации в дискретных динамических системах: исследование качественных перестроений формы колебаний // Там же. — 2016. — Т. 150. — С. 771—782.
12. Makarenko A.V. Estimation of the TQ-complexity of chaotic sequences // IFAC-PapersOnLine. — 2015. — Vol. 48. — P. 1049—1055; arXiv:1506.09103.
13. Макаренко А.В. Расстояние между символами Т-алфавита и свойства дискретных динамических систем // Междунар. конф. «Анализ и особенности» / Тез. докл., Москва, Матем. ин-т им. В.А. Стеклова РАН, 2012. — С. 78—79.
14. Levenshtein V.I. Binary codes capable of correcting deletions, insertions, and reversals // Soviet Physics Doklady. — 1966. — Vol. 10. — P. 707—710.
15. Gusfield D. Algorithms on Strings, Trees and Sequences. — Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
16. Макаренко А.В. Символический анализ в пространстве «скорость—кривизна» многомерных динамических процессов // Журнал вычислит. математики и математ. физики. — 2012. — Т. 52. — С. 1248—1260.
17. Rossler O.E. Chaos in abstract kinetics: Two prototypes // Bulletin of Mathematical Biology. — 1977. — Vol. 39. — P. 275.
18. Shilnikov L.P., Shilnikov A., Turaev D., Chua L. Methods of Qualitative Theory in Nonlinear Dynamics. (Part II) // World Scientific Series on Nonlinear Science Series A. — 2001. — Vol. 5.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии П.Ю. Чеботаревым.*

**Макаренко Андрей Викторович** — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва; руководитель, Науч.-исслед. группа «Конструктивная Кибернетика», г. Москва, ✉ avm.science@mail.ru.

## Не забудьте подписаться!

Подписку на журнал «Проблемы управления» можно оформить в любом почтовом отделении (подписной индекс 81708 в каталоге Роспечати или 38006 в объединенном каталоге «Пресса России»), а также через редакцию с любого месяца, при этом почтовые расходы редакция берет на себя. Отдельные номера редакция высылает по первому требованию.

# ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ГРУЗОВОЙ ТЕЛЕЖКИ МОСТОВОГО КРАНА В РЕЖИМЕ ПОДАВЛЕНИЯ НЕУПРАВЛЯЕМЫХ КОЛЕБАНИЙ ГРУЗА

М.С. Корытов

Решена последовательность задач однопараметрической оптимизации для нахождения программного управления точкой подвеса груза мостового крана в задаче терминального наведения. Рассмотрена проблема раскачивания груза, перемещаемого мостовым краном. Предложен способ решения задачи перемещения грузовой тележки мостового крана на заданное расстояние, при котором происходит полное подавление неуправляемых маятниковых пространственных колебаний груза на канатном подвесе. Применен принцип пересчета временной зависимости углов отклонения грузового каната от вертикали в зависимости ускорений, скоростей и перемещений точки подвеса груза на грузовой тележке. Учтены кинематические ограничения на перемещения точки подвеса груза в виде максимально достижимых ускорений и скоростей моста и грузовой тележки крана.

**Ключевые слова:** мостовой кран, траектория груза, гашение колебаний, раскачивание.

## ВВЕДЕНИЕ

Перемещение грузов мостовыми кранами (МК) с нежестким канатным подвесом груза вызывает маятниковые колебания груза, в которых присутствует неуправляемая компонента. Колебания значительно увеличивают время цикла МК, снижают производительность и безопасность работ [1–3]. Возрастает опасность столкновения груза с объектами, присутствующими в зоне перемещений, при этом вероятны повреждения груза, других объектов и самого МК. В связи с этим целесообразно полное подавление неуправляемой компоненты маятниковых колебаний груза как при его перемещении, так и при достижении грузом целевой точки [4]. Особенно это актуально при перемещении опасных грузов: емкостей с жидким металлом, горючими жидкостями и др.

Нормированные управляемые отклонения грузового каната МК от гравитационной вертикали при перемещении грузов необходимы. Сообщить грузу горизонтальные ускорения без отклонений

грузового каната от вертикали невозможно. Но при этом целесообразно, чтобы указанные отклонения были кратковременными и не превышали заданных пределов.

Известны аналитические зависимости оптимального и квазиоптимального режимов управления маятниковой системой с подвижной точкой подвеса для задачи наискорейшего разгона (торможения) с гашением колебаний [4]. На скорость и ускорение точки подвеса наложены ограничения. Недостаток известного способа: рассмотрение только малых колебаний маятника вокруг положения равновесия, отсутствие определенного (предельного) значения угла отклонения грузового каната МК от вертикали. Оптимальное управление носит релейный характер: ускорение точки подвеса принимает лишь граничные значения. Гашение колебаний маятника происходит не на всем интервале времени рабочего цикла, а лишь к концу разгона или перемещения системы [4].

Известны работы по решению задачи быстрого действия для нелинейного маятника (приведение нелинейного маятника в устойчивое нижнее поло-



жение равновесия) [5, 6]. Однако рассматривается система с неподвижной точкой подвеса и приложенным по угловой координате маятника моментом. Кроме того, в известных работах не учитывается диссипация энергии. Уравнения маятника с фиксированной точкой подвеса не подходят для описания рассматриваемой в настоящей работе задачи как по структуре, так и по входящим в них параметрам.

При решении задачи гашения колебаний грузов на канатном подвесе с подвижной верхней точкой подвеса (с подвижным основанием) находят применение такие современные подходы, как применение ПД- и ПИД-регуляторов [7–11], аппарата нечеткой логики [3, 12] и shaping-алгоритмов [13, 14]. В соответствии с ними осуществляется управление траекторией верхней точки подвеса груза.

Известные способы при всех своих различиях имеют, в понимании автора, общий недостаток — сравнительно большую погрешность реализации как угла отклонения грузового каната МК от вертикали, так и линейных координат перемещения груза. Неуправляемая компонента маятниковых колебаний груза подавляется не полностью. Время перемещения при гашении колебаний, как правило, увеличивается.

Целесообразна разработка такого алгоритма, который при заданных ограничениях в виде максимальных скорости и ускорения подвижной точки подвеса груза на МК (грузовой тележки) синтезировал бы непрерывное (бесступенчатое, не релейное) управление точкой подвеса при помощи частотно-регулируемых приводов МК. Такими приводами оснащается ряд изготавливаемых в настоящее время МК. Алгоритм должен также учитывать возможность больших углов отклонения грузового каната от гравитационной вертикали, что позволит повысить скорость перемещения и производительность МК. На предельный угол отклонения грузового каната в процессе разгона и торможения МК также должны быть наложены жесткие ограничения в виде его точного достижения. Выполнение этого условия повысит производительность МК с учетом достижения максимальных значений скорости и ускорения подвижной точки подвеса.

## 1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Принята математическая модель плоского маятника с подвижной точкой подвеса. В процессе вычислительных экспериментов было установлено, что для малых значений углов отклонения каната (менее  $5^\circ$ ) пространственные колебания груза

могут быть со сравнительно небольшой погрешностью представлены как суперпозиция колебаний в двух взаимно перпендикулярных плоскостях.

Для системы плоского маятника были приняты обозначения:  $m$  — масса груза, кг;  $L$  — длина грузового каната МК от подвижной точки подвеса на грузовой тележке (центр блока роликов полиспаста) до центра масс груза, м;  $b$  — приведенный к угловой координате коэффициент вязкого трения, задающий меру диссипации энергии, Н · м · с/рад;  $q, \dot{q}, \ddot{q}$  — угол отклонения грузового каната МК от гравитационной вертикали и его первые две производные по времени, соответственно рад, рад/с, рад/с<sup>2</sup>;  $g = 9,81$  — ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $\ddot{x}$  — линейное ускорение точки подвеса груза в горизонтальном направлении движения грузовой тележки, м/с<sup>2</sup>.

Систему плоского маятника в больших перемещениях (допускаются отклонения грузового каната свыше  $10...15^\circ$ ) описывает известное нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка вида [15–18]

$$\ddot{q} + (2b/m)\dot{q} + (g/L)\sin(q) + (\ddot{x}/L)\cos q = 0. \quad (1)$$

При исследованиях были приняты допущения о постоянстве длины грузового каната  $L$  в процессе перемещения груза, о бесступенчатом характере регулирования скорости  $\dot{x}$  и ускорения  $\ddot{x}$  разгона и торможения точки подвеса груза (грузовой тележки МК, что обеспечивает частотно-регулируемый привод) в горизонтальном направлении и о пренебрежимо малом влиянии массы перемещаемого груза и подвижных звеньев МК на управляемые параметры скорости  $\dot{x}$  и ускорения  $\ddot{x}$  точки подвеса.

Рассматривался элементарный такт перемещения. Груз из состояния покоя на вертикальном канатном подвесе перемещается МК на заданное расстояние  $l_x$  за время  $T$ . После перемещения (в момент времени  $T$ ) груз также находится в состоянии, близком к состоянию покоя (отсутствие остаточных колебаний). Таким образом, в задаче присутствуют не только ограничения, но и краевые условия.

Приняты обозначения предельных (максимально допустимых) абсолютных значений скорости и ускорения точки подвеса груза  $\dot{x}_{lim}$  и  $\ddot{x}_{lim}$  соответственно, предельного угла отклонения грузового каната от вертикали  $q_{lim}$ , абсолютных пороговых (ниже которых краевые условия считаются выполненными) значений угла каната, его скорости и ускорения  $q_p, \dot{q}_t$  и  $\ddot{q}_t$  соответственно,

абсолютных пороговых значений отклонения координаты точки подвеса, ее скорости и ускорения  $x_p$ ,  $\dot{x}_t$  и  $\ddot{x}_t$  соответственно.

Целевая функция, краевые условия и ограничения задачи имеют вид:

$$T \rightarrow \min, \quad (2)$$

$$|q|_{t=0, T} \leq q_p, \quad |\dot{q}|_{t=0, T} \leq \dot{q}_p, \quad |\ddot{q}|_{t=0, T} \leq \ddot{q}_p,$$

$$|x|_{t=0} \leq x_p, \quad |x|_{t=T} - l_x \leq x_p, \quad |\dot{x}|_{t=0, T} \leq \dot{x}_p, \quad (3)$$

$$|\ddot{x}|_{t=0, T} \leq \ddot{x}_p,$$

$$|q(t)| \leq q_{\text{lim}}, \quad |\dot{x}(t)| \leq \dot{x}_{\text{lim}},$$

$$|\ddot{x}(t)| \leq \ddot{x}_{\text{lim}} \quad \forall t \in [0, T]. \quad (4)$$

## 2. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Для уменьшения вычислительных затрат было предложено представить исходную задачу как последовательность задач однопараметрической оптимизации для нахождения программного управления в заданном классе для задачи терминального наведения.

Временная зависимость ускорения точки подвеса груза  $\ddot{x} = f(t)$  была получена в аналитическом виде по предложенной автором методике в виде суммы четырех элементарных сигмоидальных функций по временной зависимости  $q = f(t)$  угла наклона грузового каната МК [1, 9, 19]:

$$q(t) = A/(e^{k(c_1-t)} + 1) - A/(e^{k(c_3-t)} + 1) + A/(e^{-k(c_2-t)} + 1) - A/(e^{-k(c_4-t)} + 1), \quad (5)$$

где  $A$  — амплитуда угла наклона грузового каната МК во время перемещения груза, рад;  $k$  — коэффициент крутизны нарастания и спада значения угла  $q$ ;  $c_1$  и  $c_2$  — временные значения локальных центров нарастания и спада угла наклона грузового каната МК в положительном направлении (разгон МК с грузом),  $c_3$  и  $c_4$  — временные значения локальных центров нарастания и спада угла наклона грузового каната МК в отрицательном направлении (торможение МК с грузом при приближении к целевой точке), с.

Выражение (5) позволило представить исходную задачу как последовательность задач однопараметрической оптимизации. Сначала путем дифференцирования выражения (5) осуществлялся вывод аналитических выражений скорости и ускорения угла наклона каната. Далее по ним численно определялись ускорения, скорости и пере-

мещения точки подвеса. Сравнительно простой вид выражения (5) позволил получить часть выражений перечисленных выше параметров в аналитическом виде, что повысило точность и устойчивость решения, а также, как подтвердили дальнейшие вычислительные исследования, выполнить все краевые и граничные условия задачи.

Существуют такие значения  $T > 0$ , для которых краевые условия (3) выполняются. Это обеспечивается свойством стремления к нулю производных сигмоидальной функции в пределах на плюс бесконечности и на минус бесконечности аргумента.

При введении промежуточных переменных  $\lambda_1 = e^{k(c_1-t)}$ ,  $\lambda_2 = e^{-k(c_2-t)}$ ,  $\lambda_3 = e^{k(c_3-t)}$  и  $\lambda_4 = e^{-k(c_4-t)}$  аналитические выражения первой  $\dot{q}$  и второй  $\ddot{q}$  производных угла наклона каната, полученных дифференцированием (5) имеют вид:

$$\dot{q}(t) = Ak\lambda_1/(\lambda_1 + 1)^2 - Ak\lambda_3/(\lambda_3 + 1)^2 - Ak\lambda_2/(\lambda_2 + 1)^2 + Ak\lambda_4/(\lambda_4 + 1)^2; \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \ddot{q}(t) = & Ak^2\lambda_4/(\lambda_4 + 1)^2 - Ak^2\lambda_2/(\lambda_2 + 1)^2 - \\ & - Ak^2\lambda_3/(\lambda_3 + 1)^2 + 2Ak^2\lambda_1^2/(\lambda_1 + 1)^3 + \\ & + 2Ak^2\lambda_2^2/(\lambda_2 + 1)^3 - 2Ak^2\lambda_3^2/(\lambda_3 + 1)^3 - \\ & - Ak^2\lambda_1/(\lambda_1 + 1)^2 - 2Ak^2\lambda_4^2/(\lambda_4 + 1)^3. \end{aligned} \quad (7)$$

Зависимость ускорения точки подвеса  $\ddot{x}$  от остальных переменных уравнения (1) имеет вид:

$$\ddot{x} = -L(\ddot{q} + 2b\dot{q}/m + g \cdot \sin q/L)/\cos q. \quad (8)$$

Вывод аналитических выражений интегралов  $\dot{x}(t)$  и  $x(t)$  затруднен. Поэтому вектор дискретных значений ускорения точки подвеса  $\ddot{x}$ , полученных по зависимости (8) путем подстановки численных значений, полученных по формулам (6) и (7) для различных моментов времени  $t \in [0, T]$  с определенным шагом дискретизации, может быть дважды проинтегрирован при помощи известного численного метода трапеций [20].

Схематично последовательность получения временных зависимостей ускорения, скорости и перемещения точки подвеса по заданной функции угла (5) в дискретные моменты времени можно представить в виде:

$$\begin{aligned} & \underbrace{q(t) \xrightarrow{d/dt (6)} \dot{q}(t) \xrightarrow{d/dt (7)} \ddot{q}(t) \xrightarrow{(8)} \ddot{x}(t) \xrightarrow{\int dt}}}_{\text{Аналитические выражения}} \\ & \underbrace{\dot{x}(t) \xrightarrow{\int dt} x(t)}_{\text{Численное интегрирование}} \end{aligned} \quad (9)$$



Большая часть схемы (9) вычисляется по аналитическим зависимостям, поэтому получаемые значения  $x(t)$  характеризуются высокой точностью. Схема (9) также характеризуется высоким быстродействием и вычислительной устойчивостью. При достаточно крупном шаге численного интегрирования 0,01 с абсолютная погрешность значений  $x(t)$  по сравнению с решением исходного уравнения (1) методом Рунге — Кутты четвертого порядка составляет не более  $7 \cdot 10^{-6}$  м. Цикл об-счета по схеме (9) отдельного перемещения в сис-теме MATLAB с двойной точностью для значения  $T = 20$  с и шага по времени 0,01 с занимает не бо-лее 0,03 с машинного времени на ПК средней про-изводительности (AMD Athlon 64 X2 Dual Core Processor 5600 + 2,90 GHz).

Экстремальные значения скорости и ускорения точки подвеса  $\dot{x}(t)$  и  $\ddot{x}(t)$ , необходимые для про-верки ограничений (4), а также конечное значение перемещения точки подвеса  $x(T)$  могут быть най-дены только после завершения цикла об-счета от-дельного перемещения груза МК.

Для обеспечения граничных (4) и краевого  $x(T) \rightarrow l_x$  условий задачи, а также для минимиза-ции времени перемещения (2) были введены три параметра интервалов времени перемещения гру-за МК:

$\Delta t_p$  — интервал времени от центра элементар-ной возрастающей сигмоиды до момента времени ранее, когда значение функции составляет долю  $(1 - P)$  от амплитуды  $A$  угла отклонения каната;

$\Delta t_1 = c_2 - c_1 = c_4 - c_3$  — интервал времени между центрами двух элементарных сигмоид на рост и на спад (между центрами первого и второго или тре-тьего и четвертого слагаемых выражения (5));

$\Delta t_2 = (c_1 + c_2)/2 - (c_3 + c_4)/2$  — интервал времени между средним арифметическим центров элемен-тарных сигмоид первых двух слагаемых и послед-них двух слагаемых выражения (5).

Сумма значений трех указанных параметров ин-тервалов времени составляет полное время переме-щения груза и точки его подвеса:  $T = \Delta t_1 + \Delta t_2 + 2\Delta t_p$ .

Коэффициент  $k$  крутизны нарастания и спада значения угла  $q$  в элементарной сигмоиде (слагае-мые выражения (5)) связан со значениями  $P$  и  $\Delta t_p$  зависимостью  $k = \ln(1/P - 1)/(-\Delta t_p)$ .

Величина  $P$  может рассматриваться как допол-нительный второстепенный параметр алгоритма.

При сложении двух элементарных сигмоид на возрастание и спад, когда их временные центры ( $c_1$  и  $c_2$  либо  $c_3$  и  $c_4$ ) расположены достаточно близ-ко друг к другу, имеет место некоторое незначи-тельное уменьшение амплитуды суммарной волны.

Для обеспечения точного равенства фактичес-кой амплитуды угла отклонения каната МК за-данному значению  $A_{true}$ , значение  $A$  в выражениях (5)—(7) определялось по зависимости:

$$A = A_{true} (1 + e^{(k\Delta t_1)/2}) / (e^{(k\Delta t_1)/2} - 1). \quad (10)$$

Дополнительными вычислительными экспе-риментами была подтверждена выдвинутая гипотеза о попарных функциональных (прямо про-порциональных) взаимосвязях между факторами и показателями:  $\Delta t_p$  и  $\ddot{x}_{max}$ ,  $\Delta t_1$  и  $\dot{x}_{max}$ ,  $\Delta t_2$  и  $x(T)$ . Не-зависимое (выполняемое по отдельности) увели-чение каждого из трех факторов (интервалов вре-мени)  $\Delta t_p$ ,  $\Delta t_1$  и  $\Delta t_2$  всегда, при прочих постоянных факторах, приводит к снижению максимального ускорения точки подвеса  $\ddot{x}_{max} = \max|\ddot{x}(t)|$ , уве-личению максимальной скорости точки подвеса  $\dot{x}_{max} = \max|\dot{x}(t)|$  и увеличению полного перемеще-ния точки подвеса  $x(T)$  соответственно:

$$\Delta t_p \uparrow \Rightarrow \ddot{x}_{max} \downarrow; \quad \Delta t_1 \uparrow \Rightarrow \dot{x}_{max} \uparrow; \quad \Delta t_2 \uparrow \Rightarrow x(T) \uparrow.$$

Влияние изменения каждого интервала време-ни на изменение двух других кинематических па-раметров из тройки  $[\max|\ddot{x}(t)|, \max|\dot{x}(t)|, x(T)]$  не-значительно, на порядки меньше.

Очевидно, что для минимизации полного вре-мени перемещения груза (2) перемещать точку подвеса необходимо с максимально возможными ускорениями и скоростями.

Были введены три функции, каждая из которых неявно зависит от одного из аргументов (интерва-лов времени)  $\Delta t_p$ ,  $\Delta t_1$  и  $\Delta t_2$ :

$$f_p(\Delta t_p) = \|\ddot{x}_{max} - \ddot{x}_{lim}\|, \quad f_1(\Delta t_1) = \|\dot{x}_{max} - \dot{x}_{lim}\|, \\ f_2(\Delta t_2) = |x(T) - l_x|. \quad (11)$$

Функции (11) позволили, не прибегая к много-мерной оптимизации, выполнить краевые условия (3) и ограничения (4) задачи путем последователь-ной однопараметрической оптимизации в итера-ционном режиме. Порядок последовательной однопараметрической оптимизации соответствует порядку записи функций в выражении (11).

Выполнялась последовательная минимизация функций (11) численными методами золотого сече-ния и параболической интерполяции [21] в допус-тимых интервалах времени  $[\Delta t_{pmin}, \Delta t_{pmax}]$ ,  $[\Delta t_{1min}, \Delta t_{1max}]$  и  $[\Delta t_{2min}, \Delta t_{2max}]$  соответственно в окрестнос-ти точки начальных условий  $[\Delta t_{pinit}, \Delta t_{1init}, \Delta t_{2init}]$ .

Сначала минимизировалась функция  $f_p(\Delta t_p)$ . Для вычисления  $\ddot{x}_{\max} = \max|\ddot{x}(t)|$  при различных значениях  $\Delta t_p$  выполнялся обсчет отдельного перемещения груза по схеме (9).

Полученное оптимальное значение аргумента функции  $f_p(\Delta t_p)$  использовалось как начальное значение  $(\Delta t_p)_{init}$  при поиске минимума функции  $f_1(\Delta t_1)$ . Оптимальное значение аргумента функции  $f_1(\Delta t_1)$  в свою очередь использовалось как начальное значение  $\Delta t_{1init}$  при поиске минимума функции  $f_2(\Delta t_2)$ . Наконец, при переходе к новой итерации последовательной однопараметрической оптимизации, оптимальное значение аргумента функции  $f_2(\Delta t_2)$  использовалось как начальное значение  $\Delta t_{2init}$  при поиске минимума функции  $f_p(\Delta t_p)$ . Далее цикл итерации повторялся.

Для определения оптимальных значений аргументов  $[\Delta t_p, \Delta t_1, \Delta t_2]$ , последовательная однопараметрическая оптимизация функций (11) выполнялась дважды, т. е. всего за две итерации. Вычислительные исследования показали, что двух итераций достаточно во всех расчетных случаях для получения решения задачи с приемлемой точностью (погрешностью не более 0,001 соответствующих единиц измерения линейных ускорений, скоростей и перемещений).

Поскольку последней в итерации выполняется оптимизация функции  $f_2(\Delta t_2)$ , краевое условие  $x(T) \rightarrow l_x$  всегда выполняется после окончания любой итерации однопараметрической оптимизации функций (11). Также максимальное абсолютное значение угла отклонения каната всегда, вследствие первичности задания аналитической зависимости  $q(t)$  в схеме (9) с учетом коррекции (10), равно предельному углу отклонения грузового каната от вертикали:  $\max|q(t)| = q_{lim}$ .

В то же время, после решения задачи оптимального по быстродействию перемещения, максимальные абсолютные значения скорости и ускорения грузовой тележки МК в оптимальном процессе перемещения МК не всегда достигают предельных значений  $\dot{x}_{lim}$  и  $\ddot{x}_{lim}$  соответственно.

В списке независимых параметров начальных условий задачи ( $l_x, \dot{x}_{lim}, \ddot{x}_{lim}, m, L, b, q_{lim}$ ) последний параметр предельного угла  $q_{lim}$ , в отличие от всех остальных (как правило, жестко регламентированных либо технологией процесса, либо конструктивными ограничениями реальных приводов МК), допускает определенную вариативность задания для большинства видов грузов.

### 3. ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДИКИ

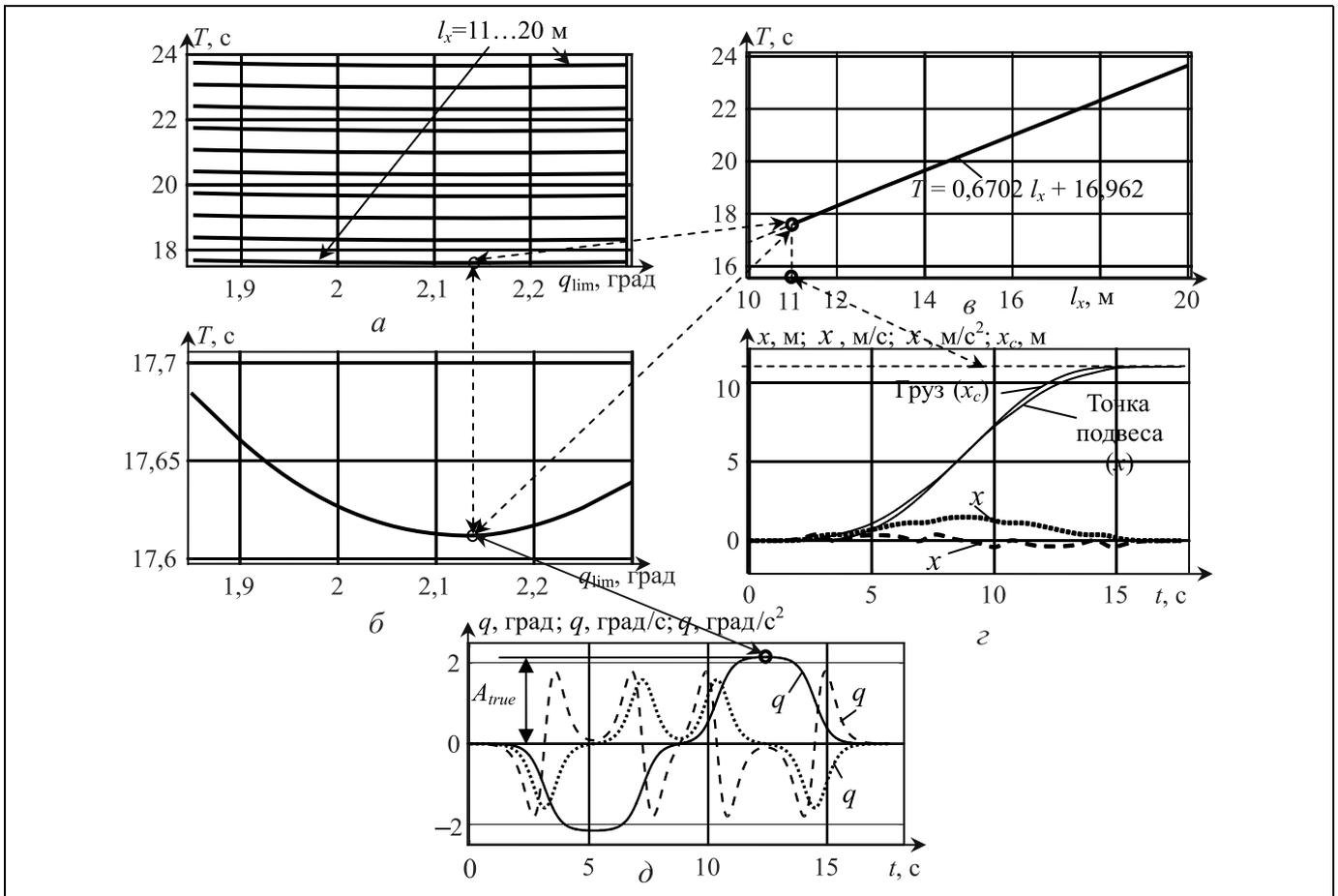
На рисунке в качестве примера представлены результаты варьирования предельного угла  $q_{lim}$  для различных значений длины заданного перемещения  $l_x$ , которые демонстрируют наличие экстремумов функции минимального времени  $T$  перемещений при определенных значениях  $q_{lim}$ . Все значения  $T$  были получены путем последовательной минимизации функций (11) с учетом схемы (9).

В результате варьирования перемещения  $l_x$ , на каждом шаге которого в свою очередь варьировались значения  $q_{lim}$  и выбиралось минимальное время, была получена функциональная зависимость минимального времени перемещений  $T$  от длины заданного перемещения  $l_x$  (рисунок *в*), которая в диапазоне изменения аргумента  $l_x \in [11; 20]$  м имеет линейный характер. Она аппроксимируется уравнением  $T = 0,6702l_x + 16,962$ . Для значения  $l_x = 11$  м на рисунке *г* приведены временные зависимости линейного перемещения моста, его первых двух производных, а также линейных перемещений груза в плоскости перемещений моста за минимальное время. На рисунке *д* для значения  $l_x = 11$  м приведены соответствующие временные зависимости угловой координаты отклонения грузового каната и ее первых двух производных.

При проведении описываемых вычислительных экспериментов предельные (максимально допустимые) абсолютные значения скорости и ускорения точки подвеса груза принимали значения  $\dot{x}_{lim} = 1,5$  м/с и  $\ddot{x}_{lim} = 0,4$  м/с<sup>2</sup> (см. ограничения (4)). Пороговые значения угла отклонения каната, его скорости и ускорения принимали значения  $q_t = 0,01^\circ$ ,  $\dot{q}_t = 0,01^\circ/\text{с}$  и  $\ddot{q}_t = 0,01^\circ/\text{с}^2$ . Пороговые значения отклонения координаты точки подвеса, ее скорости и ускорения  $x_t = 0,01$  м,  $\dot{x}_t = 0,01$  м/с и  $\ddot{x}_t = 0,01$  м/с<sup>2</sup>.

Допустимые интервалы времени  $[\Delta t_{pmin}, \Delta t_{pmax}] = [1; 6]$  с,  $[\Delta t_{1min}, \Delta t_{1max}] = [1; 20]$  с,  $[\Delta t_{2min}, \Delta t_{2max}] = [1; 20]$  с. Начальные значения интервалов времени  $[\Delta t_{pinit}, \Delta t_{1init}, \Delta t_{2init}] = [6; 20; 20]$  с. Значения массы груза, длины каната и коэффициента диссипации  $m = 100$  кг,  $L = 10$  м,  $b = 0,5$  Н·м·с/рад.

Оптимизированные значения предельного угла  $q_{lim}$ , а также интервалов времени  $\Delta t_p$ ,  $\Delta t_1$  и  $\Delta t_2$ , соответствующие рисунку *д*, принимали значения:  $q_{lim} = -2,149^\circ$ ;  $\Delta t_p = 3,134$  с;  $\Delta t_1 = 4,113$  с;



Примеры зависимостей минимального времени перемещений  $T$  от значения предельного угла  $q_{lim}$  (а, б), минимального времени перемещений  $T$  от длины заданного перемещения  $l_x$  (в), линейных перемещений и производных перемещений точки подвеса и груза от времени (г), перемещений и производных угла наклона каната от времени (д)

$\Delta t_2 = 7,231 \text{ с}$ . Полное время  $T$  перемещения составило  $17,612 \text{ с}$ .

Максимальные абсолютные значения скорости и ускорения грузовой тележки МК в оптимальном процессе перемещения МК принимали значения:  $\dot{x}_{max} = \max|\dot{x}(t)| = 1,4965 \text{ м/с}$ ;  $\ddot{x}_{max} = \max|\ddot{x}(t)| = 0,3998 \text{ м/с}^2$ .

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Разработан способ синтеза программного управления точкой подвеса груза, перемещаемого мостовым краном в режиме подавления неуправляемых колебаний груза. Способ позволяет не только переместить груз на гибком канатном подвесе за минимальное время на заданное расстояние, но и задать в процессе перемещения требуемую временную зависимость угла отклонения

грузового каната, причем угол отклонения в процессе перемещения достигает заданного максимального значения. Применение суммы элементарных сигмоидальных функций обеспечивает выполнение краевых условий задачи в виде нулевых скоростей и ускорений самого груза, точки его подвеса и угла отклонения грузового каната. Принцип пересчета аналитической временной зависимости угла отклонения грузового каната от вертикали в зависимости ускорений, скоростей и перемещений точки подвеса груза на грузовой тележке позволяет обойтись без сложных методов решения задачи оптимального управления.

Выделение трех интервалов времени в аналитической временной зависимости угла отклонения грузового каната позволило отказаться от ресурсоемкой многомерной оптимизации и заменить ее однопараметрической оптимизацией в итерационном режиме, выполняемой со сравнительно малыми затратами машинного времени расчетов.

Предложенная последовательность решения задач однопараметрической оптимизации применялась для нахождения программного управления точкой подвеса груза, перемещаемого мостовым краном. Проведенные исследования подтверждают возможность применения эвристических нестандартных приемов для решения частных задач.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Щедринов А.В., Сериков С.А., Колмыков В.В.* Автоматическая система успокоения колебаний груза для мостового крана // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. — 2007. — № 8. — С. 13–17.
2. *Толочко О.И., Бажутин Д.В.* Сравнительный анализ методов гашения колебаний груза, подвешенного к механизму поступательного движения мостового крана // Электромашиностроение и электрооборудование. — 2010. — № 75. — С. 22–28.
3. *Алгоритмы подавления колебаний грузов подъемно-транспортных механизмов с использованием нечеткой логики функционирования / О.А. Шведова и др. // Доклады БГУИР. — 2014. — № 1 (79). — С. 65–71.*
4. *Черноусько Ф.Л., Акуленко Л.Д., Соколов Б.Н.* Управление колебаниями. — М.: Наука, 1980. — 383 с.
5. *Reshmin S.A., Chernousko F.L.* A time-optimal control synthesis for a nonlinear pendulum // Journal of Computer and Systems Sciences International. — 2007. — Vol. 46, N 1. — P. 9–18.
6. *Almuzara G.J.L., Flugge-Lots I.* Minimum time control of a nonlinear system // J. Differential Equations. — 1968. — Vol. 4, N 1. — P. 12–39.
7. *Ridout A.J.* Anti-swing control of the overhead crane using linear feedback // J. of Electrical and Electronics Engineering. — 1989. — Vol. 9, N 1/2. — P. 17–26.
8. *Omar H.M.* Control of gantry and tower cranes: PhD Dissertation. Virginia Polytechnic Institute and State University. — Blacksburg, Virginia. — 2003. — 100 p.
9. *Korytov M., Shcherbakov V., Volf E.* Impact sigmoidal cargo movement paths on the efficiency of bridge cranes // International Journal of Mechanics and Control. — 2015. — Vol. 16, N 2. — P. 3–8.
10. *The reduction of errors of bridge crane loads movements by means of optimization of the spatial trajectory size / V. Shcherbakov, et al. // Applied Mechanics and Materials. — 2015. — Vol. 811. — P. 99–103.*
11. *Mathematical modeling of process moving cargo by overhead crane / V. Shcherbakov, et al. // Applied Mechanics and Materials. — 2014. — Vol. 701, 702. — P. 715–720.*
12. *A new vision-sensorless anti-sway control system for container cranes / Y.S. Kim, et al. // Industry Applications Conference. — 2003. — Vol. 1. — P. 262–269.*
13. *Command Shaping for Nonlinear Crane Dynamics / D. Blackburn, et al. // Journal of Vibration and Control. — 2010. — N 16. — P. 477–501.*
14. *Singer N., Singhose W., Seering W.* Comparison of filtering methods for reducing residual vibration // European Journal of Control. — 1999. — N 5. — P. 208–218.
15. *Блехман И.И.* Вибрационная механика. — М.: Физматлит, 1994. — 400 с.
16. *Щербаков В.С., Корытов М.С., Вольф Е.О.* Алгоритм компенсации неуправляемых пространственных колебаний груза и повышения точности траектории его перемещения грузоподъемным краном // Вестник машиностроения. — 2015. — № 3. — С. 16–18.
17. *Бутиков Е.И.* Необычное поведение маятника при синусоидальном внешнем воздействии // Компьютерные инструменты в образовании. — 2008. — № 2. — С. 24–36.
18. *Кильчевский Н.А.* Курс теоретической механики. Т. 1. — М.: Наука, 1972. — 456 с.
19. *Mitchell T.M.* Machine Learning. — WCB/McGraw-Hill, 1997. — 414 p.
20. *Крылов В.И.* Приближенное вычисление интегралов. — М.: Наука, 1967. — 500 с.
21. *Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л.* Численные методы. — М.: Физматлит, 2004. — 400 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Е.Я. Рубиновичем.

**Корытов Михаил Сергеевич** — д-р техн. наук, профессор, Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия, г. Омск, ✉ kms142@mail.ru.



## Содержание сборника «Управление большими системами», 2016, вып. 65

**Иванов Н.Н.** Степень параллелизма обобщенных стохастических сетевых графиков

**Макрушин С.В.** Анализ структуры магистральных электросетей России: оценка применимости модели тесного мира

**Новиков Д.А.** Комплексные модели системной оптимизации производственно-экономической деятельности предприятия

**Ураков А.Р., Тимеряев Т.В.** Алгоритм решения динамической задачи поиска кратчайших расстояний в графе

**Фуртат И.Б.** Динамическая компенсация возмущений в условии насыщения сигнала управления

**Фуртат И.Б., Нехороших А.Н.** Робастное управление линейными мультиагентными системами с использованием левых разностей для оценки

**Шумов В.В.** Моделирование миграции населения в задачах обеспечения безопасности

Тексты статей в свободном доступе на сайте <http://ubs.mtas.ru/>

# СОГЛАСИТЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ВЫБОРА<sup>1</sup>

В.В. Подиновский

Предложен подход к определению понятия согласительного (суррогатного) решения задачи выбора наилучшей альтернативы из конечного множества альтернатив с параметрической моделью предпочтений. Введено понятие максимально правдоподобно оптимальной альтернативы. Указаны пути нахождения таких альтернатив для многокритериальных задач с моделями предпочтений, основанными на функциях ценности или бинарных отношениях.

**Ключевые слова:** многокритериальные задачи принятия решений, неполная информация о предпочтениях, суррогатные веса критериев.

## ВВЕДЕНИЕ

Для решения многокритериальных задач привлекается в той или иной форме (в зависимости от применяемого метода) информация о предпочтениях лица, принимающего решение (ЛПР), на основе которой строится математическая модель (его) предпочтений. Чаще всего для этого используются функции ценности или бинарные отношения предпочтения. Практически в силу ряда объективных и субъективных причин (например, из-за сложности анализируемой задачи или недостатка времени) далеко не всегда удается получить достоверную информацию о предпочтениях ЛПР в объеме, необходимом для формирования решения задачи в соответствии с ее постановкой (например, для выделения одной наилучшей альтернативы). Существует несколько подходов к решению задач при неполной информации о предпочтениях [1]. Часть таких подходов основывается не только на информации о предпочтениях ЛПР, но и на тех или иных эвристических соображениях. Решения, полученные в рамках таких подходов, назовем *согласительными*, так как для их принятия нужно осознанное согласие ЛПР.

<sup>1</sup> Статья подготовлена в ходе проведения исследований в 2016 г., которые финансировались в рамках Программы фундаментальных исследований Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» и Проекта повышения конкурентоспособности ведущих университетов Российской Федерации среди ведущих мировых научно-образовательных центров (5-100).

К (непараметрическим) согласительным решениям могут быть отнесены полные упорядочения конечного множества альтернатив, основанные на частичных их упорядочениях, построенных с использованием накопленной информации о предпочтениях [2]. Параметрические согласительные решения (под названием *суррогатные* — см. обзор в работе [3] и § 2 далее) были введены несколько десятилетий назад в ряде работ для многокритериальных задач, в которых моделью предпочтений служит аддитивная функция ценности, причем значения весов критериев точно не известны. Согласительные решения, основанные на использовании суррогатных весов критериев, можно назвать общими: они назначаются без учета специфики множества альтернатив и соответствующих им значений критериев. Это, с одной стороны, их достоинство, так как их можно применять, не оглядываясь на указанную специфику, и применительно к различным постановкам задачи (выбрать одну наилучшую или несколько лучших альтернатив, упорядочить альтернативы по предпочтительности и др.). С другой стороны, из общих соображений понятно, что применение согласительных решений, которые будут учитывать эту специфику, — такие решения будем называть частными, — должно быть более эффективным. В данной статье после краткого обзора литературы по суррогатным решениям описывается общий подход к определению (частного) согласительного решения многокритериальных задач выбора, названного *максимально правдоподобно оптимальным*, и указываются

пути нахождения таких решений, конкретизированные для нескольких известных параметрических моделей предпочтений. Основные результаты статьи были аннотированы в докладе [4].

### 1. СУРРОГАТНЫЕ ВЕСА КРИТЕРИЕВ

В многокритериальных задачах для принятия решения о выборе лучшей альтернативы используется математическая модель вида

$$(X, f, \mathcal{P}). \quad (1)$$

Здесь  $X$  — множество альтернатив,  $f = (f_1, f_2, \dots, f_m)$  — векторный критерий,  $m > 1$ ,  $f_1, f_2, \dots, f_m$  — (частные) критерии, т. е. функции  $f_i: X \rightarrow Z_i$ , где  $Z_i \subseteq \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$  — область значений («шкала») критерия  $f_i$ . Каждая альтернатива  $x$  полностью характеризуется ее векторной оценкой  $y(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x))$ , так что сравнение альтернатив по предпочтительности осуществляется путем сравнения их векторных оценок. Множество всех векторных оценок (область значений векторного критерия) есть  $Z = Z_1 \times Z_2 \times \dots \times Z_m$ . Множеством достижимых векторных оценок является  $Y = f(X) = \{y = f(x), x \in X\}$ . Модель предпочтений  $\mathcal{P}$  строится на основе информации о предпочтениях ЛПР. Первоначально она конструируется на множестве  $Z$ , а затем индуцируется на множество  $X$ .

Суррогатные веса критериев предлагались для наиболее распространенной модели предпочтений в виде аддитивной функции ценности:

$$v(z|w) = \sum_{i=1}^m w_i v_i(z_i). \quad (2)$$

Здесь  $v_i(z_i)$  — частные функции ценности с областью значений  $Z_0 = [0, 1]$  (эти функции считаются известными, причем всеми ими значения 0 и 1 достигаются);  $w_i$  — веса критериев — положительные (или неотрицательные) числа, в сумме равные 1; вектор весов  $w = (w_1, w_2, \dots, w_m)$  в функции (2) играет роль параметра. В качестве функций  $v_i(z_i)$  могут выступать нормированные значения критериев. Если критерий  $f_i$  желательно максимизировать (т. е. его большие значения предпочтительнее меньших) или же, наоборот, минимизировать (его меньшие значения предпочтительнее больших), то часто используются соответственно формулы:

$$v_i(z_i) = k \frac{z_i - f_{i*}}{f_i^* - f_{i*}}, \quad v_i(z_i) = k \frac{f_i^* - z_i}{f_i^* - f_{i*}},$$

где  $f_i^*$  и  $f_{i*}$  — максимальное и минимальное значения критерия  $f_i$  на множестве альтернатив  $X$  соответственно,  $k > 0$  — масштабирующий множитель

(обычно  $k = 1$ , но в статье [5], например,  $k = 100$ ). Если веса критериев  $w_i$  известны точно, то каждая альтернатива  $x$  характеризуется числом  $v(f(x))$ : чем оно больше, тем альтернатива предпочтительнее. Поэтому, например, наилучшей будет альтернатива, для которой значение функции  $v(f(x))$  на множестве  $X$  максимально.

Если никаких сведений о весомости критериев нет ( $\Xi = \emptyset$ ), то множество  $W^\emptyset$  состоит из всех векторов  $w = (w_1, w_2, \dots, w_m)$  с положительными (или неотрицательными) компонентами  $w_i$ , в сумме равными 1. Для этого случая в работе [6] предложено выбирать равные веса (equal weights):  $w_i(\text{EW}) = 1/m$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ . Однако, как уже указывалось, от ЛПР обычно удается получить некоторую информацию о его предпочтениях  $\Xi$ , но она может быть неполна и позволит выделить из множества  $W^\emptyset$  лишь некоторое его подмножество  $W^\Xi$ .

Весьма интересен для практики случай, когда информация  $\Xi$  позволяет упорядочить критерии по весомости и (возможно, после надлежащей перенумерации критериев) записать неравенства для весов:  $w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_m$ . Ему посвящено значительное число публикаций (см. обзоры в работах [3, 7]). Пусть  $W^\geq$  — множество векторов весов  $w$  с указанным образом упорядоченными по величине компонентами. В работе [8] приведено несколько формул для суррогатных значений весов, в том числе ранговых весов (rank-sum weights)  $w_i(\text{RS})$  (получаются нормализацией рангов) и обратно-ранговых весов (reciprocal of the ranks weights)  $w_i(\text{RR})$  (основаны на числах, обратных к рангам:  $1, 1/2, \dots, 1/m$ ):

$$w_i(\text{RS}) = \frac{m+1-i}{\sum_{j=1}^m j} = \frac{2(m+1-i)}{m(m+1)}, \quad w_i(\text{RR}) = \frac{1/i}{\sum_{j=1}^m 1/j},$$

$$i = 1, \dots, m.$$

Были предложены (ранговые) центроидные веса (rank-order centroid weights) [9, 10]:

$$w_i(\text{ROC}) = \frac{1}{m} \sum_{j=i}^m \frac{1}{j}, \quad i = 1, \dots, m. \quad (3)$$

Имеются несколько соображений для введения именно центроидных весов [9—11]. Прежде всего, вектор  $w(\text{ROC})$  представляет все множество  $W^\geq$  в том смысле, что является его центром тяжести (centroid). Он также является центром тяжести вершин этого многомерного многогранника (т. е. центром тяжести системы, состоящей из одинаковых точечных масс, помещенных во все его вершины). Поэтому он может быть рассчитан следующим путем: нужно найти все векторы-вершины многомерного многогранника  $W^\geq$ , а затем найти



их среднее арифметическое. Таких вершин всего  $m$  — это  $w^1 = (1, 0, \dots, 0)$ ,  $w^2 = (1/2, 1/2, 0, \dots, 0)$ ,  $w^3 = (1/3, 1/3, 1/3, 0, \dots, 0)$ , ...,  $w^m = (1/m, 1/m, \dots, 1/m)$  (см., например, работу [5]). Поэтому

$$w(\text{ROC}) = \frac{1}{m} \sum_{l=1}^m w^l.$$

Рассмотрим теперь вектор весов как случайный вектор  $\tilde{w}$ . Поскольку никакой дополнительной информации об этом векторе, кроме его принадлежности к множеству  $W^{\geq}$ , нет, то, согласно принципу недостаточного основания [12], плотность распределения вероятностей этого вектора можно полагать равномерной на множестве  $W^{\geq}$ . И тогда математическое ожидание случайного вектора весов  $E[\tilde{w}]$  будет равно  $w(\text{ROC})$ . Наконец, поскольку, в силу известных свойств оператора нахождения математического ожидания функции случайной величины

$v(z|\tilde{w}) = \sum_{i=1}^m \tilde{w}_i v_i(z_i)$  (см. формулу (2)), верно цепочка равенств

$$E[v(z|\tilde{w})] = \sum_{i=1}^m E[\tilde{w}_i] v_i(z_i) = \sum_{i=1}^m w_i(\text{ROC}) v_i(z_i),$$

то использование центроидных весов приводит к упорядочиванию альтернатив  $x$  согласно соответствующим математическим ожиданиям случайных величин  $v(z|\tilde{w})$  как функций случайного вектора  $\tilde{w}$ .

В работе [11] был проведен сравнительный анализ трех рассмотренных видов суррогатных весов и показано, что применение центроидных весов в определенных смыслах более эффективно. Там же указано, что понятие центроидных весов очевидным образом обобщается на случай, когда множество  $W^{\geq}$  есть произвольный многомерный многогранник. Однако эти веса обладают и заметными недостатками. Так, в работе [13] отмечено, что центроидные веса наименее значимых критериев оказываются во много раз меньше весов наиболее значимых критериев и потому оказывают весьма незначительное влияние на выбор решений. (Например, уже при  $m = 5$ , согласно выражению (3), имеем  $w_1(\text{ROC}) : w_5(\text{ROC}) = 0,457 : 0,040 = 11,425$ .) Там же предложены два пути сглаживания указанного «экстремального» эффекта:

— ограничить степени превосходства в весомости некоторым числом  $h$ ; например, если  $m = 3$  и  $h = 9$ , то вместо  $(1, 0, 0)$ ,  $(1/2, 1/2, 0)$ ,  $(1/3, 1/3, 1/3)$  нужно взять  $(9/11, 1/11, 1/11)$ ,  $(9/19, 9/19, 9/19)$ ,  $(1/3, 1/3, 1/3)$  (ибо  $9/11:1/11 = 9$  и  $9/19:1/19 = 9$ ), и тогда вместо  $w(\text{ROC}) = (0,611; 0,278; 0,111)$  получим вектор весов  $w = (0,542; 0,299; 0,159)$ , где  $w_1 = \frac{1}{3} (9/11 + 9/19 + 1/3) = 0,542$ , и т. д.;

— принять геометрический закон убывания весов, т. е.  $w_i : w_{i+1} = \tau < 1$  (для центроидных весов указанные дроби лежат в пределах  $0,4 - 0,45$  при  $m = 3$  и в пределах  $0,5 - 0,55$  при  $m = 5$ ); например, при  $r = 0,6$  для  $m = 3$  получаем вектор весов  $w = (0,510; 0,306; 0,184)$ .

Предлагались и другие суррогатные веса. Так, в работе [6] приведена такая формула для ранговых экспоненциальных весов (ranks exponent weights):

$$w_i(\text{RE}) = (m + 1 - i)^{\tau} / \sum_{j=1}^m (m + 1 - j)^{\tau},$$

которые являются обобщением ранговых весов. Параметр  $\tau$  должен оцениваться ЛПР: с ростом этого параметра убывание весов  $w_i$  ускоряется. В работе [14] были предложены веса, учитывающие распределение вероятностей рангов (rank order distribution weights)  $w_i(\text{ROD})$ , и выявлено, что в некоторых случаях они предпочтительнее, чем центроидные веса. В работах [3, 15] предложены формулы для суррогатных весов для случая, когда имеется порядковая информация не только об упорядочении весомостей критериев, но и интенсивностях весомости.

Все предлагавшиеся формулы для суррогатных весов являются, по сути своей, эвристическими. Выбирать конкретную формулу предлагается ЛПР в соответствии с его представлениями о «скорости» убывания весомости от первого критерия до последнего [7].

## 2. МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНО ОПТИМАЛЬНЫЕ АЛЬТЕРНАТИВЫ

Далее рассматривается задача выбора наилучшей альтернативы из конечного множества альтернатив  $X = \{x^1, x^2, \dots, x^n\}$ ,  $n \geq 2$ . Пусть модель предпочтений  $\mathcal{P}$  из выражения (1) является параметрической: она включает в себя параметр  $\gamma$  (он может быть векторным или иметь иную математическую природу) с областью значений  $\Gamma$ . В качестве такой модели на множестве  $Z$  может выступать либо параметрическое семейство  $V(\Gamma)$  функций ценности  $v(z|\gamma)$ ,  $\gamma \in \Gamma$ , либо семейство  $\mathcal{R}(\Gamma)$  отношений нестрогого предпочтения  $R(\gamma)$ ,  $\gamma \in \Gamma$ : соотношение  $yR(\gamma)z$  означает, что при фиксированном значении параметра  $\gamma$  векторная оценка  $y$  не менее предпочтительна, чем  $z$ . Принимается, что отношение  $R(\gamma)$  есть квазипорядок (оно рефлексивно и транзитивно). Этот квазипорядок является связным, если для любых векторных оценок  $y$  и  $z$  верно  $yR(\gamma)z$  или  $zR(\gamma)y$ ; в противном случае он называется несвязным. Квазипорядок  $R(\gamma)$  порождает на  $Z$  отношения (строгого) предпочтения  $P(\gamma)$  и безразличия  $I(\gamma)$  следующим образом:  $yP(\gamma)z$ , когда  $yR(\gamma)z$  верно, но  $zR(\gamma)y$  неверно;

$yI(\gamma)z$ , когда верно  $yR(\gamma)z$  и  $zR(\gamma)y$ . Функция ценности  $v(z|\gamma)$  и квазипорядок  $R(\gamma)$  индуцируют на  $X$  функцию ценности  $v(f(x)|\gamma)$  и связный квазипорядок  $R_X(\gamma)$ , определяемый так:  $x'R_X(\gamma)x''$  верно тогда и только тогда, когда выполнено  $f(x')R(\gamma)f(x'')$ .

Пусть  $\Gamma^\Xi$  — подмножество множества  $\Gamma$ , выделяемое на основе накопленной информации о предпочтениях  $\Xi$ . Альтернатива  $x^*$  (и ее векторная оценка  $f(x^*)$ ) называется потенциально оптимальной для  $V(\Gamma^\Xi)$  или, соответственно, для  $\mathfrak{R}(\Gamma^\Xi)$ , если найдется такое значение параметра  $\gamma \in \Gamma^\Xi$ , что эта альтернатива является оптимальной по  $v_X(f(x)|\gamma)$  или, соответственно, по  $R_X(\gamma)$ , т. е. для любой альтернативы  $x \in X$  верно  $v(f(x^*)|\gamma) \geq v(f(x)|\gamma)$  или, соответственно,  $f(x^*)R(\gamma)f(x)$ . В противном случае она называется заведомо доминируемой для  $V(\Gamma^\Xi)$  или, соответственно, для  $\mathfrak{R}(\Gamma^\Xi)$ . Поскольку множество  $X$  конечно, то множество потенциально оптимальных альтернатив для  $V(\Gamma^\Xi)$  или для  $\mathfrak{R}(\Gamma^\Xi)$  (если отношения  $R(\gamma)$  связные) является непустым и, более того, покрывающим  $X$ , т. е. для любой альтернативы  $x$  найдется потенциально оптимальная альтернатива  $x^*$  такая, что для некоторого значения параметра  $\gamma^*$  верно  $v(f(x^*)|\gamma^*) \geq v(f(x)|\gamma^*)$  или, соответственно,  $f(x^*)R(\gamma^*)f(x)$  [16]. Для многокритериальных задач разработаны методы проверки потенциальной оптимальности альтернатив [17–20]. Далее предполагается, что даже если отношения  $R(\gamma)$  несвязны, потенциально оптимальные для  $\mathfrak{R}(\Gamma^\Xi)$  альтернативы существуют и, более того, множество таких альтернатив является покрывающим.

Обозначим через  $\Gamma_j^\Xi$  множество значений параметра  $\gamma \in \Gamma^\Xi$ , при которых альтернатива  $x^j$  является оптимальной по  $v_X(x|\gamma)$  или, соответственно, по  $R_X(\gamma)$ . Объединение всех множеств  $\Gamma_j^\Xi$  равно множеству  $\Gamma^\Xi$ , причем множества  $\Gamma_j^\Xi$  и  $\Gamma_k^\Xi$ ,  $j \neq k$ , могут пересекаться. Пусть  $\text{mes}\Gamma_j^\Xi$  — мера множества  $\Gamma_j^\Xi$  (ее для разных моделей предпочтений можно определять по-разному, с учетом их специфики — см. далее). В рассматриваемом случае, когда информация  $\Xi$  позволила лишь выделить из множества  $\Gamma^\Xi$  подмножества  $\Gamma_j^\Xi$ , представляется логичным полагать (принять допущение), что чем больше мера множества  $\Gamma_j^\Xi$ , тем более предпочтительна альтернатива  $x^j$ . Поэтому альтернативу  $x^j$ , для которой соответствующая мера максимальна, и следует считать наилучшей. Такая альтернатива будет называться *максимально правдоподобно оптимальной*, или, кратко, *мп-оптимальной*. Для большей

наглядности и удобства можно вместо абсолютной величины меры  $\text{mes}\Gamma_j^\Xi$  использовать относительную величину  $Pr_j = \text{mes}\Gamma_j^\Xi / \text{mes}\Gamma^\Xi$ . Предлагаемое обозначение  $Pr_j$  можно объяснить так. Будем рассматривать параметр  $\gamma$  как случайную величину  $\tilde{\gamma}$ . Поскольку нет никаких оснований полагать, что одни значения параметра  $\gamma$  более возможны (вероятны), чем другие, то, в соответствии с принципом недостаточности основания [12], примем, что случайный вектор  $\tilde{\gamma}$  имеет равномерную плотность распределения вероятностей на  $\Gamma^\Xi$ . Тогда тот факт, что альтернатива  $x^j$  окажется оптимальной по  $v_X(x|\gamma)$  или, соответственно, по  $R_X(\gamma)$ , где  $\gamma$  — реализация случайной величины  $\tilde{\gamma}$ , является случайным событием, вероятность которого, согласно геометрическому определению вероятности, равна как раз  $Pr_j$ . Поэтому наилучшей следует считать ту альтернативу, для которой указанная вероятность максимальна. Иными словами, наилучшей предлагается считать ту альтернативу  $x^*$ , для которой вероятность того, что она будет оптимальной по  $v_X(x|\tilde{\gamma})$  или  $R_X(\tilde{\gamma})$ , максимальна. С другой стороны, важно отметить, что величины  $Pr_j$  можно рассматривать как характеристики робастности согласительных решений о выборе альтернатив  $x^j$ .

При малой размерности задачи мп-оптимальные альтернативы можно найти аналитически.

**Пример 1.** В двухкритериальной задаче множество  $X$  состоит из пяти альтернатив, для которых значения частных функций ценности  $v_j(y_j)$  заданы табл. 1, а графики векторов частных ценностей  $v^j = (v_1^j, v_2^j) = (v_1^j(y_1^j), v_2^j(y_2^j))$  представлены на рис. 1.

При упорядочении весов  $w_1 > w_2$  имеем (см. формулу (3)):  $w(\text{ROC}) = (0,75; 0,25)$ . Соответствующие значения функции (2) для альтернатив записаны в последнюю строку табл. 1, откуда видно, что оптимальной является альтернатива  $x^3$ . Рис. 1 показывает, что потен-

Таблица 1

Значения функций ценности для альтернатив

Альтернативы $x^j$	$x^1$	$x^2$	$x^3$	$x^4$	$x^5$
Значения функции $v_1(y_1^j)$	0	0,85	0,9	0,95	1
Значения функции $v_2(y_2^j)$	1	0,8	0,7	0,53	0
Значения функции $v(y)$ для $w(\text{ROC})$	0,25	0,8375	0,85	0,845	0,75



циально оптимальными являются все альтернативы, кроме  $x^1$ . Для нахождения областей  $\Gamma_j^{\Xi} = W_j^{\Xi}$  значений параметра  $w$ , при которых в качестве оптимальных выделяются потенциально оптимальные альтернативы, здесь, используя формулу (2), достаточно найти значения веса  $w_1$ , при которых выполняются равенства  $v(y^2|w) = v(y^3|w)$ ,  $v(y^3|w) = v(y^4|w)$  и  $v(y^4|w) = v(y^5|w)$ , так как на границах смежных областей значения функции ценности равны. Первое из этих равенств в развернутом виде записывается так:

$$0,85w_1 + 0,8(1 - w_1) = 0,9w_1 + 0,7(1 - w_1).$$

Из этого уравнения получаем  $w_1 = 0,667$ . Из уравнений, записываемых на основе второго и третьего равенств, получаем соответственно  $w_1 = 0,773$  и  $w_1 = 0,914$ . Следовательно, с округлением до трех знаков:

$$W_2^{\Xi} = [(0,5; 0,5), (0,667; 0,333)],$$

$$W_3^{\Xi} = [(0,667; 0,333), (0,773; 0,227)],$$

$$W_4^{\Xi} = [(0,773; 0,227), (0,914; 0,086)],$$

$$W_5^{\Xi} = [(0,914; 0,086), (1; 0)].$$

Например,  $W_2^{\Xi}$  — это отрезок с координатами концов  $(0,5; 0,5)$  и  $(0,667; 0,333)$  — см. рис. 2. Мерами этих отрезков служат их длины. Поэтому  $W_2^{\Xi} = 0,236$ ,  $W_3^{\Xi} = 0,150$ ,  $W_4^{\Xi} = 0,199$ ,  $W_5^{\Xi} = 0,122$ . Поскольку длина отрезка с концами  $(0,5; 0,5)$  и  $(1; 0)$  равна  $0,707$ , то искомые вероятности  $Pr_j = \text{mes } W_j^{\Xi} / \text{mes } W^{\Xi}$

$$Pr_2 = 0,334; \quad Pr_3 = 0,212; \quad Pr_4 = 0,281; \quad Pr_5 = 0,173.$$

Следовательно, согласно предлагаемому подходу, в качестве наилучшей рекомендуется выбрать альтернативу  $x^2$ . Заметим, что альтернатива  $x^3$  (выделяемая с использованием центроидных весов) уступает и ей, и альтернативе  $x^4$ ! ♦

В отдельных случаях для нахождения мп-оптимальных стратегий могут оказаться эффективными алгоритмические методы (см. § 4). В общем же случае можно воспользоваться методом статистического моделирования (методом Монте-Карло) [21]. Согласно этому методу, следует организовать  $N$  реализаций случайной величины  $\tilde{\gamma}$ , имеющей равномерно распределение вероятностей на множестве  $\Gamma^{\Xi}$ , и для каждой альтернативы  $x^j$  подсчитать число  $N_j$  случаев, когда она оказывалась оптимальной. Тогда оценками искомых вероятностей  $Pr_j$  будут дроби  $N_j/N$ . Для того чтобы эти оценки были приемлемо точными, число  $N$  должно быть достаточно большим (например, можно взять  $N = 10\,000$ ). С помощью современной вычислительной техники проведение расчетов согласно указанному методу трудностей не вызывает даже при достаточно большой размерности исходной задачи выбора.

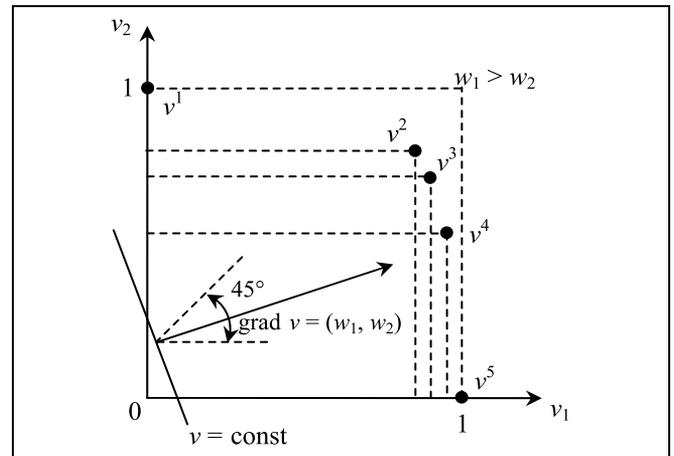


Рис. 1. Векторы частных ценностей альтернатив  $v^j = (v_1^j, v_2^j)$

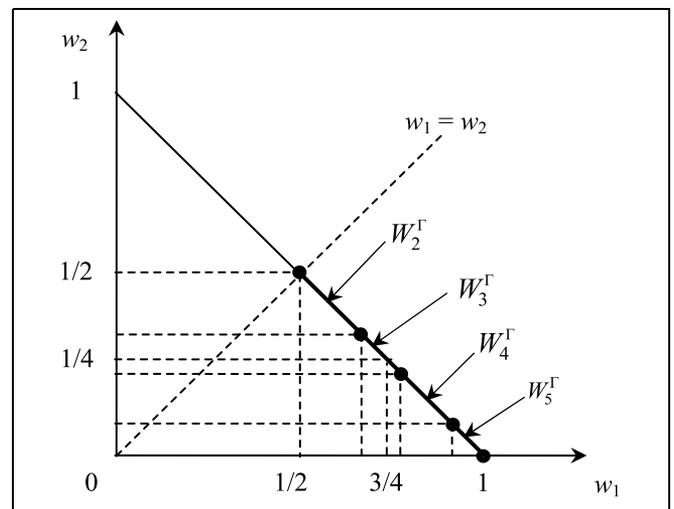


Рис. 2. Области  $W_j^{\Gamma}$ ;  $w(\text{ROC}) = (3/4, 1/4)$

Покажем, как предложенный подход можно реализовать применительно к нескольким параметрическим моделям предпочтений.

### 3. МОДЕЛЬ ПРЕДПОЧТИЙ С АДДИТИВНОЙ ФУНКЦИЕЙ ЦЕННОСТИ

Пусть моделью предпочтений служит аддитивная функция ценности (2), в которой функции  $v_i(z_i)$  считаются известными, а роль параметра  $\gamma$  играет вектор весов  $w$ . Множества  $\Gamma_j^{\Xi} = W_j^{\Xi}$  определяются так:

$$W_j^{\Xi} = \{w \in W^{\Xi} | v(f(x^j)|w) \geq v(f(x^k)|w), k \neq j\}. \quad (4)$$

Поэтому для определения принадлежности значения  $w$  случайного параметра  $\tilde{w}$ , которое получе-

но при очередной реализации, к множеству  $W_j^{\geq}$  нужно проверить выполнение всех неравенств в выражении (4). Но проще, как уже указывалось, при каждой реализации  $k$  для полученного значения вектора весов  $w(k) \in W^{\geq}$  выделять оптимальную альтернативу  $x^{j(k)}$  при помощи функции ценности  $v(f(x)|w(k))$  (см. формулу (2)) и в итоге получить числа  $N_j$ , равные числу реализаций, в которых альтернативы  $x^j$  оказывались оптимальными.

Пусть теперь моделью предпочтений служит аддитивная функция ценности (2), в которой и веса, и частные функции ценности неизвестны. Для вектора весов  $w = (w_1, w_2, \dots, w_m)$  задана область возможных значений  $W^{\Xi}$ , а для частных функций ценности  $v_i(z_i)$  с общей областью значений  $[0, 1]$  известны семейства функций  $V_i(\Xi)$ , к которым они принадлежат. При указанной формулировке модель предпочтений не является параметрической. Приведем ее к параметрическому виду. Для произвольного фиксированного частного критерия  $f_i$  из множества его значений  $y_i^1 = f_i(x^1), y_i^2 = f_i(x^2), \dots, y_i^n = f_i(x^n)$  сформируем множество упорядоченных по возрастанию чисел  $\langle a_i^1, a_i^2, \dots, a_i^{n_i} \rangle, n_i \leq n$ . Обозначим через  $a_i^{r(j)}$  то из чисел  $a_i^r, r = 1, 2, \dots, n_i - 1$ , которое равно значению частного критерия  $f_i$  для альтернативы  $x^j$ , т. е. такое, что  $a_i^{r(j)} = y_i^j$ . Пусть  $v_i^r = v_i(a_i^r)$ . Согласно принятому допущению  $v_i^1 = 0$  и  $v_i^{n_i} = 1$ . Введем в рассмотрение разности  $\delta_i^r = v_i^{r+1} - v_i^r, r = 1, 2, \dots, n_i - 1$ . Эти разности, согласно принятому допущению, удовлетворяют условиям:

$$\delta_i^r > 0, \quad r = 1, 2, \dots, n_i - 1, \\ \sum_{r=1}^{n_i-1} \delta_i^r = 1, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (5)$$

Теперь можно записать:

$$v_i(f_i(x^j)) = v_i(y_i^j) = v_i(a_i^{r(j)}) = \sum_{r=1}^{r(j)-1} \delta_i^r. \quad (6)$$

Заметим, что здесь при  $r(j) = 1$  сумма равно нулю. С учетом записи (6) аддитивная функция ценности (2) для  $z = f(x^j) = y^j$  приобретает вид:

$$v(f(x^j)|\gamma) = \sum_{i=1}^m w_i \sum_{r=1}^{r(j)-1} \delta_i^r. \quad (7)$$

В функции (7) в роли параметра  $\gamma$  выступает пара  $\langle w, \delta \rangle$ , где под  $\delta$  понимается совокупность векторов разностей  $\delta^i = (\delta_i^1, \delta_i^2, \dots, \delta_i^{n_i}), i = 1, 2, \dots, m$ . Если никаких дополнительных ограничений на значения частных функций ценности нет (т. е. они являются порядковыми), то областью значений параметра  $\gamma$  является множество  $W^{\Xi} \times \Delta^1 \times \Delta^2 \times \dots \times \Delta^m$ , где  $\Delta^i$  — область значений вектора  $\delta^i$ , определяемая условиями (5). Но этот случай применительно к функции ценности (3) для практики неинтересен [1].

Рассмотрим теперь случай, когда на частные функции ценности  $v_i(z_i)$  налагаются некоторые дополнительные ограничения. Пусть известно, что функции  $v_i(z_i)$  являются строго вогнутыми (это соответствует случаю убывания маргинальных, или предельных, ценностей). Условие вогнутости с использованием разностей  $\delta_i^r$  можно представить такими характеристическими неравенствами [22]:

$$\frac{\delta_i^1}{a_i^2 - a_i^1} > \frac{\delta_i^2}{a_i^3 - a_i^2} > \dots > \frac{\delta_i^{n_i-1}}{a_i^{n_i} - a_i^{n_i-1}}, \\ i = 1, 2, \dots, m. \quad (8)$$

Пусть  $\Delta_{\downarrow}^i$  — множество векторов разностей  $\delta^i$ , удовлетворяющих ограничениям (5) и (8). При отыскании согласительных решений в соответствии с предложенным подходом следует ввести в рассмотрение  $m + 1$  независимых случайных векторов — вектор весов  $\tilde{w}$ , имеющий равномерное распределение вероятностей на  $W^{\Xi}$ , и векторы разностей  $\delta^i$ , имеющих равновероятные распределения вероятностей на  $\Delta_{\downarrow}^i$ .

#### 4. МОДЕЛЬ ПРЕДПОЧТЕНИЙ С ИНТЕРВАЛАМИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ЗАМЕЩЕНИЙ КРИТЕРИЕВ

Пусть моделью предпочтений служит модель из теории параметрической важности и интервалов неопределенности замещений критериев [23], когда имеется информация  $\Xi$  об интервалах неопределенности замещений (ИНЗ) каждого из критериев, кроме первого, на первый критерий, называемый базисным, которая представляется в виде кортежа

$$\lambda = \langle \lambda_{21}, \dots, \lambda_{m1} \rangle, \quad (9)$$

где  $\lambda_{i1} = (\lambda_{i1}^-, \lambda_{i1}^+)$  — ИНЗ критерия  $f_i$  на  $f_1$ ,  $0 < \lambda_{i1}^- < \lambda_{i1}^+$ . Пусть  $d = y - z$ ,  $M' = \{2, \dots, m\}$  и  $M^>(\delta) = \{i \in M' | \delta_i > 0\}$ ,  $M^<(\delta) = \{i \in M' | \delta_i < 0\}$ . Решающее правило, задающее на  $Z = Z_1 \times Z_2 \times \dots \times Z_m$



отношение предпочтения  $P^\lambda$ , таково [24]: если  $y \neq z$ , то

$$yP^\lambda z \Leftrightarrow d_1 + \sum_{i \in M^+(\delta)} d_i \lambda_{i1}^- + \sum_{i \in M^-(\delta)} d_i \lambda_{i1}^+ \geq 0. \quad (10)$$

Это решающее правило справедливо, если  $Z = \text{Re}^m$  или если выполнены некоторые ограничения на множества  $Z_i$  [23]. Здесь под квази порядком  $R^\lambda$  можно понимать объединение отношений  $P^\lambda$  и отношения равенства векторов.

Как правило, не все альтернативы сравнимы по  $R^\lambda$ , и поэтому встает вопрос о сужении этих ИНЗ для того, чтобы выделить наилучшую альтернативу. Здесь параметрами являются концы ИНЗ из выражения (9), т. е. числа  $\lambda_{i1}^-$  и  $\lambda_{i1}^+$ . Поэтому роль множества  $\Gamma^\Xi$  здесь играет множество  $\Lambda$  ИНЗ  $\hat{\lambda}$ , вложенных в первоначальные ИНЗ (9):  $\hat{\lambda} \subset \lambda$ , т. е. для которых верны неравенства  $\lambda_{2i}^- \leq \hat{\lambda}_{2i}^- < \hat{\lambda}_{2i}^+ \leq \lambda_{2i}^+$ ,  $i = 2, 3, \dots, m$ , где хотя бы одно из  $2(m-1)$  нестрогих неравенств выполняется как строгое. Важно иметь в виду, что если  $\hat{\lambda}' \subset \hat{\lambda}''$ , то  $P^{\hat{\lambda}'} \supseteq P^{\hat{\lambda}''}$ . Если формально положить  $\lambda_{i1}^- = \lambda_{i1}^+$  для всех  $i \neq 1$ , то неравенство из решающего правила (10) будет равносильно неравенству  $y_1 + \sum_{i=2}^m \lambda_{i1}^- y_i \geq z_1 + \sum_{i=2}^m \lambda_{i1}^- z_i$ , так что исходная модель с ИНЗ вырождается в модель с аддитивной функцией ценности. А поскольку множество альтернатив  $X$  конечно, то, как несложно проверить, при достаточно узких ИНЗ  $\hat{\lambda}$  найдутся альтернативы, оптимальные по  $P^{\hat{\lambda}}$ , т. е. потенциально оптимальные альтернативы. Понятно, что альтернатива, доминируемая по  $P^\lambda$ , не может быть потенциально оптимальной. Пусть  $N$  — множество номеров недоминируемых по  $P^\lambda$  альтернатив.

Пусть  $\Lambda(j)$  — подмножество  $\Lambda$  всех таких ИНЗ  $\lambda(j) = (\lambda_1(j), \lambda_2(j), \dots, \lambda_m(j))$ , где  $\lambda_i(j) = (\lambda_i^-(j), \lambda_i^+(j))$ , при которых альтернатива  $x^j$  будет оптимальной, т. е. для любого  $k \neq j$  будет, согласно (9), верно  $y^j R^{\lambda(j)} y^k$ . Положим  $\delta_i = \lambda_i^+ - \lambda_i^-$ ,  $i = 2, 3, \dots, m$ . Учитывая, что критерии  $f_2, f_3, \dots, f_m$  могут иметь разную размерность, удобно сразу ввести относительную меру ИНЗ  $\lambda(j)$  — величину  $\text{mes}\lambda(j) = \prod_{i=2}^m (\lambda_{i1}^+(j) - \lambda_{i1}^-(j)) / \delta_i$ . Пусть  $\text{mes}\lambda^*(j)$  — наибольшее из всех чисел  $\text{mes}\lambda(j)$  для  $\lambda(j) \in \Lambda(j)$ . Если множество  $\Lambda(j)$  пусто, то  $\text{mes}\lambda^*(j) = 0$ . Искомые вероятности  $\text{Pr}_j$  равны  $\text{mes}\lambda^*(j)$ .

**Пример 2.** В двухкритериальной задаче с  $Z = \text{Re}^2$  множество  $X$  состоит из трех альтернатив, значения критериев для которых приведены в табл. 2. Кортеж  $\lambda$  состоит из единственного ИНЗ  $\lambda_{21} = (0, 2; 2)$ , так что  $\delta_2 = 1, 8$ .

Используя решающее правило (10), несложно убедиться в том, что нет пар векторных оценок, сравнимых по  $R^\lambda$ , так что все альтернативы недоминируемы по  $P^\lambda$ .

Запишем условия, при которых альтернатива  $x^1$  будет оптимальна по отношению  $P^{\lambda(1)}$ , где  $\Lambda(1) = \{\lambda_{21}(1)\}$ ,  $\lambda_{21}(1) = (\lambda_{21}^-(1), \lambda_{21}^+(1))$ ,  $\lambda_{21}^- \leq \lambda_{21}^-(1) < \lambda_{21}^+(1) \leq \lambda_{21}^+$ :

для выполнения  $y^1 P^{\lambda(1)} y^2$ :  $-1 + 2\lambda_{21}^-(1) \geq 0$ , откуда  $\lambda_{21}^-(1) \geq 0, 5$ ;

для выполнения  $y^1 P^{\lambda(1)} y^3$ :  $-6 + 6\lambda_{21}^-(1) \geq 0$ , откуда  $\lambda_{21}^-(1) \geq 1$ .

Следовательно, наиболее широким искомым интервалом является  $\lambda_{21}(1) = (1, 2)$ , и поэтому  $\text{mes}\lambda^*(1) = 1/1, 8 \approx 0, 555$ .

Запишем условия, при которых альтернатива  $x^2$  будет оптимальна по отношению  $P^{\lambda(2)}$ , где  $\Lambda(2) = \{\lambda_{21}(2)\}$ ,  $\lambda_{21}(2) = (\lambda_{21}^-(2), \lambda_{21}^+(2))$ ,  $\lambda_{21}^- \leq \lambda_{21}^-(2) < \lambda_{21}^+(2) \leq \lambda_{21}^+$ :

для выполнения  $y^2 P^{\lambda(2)} y^1$ :  $1 - 2\lambda_{21}^+(2) \geq 0$ , откуда  $\lambda_{21}^+(2) \leq 0, 5$ ;

для выполнения  $y^2 P^{\lambda(2)} y^3$ :  $-5 + 4\lambda_{21}^-(2) \geq 0$ , откуда  $\lambda_{21}^-(2) \geq 1, 25$ .

Следовательно, искомым интервалом пусто,  $\text{mes}\lambda^*(2) = 0$  и альтернатива  $x^2$  не является потенциально оптимальной.

Запишем условия, при которых альтернатива  $x^3$  будет оптимальна по отношению  $P^{\lambda(3)}$ , где  $\Lambda(3) = \{\lambda_{21}(3)\}$ ,  $\lambda_{21}(3) = (\lambda_{21}^-(3), \lambda_{21}^+(3))$ ,  $\lambda_{21}^- \leq \lambda_{21}^-(3) < \lambda_{21}^+(3) \leq \lambda_{21}^+$ :

для выполнения  $y^3 P^{\lambda(3)} y^1$ :  $6 - 6\lambda_{21}^+(3) \geq 0$ , откуда  $\lambda_{21}^+(3) \leq 1$ ;

для выполнения  $y^3 P^{\lambda(3)} y^2$ :  $5 - 4\lambda_{21}^+(3) \geq 0$ , откуда  $\lambda_{21}^+(3) \leq 1, 25$ .

Следовательно, наиболее широким искомым ИНЗ является  $\lambda_{21}(3) = (0, 2; 1)$ , и поэтому  $\text{mes}\lambda^*(3) = 0, 8/1, 8 \approx 0, 444$ .

Поскольку  $\text{mes}\lambda^*(1) = 0, 555 > \text{mes}\lambda^*(3) = 0, 444$ , то, в соответствии с предлагаемым подходом, наилучшей следует признать мп-оптимальную альтернативу  $x^1$ . ♦

Таблица 2

Значения критериев для альтернатив

Альтернативы $x^j$	$x^1$	$x^2$	$x^3$
Значения критерия $f_1(x^j) = y_1^j$	1	2	7
Значения критерия $f_2(x^j) = y_2^j$	10	8	4

В случае рассматриваемой модели величины  $P_{r_j}$  могут быть найдены алгоритмически. Пусть  $\lambda_{i1}^-(j) = \lambda_{i1}^- + t_{ji}\delta_i$  и  $\lambda_{i1}^+(j) = \lambda_{i1}^+ - s_{ji}\delta_i$ , где неотрицательные переменные  $t_{ji}$  и  $s_{ji}$  удовлетворяют неравенству  $t_{ji} + s_{ji} \leq 1$  (поскольку справедливо неравенство  $\lambda_{i1}^-(j) < \lambda_{i1}^+(j)$ ). Положим  $d^{jk} = y^j - y^k$ ,  $M^>(d^{jk}) = \{i \in M \mid d_i^{jk} > 0\}$ ,  $M^<(d^{jk}) = \{i \in M \mid d_i^{jk} < 0\}$ . Нахождение величины  $\text{mes}\Lambda(j)$  сводится к решению оптимизационной задачи:

$$\prod_{i=2}^m (1 - (t_{ij} + s_{ij})) \rightarrow \min_{\{t_{ij}, s_{ij}\}} \quad (11)$$

при ограничениях:

$$t_{ji} \geq 0, \quad s_{ji} \geq 0, \quad t_{ji} + s_{ji} \leq 1, \quad i = 2, 3, \dots, m; \quad (12)$$

$$d_1^{jk} + \sum_{i \in M^>(d^{kj})} d_i^{jk} (\lambda_{i1}^- + t_{ij}\delta_i) + \sum_{i \in M^<(d^{kj})} d_i^{jk} (\lambda_{i1}^+ - s_{ij}\delta_i) \geq 0, \quad k \in N, \quad k \neq j. \quad (13)$$

Если для некоторого номера  $j$  ограничения (12), (13) несовместны, то соответствующая альтернатива  $x^j$  потенциально оптимальной не является и из числа претендентов на оптимальную исключается.

К сожалению, задача (11)–(13) нелинейная и к эквивалентной задаче линейного программирования не сводится.

Введем меру  $\text{mes}\lambda^*(j)$  иначе (она будет векторной). Будем рассматривать совокупность  $\varepsilon(j)$  величин  $\varepsilon_i(j) = [\lambda_{i1}^+(j) - \lambda_{i1}^-(j)]/\delta_i = (1 - (t_{ij} + s_{ij}))$ ,  $i = 2, 3, \dots, m$ , как набор  $m - 1$  равнозначных критериев [25], которые желательно максимизировать. Будем считать, что увеличение больших из величин  $\varepsilon_i(j)$  не компенсируется уменьшением меньших из них. Иначе говоря, вначале желательно максимизировать наименьшую из величин  $\varepsilon_i(j)$ , затем следующую в порядке возрастания (точнее, неубывания) и т. д. Задачи такого рода были названы в работе [25] симметрически-лексикографическими, или *SL*-задачами максимизации, но распространенным является название «лексиминные задачи максимизации» [26]. Сформулируем постановку такой задачи формализованно.

Обозначим через  $a_{\uparrow} = (a_{[1]}, a_{[2]}, \dots, a_{[q]})$  вектор, полученный из вектора  $a = (a_1, a_2, \dots, a_q)$  перестановкой его компонент в порядке неубывания. Например, если  $a = (3, 2, 7, 3, 5)$ , то  $a_{\uparrow} = (2, 3, 3, 5, 7)$  и  $a_{[4]} = 5$ . Введем на множестве  $q$ -мерных векторов

отношение нестрогого предпочтения — квазипорядок  $R^{\uparrow}$  следующим образом:

$$aR^{\uparrow}b \Leftrightarrow (a_{[1]} > b_{[1]}) \vee (a_{[1]} = b_{[1]}, a_{[2]} > b_{[2]}) \vee \dots \vee (a_{[q]} = b_{[q]}, i = 1, 2, \dots, q-1, a_{[q]} > b_{[q]}) \vee (a_{\uparrow} = b_{\uparrow}).$$

Этот квазипорядок является связным.

Теперь можно сказать, что  $\text{mes}\lambda^*(j)$  есть лексиминный максимум вектор-функции  $\varepsilon(j)$  от переменной  $\lambda(j)$  на  $\Lambda(j)$ , т. е. верно  $\text{mes}\lambda^*(j)R^{\uparrow}\text{mes}\lambda(j)$  для всех  $\lambda(j) \in \Lambda(j)$ . Мп-оптимальной следует считать альтернативу  $x^{j*}$ , для которой вектор  $\text{mes}\lambda^*(j^*)$  является лексиминным максимумом среди векторов  $\text{mes}\lambda^*(j)$ , т. е. верно  $\text{mes}\lambda^*(j^*)R^{\uparrow}\text{mes}\lambda^*(j)$ ,  $j \in N$ .

Нахождение векторной величины  $\text{mes}\lambda^*(j)$  сводится к последовательности задач линейного программирования [27]. С вычислительной точки зрения удобнее перейти от лексиминной задачи максимизации по векторному критерию  $\varepsilon(j)$ , где  $\varepsilon_i(j) = (1 - (t_{ij} + s_{ij}))$ ,  $i = 2, 3, \dots, m$ , к лексимаксной задаче минимизации по векторному критерию  $\tau(j)$ , где  $\tau_i(j) = t_{ji} + s_{ji}$ ,  $i = 2, 3, \dots, m$ . Лексимаксный квазипорядок  $R^{\downarrow}$  определяется следующим образом:

$$aR^{\downarrow}b \Leftrightarrow (a_{(1)} < b_{(1)}) \vee (a_{(1)} = b_{(1)}, a_{(2)} < b_{(2)}) \vee \dots \vee (a_{(i)} = b_{(i)}, i = 1, 2, \dots, q-1, a_{(q)} < b_{(q)}) \vee (a_{\downarrow} = b_{\downarrow}),$$

где  $a_{\downarrow} = (a_{(1)}, a_{(2)}, \dots, a_{(q)})$  — вектор, полученный из вектора  $a = (a_1, a_2, \dots, a_q)$  перестановкой его компонент в порядке невозрастания. Пусть  $\tau^*(j)$  — лексимаксный минимум вектор-функции  $\tau(j)$  от переменной  $\lambda(j)$  на  $\Lambda(j)$ , т. е. верно  $\tau^*(j)R^{\downarrow}\tau(j)$  для всех  $\lambda(j) \in \Lambda(j)$ . Мп-оптимальной является альтернатива  $x^{j*}$ , для которой вектор  $\tau^*(j^*)$  является лексимаксным минимумом среди векторов  $\tau^*(j)$ , т. е. верно  $\tau^*(j^*)R^{\downarrow}\tau^*(j)$ ,  $j \in N$ .

Первая из упомянутой выше последовательности задач линейного программирования для нахождения  $\tau^*(j)$  для произвольного фиксированного номера  $j \in N$ , состоящая в минимизации  $\max\{\tau_2(j), \tau_3(j), \dots, \tau_m(j)\}$ , с использованием известного приема, основанного на введении дополнительной переменной, записывается следующим образом [27, 28]:

$$r_1 \rightarrow \min_{r_1, \{t_{ji}, s_{ji}\}} \quad (14)$$

при ограничениях (12), (13) и

$$r_1 \geq t_{ji} + s_{ji}, \quad i = 2, 3, \dots, m. \quad (15)$$

Пусть  $r_1^*$ ,  $\{t_{ji}^*, s_{ji}^*\}$  — решение этой задачи, так что  $r_1^*$  — минимальное значение  $r_1$ . Пусть далее  $M_1$  — совокупность номеров  $i$  таких, что  $r_1 = t_{ji} + s_{ji}$



и двойственная переменная соответствующего неравенства из формулы (15) отлична от нуля. Если  $M_1 = M' = \{2, 3, \dots, m\}$ , так что множество  $M_1$  содержит  $m_1 = m - 1$  чисел, то решение задачи нахождения  $\tau^*(j)$  получено:  $\tau^*(j) = (r_1^*, r_1^*, \dots, r_1^*)$ .

В противном случае, когда  $m_1 < m - 1$ , переходим ко второй задаче:

$$r_2 \rightarrow \min_{r_2, \{t_{ji}, s_{ji}\}}$$

при ограничениях (12) и

$$r_2 \geq t_{ji} + s_{ji}, \quad i \in M' \setminus M_1;$$

$$d_1^{jk} + \sum_{i \in M_1^>(d^{kj})} d_i^{jk} (\lambda_{i1}^- + t_{ji}^* \delta_i) + \sum_{i \in M_2^>(d^{kj})} d_i^{jk} (\lambda_{i1}^- + t_{ji} \delta_i) + \sum_{i \in M_1^<(\delta)} d_i^{jk} (\lambda_{i1}^+ - s_{ji}^* \delta_i) + \sum_{i \in M_2^<(\delta)} d_i^{jk} (\lambda_{i1}^+ - s_{ji} \delta_i) \geq 0, \quad k \in N, \quad k \neq j. \quad (16)$$

Здесь

$$\begin{aligned} M_1^>(d^{jk}) &= \{i \in M_1 | d_i^{jk} > 0\}, \\ M_1^<(d^{jk}) &= \{i \in M_1 | d_i^{jk} < 0\}, \\ M_2^>(d^{jk}) &= \{i \in M' \setminus M_1 | d_i^{jk} > 0\}, \\ M_2^<(d^{jk}) &= \{i \in M' \setminus M_1 | d_i^{jk} < 0\}. \end{aligned}$$

Пусть  $r_2^*, \{t_{ji}^*, s_{ji}^*\}$  — решение этой задачи, так что  $r_2^*$  — минимальное значение  $r_2$ . Пусть далее  $M_2$  — совокупность номеров  $i$  таких, что  $r_2 = t_{ji} + s_{ji}$  и двойственная переменная соответствующего неравенства из формулы (16) отлична от нуля. Если  $M_1 \cup M_2 = M'$ , то решение задачи нахождения  $\tau^*(j)$  получено: первые  $m_1$  компонент вектора  $\tau^*(j)$  равны  $r_1^*$ , а остальные равны  $r_2^*$ .

В противном случае переходим к третьей задаче, которая формулируется аналогично второй, и т. д.

**Пример 3.** В трехкритериальной задаче с  $Z = \text{Re}^3$  множество  $X$  состоит из трех альтернатив, значения критериев для которых приведены в табл. 3. Кортеж  $\lambda$  состоит из двух ИНЗ  $\lambda_{21} = (0,2; 2)$  и  $\lambda_{31} = (0,3; 1)$ .

Используя решающее правило (9), несложно убедиться в том, что нет пар векторных оценок, сравнимых по  $R^\lambda$ , так что все альтернативы недоминируемы по  $P^\lambda$  и  $N = \{1, 2, 3\}$ .

Запишем задачу (12)–(15) для  $j = 1$ , учтя, что  $\delta = (1,8; 0,7)$ ,  $d^{12} = (-1, 2, -1)$ ,  $d^{13} = (-6, 6, 1)$ :

$$r_1 \rightarrow \min_{r_1, t_{12}, s_{12}, t_{13}, s_{13}}$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} r_1 &\geq t_{12} + s_{12}, \quad r_1 \geq t_{13} + s_{13}, \\ t_{12} &\geq 0, \quad s_{12} \geq 0, \quad t_{13} \geq 0, \quad s_{13} \geq 0, \quad t_{12} + s_{12} \leq 1, \quad t_{13} + s_{13} \leq 1, \\ -1 + 2(0,2 + 1,8t_{12}) - (1 - 0,7s_{13}) &\geq 0, \\ -6 + 6(0,2 + 1,8t_{12}) + (0,3 + 0,7t_{13}) &\geq 0. \end{aligned}$$

Решив эту задачу с помощью любого пакета программ линейного программирования, например, MS Excel, получим:  $r_1^* = 0,391304$ ;  $t_{12}^* = 0,391304$ ;  $s_{12}^* = 0$ ;  $t_{13}^* = 0$ ;  $s_{13}^* = 0,391304$ , двойственные переменные для первых двух неравенств отличны от нуля. Поэтому  $M_1 = M' = \{2, 3\}$  и  $\tau^*(1) = (0,391; 0,391)$ .

Запишем задачу (12)–(15) для  $j = 2$ , учтя, что  $d^{21} = (1, -2, 1)$ ,  $d^{23} = (-5, 4, 2)$ :

$$r_1 \rightarrow \min_{r_1, t_{22}, s_{22}, t_{23}, s_{23}}$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} r_1 &\geq t_{22} + s_{22}, \quad r_1 \geq t_{23} + s_{23}, \\ t_{22} &\geq 0, \quad s_{22} \geq 0, \quad t_{23} \geq 0, \quad s_{23} \geq 0, \quad t_{22} + s_{22} \leq 1, \quad t_{23} + s_{23} \leq 1, \\ 1 - 2(2 - 1,8s_{22}) + (0,3 + 0,7t_{23}) &\geq 0, \\ -5 + 4(0,2 + 1,8t_{22}) + 2(0,3 + 0,7t_{23}) &\geq 0. \end{aligned}$$

Решение этой задачи:  $r_1^* = 0,900000$ ;  $t_{22}^* = 0,325000$ ;  $s_{22}^* = 0,575000$ ;  $t_{23}^* = 0,900000$ ;  $s_{23}^* = 0$ , двойственные оценки для первых двух неравенств отличны от нуля. Поэтому  $M_1 = M' = \{2, 3\}$  и  $\tau^*(1) = (0,9; 0,9)$ .

Запишем задачу (12)–(15) для  $j = 3$ , учтя, что  $d^{31} = (6, -6, -1)$ ,  $d^{32} = (5, -4, -2)$ :

$$r_1 \rightarrow \min_{r_1, t_{32}, s_{32}, t_{33}, s_{33}}$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} r_1 &\geq t_{32} + s_{32}, \quad r_1 \geq t_{33} + s_{33}, \\ t_{32} &\geq 0, \quad s_{32} \geq 0, \quad t_{33} \geq 0, \quad s_{33} \geq 0, \quad t_{32} + s_{32} \leq 1, \quad t_{33} + s_{33} \leq 1, \\ 6 - 6(2 - 1,8s_{32}) - (1 - 0,73s_{33}) &\geq 0, \\ 5 - 4(2 - 1,8s_{32}) - 2(1 - 0,7s_{33}) &\geq 0. \end{aligned}$$

Решение этой задачи:  $r_1^* = 0,608696$ ;  $t_{32}^* = 0$ ;  $s_{32}^* = 0,608696$ ;  $t_{33}^* = 0$ ;  $s_{33}^* = 0,608696$ , двойственные оценки для первых двух неравенств отличны от нуля. Поэтому  $M_1 = M' = \{2, 3\}$  и  $\tau^*(1) = (0,608; 0,608)$ .

Таблица 3

Значения критериев для альтернатив

Альтернативы $x^j$	$x^1$	$x^2$	$x^3$
Значения критерия $f_1(x^j) = y_1^j$	1	2	7
Значения критерия $f_2(x^j) = y_2^j$	10	8	4
Значения критерия $f_3(x^j) = y_3^j$	5	6	4

Поскольку  $\tau_{(1)}^*(1) = 0,391 < \tau_{(1)}^*(2) = 0,9$  и  $\tau_{(1)}^*(1) = 0,391 < \tau_{(1)}^*(3) = 0,608$ , то мп-оптимальной следует считать альтернативу  $x^1$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Развит подход к определению понятия согласительного решения задачи выбора для случая параметрической модели предпочтений: предложено выбирать максимально правдоподобно оптимальную альтернативу — наиболее вероятную при равновозможных допустимых значениях параметров. Указаны пути выделения таких альтернатив, конкретизированные в виде методов для нескольких параметрических моделей многокритериальных предпочтений, основанных на функциях ценности и отношениях предпочтения.

Применение полученных результатов представляется эффективным для анализа многокритериальных задач выбора с небольшим числом альтернатив, в частности, при использовании интерактивных процедур их решения.

Автор признателен анонимным рецензентам за конструктивные замечания, направленные на улучшение изложения материала.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Подиновский В.В. Анализ решений при множественных оценках коэффициентов важности критериев и вероятностей значений неопределенных факторов в целевой функции // Автоматика и телемеханика. — 2004. — № 11. — С. 141–159.
2. Fishburn P.C., Gehrlein W.A. Comparative analysis of methods for constructing weak order from partial order // Journal of mathematical sociology. — 1975. — Vol. 4. — P. 93–102.
3. Danielson M., Ekenberg L. Using surrogate weights for handling preference strength in multi-criteria decisions // In: Kamiński B., Kersten G., Szapiro T. (Eds.). Outlooks and insights on group decision and negotiation. — Springer, 2015. — P. 107–118.
4. Подиновский В.В. Согласительные решения многокритериальных задач выбора // Информационные технологии в науке, образовании и управлении: материалы Международной конференции ИТ + S & E`16 (Гурзуф, 22.05.–01.06.2016 г.) / Под ред. Е.Л. Глориозова. — М.: ИНИТ, 2016. — С. 117–123.
5. Edwards W., Barron H.F. SMARTS and SMARTER: improved simple methods for multiattribute utility measurement // Organizational behavior and human decision processes. — 1994. — Vol. 60. — P. 306–325.
6. Dawes R.D., Corrigan B. Linear models in decision making // Psychological bulletin. — 1974. — Vol. 81. — P. 95–106.
7. Roszkowska E. Rank ordering criteria weighting methods — a comparative overview // Optimum: studia ekonomiczne. — 2013. — Vol. 65. — № 5 (65). — P. 14–33.
8. Stillwell W.G., Seaver D.A., Edwards W. A comparison of weight approximation techniques in multiattribute utility decision-making // Organizational behavior and human performance. — 1981. — Vol. 28. — P. 62–77.
9. Solymosi T., Dompi J. Method for determining the weights of criteria: the centralized weights // European journal of operational research. — 1985. — Vol. 26. — P. 35–41.
10. Barron F.J. Selecting a best multiattribute alternative with partial information about attribute weights // Acta psychologica. — 1992. — Vol. 80. — P. 91–103.
11. Barron F.J., Barret B.E. Decision quality using ranked attribute weights // Management science. — 1996. — Vol. 42. — P. 1515–1523.
12. Льюс Р.Д., Райфа Х. Игры и решения. Введение и критический обзор / Пер. с англ. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961.
13. Belton V., Stewart T.J. Multiple criteria decision analysis. An integrated approach. — Boston: Cluwer, 2003.
14. Roberts R., Goodwin P. Weight approximations in multi-attribute decision models // Journal of multi-criteria decision analysis // Optimization, learning, and decision support. — 2002. — Vol. 11. — P. 291–303.
15. Danielson M., Ekenberg L., He Y. Augmenting ordinal methods of attribute weight approximation // Decision analysis. — 2014. — Vol. 11. — P. 21–26.
16. Подиновский В.В. Потенциальная оптимальность в многокритериальной оптимизации // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2014. — № 3. — С. 429–438.
17. Rios-Insua D., French S. A framework for sensitivity analysis in discrete multi-objective decision-making // European journal of operational research. — 1991. — Vol. 54. — P. 176–190.
18. Eum Y.S., Park K.S., Kim S.H. Establishing dominance and potential optimality in multi-criteria analysis with imprecise weight and value // Computer and operations research. — 2001. — Vol. 28. — P. 397–409.
19. Подиновский В.В. Анализ устойчивости результатов выбора при частичном отношении предпочтения // Искусственный интеллект и принятие решений. — 2009. — № 4. — С. 45–52.
20. Podinovski V.V. Sensitivity analysis for choice problems with partial preference relations // European journal of operational research. — 2012. — № 1. — P. 198–204.
21. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. — М: Наука, 1982.
22. Nikaido H. Convex structures and economic theory. — N.-Y.: Academic Press, 1968.
23. Подиновский В.В. Параметрическая важность критериев и интервалы неопределенности замещений в анализе многокритериальных задач // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2008. — № 11. — С. 1979–1998.
24. Levanon Y., Passy U. The indifference band in multiple criteria decision problems // Omega. — 1980. — Vol. 8. — P. 647–654.
25. Подиновский В.В. Многокритериальные задачи с однородными равноценными критериями // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1975. — № 2. — С. 330–344.
26. Vilkas E. An axiomatic definition of the leximin // European journal of political economy. — 1986. — Vol. 2/4. — P. 455–463.
27. Подиновский В.В. Задача оценивания коэффициентов важности как симметрически-лексикографическая задача оптимизации // Автоматика и телемеханика. — 2003. — № 3. — С. 150–162.
28. Podinovski V.V. Interval articulation of superiority and precise elicitation of priorities // European journal of operational research. — 2007. — Vol. 180. — P. 406–417.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Ф.Т. Алескеровым.

Подиновский Владислав Владимирович — д-р техн. наук, профессор, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», г. Москва, ✉ podinovski@mail.ru.

# ОПТИМАЛЬНЫЙ МЕХАНИЗМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТА В ИНТЕГРИРОВАННОЙ СИЛЬНОСВЯЗАННОЙ СИСТЕМЕ АНОНИМНЫХ АГЕНТОВ С ТРАНСФЕРАБЕЛЬНОЙ ПОЛЕЗНОСТЬЮ

М.И. Гераськин

Рассмотрена проблема разработки оптимального по критерию агрегированной полезности механизма распределения эффекта в сильносвязанной системе агентов, допускающей трансфер полезности в виде прибыли агентов. Для интегрированной системы агентов с комплементарными функциями спроса получены условия положительного агрегированного эффекта и предложен вид оптимального механизма, удовлетворяющий условиям работоспособности, сбалансированности и совместимости со стимулами. Численное моделирование механизма для системы «ритейлер — банк — страховщик» подтвердило его устойчивость к стратегическому поведению агентов.

**Ключевые слова:** механизм распределения, сильносвязанная система, анонимный агент, агрегированная полезность, комплементарный спрос, трансферабельная полезность, равновесие Нэша, ритейлер, банк, страховщик.

## ВВЕДЕНИЕ. ОПИСАНИЕ ПРОБЛЕМЫ

Сильносвязанные организационно-экономические системы формируются либо под действием субъективных факторов власти и собственности, например, в результате аффилирования одних юридических (физических) лиц с другими в силу распоряжения контрольным пакетом акций либо под действием объективных факторов превалирующей экономической активности одних агентов по сравнению с другими. Типичная микроэкономическая проблема, иллюстрирующая неоднородность агентов по уровню экономической активности, заключается в согласовании интересов агентов в интегрированных системах с *комплементарным (дополняющим) спросом*, возникающим в случае обусловленности потребности покупателя в одном товаре фактом приобретения другого товара.

Агенты, товары которых инициируют спрос на товары других агентов, характеризуются преобладающей экономической активностью, однако для конкретных товаров зачастую наблюдается эффект взаимодополнения спроса, поэтому как любой из агентов, так и ассоциация агентов в случае аффи-

лирования может иметь статус метаагента, которому другие агенты могут делегировать право перераспределения (трансфера) эффекта интеграции в системе. Статус метаагента реализуется в форме обладания информацией об истинных функциях полезности или значениях полезностей других агентов, а также в виде права выбора механизма распределения эффекта интеграции агрегированной полезности системы, вследствие чего полезности агентов в этом случае можно считать *трансферабельными*.

Прикладная модель сильносвязанной системы с комплементарным спросом разработана для системы «ритейлер — банк — страховщик» (рис. 1) [1], образование которой предопределено несколькими факторами. Рынки розничной продажи товаров бытовой техники, кредитных и страховых продуктов представляют собой рынки монополистической конкуренции, на которых конкурирующие агенты-продавцы сталкиваются с убывающими функциями спроса. Розничные торговые сети (ритейлеры), реализующие дорогостоящие товары длительного пользования и не первой необходимости, ориентированы на интеграцию с кредитными ор-

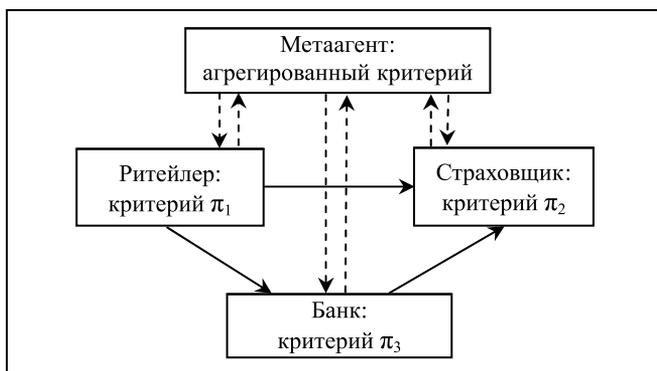


Рис. 1. Схема сильносвязанной интегрированной системы; обозначения: функциональные связи (—→), финансовые потоки (---→),  $\pi_1$ ,  $\pi_2$ ,  $\pi_3$  — прибыли агентов

ганизациями, обеспечивающими расширение платежеспособного спроса, которые, в свою очередь, озабочены расширением спроса на долгосрочные и дорогостоящие кредитные продукты. Поскольку товарные кредиты, как правило, необеспеченные и высокорисковые, в интегрированную систему для снижения кредитного риска вовлекаются страховщики, которые также заинтересованы в интенсификации сбыта на услуги, гарантирующие стабильность будущих потоков страховых премий. Рассматриваемая система сильносвязанная, поскольку полезности (прибыли) агентов функционально связаны одним параметром управления — объемом кредитного товарооборота ритейлера, равном объему кредитования банка и объему страхования страховщика.

Снижение цены товара ритейлера по кривой его рыночного спроса приводит к росту объема продаж и, опосредованно, к повышению объемов кредитования и страхования; в свою очередь, удешевление кредитов и страховых продуктов способствует повышению спроса на товары ритейлера, поэтому проявляется эффект взаимодополнения. Следовательно, агенты мотивированы к интеграции, равновесие в которой достигается путем перераспределения оптимумов их прибыли в виде различных комиссий, скидок и наценок, что подтверждает трансферабельность полезности в данной системе.

Отметим, что согласование интересов агентов путем оптимального перераспределения объемов продаж в данном случае невозможно, поскольку реальный объем кредитного товарооборота ритейлера определяется его оптимумом на кривой спроса конечного покупателя, который вследствие этого становится потребителем услуг банка и страховщика.

Аналогичные модели интеграции адекватны в ряде микроэкономических систем, формирую-

щихся для расширения спроса на рынках монополистической конкуренции: система «ритейлер — поставщик — трансакгентство», отражающая взаимодействия сбытовой и логистической сетей розничных продавцов продовольственных и непродовольственных товаров; система «застройщик — риэлтор — банк — страховщик», формализующая экономические отношения на рынке жилья; система «автопроизводитель — автодилер — банк — страховщик», образующаяся в целях развития автомобильного рынка, и др.

Таким образом, рассматриваемые системы экономических агентов характеризуются, прежде всего, взаимозависимостью полезностей агентов, получаемых в результате равновесных действий, поскольку при выходе из системы любого агента спрос на продукты остальных снижается. Следовательно, уменьшается суммарная полезность системы. Далее, как следствие, высокой степенью интеграции, допускающей трансфер полезности путем перераспределения прибыли при выборе равновесного по Нэшу вектора действий (объемов продаж). Наконец, попарной противоречивостью интересов агентов, предопределяющей их некооперативное поведение, поскольку индивидуальные оптимумы агентов в общем случае не совпадают как между собой, так и с равновесным вектором действий. В связи с этим рассмотрим основные результаты теории активных систем (см. обзор [2]) и теории контрактов (см. обзор [3]), касающиеся некооперативных равновесий в мультиагентных системах на основе различных агрегированных критериев.

Основным объектом исследования стала модель, в первую очередь, иерархической системы, структурированной по вертикали «центр — агент», в которой механизм распределения оптимизируется по критерию эффективности центра, отождествляемому с критерием системы [4], при условии индивидуальной рациональности агентов<sup>1</sup>, соответствующему условию согласованности [5]; а также системы слабо связанных агентов (слабосвязанной системы<sup>2</sup>), полезности которых взаимонезависимы, вследствие чего критерием эффективности системы могут быть аддитивная (утилитарная) или максиминная (эгалитарная) функции полезности.

Исследования модели слабосвязанной иерархической системы позволили получить ряд механизмов распределения и выявить их свойства:

<sup>1</sup> Индивидуальная рациональность — это свойство механизма, при котором полезность агента после распределения ресурса в системе не ниже любой альтернативы вне системы.

<sup>2</sup> Слабосвязанная система — это система, в которой функции затрат агентов зависят только от их собственных действий (сепарабельные затраты), следовательно, сепарабельны их функции полезности.



— разработан конкурсный механизм при бескоалиционном [6] и коалиционном [7] взаимодействиях агентов, оптимальный по критерию аддитивной функции полезности;

— для механизма последовательного распределения ресурса (МППР) [8] доказано [9], что свойства неманипулируемости<sup>3</sup>, эффективности по Парето<sup>4</sup> и монотонности в группах<sup>5</sup> присущи совместно только МППР, который, как показано [10], эквивалентен механизмам прямых и обратных приоритетов;

— показано [11], что существует единственный анонимный<sup>6</sup> МППР, обобщенно [12] определяющий распределенную полезность как минимум значений типа агента и среднего нераспределенного остатка полезности; в системе агентов с приоритетами<sup>7</sup> разработаны МППР с учетом приоритетов (прямых, обратных) на основе медианного многокритериального выбора [13], в общем случае не эффективного по Парето, однако разработаны механизмы анонимных симметричных коалиций [14], в частных случаях эффективные по Парето;

— анализ механизмов перераспределения полезности в виде штрафных и стимулирующих функций [15, 16] показал оптимальность компенсаторных механизмов в слабосвязанных иерархических системах;

— в указанных системах для максиминной функции полезности центра решена [17] задача согласованного распределения денежных потоков в двухуровневых региональных системах предприятий; для аддитивной функции полезности центра исследована [18] задача распределения ресурсов между подразделениями банков.

Оптимальные принципы распределения полезности в слабосвязанных системах нашли применение в модели сильно связанных (*strongly connected*) агентов (*сильносвязанная* система). В сильносвязанных системах полезности агентов несепара-

бельны, следовательно, оптимальный выбор их состояний зависит от действий других агентов, в виду чего агрегат полезности системы может быть представлен в виде какой-либо несепарабельной функции [19].

В общей модели сильносвязанной иерархической системы показана [20, 21] индивидуальная рациональность и эффективность по Парето квази-компенсаторного механизма стимулирования, согласно которому распределенная между агентами полезность не ниже их индивидуальной полезности, достигаемой в случае выбора действий, оптимальных по критерию центра. Прикладные аспекты для моделей сильносвязанных *неиерархических* систем, организованных по горизонтальному принципу, исследовались в задаче распределения производственной мощности между вертикально интегрированными предприятиями [22], в задаче распределения инвестиционных ресурсов между взаимозависимыми проектами на основе МППР [23], оптимального по критерию взвешенной аддитивной функции полезности, реализованного в виде модели сетевого планирования [24]; в задаче распределения ресурсов между инновационными проектами исследовались механизмы распределения на основе минимаксной скаляризации вектора критериев агентов [25].

Несепарабельная функция полезности в виде мультипликативной модели была принята в качестве критерия выбора единственного решения кооперативной игры распределения аддитивной полезности с учетом возможности трансфера полезности между агентами [26]. Также при условии трансферабельности полезности мультипликативный критерий полезности применялся для нахождения равновесного вектора цен в товарообмене [27]; исследовалась мультипликация параметров роста агентов как критерий кооперативного распределения суммарного фактора роста агентов [28]. Ограниченность применения мультипликативной полезности в некооперативных моделях сильносвязанных неиерархических систем обусловлена тем, что соответствующие этим моделям рыночные структуры олигополии или монополистической конкуренции приводят к трансферу полезности не прямо, а опосредованно, через изменение действий агентов.

Гипотеза трансферабельности полезности на практике адекватна, в частности, для торговых сетей [29, 30], в которых при этом условии достигается эффективное по Парето и равновесное по Нэшу распределение. В моделях систем с трансферабельной полезностью исследовались аукционные механизмы распределения на основе упорядочения агентов по типу, для которых разработаны итерационные процедуры и экспериментально подтверждена эффективность по Парето [31], а

<sup>3</sup> Неманипулируемость (совместимость со стимулами) — это свойство механизма распределения, при котором по критерию индивидуальной рациональности каждый агент сообщает достоверную информацию о своем типе.

<sup>4</sup> Эффективность по Парето в данном случае означает, что при дефиците ресурс должен полностью распределяться между агентами.

<sup>5</sup> Монотонность в группах — это свойство механизма, при котором увеличение ресурса, распределяемого между группой агентов, не приводит к уменьшению ресурса, получаемого каждым агентом группы.

<sup>6</sup> Анонимность — свойство системы, при котором агенты максимизируют индивидуальную полезность, т. е. перестановка агентов не влияет на результат распределения, зависящего только от параметров типа агентов.

<sup>7</sup> Приоритетность агентов — свойство системы, при котором агенты не только максимизируют индивидуальную полезность, но и накладываются ограничения на структуру распределения полезности.

также аналитически показана [32, 33] неединственность равновесия Нэша; рассматривались механизмы распределения, пропорционального типам агентов, для которых на основе скалярной (аддитивной) параметризации вектора критериев агентов показано [34, 35] существование равновесия Нэша и исследована [36] динамическая устойчивость равновесия, не являющегося эффективным по Парето.

Поскольку рассматриваемые системы с элементарным спросом относятся к классу сильно-связанных неиерархических систем с трансферабельной полезностью, то актуальной представляется проблема разработки оптимальных по критерию мультипликативной полезности механизмов распределения, которые при определенных условиях равновесны по Нэшу (неманипулируемы, совместимы со стимулами) и эффективны по Парето. Перспективным подходом к конструированию механизмов распределения видится представление задачи распределения полезности как задачи многокритериального выбора, исследованной на основе аддитивного агрегирования полезностей агентов для случаев нетрансферабельной полезности [37] и трансферабельной полезности [38].

В настоящей статье применительно к сильно-связанным неиерархическим системам предлагается искать агрегат полезности системы в виде мультипликативной функции полезностей агентов, адекватно отражающей взаимозависимость их действий, поскольку в отличие, например, от аддитивной модели, рост полезности одного агента приводит к росту агрегата только при условии увеличения полезности других агентов, и наоборот. В таком случае, как будет показано далее, эффективным по Парето является квазикомпенсаторный механизм распределения; затем для полученного механизма предполагается показать существование некооперативного равновесия Нэша, обосновывающее его неманипулируемость. В дальнейшем рассматривается модель анонимных агентов, цель которых состоит в максимизации индивидуальной полезности в результате распределения, поскольку статус метаагента как инициатора интеграции не предусматривает специфического приоритета; несоблюдение условия анонимности возможно в случае поведения агентов, основанного на информационной рефлексии, не учитываемой в представленных ниже моделях.

## 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ

Рассмотрим систему анонимных агентов, проиндексированных  $k \in K$ , в виде двух конфигураций, определяемых наличием или отсутствием интеграции. Первая из них — конфигурация неинтегрированных агентов, из которых  $k$ -й агент

выбирает оптимальный объем продаж  $Q_{k(0)}$  из допустимой области  $A_{Q_k} = \{Q_k \in R_+^k, k \in K\}$ , максимизируя функцию своей прибыли независимо от поведения других агентов, и получает в результате максимальную прибыль, обозначаемую  $\pi_{k(0)}$ :

$$Q_{k(0)} = \text{Arg max}_{Q_k \in A_{Q_k}} \pi_k(Q_k), \quad k \in K. \quad (1)$$

В дальнейшем обозначим множество агентов символом  $K$ , а число элементов этого множества — символом  $k$ .

Введем предположения, обоснованные в § 2: функции  $\pi_k(Q_k)$ ,  $k \in K$  дважды непрерывно-дифференцируемы при  $Q_k > 0$ , строго вогнуты и унимодальны, причем  $\pi_k(0) = 0$ . Рассмотрим далее попарное взаимодействие агентов, предполагая, что в каждой паре инициатор спроса совпадает с метаагентом, например, в паре «ритейлер — банк» метаагентом выступает ритейлер, а в паре «банк — страховщик» — банк. Обозначим метаагента символом  $l \in K$ , окружение символом «- $l$ » и положим прибыль окружения при отсутствии интеграции равной нулю:  $\pi_{-l(0)} = 0$ ; другими словами, абстрагируемся от продаж окружения вне интегрированной системы ( $Q_{-l(0)} = 0$ ).

Вторая конфигурация — это система интегрированных агентов, связанных единым бизнес-процессом продаж элементарных товаров. При этом метаагент определяет оптимум по критерию (1), а агенты окружения выбирают условный оптимум продаж, *не превышающий* оптимум  $l$ -го агента  $Q_{-l} \leq Q_l^*$ ,  $l \in K$  в соответствующих измерителях, т. е. из множества  $A_{Q_{k \setminus l}} = \{Q_k \in R_+^k, Q_k \leq Q_l^*, k \in K \setminus l\}$  по критерию

$$Q_k^* = \text{Arg max}_{Q_k \in A_{Q_{k \setminus l}}} \pi_k(Q_k), \quad k \in K \setminus l. \quad (2)$$

Максимальную прибыль агентов во второй конфигурации обозначим  $\pi_k^* = \pi_k(Q_k^*)$ ,  $k \in K$ , причем оптимум  $l$ -го агента определяется из критерия (1), но в общем случае отличен от оптимума  $Q_{l(0)}$  и соответствующей прибыли  $\pi_{l(0)}$  вне интеграции,  $\pi_l^* = \pi_l(Q_l^*) \neq \pi_{l(0)}(Q_{l(0)})$ , поскольку в интегрированной системе функции спроса на все товары сдвигаются вправо (из положения  $p_{(0)}$ , показанного на рис. 2 штрихпунктирной линией, в положение  $p_{(1)}$ ).

Концепция взаимодействий агентов в интегрированной системе основана на взаимосвязи действий агентов через элементарные функции спроса, приводящей к различным взаимным рыночным положениям метаагента и окружения.



Первое положение, которое обозначим  $n = 1$  и будем называть *доминированием метаагента*, (показано сплошными линиями на рис. 2). Оно характерно тем, что безусловный оптимум (обозначен точкой  $M_{-l(1)}$ ) окружения по модели (1) больше оптимума метаагента  $Q_{-l(1)}^{\max} > Q_{l(1)}^*$ , поэтому окружение по модели (2) выбирает условный оптимум, следуя стратегии метаагента  $Q_{-l(1)}^* = Q_{l(1)}^*$  (обозначен точкой  $L_{-l(1)}$ ), например, банк кредитует всех покупателей ритейлера, страховщик страхует все кредиты. Это положение реализуется при одновременном соблюдении двух условий:

- эластичность спроса на продукты окружения превышает эластичность спроса на товары метаагента, в частности, при большей эластичности спроса на комплементарные кредитные и страховые продукты, стоящие на низших уровнях иерархии потребностей населения по сравнению с бытовыми товарами;

- предельные издержки агентов окружения относительно невысоки.

Во втором положении, которое обозначим  $n = 2$  и будем называть *доминированием окружения* (показано штриховыми линиями), оптимум окружения (обозначен точкой  $M_{-l(2)}$ ) меньше оптимума метаагента  $Q_{-l(2)}^* > Q_{l(1)}^*$ , что в силу комплементарности спроса приводит к сдвигу кривой спроса метаагента в положение  $p_{l(2)}$ , вследствие чего его оптимум сокращается до  $Q_{l(2)}^*$ , а прибыль снижается до  $\pi_{l(2)}^*$ .

Окружение в результате выбирает по критерию (2) условный оптимум  $Q_{-l(2)}^* \leq Q_{l(2)}^*$ , т. е. его прибыль в случае соответствующей компенсации при распределении эффекта может снизиться до  $\pi_{-l(2)}^*$  в точке  $L_{-l(2)}$ . Другой вариант реализуется, если, несмотря на высокоэластичный спрос, издержки агентов окружения относительно высоки, в частности, банки и страховщики могут отклонять некоторые заявки на кредитные и страховые продукты при высоком уровне риска. Более строгий анализ взаимных рыночных положений будет проведен далее (см. утверждение 1).

Определим эффект  $\Phi$  интеграции агентов как превышение суммарной прибыли интегрированных агентов над их прибылью вне интеграции. В результате взаимозависимости оптимумов агентов в интегрированной системе возникает конфликт интересов метаагента и окружения, экономически проявляющийся либо в потере прибыли окружения, так как в первом положении  $\pi_{-l(1)}^* \leq \pi_{-l(1)}^{\max}$ , либо в недополучении полезности всеми агентами из-за снижения эффекта интеграции с уровня  $\Phi_{(1)}$

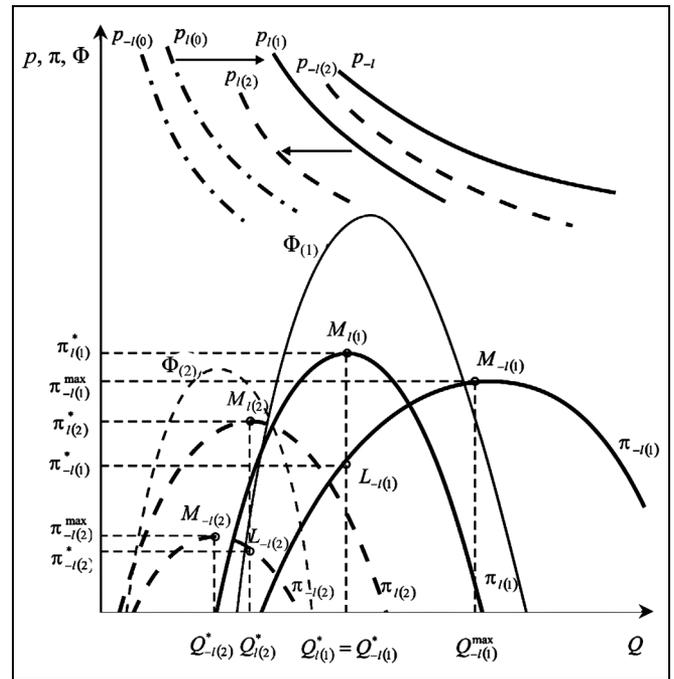


Рис. 2. Концепция взаимодействий в интегрированной системе

до уровня  $\Phi_{(2)}$  во втором положении, если окружение придерживается индивидуальных оптимумов, а не оптимума метаагента. Формализуем эту взаимозависимость оптимумов агентов как функцию эффекта интеграции от вектора действий агентов:

$$\Phi(Q^*) = \sum_{k \in K} \pi_k^*(Q_k^*) - \sum_{k \in K} \pi_{k(0)}. \quad (3)$$

Полезность агентов в дальнейшем полагается равной сумме прибыли неинтегрированных агентов и распределенного эффекта интеграции:

$$\pi_k(x_k) = \pi_{k(0)} + x_k, \quad k \in K, \quad (4)$$

где  $x_k$  — распределяемая в пользу  $k$ -го агента часть эффекта из множества допустимых распределений

$$A_X = \left\{ X = \{x_k, k \in K\}: \sum_{k \in K} x_k \leq \Phi(Q_k^*), X \in R_+^k \right\}.$$

Сформулируем многокритериальную задачу оптимального распределения эффекта интеграции:

$$X^* = \text{Arg max}_{X \in A_X} \{\pi_k(x_k), k \in K\}. \quad (5)$$

Для рассматриваемой сильносвязанной системы при трансферабельной полезности с учетом принципов смешанного проектного финансирования [39] допустима редукция многокритериальной задачи (5) к скалярной оптимизационной задаче путем введения агрегированной функции полезности в виде произведения относительных откло-

нений полезности агентов от значений прибыли агентов при их индивидуальных оптимумах. Определим относительные отклонения полезности агентов от максимальных значений прибыли в нормализованном виде:

$$\tilde{\pi}(x_k) = \frac{\pi(x_k) - \pi_k^{\max}}{\pi_k^{\min} - \pi_k^{\max}}, \quad k \in K, \quad (6)$$

где  $\tilde{\pi}(x_k)$  — нормализованное значение полезности  $k$ -го агента; индексами «max» и «min» обозначены соответственно максимальные и минимальные значения прибыли агентов:

$$\pi_k^{\max} = \max_{Q_k \in A_{Q_k}} \pi_k(Q_k), \quad \pi_k^{\min} = \min_{j \in K \setminus k} \pi_k(Q_j^*), \quad k \in K. \quad (7)$$

Значение  $\pi_k^{\max}$  в выражении (7) соответствует оптимуму (1) для функций спроса в интегрированной системе, а значение  $\pi_k^{\min}$  определено как минимальное значение прибыли  $k$ -го агента из достигаемых при оптимумах остальных агентов с целью обеспечить единый диапазон изменения  $\tilde{\pi}(x_k) \in [0, 1]$ ,  $k \in K$  [40]. С учетом формулы (6) представим задачу (5) в виде:

$$X^* = \text{Arg min}_{X \in A_X} \prod_{k \in K} \tilde{\pi}_k(x_k). \quad (8)$$

Критерий в задаче (8) представляет собой агрегированную функцию полезности системы, причем, поскольку компоненты частных критериев агентов входят в нормализованной форме (6), то удовлетворяющее задаче (8) распределение эффекта обеспечивает [40, 41] максимальную эффективность решения многокритериальной задачи (5) по принципу минимакса

$$\tilde{\pi}^*(X^*) = \min_{X \in A_X} \max_{k \in K} \tilde{\pi}_k(x_k),$$

что соответствует, как показано в работе [41], Парето-эффективности.

Механизм распределения

$$x_k^* = \frac{1}{\kappa} \left( \Phi(Q_k^*) - (\kappa - 1)(\pi_{0k} - \pi_k^{\max}) + \sum_{i \in K \setminus k} (\pi_{0i} - \pi_i^{\max}) \right), \quad k \in K, \quad (9)$$

как было показано в работе [1], является решением задачи (8).

Механизм распределения должен удовлетворять, прежде всего, условию работоспособности, при котором в результате распределения эффекта

интеграции все агенты получают неотрицательные значения прибыли, а метаагент — неотрицательный прирост прибыли по сравнению с состоянием вне интеграции:

$$\pi_k(x_k^*) \geq \pi_{k(0)}, \quad k \in K. \quad (10)$$

Работоспособность выражает принцип индивидуальной рациональности агентов при переходе от конфигурации неинтегрированной системы к интегрированной конфигурации и обеспечивает практическую реализуемость механизма, поскольку отрицательные значения (или прирост для метаагента) прибыли приведут к дезинтеграции. Далее, должно выполняться условие сбалансированности, при котором эффект интеграции в полном объеме распределяется между агентами:

$$\sum_{k \in K} x_k^* = \Phi(Q_k^*). \quad (11)$$

Условие сбалансированности следует из Парето-эффективности механизма (9), однако при некоторых модернизациях механизма оно может нарушаться, поэтому необходимо контролировать отсутствие нераспределенного остатка эффекта. Наконец, потребуем неманипулируемость [37] как частный случай совместимости механизма со стимулами [42], понимая под неманипулируемостью невозможность для любого агента увеличить полезность путем искажения сообщаемой информации:

$$\exists k \in K : \pi_k(\hat{\rho}_k, x_k) > \pi_k(\rho_k, x_k^*), \quad (12)$$

где  $\rho_k$  и  $\hat{\rho}_k$  — истинные и сообщаемые значения параметров типа агентов. Соответствующие (12) сообщения агентов будем искать в виде равновесия Нэша.

## 2. УСЛОВИЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНОГО ЭФФЕКТА ИНТЕГРАЦИИ

Покажем, что множество допустимых распределений эффекта  $A_X$  не пусто, т. е. интегрированная система агентов при определенных условиях генерирует положительный эффект  $\Phi(Q_k^*) > 0$ . Сделаем предположения относительно функций цен и издержек агентов:

— агенты действуют на рынках монополистической конкуренции, что обуславливает убывающие кривые спроса, моделируемые в виде степенных функций цен («обратных функций спроса»)

$$p_{k(n)} = a_{k(n)} Q_k^{b_{k(n)}}, \quad a_{k(n)} > 0, \quad b_{k(n)} < 0, \quad |b_{k(n)}| < 1, \quad k \in K, \quad n = 0, 1, 2, \quad (13)$$



где  $p_{k(n)}$  — цена товара  $k$ -го агента,  $a_{k(n)}$ ,  $b_{k(n)}$  — коэффициенты<sup>8</sup> функций цен для  $n$ -го варианта организации системы ( $n = 0$  — отсутствие интеграции,  $n = 1$  — интегрированная система при  $Q_{-l(1)}^* = Q_{l(1)}^*$ ,  $l \in K$ ,  $n = 2$  — интегрированная система при  $Q_{-l(1)}^* < Q_{l(1)}^*$ ,  $l \in K$ );

— рост продаж происходит при постоянной отдаче от расширения масштаба, т. е. предельные издержки агентов постоянны  $c_k = \text{const}$ ,  $k \in K$ , а также агенты несут рисковые издержки  $\rho_k = \text{const}$ ,  $k \in K$ , и издержки на интеграцию  $u_k = \text{const}$ ,  $k \in K$ ; рисковые издержки характеризуют долю вероятных потерь средней выручки агента от цены товара и для ритейлера имеют смысл просроченной задолженности банка по кредитам на проданные товары, для банка соответствуют просроченной задолженности по выданным кредитам, учитываемой коэффициентом дисконтирования, а для страховщика отражают выплаты по страховым случаям, учитываемые вероятностью их наступления; интеграционные издержки при  $u_k > 0$ ,  $k \in K$ , интерпретируются как ценовые скидки или комиссии в пользу агентов с большей экономической активностью, а в случае  $u_k < 0$ ,  $k \in K$ , наоборот, представляют собой доход более активного агента как трансфер в виде ценовых надбавок или комиссий от других агентов за участие в интегрированной системе;

— в системе комплементарный спрос, и, считая объемы продаж всех агентов выраженными в одном измерителе, предположим, что объем продаж метаагента через коэффициент его функции спроса зависит от объема продаж окружения в виде (взаимосвязью спроса на товары окружения пренебрегаем):

$$a_l = \alpha_{lk} a_{l0} Q_k^*, \quad k \in K \setminus l, \quad \alpha_{lk} = \begin{cases} \alpha_{lk(1)}, & n = 1, \\ \alpha_{lk(2)}, & n = 2, \end{cases} \quad (14)$$

где  $\alpha_{lk}$  имеет смысл коэффициента взаимодополнения  $k$ -го и  $l$ -го товаров,  $\alpha_{lk(1)} > \alpha_{lk(2)} > 0$  — постоянные; эффект взаимодополнения выражается в том, что для ритейлера рост объема кредитования при низкой процентной ставке ( $n = 1$ ) приводит к опережающему росту товарооборота, а при высокой процентной ставке ( $n = 2$ ) — к замедленному

<sup>8</sup> Коэффициент  $|b_k|^{-1}$  характеризует эластичность спроса; коэффициент  $a_k$  имеет смысл мощности спроса, поскольку из функции спроса  $Q_k = a_k^{-1/b_k} p_k^{1/b_k}$ , обратной функции (13), следует, что  $a_k$  равен объему спроса за одну денежную единицу при единичной эластичности.

росту товарооборота; другими словами, в кусочно-постоянной модели  $\alpha_{lk}$  упрощенно выражено свойство роста эффекта взаимодополнения при уменьшении цены комплемента.

Базируясь на этих предположениях, представим модели выбора оптимальных действий агентами системы в виде:

$$\begin{cases} Q_k^* = \text{Arg max}_{Q \in A_{Q_k}} \pi_k(Q_k), \\ \pi_k(Q_k) = \bar{p}_{k(n)} Q_k^{b_{k(n)} + 1} - c_k Q_k, \quad k \in K, \end{cases} \quad (15)$$

где введено обозначение<sup>9</sup>  $\bar{p}_k = a_k - u_k - \rho_k > 0$ ,  $k \in K$ . Критерии агентов (15), очевидно, строго вогнуты, дважды непрерывно дифференцируемы, и оптимумы агентов конечны, т. е. решения задач (15) являются внутренними. Сформулируем условия эффективности интеграции

**Утверждение 1.** При условиях

$$\bar{p}_{k(n)} > 0, \quad k \in K, \quad n = 1, 2, \quad (16)$$

$$\varphi_{-l} + \varphi_l > 0, \quad (17)$$

$$\left\{ \varphi_{-l} > 0 \wedge \left[ \frac{\bar{p}_k}{c_k} - \frac{\bar{p}_l}{c_l} (b_{l(1)} + 1) \right] > 0 \right\} \forall b_{k(1)} \approx b_{l(1)}, \quad k \in K \setminus l, \quad n = 1, \quad (17a)$$

$$\sum_{k \in K \setminus l} (a_{k(2)} - \rho_k) > 0 \forall b_{k(2)} \approx b_{l(2)}, \quad k \in K \setminus l, \quad n = 2, \quad (17b)$$

интегрированная система агентов генерирует положительный эффект

$$\Phi(Q^*) = \sum_{k \in K} \pi_k^*(Q_k^*) - \sum_{k \in K} \pi_{k(0)} > 0, \quad (18)$$

причем  $n = 1$  (в противном случае  $n = 2$ ), если

$$\left[ \frac{c_k}{\bar{p}_{k(1)} (b_{k(1)} + 1)} \right]^{1/b_{k(1)}} > \left[ \frac{c_l}{\bar{p}_{l(1)} (b_{k(1)} + 1)} \right]^{1/b_{l(1)}}, \quad k \in K \setminus l, \quad (19)$$

$$\frac{\bar{p}_{k(1)}}{c_k} - \frac{\bar{p}_{l(1)}}{c_l} > 0 \forall b_{k(1)} \approx b_{l(1)}, \quad k \in K \setminus l, \quad (19a)$$

<sup>9</sup> Параметр  $\bar{p}_k$  есть коэффициент фактической цены спроса, в отличие от коэффициента  $a_k$  в функции (13), учитывающий издержки на интеграцию и рисковые издержки и численно равный средней выручке агента в случае  $|b_k| \ll 1$ .

а прибыль агентов окружения при интеграции неотрицательна, если:

$$\frac{\bar{p}_{k(1)}}{c_k} - \left[ \frac{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)}{c_l} \right]^{b_{k(1)}/b_{l(1)}} > 0, \quad n = 1, \quad k \in K \setminus l, \quad (20)$$

где  $\varphi_l$  — часть эффекта, изымаемого метаагентом через комиссию  $u_l > 0$ ,  $k \in K \setminus l$ ;  $\varphi_{-l}$  — часть эффекта, получаемая окружением после изъятия комиссии:

$$\varphi_l = - \frac{c_l b_{l(n)}}{\bar{p}_{l(n)}^{1/b_{l(n)}}(b_{l(n)} + 1)} \left( \frac{c_l}{b_{l(n)} + 1} \right)^{1/b_{l(n)}} \times \left( 1 - \left[ \frac{\bar{p}_{l(n)}}{a_{l(n)} - u_l} \right]^{1/b_{l(n)}} \right), \quad n = 1, 2, \quad l \in K \setminus k, \quad (21)$$

$$\varphi_{-l} =$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \left[ \frac{c_l}{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)} \right]^{1/b_{l(1)}} \times \\ & \times \sum_{k \in K \setminus l} \left( \bar{p}_{k(1)} \left[ \frac{c_l}{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)} \right]^{b_{k(1)}/b_{l(1)}} - c_k \right), \quad n = 1, \\ & - \sum_{k \in K \setminus l} \frac{b_{k(2)}}{b_{k(2)} + 1} c_k \left[ \frac{c_k}{\bar{p}_{k(2)}(b_{k(2)} + 1)} \right]^{1/b_{k(2)}}, \\ & n = 2, \quad l \in K \setminus k. \quad \blacklozenge \end{aligned} \right. \quad (22)$$

Доказательства утверждений см. в Приложении.

Проанализируем условия эффективности интеграции.

Условие (16) требует, чтобы эффект интеграции фиксировался при максимуме прибыли всех агентов в случае  $n = 2$ , а в случае  $n = 1$  достаточно, чтобы максимума достигала прибыль только метаагента  $\bar{p}_l > 0$ ,  $l \in K$ , поскольку максимумы прибыли агентов окружения не учитываются в расчете эффекта. Условие (16) позволяет выявить центры формирования эффекта интеграции: если  $u_l > 0$ ,  $l \in K$ , то некоторый положительный эффект образуется у метаагента, поскольку при этом  $\varphi_l > 0$ ; если  $u_l < 0$ ,  $l \in K$ , то среди окружения существуют агенты, для которых  $u_k > 0$ ,  $k \in K \setminus l$ , а центрами образования эффекта являются те из них, для которых выполняется условие неотрицательности прибыли (20). Следовательно, для метаагента параметр интеграционных издержек можно назвать *детерминантом статуса*; другими словами, в реальной экономической системе метаагент определяется по критерию  $u_l < 0$ ,  $l \in K$ . В случае, если  $b_l \approx b_k$ ,  $k, l \in K$  и  $n = 1$ , условие (17а) позволяет интерпретировать положительный эффект  $k$ -го агента окру-

жения как превышение его фактической рентабельности  $\bar{p}_k/c_k$  над скорректированной с учетом эластичности спроса рентабельностью метаагента  $\frac{\bar{p}_l}{c_l}(b_{l(1)} + 1)$ . Аналогично, для  $b_l \approx b_k$ ,  $k, l \in K$  при  $n = 2$  условие (17б) показывает, что условие (17) выполняется, если сумма отклонений коэффициентов функций цен (13) от рискованных издержек по всем агентам окружения положительна.

Условие (19) отражает зависимость взаимных рыночных положений метаагента и окружения от соотношения их коэффициентов фактической цены спроса, текущих издержек и коэффициентов эластичностей; при равенстве эластичностей спроса всех агентов по условию (19а) случай  $n = 1$  реализуется, если фактическая рентабельность агента окружения превышает соответствующий параметр метаагента.

Анализ условия (20) показывает, что прибыль интегрированных агентов окружения неотрицательна в случае  $n = 1$  при условиях, аналогичных условию (17а). Из условия (20) следует, что факторами, способствующими интеграции вне зависимости от механизма распределения эффекта, для окружения служат низкий уровень текущих  $c_k$ , интеграционных  $u_k$  и рискованных  $\rho_k$  издержек, высокая мощность спроса  $a_k$  при низкой эластичности функции спроса метаагента  $|b_l|^{-1}$ . Таким образом, показано, что при достаточно общих предположениях и реалистичных условиях в интегрированной системе образуется положительный синергетический эффект.

### 3. АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТА

С учетом концепции взаимодействий агентов в интегрированной системе условный максимум прибыли агентов (2), обозначенный  $\pi_k^*$ , не превышает безусловный максимум (1), обозначенный  $\pi_k^{\max}$ . Следовательно, в среднем окружение несет неотрицательные потери прибыли в связи с интеграцией; предположив, что  $\pi_k^{\max} \geq 0$ ,  $\pi_k^* \geq 0$ ,  $k \in K$ , введем показатель средних потерь прибыли агентов при интеграции в систему относительно безусловных максимумов:

$$\bar{\pi} = \frac{1}{K} \left( \sum_{k \in K} \pi_k^{\max} - \sum_{k \in K} \pi_k^* \right) = \bar{\pi}^{\max} - \bar{\pi}^* \geq 0, \quad (23)$$

равный превышению среднего значения безусловных максимумов прибыли агентов  $\bar{\pi}^{\max} = \frac{1}{K} \sum_{k \in K} \pi_k^{\max}$  над средним значением максимумов



прибыли в интегрированной системе  $\bar{\pi}^* = \frac{1}{\kappa} \sum_{k \in K} \pi_k^*$ .

Будем называть миноритарным агента, безусловный максимум прибыли которого ниже средних потерь прибыли в системе, и обозначим символом  $M < \kappa$  число миноритарных агентов; в связи с этим представим множество агентов в виде двух подмножеств:

$$M = \{k \in K : \pi_k^{\max} < \bar{\pi}\},$$

$$K_1 = \{k \in K \setminus M : \pi_k^{\max} \geq \bar{\pi}\}.$$

Поскольку при достаточно большом числе агентов  $\lim_{\kappa \rightarrow \infty} \bar{\pi} = 0$ , то, в соответствии с гипотезой слабого влияния [39], предположим, что перераспределения эффекта в пользу миноритарных агентов несущественно исказит оптимальное распределение (9). Поэтому, модифицируя распределение (9), введем следующий механизм распределения эффекта интеграции:

$$\pi_k^*(x_k) = \begin{cases} \pi_k^{\max} - \mu \bar{\pi}, & k \in K_1, \\ \pi_k^{\max}, & k \in M, \end{cases} \quad (24)$$

где  $\mu = \frac{\kappa}{\kappa - M} \geq 1$ . Для механизма (24) механизм (9)

является частным случаем при  $M = 0$ , когда  $\mu = 1$ . Согласно механизму (24) миноритарным агентам компенсируется их безусловный максимум прибыли, а для других агентов максимум прибыли уменьшается на средние потери прибыли не миноритарных агентов. В механизме (24) предполагается *стабильность множества миноритарных агентов*<sup>10</sup>, вытекающая из существенного отличия безусловного максимума их прибыли от  $\bar{\pi}^{\max}$ . Смысл механизма (24) для не миноритарных агентов сводится к распределению эффекта по среднему значению максимума прибыли интегрированных агентов, поскольку при  $\mu = 1$  ( $M = 0$ ) из выражения (24) следует  $\pi_k^*(x_k) = \pi_k^{\max} - \bar{\pi}^{\max} + \bar{\pi}^*$ , откуда при большом числе агентов получим

<sup>10</sup> С учетом показателя (23) условие отнесения агента к миноритарным  $\pi_k^{\max} < \bar{\pi} \Rightarrow \pi_k^{\max} + \bar{\pi}^* < \bar{\pi}^{\max}$  означает, что для него безусловный максимум прибыли ниже среднего значения этого показателя  $\bar{\pi}^{\max}$  на величину  $\bar{\pi}^*$ , сопоставимую с  $\bar{\pi}^{\max}$ , т. е. существенно ниже. Из этого следует, прежде всего, что  $M \ll \kappa$ , т. е.  $\mu \approx 1$ . Распределение эффекта  $\pi_k^*(x_k) = \pi_k^{\max} - \mu \bar{\pi}$  по первому механизму (24) не приведет к нарушению работоспособности (10) при условии  $\pi_k^{\max} / \bar{\pi} \geq \mu \forall k \in K_1$ , что реалистично, поскольку  $\pi_k^{\max} \gg \bar{\pi} \forall k \in K_1 \wedge \mu \approx 1$ .

$\lim_{\pi_k^{\max} \rightarrow \bar{\pi}^{\max}} \pi_k^*(x_k) = \bar{\pi}^*$ , поскольку  $\lim_{\kappa \rightarrow \infty} \pi_k^{\max} = \bar{\pi}^{\max}$ .

Покажем, что механизм (24) при определенных условиях эквивалентен механизму (9), т. е. также является Парето-эффективным и обладает свойствами (10)–(12).

**Утверждение 2.** Отклонение распределения эффекта по механизму (24) от распределения по механизму (4), (9) не превышает по модулю величины

$$\Delta \pi_k^*(x_k) = \begin{cases} -\frac{M}{\kappa - M} \bar{\pi}, & k \in K_1, \\ \bar{\pi}, & k \in M, \end{cases} \quad (25)$$

механизм (24) удовлетворяет условию работоспособности (10) при

$$M < M^{\max} = \kappa \left( 1 - \frac{\bar{\pi}}{\pi_l^{\max} - \pi_l(0)} \right), \quad (26)$$

и условию сбалансированности (11). ♦

Анализ выражения (25) показывает, что механизм (24) приводит к завышению эффекта, получаемого миноритарными агентами относительно оптимального распределения, на величину  $\bar{\pi}$  благодаря соответствующему занижению эффекта остальных агентов; однако в практически важных случаях при достаточно большом числе агентов и при  $M \ll \kappa$  потери эффекта не миноритарных агентов малы, поскольку  $\Delta \pi_k^*(x_k) \approx -\frac{\bar{\pi}}{\kappa}$ ,  $k \in K_1$ . В частности, условие (26) определяет предельное значение  $M^{\max}$ , при котором интеграция эффективна для метаагента, и это число существенно меньше  $\kappa$ , поскольку средние потери прибыли агентов должны быть меньше прироста эффективности метаагента, чтобы окружение было заинтересовано в интеграции.

Механизм (24), прежде всего, непосредственно определяет оптимальные полезности агентов, что упрощает его анализ, и остается работоспособным, даже если в системе интегрированы агенты, имеющие существенно отличные максимумы прибыли; наконец, он сводит вектор сообщаемой агентами информации к набору  $\pi_k^*$ ,  $\pi_k^{\max}$ ,  $k \in K$ .

Исследуем влияние сообщаемой агентами информации на распределение полезности в системе, т. е. проанализируем условие неманипулируемости (12) для механизма (24). Предположим, что общим знанием всех агентов являются функции цен (13) и модели выбора оптимальных действий агентов (15), тогда информация о значениях  $\pi_k^*$ ,  $\pi_k^{\max}$ ,  $k \in K$ , может быть искажена путем сообщения не-

достоверных значений издержек. Предположим также, что *недостовверные сообщения могут быть только относительно рисков издержек*  $\rho_k$ ,  $k \in K$ , которые будем считать параметром типа агента, поскольку издержки на интеграцию как взаимные комиссии агентов являются по определению общим знанием, а предельные издержки для конкурентного рынка должны соответствовать среднеотраслевым уровням.

**Утверждение 3.** Если общим знанием всех агентов являются функции цен (13) и модели выбора (15), и

при условиях  $\alpha_{lk(1)} > \frac{b_l \bar{p}_{l(0)}}{a_{l(0)} Q_l^*}$ ,  $0 < \alpha_{lk(2)} < \frac{b_l \bar{p}_{l(0)}}{a_{l(0)} Q_l^*}$ ,

$k \in K \setminus l$ , механизм (24) совместим со стимулами (12) по параметрам типа  $\rho_k = \rho_k^N$ ,  $k \in K$ , и равновесное по Нэшу (обозначено индексом «N») состояние системы имеет вид:

$$\rho_k^N = \arg \min_{\rho_k \geq 0} \{ \rho_k : Q_k^* N(\rho_k^N) = Q_l^{*N} \}. \quad (27)$$

Равновесие Нэша (27) означает, что механизм (24) при комплементарном спросе на товары агентов в условиях снижения эффекта взаимодополнения с ростом цен приводит к равенству оптимумов метаагента и окружения, и это устойчивое состояние интегрированной системы относительного стратегического поведения агентов.

#### 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТА

Моделирование проведено на основе параметров интегрированной системы, агенты которой ритейлер бытовой техники и электроники ООО «Эльдорадо», страховщик ОАО «Страховая компания «Ренессанс» и банк ООО «Хоум Кредит энд Финанс Банк», которым присвоены индексы  $k = 1, 2, 3$  соответственно, а метаагентом является ритейлер. Обратные функции спроса (13) определены на основе статистического анализа динамических рядов цен и объемов продаж (для ритейлера по усредненному товарообороту), кредитования и страхования за период 2012–2014 гг.

(30 отчетных периодов) в виде:  $p_{1(0)} = 49\,000 Q_1^{-0,09}$ ,

$p_2 = 0,785 Q_2^{-0,19}$ ,  $p_3 = 0,35 Q_3^{-0,165}$ ; коэффициент детерминации регрессий составил не менее 0,85. Постоянные, не зависящие от объемов рассматриваемых операций издержки агентов, не учитывались, а параметры переменных издержек агентов принимались равными:  $c_1 = 22\,000$ ,  $c_2 = 0,06$ ,  $c_3 = 0,025$ ,  $\rho_1 = 0$ ,  $\rho_2 = 0,001$ ,  $\rho_3 = 0,077$ ,  $u_1 = -3230$ ,  $u_2 = 0,031$ ,  $u_3 = 0,018$ . Эффект взаимодополнения (14) учитывался только для взаимодействий спроса

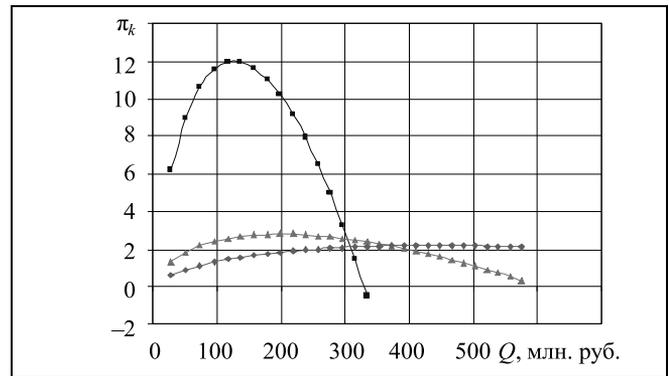


Рис. 3. Функции прибыли агентов системы: —■—  $\pi_1$ , млн руб.; —▲—  $\pi_2$ , тыс. руб.; —◆—  $\pi_3$ , тыс. руб.

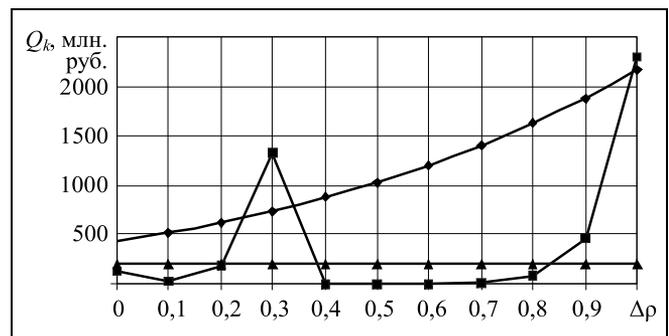


Рис. 4. Процесс установления равновесия Нэша: —■—  $Q_1^*$ ; —▲—  $Q_2^*$ ; —◆—  $Q_3^*$

на товары ритейлера и кредиты банка с коэффициентами  $\alpha_{13(1)} = 2 \cdot 10^{-6}$ ,  $\alpha_{13(2)} = 7 \cdot 10^{-7}$ .

Анализ графиков функций прибыли агентов (рис. 3), рассчитанных по формулам (15), показывает наличие в системе рыночного положения доминирования метаагента ( $n = 1$ ), поскольку  $Q_{3(1)}^{\max} > Q_{2(1)}^{\max} > Q_{1(1)}^{\max} = Q_{1(1)}^*$ . В этом случае, как показано в доказательстве утверждения 3 (см. Приложение), агенты окружения заинтересованы в снижении рисков издержек  $\rho_2$ ,  $\rho_3$  в целях повышения значений  $\pi_{2(1)}^{\max}$ ,  $\pi_{3(1)}^{\max}$ , что приводит к росту их полезности по механизму (24).

На рис. 4 показан итерационный процесс последовательного снижения агентами окружения рисков издержек страховщика и банка  $\rho_2$  и  $\rho_3$  на величину  $\Delta\rho$ , определенную как долю от их первоначальных значений; оптимумы агентов рассчитаны по формуле (П. 1 — см. Приложение). При  $\Delta\rho = 0,3$  отмечен переход в рыночное положение доминирования окружения ( $n = 2$ ), в частности, банка ( $k = 3$ ), после чего изменился эффект взаи-



модополнения с  $\alpha_{13(1)}$  на  $\alpha_{13(2)}$ , поэтому при  $\Delta\rho = 0,4$  рынок метаагента резко сократился. Дальнейшее снижение рисков издержек  $\rho_2, \rho_3$  (отметим, что оптимум страховщика малочувствителен к этому параметру) привело к росту оптимума банка, что через эффект взаимодополнения повлияло на оптимум ритейлера, который при  $\Delta\rho = 1$ , т. е. снижении рисков издержек до нуля, несколько превысил оптимум банка. В результате точное равенство оптимумов (27) в равновесии Нэша не достигнуто при данных параметрах системы, однако если бы существовала возможность дальнейшего снижения рисков издержек, то описанный процесс повторился бы, приведя систему к точному равновесию.

Динамика (рис. 5) индивидуальных оптимумов агентов по шагам итерационного процесса свидетельствует о том, что снижение рисков издержек агентов окружения стабильно повышает оптимум банка, несущественно, вследствие малой чувствительности, повышает оптимум страховщика

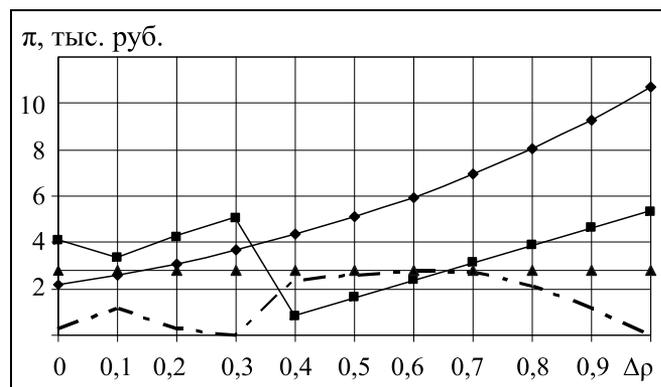


Рис. 5. Процесс изменения индивидуальных оптимумов: —■—  $\ln \pi_1^{\max}$ ; —▲—  $\pi_2^{\max}$ ; —◆—  $\pi_3^{\max}$ ; - - -  $\bar{\pi}$

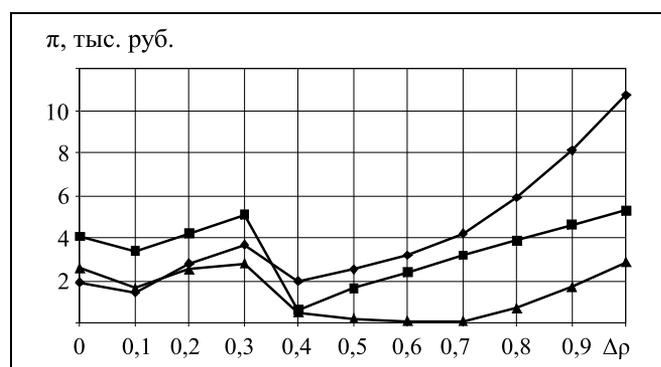


Рис. 6. Процесс равновесного распределения эффекта: —■—  $\ln \pi_1^*$ ; —▲—  $\pi_2^*$ ; —◆—  $\pi_3^*$

и резко снижает оптимум метаагента в силу переключения эффекта взаимодополнения при  $\Delta\rho = 0,4$ . Миноритарные агенты в этих состояниях не возникали, на каждой итерации  $\pi_k^{\max} \geq \bar{\pi}$ , поскольку оптимальная для всех агентов согласно утверждению 3 стратегия снижения рисков издержек противоположна стратегии достижения миноритарного статуса. Следовательно, появление миноритарных агентов является скорее исключением в интегрированных системах с комплементарным спросом, что подтверждает гипотезы слабого влияния и стабильности множества миноритарных агентов, положенные в основу механизма (24).

На рис. 6 показана соответствующая описанному итерационному процессу динамика распределяемого по механизму (24) эффекта интеграции, подтверждающая, что установившееся равновесие Нэша при  $\Delta\rho = 1$  позволяет всем агентам получить максимальную полезность.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследована концепция антагонистических взаимодействий агентов, реализующих товары на рынках монополистической конкуренции при комплементарном спросе. Показано, что комплементарный спрос приводит к появлению метаагента, запускающего процесс интеграции, а также вызывает эффект взаимодополнения, при котором возможны положения как доминирования метаагента, ограничивающего спрос на товары окружения, так и доминирования окружения, снижающего эффективность системы в целом. Детерминантом статуса метаагента служат отрицательные интеграционные издержки, экономически выражающие его доход как трансфер в виде ценовых надбавок или комиссий от других агентов за участие в интегрированной системе. Условие формирования эффекта в системе интегрированных фирм, имеющих постоянные предельные издержки и действующих на рынках монополистической конкуренции при комплементарном спросе, сводится к положительному значению суммы эффекта, изымаемого метаагентом через комиссии, и эффекта, получаемого окружением после изъятия комиссии. Наличие положительного эффекта интеграции является необходимым условием для работоспособности механизма распределения, когда интегрированное состояние агентов доминирует состояние их индивидуальной рациональности.

Разработан механизм Парето-эффективного распределения эффекта в сильносвязанной системе анонимных агентов при трансферабельной полезности, обеспечивающий распределение, оптимальное по критерию мультипликативной агрегированной полезности (по «арбитражной схеме

Нэша» [26]). Механизм в пределе стремится к распределению эффекта пропорционально среднему значению максимума прибыли интегрированных агентов. Показано, что при незначительной модернизации, несущественно искажающей Парето-эффективное распределение эффекта, разработанный механизм удовлетворяет условиям работоспособности, сбалансированности и совместимости со стимулами. Последнее означает, что механизм обеспечивает равновесие по Нэшу относительно сообщаемых параметров типа агентов. Таким образом, сформулированы условия, при которых интеграция рациональна с точки зрения всех агентов системы при их некооперативном поведении, обусловленным комплементарным спросом. Моделирование механизма для интегрированной системы «ритейлер — банк — страховщик» подтвердило, что в результате итерационного процесса последовательного «нащупывания» в системе устанавливается равновесие Нэша, что показывает устойчивость механизма к стратегическому поведению агентов.

Совершенствование механизма, разработанного применительно к анонимным агентам, возможно в русле учета приоритетов агентов, т. е. перехода к анализу иерархических систем, интегрирующих неравнозначных агентов. Широта сферы потенциального использования полученных результатов предопределена распространенностью монополистических конкурентных рыночных структур в современной экономике, охватывающих рынки продовольственных и непродовольственных товаров, недвижимости, кредитных и страховых продуктов, на которых созревают условия интеграции вследствие феномена взаимодополнения спроса. Перспективным направлением апробации результатов видится также моделирование в форме обучающих и имитационных деловых игр.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

**Доказательство утверждения 1.** Из необходимого условия оптимальности, записанного для  $k$ -го агента  $\pi'_{kQ_k} = \bar{p}_{k(n)}(b_{k(n)} + 1)Q_k^{b_{k(n)}} - c_k = 0, k \in K$ , получим выражение оптимума агента

$$Q_k^* = \left[ \frac{c_k}{\bar{p}_{k(n)}(b_{k(n)} + 1)} \right]^{1/b_{k(n)}}, \quad k \in K, \quad n = 0, 1, 2, \quad (\text{П.1})$$

которое при  $n = 0$  характеризует индивидуальный оптимум неинтегрированного агента  $Q_{k(0)}^*$ . Отсюда следует, что чем выше эластичность спроса  $|b_k|^{-1}$ , тем больше оптимум агента  $Q_k^*$ . Сопоставление оптимумов метаагента и окружения, записанных на основе выражения (П.1), позволяет сформулировать условие реализации случая  $n = 1$  (в противном случае  $n = 2$ ):

$$\left[ \frac{c_k}{\bar{p}_{k(1)}(b_{k(1)} + 1)} \right]^{1/b_{k(1)}} > \left[ \frac{c_l}{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)} \right]^{1/b_{l(1)}}, \quad k \in K \setminus l; \text{ это}$$

условие при  $b_{k(1)} \approx b_{l(1)}, k \in K \setminus l$  имеет вид  $\bar{p}_{k(1)}/c_k - \bar{p}_{l(1)}/c_l > 0, k \in K \setminus l$ . Анализ достаточного условия максимума

$$\pi''_{kQ_k} = \bar{p}_{k(n)}(b_{k(n)} + 1)b_{k(n)}Q_k^{b_{k(n)}} - 1 < 0, \quad k \in K, \quad n = 0, 1, 2, \quad (\text{П.2})$$

показывает, что с учетом ограничений на коэффициенты функций цен (13) оно выполняется при условии  $\bar{p}_{k(n)} > 0, k \in K$ .

Подставив оптимум агента (П.1) в модель (15), найдем выражение максимальной прибыли агента

$$\pi_k^{\max} = \pi_k(Q_k^*) = -\frac{b_{k(n)}}{b_{k(n)} + 1} c_k \left[ \frac{c_k}{\bar{p}_{k(n)}(b_{k(n)} + 1)} \right]^{1/b_{k(n)}}, \quad k \in K, \quad n = 0, 1, 2, \quad (\text{П.3})$$

которая при соблюдении достаточного условия максимума  $\bar{p}_{k(n)} > 0, k \in K$  неотрицательна. В случае отсутствия интеграции  $u_k = 0, k \in K, n = 0$ , поэтому из выражения (П.3) получим

$$\pi_{k(0)} = -\frac{b_{k(0)}}{b_{k(0)} + 1} c_k \left[ \frac{c_k}{(a_{k(0)} - p_k)(b_{k(0)} + 1)} \right]^{1/b_{k(0)}}, \quad k \in K. \quad (\text{П.4})$$

Для интегрированной системы найдем выражение прибыли агентов окружения:

$$\pi_k^* = \begin{cases} \left( \bar{p}_{k(1)} \left[ \frac{c_l}{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)} \right]^{b_{k(1)}/b_{l(1)}} - c_k \right) \times \\ \times \left[ \frac{c_l}{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)} \right]^{1/b_{l(1)}}, \quad n = 1, \\ \pi_k^{\max}, \quad n = 2, k \in K \setminus l. \end{cases} \quad (\text{П.5})$$

в котором выражение для  $n = 1$  получено подстановкой  $Q_l^*$  из формулы (П.1) в модель (15).

Анализ выражения (П.5) показывает, что прибыль агентов окружения для  $n = 1$  неотрицательна при условии:

$$\bar{p}_{k(1)} \left[ \frac{c_l}{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)} \right]^{b_{k(1)}/b_{l(1)}} > c_k \text{ или}$$

$$\frac{\bar{p}_{k(1)}}{c_k} - \left[ \frac{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)}{c_l} \right]^{b_{k(1)}/b_{l(1)}} > 0, \quad k \in K \setminus l.$$

Поскольку в случае неинтегрированной совокупности агентов прибыль всех агентов, кроме  $l$ -го, равна нулю и прибыль  $l$ -го агента определяется по формуле (П.4), а в интегрированной системе прибыль  $l$ -го агента соответствует максимуму (П.3) и прибыль окружения опре-



деляется по формуле (П.5), то для доказательства справедливости выражения (18) нужно показать, что

$$\sum_{k \in K} \pi_k^* - \pi_{l(0)} = \pi_l^{\max} + \sum_{k \in K \setminus l} \pi_k^* - \pi_{l(0)} > 0.$$

Следовательно, покажем, что в случае  $n = 1$

$$\begin{aligned} & \left( \frac{c_l}{b_{l(1)} + 1} - c_l \right) \left[ \frac{c_l}{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)} \right]^{1/b_{l(1)}} - \\ & - \left( \frac{c_l}{b_{l(1)} + 1} - c_l \right) \left[ \frac{c_l}{(a_{l(1)} - \rho_l)(b_{l(1)} + 1)} \right]^{1/b_{l(1)}} + \\ & + \sum_{k \in K \setminus l} \left( \bar{p}_{k(1)} \left[ \frac{c_l}{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)} \right]^{b_{k(1)}/b_{l(1)}} - c_k \right) \times \\ & \times \left[ \frac{c_l}{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)} \right]^{1/b_{l(1)}} > 0, \end{aligned}$$

откуда после преобразований получим

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\bar{p}_{l(1)}^{1/b_{l(1)}}} \left( \frac{c_l}{b_{l(1)} + 1} \right)^{1/b_{l(1)}} \left\{ - \frac{c_l b_{l(1)}}{b_{l(1)} + 1} \left( 1 - \left[ \frac{\bar{p}_{l(1)}}{a_{l(1)} - u_l} \right]^{1/b_{l(1)}} \right) + \right. \\ & \left. + \sum_{k \in K \setminus l} \left( \bar{p}_{k(1)} \left[ \frac{c_l}{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)} \right]^{b_{k(1)}/b_{l(1)}} - c_k \right) \right\} > 0. \quad (\text{П.6}) \end{aligned}$$

Введя обозначения

$$\begin{aligned} \varphi_{-l(1)} &= \sum_{k \in K \setminus l} \left( \bar{p}_{k(1)} \left[ \frac{c_l}{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)} \right]^{b_{k(1)}/b_{l(1)}} - c_k \right), \\ \varphi_{l(1)} &= - \frac{c_l b_{l(1)}}{b_{l(1)} + 1} \left( 1 - \left[ \frac{\bar{p}_{l(1)}}{a_{l(1)} - u_l} \right]^{1/b_{l(1)}} \right), \end{aligned}$$

запишем выражение (П.6) в более компактном виде:

$$\frac{1}{\bar{p}_{l(1)}^{1/b_{l(1)}}} \left( \frac{c_l}{b_{l(1)} + 1} \right)^{1/b_{l(1)}} \{ \varphi_{l(1)} + \varphi_{-l(1)} \} > 0. \quad (\text{П.7})$$

Неравенство (П.7) с учетом ограничений на коэффициенты функций цен (13), а также при достаточном условии (П.2) выполняется, если

$$\{ \varphi_{-l(1)} > |\varphi_{l(1)}| \forall u_l > 0 \} \vee \{ \varphi_{-l(1)} > 0 \forall u_l < 0 \}, \quad l \in K \setminus k, \quad (\text{П.8})$$

поскольку  $\varphi_{l(1)} < 0$  при  $u_l > 0$ ,  $l \in K \setminus k$  и  $\varphi_{l(1)} > 0$  при  $u_l < 0$ ,  $l \in K \setminus k$ . В случае  $b_{k(1)} \approx b_{l(1)}$ ,  $k \in K \setminus l$  второе условие в выражении (П.8) с учетом упрощения  $\varphi_{-l(1)}$  принимает

вид  $\varphi_{-l(1)} = \sum_{k \in K \setminus l} \left( \frac{\bar{p}_{k(1)} c_l}{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)} - c_k \right) > 0$  и выполняется при более жестком покомпонентном (достаточном) условии  $\frac{\bar{p}_{k(1)} c_l}{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)} - c_k > 0$ ,  $k \in K \setminus l$ , которое запишем в виде  $\frac{\bar{p}_{k(1)}}{c_k} - \frac{\bar{p}_{l(1)}}{c_l} (b_{l(1)} + 1) > 0$ ,  $k \in K \setminus l$ .

В случае  $n = 2$  максимумы прибыли всех агентов определяются по формуле (П.3), поэтому для справедливости выражения (18) необходимо, чтобы

$$\varphi_{-l(2)} + \varphi_{l(2)} > 0, \quad (\text{П.9})$$

где  $\varphi_{-l(2)} = - \sum_{k \in K} \frac{b_{k(2)}}{b_{k(2)} + 1} c_k \left[ \frac{c_k}{\bar{p}_{k(2)}(b_{k(2)} + 1)} \right]^{1/b_{k(2)}}$ ,  $\varphi_{l(2)} = \frac{b_{l(2)}}{b_{l(2)} + 1} c_l \left[ \frac{c_l}{(a_{l(2)} - \rho_l)(b_{l(2)} + 1)} \right]^{b_{l(2)}}$ . В случае  $b_{k(2)} \approx b_{l(2)}$ ,  $k \in K \setminus l$  преобразуем условие (П.9):

$$\begin{aligned} & \sum_{k \in K} c_k \left[ \frac{c_k}{a_{k(2)} - u_k - \rho_k} \right]^{-1} > c_l \left[ \frac{c_l}{a_{l(2)} - \rho_l} \right]^{-1}, \\ & \sum_{k \in K} (a_{k(2)} - u_k - \rho_k) > a_{l(2)} - \rho_l, \\ & \sum_{k \in K} (a_{k(2)} - \rho_k) - \sum_{k \in K} u_k > a_{l(2)} - \rho_l \end{aligned}$$

а поскольку для внутрисистемных комиссий  $\sum_{k \in K} u_k = 0$ , то последнее неравенство приводится к виду  $\sum_{k \in K \setminus l} (a_{k(2)} - \rho_k) + a_{l(2)} - \rho_l > a_{l(2)} - \rho_l$ , т.е.  $\sum_{k \in K \setminus l} (a_{k(2)} - \rho_k) > 0$ . Обобщенно, введя обозначения (21) и (22), запишем выражения (П.8) и (П.9) в виде  $\varphi_{-l} + \varphi_l > 0$ . ♦

**Доказательство утверждения 2.** Подставим механизм (9) в формулу (4), получим полезность агентов после оптимального распределения эффекта:

$$\begin{aligned} \pi_k^*(x_k) &= \pi_{k(0)} + \frac{1}{\kappa} (\Phi - (\kappa - 1)(\pi_{k(0)} - \pi_k^{\max}) + \\ & + \sum_{i \in K \setminus k} (\pi_{k(0)} - \pi_i^{\max})) = \\ & = \frac{1}{\kappa} \left( \Phi + \sum_{i \in K} \pi_{i(0)} - \sum_{i \in K} \pi_i^{\max} + \kappa \pi_k^{\max} \right), \end{aligned}$$

откуда, подставив модель эффекта (3), получим

$$\begin{aligned} \pi_k^*(x_k) &= \frac{1}{\kappa} \left( \sum_{i \in K} \pi_i^* - \sum_{i \in K} \pi_{i(0)} + \sum_{i \in K} \pi_{i(0)} - \sum_{i \in K} \pi_i^{\max} + \kappa \pi_k^{\max} \right) = \\ & = \frac{1}{\kappa} \left( \sum_{i \in K} \pi_i^* - \sum_{i \in K} \pi_i^{\max} \right) + \pi_k^{\max} = -\pi + \pi_k^{\max}. \quad (\text{П.10}) \end{aligned}$$

Отклонение распределения по механизму (24) от распределения по механизму (П.10), эквивалентного механизму (9), при  $k \in K_1$  равно  $\Delta \pi_k^*(x_k) = - \frac{\kappa}{\kappa - M} \bar{\pi} + \bar{\pi} = - \frac{M}{\kappa - M} \bar{\pi}$ ,  $k \in K_1$ , а при  $k \in M$  равно  $\Delta \pi_k^*(x_k) = \pi_k^{\max} + \bar{\pi} - \pi_k^{\max} = \bar{\pi}$ ,  $k \in M$ .

Условие работоспособности (10) для агентов окружения выполняется в силу механизма вида (24), а для метаагента это условие выполняется при  $-\mu \bar{\pi} + \pi_l^{\max} > \pi_{l(0)}$ ,  $k \in K_1 \cup M$ , которое преобразуется к виду  $M < \kappa \left( 1 - \frac{\bar{\pi}}{\pi_l^{\max} - \pi_{l(0)}} \right)$ . Условие сбалансированности ме-

ханизма (11) выполняется, поскольку из баланса прибыли

$$\begin{aligned} \sum_{k \in K} \pi_k^*(x_k) - \sum_{k \in K} \pi_k^* &= \sum_{k \in K \setminus M} \left( -\frac{\kappa \bar{\pi}}{\kappa - M} + \pi_k^{\max} \right) + \\ + \sum_{k \in M} \pi_k^{\max} - \sum_{k \in K} \pi_k^* &= -\frac{(\kappa - M)K}{\kappa - M} \bar{\pi} + \sum_{k \in K} \pi_k^{\max} - \\ - \sum_{k \in K} \pi_k^* &= -\kappa \bar{\pi} + \kappa \bar{\pi} = 0 \end{aligned}$$

следует полное распределение прибыли системы. ♦

**Доказательство утверждения 3.** Оценим чувствительность распределения (24) к вариации  $\rho_k$ ,  $k \in K$ , в виде

$$\frac{\partial \pi_k^*(x_k)}{\partial \rho_k} = \frac{\partial \pi_k^*(x_k)}{\partial \pi_k^{\max}} \frac{\partial \pi_k^{\max}}{\partial \rho_k} + \frac{\partial \pi_k^*(x_k)}{\partial \pi_k^*} \frac{\partial \pi_k^*}{\partial \rho_k}, \quad k \in K, \quad (\text{П.11})$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_k^*(x_k)}{\partial \pi_k^{\max}} &= \begin{cases} 1 - \frac{\mu}{\kappa}, & k \in K_1, \\ 1, & k \in M, \end{cases} \\ \frac{\partial \pi_k^*(x_k)}{\partial \pi_k^*} &= \begin{cases} \frac{\mu}{\kappa}, & k \in K_1, \\ 0, & k \in M. \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{П.12})$$

Дифференцируя выражение (П.3), найдем

$$\frac{\partial \pi_k^{\max}}{\partial \rho_k} = - \left[ \frac{c_k}{\bar{p}_{k(n)}(b_{k(n)} + 1)} \right]^{1/b_{k(n)} + 1}, \quad k \in K, \quad (\text{П.13})$$

дифференцируя выражение (П.5) с учетом формулы (П.13), найдем

$$\frac{\partial \pi_k^*}{\partial \rho_k} = \begin{cases} - \left[ \frac{c_l}{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)} \right]^{b_{k(1)} + 1/b_{l(1)}}, & n = 1, \\ - \left[ \frac{c_k}{\bar{p}_{k(n)}(b_{k(n)} + 1)} \right]^{1/b_{k(n)} + 1}, & n = 2, k \in K \setminus l. \end{cases} \quad (\text{П.14})$$

Подставив выражения (П.12)—(П.14) в формулу (П.11), получим

$$\frac{\partial \pi_k^*(x_k)}{\partial \rho_k} = \begin{cases} - \left( 1 - \frac{\mu}{\kappa} \right) \left[ \frac{c_k}{\bar{p}_{k(n)}(b_{k(n)} + 1)} \right]^{1/b_{k(n)} + 1} - \\ - \frac{\mu}{\kappa} \left[ \frac{c_l}{\bar{p}_{l(1)}(b_{l(1)} + 1)} \right]^{b_{k(1)} + 1/b_{l(1)}}, & k \in K_1, \\ - \left[ \frac{c_k}{\bar{p}_{k(n)}(b_{k(n)} + 1)} \right]^{1/b_{k(n)} + 1}, & k \in M, n = 1. \end{cases}$$

$$\frac{\partial \pi_k^*(x_k)}{\partial \rho_k} = - \left[ \frac{c_k}{\bar{p}_{k(n)}(b_{k(n)} + 1)} \right]^{1/b_{k(n)} + 1}, \quad n = 2, k \in K_1 \cup M.$$

Отсюда следует, что при  $n = 1, 2$  вариация  $\Delta \rho_k < 0$ ,  $k \in K$  повышает полезность  $k$ -го агента. Дифференцируя оптимум метаагента (П.1) с учетом формулы (13), получим

$$\frac{\partial Q_l^*}{\partial \rho_k} = \frac{\partial Q_l^*}{\partial Q_k^*} \frac{\partial Q_k^*}{\partial \rho_k}, \quad k \in K \setminus l,$$

$$\begin{aligned} \text{где } \frac{\partial Q_l^*}{\partial Q_k^*} &= -\frac{1}{b_l} \left[ \frac{c_l}{\bar{p}_{l(0)}(b_l + 1)} \right]^{1/b_l + 1} \frac{c_l}{\bar{p}_{l(0)}^2 (b_l + 1)} \frac{\partial a_l}{\partial Q_k^*} = \\ &= -\frac{Q_l^* \alpha_{lk} a_{l(0)}}{b_l \bar{p}_{l(0)}}, \quad k \in K \setminus l. \end{aligned}$$

Если система в состоянии  $n = 1$ , то темп роста оптимума метаагента  $Q_l^*$  выше темпа роста оптимумов окружения  $Q_k^*$  при  $\frac{\partial Q_l^*}{\partial Q_k^*} > 1 \Rightarrow \alpha_{lk(1)} > \frac{|b_l| \bar{p}_{l(0)}}{a_{l(0)} Q_l^*}$ ; в динамике  $\Delta \rho_k < 0$ ,  $k \in K$  приведет к тому, что  $Q_{k(1)}^* \leq Q_{l(1)}^*$ ,  $k \in K \setminus l$  (где равенство соответствует  $n = 2$ ) и  $\rho_k \geq \rho_{k(1)}^{\min}$ , где значение  $\rho_{k(1)}^{\min}$  определяется из условия  $Q_{k(1)}^*(\rho_{k(1)}^{\min}) = Q_{l(1)}^*$ ,  $k \in K \setminus l$ , поскольку дальнейшее снижение  $\Delta \rho_k < 0$ ,  $k \in K$  приводит к переходу в состояние  $n = 2$ , что согласно модели цены (13) ограничивает рост продаж метаагента.

Если система в состоянии  $n = 2$ , то темп роста  $Q_l^*$  ниже темпа роста  $Q_k^*$  при  $\frac{\partial Q_l^*}{\partial Q_k^*} < 1 \Rightarrow \alpha_{lk(2)} < \frac{|b_l| \bar{p}_{l(0)}}{a_{l(0)} Q_l^*}$ ; в результате  $Q_{k(2)}^* \geq Q_{l(2)}^*$ ,  $k \in K \setminus l$  (где равенство соответствует  $n = 1$ ) и  $\rho_k \geq \rho_{k(2)}^{\min}$ , где значение  $\rho_{k(2)}^{\min}$  определяется из условия  $Q_{k(2)}^*(\rho_{k(2)}^{\min}) = Q_{l(2)}^*$ ,  $k \in K \setminus l$ , поскольку при  $\rho_k < \rho_{k(2)}^{\min}$  модель цены (13) переходит в состояние  $n = 1$ , когда спрос метаагента ограничивает рост продаж  $k$ -го агента.

Поскольку в обоих случаях  $n = 1, 2$  объем продаж  $Q_l^*$ ,  $k \in K \setminus l$ , ограничен по модели цены (13) либо функцией спроса метаагента  $p_l^*$ , либо функциями спроса окружения  $p_{-l}^*$ , то условие  $Q_k^*(\rho_k^{\min}) = Q_l^*$ ,  $k \in K \setminus l$  определяет нижнюю границу издержек  $k$ -го агента  $\rho_k^{\min} = \rho_k^N$ , которая является равновесием Нэша, т. е.  $\rho_k^N = \arg \min_{\rho_k \geq 0} \{ \rho_k: Q_k^N(\rho_k) = Q_l^N \}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гераськин М.И., Манахов В.В. Оптимизация взаимодействия в мультиагентной сильносвязанной системе «ритейлер — банк — страховщик» // Проблемы управления. — 2015. — № 4. — С. 9—18.
2. Burkov V.N., Goubko M., Korgin N., Novikov D. Introduction to Theory of Control in Organizations. — Boca Raton: CRC Press, 2015.



3. Bolton P., Dewatripont M. Contract Theory. — Cambridge: MIT Press, 2005.
4. Бурков В.Н., Буркова И.В., Пузырев С.А. Принцип согласованного планирования в управлении социальными и эколого-экономическими системами // Управление большими системами. — 2015. — Вып. 55. — С. 55–78.
5. Бурков В.Н., Еналеев А.К. Оптимальность принципа открытого управления. Необходимые и достаточные условия достоверности информации в активных системах // Автоматика и телемеханика. — 1985. — № 3. — С. 73–80.
6. Бурков В.Н., Данев Б., Еналеев А.К. и др. Конкурсные механизмы в задачах распределения ограниченных ресурсов // Автоматика и телемеханика. — 1988. — № 11. — С. 142–153.
7. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Каленчук В.Ф. Коалиции при конкурсном механизме распределения ресурсов // Автоматика и телемеханика. — 1989. — № 12. — С. 81–90.
8. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Лавров Ю.Г. Синтез оптимальных механизмов планирования и стимулирования в активной системе // Автоматика и телемеханика. — 1992. — № 10. — С. 113–120.
9. Бурков В.Н., Искаков М.Б., Коргин Н.А. Применение обобщенных медианных схем для построения неманипулируемого механизма многокритериальной активной экспертизы // Проблемы управления. — 2008. — № 4 — С. 38–47.
10. Коргин Н.А. Эквивалентность и неманипулируемость неанонимных приоритетных механизмов распределения ресурсов // Управление большими системами. — 2009. — Вып. 26.1 — С. 319–347.
11. Бурков В.Н., Горгидзе И.И., Новиков Д.А., Юсупов Б.С. Модели и механизмы распределения затрат и доходов в рыночной экономике. — М.: ИПУ РАН. — 1997. — 61 с.
12. Коргин Н.А. Анализ реализуемости результатов многокритериальной экспертизы — применение «свойства пересечения» // Проблемы управления. — 2009. — № 6 — С. 18–27.
13. Бурков В.Н., Искаков М.Б., Коргин Н.А. Применение обобщенных медианных схем для построения неманипулируемого механизма многокритериальной активной экспертизы // Проблемы управления. — 2008. — № 4. — С. 38–47.
14. Бондарик В.Н., Коргин Н.А. Механизмы распределения ресурсов на основе неманипулируемых симметричных анонимных процедур голосования с делегированием // Проблемы управления. — 2012. — № 5. — С. 26–32.
15. Еналеев А.К. Оптимальный механизм функционирования в активной системе с обменом информацией // Управление большими системами. — 2010. — Вып. 29. — С. 108–127.
16. Еналеев А.К. Оптимальные согласованные механизмы в активных системах и задача теории контрактов // Управление большими системами. — 2014. — Вып. 49. — С. 167–182.
17. Горелик В.А., Золотова Т.В. Механизмы управления платежами, лимитами и штрафами в иерархических региональных моделях охраны окружающей среды // Управление большими системами. — 2015. — Вып. 55. — С. 119–139.
18. Болотнов Д.Ю. Механизм эффективного распределения ресурсов банка в условиях вероятностной неопределенности // Автоматика и телемеханика. — 2000. — № 4. — С. 143–151.
19. Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы стимулирования в многоэлементных организационных системах. — М.: Апостроф, 2000.
20. Новиков Д.А., Цветков А.В. Декомпозиция игры активных элементов в задачах стимулирования // Автоматика и телемеханика. — 2001. — № 2. — С. 173–180.
21. Лысаков А.В., Новиков Д.А. Договорные отношения в управлении проектами. — М.: ИПУ РАН, 2004. — 100 с.
22. Клочков В.В., Чернер Н.В. Повышение эффективности управления производственным потенциалом предприятий в составе интегрированных структур // Проблемы управления. — 2016. — № 1. — С. 49–57.
23. Недовесов М.В., Руденко З.Г. Формирование оптимального портфеля взаимозависимых проектов и его оптимизация во времени // Проблемы управления. — 2012. — № 4. — С. 26–31.
24. Бурков В.Н., Буркова И.В. Метод сетевого программирования // Проблемы управления. — 2005. — № 3. — С. 25–27.
25. Лавриченко О.В. Модель адаптивного распределения ограниченных инновационных ресурсов на основе неманипулируемых механизмов // Инженерный вестник Дона. — 2015. — Т. 34, № 1–2.
26. Nash J. The Bargaining Problem // Econometrica. — 1950. — № 18 (2). — P. 155–162.
27. Попов Л.Д. Итеративные методы нахождения равновесия в частной модели обмена Эрроу-Дебре-Стоуна // Труды Института математики и механики УрО РАН. — 2012. — Т. 18, № 3. — С. 201–207.
28. Ortman K.M. Fair allocation of capital growth // Operational Research. — 2016. — Vol. 6, iss. 2. — P. 181–196.
29. Hatfield J.W., Kominers S.D., Nishfor A., et al. Stability and competitive equilibrium in trading networks // Journal of Political Economy. — 2013. — N 121 (5). — P. 966–1005.
30. Ostrovsky M. Information Aggregation in Dynamic Markets With Strategic Traders // Econometrica. — 2012. — N 80 (6). — P. 2595–2647.
31. Basar T., Maheswaran R. Social welfare of selfish agents: Motivating efficiency for divisible resources // Proc. Control Decision Conf. (CDC). — 2004. — P. 361–395.
32. Jain R., Walrand J. An efficient Nash-implementation mechanism for divisible resource allocation // Automatica. — 2010. — Vol. 46, N 8. — P. 1276–1283.
33. Kakhbod A., Teneketzis D. An efficient game form for unicast service provisioning // IEEE Trans. Autom. Control. — 2012. — Vol. 57, N 2. — P. 392–404.
34. Johary R., Tsitsiklis J.N. Efficiency of ScalarParameterized Mechanisms // Operations Research. — 2009. — N 57. — P. 823–839.
35. Подиновская О.В., Подиновский В.В. Анализ иерархических многокритериальных задач принятия решений методами теории важности критериев // Проблемы управления. — 2014. — № 6. — С. 2–8.
36. Healy P., Mathevet L. Designing stable mechanisms for economic environments // Theoretical Economics. — 2012. — N 7 (3). — P. 609–661.
37. Коргин Н.А. Представление механизма последовательного распределения ресурсов как неманипулируемого механизма многокритериальной активной экспертизы // Управление большими системами. — 2012. — Вып. 36. — С. 186–208.
38. Коргин Н.А., Корепанов В.О. Решение задачи эффективного распределения ресурсов на основе механизма Гровса-Лейдьярда при трансферабельной полезности // Управление большими системами. — 2013. — Вып. 46. — С. 216–265.
39. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами / 3-е изд. — М.: Изд-во физ.-мат. литературы, 2012.
40. Машунин Ю.К. Методы и модели векторной оптимизации. — М.: Наука, 1986.
41. Хоменюк В.В. Элементы теории многоцелевой оптимизации. — М.: Наука, 1983.
42. Maskin E. The Theory of Nash Equilibrium: A Survey / In: L. Hurwicz, D. Schmeidler, H. Sonnenschein. Social Goals and Social Organization. — Cambridge: Cambridge University Press, 1985. — P. 173–204.

Статья представлена к публикации руководителем РРС Г.А. Угольницким.

Гераськин Михаил Иванович — д-р экон. наук, зав. кафедрой, Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, ✉ innovation@ssau.ru.

# СИСТЕМЫ ОБЪЕКТНО-СВЯЗАННОГО ДОКУМЕНТООБОРОТА И ОРГАНИЗАЦИЯ ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С БИЗНЕС-ПРОЦЕССАМИ

Е.А. Курако, В.Л. Орлов

Введено понятие объектно-связанного документооборота. Показана связь между документами и изменениями состояния объектов. Предложена модель построения объектно-связанного документооборота. Сформулированы принципы построения информационных систем на базе объектно-связанного документооборота.

**Ключевые слова:** документооборот, объектно-связанный документооборот, бизнес-процессы, web-сервисы, информационные системы.

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время системы электронного документооборота получают все большее распространение. Фактически учет движения документов в электронном виде необходим как предприятиям крупного, среднего и даже мелкого бизнеса, так и государственным структурам. Электронные документы принимаются, учитываются, обрабатываются, создаются и рассылаются. Для обеспечения этих процессов используется большое число систем электронного документооборота (СЭД), как отечественных, так и зарубежных, отличающихся не только технологией, используемым инструментарием разработки, структурой, средой функционирования, но и методами обработки информации, а также наличием различных расширений функциональности [1–7]. Вместе с тем на предприятиях и в организациях широко применяются системы управления бизнес-процессами (СУБП), как специализированные, так и базирующиеся на ERP-технологиях (Enterprise Resource Planning System).

Проблема заключается в том, что СЭД и СУБП могут разрабатываться независимо друг от друга и поэтому могут быть не связаны вообще либо связаны слабо. Периодически предпринимаются попытки либо расширить средства документооборота, добавляя туда, по крайней мере, управление пространственными бизнес-процессами, либо включить в бизнес-процессы те или иные функции, относящиеся к документообороту.

Расширение средств документооборота преобразует СЭД в системы управления корпоративным контентом — Enterprise Content Management (ЕСМ), которые обеспечивают следующие основные функции [8]:

- ввод в систему образов документов;
- управление документами;
- управление архивом;
- совместную работу над документами;
- workflow (маршрутизацию, трассировку, контроль);
- автоматизацию web-публикаций.

Внедрение ЕСМ обеспечивает существенное развитие по сравнению с традиционным документооборотом, но здесь не прослеживается явного движения к СУБП. Анализ существующих систем и описывающих их моделей показывает, что при построении таких систем обычно принимаются во внимание только документы как единицы учета, но без анализа их семантических свойств. Если же семантику необходимо принимать во внимание, то вводятся новые классы документов, а также вводятся специальные процедуры обработки этих документов. Механизмы workflow позволяют в случае их расширения обеспечить управление бизнес-процессами, связанными с конкретными типами документов. Например, в ЕСМ-системах обычно выделяется класс договоров и предлагаются средства ведения таких договоров. Но при этом предметная область, не касающаяся нескольких базовых свойств (типа, формы договора, финансовых средств), остается обычно за пределами обработ-



ки; т. е. развитие ЕСМ в этом направлении вряд ли может полноценно решить задачи, стоящие перед управлением бизнес-процессами, и вытеснить СУБП.

В свою очередь, СУБП практически не может включить в свой состав полноценные ЕСМ. Задача такого включения представлялась возможной раньше, но по мере развития и взрывного функционального расширения ЕСМ это становится малоперспективным.

Таким образом, реальный выход заключается в организации связи на уровне сопряжения задач. Для этого целесообразно воспользоваться интерфейсом Application Programming Interface (API). Применение этого подхода началось достаточно давно. Так, уже СЭД Linkworks включала в себя компонент LNX Workflow Connect, который посредством SAP Workflow API обеспечивал взаимодействие с известной системой R/3 [9]. В настоящее время многие системы документооборота сопрягаются с широко распространенной системой IC, для чего также используется API. При этом как ЕСМ, так и СУБП предоставляют API, с помощью которых можно обмениваться информацией с учетом ограничений каждой системы. Недостаток здесь заключается в том обстоятельстве, что каждая из систем может использовать только те возможности, которые им предоставили разработчики сопрягаемой системы.

В настоящей статье рассматривается новый метод связывания систем документооборота с системами обработки бизнес-процессов, основанный на использовании для этой цели общих данных. В качестве основных связующих элементов при таком подходе предлагается использовать объекты управления.

## 1. ОБЪЕКТЫ УПРАВЛЕНИЯ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ ДОКУМЕНТОВ И БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ

В данном случае под объектами управления понимаются объекты бизнес-процессов. Например, для правоохранительных органов объекты управления — это физические и юридические лица, похищенные автомобили, документы, удостоверяющие личность, оружие и др., для строительства — это здания и сооружения, для торговли — объекты торговли.

При этом процессы в системе документооборота (СЭД-процессы) обеспечивают управление потоками документов. Но обычно это управление производится без учета анализа контента документов, что вполне достаточно для большинства случаев.

В то же время в документах представлены описания объектов, с которыми оперируют бизнес-

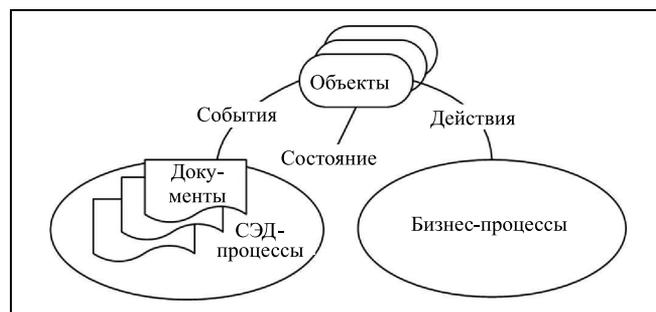


Рис. 1. Связь объектов управления с процессами обработки документов и бизнес-процессами

процессы. В основном документы содержат описания объектов управления и событий, с ними происходящих. Бизнес-процессы, в свою очередь, управляют действиями, совершаемыми над объектами. В результате состояние объектов меняется. Схематично это иллюстрирует рис. 1.

Возьмем простой пример из области торговли. Пусть поступает товар нескольких видов вместе с накладной. Накладная фиксируется как документ. Каждый вид поступившего товара — это объект, с которым связано событие «Получение». Товар получает уникальный номер. Его свойства определяются наименованием, количеством, стоимостью, датой поступления и записываются в базу данных (БД). Состояние товара определяется как «Получен».

Далее бизнес-процесс работы со складом выбирает поступивший товар, действия над товаром регистрируются (дата поступления на склад, размещение). Фиксируются новые свойства: место хранения. Товар переходит в состояние «На складе».

Но программа документооборота и бизнес-программа работы со складом сохраняют ссылки на объект управления, а именно, конкретный товар, полученный по накладной.

Этот объект служит связующим звеном между СЭД-процессами и бизнес-процессами. Следовательно, можно проследить, каким образом движение документов и функционирование бизнес-процессов меняют состояние, свойства объекта и его отображение.

Но этот результат возможен только в случае перехода от традиционных систем документооборота к системам объектно-связанного документооборота.

## 2. МОДЕЛИ СИСТЕМ ОБЪЕКТНО-СВЯЗАННОГО ДОКУМЕНТООБОРОТА

В основе СЭД/ЕСМ-систем лежат модели, описывающие движение потока документов. Так, в работе [10] формальная модель документообо-

рота  $D_t$  представляется тройкой, включающей в себя множество участников  $\{U\}$ , множество действий с документами  $\{D_{ст}\}$  и множество форм документов  $\{\Phi\}$ :

$$D_t = \{\{U\}, \{D_{ст}\}, \{\Phi\}\}. \quad (1)$$

Введенная тройка множеств и соответствующий ей набор графов с направленными дугами и вершинами обеспечивается адекватной парной грамматикой. На основе введенной модели появляются возможность построения графов изменений конкретных документов в соответствии с происходящими событиями и возможность рассмотрения соответствующих сценариев на основе матриц инцидентности.

Построение различных моделей также рассмотрено в работе [11], где наряду с теоретико-графовыми моделями анализируются теоретико-множественные, автоматные, функциональные и дескрипторные модели. Однако все они либо отражают какой-либо фрагмент процесса организации документооборота, например, работу со справочниками, либо описание совокупности документов, отношений между ними и их свойств.

Анализ существующих систем и описывающих их моделей показывает, что при построении таких систем, как отмечалось выше, обычно принимаются во внимание только документы без учета их семантических свойств. Если же семантику необходимо учитывать, то вводится новый класс документов, а также вводятся специальные процедуры обработки этих документов. Например, в ЕСМ-системах обычно выделяется класс договоров и обеспечиваются средства ведения договоров. Но при этом предметная область конкретного договора, не касающаяся типа, формы договора, финансовых средств, остается обычно за пределами обработки СЭД/ЕСМ.

В то же время, если рассматривать СЭД/ЕСМ системы как основу интеграции информационной обработки в целом, то естественно предположить, что каждый документ связан с каким-либо объектом или с определенным набором объектов. При этом указанный объект с одной стороны развивается и видоизменяется, с другой — концентрирует вокруг себя множество связанных с ним документов, дающих описание этому развитию, определяющих изменения или обеспечивающих поддержку видоизменению; т. е. при построении системы информационной обработки в целом фактически некорректно отделять документы от связанных с ними объектов.

Для устранения этого несоответствия и требуется ввести понятие объектно-связанного документооборота (ОСД), базирующегося на методе централизованного учета объектов [12]. Рассмотр-

им свойства и методы построения ОСД более подробно.

Объектно-связанный документооборот обладает следующими свойствами:

— каждому документу соответствует ноль, один или несколько объектов;

— каждому объекту соответствует один или несколько документов; т. е. объект обязательно должен иметь хотя бы один связанный с ним документ (принцип первичности документооборота — даже если объект существует реально до появления первого документа, то в системе он регистрируется по первому относящемуся к нему документу);

— объекты и документы связаны отношением «многие к многим»;

— при обработке документа регистрируются новые объекты, а зарегистрированные в системе ранее связываются с данным документом (принцип регистрации-связывания).

Важно, что переход к объектно-связанному документообороту не отменяет возможность работы в режиме «простого» документооборота. Из первого из перечисленных свойств ОСД следует, что объекты можно не регистрировать, и тогда мы переходим к традиционному документообороту, который тогда будет частным случаем ОСД.

Формальная модель ОСД может быть представлена в виде нотации:

$$D_{ос} = \{\{D\}, \{C\}, \{Об\}\}, \quad (2)$$

где  $\{D\}$  — множество документов,  $\{Об\}$  — множество объектов,  $\{C\}$  — множество событий, происходящих с объектами и приведенными в документах.

Иными словами, ОСД обеспечивает обработку множества документов, связанных со множеством объектов множеством событий, которые происходят с объектами и описание которых присутствует в документах.

Представленная модель может быть отображена в виде двудольного графа (рис. 2), множество вер-

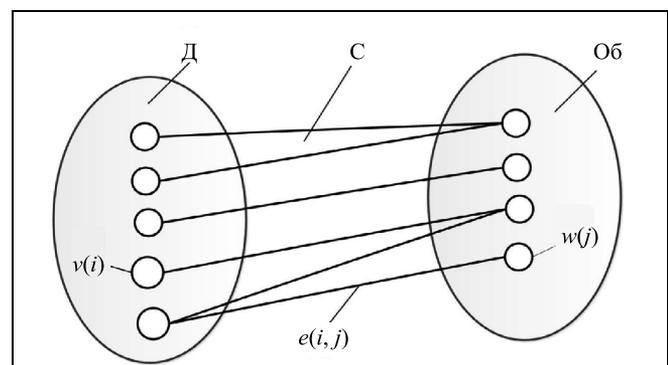


Рис. 2. Отображение объектно-связанного документооборота в виде двудольного графа



шин которого разбивается на два множества  $D$  и  $Ob$  так, что каждое ребро графа  $e(i, j)$  соединяет только некоторую вершину  $v(i)$  из множества  $D$  с некоторой вершиной  $w(j)$  из множества  $Ob$ .

Важно, что каждый документ, представленный в левой части двудольного графа, может менять свое состояние (зарегистрирован, взят на исполнение, исполнен, утвержден и т. д.); т. е. изменение самих документов происходит в соответствии с записью (1), которую представим в развернутом виде

$$Dt = \{\{U\}, \{Dст\}, \{Cд\}, \{D\}\}. \quad (3)$$

Здесь вместо массива форм документа  $\{Ф\}$  присутствует массив документов  $\{D\}$  и массив состояний документа  $\{Cд\}$ .

Формальная модель изменения объектов  $От$  в этом случае определяется парой

$$От = \{\{Co\}, \{Об\}\}, \quad (4)$$

где  $Об$  — объект, а  $Co$  — состояние объекта.

Таким образом, выражения (2)—(4) описывают ОСД в целом; т. е. в итоге получаем

$$Do = \{\{\{U\}, \{Dст\}, \{Cд\}, \{D\}\}, \{\{D\}, \{C\}, \{Об\}\}, \{\{Co\}, \{Об\}\}\}. \quad (5)$$

Взаимосвязь определяется идентификаторами документов, а также идентификаторами объектов, которые присутствуют более чем в одном множестве.

Из соотношения (5) следует, что при построении структур БД для документооборота следует выделять следующие сущности (рис. 3):

- движение документов;
- документы;
- изменение объектов на основании документов;
- объекты.

Все изменения документов отображаются посредством сущности «Движение документов», изменения состояния документов — посредством сущности «Документы», а связь документов и объектов реализуется на базе сущности «изменение объектов на основании документов».

Отметим, что для корректной организации документооборота необходимо ввести зависимость от времени. Однако различные сущности зависят от времени по-разному. Если действие  $Dст(t)$ , производимое с документом, и событие, происходящее с объектом  $C(t)$ , должны при любом изменении привязываться к текущему времени  $t$ , что отражает историю изменения документов и объектов и позволяет впоследствии при поиске получать траекторию их движения во времени, то при изменении состояний объекта и документа идет привязка к последнему значению времени  $t_L$ , ко-

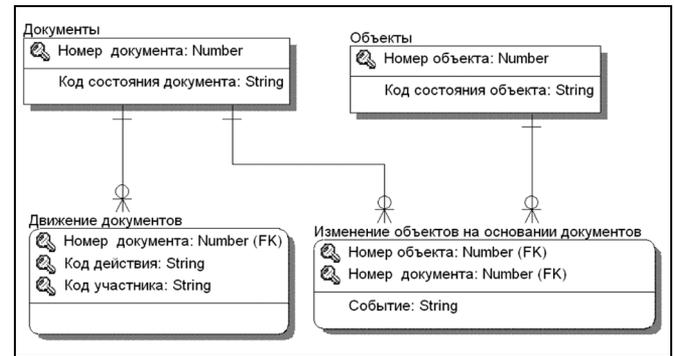


Рис. 3. Основные сущности объектно-связанного документооборота

торое каждый раз изменяется при изменении состояния, т. е.

$$Dст = Dст(t), \quad C = C(t), \quad D = D(t_L), \quad Об = Об(t_L).$$

Тут определяющим является то обстоятельство, что в сущностях, характеризующих изменение пары  $(Dст(t), C(t))$ , при каждом изменении появляется новая запись, а в сущностях, характеризующих состояние пары  $(D(t_L), Об(t_L))$ , обновляется запись, относящаяся к документу или объекту.

### 3. ОРГАНИЗАЦИЯ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМ ОБЪЕКТНО-СВЯЗАННОГО ДОКУМЕНТООБОРОТА, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С СИСТЕМАМИ УПРАВЛЕНИЯ БИЗНЕС-ПРОЦЕССАМИ

#### 3.1. Двухуровневая структура описаний документов и объектов управления

Поскольку системы ОСД должны передавать бизнес-процессам краткие сведения о документах и заполнять краткие сведения об объектах, то целесообразно описание как тех, так и других представить двухуровневыми структурами. Первый уровень описания документов должен включать в себя общие свойства, присущие всем документам и всем объектам.

Он обычно содержит как адресные, так и основные учетные данные:

- адрес отправителя;
- адрес (адреса) получателя (получателей);
- формат документа (doc, txt, pdf, ...);
- идентификатор документа у отправителя;
- дату регистрации документа у отправителя;
- идентификатор ссылочного документа, ответом на который является данный;
- дату регистрации ссылочного документа;
- срочность;
- краткое содержание.

Второй уровень включает в себя технические дополнения, такие как: код текста документа, язык

документа, состояние контроля, реквизиты исполнителя и список приложений.

Первый уровень описания объектов в системах ОСД обычно содержит:

- идентификатор объекта;
- тип объекта;
- имя объекта;
- краткое описание объекта;
- категорию учета объекта;
- статус (состояние) объекта.

Второй уровень определяет свойства конкретного объекта. Например, для товара (в торговле) это артикул, цена, количество и т. п. Для похищенного автомобиля (полицейская система) — это VIN, регистрационный номер, марка-модель, номер двигателя, цвет, дата похищения, регион похищения.

В реальной модели БД как для документов, так и для объектов должна быть представлена таблица, отражающая свойства первого уровня (базовая таблица), а также таблицы, в которых фиксируются свойства второго уровня (таблицы расширения). При этом основные алгоритмы ОСД могут строиться только на основе базовой таблицы, а перечень таблиц расширения может пополняться и изменяться в зависимости от реальной предметной области. Более того, в предельном случае системы ОСД могут работать со всеми таблицами документов и только с базовой таблицей объектов, которая определена заранее, а бизнес-процессы — с базовой таблицей документов и всеми таблицами объектов. Важным условием здесь остается обязательная связь базовой таблицы и конкретной таблицы расширения отношением «один-к-одному». В качестве уникального ключа может использоваться идентификатор либо пара: тип и идентификатор, что определяется конкретной реализацией.

Отметим, что при таком подходе система ОСД может одновременно обслуживать несколько СУБП, каждая из которых работает со своими типами объектов.

### 3.2. Организация взаимодействия систем объектно-связанного документооборота и систем управления бизнес-процессами

В простейшем случае взаимодействие системы ОСД с СУБП может быть организовано с использованием общей БД (рис. 4).

Безусловное достоинство такого подхода состоит в использовании языка SQL, который служит стандартом для подавляющего большинства БД. В этом случае на основании фрагмента модели базы, ответственного за взаимодействие, в реальной базе данных строятся как таблицы документов, так и таблицы объектов, с которыми работают системы ОСД и СУБП. Достоинство такого подхода состоит в простоте организации взаимодействия и

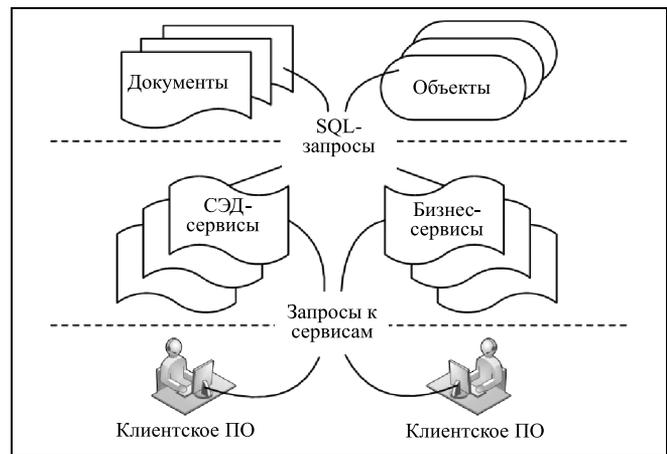


Рис. 4. Схема взаимодействия с общей базой данных

широкой возможности получения самых разнообразных справок из БД по взаимосвязи документов и объектов. Для выполнения требований по защите информации необходимо обеспечить для систем ОСД и СУБП доступ только к определенным таблицам. Естественно, такой подход наиболее целесообразен, если проектирование систем идет параллельно (рис. 4).

Если система ОСД и СУБП имеют различные БД, более того, управляются СУБД различных типов, то возможен другой подход, обеспечивающий синхронное изменение первого уровня описания документов и объектов в обеих БД, а также их связей (рис. 5).

В качестве инструмента синхронизации целесообразно применение электронных сервисов (SOAP-сервисов или REST-сервисов). Применение REST-сервисов дает более простой механизм синхронизации, но в то же время применение SOAP-сервисов обеспечивает функции самодокументирования, что очень важно для организации понятных интерфейсов при обеспечении взаимодействия систем. Каждая из сторон в этом случае является как клиентом, так и сервером, т. е. проводится двухсторонняя синхронизация.

Очевидно, что реализация этой схемы существенно сложнее. Она становится возможной только благодаря двухуровневой структуре описаний документов и объектов управления.

### 3.3. Описание документов и объектов XML-структурами

Как мы видим, в системе ОСД постоянно образуются связки типа «Документ—объект». Из соотношения (5) следует, что один документ  $D$  может быть связан с некоторым множеством объектов  $\{O\}$  (связка первого типа), и наоборот, каждый объект  $O$  может быть связан с некоторым множеством документов  $\{D\}$  (связка второго типа). При-

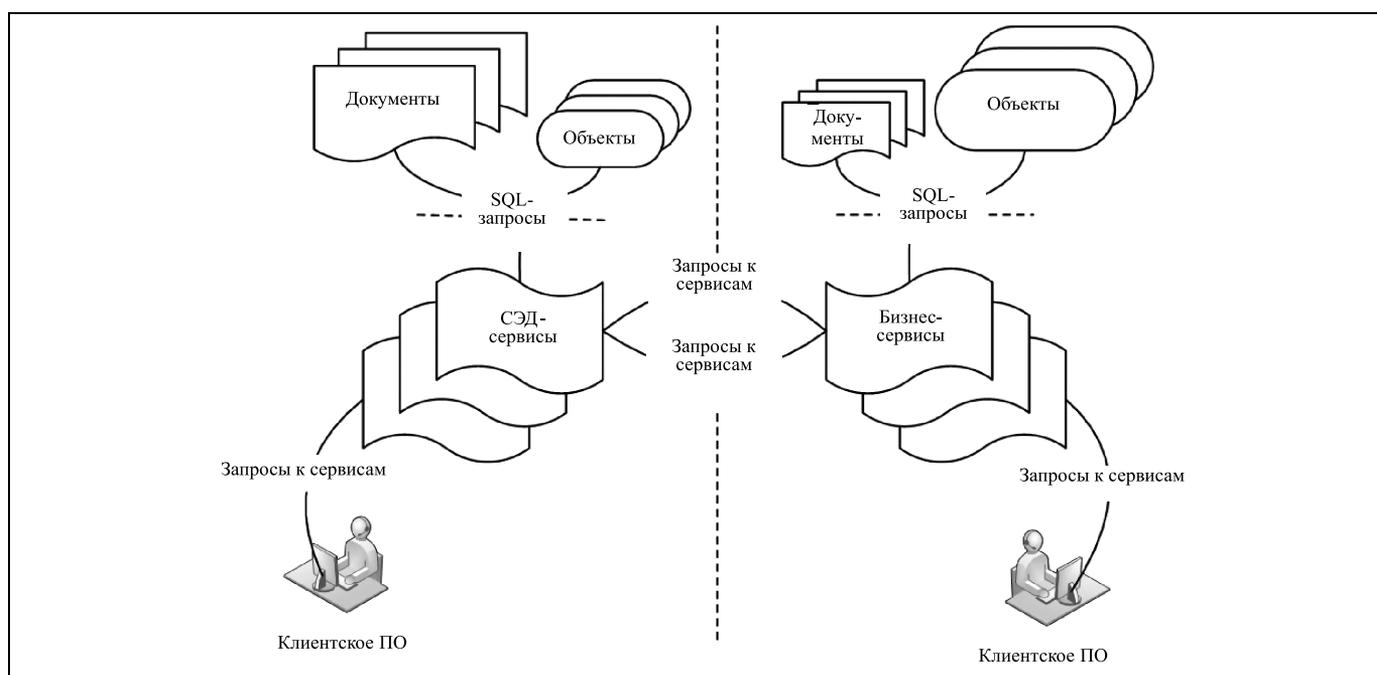


Рис. 5. Схема взаимодействия с отдельными базами данных

чем в системе документооборота первичны документы, поэтому там фиксируются связки первого типа, которые поступают на регистрацию в БД (схема с общей базой данных) или передаются бизнес-процессам в случае схемы с отдельными базами данных. Обычно такая связка оформляется в виде XML-структуры типа (в примере рассматриваются только первые уровни описания):

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8"?>
<MSG>
<TO TCode="«(Получатель)»"/>
<FROM FCode="«(Отправитель)»"/>
<DOCUMENT DocNum="«(Идентификатор отправителя)» DocDate="«(Дата отправителя)» RefNum="«(Ссылка)» RefDate="«(Дата ссылки)» DocType="«(Формат)» DocDesc="«(Краткое содержание)» Urgency="«(Срочность)»>
<OBJECT Obj_Stat="«(Статус)» Obj_Cat="«(Категория учета)» Obj_Desc="«(Описание объекта)» Obj_name="«(Имя объекта)» Status_id="«9» Object_id="«(Тип объекта)» Object_num="«(Идентификатор объекта)»"/>
</DOCUMENT>
</MSG>
```

Отметим, что в данной XML-структуре может присутствовать произвольное число объектов — множество {Об}, связанных с указанным документом Д.

Но при фиксации в БД связки первого типа, определенной XML-структурой, регистрируется новый документ Д. При регистрации соответству-

ющего этому объекту Об возможны две ситуации. Либо объект Об отсутствует в БД, и тогда он регистрируется и связывается с документом Д, либо он присутствует в БД, и тогда регистрация не проводится (при необходимости меняются только свойства) и осуществляется только операция связывания. Таким образом, один объект может оказаться связанным с несколькими документами, т. е. образуется связка второго типа.

### 3.4. Объектно-связанный документооборот в распределенных системах

В распределенных системах, имеющих много узлов обработки данных, у которых обмен информацией осуществляется в основном посредством сообщений, целесообразно применение ОСД, использующего XML-структуры. Обычно XML-структуры оформляются в виде дополнительных вложений и пересылаются с каждым сообщением. Это обеспечивает возможность автоматизации процессов регистрации как документов, так и связанных с ними объектов ввиду формализованного представления XML-структур, т. е. выборка данных и регистрация сообщений и объектов производится без участия оператора, что повышает достоверность учетных данных и скорость обработки.

Отметим еще один фактор, связанный с идентификацией объектов. Он определен тем обстоятельством, что для систем ОСД весьма важна проблема определения идентичных объектов. Действительно, часто при проверке идентичности объекта оперируют названием объекта и содержанием со-

общения. Идентификационный номер в каждой подсистеме свой, так как он устанавливается в процессе регистрации. Если идентификационный номер каждого объекта был бы уникальным для системы в целом, то это дало бы возможность производить установку связей при получении сообщения в автоматическом режиме. Выделение централизованной БД для хранения данных об объектах реализуется в этом случае с помощью «облачных» технологий [12].

#### 4. ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

На основании изложенных выше положений реализована система объектно-связанного документооборота в рамках создания сервиса обработки документов Интерпола (СОДИ) [13]. Особенно интересным при построении этой системы оказался широкий круг абонентов — от большинства стран-членов Интерпола до российских абонентов, представляющих правоохранительные органы (рис. 6).

Причем и зарубежных, и российских абонентов можно разделить на две категории:

- абоненты, осуществляющие обмен неформализованными сообщениями;
- абоненты, осуществляющие обмен формализованными сообщениями посредством XML-структур.

Если российские правоохранительные органы для формализованных описаний документов и объектов пользуются XML-структурами первого типа (XML-описаниями), то XML-документы, поступающие из-за рубежа и содержащие сведения об объектах, имеют свой формат. Но этот формат известен, и поэтому уже на входе он преобразуется к внутрисистемным структурам. Неформализованные документы обрабатываются на входе с участием оператора, при этом документы, объекты и связи между ними регистрируются в БД так же, как у

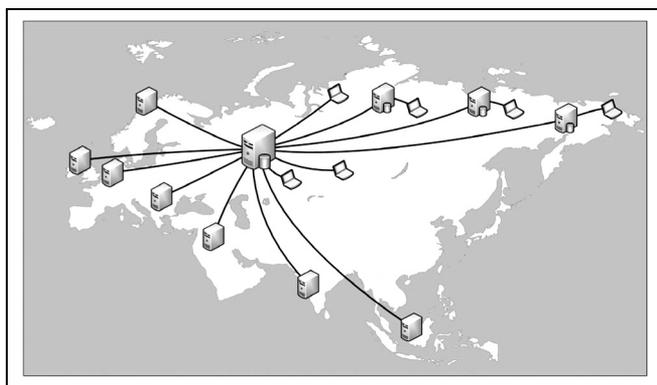


Рис. 6. Реализация объектно-связанного документооборота в распределенной сети

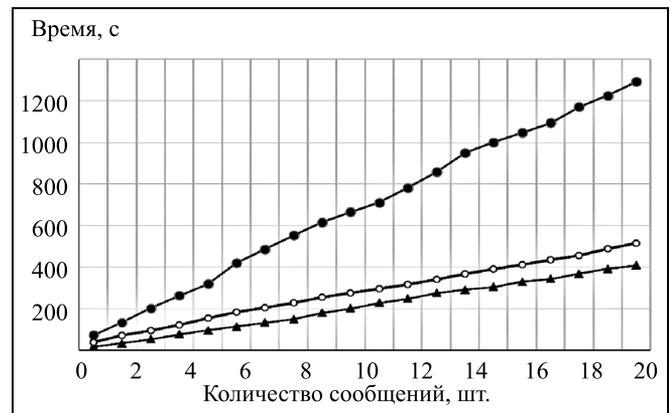


Рис. 7. Время регистрации сообщений в ручном режиме и формализованных сообщений с автоматизированной обработкой XML-описаний: —●— ручная регистрация сообщений; —▲— регистрация сообщений с XML-описанием; —○— регистрация сообщений и объектов с XML-описанием

формализованных документов. Дальнейшая обработка документов производится специализированными бизнес-процессами.

Такой подход позволил существенно увеличить скорость обработки данных в основном для формализованных сообщений.

На рис. 7 представлены графики, полученные в результате проведенных экспериментов и отображающие время регистрации в сервисе СОДИ сообщений, у которых регистрационные поля заполняет оператор (ручная регистрация) и сообщений, у которых присутствуют XML-структуры. Причем XML-структуры представляют собой как описания документов, так и объектов.

Отметим, что источник поступления сообщений здесь практически не играет роли, так как разница состоит только в том, что формализованные сообщения, поступающие из-за рубежа, проходят дополнительное автоматическое преобразование, время которого по сравнению с общим временем обработки пренебрежимо мало.

Во всех представленных экспериментах в одном сообщении присутствует описание одного объекта. Описание каждого сообщения включает в себя типовой набор параметров: получатель, отправитель, идентификатор отправителя, дата, идентификатор ссылки, дата ссылки, краткое описание содержимого, срочность, перечень вложений. Отметим, что этот набор характерен для регистрации документов любого типа и не содержит никакой специфики; т. е. он может применяться как для полицейской системы, так и для торговли. Такой подход стал возможным именно благодаря регистрации объектов, описание каждого из которых включает в себя семантические данные, присутствующие в сообщении или его фрагменте. Например, не требуется регистрировать сообщение типа



«договор», а можно зарегистрировать входящее сообщение и зарегистрировать на основании контента этого сообщения: объект «договор».

В экспериментах участвовали объекты, характерные для полицейских систем. Это похищенные автомобили, физические и юридические лица, утраченные документы, оружие и др. Было установлено, что время регистрации любого типа объекта практически одинаково, так как определяется временем автоматической регистрации и временем, необходимым оператору для контроля. Поэтому в реальном эксперименте участвовали объекты разных видов. Вид объекта выбирался случайным образом.

Из графиков видно, что время обработки сообщений с XML-описаниями существенно меньше, что ожидаемо, так как данные, содержащиеся в XML, позволяют автоматизировать процесс регистрации. Но особенно интересен тот факт, что время регистрации сообщений (с XML-описаниями) и таких же сообщений, содержащих описание объекта, отличается ориентировочно только на 20 %. Это говорит о том, что переход к ОСД не приведет к резкому увеличению трудозатрат при обработке сообщений, но в то же время к моменту обработки информации бизнес-процессами будет присутствовать полный набор объектов, у которых прописаны связи как с документами, так и между собой на основе общих документов в соответствии с вышеописанной моделью. Важно также то обстоятельство, что наличие зарегистрированных и связанных между собой объектов уже на начальной стадии позволяет анализировать информацию на более высоком уровне, например, с помощью специализированных программ i2 (IBM) [14].

Отметим, что реализация, выполненная на основе web-сервисов, показала эффективность предложенной модели как при развертывании в локальных сетях, так и при «облачной» технологии.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненные исследования, предложенная модель и результаты практической реализации показывают, что системы объектно-связанного документооборота (ОСД) позволяют:

- повысить скорость обработки информации в процессе обмена благодаря автоматизации обработки формализованных данных на базе XML-структур;

- обеспечить для бизнес-процессов подготовку сведений об объектах на уровне регистрации документов и связывание документов и объектов для последующего анализа;

- осуществлять переход к «облачной» технологии с помощью web-сервисов уже на начальной стадии разработки.

Вместе с тем проектирование систем ОСД дает существенный эффект, если с самого начала подразумевается разработка сопрягаемых с ними бизнес-процессов, проводящих обработку объектов, учет которых осуществляется на уровне ОСД.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Е1 Евфрат*. Система электронного документооборота и автоматизации бизнес-процессов. — URL: <http://www.evfrat.ru/> (дата обращения: 10.10.2016).
2. *ТЕЗИС*. Управление документами и задачами. — URL: <https://www.tezis-doc.ru/features> (дата обращения: 10.10.2016).
3. *СЭД Docsvision* для Вашего предприятия. — URL: <http://www.docsvision.com/https://www.tezis-doc.ru/features> (дата обращения: 10.10.2016).
4. *О системе DIRECTUM*. — URL: <http://www.directum.ru/system> (дата обращения: 10.10.2016).
5. *Галактионова Ю.С., Курбацкая В.Н., Рогова И.О.* Развитие систем электронного документооборота в России // Современные тенденции в экономике и управлении: новый взгляд. — 2015. — № 37-2. — С. 165–169.
6. *Козлов А.Д., Мараканов И.Н.* Технология XML-документооборота // Сб. тр. четвертой междунар. конф. «Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2010)» / ИПУ РАН. — М., 2010. — С. 344–354.
7. *Архитектура* и методы построения автоматизированных информационно-аналитических систем предприятий ракетно-космической промышленности / Р.Э. Асратян и др. — М.: ИПУ РАН, 2016. — 120 с.
8. *ЕСМ — Enterprise Content Management*. Tadviser. Государство. Бизнес. ИТ. — URL: [http://www.tadviser.ru/index.php/%D0%A1%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D%8F:ЕСМ — Enterprise\\_Content\\_Management](http://www.tadviser.ru/index.php/%D0%A1%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D%8F:ЕСМ — Enterprise_Content_Management) (дата обращения: 26.10.2016).
9. *Наумов А.* LinkWorks: от автоматизации офиса до управления производством // Открытые системы. — 1997. — № 1. — С. 50–54.
10. *Круковский М.Ю.* Графовая модель композитного документооборота // Математичні машини і системи. — 2005. — № 1. — С. 120–136.
11. *Проектирование* информационных систем управления документооборотом научно-образовательных учреждений / М.Н. Краснянский и др. — Тамбов: Изд-во ТГТУ. — 2015. — 214 с.
12. *Курако Е.А., Москальков В.Е., Орлов В.Л.* Метод централизованного учета объектов в распределенных системах документооборота // Тр. 6-й междунар. конф. «Параллельные вычисления и задачи управления» (РАСО'2012, Москва, ИПУ РАН). — М., 2012. — Т. 2. — С. 291–295.
13. *Апульцин В.А., Курако Е.А., Орлов В.Л.* Развитие информационных технологий в НЦБ Интерпола МВД России // Тр. 25-й всерос. конф. «Информатизация и информационная безопасность правоохранительных органов» (Москва, Академия управления МВД России). — М., 2016. — С. 10–15.
14. *Горошко И.В., Смирнов М.В.* Анализ данных в ходе выполнения проектов Международной организации уголовной полиции // Материалы двадцать пятой междунар. науч.-техн. конф. «Системы безопасности — 2016» (Москва, Академия ГПС МЧС России). — 2016. — С. 524–526.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.М. Вишневым.

**Курако Евгений Александрович** — науч. сотрудник, ✉ [kea@ipu.ru](mailto:kea@ipu.ru),

**Орлов Владимир Львович** — канд. техн. наук, вед. науч. сотрудник, ✉ [ovl@ipu.ru](mailto:ovl@ipu.ru),

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.

# ПРИМЕНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИНТЕРВАЛЬНОГО НЕЙРОСЕТЕВОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДЛЯ КАЛИБРОВКИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ

П.В. Сараев, Ю.Е. Полозова, Ю.Л. Полозов

Проанализирована возможность применения результатов интервального нейросетевого прогнозирования для калибровки средств измерений, входящих в состав систем управления. Дана модификация функционала качества и предложено применять интервальный алгоритм глобальной оптимизации для обучения интервальных нейросетевых моделей. Кратко описан разработанный программный продукт. Рассмотрены методика проведения калибровки и порядок расчетов по определению применимости интервального нейросетевого прогноза. Приведены результаты вычислительных экспериментов.

**Ключевые слова:** интервальная нейронная сеть, нейросетевое прогнозирование, калибровка средств измерений.

## ВВЕДЕНИЕ

Метрологическое обеспечение служит мощным инструментом управления точностью и надежностью создаваемых в настоящее время автоматизированных систем. В этой связи не вызывает сомнений актуальность разработки и апробации методов достоверного моделирования при метрологическом сопровождении на каждом этапе жизненного цикла автоматизированной системы управления. Одна из важных процедур метрологического контроля состоит в периодической калибровке средств измерений (СИ) и измерительных модулей, входящих в состав системы управления.

Калибровка представляет собой процесс определения действительных значений метрологических характеристик СИ [1]. Однако проведение испытаний в некоторых точках диапазона измерений прибора может оказаться затруднительным. В таких случаях представляется возможным прогнози-

рование показаний СИ с целью упрощения процедуры калибровки.

Цель настоящей работы заключается в анализе эффективности применения модифицированного функционала качества при обучении интервальных нейросетевых моделей, а также анализ возможности применения методов интервального нейросетевого моделирования и прогнозирования для проведения калибровки СИ.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Управление автоматизированной системой осуществляется на основе информации, полученной от многочисленных СИ и измерительных модулей, входящих в ее состав. Очевидно, что корректность и достоверность этой информации характеризуют точность и надежность системы в целом. Одной из процедур, подтверждающих достоверность данных СИ, является калибровка.

В данной работе в качестве измерительного модуля некоторой системы управления рассмат-



ривается дозиметр-радиометр. Для проведения процесса калибровки рассматриваются данные, полученные в режиме измерения мощности дозы гамма-излучения дозиметром-радиометром МКС-01СА1М [2] на эталонной установке [3] с источником из радионуклида  $^{137}\text{Cs}$ .

Прибор устанавливается на подвижной платформе эталонной установки так, что геометрический центр детектора прибора находится на оси коллиматорного пучка гамма-излучения, испускаемого радионуклидом  $^{137}\text{Cs}$ . В зависимости от расстояния до источника изменяется мощность дозы гамма-излучения.

Набор точек, в которых измеряется мощность дозы гамма-излучения, определяется технической документацией на прибор. Значения мощности дозы, воспроизводимые эталонной установкой, частично определены в технической документации. Недостающие значения могут быть получены расчетным путем на основе уровня активности радионуклидного источника внутри установки.

Подвижная платформа установки с размещенным на ней детектором СИ перемещается вдоль оси коллиматорного пучка гамма-излучения и фиксируется на разном расстоянии от него. В каждой точке с прибора снимаются несколько показаний с периодом 5 с. Минимальное и максимальное значения формируют соответственно нижнюю и верхнюю границу интервального числа. В соответствии с ГОСТ 8.736—2011 при выполнении прямых многократных измерений для определения доверительных границ погрешности оценки измеряемой величины доверительную вероятность  $P$  принимают равной 0,95.

Интервальные показания эталона формируются путем прибавления к вещественному значению интервала допустимой погрешности ( $\pm 25\%$ ), указанной в технической документации на СИ (руководство по эксплуатации СНЖА.412152.001 РЭ п. 1.2.2). Если интервальные показания СИ во всех точках с вероятностью  $P = 0,95$  включаются в интервал эталонных значений, то прибор признается пригодным к дальнейшей эксплуатации. Следовательно, подтверждается корректность работы системы в целом и достоверность получаемых данных о состоянии объекта управления. В случае выявления превышения допустимой погрешности показаний СИ полученная информация может быть использована для принятия управленческих решений о необходимости замены, ремонта СИ или установки дублирующего модуля измерений.

Предполагается, что при проведении калибровки в ограниченном диапазоне существует возможность прогнозирования показаний прибора в тех частях диапазона, где проведение измерения пред-

ставляет большую сложность. Если в ходе ряда испытаний подтвердится соответствие прогнозных значений фактическим показаниям прибора, то предлагаемая методика позволит с определенной вероятностью подтверждать исправность СИ на ограниченном диапазоне.

## 2. ИНТЕРВАЛЬНОЕ НЕЙРОСЕТЕВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Любое измерение физической величины всегда сопровождается погрешностью, которая приводит к неоднозначности показаний СИ и, следовательно, к неточностям при выработке управляющих воздействий в системе. Соответствующая форма для выражения этой неоднозначности — интервальные числа. Для работы с интервальными величинами представляется целесообразным применять интервальную нейронную сеть (ИНС).

Нейронная сеть называется интервальной, если содержит хотя бы один интервальный параметр — вход, выход или вес [4]. В настоящей работе под ИНС понимается нейронная сеть прямого распространения, в которой все перечисленные параметры представляют собой интервальные числа.

Эффективность применения ИНС для решения задач с интервальными неопределенностями подтверждена рядом исследований, в частности при построении калибровочных зависимостей СИ [5].

В качестве исходной предпосылки в настоящем исследовании рассматривается задача нейросетевого прогнозирования временного ряда, заданного интервальными значениями. Результат прогнозирования должен представлять собой интервал наименьшей ширины, содержащий фактическое интервальное значение.

Имеющиеся на сегодняшний день алгоритмы обучения [6—9] ИНС представляют собой расширение метода обратного распространения ошибки на случай интервальных данных. При этом ошибка обучения определяется квадратичным функционалом качества:

$$J(w) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k Q_i(w) = \\ = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r \{(\underline{y}_{ij}(w) - \tilde{y}_{ij})^2 + (\overline{y}_{ij}(w) - \bar{y}_{ij})^2\},$$

где  $k$  — число примеров обучающего множества,  $w$  — вектор весов,  $Q_i(w)$  — значение ошибки обучения на  $i$ -м примере обучающего множества,  $r$  — число выходов нейронной сети,  $\underline{y}_{ij}(w)$  — нижняя граница интервала  $j$ -го выхода ИНС на  $i$ -м приме-

ре,  $\tilde{y}_{ij}$  — нижняя граница интервала указания учителя для  $j$ -го выхода ИНС на  $i$ -м примере,  $\overline{y_{ij}(w)}$  — верхняя граница интервала  $j$ -го выхода ИНС на  $i$ -м примере,  $\bar{y}_{ij}$  — верхняя граница интервала указания учителя для  $j$ -го выхода ИНС на  $i$ -м примере.

Однако, в смысле достоверных вычислений, приведенный функционал не гарантирует полного включения интервала указаний учителя в выходной интервал сети. В связи с этим недостатком авторами предлагается функционал качества обучения ИНС для модели с одним выходом:

$$J([w]) = \sum_{i=1}^k Q_i([w]) = \sum_{i=1}^k p_i b_i,$$

$$\text{где } b_i = \begin{bmatrix} b_{i1} \\ b_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{y}_i - y_i([w]) \\ y_i([w]) - \bar{y}_i \end{bmatrix}, p_i = [p_{i1} \ p_{i2}],$$

$$p_{iq} = \begin{cases} 1, & b_{iq} \geq 0, \\ -b_{iq}/N, & b_{iq} < 0, \end{cases} \quad q = \overline{1, 2}.$$

Здесь  $k$  — число примеров обучающего множества,  $[w]$  — интервальный вектор весов,  $Q_i([w])$  — значение ошибки обучения на  $i$ -м примере обучающего множества,  $p_i$  — вектор-строка весовых коэффициентов для отклонения границ интервала выхода ИНС от границ интервала указания учителя на  $i$ -м примере обучающего множества,  $b_i$  — вектор отклонений границ интервала выхода ИНС от указания учителя на  $i$ -м примере,  $\tilde{y}_i$  — нижняя граница интервала указания учителя на  $i$ -м примере,  $y_i([w])$  — нижняя граница интервала выхода ИНС на  $i$ -м примере,  $\overline{y_i([w])}$  — верхняя граница интервала выхода ИНС на  $i$ -м примере,  $\bar{y}_i$  — верхняя граница интервала указания учителя на  $i$ -м примере,  $p_{iq}$  —  $q$ -й элемент вектора-строки  $p_i$ ,  $b_{iq}$  —  $q$ -й элемент вектора  $b_i$ ,  $q$  — номер элемента вектора,  $N$  — уровень толерантности, показывающий порядок отклонения границы интервала, который признается допустимым (например, 0,1; 0,01; 0,001).

Понятие уровня толерантности вводится в качестве аналога штрафной функции, значение которой показывает, насколько критичен выход интервала указаний учителя за пределы интервала выхода сети. В контексте достоверных вычислений параметр  $N$  необходим для возможности гарантировать включение точного решения задачи в вы-

ходной интервал. Значение  $N = 1$  соответствует наивысшему уровню толерантности, при котором не имеет значения, включается ли интервал указаний учителя в интервал выхода сети, а ошибка обучения вычисляется только по размеру отклонения. Чем меньше уровень толерантности, тем больший штраф накладывается на размер выхода интервала указаний учителя за пределы интервала выхода сети.

Для обучения предложенной модели ИНС предлагается применить интервальный адаптивный алгоритм глобальной оптимизации функций, основанный на бисекции вектора весов [11].

Представляет интерес вопрос о генерации начальных весов для обучения ИНС. С одной стороны, начальные веса должны представлять собой интервалы достаточной ширины, чтобы обеспечить включение указаний учителя на первом шаге. С другой стороны, ширина интервалов начальных весов не должна быть слишком большой, чтобы не увеличивать время обучения. Однако эмпирическим путем было установлено, что излишне узкие интервалы начальных весов, позволяющие включить указания учителя в выходы сети с наименьшим превышением, затрудняют дальнейшее обучение ИНС. В этом случае бисекция вектора весов на последующих шагах увеличивает ошибку обучения и алгоритм завершает работу.

Для прогнозирования интервальных величин разработано специальное программное обеспечение, представляющее собой программный пакет *intervalnn* на языке R [12]. Разработанный пакет содержит функции для работы как с классическими, так и с ИНС прямого распространения. Для реализации возможностей интервальной арифметики используется пакет *sets*.

Функциональный модуль для работы с ИНС решает задачи:

- загрузки исходного ряда интервальных данных из текстового файла;
- формирования обучающего множества в зависимости от заданной размерности входного вектора;
- нормирования исходных данных в диапазон  $[0; 1]$ ;
- генерации начальных весов для обучения сети;
- обучения ИНС методом бисекции вектора весов;
- применения обученной модели для прогнозирования с получением результирующего интервального вектора прогнозных значений.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В качестве исходных данных для проведения экспериментов рассматривается интервальный ряд показаний дозиметра-радиометра, включающий в себя 56 интервальных значений. Из них на 5 заключительных значений строится прогноз. На рисунке приведена графическая иллюстрация исходного ряда данных.

Прибор, используемый для проведения экспериментов, прошел периодическую поверку и допущен к применению в сфере государственного регулирования обеспечения единства измерений. Результаты прогнозирования для разных конфигураций ИНС приведены в таблице. Эксперименты проводились путем наращивания структуры ИНС.

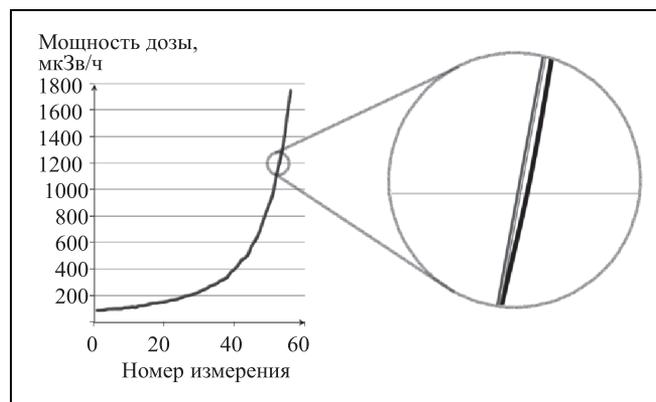
По результатам проведенных экспериментов можно заметить, что наилучший прогноз получен с помощью ИНС без скрытых слоев. При последовательном наращивании структуры сети увеличиваются ошибка и время обучения модели, а также ширина прогнозных интервалов. Отметим, что при этом во всех опытах, за исключением случаев  $N = 1$ , прогнозные интервалы полностью включают фактические. Как отмечалось ранее, согласно назначению параметра  $N$ , в случаях  $N = 1$  достоверность вычислений не гарантируется, что также подтверждается экспериментом.

Для случаев  $N = 1$  уместнее было бы говорить о приближении границ прогнозного интервала к фактическим значениям в смысле статистической погрешности. Однако по результатам эксперимента очевидно, что усложнение конфигурации ИНС приводит к потере точности прогноза. В таких случаях для работы с интервальными нейросетевыми моделями без учета достоверных вычислений успешно применяются градиентные алгоритмы обучения [6–10].

По условиям прикладной задачи, если значение физической величины, измеренное прибором, отличается от эталонного в пределах погрешности ( $\pm 25\%$ ), то такое СИ допускается к эксплуатации. Таким образом, полученный прогнозный интервал должен одновременно удовлетворять двум условиям:

- гарантированно включать интервал фактических значений;
- не выходить за границы интервала допустимой погрешности.

С учетом изложенных требований, наилучшим из приведенных результатов можно признать прогноз, полученный при конфигурации сети с тремя входными нейронами без скрытых слоев (3-1), при  $N = 0,01$ . Поскольку, как ранее отмечалось,



Исходные данные: — нижняя граница; — верхняя граница

интервал допустимой погрешности вычисляется при доверительной вероятности  $P = 0,95$ , а выход верхней границы интервалов 4 и 5 прогнозных значений за пределы интервала допустимой погрешности не превышает 3 %, то можно сделать вывод, что прогнозные значения показаний прибора находятся в пределах допустимой погрешности, что подтверждает исправность СИ и точность управляющих воздействий, выработанных на основе данных этого СИ.

Результаты прогнозирования не противоречат исходной информации о приборе, поскольку в ходе проведенных опытов использовалось СИ, прошедшее поверку. Однако полученный результат достигнут с помощью сокращенного набора данных, что позволяет применять предложенную методику в упрощенной процедуре определения метрологических характеристик прибора.

Однако результаты одного эксперимента не могут являться основанием для вынесения заключения о пригодности прибора к эксплуатации. Только при наличии длительной статистики, подтверждающей результаты прогнозов, можно говорить о применимости предложенной методики с определенной степенью вероятности.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнен анализ возможности применения результатов интервального нейросетевого прогнозирования для проведения калибровки средств измерений (СИ). Описано функциональное наполнение разработанного программного обеспечения. В ходе эксперимента подтверждена эффективность применения модифицированного функционала качества при обучении интервальных нейросетевых моделей на основе интервального алгоритма глобальной оптимизации. В контексте достовер-



## Результаты прогнозирования

Характеристика	Интервал					Ошибка обучения	Время работы, с
	1	2	3	4	5		
Фактические значения	[1111,2; 1115,6]	[1216,4; 1240,9]	[1351,6; 1360,2]	[1551,0; 1569,0]	[1742,6; 1749,3]	—	—
Допустимый диапазон погрешности	[773,2; 1288,6]	[846,5; 1410,8]	[927,0; 1545,0]	[1014,6; 1691,1]	[1109,4; 1849,1]		
Конфигурация ИНС	3-1						
Прогноз $N = 1$	[1140,0; 1191,0]	[1248,0; 1303,0]	[1357,0; 1440,0]	[1595,0; 1727,0]	[1754,0; 1905,0]	9,82	16,9
Прогноз $N = 0,01$	[985,0; 1186,0]	[1072,0; 1290,0]	[1157,0; 1423,0]	[1184,0; 1706,0]	[1289,0; 1863,0]	25,7	18,7
Прогноз $N = 0,00001$	[844,0; 1308,0]	[916,0; 1426,0]	[987,0; 1589,0]	[866,0; 2086,0]	[938,0; 2288,0]	45,5	19,6
Конфигурация ИНС	3-1-1						
Прогноз $N = 1$	[867,0; 883,0]	[940,0; 953,0]	[1011,0; 1040,0]	[913,0; 937,0]	[985,0; 1007,0]	39,8	68,0
Прогноз $N = 0,01$	[288,0; 1040,0]	[305,0; 1111,0]	[321,0; 1200,0]	[152,0; 1255,0]	[155,0; 1329,0]	281,0	68,1
Прогноз $N = 0,00001$	[808,0; 1156,0]	[857,0; 1254,0]	[942,2; 1377,0]	[793,0; 1607,0]	[856,1; 1745,0]	50,6	69,2
Конфигурация ИНС	3-2-1						
Прогноз $N = 1$	[589,0; 598,0]	[480,0; 486,0]	[435,0; 441,0]	[349,0; 353,0]	[299,0; 302,0]	65,9	218,0
Прогноз $N = 0,01$	[971,0; 1339,0]	[1015,0; 1627,0]	[1078,0; 1931,0]	[1114,0; 2407,0]	[1158,0; 2955,0]	50,7	310,0
Прогноз $N = 0,00001$	[817,0; 1314,0]	[784,0; 1583,0]	[799,0; 1857,0]	[739,0; 2283,0]	[698,0; 2770,0]	59,2	275,0
Конфигурация ИНС	3-3-1						
Прогноз $N = 1$	[575,0; 583,0]	[533,0; 538,0]	[536,0; 545,0]	[404,0; 409,0]	[366,0; 370,0]	85,8	533,0
Прогноз $N = 0,01$	[979,0; 1306,0]	[1046,0; 1498,0]	[1126,0; 1706,0]	[1160,0; 2122,0]	[1229,0; 2487,0]	50,9	571,0
Прогноз $N = 0,00001$	[806,0; 1309,0]	[826,0; 1502,0]	[877,0; 1711,0]	[775,0; 2132,0]	[769,0; 2501,0]	60,9	551,0
Конфигурация ИНС	3-1-1-1						
Прогноз $N = 1$	[554,0; 560,0]	[562,0; 567,0]	[566,0; 576,0]	[407,0; 411,0]	[401,0; 404,0]	120,0	181,0
Прогноз $N = 0,01$	[442,0; 1281,0]	[455,0; 1409,0]	[466,0; 1564,0]	[264,0; 1964,0]	[262,0; 2185,0]	132,0	182,0
Прогноз $N = 0,00001$	[103,0; 1271,0]	[103,0; 1393,0]	[103,0; 1538,0]	[96,4; 1902,0]	[96,4; 2101,0]	158,0	176,0
Конфигурация ИНС	3-2-2-1						
Прогноз $N = 1$	[762,0; 772,0]	[729,0; 737,0]	[717,0; 728,0]	[646,0; 654,0]	[612,0; 619,0]	104,0	1084,0
Прогноз $N = 0,01$	[221,0; 1679,0]	[167,0; 2290,0]	[151,0; 3133,0]	[112,0; 4405,0]	[106,0; 6081,0]	175,0	792,0
Прогноз $N = 0,00001$	[108,0; 1681,0]	[106,0; 2292,0]	[104,0; 3136,0]	[97,4; 4407,0]	[97,3; 6081,0]	1097,0	801,0



ных вычислений обосновано введение понятия уровня толерантности.

По результатам прогнозирования проведено сравнение прогнозных интервалов показаний прибора с интервалами допустимой погрешности СИ. Проведенный анализ показал, что наилучший прогноз показаний прибора лежит в пределах допустимой погрешности СИ, что свидетельствует о возможности применения результатов интервального нейросетевого прогнозирования в калибровке СИ при наличии длительной статистики, подтверждающей полученные результаты.

Информация, полученная по результатам проведения калибровки предложенным в работе методом, может служить основанием для принятия решений по управлению автоматизированной системой в смысле возможности ее дальнейшего функционирования, необходимости замены или ремонта отдельных модулей измерений.

Дальнейшие исследования могут быть связаны с возможным применением интервальных нейронных сетей для прогнозирования временных рядов с зашумленными или искаженными исходными данными, моделированием зависимостей для большого объема исходных данных в целях снижения времени обучения, а также зависимостей, содержащих интервальную неопределенность.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Федеральный закон «Об обеспечении единства измерений»* от 26.06.2008 № 102-ФЗ. — URL: [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_77904](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_77904) (дата обращения: 31.10.2016).

2. URL: <http://www.aunis.ru/dozimetryi-mks-01sa1m.html> (дата обращения: 31.10.2016).
3. URL: <http://www.doza.ru/catalog/calibration/446/> (дата обращения: 31.10.2016).
4. *Сараев П.В.* Численные методы интервального анализа в обучении нейронных сетей // *Автоматика и телемеханика*. — 2012. — № 11. — С. 129—143.
5. *Водотыка С.В.* Использование искусственных нейронных сетей с интервальной арифметикой при построении калибровочной зависимости средства измерения // *Сб. науч. тр. Харьковского ун-та Воздушных Сил*. — 2011. — Вып. 1. — С. 217—222.
6. *Belohlavek R.* Backpropagation for Interval Patterns // *Neural Network World*. — 1997. — Vol. 7, N 3. — P. 335—346.
7. *Kim H.J., Ryu T.-W.* Time Series Prediction Using an Interval Arithmetic FIR Network // *Neural Information Processing — Letters and Reviews*. — 2005. — Vol. 8, N 3. — P. 39—47.
8. *Genetic Interval Neural Networks for Granular Data Regression / M.G.C.A. Cimino, et al.* // *Information Sciences*. — 2014. — Vol. 257. — P. 313—330.
9. *Ak R., Vitelli V., Zio E.* An Interval-Valued Neural Network Approach for Uncertainty Quantification in Short-Term Wind Speed Prediction // *IEEE Trans. on Neural Networks and Learning Systems*. — 2015. — Vol. 26, N 11. — P. 2787—2800.
10. *Yang D., Wu W.* A Smoothing Interval Neural Network // *Discrete Dynamics in Nature and Society*. — 2012. — Vol. 2012, Article ID 456919. — 25 p.
11. *Шарый С.П.* Рандомизированные алгоритмы в интервальной глобальной оптимизации // *Сибирский журнал вычислительной математики*. — 2008. — Т. 11, № 4. — С. 457—474.
12. URL: <https://www.r-project.org> (дата обращения: 31.10.2016).

*Статья представлена к публикации членом редколлегии А.С. Манделем.*

**Сараев Павел Викторович** — д-р техн. наук, декан, зав. кафедрой, ✉ [psaraev@yandex.ru](mailto:psaraev@yandex.ru),

**Полозова Юлия Евгеньевна** — аспирант, ✉ [julipolozova@yandex.ru](mailto:julipolozova@yandex.ru),

**Полозов Юрий Леонидович** — ассистент, ✉ [yuriypolozov@yandex.ru](mailto:yuriypolozov@yandex.ru),

Липецкий государственный технический университет.

## Новая книга

**Финягина В.И.** Анатолий Григорьевич Бутковский: ученый и человек / Под ред. академика РАН С.Н. Васильева. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016. — 216 с. + 34 с. цв. вклеек. — ISBN 978-5-9221-1677-0.

А.Г. Бутковский — выдающийся ученый в области теории и систем управления и в первую очередь в области оптимального управления системами с распределенными параметрами. Он был уникален по широте своих научных и общегуманитарных интересов — от математических проблем управления с приложениями в физике, металлургии, теплотехнике, химических технологиях, авиационности и других областях науки и техники до методологических и философских проблем образования, науки и культуры.

Книга содержит обзор научных достижений А.Г. Бутковского, воспоминания родных, друзей и коллег, а также его неопубликованные рукописи, завещанные читателям к использованию в научной и научно-исторической работе.

Для широкого круга читателей, интересующихся историей развития науки.

## ОСОБЕННОСТИ СИНТЕЗА СИСТЕМЫ УГЛОВОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ВЫСОКОТОЧНЫХ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

А.С. Сыров, В.Ю. Рутковский, В.М. Глумов, А.М. Пучков, А.С. Соловьев

Рассмотрены основные особенности системы угловой стабилизации, которые необходимо учитывать при разработке полной системы автоматического управления аппаратом. Определены особенности реализации алгоритмов адаптации, которые не учитываются при аналитическом синтезе адаптивной системы. Решена задача обеспечения ограниченный сигналов управления при их кинематической развязке для аппаратов с тремя рулевыми поверхностями. Приведен алгоритм аналитического расчета оценки угла атаки во время полета.

**Ключевые слова:** беспилотный летательный аппарат, отход от носителя, математическая модель, угловая стабилизация, алгоритм управления, системы управления, критерий, функция чувствительности.

### ВВЕДЕНИЕ

В работах [1, 2] рассматривались некоторые задачи управления движением беспилотными летательными аппаратами (БПЛА) с двумя горизонтальными рулевыми поверхностями. В соответствии с предложенной классификацией [3] такие БПЛА относятся к классу аппаратов специального назначения аэродинамического типа с жестким крылом. При синтезе систем автоматического управления (САУ) указанного класса БПЛА необходимо учитывать следующие факторы, определяющие динамические свойства их движения [4, 5].

- Движение БПЛА состоит из нескольких фаз:
  - совместного движения с носителем, в частности с самолетом-носителем;
  - движения в процессе отхода аппарата от носителя, которое делится на три этапа: отцепка от носителя, начальный отход и этап прогнозируемой фиксации завершения отхода;
  - автономного движения аппарата с последовательным формированием участков траектории: кабрирование или пикирование, движение на маршевой высоте, целенаправленное движение над пересеченной местностью либо над морской поверхностью, которое может заканчиваться выполнением пикирующего маневра на цель.

- Необходимость обеспечения условий применения БПЛА, которые включают в себя начальные условия полета по высоте, скорости, скоростному напору, соответствующие параметрам при отцепке от носителя.
- В процессе движения на БПЛА действуют ветровые порывы, струйные воздушные течения, турбулентность атмосферы, внешние воздействия от разрывов снарядов, параметрические возмущения, возникающие вследствие нестационарности характеристик и параметров самого аппарата, исполнительных механизмов, функциональных устройств САУ.
- Характеристики БПЛА как объекта управления и его неотъемлемых составных частей, которые включают в себя свойство собственной устойчивости (устойчивость, неустойчивость, нейтральность), упругость конструкции и жесткость проводки управления, виды исполнительных механизмов — рулевых приводов (РП), состав и характеристики измерительных устройств (датчиков), параметры бортовой цифровой вычислительной машины (БЦВМ) и ее программное обеспечение.
- Выполнение требований технического задания с учетом регламентированных (определенных в техническом задании на разработку системы управления) характеристик внешних воздейст-



вий, в частности, по обеспечению устойчивости процессов, по допустимым выбросам управляемых координат системы при регламентированных ветровых порывах с соблюдением заданного интервала времени на фиксированном уровне выброса, по допустимости автоколебаний и ограниченности их параметров.

Упомянутые многофакторные условия функционирования БПЛА определяют задачи синтеза САУ, которые делятся на задачи формирования структуры системы (структурный синтез), задачи синтеза алгоритмов функционирования подсистем (алгоритмический синтез) и задачи динамического синтеза, в процессе которого необходимо удовлетворить некоторым наперед заданным качествам динамики движения системы [6]. Данные задачи решаются при разработке современных САУ подвижными объектами, когда возникает необходимость осуществлять текущую идентификацию и адаптацию, обеспечивать инвариантность к заданному конечному множеству возмущений.

При синтезе САУ угловым движением относительно центра масс БПЛА возникают задачи, решение которых может быть полезным при разработке систем управления современными и перспективными БПЛА. К таким задачам относятся:

- проблема дефицита управления или приближения к нему, свойственная всем без исключения динамическим объектам, обусловленная реально ограниченным ресурсом исполнительных устройств, который усугубляется регламентированными разбросами характеристик функциональных устройств САУ и отказами отдельных элементов управления, а также перекрестным влиянием смежных систем; эта проблема концептуально изложена в работе [7];

- обеспечение требований к характеристикам движения БПЛА в условиях существенного расширения высотно-скоростного диапазона траекторий полета, которое влечет расширение диапазона скоростного напора и характеристик БПЛА в целом, что определяет нестационарность показателей управляемости, сужение областей устойчивости и качества управления;

- проблема корректности ограничения сигналов управления при их комплексном распределении для РП и других исполнительных устройств САУ;

- совершенствование реализации астатизма на основе интегрирующих элементов с целью снижения отрицательного эффекта, возникающего в условиях разнополярных воздействий при осуществлении маневров на траектории движения БПЛА [8, 9];

- анализ влияния и возможность его уменьшения целевых или допустимых автоколебательных процессов в одном канале на смежные каналы уп-

равления, а также возникающих запаздываний в условиях применения БЦВМ, обусловленных циклограммами обмена информацией и другими компьютерными операциями.

Решение перечисленных задач требует совершенствования принципов и методов управления, а также новых концепций, направленных на комплексное решение ряда целевых задач, таких как устойчивость, качество, бездефицитность управления, инвариантность характеристик регулирования, качественная идентификация текущего динамического состояния объекта, адаптация параметров регулирования и др. Проблемность вопросов состоит и в острой необходимости создания опережающих научных и практических положений с учетом максимального охвата совокупности реальных условий.

В настоящей работе рассматриваются некоторые особенности системы угловой стабилизации (СУС) БПЛА, которые необходимо учитывать при синтезе рассматриваемого класса динамических систем.

В статье анализируются особенности математических моделей отдельных подсистем СУС, которые необходимо учитывать при ее синтезе и реализации. Предлагается подход к получению оценок влияния регламентированных разбросов характеристик, параметров и отказов элементов СУС, основанный на теории чувствительности. Известно, что СУС представляет собой адаптивную систему [1, 2]. В статье определяются особенности реализации алгоритмов адаптации, которые не учитываются при аналитическом синтезе адаптивной системы. Решается задача обеспечения ограничений сигналов управления при их кинематической развязке для БПЛА с тремя рулевыми поверхностями. Известно, что в СУС важное значение имеет информация о текущем значении угла атаки, который не поддается непосредственному измерению. Предлагается алгоритм получения оценки угла атаки на основе аэродинамических характеристик аппарата, его скорости полета и массы.

## 1. ОСОБЕННОСТИ СИСТЕМЫ УГЛОВОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ

Диапазоны изменения скорости  $V$  и высоты  $H$  полета, а также массы  $m$  БПЛА определяют его область полета, которая для рассматриваемого класса БПЛА имеет большие размеры, что служит причиной существенной нестационарности математической модели движения аппарата. Например, эффективность аэродинамических рулевых органов (рулей) меняется в 100 раз, параметры собственной устойчивости изменяются по знаку и имеют большие значения, сравнимые с эффектив-

ностью рулей и даже превосходящие ее. Существенная нестационарность БПЛА как динамического объекта вызывает необходимость обеспечения параметрической инвариантности, удовлетворяющей критериям устойчивости и качества управления, которая достигается средствами идентификации текущего динамического состояния объекта и адаптации параметров регулирующей как части системы управления, так и системы угловой стабилизации.

В результате структурного синтеза формируется функциональный состав САУ, в который входят, кроме БПЛА, РП, также датчики первичной информации, БЦВМ, цифроаналоговый и аналого-цифровой преобразователи, аналоговый блок управления.

Динамический синтез системы угловой стабилизации БПЛА основывается на анализе его аэродинамических характеристик (АДХ) и инерционно-массовых центровочных характеристик (ИМЦХ), исходных данных по области полета, факторов упругости конструкции, состава разбросов, функций интенсивности факторов возмущения и управления. Система автоматического управления должна удовлетворять жестким требованиям технического задания по устойчивости, качеству процессов (по выбросам и времени регулирования) и допустимым параметрам автоколебаний. При синтезе СУС необходимо решать вопросы формирования основных контуров регулирования; определения принципов адаптации, противоизгибной фильтрации, координированного управления, астатического регулирования и интегрального управления; определения задач БЦВМ в общей структуре САУ; корректной кинематической разводки; ограничения сигналов управления; ограничения по параметрам координат: отдельных выбросов (перерегулированию) углов атаки  $\alpha$ , скольжения  $\beta$ , тангажа  $\vartheta$ , курса  $\psi$ , крена  $\gamma$ , перегрузок  $n_y, n_z$ ; по допустимости и параметрам автоколебаний по амплитуде  $f_a$  и частоте  $f_a$ .

### 1.1. Особенности математической модели углового движения

В основу математического описания углового движения БПЛА положены, в первую очередь, линейризованные уравнения короткопериодического движения, которое традиционно разделено на продольное и боковое [4, 10, 11]. Уравнения каждого типа короткопериодического движения имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= A(t)x(t) + B(t)u(t) + F(t)w(t), \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x(t)$  — вектор состояния,  $x(t_0) = x_0$ ,  $t_0$  — начальный момент времени работы СУС,  $u(t)$  — вектор отклонения рулей,  $w(t)$  — вектор возмущений,  $A(t)$ ,  $C(t)$ ,  $D(t)$  — матрицы динамических коэффициентов,  $B(t)$ ,  $F(t)$  — матрицы коэффициентов эффективности.

Размерности векторов и их компонент в уравнениях (1) зависят от типа короткопериодического движения аэродинамического аппарата. Уравнения продольного движения описывают изменение углов тангажа и атаки, в этом случае векторы в уравнениях (1) содержат следующие компоненты

$$\begin{aligned} x(t) &= (\vartheta(t), \omega_z(t), \alpha(t))^T, \quad u(t) = \delta_B(t), \\ w(t) &= (\alpha_w(t), \varepsilon_\alpha(t))^T, \quad y(t) = (\theta(t), n_y(t))^T, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\omega_z$  — угловая скорость тангажа,  $\delta_B$  — угол отклонения руля,  $\alpha_w$  — изменение угла атаки, вызванное ветровым порывом,  $\varepsilon_\alpha$  — приведенное возмущение типа ударной волны,  $\theta$  — угол наклона траектории,  $n_y$  — вертикальная перегрузка. Матрицы в уравнениях (1) для векторов (2) имеют вид

$$\begin{aligned} A(t) &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -a_1(t) & -a_2(t) \\ 0 & 1 & -a_4(t) \end{pmatrix}, \quad B(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ -a_3(t) \\ -a_5(t) \end{pmatrix}, \\ F(t) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \pm a_2(t) & \pm 1 \\ \pm a_4(t) & 0 \end{pmatrix}, \quad C(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & a_4(t) \frac{V(t)}{57,3g} \end{pmatrix}, \\ D(t) &= \begin{pmatrix} 0 \\ a_5(t) \frac{V(t)}{57,3g} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $g$  — ускорение свободного падения,  $a_i(t)$ ,  $i = \overline{1, 5}$  — динамические коэффициенты, которые вычисляются по известным формулам в зависимости от изменения во времени параметров области полета [10, 11].

Уравнения бокового движения описывают изменение углов скольжения, курса и крена, в этом случае векторы в уравнениях (1) содержат компоненты:

$$\begin{aligned} x(t) &= (\psi(t), \omega_y(t), \beta(t), \gamma(t), \omega_x(t))^T, \\ u(t) &= (\delta_H(t), \delta_\vartheta(t))^T, \quad w(t) = (\beta_w(t), \varepsilon_y(t), \varepsilon_x(t))^T, \\ y(t) &= (\Psi(t), n_z(t))^T, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\omega_x$  и  $\omega_y$  — угловые скорости относительно главных осей БПЛА  $OX$  и  $OY$  соответственно,  $\delta_H$  и  $\delta_\vartheta$  — углы отклонения руля на управления в канале кур-



са и элевонов в канале крена соответственно,  $\beta_w$  — изменение угла скольжения, вызванное ветровым порывом,  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  — приведенные возмущения типа ударной волны,  $\Psi$  — угол поворота траектории,  $n_z$  — боковая перегрузка.

Матрицы в уравнениях (1) для векторов (4) имеют вид

$$A(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_{22} & r_{23} & 0 & r_{25} \\ 0 & 1 & -a_{10} & c_{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & r_{52} & r_{53} & 0 & r_{55} \end{pmatrix}, \quad B(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \bar{b}_{21} & \bar{b}_{22} \\ d_{10} & 0 \\ 0 & 0 \\ \bar{b}_{51} & \bar{b}_{52} \end{pmatrix},$$

$$F(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \bar{f}_{21} & \bar{f}_{22} & \bar{f}_{23} \\ \pm a_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \bar{f}_{51} & \bar{f}_{52} & \bar{f}_{53} \end{pmatrix}, \quad C(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{10} & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$D(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ d_{10}(t) \frac{V(t)}{57,3g} & 0 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где

$$r_{22}(t) = \frac{c_{32}(t)b_{21}(t) - b_{31}(t)}{\Delta_\omega}, \quad r_{23}(t) = \frac{c_{32}(t)a_{20}(t) - a_{30}(t)}{\Delta_\omega},$$

$$r_{25}(t) = \frac{c_{32}(t)c_{21}(t) - c_{31}(t)}{\Delta_\omega}, \quad r_{52}(t) = \frac{b_{22}(t)b_{31}(t) - b_{21}(t)}{\Delta_\omega},$$

$$r_{53}(t) = \frac{b_{22}(t)a_{30}(t) - a_{20}(t)}{\Delta_\omega}, \quad r_{55}(t) = \frac{b_{22}(t)c_{31}(t) - c_{21}(t)}{\Delta_\omega},$$

$$\bar{b}_{21}(t) = \frac{c_{32}(t)d_{20}(t) - d_{30}(t)}{\Delta_\omega},$$

$$\bar{b}_{22}(t) = \frac{c_{32}(t)b_{20}(t) - b_{30}(t)}{\Delta_\omega}, \quad \Delta_\omega = 1 + c_{32}(t)b_{22}(t),$$

$$\bar{b}_{51}(t) = \frac{b_{32}(t)d_{30}(t) - d_{20}(t)}{\Delta_\omega},$$

$$\bar{b}_{52}(t) = \frac{b_{32}(t)b_{30}(t) - b_{20}(t)}{\Delta_\omega},$$

$$\bar{f}_{21}(t) = \pm \frac{c_{32}(t)a_{20}(t) - a_{30}(t)}{\Delta_\omega}, \quad \bar{f}_{22}(t) = \pm \frac{1}{\Delta_\omega},$$

$$\bar{f}_{23}(t) = \pm \frac{c_{32}(t)}{\Delta_\omega}, \quad \bar{f}_{51}(t) = \pm \frac{b_{22}(t)a_{30}(t) - a_{20}(t)}{\Delta_\omega},$$

$$\bar{f}_{52}(t) = \pm \frac{b_{22}(t)}{\Delta_\omega}, \quad \bar{f}_{53}(t) = \pm \frac{1}{\Delta_\omega},$$

$a_{i0}(t)$ ,  $i = \overline{1, 3}$ ,  $b_{jk}(t)$ ,  $j = \overline{2, 3}$ ,  $k = \overline{1, 3}$ ,  $c_{j1}(t)$ ,  $c_{31}(t)$  — динамические коэффициенты, которые вычисля-

ются по известным формулам в зависимости от изменения во времени параметров области полета [10] на основе банка данных, содержащих АДХ и ИМЦХ.

При синтезе СУС предполагается, что  $\alpha_w = \beta_w$ . Для вычисления этих величин используется функция регламентированного ветрового порыва

$$f_w(t) = \operatorname{arctg} \frac{W_{\text{п}}}{V(t)} 57,3^\circ, \quad (6)$$

где  $W_{\text{п}}$  — интенсивность ветрового порыва, которая зависит от  $\rho_0$  — плотности воздуха на высоте  $H = 0$  и от  $\rho_H$  — плотности воздуха на текущей высоте.

Принято, что время нарастания ветрового порыва  $t_{\text{н}} = 2W_{\text{п}}/V$ .

Математическая модель БПЛА включает в себя также уравнения упругости конструкции и жесткости деталей механизма проводки управления [10]. Упругость конструкции описывается уравнениями упругих колебаний, которые для двух тонов  $q_1$  и  $q_2$  имеют вид

$$c_{11}\ddot{q}_1 + \frac{1}{\pi}c_{11}\omega_1^{\text{корп}}\Delta_1\dot{q}_1 + c_{11}(\omega_1^{\text{корп}})^2q_1 = -\frac{1}{2}\rho V^2 b_{12}\delta_{\text{САУ}},$$

$$c_{22}\ddot{q}_2 + \frac{1}{\pi}c_{22}\omega_2^{\text{корп}}\Delta_2\dot{q}_2 + c_{22}(\omega_2^{\text{корп}})^2q_2 = -\frac{1}{2}\rho V^2 b_{23}\delta_{\text{САУ}}, \quad (7)$$

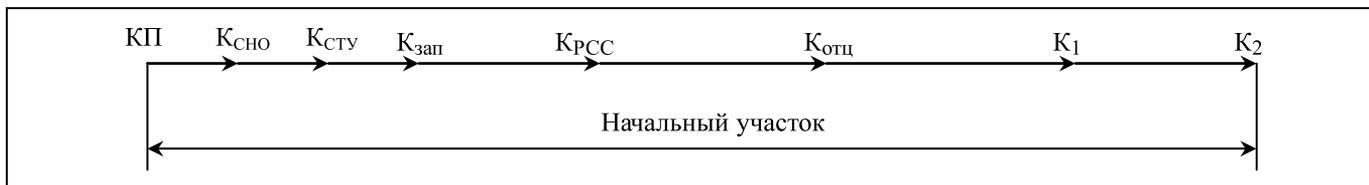
где  $c_{11}$ ,  $c_{22}$ ,  $b_{12}$ ,  $b_{23}$  — коэффициенты, зависящие от изменяющихся параметров области полета,  $q_1$  и  $q_2$  — перемещения по первому и второму тону упругих колебаний изделия,  $\omega_1^{\text{корп}}$ ,  $\omega_2^{\text{корп}}$  — частота первого и второго тонов собственных колебаний корпуса соответственно,  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  — логарифмические декременты затухания,  $\delta_{\text{САУ}}$  — угол отклонения эквивалентного руля.

Угловое отклонение  $\varphi_{\text{упр}}$  и угловая скорость  $\dot{\varphi}_{\text{упр}}$  в месте установки датчика, вызванные упругостью конструкции в соответствии с уравнениями (7), определяются выражениями

$$\varphi_{\text{упр}} = -\sum_{i=1}^2 f_i(x_c)q_i, \quad \dot{\varphi}_{\text{упр}} = -\sum_{i=1}^2 f'_i(x_d)\dot{q}_i, \quad (8)$$

где  $f_i(x_c(t))$  и  $f'_i(x_d)$  — коэффициенты форм,  $x_c(t)$  и  $x_d$  — координаты центра масс и центра давления.

Для анализа характерных режимов движения в области полета БПЛА выбираются так называемые экстремальные характерные точки, которые соответствуют максимальному или минимальному ско-



**Рис. 1. Циклограмма начального участка:** КП — команда «Пуск»;  $K_{\text{сно}}$ ,  $K_{\text{сту}}$  — команды включения, соответственно, подсистем СНО и СТУ;  $K_{\text{зап}}$  — команда на запоминание начальных значений  $\vartheta_0$ ,  $\psi_0$ ,  $\gamma_0$ ;  $K_{\text{рсс}}$  — команда на расстыковку отрывных разъемов носителя от БПЛА и включения СУС;  $K_{\text{отц}}$  — команда «Отцепка», соответствующая освобождению соединительных чек носителя и БПЛА;  $K_1$  — начало отработки (списывания) запомненных значений сигналов начальных углов  $\vartheta_0$ ,  $\psi_0$ ,  $\gamma_0$  и соответствует началу моменту  $t_0$  в уравнениях (1);  $K_2$  — начало формирования подсистемой СТУ управляющих сигналов  $\vartheta_u(t)$ ,  $\psi_u(t)$ ,  $\gamma_u(t)$

ростному напору  $q_{\text{max}}$  или  $q_{\text{min}}$ , максимальной или минимальной массе БПЛА  $m_0$  или  $m_k$ , прохождению трансзоны (режиму окрестности перехода трансзвуковой скорости полета  $M = 1$ ) и действию других факторов.

### 1.2. Особенности процесса отхода БПЛА от носителя

В процессе отхода поддерживается режим стабилизации начального допустимого уровня углового положения корпуса БПЛА относительно его трех главных осей:  $\psi_0$  — по курсу,  $\vartheta_0$  — по тангажу,  $\gamma_0$  — по крену и обеспечиваются меры, способствующие безопасному отделению аппарата от самолета-носителя. В частности, если БПЛА обладает продольной статической неустойчивостью, то для обеспечения начальной угловой скорости по тангажу  $\omega_{z0} < 0$  в РП такого аппарата предусматривается положительная начальная механическая выставка рулей высоты, соответствующая смещению центра давления относительно центра масс отделяемого БПЛА. Другая возможность безопасного отделения заключается в создании такой совместной компоновки «носитель — БПЛА», при которой обеспечивается ускоренное кабрирование самолета-носителя после отцепки и отхода аппарата от носителя.

В процессе отхода БПЛА от носителя подключаются подсистемы САУ: СНО — система навигационного обеспечения, СТУ — система траекторного управления, СУС и др. Порядок подключения подсистем и формирования ими информационных и управляющих сигналов определяется циклограммой. На рис. 1 приведен пример циклограммы с основными командными и временными сигналами на начальном участке траекторного движения БПЛА, соответствующими процессу отхода.

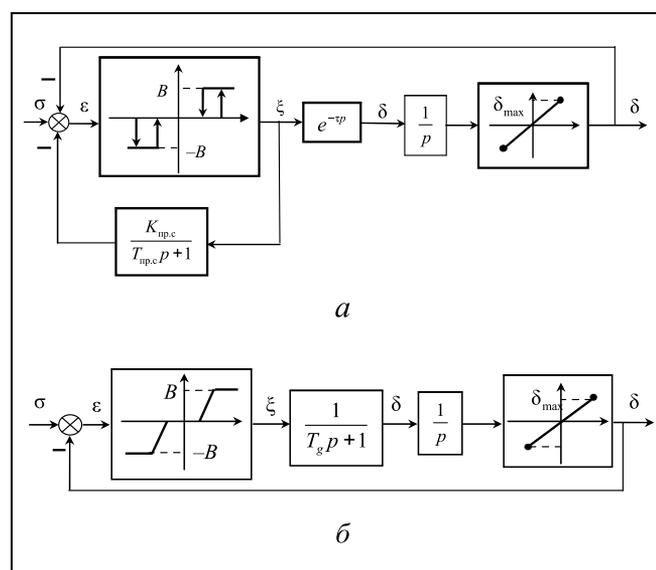
Приведенная циклограмма определяет специфические задачи, которые необходимо решать при синтезе и реализации СУС: запоминание началь-

ных значений углов  $\psi_0$ ,  $\vartheta_0$ ,  $\gamma_0$ ; формирование алгоритмов СУС при нахождении под носителем (на этапе  $K_{\text{рсс}} - K_2$ ); списывание до нуля запомненных начальных значений углов  $\psi_0$ ,  $\vartheta_0$ ,  $\gamma_0$  от команды  $K_{\text{зап}}$  до команды  $K_2$ ; автономное формирование алгоритмов СУС после команды  $K_2$ .

### 1.3. Особенности рулевых приводов

На рис. 2 представлены типовые структурные схемы фрикционного электрического и гидравлического приводов. Оба типа рулевых приводов реально применяются и при синтезе СУС.

Скоростная характеристика РП представляет собой нелинейную функцию  $\xi = \Phi(\varepsilon)$ , вид которой определяется типом РП, и содержит зону нечувствительности шириной  $2\rho$ , линейную часть и ограничение  $\xi_{\text{max}} = B$ . Некоторые типы РП имеют гис-



**Рис. 2. Структурная схема электрического (а) и гидравлического (б) приводов**



терезис, ширина которого  $v = \mu r$ , где  $\mu$  — коэффициент возврата,  $\mu \leq 1$  (см. рис. 2, а). В цепи обратной связи по скорости включено инерционное звено с коэффициентом передачи  $K_{пр.с}$  и постоянной времени  $T_{пр.с}$ . Непосредственное отклонение рулевой поверхности ограничено значением  $\delta_{\max}$ .

Вследствие широкого спектра условий полета БПЛА должны быть реализованы различные виды режимов функционирования РП с учетом ограниченного ресурса энергии  $E$  аккумуляторной системы.

Сигналы от устройства с характеристикой  $\Phi(\varepsilon)$  передаются к исполнительному механизму привода с запаздыванием (см. рис. 2, а), которое описывается звеном с чистым запаздыванием  $e^{-\tau p}$  либо через инерционное звено с постоянной времени  $T_g$  (см. рис. 2, б), что зачастую порождает автоколебательные режимы с определенным числом  $n$  колебаний длительностью  $t_n$  на протяжении полета БПЛА. Автоколебания с большой амплитудой существенно сокращают энергоресурс аппарата, увеличивая дефицит управления. В режиме автоколебаний

$$\delta(t) = A_a \sin \omega_a(t), \quad (9)$$

а расход ресурса источника энергии составляет в эквивалентном пересчете на потребление приводом энергии

$$E(t) = K_E \frac{d\delta(t)}{dt}, \quad (10)$$

где  $K_E$  — коэффициент передачи энергии.

Реально на телеметрические измерения выводится угол отклонения рулевой поверхности  $\delta(t)$ . В силу выражений (9) и (10) расход электроэнергии на работу привода за один период автоколебаний  $T_a = f_a^{-1}$  составит

$$E_1 = K_E A_a 4\pi f_a \cos \omega_a t. \quad (11)$$

За все время полета суммарный расход энергии  $E_K$  при  $n$  периодах  $T_a$  составит

$$E_K = 4K_E A_a \pi f_a n. \quad (12)$$

Выражения (11) и (12) являются ключевыми, постулатными для оценки расхода энергоресурса и его вариаций. Непосредственно из соотношения (12) можно сформировать критерии обеспечения отсутствия дефицита управления, которые необходимо учитывать при динамическом синтезе контура управления угловым движением БПЛА.

**Критерий 1.** Амплитуда автоколебаний должна быть минимальной, практически составлять в пересчете на размер зоны нечувствительности не бо-

лее  $2\rho$  и не более  $0,1 \dots 0,2$  от максимальной скорости привода:  $A_a \rightarrow \min$ .

**Критерий 2.** Частота автоколебаний  $f_a$  должна быть минимальной:  $f_a \rightarrow \min$ .

**Критерий 3.** Число колебаний должно быть ограниченным:  $\sup n \rightarrow \min$ .

Если в СУС применяются алгоритмы стабилизации вида

$$\sigma(t) = K_p(z_{зад}(t) - z(t)) + K_\omega \dot{z}(t), \quad (13)$$

где  $z(t)$  — выходная координата канала,  $z(t) \in y(t)$  из выражения (2) или (4);  $K_p$  — передаточное число по рассогласованию;  $z_{зад}(t)$  — сигнал управления,  $K_\omega$  — передаточное число по угловой скорости, то условия удовлетворения первым двум критериям вполне могут быть определены по области устойчивости линеаризованной системы управления с учетом областей допустимых передаточных чисел  $K_p$  и  $K_\omega$ , исходя из допустимых ограничений по технической реализуемости:  $K_p \in [K_{p\min}^{доп}, K_{p\max}^{доп}]$ ,

$$K_\omega \in [K_{\omega\min}^{доп}, K_{\omega\max}^{доп}].$$

Удовлетворение данным критериям обеспечивает также наилучшее качество в смысле управляемости по отработке факторов управления и возмущения, а также определяет, при допустимости, ценное качество — вибрационную линеаризацию нелинейности и возможность выбора в дальнейшем, при синтезе и исследовании нелинейной системы, корректной частоты автоколебаний.

Критерий 3 рассматривается при синтезе системы траекторного управления на основе и в функции от заданных значений дальности, высоты и скорости полета.

В исследованиях по критериям 1 и 2 выделяются два основных класса функций  $\Phi(\varepsilon)$ , которые, кроме зоны нечувствительности, содержат или линейную часть (первый класс), или релейную часть (второй класс), как показано на рис. 2, б и а соответственно. В обоих случаях сигнал на выходе звена с характеристикой  $\Phi(\varepsilon)$  содержит составляющую вида (9) с точностью до зоны нечувствительности.

Расчет допустимых по амплитуде автоколебаний основывается на следующих положениях. Для первого класса функций  $\Phi(\varepsilon)$  он традиционен, а именно: амплитуда не должна превышать  $5 \dots 10\%$  от  $B$  — максимального значения функции скоростной характеристики.

Для второго класса функций  $\Phi(\varepsilon)$  применяется метод, в основу которого положен интеграл

$$J_A = \int_{t_1}^{t_2} (A_a - \rho) \sin \omega_a t dt.$$

При расчете и оценке амплитуды  $A_a$  значение  $J_A$  выбирается так, чтобы удовлетворялись условия, аналогичные условиям для первого класса функций  $\Phi(\varepsilon)$ .

Отметим, что анализ влияния нежесткости проводки управления проводится на основе математического описания, идентичного с описанием упругости конструкции, включающего в себя уравнения вида (7).

### 1.3. Основные этапы синтеза и реализации системы угловой стабилизации

К настоящему времени в практике разработок СУС сформировалась последовательность этапов структурного и динамического синтеза, которые частично представлены в работе [1].

Этапы синтеза и анализа СУС, как и всей САУ, базируются на построении структур и алгоритмов и многоплановых аналитических и динамических исследованиях на предмет удовлетворения требованиям технического задания. С этой целью сформирована концептуальная программа исследований, максимально охватывающая многообразие учитываемых факторов. Она опирается на многолетний опыт исследований, совершенствуется по мере появления новых тенденций научно-технического прогресса, соответствует иерархической последовательности исследований. Перечислим ее основные этапы.

1. Выбор первичной структуры и алгоритмов управления с учетом типов датчиков, рулевых приводов и БЦВМ.

2. Выбор характерных режимов БПЛА в области применения.

3. Расчет параметров регламентированного ветрового порыва как фактора возмущения.

4. Формирование экстремальных регламентированных разбросов параметров и отказов.

5. Расчет динамических коэффициентов БПЛА на основе АДХ и ИМЦХ.

6. Разработка расчетно-параметрических линейных, нелинейных и нелинейно-дискретных структурных моделей САУ для жесткого и упругого вариантов объекта.

7. Анализ системы стабилизации в целях обеспечения бездефицитности управления.

8. Расчет и анализ областей устойчивости, запасов устойчивости для линеаризованных моделей контуров стабилизации.

9. Выбор прогнозируемых передаточных чисел и параметров противоизгибных фильтров. Контрольное математическое моделирование.

10. Математическое моделирование переходных процессов на нелинейных цифроаналоговых

структурных моделях с прогнозируемыми параметрами САУ на предмет анализа переходных процессов, параметров автоколебаний и удовлетворения их требованиям технического задания и возможной окончательной коррекции.

11. Аналитический синтез и формирование законов адаптации.

12. Полноразмерное математическое моделирование на стенде математического моделирования с СУС, СТУ и системой навигации.

13. Полноразмерное моделирование на стенде полунатурного моделирования с реальным бортовым вычислителем и аналоговыми электронными платами блока управления.

Традиционно задача организации балансировочного режима движения БПЛА, т. е. при  $H = \text{const}$ , представляет собой неотъемлемую часть общей задачи управления угловым движением и реализуется в канале тангажа [12].

Однако такое решение имеет, по меньшей мере, два недостатка:

— наличие статической ошибки  $\Delta\vartheta_c$  по рассогласованию в продольном канале  $\Delta\vartheta_c = \vartheta - \vartheta_{\text{зад}}$ , где  $\vartheta$  — сигнал углового положения БПЛА;  $\vartheta_{\text{зад}}$  — сигнал управления;

— отработка, например, возмущающего ветрового воздействия может привести к срыву стационарного балансировочного режима полета.

Смысловая физическая часть более корректного решения вопросов балансировочной компоненты состоит в параллельном введении к основному каналу интегратора с функционально-адаптивным ограничителем. Ограничение сигнала дополнительной интегральной компоненты позволяет уменьшить колебательность в замкнутом контуре регулирования и выбросы в переходных процессах, а также обеспечивает значительно большую устойчивость балансировочного режима. Алгоритм интегрирования формируется на доопределенном принципе астатического регулирования со «скольжением» на ограничении [8].

Завершающий этап структурно-алгоритмического и динамического синтеза СУС состоит в ее исследовании в составе СТУ. Здесь имеют место два вида компоновки режимов управления СТУ (по высоте и наведению). Для обоих случаев исследования проводятся с целью определения целесообразных передаточных чисел СТУ при сформированных на ранее рассмотренных принципах СУС. Исследования завершаются моделированием переходных процессов.

Дальнейшие исследования системы связаны с моделированием на комплексах с реальной аппаратурой навигации, реальными РП, контрольными



ми экспериментальными летными работами и реальными опытными работами с анализом телеметрической информации.

## 2. ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ РЕГЛАМЕНТИРОВАННЫХ РАЗБРОСОВ ХАРАКТЕРИСТИК, ПАРАМЕТРОВ И ОТКАЗОВ

Задача оценки регламентированных разбросов, которые могут быть вызваны изменением условий функционирования или возникновением отказов элементов в контурах САУ непосредственно приводит к анализу дефицита управления и приобретает в настоящее время острый характер в связи с существенным расширением диапазонов условий применения по скорости, высоте и массе расходимого топлива. Разбросы параметров и отказы служат источниками параметрических возмущений, действующих на элементы СУС. На некоторых режимах движения данный фактор может определять высокую чувствительность параметров, характеризующих устойчивость, качество, автоколебания, адаптацию и инвариантность к отклонениям от номинальных значений. Его влияние целесообразно исследовать методами теории чувствительности [13].

Пусть  $Sp_{ij} = \frac{\partial M_i}{\partial P_j}$  — функция чувствительности

некоторой характеристики САУ  $M_i$ ,  $i = \overline{1, n_s}$ , к отклонению значений параметра  $P_j \in P$ ,  $j = \overline{1, m_s}$ ,  $n_s \neq m_s$ . Среди характеристик линеаризованных САУ, которые исследовались с помощью функций чувствительности  $Sp_{ij}$ , наиболее информативными оказались запасы устойчивости по амплитуде  $\Delta A$  и фазе  $\Delta \varphi$ , т. е.  $Sp_{Aj} = \frac{\partial(\Delta A)}{\partial P_j}$  и  $Sp_{\varphi j} = \frac{\partial(\Delta \varphi)}{\partial P_j}$ . В качестве параметров из множества  $P$  рассматривались коэффициенты алгоритмов управления, динамические коэффициенты БПЛА вида (3) и (5), а также параметры характеристик конструкции БПЛА (например, изменение положения центра тяжести  $x_T$ ) и аэродинамических характеристик (например,  $m_z^{\delta_B}$  — эффективность руля высоты [10]). При расчете функций  $Sp_{Aj}$  и  $Sp_{\varphi j}$  учитывались отказы, а также максимальные  $P_{\max}$  и минимальные  $P_{\min}$  значения параметров с учетом их максимальных и минимальных разбросов.

На рис. 3 приведены результаты расчета реальных функций чувствительности параметров канала тангажа для режима полета с  $q = q_{\max}$ , где залитыми столбцами обозначены функции  $Sp_{\varphi j}$ , °/отн. ед., а не залитыми — функции  $Sp_{Aj}$ , дБ/отн. ед. При рас-

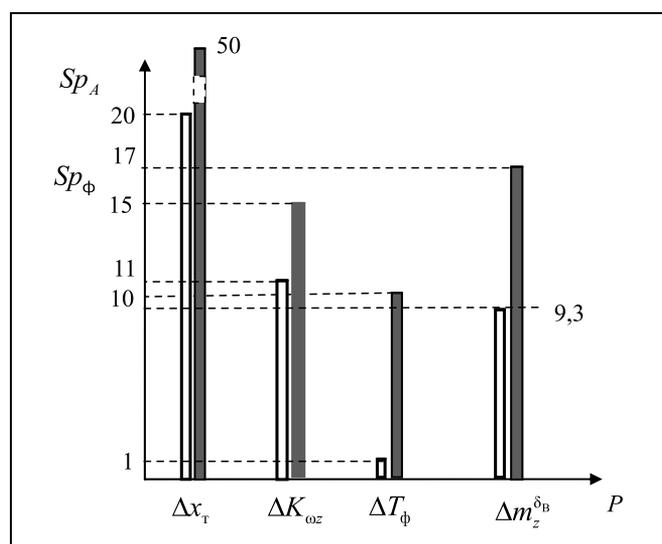


Рис. 3. Функции чувствительности по запасам устойчивости

четах учитывались изменение параметров в относительных единицах.

Расчеты показывают, что наиболее существенны разбросы по координате центра тяжести  $x_T$  БПЛА, передаточному коэффициенту демпфирования  $K_{\omega_z}$  САУ, постоянной времени фильтра  $T_\Phi$  и коэффициенту эффективности рулей  $m_z^{\delta_B}$ .

## 3. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ АЛГОРИТМОВ АДАПТАЦИИ

Перечислим факторы, определяющие нестационарность математической модели (1) и изменение характеристик аппаратной части САУ.

- Широкий диапазон условий применения по высоте  $H$ , скорости  $V$  полета и массе  $m$  БПЛА. Изменение  $H$  и  $V$  влечет изменение динамических характеристик. В частности, изменение одной из основных характеристик — эффективности рулей — прямо пропорционально скоростному напору:  $q = 0,5\rho(H)V^2$ , где  $\rho(H)$  — плотность воздуха на текущей высоте  $H$ ,

$$q \in [q_{\min}, q_{\max}], \quad q_{\min} = 0,5\rho_{\min} V_{\min}^2, \\ q_{\max} = 0,5\rho_{\max} V_{\max}^2. \quad (11)$$

Производная эффективности рулей, в свою очередь, также нестационарна, так как зависит от скорости полета.

- Изменение массы  $m$  при выгорании топлива влечет за собой изменение моментов инерции аппарата  $I_x(t)$ ,  $I_y(t)$ ,  $I_z(t)$ ,  $I_{xy}(t)$  и центровочных

характеристик  $y_T(t)$ ,  $x_T(t)$ ,  $z_T(t)$ , а также непосредственно сказывается на всех динамических коэффициентах, в частности, на эффективности рулей, поскольку моменты инерции прямо пропорциональны массе. Изменение центровочных характеристик вызывает изменение и коэффициентов статической устойчивости.

- Регламентированные разбросы АДХ, ИМЦХ и параметров аналоговых блоков САУ; отказы отдельных звеньев. Прогрессивным в учете влияния разбросов может быть выбор параметров законов управления с учетом наиболее критичных сочетаний.

Алгоритмы адаптации предназначены для перестройки параметров САУ в зависимости от изменяющихся значений  $V$ ,  $H$ ,  $m$  области полета БПЛА [1]. В качестве информации, необходимой для функционирования подсистемы адаптации, используются зависимости  $q(H)$  и  $m(H)$ . Методика синтеза подсистемы адаптации основана на формировании базовых алгоритмов адаптации с использованием только зависимости  $q(H)$  и коррекции некоторых из них с учетом существенного изменения массы аппарата в процессе полета. Базовые алгоритмы адаптации целесообразно формировать по условиям и режимам функционирования САУ с конечной массой  $m_k$ , поскольку максимальная эффективность рулей имеет место при минимальной массе; это обстоятельство соответствует самым «узким» областям устойчивости и, соответственно, минимальным передаточным числам.

Перестраиваемые параметры делятся на две группы:  $p_v$ ,  $v = \overline{1, n}$ , — параметры зависят от величин  $q(H)$  и  $m(H)$ ;  $i_j$ ,  $j = \overline{1, m}$  — параметры зависят только от величины  $q(H)$ . Параметры  $p_v$  перестраиваются в соответствии с алгоритмом вида  $p_v = f_B(q)f_m(m)$ ,  $v = \overline{1, n}$ , где  $f_B(q)$  — базовый алгоритм адаптации, который работает при изменении величины  $q(H)$  в диапазоне (11),

$$f_B(q) = \begin{cases} f_{B\max} & \text{при } q < q_{\min}, \\ f_B(q) & \text{при } q_{\min} \leq q \leq q_{\max}, \\ f_{B\min} & \text{при } q > q_{\max}, \end{cases}$$

$f_{B\max}$  и  $f_{B\min}$  — постоянные величины,

$$f_m(m) = \begin{cases} 1 + K_m \frac{m(t) - m_k}{m_k} & \text{при } m \leq m_0, \\ f_{m\max} & \text{при } m > m_0, \end{cases}$$

$K_m = \text{const}$ ,  $K_m \in [0...1]$ ,  $m_0$  — начальная масса БПЛА.

Параметры  $i_j$  перестраиваются в соответствии с алгоритмом вида

$$i_j = f_j(q), \quad j = \overline{1, m};$$

$$f_j(q) = \begin{cases} f_{j\max} & \text{при } q < q_{\min}, \\ f_j(q) & \text{при } q_{\min} \leq q \leq q_{\max}, \\ f_{j\min} & \text{при } q > q_{\max}, \end{cases}$$

где  $f_{j\max}$  и  $f_{j\min}$  — постоянные величины.

К числу перестраиваемых параметров для ряда БПЛА могут быть отнесены постоянные времени  $T_\phi$  противоизгибных фильтров, которые в большинстве своем являются инерционными звеньями первого порядка. Максимальные уровни  $T_{\phi\max}$  определяются при значении  $q_{\min}$ .

Отметим, что диапазоны изменения постоянных времени  $T_\phi$  соответствуют диапазону изменения параметров упругих колебаний. Максимальные значения  $T_{\phi\max}$ , определяемые при  $q_{\min}$  для аппарата с низким уровнем эффективности рулей, должны найти компромиссное ограничение в смысле упругости и отработки сигналов управления. В частности, практика показывает, что прогнозируемые максимальные ограничения постоянных времени противоизгибных фильтров в каналах тангажа и курса могут составлять  $T_{\phi\max} = 0,03...0,06$  с. В канале крена в связи с отсутствием упругости возможно полное отсутствие средств фильтрации или выставка минимального постоянного значения  $T_\gamma = 0,004$  с при наличии нежесткости проводки управления или эффекта крутильных колебаний.

#### 4. РАСЧЕТ ОГРАНИЧЕНИЙ СИГНАЛОВ ПРИ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ РАЗВОДКЕ СИГНАЛОВ УПРАВЛЕНИЯ

Современные БПЛА характеризуются многозначностью решаемых задач, определяющих, в том числе, необходимость строгого аналитического подхода к распределению (разводке) сигналов управления в каналах курса, тангажа и крена для отработки рулевыми приводами. В настоящее время существуют два способа распределения сигналов. Первый из них основан на условном, в смысле значимости канала, назначении уровней ограничения  $\sigma_H^{\text{огр}}$ ,  $\sigma_B^{\text{огр}}$ ,  $\sigma_\gamma^{\text{огр}}$  соответствующих сигналов управления, подаваемых на блок кинематической разводки (БКР). Второй способ основан на формировании логических алгоритмов, учитывающих текущие приоритеты по времени или по выполнению команд. Однако в обоих случаях должно быть аналитическое обоснование. Особенно это относится к случаям, когда решается задача инвариан-



тности по отношению к побочным аэродинамическим связям БПЛА.

При решении задачи разводки сигналов управления необходимо обеспечить полное использование ресурса рулевых поверхностей БПЛА, а также определить критерии качественного распределения сигналов управления контуров стабилизации по тангажу  $\sigma_B$ , курсу  $\sigma_H$  и крену  $\sigma_3$  с учетом их ограничений  $\sigma_H^{огр}$ ,  $\sigma_B^{огр}$  и  $\sigma_3^{огр}$  соответственно [14].

Рассмотрим структурный фрагмент трехканальной системы управления с распределением сигналов для рулевых приводов (рис. 4, а) с учетом наиболее интересного и общего случая расположения рулевых поверхностей, представленного на рис. 4, б, где знаком «+» отмечено положительное отклонение рулевых органов.

Рули 2 и 3 участвуют в обработке сигналов управления всех каналов; руль 1 участвует в обработке сигналов управления по курсу и крену.

Анализ уравнений (5) бокового движения БПЛА показывает наличие взаимных аэродинамических перекрестных связей между каналами курса и крена, тем более существенных при расположении органов управления по рассматриваемой схеме (см. рис. 4, б).

Достижение взаимной инвариантности процессов в каналах управления достигается путем введения в САУ соответствующих структурных перекрестных связей.

Рассмотрим принцип расчета ограничений сигналов управления трехканальной САУ. Ограничения сигналов управления играют важную роль и требуют корректности при совместном функционировании каналов. Кинематическая разводка сигналов управления описывается соотношением

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_H + k_\gamma \sigma_3, & \sigma_2 &= \sigma_B + \sigma_3 - k_\psi \sigma_H, \\ \sigma_3 &= \sigma_B - \sigma_3 + k_\psi \sigma_H, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $k_\gamma$  и  $k_\psi$  — коэффициенты, определяющие взаимную структурную инвариантность аэродинамических связей каналов курса и крена, подробно рассмотренную в работе [14].

Эквивалентные отклонения рулей  $\delta_B$ ,  $\delta_H$ ,  $\delta_3$ , исходя из выражений (12), в обратном пересчете с учетом принятого положения  $\sigma_i = \delta_i$ ,  $i = \overline{1, 3}$ , имеют вид

$$\begin{aligned} \delta_B &= \frac{\delta_2 + \delta_3}{2}, & \delta_H &= \frac{2\delta_1 - k_\gamma(\delta_2 + \delta_3)}{2(1 + k_\psi k_\gamma)}, \\ \delta_3 &= \frac{2k_\psi \delta_1 + (\delta_2 - \delta_3)}{2(1 + k_\psi k_\gamma)}. \end{aligned} \quad (13)$$

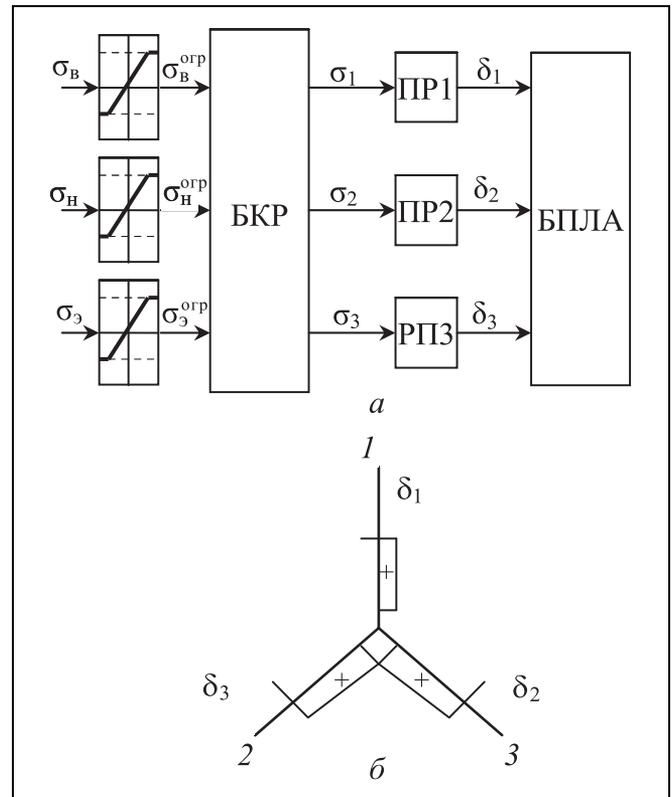


Рис. 4. Разводка сигналов управления (а) и расположение рулей (вид сверху) (б)

Необходимость ограничений сигналов управления и ее корректности в каналах обусловлена непосредственными ограничениями расходов рулей.

Как видно из выражений (12), в области малых сигналов, т. е. в линейной зоне, выхода на ограничения по сигналам рулевых приводов  $\sigma_i$ ,  $i = \overline{1, 3}$  не происходит. Однако при значительных уровнях сигналов  $\sigma_B$ ,  $\sigma_H$ ,  $\sigma_3$ , определяющих в совокупности превышение  $\sigma_i$  над указанными реальными расходами рулей  $\delta_i$ , ограничения должны быть введены и они должны удовлетворять критериям:

1) соответствовать максимальным значениям  $\delta_{1max}$ ,  $\delta_{2max}$ ,  $\delta_{3max}$  в целях исключения недоиспользования расхода рулей;

2) номинальные значения выставляются в соответствии с первым критерием, чтобы в обратном пересчете по выражениям (13) не возникали «искажения» распределения сигналов ограничений в пропорциях между собой, т. е. чтобы распределение значений  $\sigma_B^{огр}$ ,  $\sigma_H^{огр}$  и  $\sigma_3^{огр}$  в указанных пропорциях было аналогичным распределению в линейной зоне (в «малом»).

Если заданы ограничения  $\sigma_1^{огр}$ ,  $\sigma_2^{огр}$ , то с учетом формул (12) для  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  получаем аналитичес-

кие выражения для определения ограничений в виде:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{н}}^{\text{огр}} &= \sigma_1^{\text{огр}} - k_{\gamma} \sigma_{\gamma}^{\text{огр}}, \\ \sigma_{\text{в}}^{\text{огр}} &= \sigma_2^{\text{огр}} + k_{\psi} \sigma_1^{\text{огр}} - (1 + k_{\psi} \sigma_{\gamma}^{\text{огр}}), \end{aligned} \quad (14)$$

где значение  $\sigma_{\gamma}^{\text{огр}}$  на практике устанавливается в качестве задаваемого параметра с учетом располагаемой эффективности рулевых поверхностей.

Невыполнение совместности условий (14) влечет «искажения» пропорций сигналов  $\sigma_{\text{в}}$ ,  $\sigma_{\text{н}}$ ,  $\sigma_{\gamma}$  с выходом на ограничения по расходу рулей. Поясним указанное «искажение» на примере.

Пусть при параметрах  $k_{\gamma} = 0,6$ ;  $k_{\psi} = 0,3$ ;  $\sigma_1^{\text{огр}} = 23^{\circ}$ ;  $\sigma_2^{\text{огр}} = 18^{\circ}$  сигналы в каналах  $\sigma_{\text{в}} = \sigma_{\text{н}} = \sigma_{\gamma} = 25^{\circ}$ . Тогда в соответствии с формулами (12) при коэффициенте передачи РП  $k_{\text{РП}} = 1$

$$\begin{aligned} \sigma_1 = 40^{\circ} &\Rightarrow \delta_1 = \delta_{1\text{max}}, \quad \delta_{1\text{max}} = 23^{\circ}, \\ \sigma_2 = 42,5^{\circ} &\Rightarrow \delta_2 = \delta_{2\text{max}}, \quad \delta_{2\text{max}} = 18^{\circ}, \\ \sigma_3 = 7,5^{\circ} &\Rightarrow \delta_3 = 7,5^{\circ}. \end{aligned}$$

Реальные эквивалентные отклонения по  $\delta_{\text{в}}$ ,  $\delta_{\text{н}}$  и  $\delta_{\gamma}$  в соответствии с «обратным» переходом (13) и с учетом полученных реальных значений для этого случая  $\delta_1^{\text{огр}}$ ,  $\delta_2^{\text{огр}}$ ,  $\delta_3^{\text{огр}}$  составят

$$\delta_{\text{н}} = 16,8^{\circ}, \quad \delta_{\gamma} = 10,3^{\circ}. \quad (15)$$

Отсюда видно, что реальные значения  $\delta_{\text{в}}$ ,  $\delta_{\text{н}}$  и  $\delta_{\gamma}$  не только не отвечают востребованным значениям  $25^{\circ}$ , но и «искажены» между собой в пропорциях, что повлечет «искажения» в обработке заданных сигналов управления для этих искусственных условий.

Таким образом, предложенные критерии и аналитический метод расчета ограничений сигналов управления позволяют качественно повысить точности во всех каналах САУ. Более подробно изложенный метод представлен в работе [14].

#### 4. ИТЕРАЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ РАСЧЕТА УГЛА АТАКИ

Одним из наиболее характерных показателей полета БПЛА служит угол атаки  $\alpha$ , который может быть как координатой регулирования, так и информативным показателем, однако его непосредственное измерение на борту БПЛА затруднено [10]. Предлагаемый алгоритм вычисления угла атаки основан на использовании информации о силе тяжести  $G$ , вертикальной перегрузке  $n_y$  и подъемной силе  $Y$ , действующих на аппарат. Равновесное состояние БПЛА при маневрах в продольной плоскости определяется равенством

$$Y = Gn_y, \quad (16)$$

где  $Y = C_y(\alpha)qS$ ,  $C_y(\alpha)$  — коэффициент подъемной силы,  $S$  — площадь сечения корпуса БПЛА по его средней аэродинамической хорде.

Наиболее частый случай  $C_y(\alpha) = C_{y0} + C_{y1}\alpha - C_{y2}\alpha^3$ , где  $C_{y0}$ ,  $C_{y1}$  и  $C_{y2}$  — параметры при постоянной скорости полета [10, 11], тогда на основании равенства (16) получаем уравнение вида

$$C_{y2}\alpha(C_{y3} - \alpha^2)qS = Gn_y - C_{y0}qS, \quad (17)$$

где  $C_{y3} = C_{y1}/C_{y2}$ .

Непосредственное вычисление  $\alpha$  по формуле (17) соответствует решению уравнения третьего порядка, которое, в общем случае, сложно разрешимо или не разрешимо вообще, особенно в условиях нестационарности величин  $G$ ,  $C_{y0}$ ,  $C_{y1}$ ,  $C_{y2}$  и широкого диапазона значений  $n_y$ , что характерно для БПЛА. Перепишем формулу (17) в виде

$$\alpha = D(C_{y3} - \alpha^3)^{-1},$$

где  $D = (Gn_y - C_{y0}qS)/C_{y2}qS$ , тогда можно организовать итерационную процедуру вычисления угла атаки  $\alpha$ , в процессе выполнения которой на  $i$ -м шаге проверяется справедливость равенства

$$\alpha_i = D(C_{y3} - \alpha_{i-1}^3)^{-1}. \quad (18)$$

Однако сочетание параметров  $G$ ,  $n_y$ ,  $S$  и  $C_{y0}$ ,  $C_{y1}$ ,  $C_{y2}$  может быть таково, что во всей области их сочетания (или в части этой области), значения этих параметров, как было отмечено ранее, носят нестационарный характер вследствие выгорания топлива, изменений режимов полета, связанных с изменением скорости и высоты полета, итерационный процесс на основе алгоритма (18) может носить неустойчивый характер. Доказано, что для устойчивости и сходимости вычислительного процесса по алгоритму (18) необходимо выполнение критерия [15]

$$4D < C_{y3}^2. \quad (19)$$

Обеспечение условия (19) достигается при делении числителя в правой части равенства (18) на коэффициент итерации  $k_{\text{ит}}$ ,  $k_{\text{ит}} > 1$ . Отсюда следует возможность проведения итерационного процесса на основе выражения вида

$$\alpha_i = \frac{D}{k_{\text{ит}}(C_{y3} - \alpha_{i-1}^3)}, \quad (20)$$

и для получения искомой величины необходимо соответственно увеличить полученную итерационную переменную  $\alpha_i$  в  $k_{\text{ит}}$  раз.



Однако в некоторых условиях функционирования СУС при больших значениях  $k_{ит}$  начинает скапливаться отставание полученного по выражению (20) значение  $\alpha$  от корректного аналитического решения уравнения (17). Эмпирически при выборе значения  $k_{ит}$  до 30...50 итерационное решение приближается к аналитическому введением дополнительного умножения  $\alpha_i$  на коэффициент  $k_3$ , который при указанном диапазоне изменения  $k_{ит}$  составляет  $k_3 \cong 1,1...1,3$  и обеспечивает высокую точность решения.

При практической реализации алгоритма необходимо учитывать максимально допустимый размер угла  $\alpha_{доп}$ , начиная с которого решение на основе выражения (20) теряет достоверность, обусловленную существенным отличием АДХ от принятой в уравнении (17) ее аппроксимации. В этом случае необходимое ограничение может быть выполнено непосредственно по  $\alpha_i$  (20).

Анализ уточненного алгоритма показывает его устойчивость и сходимость угла  $\alpha_i$  к расчетному углу  $\alpha_p$  в широком диапазоне угла  $\alpha_p$ . Это важное качество, обеспечивающее сходимость  $\alpha_i$  к  $\alpha_p$  и устойчивость итерации в условиях нестационарности. При этом, если для устойчивости итерационного процесса на основе уравнения второго порядка существует аналитическое условие и критерий, то для уравнений третьего и порядка эти факторы эмпиричны.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные особенности системы угловой стабилизации являются конкретным выражением общих особенностей нестационарных динамических систем, которые необходимо учитывать при синтезе и реализации алгоритмов управления. Обобщая изложенное, подчеркнем, что комплекс предложенных принципов структурно-алгоритмического построения системы автоматического управления и методов аналитического и динамического синтеза основан на ряде введенных обоснованных критериях, апробирован математическим и полунатурным моделированием и натурными работами, подтвердившими их высокую результативность.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Сыров А.С., Пучков А.М., Рутковский В.Ю., Глумов В.М. Задачи управления движением многорежимных беспилотных летательных аппаратов // Проблемы управления. — 2014. — № 4. — С. 45—52.
2. Глумов В.М., Пучков А.М., Селезнев А.Е. Синтез и анализ алгоритмов управления боковым движением беспилотного

летательного аппарата с двумя управляющими поверхностями // Проблемы управления. — 2015. — № 3. — С. 69—79.

3. Беспилотная авиация: терминология, классификация, современное состояние / Под ред. В.С. Фетисова. — Уфа: ФОТОН, 2014. — 217 с.
4. Биард Р.У., МакЛэйн Т.У. Малые беспилотные летательные аппараты: теория и практика. — М.: Техносфера, 2015. — 312 с.
5. Многофункциональные комплексы беспилотных летательных аппаратов: монография / Под ред. Е.Я. Рубиновича. — М.: ИПУ РАН, 2015. — 204 с.
6. Бесекерский В.А. Динамический синтез систем автоматического регулирования. — М.: Наука, 1970. — 576 с.
7. Пучков А.М., Труфакин В.А. Принцип бездефицитности управления летательного аппарата и некоторые критерии его удовлетворения // Авиакосмическая техника и технология. — 1996. — № 3. — С. 36—41.
8. Пучков А.М. Доопределение принципа астатического регулирования для систем координированного управления ЛА // Вестник Московского авиационного института. — 2010. — № 3. — С. 12—18.
9. Пат. 2460113 РФ. Способ формирования интегрального адаптивного сигнала стабилизации планирующего движения беспилотного летательного аппарата и устройство для его осуществления / А.С. Сыров, А.М. Пучков, В.Ю. Рутковский, В.М. Глумов // Бюл. — 2012. — № 24.
10. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов / Под ред. С. Бюшгенса // М.: Наука, 1998. — 443 с.
11. Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1973. — 616 с.
12. Соловей Э.Я., Храпов А.В. Динамика систем наведения управляемых авиабомб. — М.: Машиностроение, 2007. — 325 с.
13. Розенвассер Е.Н., Юсупов Р.М. Чувствительность систем автоматического управления. — Л.: Энергия, 1969. — 208 с.
14. Пучков А.М. Критерии и метод расчета ограничений распределяемых сигналов управления рулевыми приводами ЛА // Вестник Московского авиационного института. — 2009. — № 6. — С. 49—54.
15. Бонк Р.И., Пучков А.М., Сыров А.С., Черепанова В.Е. Синтез и анализ устойчивого итерационного алгоритма косвенного вычисления угла атаки летательного аппарата // Авиакосмическая техника и технология. — 2003. — № 3. — С. 24—29.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.П. Курдюковым.

**Сыров Анатолий Сергеевич** — д-р техн. наук, ген. конструктор, Московское опытно-конструкторское бюро «Марс»,  
✉ office@mokb-mars.ru,

**Пучков Александр Михайлович** — д-р техн. наук, нач. лаборатории, Московское опытно-конструкторское бюро «Марс», ✉ office@mokb-mars.ru,

**Рутковский Владислав Юльевич** — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ rutkov@ipu.ru,

**Глумов Виктор Михайлович** — д-р техн. наук, вед. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ vglum@ipu.ru,

**Соловьев Алексей Сергеевич** — аспирант, ведущий инженер, Московское опытно-конструкторское бюро «Марс»,  
✉ office@mokb-mars.ru.

# ПРИМЕНЕНИЕ МАГНИТОГРАДИЕНТОМЕТРОВ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА

А.К. Волковицкий, Е.В. Каршаков, М.Ю. Тхоренко, Б.В. Павлов

Рассмотрена задача управления магнитным полем подвижного объекта с использованием показаний бортовых магнитных градиентометров с целью минимизации магнитного влияния объекта. Предложено решить эту задачу с помощью установленных на борту магнитных диполей путем изменения их дипольных моментов. Для формирования сигнала обратной связи в контуре управления магнитным полем предложено использовать показания двух градиентометров, установленных на различном удалении от корпуса носителя. Рассмотрены два варианта управления. В одном из них используется разность показаний градиентометров с учетом известного их взаимного расположения. В другом варианте предполагается, что влияние объекта на большом расстоянии пренебрежимо мало, что позволяет оценить внешнее магнитное поле с помощью удаленного магнитоградиентометра. Приведены результаты численного моделирования.

**Ключевые слова:** градиент магнитного поля, СКВИД, размагничивание.

## ВВЕДЕНИЕ

Цель управления магнитным полем может быть разной. Может потребоваться уменьшить магнитное влияние подвижного объекта на показания бортового магнитоизмерительного оборудования, например, при аэромагнитной съемке [1, 2]. Также актуальна задача уменьшения собственного поля подводного аппарата для обеспечения скрытности [3]. Если в первом случае компенсация влияния магнитного поля обычно выполняется на этапе обработки данных путем внесения соответствующих поправок в результаты измерений с учетом известных математических моделей, то во втором случае применяются физические компенсаторы, представляющие собой набор размагничивающих обмоток, позволяющий изменять намагниченность объекта. Управление током в этих обмотках довольно сложное и зависит от целого ряда параметров — положения и ориентации корпуса, линейной и угловой скорости и др. При этом, как правило, магнитное поле не контролируется, компенсация производится с учетом расчетных значений.

В настоящей работе для компенсации влияния магнитного поля предлагается использовать показания буксируемых за подвижным объектом тензорных магнитных градиентометров. Выбор в пользу таких датчиков сделан по той причине, что они

наиболее чувствительные и информативные среди современных магнитоизмерительных систем. Если расстояние от подвижного магнитного объекта до градиентометров значительно меньше, чем расстояние до других источников поля, расположенных в Земле, то, как будет показано далее, показания градиентометров несут достаточно полную информацию о магнитном поле подвижного объекта.

## 1. ПРИНЦИПЫ ИЗМЕРЕНИЯ ГРАДИЕНТА МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Количественными характеристиками магнитного поля служат вектор магнитной индукции  $B$  (здесь и в дальнейшем будем записывать трехмерные векторы как матрицы-столбцы, состоящие из трех элементов), которая измеряется в теслах (Тл) и вектор напряженности магнитного поля  $H$ , которая измеряется в амперах на метр (А/м). Отметим здесь, что в строгом математическом смысле  $B$  и  $H$  являются не векторами, а псевдовекторами, что, однако, не представляет дополнительных сложностей, так как на практике обычно рассматривают переходы между системами координат, включающие в себя только композиции поворотов, при которых псевдовекторы преобразуются так же, как и векторы [4]. Данные величины связаны между собой материальными уравнениями [4]:  $B = \mu_0 H$  (в системе СИ), где  $\mu$  — относительная магнитная



проницаемость среды,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м — магнитная постоянная. Вообще говоря, для анизотропных сред параметр  $\mu$  — это тензор. Однако в большинстве задач измерения градиента магнитного поля этот параметр можно считать постоянной скалярной величиной, равной относительной магнитной проницаемости среды. Для воздуха  $\mu = 1,00000037$ .

Таким образом, векторы напряженности и индукции магнитного поля в рассматриваемых системах отличаются лишь масштабным коэффициентом и единицами измерений. В дальнейшем, в том случае, когда это различие не принципиально, будет употребляться словосочетание *вектор магнитного поля*.

Магнитное поле потенциально:

$$\mathbf{B} = \nabla^T U^B,$$

где  $U^B$  — скалярный потенциал магнитного поля. Соответственно, в системе координат  $Oy_1y_2y_3$  градиент описывается матрицей вторых производных потенциала:

$$\nabla^T \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_1^2} & \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_2 \partial y_1} & \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_3 \partial y_1} \\ \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_1 \partial y_2} & \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_2^2} & \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_3 \partial y_2} \\ \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_1 \partial y_3} & \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_2 \partial y_3} & \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_3^2} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Заметим, что величина (1) не является тензором второго ранга в строгом смысле этого слова — чтобы убедиться в этом, достаточно записать выражения для компонент  $\nabla^T U^B$  в какой-либо криволинейной системе координат (см., например, работу [5]). Однако в силу исторических причин, за величиной  $\nabla^T \mathbf{B}$  закрепилось название тензора градиента магнитного поля. В дальнейшем мы также будем придерживаться этой терминологии.

При достаточной гладкости функции-потенциала матрица симметрична. Кроме того, потенциал является гармонической функцией, поэтому

$$\nabla U^B = \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_3^2} = 0.$$

Тем самым тензор градиента магнитного поля имеет только пять независимых компонент.

Чтобы получить компоненты тензора  $T$  градиента магнитного поля, необходимо продифференцировать все компоненты вектора поля. Просто показать, что этот тензор симметричен и его след равен нулю. Тогда тензорным магнитным градиентом можно назвать конструкцию, вклю-

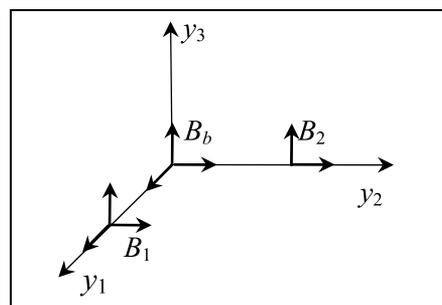


Рис 1. Обобщенная схема тензорного градиентометра

чающую в себя несколько векторных магнитометров, работающих в дифференциальном режиме при фиксированном известном разnose датчиков (рис. 1). Полагая расстояние между датчиками равным 1 м, можно считать, что компоненты вектора вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} \nabla_{11}^2 U^B &= B_{11} - B_{b1}, & \nabla_{22}^2 U^B &= B_{22} - B_{b2}, \\ \nabla_{33}^2 U^B &= -(\nabla_{22}^2 U^B + \nabla_{33}^2 U^B), \\ \nabla_{12}^2 U^B &= \nabla_{21}^2 U^B = B_{12} - B_{b2}, \\ \nabla_{13}^2 U^B &= \nabla_{31}^2 U^B = B_{13} - B_{b3}, \\ \nabla_{23}^2 U^B &= \nabla_{32}^2 U^B = B_{23} - B_{b3}, \end{aligned}$$

где  $B_{ij}$  —  $j$ -я компонента вектора индукции магнитного поля по данным  $i$ -го,  $i = 1, 2, b$ , векторного измерителя.

Заметим, что компоненты вектора индукции магнитного поля, также как компоненты тензора градиента магнитного поля, измеряются в осях, связанных с измерительным устройством. Для того чтобы перепроектировать значения компонент данных величин в любую другую систему координат, необходимо учитывать ориентацию измерителя. По этой причине на подвижных объектах тензорный градиентометр необходимо снабжать системой определения ориентации.

Для измерения компонент вектора магнитного поля на борту применяются, как правило, феррозондовые магнитометры, а для измерения модуля вектора индукции магнитного поля обычно применяются квантовые датчики разных модификаций [6]. Но для измерения компонент тензора с высокой точностью применяются датчики типа СКВИД (Сверхпроводящие Квантовые Интерферометрические Датчики) [7].

## 2. ГРАДИЕНТ ПОЛЯ ТОЧЕЧНОГО МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ

При удалении от источника магнитного поля на расстояние, существенно превосходящее его размеры, поле этого источника не отличимо от поля

точечного диполя. Это справедливо и для витка с током [4], и для более сложных объектов. Точечный магнитный диполь характеризуется двумя векторами: радиус-вектором точки расположения диполя и вектором дипольного момента — всего шесть параметров. Можно предположить, что, измерив шесть независимых параметров, можно определить параметры диполя, создающего эквивалентное измеренному магнитное поле. Как следствие, измерение только параметров тензора градиента не позволяет полностью определить параметры диполя — необходимо измерение еще одного параметра. Тем не менее, измерение тензора градиента позволяет получить дополнительную информацию о параметрах диполя. Компоненты тензора в прямоугольной системе координат могут быть рассчитаны через потенциал поля точечного диполя:

$$\begin{aligned}
 U(r) &= \frac{-\mu_0}{4\pi|r|^3} r^T m, \\
 \nabla U(r) &= \frac{-\mu_0}{4\pi|r|^3} [(I - 3rr^T/|r|^2)m], \\
 T(r) &= \nabla \nabla^T U(r) = \\
 &= \frac{-3\mu_0}{4\pi|r|^5} [(5rr^T/|r|^2 - I)r^T m - (mr^T + rm^T)], \\
 r^T m &= \sum_{i=1}^3 r_i m_i, \\
 r^T m &= \begin{pmatrix} r_1 m_1 & r_1 m_2 & r_1 m_3 \\ r_2 m_1 & r_2 m_2 & r_2 m_3 \\ r_3 m_1 & r_3 m_2 & r_3 m_3 \end{pmatrix}. \quad (2)
 \end{aligned}$$

Здесь  $m$  — вектор дипольного момента,  $r$  — радиус-вектор точки измерения,  $I$  — единичная матрица  $3 \times 3$ .

Измеренный тензор может быть приведен к главным осям, в которых отличны от нуля только диагональные элементы. Обозначим через  $\alpha$  угол, на который отклоняется направление одной из главных осей от радиус-вектора точки измерений (рис. 2). Можно показать, что, зная угол  $\varphi$  направления радиус-вектора относительно диполя, можно определить угол  $\alpha$ . Поскольку тензор остается неизменным при повороте вокруг оси  $y_3$  на  $180^\circ$ , угол определяется с точностью до  $180^\circ$ . Сам же угол  $\alpha$  определяется из соотношения главных компонент тензора (диагональных элементов).

Компоненты тензора градиента определяют направление на два одинаковых по величине и противоположных по направлению диаметрально расположенных диполя  $m$  и  $m'$ , которые могли бы создать измеренный градиент, в силу нечувствительности к повороту на  $180^\circ$ , и еще два диполя  $m''$  и  $m'''$  в силу симметрии относительно оси диполя (рис. 3).

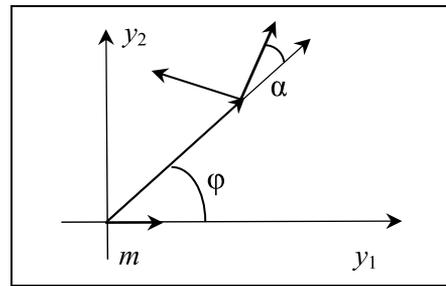


Рис. 2. К параметрам тензора градиента поля точечного диполя: главные оси тензора в точке измерения поля

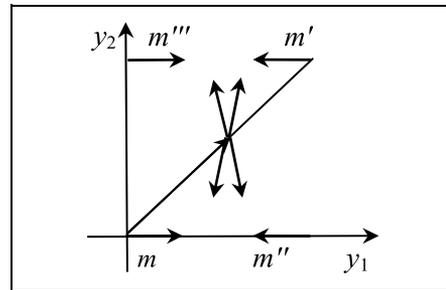


Рис. 3. Неопределенность при пеленгации диполя по измерениям тензора градиента

Полученный результат означает следующее. Поместив в определенной точке пространства диполь с соответствующим дипольным моментом, можно скомпенсировать любое значение градиента магнитного поля. Если же компенсирующий диполь не может быть помещен в произвольном направлении относительно градиентометра, то компенсация градиента достигается размещением двух дипольных излучателей в точках, не лежащих на одной прямой с точкой измерения. Таким образом, установив на борту два размагничивающих устройства и изменяя силу тока в катушках, можно полностью скомпенсировать градиент поля в точке измерения. Однако при этом окажется совершенно необоснованно скомпенсирован и градиент поля Земли.

### 3. МИНИМИЗАЦИЯ РАЗНОСТИ ГРАДИЕНТОВ

Один из возможных вариантов решения задачи определения поля подвижного объекта с целью его компенсации заключается в применении дифференциальной схемы включения двух градиентометров, буксируемых на разном расстоянии от корпуса объекта, и обработке их показаний. Пусть два тензорных градиентометра расположены в точках  $r_1$  и  $r_2$ ,  $|r_1| > |r_2|$ . Располагаясь на разном удалении, эти два градиентометра «видят» магнитное поле существенно по-разному, а аномальное поле



Земли (при существенном удалении от поверхности) — примерно одинаково. Если  $|r_1|/|r_2| = a$ , а расстояние до объекта больше его размеров, градиент поля объекта в точке  $r_2$  в  $a^4$  раза больше, чем в точке  $r_1$ , если полагать поле объекта полем диполя.

Таким образом, можно ставить задачу: подобрать амплитуду дипольных моментов контролируемых источников так, чтобы минимизировать разницу градиентов в двух точках, опираясь на значения разности пяти компонент тензора градиента. Будем предполагать, что относительное положение и ориентация градиентометров и подвижного объекта известны. Также предполагается, что управление выполняется непосредственно дипольными моментами. Рассмотрим связанную систему координат двух диполей  $D_1$  и  $D_2$ . Пусть центр системы координат  $O$  находится в точке расположения диполя  $D_1$ , ось  $Ox_3$  направлена вдоль продольной оси объекта. Предположим, что градиентометры находятся преимущественно позади, т. е. сдвинуты вдоль оси  $Ox_3$ . Пусть диполь  $D_2$  расположен на оси  $Ox_2$ , ортогональной оси  $Ox_3$ , а ось  $Ox_1$  дополняет тройку до правой ортогональной системы координат. Тогда диполь  $D_1$  расположен в точке  $d_1 = (0, 0, 0)^T$ , диполь  $D_2$  в точке  $d_2 = (0, |d_2|, 0)^T$ . Все тензоры градиента будут рассмотрены в этой системе координат. Учитывая формулы (2), можно записать разность градиентов как

$$\Delta T = \sum_{i=1}^2 [T(r_2, m_i, d_i) - T(r_1, m_i, d_i)], \quad (3)$$

где  $m_1, m_2$  — дипольные моменты соответствующих диполей. Очевидно, уравнение (3) (с учетом формул (2)) может быть переписано в виде

$$\tau = A(r_1, r_2, d_2)\mu,$$

$$\tau = (\Delta T_{11}, \Delta T_{22}, \Delta T_{12}, \Delta T_{13}, \Delta T_{23})^T = \{\tau_i\},$$

$$\mu = (m_{11}, m_{12}, m_{13}, m_{21}, m_{22}, m_{23})^T = \{\mu_i\}, \quad (4)$$

где  $m_{ij}$  — компоненты векторов дипольного момента.

Система уравнений (4) недоопределена. Для упрощения можно, например, положить

$$m_{22} = 0 \Rightarrow \mu \in R^{5 \times 1}.$$

Для иллюстрации решения рассмотрим пример. Пусть  $r_1 = (0, 0, 2\rho)^T$ ,  $r_2 = (0, 0, \rho)^T$ ,  $d_2 = (0, -\delta, 0)^T$  для произвольных значений  $\rho$  и  $\delta$ . В этом случае система уравнений (4) будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{4\pi\tau_1}{\mu_0} = \frac{45}{16\rho^4}\mu_3 + 3\rho\left(\frac{1}{(\delta^2 + \rho^2)^{5/2}} - \frac{2}{(\delta^2 + 4\rho^2)^{5/2}}\right)\mu_5 -$$

$$- 15\rho\delta^2\left(\frac{1}{(\delta^2 + \rho^2)^{7/2}} - \frac{2}{(\delta^2 + 4\rho^2)^{7/2}}\right)\mu_5,$$

$$\frac{4\pi\tau_3}{\mu_0} = 3\delta\left(\frac{1}{(\delta^2 + \rho^2)^{5/2}} - \frac{2}{(\delta^2 + 4\rho^2)^{5/2}}\right)\mu_4,$$

$$\frac{4\pi\tau_4}{\mu_0} = \frac{45}{16\rho^4}\mu_1 + 3\rho\left(\frac{1}{(\delta^2 + \rho^2)^{5/2}} - \frac{2}{(\delta^2 + 4\rho^2)^{5/2}}\right)\mu_4,$$

$$\frac{4\pi\tau_5}{\mu_0} = \frac{45}{16\rho^4}\mu_2 + 3\delta\left(\frac{1}{(\delta^2 + \rho^2)^{5/2}} - \frac{2}{(\delta^2 + 4\rho^2)^{5/2}}\right)\mu_5 -$$

$$- 15\rho^2\delta\left(\frac{1}{(\delta^2 + \rho^2)^{7/2}} - \frac{2}{(\delta^2 + 4\rho^2)^{7/2}}\right)\mu_5.$$

Здесь диполь  $D_1$  генерирует слагаемые, содержащие множитель  $45/16\rho^4$ , остальные слагаемые — от диполя  $D_2$ . Для любого  $\tau$  и ненулевого  $\delta$  можно вычислить вектор  $\mu$ .

Зная вектор  $\mu$ , можно задать проекции дипольных моментов. Проблема в том, что диполи находятся в ферромагнитном окружении, поэтому вместо компонент разности градиентов  $\tau$  будет получено

$$\tau' = \tau + M(\mu).$$

Предполагая, что

$M(\mu) = M\mu$  — пуассоновская модель,

$$|M\mu| \ll \tau \Rightarrow |MA^{-1}\tau| \ll \tau,$$

можно построить систему управления с обратной связью, минимизирующую разность градиентов  $\tau$ . В стационарном случае после шага  $n$  остаточная разность равна

$$(MA^{-1})\tau.$$

В соответствии со сделанными предположениями остаток стремится к нулю при увеличении  $n$ .

Результаты численного моделирования приведены в табл. 1. Магнитные свойства подвижного объекта моделировались системой случайным образом распределенных внутри корпуса диполей. За единицу измерений для величины  $\rho$  взята длина корпуса, норма матрицы градиента  $\|T\|_{\max} = \max_{i,j} |T_{ij}|$ , нТл/м. Можно видеть, что от-

Таблица 1

Результаты численного моделирования

$\rho$	$\ T(r_1)\ _{\max}$	$\ T(r_2)\ _{\max}$	$\ T^c(r_{1,2})\ _{\max}$
0,1	206	1000	148
0,2	32,2	206	19,7
1	0,205	2,03	0,077
2	0,018	0,205	0,005

ношение исходного и скомпенсированного тензора  $\|T^c(r_{1,2})\|_{\max} = \|T\|_{\max}/\|T^c\|_{\max}$  в точке  $r_1$  меняется от 1,4 до 3,6, а в точке  $r_2$  — от 6,8 до 41.

#### 4. МИНИМИЗАЦИЯ ГРАДИЕНТА В БЛИЖНЕЙ ТОЧКЕ

Другой результат компенсации можно получить, считая, что дальний градиентометр поля объекта «не видит». Можно измеренное им значение вычесть из показаний ближнего градиентометра, скомпенсировав тем самым поле Земли, и затем выполнить расчетное размагничивание, полагая, что разность градиентов и есть градиент поля объекта в точке расположения ближнего градиентометра. Качество размагничивания будет зависеть от расстояния от точек измерений до корпуса и до основных источников аномального поля земли.

Пусть на расстояниях  $r_1, r_2$  от корпуса установлено два тензорных градиентометра,  $r_1 > r_2$ . Если  $r_1 - r_2$  много меньше расстояния до других источников поля, то оба датчика измеряют близкие по значению градиенты поля Земли. Соответственно, разница измеренных в двух точках градиентов несет информацию преимущественно о поле объекта.

Предложенный принцип контроля и управления магнитным состоянием по схеме с двумя магнитными градиентометрами был подвергнут проверке путем компьютерного моделирования. Была принята следующая структура модели.

Магнитная модель объекта была составлена в виде набора из нескольких дипольных излучателей, произвольно расположенных в объеме предполагаемого корпуса. Естественное нормальное и аномальное поля предполагались полностью скомпенсированными благодаря дифференциальному включению градиентометров. По полученным данным (с учетом очевидной однозначности выбора одной из четырех расчетных точек) вычислялись значения дипольных моментов для размагничивающих катушек и производилось «размагничивание».

Эффективность «размагничивания» оценивалась путем сравнения расчетного значения модуля наведенного поля до и после компенсации в точках расположения градиентометров. Результа-

ты моделирования показаны в табл. 2, где дано поле в точках  $r_1, r_2$  до и после компенсации, нТл. Координаты градиентометров по отношению к объекту при моделировании полагались известными.

Отметим, что при таком подходе к компенсации разность градиентов не будет равна нулю.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретический анализ и численное моделирование предложенных вариантов решения задачи управления магнитным полем подвижного объекта с использованием показаний двух магнитных градиентометров, установленных на различном удалении от корпуса объекта, показали их высокую эффективность. Однако отметим, что для окончательного подтверждения эффективности рассмотренных методов управления магнитным полем, а также установления границ их применимости требуется проведение натурных экспериментов с реальными подвижными объектами.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Noriga G.* Aeromagnetic Compensation in Gradiometry — Performance, Model Stability, and Robustness // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. — 2015. — Vol. 12, iss. 1. — P. 117—121.
2. *Каршаков Е.В., Харичкин М.В.* Стохастическая задача оценивания при компенсации девиации аэромагнитометра // Автоматика и телемеханика. — 2008. — № 7. — С. 17—21.
3. *Bayens T.M.* Analysis of the Demagnetisation Process and Possible Alternative Magnetic Treatments for Naval Vessels / A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy in the School of Physics, Faculty of Science at The University of New South Wales, 2002. — 275 p.
4. *Парселл Э.* Электричество и магнетизм: учеб. руководство / пер. с англ.; под ред. А.И. Шальникова и А.О. Вайсенберга. — М.: Наука, 1983. — 415 с.
5. *Kotsiaros S., Olsen N.* The Geomagnetic Field Gradient Tensor. Properties and Parametrization in Terms of Spherical Harmonics // GEM — International Journal on Geomathematics. — 2012. — Vol. 3, iss. 2. — P. 297—314.
6. *Telford W.M., Geldart L.R. and Sherif R.E.* Applied Geophysics. — Cambridge: Cambridge University Press, 2004. — 744 p.
7. *Clem T.R., Froelich M.C.; D.J. Ovenvay D.J., et al.* Advances in Sensor Development and Demonstration of Superconducting Gradiometer for Mobile Operation // IEEE Trans. on Applied Superconductivity. — 1997. — Vol. 7, iss. 2. — P. 3287—3293.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Афанасьевым.

**Волковицкий Андрей Кириллович** — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, ✉ avolkovitsky@yandex.ru,

**Каршаков Евгений Владимирович** — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, ✉ karshak@mail.ru,

**Тхоренко Максим Юрьевич** — ст. инженер, ✉ tkhorenkom@mail.ru,

**Павлов Борис Викторович** — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник, ✉ pavlov@ipu.ru,

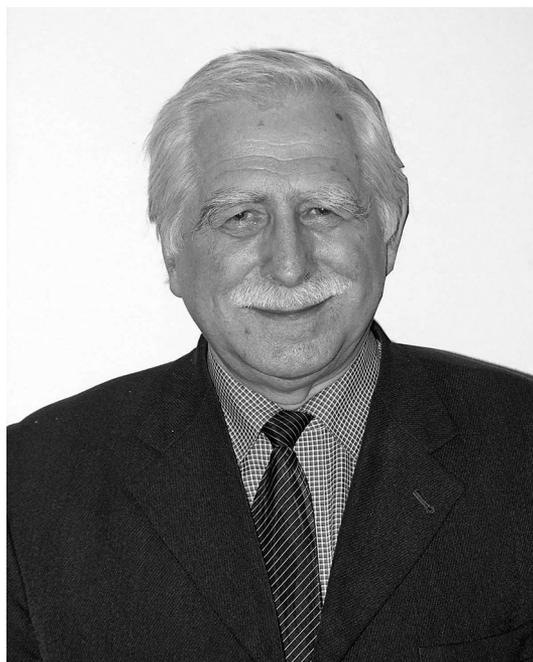
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.

Таблица 2

#### Результаты моделирования работы системы контроля и управления магнитным состоянием подвижного объекта

ρ	До компенсации		После компенсации	
	$B_1$	$B_2$	$B_1$	$B_2$
1	14,0	75,9	3,9	9,1
2	2,2	14,0	0,2	0,4

## **ВЛАДИМИР ВАСИЛЬЕВИЧ КУЛЬБА** **(к 80-летию со дня рождения** **и 55-летию работы в ИПУ РАН)**



17 апреля 2017 года исполняется 80 лет известному ученому в области теории управления и проектирования автоматизированных информационно-управляющих систем (АИУС), создателю теории синтеза оптимальных модульных систем обработки данных, заслуженному деятелю науки Российской Федерации, заслуженному профессору Российского государственного гуманитарного университета, доктору технических наук, профессору Владимиру Васильевичу Кульбе.

В.В. Кульба работает в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН с 1962 года. В 1982 году он защитил докторскую диссертацию, в 1990 году ему присвоено ученое звание профессора, с 1992 года возглавляет лабораторию модульных информационно-управляющих систем.

Под его руководством разработаны основы теории и принципы построения оптимальных мо-

дульных систем обработки данных, методы анализа сложных систем управления, методы обеспечения достоверности при обработке данных, методы резервирования программных модулей и информационных массивов, теоретические основы обеспечения информационной безопасности систем организационного управления, методы автоматизированного проектирования программного и информационного обеспечения информационно-управляющих систем реального времени и систем с открытой архитектурой. Эти работы составили основу развиваемого в настоящее время рядом научных коллективов нового научного направления, связанного с решением проблем анализа и синтеза модульных распределенных технических и организационных систем управления. Разработанные методы успешно применены для решения ряда актуальных задач синтеза структуры программного

обеспечения АИУС «жесткого» реального времени, АИУС с открытой архитектурой, структуры специального информационного обеспечения АИУС реального времени для сложных организационных и технических систем.

Созданный и развитый В.В. Кульбой прикладной математический аппарат моделирования и управления развитием социально-экономических систем и систем специального назначения получил широкое признание научной общественности и внедрение в органах федерального уровня (Совет Безопасности РФ, Генеральный штаб ВС РФ, Академия Генерального штаба). Он излагается в базовых учебниках высшей школы по исследованию систем управления, организационному управлению и моделированию социально-экономических процессов, читается как лекционный курс в ведущих вузах страны.

В.В. Кульбой получены фундаментальные результаты в области разработки теоретических основ информационной безопасности систем организационного управления, включая разработку методов и средств информационного управления, управления риском, управления в чрезвычайных ситуациях. За цикл работ в области информационной безопасности, информационного управления и проектирования информационно-управляющих систем космических аппаратов В.В. Кульба Президиумом РАН был удостоен премии им. Б.Н. Петрова.

Наряду с созданной в 1980-х гг. В.В. Кульбой мировой научной школой в области анализа и синтеза оптимальных модульных АИУС общего характера, с открытой архитектурой и реального времени, в последние годы сложилась новая научная школа, ориентированная на сценарные исследования устойчивости и безопасного функционирования и развития социально-экономических и технических систем, на решение актуальных проблем государственного развития и защиты национальных интересов нашей страны в условиях глобального мира и информационного общества. Под его руководством выполнен сценарный анализ эффективности процессов управления общей и региональной безопасностью в условиях обострения противоречий между странами Запада и Россией; разработан и исследован комплекс моделей анализа эффективности процессов управления информационной, социальной и техногенной безопасностью с помощью аппарата функциональных знаковых графов; разработаны методы и механизмы

сценарного анализа и управления геополитическим информационным противоборством.

Научные работы В.В. Кульбы по данным направлениям опубликованы в ведущих научных журналах и отражены в монографиях, вышедших в издательствах «Наука», «Физматлит», «Высшая школа», «Машиностроение». В целом, им опубликовано более 600 научных работ, из них более 50 монографий и учебных пособий. Среди его учеников 15 докторов и 45 кандидатов наук.

В.В. Кульба активно участвует в научно-организационной деятельности Института в качестве председателя секции «Автоматизированные системы организационного управления и обработки данных» Ученого совета Института, члена редколлегии журналов «Проблемы управления», «Тренды и управление», «Информационные войны» и «Вестник РГГУ», члена диссертационных советов Института и РГГУ. Вот уже почти 25 лет под его руководством ежегодно проходит международная конференция «Проблемы управления безопасностью сложных систем», а в совокупности им проведено более шестидесяти конференций.

Много лет В.В. Кульба успешно совмещает свою научную деятельность с педагогической деятельностью по подготовке научных и инженерных кадров, будучи заведующим кафедрой «Моделирование в экономике и управлении» Российского государственного гуманитарного университета.

В.В. Кульба — действительный член Российской академии естественных наук и Международной академии информатизации.

Беззаветно преданный лучшим традициям Института проблем управления, объединяющим девизом которых является служение России и ее трудовому народу, Владимир Васильевич продолжает активно содействовать их сохранению и развитию и в нынешнее сложное время, отдавая накопленный опыт и знания многочисленным кадрам науки управления.

Для В.В. Кульбы характерны исключительно высокая человечность, отзывчивость, порядочность и требовательность. Владимир Васильевич умеет правильно ставить своему коллективу задачи и цели, находить эффективные решения сложных научных и технических проблем и, главное, организовать их успешную реализацию. Эти замечательные качества обеспечивают Владимиру Васильевичу непререкаемый авторитет и искреннюю любовь коллег и сослуживцев.

*Дорогой Владимир Васильевич! Многочисленные коллеги, друзья, ученики от всей души поздравляют Вас с юбилеем и желают здоровья на многие годы! Творческих Вам успехов!*



УДК 614.8:502.5

## **XXIV МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТЬЮ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ»**

В декабре 2016 г. в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН состоялась XXIV Международная научная конференция «Проблемы управления безопасностью сложных систем». В работе конференции приняли участие 199 авторов, представляющих 78 организаций из России и ряда зарубежных стран, представивших 134 доклада. Работа конференции велась по следующим секциям:

- общетеоретические и методологические вопросы обеспечения безопасности;
- проблемы обеспечения экономической и социально-политической безопасности;
- проблемы обеспечения информационной безопасности;
- экологическая и техногенная безопасность;
- методы моделирования и принятия решений при управлении безопасностью сложных систем;
- автоматизированные системы и средства обеспечения безопасности сложных систем.

Важнейшие события прошедшего 2016 года (а конференция по сложившейся традиции ежегодно проходит во второй половине декабря) обусловили существенный рост сложности задач обеспечения национальной безопасности Российской Федерации. Сложившееся положение объясняется целым рядом как внешних, так и внутренних причин и факторов. Во-первых, интенсификация антироссийской направленности внешней политики стран Запада фактически привела к значительному росту международной напряженности, и соответственно, к появлению новых серьезных угроз национальным интересам России. Во-вторых, проводимая США и странами Евросоюза политика ужесточения экономических санкций в отношении России спровоцировала появление определенных трудностей в социально-экономическом развитии нашей страны (даже несмотря на то, что

санкции в некоторой степени сыграли и положительную роль, стимулируя развитие ряда отраслей реального сектора экономики). Одновременно с этим, как показал прошедший год, перелому негативных тенденций в развитии национальной экономики по-прежнему мешают как неблагоприятная конъюнктура мирового рынка энергоносителей, так и определенные недостатки в управлении социально-экономическим развитием страны, и далеко не в последнюю очередь неэффективное использование финансовых ресурсов (по данным Счетной палаты только в 2016 г. в данной сфере выявлено различных нарушений на 870 млрд. руб.). В-третьих, интенсивное развитие инфокоммуникационных технологий и открытая информационная агрессия геополитических противников России породили ряд качественно новых угроз в информационной сфере. В-четвертых, все рельефнее проявляющиеся климатические изменения привели к возникновению ряда достаточно серьезных чрезвычайных ситуаций природного характера (сильнейшие природные пожары в Сибири, наводнение в Приморском крае и др.). Наконец, по-прежнему значительный ущерб наносят техногенные аварии и катастрофы (по данным МЧС РФ за 2016 г. было ликвидировано более 280 чрезвычайных ситуаций федерального уровня, среди которых, как известно, наибольший общественный резонанс вызвали взрывы бытового газа в жилом секторе).

Перечисленные факторы и причины усложнения ситуации привели к существенному росту актуальности и значения комплексных междисциплинарных фундаментальных и прикладных научных исследований, направленных на разработку методов, средств и механизмов повышения эффективности управления безопасностью (в самом широком понимании данного термина), что не

могло не отразиться на тематике представленных докладов.

Открывший конференцию доклад *Г.Г. Малинецкого, Т.С. Ахромеевой, В.В. Кульбы, С.А. Посашкова, С.А. Торопыгиной* «Будущее России и стратегические риски» посвящен анализу стратегических угроз поступательному социально-экономическому развитию Российской Федерации. В докладе подчеркивается, что в современных крайне сложных условиях, во многом определяемых агрессивностью внешней среды, успешное развитие нашей страны невозможно без разработки долгосрочных целевых установок с минимальным временным горизонтом в 20—30 лет. Одновременно с этим, важнейшими объектами теории безопасности в сложившихся условиях становятся ценности, смыслы, человеческий потенциал, консолидированность общества, субъектность (государственность) и др.

В условиях стоящих перед Россией серьезных цивилизационных, идеологических, политических и экономических вызовов существенно возрастает роль методологии системного анализа, математического моделирования, сценарного исследования и прогнозирования, позволяющих перейти от общих сущностей и процессов к конкретным рекомендациям, направленным на поддержку принятия государственных решений и повышение их эффективности. Одновременно с этим в докладе достаточно подробно анализируются риски «оранжевой революции», которые, по мнению авторов, представляют в настоящее время существенную угрозу социально-экономическому развитию России. Существенное внимание уделено и процессам глобального «демографического перехода» и связанным с ним антропологическим вызовом России.

Одна из отличительных особенностей настоящей конференции заключается в достаточно большом числе интересных работ, посвященных вопросам обеспечения информационной безопасности, тематика которых тесно увязана с комплексом проблем, отраженных в Доктрине информационной безопасности Российской Федерации (утверждена Указом Президента Российской Федерации от 5 декабря 2016 г. № 646). Представленные в рамках данной тематики работы можно с определенной степенью условности разделить на две группы: доклады, посвященные рассмотрению проблем информационного управления и противоборства, и работы, в которых основное внимание уделяется ставшим уже классическими проблемам обеспечения информационной безопасности автоматизированных систем управления различного уровня, класса и назначения.

В докладе *П.Г. Белова* «Количественная оценка влияния СМИ на обеспечение национальной безопасности России» рассматриваются задачи априорной оценки негативного информационно-психологического воздействия средств массовой информации на общественное сознание. Для оценки ущерба от негативного информационного влияния предлагается использовать показатель риска информационно-психологического вызова (ИПВ), опосредованно указывающий как на возможность причинения прямого ущерба объекту информационной агрессии, так и на тяжесть последствий деструктивных информационных кампаний. Для прогноза риска ИПВ разработана логико-лингвистическая модель в форме сдвоенной причинно-следственной диаграммы типа «дерево». В целях количественного анализа разработанной модели автором предложено использовать специализированный программный комплекс «АРБИТР». Представляется, что предложенный в работе подход может с успехом применяться не только в целях анализа российских «классических» средств массовой информации прозападной неолиберальной направленности, но и зарубежных «новых» (интерактивных электронных) СМИ, а также социальных сетей, оказывающих все большее влияние на общественное сознание и в силу этого все интенсивнее используемых геополитическими противниками России в качестве информационного оружия.

Методологическим и прикладным проблемам совершенствования процессов мониторинга внешних информационных угроз социальной стабильности на региональном уровне посвящен доклад авторского коллектива под руководством чл.-корр. РАН *В.Л. Шульца* «Региональная безопасность: анализ технологий мониторинга социальной стабильности». В докладе рассмотрены основные принципы и приведены результаты анализа эффективности мониторинга СМИ и социальных сетей, интенсивно используемых в качестве инструмента внешней информационной агрессии в целях дестабилизации ситуации внутри нашей страны и ее регионов. В работе рассмотрен комплекс основных технологических задач автоматизации мониторинга информационных угроз, изложены результаты анализа основных направлений повышения его эффективности с использованием модифицированной схемы *И.-М. Марти*.

Среди других работ в рамках данной тематики можно также выделить доклады *Н.Г. Кереселидзе* «Задача типа чилкер для математической и компьютерной модели информационной войны игнорирования противника»; *В.В. Цыганова* «Глобальная конфронтация, прогрессизм и гедонизм»;



*В.В. Соловья* «Анализ влияния средств массовой информации на социальное взаимодействие»; *С.В. Соколова* «Инициативы Российской Федерации в ООН по международной информационной безопасности».

Достаточно большая группа докладов посвящена решению общих вопросов управления информационной безопасностью автоматизированных систем на организационном и программно-техническом уровнях. В их числе работы *Р.Э. Асратяна* «Сетевая служба безопасной обработки информационных запросов»; *С.К. Сомова* «Использование резервирования информации для повышения безопасности распределенных СОД»; *В.А. Ведешенкова* «О диагностировании неисправных компонентов цифровых систем со структурой минимального квазиполного графа»; *Н.В. Белан, Л.А. Луганской, И.В. Карасева* «Повышение защищенности информации в сетях 3G за счет применения ортогональных сигналов»; *Е.А. Курако* «Задачи обеспечения безопасности при тиражировании распределенных информационных систем»; *А.А. Володиной, И.М. Левкина* «Алгоритм выбора рациональной структуры системы защиты информации предприятия»; *Л.Е. Мистрова* «Основы метода синтеза систем информационной безопасности»; *С.В. Никифорова, Р.П. Агаева* «О некоторых задачах безопасности в многоагентных информационных системах»; *В.В. Муромцева, А.В. Муромцевой* «Некоторые возможности обеспечения корпоративной и личной информационной безопасности компьютерных данных»; *А.С. Варламова* «Составление реестра инцидентов информационной безопасности».

Традиционно большой интерес участники Конференции проявляют к проблемам обеспечения экономической и социальной безопасности. Доклад *Н.И. Комкова, А.А. Лазарева, В.С. Романцова* «Программно-целевое управление развитием — потенциал не исчерпан» посвящен анализу опыта использования и возможностей повышения качества разработки и обоснования целевых социально-экономических программ. Как отмечается в докладе, с начала 2000-х гг. в нашей стране было принято свыше сотни госпрограмм, результативность и эффективность которых в конечном итоге оказались крайне невелики. В качестве негативного примера авторы приводят программу «Доступное жилье», которая оказалась одной из наименее эффективных как по объемам вводимого жилья, так и по возросшей почти вдвое стоимости квадратного метра жилой площади. Как подчеркивается в докладе, фактический отказ в практике программно-целевого управления от комплексного и детального анализа количественных показателей проектов с учетом их взаимосвязей, а также низкая

эффективность контроля результативности реализации программ служат основной причиной сложившегося положения, выход из которого авторы видят в повышении научной обоснованности процессов разработки программ, а также в совершенствовании методологии контроля и управления их реализацией.

Среди наиболее интересных докладов, посвященных проблемам обеспечения экономической безопасности на федеральном и региональном уровнях, а также на уровне отдельных экономических субъектов, можно отметить работы *А.Н. Фомичева* «Адаптация системы обеспечения финансовой безопасности Российской Федерации к современным геополитическим условиям»; *А.К. Соловьева* «Влияние повышения возраста выхода на пенсию в России на социальную безопасность граждан»; *В.В. Кафидова* «Социологические и социально-экономические аспекты безопасности города»; *Т.М. Алиевой, И.М. Поморцевой* «Системные и комплексные свойства экономики знаний как основы многофакторной идеологии экономического развития»; *Е.Е. Анисимовой* «Развитие социальной ответственности бизнеса в России»; *А.И. Лумпова* «Технология бизнес-планирования инновационных проектов»; *Н.И. Комкова, В.В. Сутягина, Н.Н. Володиной* «Обеспеченность мировыми запасами углеводородов процессов безопасного развития энергетических и нефтехимических отраслей»; *М.В. Масалевой* «Применение векторного метода прогнозирования потребностей в ресурсах при планировании государственных закупок»; *Ю.В. Косачева* «Противоречивость экономических интересов участников интегрированной структуры»; *М.Н. Власенко, Ю.Н. Шедько* «Особенности оценки эффективности методов управления рисками при модернизации системы экономической безопасности организации в условиях рыночной неопределенности»; *Э.Б. Песикова* «Обеспечение экономической безопасности предприятия за счет повышения качества прогнозирования банкротства»; *М.П. Барбашева, Р.О. Пономарева* «Сценарный анализ влияния коррупции на развитие Костромской области».

Различным проблемам обеспечения экологической безопасности посвящены работы *М.Ю. Мاستушкина* «Проблематика учета и оценки экологических и смежных видов риска при реализации риск-ориентированного подхода в государственном управлении»; *А.И. Кормилицина* «Моделирование безопасности окружающей среды при аварийном разливе нефти в водную среду с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К.»; *И.А. Калинова* «Особенности применения методов построения 3D-карт про-

странств при помощи мультироторов в системах обеспечения безопасности экологического мониторинга»; *Н.П. Карпенко* «Страхование экологических рисков в области мелиоративной и водохозяйственной деятельности»; *О.В. Наместниковой* «Разработка компьютерной системы тестирования контроля знаний лиц, принимающих управленческие решения в области экологической безопасности города».

Ряд интересных докладов посвящен проблемам повышения эффективности управления в чрезвычайных ситуациях, среди которых можно отметить работы *Н.И. Архиповой, Д.А. Кононова, В.В. Кульбы* «Исследование уязвимости сложной системы методами сценарного анализа»; *Б.А. Мавлянкариева, Б.Б. Хатамова* «Интеллектуальные системы оперативного реагирования в задачах обеспечения безопасности сложных объектов»; *А.А. Рыженко* «Модель единого информационного пространства поддержки управления государственной метакомпанией МЧС России»; *О.Н. Орловой* «Формирование порядка установления уровней реагирования при введении режимов повышенной готовности или чрезвычайной ситуации»; *Н.Г. Топольского, Т.В. Хабибуллина, А.М. Несина* «Особенности принятия решений при организации работы оперативной дежурной смены центров управления в кризисных ситуациях главных управлений МЧС России по субъектам Российской Федерации»; *С.Ю. Бутузова, Д.В. Енина* «Матричные структуры управления межведомственными проектами для построения систем комплексной безопасности регионов Российской Федерации»; *А.Н. Бартенева* «Управление системой обеспечения пожарной безопасности населенных пунктов субъекта РФ»; *С.В. Репина, А.В. Пешкова* «Некоторые особенности управления в системе федерального государственного пожарного надзора»; *А.В. Вицентия* «Проблема когнитивной перегрузки лица, принимающего решения при работе с пространственными данными»; *В.А. Филиппова* «Повышение эффективности принятия экспертных решений в системах управления безопасностью сложных систем»; *В.В. Арутюнова* «О российских стандартах в сфере безопасности».

Традиционно разнообразны по тематике доклады, посвященные поиску методов решения комплекса проблем предупреждения и ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций техногенного и природного характера, а также обеспечения безопасности и надежности функционирования технологических комплексов и систем.

Немало докладов посвящено поиску путей решения широкого круга методологических проблем обеспечения безопасности на региональном и объ-

ектовом уровнях, в рамках которой можно выделить работы *Р.Ф. Идрисова, А.П. Андреева* «Анализ профилактических мероприятий по сохранению культурных ценностей в условиях ЧС»; *И.В. Мифтахова, А.И. Валиева* «Принятие управленческого решения на основе оценки рисков при чрезвычайных ситуациях»; *В.К. Мусаева* «Применение волновой теории сейсмической безопасности для определения динамических напряжений в упругой полуплоскости с вертикальной прямоугольной полостью»; *В.П. Иванова, Е.Б. Кабловой* «Анализ принципиальных положений в проблеме создания безопасных технических систем»; *А.А. Кононова, П.И. Кулакова, А.К. Поликарпова* «О методологии критериального моделирования безопасности больших систем, критически важных объектов и критических инфраструктур»; *Б.Б. Хатамова* «Роль методологического анализа рисков объектов топливно-энергетического комплекса в реализации инновационных идей»; *С.А. Косяченко, О.А. Шепелевой, Л.В. Богатыревой* «Анализ долговременных и оперативных мер защиты от наводнений»; *К.В. Чернова* «Применение системно-логического метода к раскрытию техногенной опасности водорода при охлаждении турбогенераторов»; *С.Ю. Яковлева, А.С. Шемякина* «Оценка влияния риск-образующих факторов при обосновании планов развития горнохимических комплексов»; *М.В. Телегиной* «Применение деревьев решений для оценки ситуации на химических опасных объектах»; *К.И. Дизендорфа* «Построение оценки комплексной безопасности потенциально опасного объекта средствами MS SQL Server»; *Д.А. Гольдина* «Исследование требований к моделям технической диагностики систем электроснабжения автономных объектов»; *В.В. Пицыка, Л.В. Суховерховой, О.В. Шестериковой* «Оптимизация затрат на эксплуатацию систем пожарной автоматики»; *Г.Е. Шепитько* «Оценка вероятности пожаров в административных зданиях».

Проблемам обеспечения безопасности транспортных систем и объектов посвящены работы *Е.Л. Кулиды, В.Г. Лебедева* «Многокритериальная оптимизация управления движущимся объектом в конфликтной среде»; *А.И. Чадаева, Е.И. Троповой* «Методология вывода из эксплуатации расходомерных контуров боковых блоков РН «Союз-2»; *В.К. Завадского, Л.Г. Кленовой, Н.Н. Стаменковича* «Системы управления внутрибаковыми процессами семейства РН «Ангара», построенного по модульной схеме»; *А.А. Муранова* «Анализ работы систем управления расходом топлива моноблочных жидкостных ракет-носителей при летно-конструкторских испытаниях»; *М.В. Михайлюка, И.Г. Сохина, А.А. Прилипко* «Использование



индуцированной виртуальной реальности для повышения безопасности работы роботов в космическом пространстве»; *А.С. Бурого, М.А. Шевкунова* «Сетевые эргатические системы управления подвижными объектами»; *А.М. Шевченко, Г.Н. Начинкиной, М.В. Проказиной* «Прогнозирование безопасного взлета самолета при наличии препятствий»; *В.О. Чинакала* «Обеспечение траекторной безопасности движения автономных подводных аппаратов»; *Н.И. Плотникова* «Вычисления состояний безопасности транспортного комплекса»; *В.Г. Сидоренко, М.А. Чжо* «Автоматизированное управление безопасностью эксплуатации электроподвижного состава метрополитена»; *Т.А. Искакова* «Моделирование пешеходных потоков на станции метрополитена во время проведения культурно-массового мероприятия»; *Ю.О. Дружинина* «Системы безопасности железнодорожного транспорта — первое применение алгебры логики в технике»; *Р.В. Сенченко, Н.В. Каменова, Н.В. Крапухиной* «О подходе к обеспечению транспортной безопасности с применением многоагентного имитационного моделирования и методов технического зрения»; *Е.В. Игониной* «Программная реализация алгоритма стабилизации управляемой маятниковой системы с логическим регулятором»; *С.Е. Бузникова, Д.С. Елкина, Н.С. Шабанова, В.О. Струкова* «Автомобильная система контроля состояния водителя».

К сожалению, объективные ограничения на объем данной публикации не позволяют сделать полноценный обзор и тем более раскрыть содержание представленных на конференции разнообразных по тематике и, безусловно, интересных докладов. Более подробно ознакомиться с представленными работами можно в опубликованных материалах конференции<sup>1</sup>.

В заключительном слове председательствующий на конференции д-р техн. наук, профессор *В.В. Кульба* сообщил о планах проведения XXV конференции по рассматриваемой тематике, которая, по сложившейся традиции, пройдет в декабре 2017 г. в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. Телефон оргкомитета (495) 334-89-59, e-mail: conf20@ipu.ru. Технический секретариат конференции: *Галина Павловна Харьковская, Алла Фариссовна Ибрагимова*.

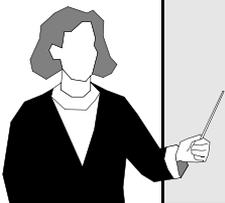
*Ученый секретарь Оргкомитета конференции  
А.Б. Шелков*

**Шелков Алексей Борисович** — канд. техн. наук, вед. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ abshelkov@gmail.com

<sup>1</sup> Проблемы управления безопасностью сложных систем / Тр. XXIV международной конференции. Москва, декабрь 2016 г. — М.: РГГУ, 2016. — 480 с.

### Читайте в следующем номере

- ✓ **Бабушкина Н.А., Глумов В.М., Кузина Е.А.** Применение математического моделирования для оценки эффективности противоопухолевых вирусных вакцин
- ✓ **Завадский В.К., Иванов В.П., Каблова Е.Б., Кленовая Л.Г.** Вопросы динамики систем терминального управления подвижными объектами
- ✓ **Муринович А.А., Логинов М.П.** Основы управления портфелем межрегиональных проектов и программ
- ✓ **Толок А.В., Толок Н.Б.** R-функциональное моделирование задач математического программирования для компьютерного вычисления функционально-воксельным методом
- ✓ **Честнов В.Н., Самшорин Н.И.** Синтез регуляторов по заданному показателю колебательности. Параметрические и внешние возмущения, ограниченные по мощности





# CONTENTS & ABSTRACTS

## A METRIZATION OF THE T-ALPHABET: MEASURING THE DISTANCE BETWEEN MULTIDIMENSIONAL REAL DISCRETE SEQUENCES . . . . . 2

**Makarenko A.V.**

The measure is proposed of discrete real sequences similarity in the extended space of states. The measure is based on the symbolic CTQ-analysis methods and is applicable to a chaotic and stochastic multidimensional non-equidistant time series as well. The analysis of the proposed metrics is carried out and their basic properties are described. The method efficiency is tested on the model systems differing in complexity and topology of the attractor. The high sensitivity of the developed similarity measures is demonstrated on the example of the financial time series analysis.

**Keywords:** discrete sequences, T-alphabet, metric set, symbolic analysis, financial time series, Rossler oscillator.

## BRIDGE CRANE TROLLEY MOVEMENT IN THE ANTI-SWAY MODE. . . . . 10

**Korytov M.S.**

The sequence of one-parametric optimization problems is solved to find the load suspension point program control for the bridge crane in a problem of terminal targeting. The problem of swaying is considered for the load moved with the bridge crane. The way is suggested to solve the problem of moving the bridge crane trolley for a predetermined distance, providing the complete suppression of uncontrolled pendulum spatial swaying of the load on the rope suspension. The principle is applied of recalculating the time dependence of angles of a hoisting rope deviation from the vertical depending on accelerations, speeds and movements of the load suspension point on the trolley. Kinematic restrictions on load suspension point movements are taken into account in the form of the maximally attainable accelerations and speeds of the crane bridge and trolley.

**Keywords:** bridge crane, load trajectory, sway damping, swaying.

## CONCILIATIVE SOLUTIONS FOR MULTICRITERIAL CHOICE PROBLEMS . . . . . 17

**Podinovski V.V.**

A new approach is proposed to define the conciliation (surrogate) solution conception for the problem of selecting the best alternative from a finite set of alternatives with the parametric model of preferences. The concept of maximum likelihood optimal (ml-optimal) alternatives is suggested. The ways of finding such alternatives are shown for the multicriterial problems with models of preferences based on value functions or binary relations.

**Keywords:** multicriterial decision making problems, partial information about preferences, surrogate weights of criteria.

## THE OPTIMAL MECHANISM OF EFFECT DISTRIBUTION IN INTEGRATED STRONGLY CONNECTED SYSTEM OF ANONYMOUS AGENTS WITH TRANSFERABLE UTILITY . . . . . 27

**Geraskin M.I.**

The development problem of the optimal on aggregate utility criterion effect distribution mechanism is considered in strongly connected system of agents, allowing the utility transfer in the form of agents' profit. For integrated agents' system with complementary demand functions obtained are the conditions of synergetic effect generation, and the form of optimal mechanism is suggested, satisfying the conditions of workability, balance, and stimulus compatibility. The numerical simulation for the «retailer — bank—insurer» system has proved the mechanism stability to strategic behaviour of agents.

**Keywords:** distribution mechanism, strongly connected system, anonymous agent, aggregate utility, complementary demand, transferable utility, Nash equilibrium, retailer, bank, insurer.

## OBJECT-ASSOCIATED DOCUMENT FLOW SYSTEMS AND ORGANIZATION OF THEIR INTERACTION WITH BUSINESS PROCESSES . . . . . 42

**Kurako E.A., Orlov V.L.**

The concept of object-associated document flow is introduced. The connection is shown between documents and objects' state changes. The model of object-associated document flow design is suggested. Principles are formulated of information systems design on the basis of object-associated document flow.

**Keywords:** document flow, object-associated document flow, business processes, web services, information systems.

## USING INTERVAL NEURAL NETWORK PREDICTION FOR MEASURING INSTRUMENTS CALIBRATION IN CONTROL SYSTEMS . . . . . 50

**Saraev P.V., Polozova Y.E., Polozov Y.L.**

The possibility is analyzed of using neural network prediction results for calibrating the measuring instruments, being the part of control systems. The modification of quality functional is given and the use of the interval global optimization algorithm is suggested for interval neural network models training. The developed software is described in brief. Considered are the calibration technique and the measurement procedure of determining the interval neural network prediction applicability. The results of computing experiments are given.

**Keywords:** interval neural network, neural network prediction, calibration of measuring instruments.

## SPECIFIC FEATURES OF THE ATTITUDE STABILIZATION SYSTEM SYNTHESIS FOR HIGH PRECISION UNMANNED AERIAL VEHICLES . . . . . 56

**Syrov A.S., Rutkovsky V.Yu., Glumov V.M., et al.**

The main features of attitude stabilization system are considered that are necessary to take into account when designing the full automatic vehicle control system. The details of adaptation algorithms realization are defined that are ignored in the adaptive system analytic synthesis. The problem is solved of providing the control signals constraints at their kinematic decoupling for the vehicles with three control surfaces. The analytical algorithm is given of angle of attack evaluating during the flight.

**Keywords:** unmanned aerial vehicle, move away from carrier, mathematical model, attitude stabilization, control algorithm, control and stabilization systems, criterion, sensitivity function.

## MAGNETIC GRADIOMETRY APPLICATION FOR THE MOVING OBJECT MAGNETIC FIELD CONTROL . . . . . 68

**Volkovitskiy A.K., Karshakov E.V., Tkorenko M.Yu., Pavlov B.V.**

The problem is considered of the moving object magnetic field control with the use of the onboard magnetic gradiometer sensors in order to minimize the magnetic influence of the object. It is suggested to solve this problem using the onboard magnetic dipoles by altering their dipole moments. To form the feedback signal in the magnetic field control loop two magnetic gradiometers should be used, installed at different distances from the carrier body. Two methods of controlling are considered. One of them uses the difference between gradiometers' readings, taking their known mutual position into account. Another is based on assumption of negligible object influence on large distances, that allows to evaluate the external magnetic field using the farther magnetic gradiometer.

**Keywords:** magnetic gradiometry, SQUID, degaussing.

## VLADIMIR VASILIEVICH KULBA

(on the occasion of 80<sup>th</sup> anniversary from the date of birth and 55<sup>th</sup> anniversary of work in the Institute of Control Sciences) . . . . . 73

## XXIV INTERNATIONAL CONFERENCE «THE PROBLEMS OF COMPLEX SYSTEMS SECURITY MANAGEMENT». . . 75

Рисунки к статье А.В. Макаренко  
 «Метризация Т-алфавита: измерение расстояния между многомерными  
 вещественными дискретными последовательностями»  
 (см. с. 2–9)

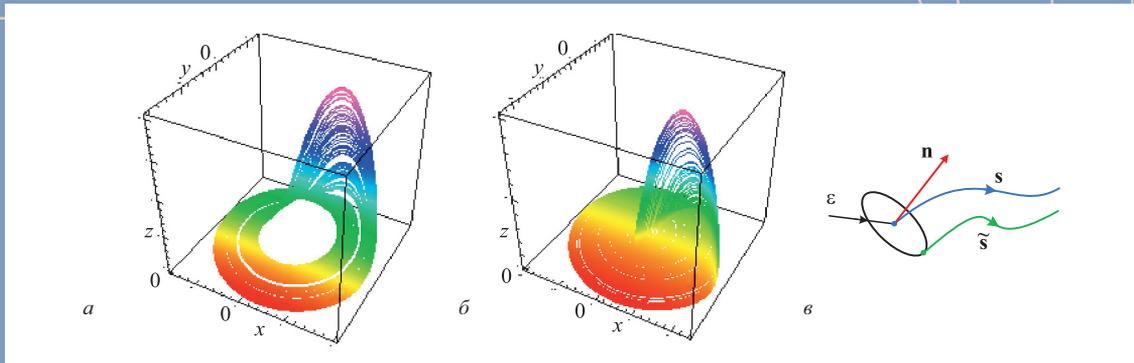


Рис. 4. Аттракторы осциллятора Рёсслера:  $a - r_b$ ;  $b - r_s$ ;  $v$  – иллюстрация принципа формирования возмущённой траектории:  $n$  – касательный вектор к траектории  $s$  в точке  $s_0$ ;  $\epsilon$  – радиус окружности (ортогональной вектору  $n$ ), на которой псевдослучайно выбирается начальная  $\tilde{s}_0$  точка слабовозмущённой траектории  $\tilde{s}$

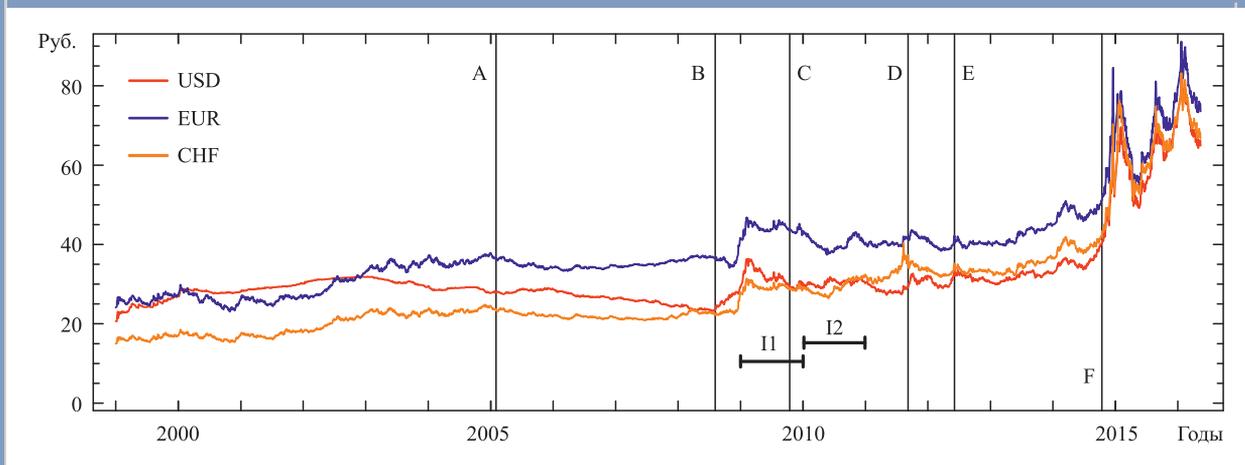


Рис. 6. Временные ряды курсов обмена валют

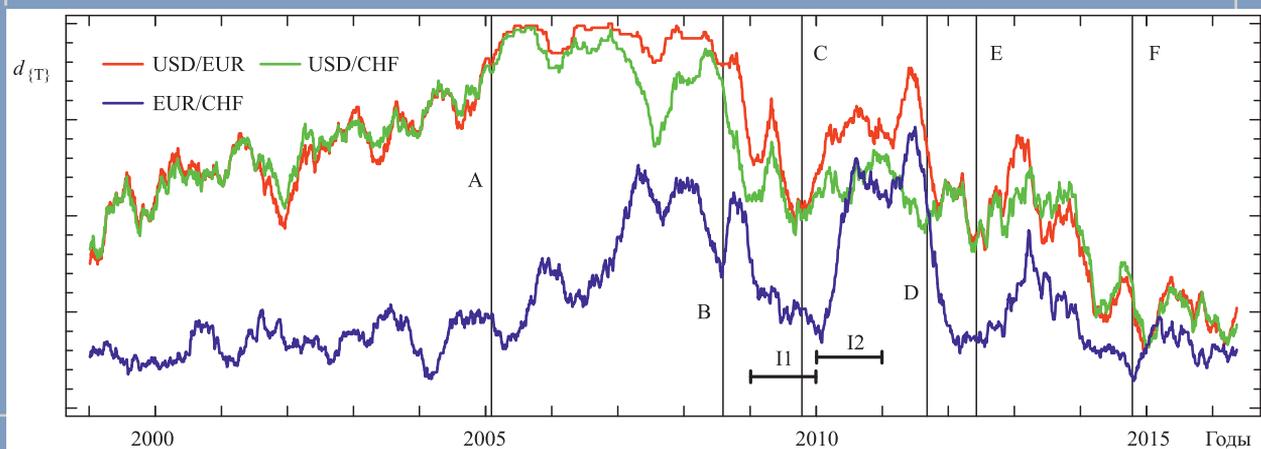


Рис. 7. Расстояния между Т-последовательностями временных рядов курсов валют



[WWW.IPU.RU](http://WWW.IPU.RU)