

ISSN 1819-3161

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

5/2018

CONTROL  SCIENCES

Редакционный совет

Акад. РАН С.Н. Васильев, акад. РАН С.В. Емельянов, акад. РАН И.А. Каляев, акад. РАН В.А. Левин, чл.-корр. РАН Н.А. Махутов, акад. РАН Е.А. Микрин, чл.-корр. РАН П.П. Пархоменко, чл.-корр. РАН А.Ф. Резчиков, акад. РАН Е.А. Федосов

Редколлегия

Д-ра техн. наук Ф.Т. Алескеров, В.Н. Афанасьев, Н.Н. Бахтадзе, канд. техн. наук Л.П. Боровских (зам. гл. редактора), д-ра техн. наук В.Н. Бурков, В.М. Вишневский, д-р экон. наук М.И. Гераськин, д-р экон. наук В.В. Клочков, д-ра техн. наук С.А. Краснова, О.П. Кузнецов, В.В. Кульба, А.П. Курдюков, д-ра физ.-мат. наук А.Г. Кушнер, А.А. Лазарев, д-р техн. наук В.Г. Лебедев, д-р психол. наук В.Е. Лепский, д-р техн. наук А.С. Мандель, д-р биол. наук А.И. Михальский, чл.-корр. РАН Д.А. Новиков (гл. редактор), д-ра техн. наук Б.В. Павлов, Ф.Ф. Пашенко (зам. гл. редактора), д-р физ.-мат. наук Л.Б. Рапопорт, д-р экон. наук С.В. Ратнер, д-ра техн. наук Е.Я. Рубинович, В.Ю. Рутковский, д-р физ.-мат. наук М.В. Хлебников, д-р техн. наук А.Д. Цвиркун, д-р физ.-мат. наук П.Ю. Чеботарёв, д-р техн. наук И.Б. Ядыкин

Руководители региональных редакционных советов

Владивосток – д-р техн. наук О.В. Абрамов (ИАПУ ДВО РАН)
Волгоград – д-р физ.-мат. наук А.А. Воронин (ВГУ)
Воронеж – д-р техн. наук С.А. Баркалов (ВГАСУ)
Курск – д-р техн. наук С.Г. Емельянов (ЮЗГУ)
Липецк – д-р техн. наук А.К. Погодаев (ЛГТУ)
Пермь – д-р техн. наук В.Ю. Столбов (ПНИПУ)
Ростов-на-Дону – д-р техн. наук Г.А. Угольницкий (ЮФУ)
Самара – д-р техн. наук В.Г. Засканов (СГАУ)
Саратов – д-р техн. наук В.А. Твердохлебов (ИПТМУ РАН)
Уфа – д-р техн. наук Б.Г. Ильясов (УГАТУ)



CONTROL SCIENCES

**Научно-технический
журнал**

6 номеров в год

ISSN 1819-3161

Издается с 2003 года

УЧРЕДИТЕЛЬ

Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

Главный редактор
чл.-корр. РАН

Д.А. Новиков

Заместители главного
редактора

Л.П. Боровских, Ф.Ф. Пашенко

Редактор

Т.А. Гладкова

Выпускающий редактор

Л.В. Петракова

Издатель

ООО «Сенсидат-Плюс»

Адрес редакции
117997, ГСП-7, Москва,
ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410.
Тел./факс (495) 334-92-00

E-mail: pu@ipu.ru

Интернет: <http://pu.mtas.ru>

Оригинал-макет и электронная версия
подготовлены
ИП Прохоров О. В.

Фото на четвертой странице обложки
В.М. Бабилова

Отпечатано в ООО «Авансед солюшнз»

Заказ № PB518

Подписано в печать
27.09.2018 г.

Журнал зарегистрирован
в Министерстве Российской
Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств
массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС 77-49203 от 30 марта 2012 г.

Журнал входит в RSCI на платформе
Web of Science и Перечень
рецензируемых научных изданий ВАК

Подписные индексы:

80508 и **81708** в каталоге Роспечати;

38006 в объединенном каталоге
«Пресса России»

Цена свободная

© Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

5.2018

СОДЕРЖАНИЕ

Обзоры

- Вересников Г.С., Егоров Н.А., Кулида Е.Л., Лебедев В.Г.** Методы построения оптимальных очередей воздушных судов на посадку.
Ч. 2. Методы приближенного решения 2

Анализ и синтез систем управления

- Постнов С.С.** Задачи оптимального управления для некоторых линейных систем дробного порядка, заданных уравнениями с производной Хильфера 14
- Иванов Н.Н.** Обобщенные стохастические сетевые графики с нестандартными дисциплинами свершения событий 26

Управление в социально-экономических системах

- Бауэр В.П., Зацаринный А.А., Ильин Н.И. и др.** Прорывное ситуационное управление 31
- Белов М.В., Новиков Д.А.** Основы теории комплексной деятельности. Ч. 2. Жизненные циклы комплексной деятельности. Организация и управление как комплексная деятельность 39
- Васильев Г.А., Казаков В.Г., Тараканов А.Ф.** Теоретико-игровое моделирование противостояния сторон на основе рефлексивного управления 49

Информационные технологии в управлении

- Стецюра Г.Г.** Сетевая информационно-вычислительная поддержка взаимодействия подвижных роботов 56
- Майер Р.В.** Информационно-кибернетический подход к исследованию дидактических систем 66

Управление подвижными объектами и навигация

- Муранов А.А.** Анализ работы бортовых терминальных систем моноблочных жидкостных ракет-носителей при нештатном расходовании компонентов топлива 73
- Рапопорт Л.Б.** Применение метода полуопределенной релаксации для определения ориентации твердого тела в пространстве 79

* * *

- Contents and abstracts** 84

МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ОЧЕРЕДЕЙ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ НА ПОСАДКУ¹.

Ч. 2. Методы приближенного решения

Г.С. Вересников, Н.А. Егоров, Е.Л. Кулида, В.Г. Лебедев

Рассмотрены методы приближенного решения статической задачи формирования оптимальной очереди воздушных судов на посадку, которые не гарантируют получение точного решения, но дают возможность получить приемлемое решение, удовлетворяющее предъявленным требованиям. Отмечено, что они, как правило, представляют собой синтез метаэвристического метода глобальной оптимизации для получения последовательности воздушных судов на посадку и локального точного метода для получения оптимального решения для полученных последовательностей. Представлен краткий обзор некоторых из них.

Ключевые слова: оптимальная очередь на посадку, целевая функция, генетические алгоритмы, глобальная и локальная оптимизация, меметические алгоритмы.

ВВЕДЕНИЕ

В первой части [1] обзора рассмотрены методы *точного* решения задачи формирования оптимальной очереди воздушных судов (ВС) на посадку (ФООП) с помощью методов линейного программирования и методов ветвей и границ.

Однако в настоящее время ведется большое число исследовательских работ, в результате которых предлагаются алгоритмы *приближенного* решения задачи ФООП, например, метод рассеивания и бионический метод, метод искусственных иммунных систем, табу-поиск, гибридные методы и др.

На ранних этапах для приближенного решения задачи ФООП предлагалось применять различные метаэвристические алгоритмы поисковой оптимизации. Основной недостаток алгоритмов данного класса заключается в их медленной сходимости к точному решению в окрестности глобального оптимума, так как они не дают возможности использовать локальную информацию о ландшафте исследуемой функции, что ограничивает их применение для решения задач ФООП, где время вычислений является критическим фактором.

Одно из перспективных современных направлений в области эволюционных вычислений состоит в применении меметических алгоритмов. Они относятся к популяционным метаэвристическим методам поисковой оптимизации, дополненным реализацией какого-либо метода локальной оптимизации, уточняющего решение в процессе поиска. Первоначально меметические алгоритмы были предложены как один из способов повышения эффективности генетических алгоритмов. Однако интеграция глобального и локального поисков в меметических алгоритмах применяется для построения поисковых алгоритмов также на основе других популяционных алгоритмов, например, алгоритмов муравьиных колоний и др.

Во второй части настоящего обзора рассматриваются генетические и меметические алгоритмы: алгоритм рассеянного поиска и бионический алгоритм, муравьиный алгоритм, алгоритм поиска и оценки последовательности приземлений.

1. ГЕНЕТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ

Большое число работ посвящено применению генетических алгоритмов для решения задачи ФООП. Это обусловлено преимуществами, которые предоставляют генетические алгоритмы для решения прикладных задач [2]:

¹ Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-08-00822) и Программы I.30 Президиума РАН.

— отсутствие ограничений на вид используемых данных и целевых функций для решения оптимизационных задач; генетические алгоритмы достаточно универсальны и могут значительно упростить формализацию рассматриваемой задачи, когда для других методов сделать это затруднительно;

— высокая адаптивность генетических алгоритмов, позволяющая с наименьшими затратами встраивать дополнительные эвристики;

— возможность применения генетических алгоритмов в задачах с большим числом параметров, для которых нет возможности получения точного решения за приемлемое время; выполняется направленный поиск не точного (оптимального решения), а набора допустимых решений, из которых последовательно выбираются лучшие;

— возможность многокритериальной оптимизации, когда формируется Парето-множество решений;

— естественная возможность распараллеливания при формировании потомков, определяемая особенностями алгоритма и позволяющая значительно увеличить скорость получения результата на современных вычислительных средствах.

Отметим и недостатки генетических алгоритмов, которые оказывают непосредственное влияние на решение прикладных задач:

— отсутствие надежных критериев для завершения работы алгоритма;

— проблема сходимости и отсутствия гарантии нахождения глобального экстремума.

Подходы к решению задачи ФООП с помощью генетических алгоритмов отличаются:

- способом кодирования решений;
- способом построения целевой функции;
- учитываемыми ограничениями;
- выбором параметров и правил выполнения генетических операций;
- дополнительными эвристиками, позволяющими улучшать локальное решение.

Обычно решение представляется в виде вектора, называемого хромосомой, который определяет позицию в последовательности посадок или время посадки ВС и номер назначаемой взлетно-посадочной полосы (ВПП). Если в хромосоме содержится последовательность посадок ВС, то дополнительно требуется процедура назначения с учетом ограничений и целевой функции времени посадки для каждого ВС. Если хромосома содержит время посадки, то необходимо учитывать возможность нарушения ограничений при генерации начальной популяции, выполнении операций скрещивания и мутации.

Одно из первых подробных описаний применения генетических алгоритмов к решению задачи ФООП приводится в работе [3], в соответствии

с которой каждое ВС получает символьный код (идентификатор) и расписание формируется в виде, представленном в табл. 1.

Подобный принцип кодирования расписания встречается и у других авторов. Отметим, что при таком подходе возникает проблема реализации операции скрещивания хромосом, обеспечивающей отсутствие дублирования двух символьных идентификаторов, по сути означающее повторную посадку одного и того же ВС.

Заметим, что проблема дублирования двух одинаковых символьных идентификаторов является классической проблемой, возникающей при решении генетическими алгоритмами NP-полной задачи коммивояжера, когда необходимо построить оптимальный маршрут посещения всех городов, зайдя в каждый из них один раз. В этой задаче классические операции скрещивания не подходят из-за отсутствия гарантии формирования допустимых потомков. Поэтому для решений этой задачи были разработаны специальные виды операций скрещивания: ОХ, СХ, РМХ и др. [4].

На экспериментальных данных, приведенных в работе [3], задача ФООП успешно решается для 40 ВС и двух ВПП, но при одинаковом интервале между посадками ВС (3 мин) и ограничениях на раннее прибытие, что значительно упрощает расчет целевой функции и учет ограничений в алгоритме.

В частности, в расчет целевой функции входят расчеты:

— значения $x_{ij} = x_{1j} + 3P_{ij}$, которые определяют время приземления для ВС i на ВПП j , где x_{1j} — время приземления первого ВС на ВПП j , P_{ij} — номер в очереди посадок ВС i на ВПП j ;

— отклонения $d_{ij} = x_{ij} - T_{ij}$, где T_{ij} — оптимальное время приземления ВС i на ВПП j ;

— целевой функции, определяющей уровень M_{ij} удовлетворенности временем посадки для каждого ВС:

$$M_{ij} = \begin{cases} d_{ij}^2, & \text{если } d_{ij} \geq 0, \\ \sqrt{|d_{ij}|}, & \text{если } 0 > d_{ij} \geq -3, \\ d_{ij}^4, & \text{если } d_{ij} < -3. \end{cases}$$

Таблица 1

Кодирование решения

Код ВС	CZB	TXK	RMD	HYK	...	NDU	TAH
Номер очереди	1	1	2	2	...	20	20
ВПП	1	2	1	2	...	1	2

Целевая функция рассчитывается как сумма индивидуальных функций всех ВС:

$$F = \sum_{i=0}^R \sum_{j=0}^{P_i} M_{ij},$$

где R — число ВПП, P_i — число ВС, приземляющихся на ВПП i .

В работе [5] рассматривается задача с большим числом ограничений, учитывается категория турбулентности ВС и используются тридцатисекундные слоты для посадки. Каждый ген хромосомы содержит время посадки для ВС и номер ВПП. Время посадки задается целым числом, определяющим число тридцатисекундных интервалов, что позволяет значительно снизить вычислительную сложность задачи. Время посадки первого ВС равно нулю.

Если в хромосоме кодируется время посадки на ВПП, становится возможным появление некорректных хромосом с нарушением ограничений разделения между различными ВС. Поэтому требуется введение дополнительного критерия, позволяющего уменьшать число некорректных хромосом в каждом следующем поколении. Один из подходов, характерных для генетических алгоритмов, состоит в создании системы штрафов. В работе [5] целевая функция вычисляется таким образом:

$$\begin{aligned} \text{Fitness} = & \text{INVALID_PENALTY}(\text{If Applicable}) + \\ & + \text{CLASH_PENALTY}(\text{If Applicable}) + \\ & + \text{No_planes_too_close} * \text{TOO_CLOSE_PENALTY} + \\ & + \text{No_planes_adj_too_close} * \text{ADJ_PENALTY} + \\ & + \text{total_early} * \text{EARLY_PENALTY} + \text{total_delay} * \\ & * \text{DELAY_PENALTY} \end{aligned}$$

Таблица 2

Штрафы для целевой функции

Штраф	Описание	Значения
<i>INVALID_PENALTY</i>	Некорректное расписание по любой причине	100
<i>CLASH_PENALTY</i>	Когда два ВС заходят на посадку в одно и то же время	10
<i>TOO_CLOSE_PENALTY</i>	ВС заходят на одну и ту же ВПП без соблюдения временного интервала	10
<i>ADJ_PENALTY</i>	ВС заходят на соседнюю ВПП без соблюдения временного интервала	10
<i>EARLY_PENALTY</i>	ВС заходят на посадку слишком рано	3
<i>DELAY_PENALTY</i>	ВС заходят на посадку слишком поздно	1

Из табл. 2 видно, что предпочтение отдается соблюдению ограничений. Заход на посадку до планового времени менее предпочтителен, чем после него.

В работе [4] также решается динамическая задача, когда частично меняется состав ВС, входящих в расписание, на основе учета решений, сформированных в результате предыдущего запуска алгоритма. Это приводит к улучшению начальной целевой функции и увеличению валидных расписаний в популяции. По словам авторов, представленный алгоритм показал достаточную вычислительную производительность для его применения в режиме реального времени.

2. МЕМЕТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ

2.1. Основные определения

Рассматривается задача в классической постановке [6]. Сначала рассмотрим представление и оценку особей в них.

Особь — это представление возможного решения задачи. Для задачи ФООП на несколько ВПП особь должна содержать информацию о запланированном времени посадки и номере ВПП для каждого ВС. Таким образом, особь содержит две переменные для каждого ВС: y_i — доля времени, которое проходит до запланированного времени посадки на интервале $[E_i, L_i]$, где E_i и L_i — самое раннее и самое позднее допустимые времена приземления i -го ВС, r_i — номер ВПП, $i = 1, \dots, P$, где P — число ВС.

Переменная y_i определяется соотношениями:

$$x_i = E_i + y_i(L_i - E_i),$$

$$0 \leq y_i \leq 1 \quad \forall i = 1, \dots, P.$$

Особь для P воздушных судов

ВС	1	2	...	P
y_i	y_1	y_2	...	y_P
ВПП	r_1	r_2	...	r_P

Нелинейная задача. Как уже отмечалось, ключевым фактором в управлении воздушным движением служит отклонение от целевого времени посадки.

Если отклонение $d_i = x_i - T_i$, $i = 1, \dots, P$, положительное, то ВС идет на посадку после своего целевого времени. Это не идеальная ситуация, и для этого ВС устанавливается вклад в целевую функцию $-d_i^2$. Если отклонение отрицательное, то ВС идет на посадку прежде его целевого времени посадки, что предпочтительнее, поэтому значение

соответствующего вклада $+d_i^2$. Целевая функция представляет собой общий вклад всех ВС:

$$fitness = \sum_{i=1}^P D_i,$$

где $D_i = \begin{cases} -d_i^2, & \text{если } d_i \geq 0, \\ +d_i^2, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (1)$

Необходимо максимизировать целевую функцию.

Преимущество такой постановки заключается в том, что, если задана последовательность посадки, можно вычислить оптимальные сроки посадки в полиномиально ограниченное время.

Линейная задача. Целевая функция для минимизации стоимости отклонения от целевого времени посадки, подробно рассмотренная в первой части [1] обзора, имеет вид:

$$fitness = \sum_{i=1}^P (g_i \alpha_i + h_i \beta_i), \quad (2)$$

где g_i — штраф за единицу времени приземления i -го ВС, $i = 1, \dots, P$, раньше времени T_i ; h_i — штраф за единицу времени приземления i -го ВС, $i = 1, \dots, P$, позднее времени T_i ; переменная α_i — насколько i -е ВС, $i = 1, \dots, P$, приземляется раньше времени T_i ; переменная β_i — насколько i -е ВС, $i = 1, \dots, P$, приземляется позднее времени T_i .

В этом случае цель заключается в том, чтобы все ВС приземлились как можно ближе к своему целевому времени. Такая целевая функция может применяться при умеренной плотности трафика.

Оценка особи включает в себя значение целевой функции и значение непригодности.

Значение целевой функции определяет результативность особи. Если решается нелинейная задача (1), то целевая функция максимизируется, т. е. чем больше ее значение, тем лучше решение. Если решается линейная задача (2), то целевая функция минимизируется, т. е. в этом случае чем меньше ее значение, тем лучше решение.

Значение непригодности определяется по формуле

$$unfitness = \sum_{i=1}^P \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^P \max(0, S_{ij} - (x_j - x_i)),$$

где S_{ij} — минимальный интервал между посадкой ВС j за ВС i , $j, i = 1, \dots, P$.

Значение непригодности всегда будет равно нулю, если разделение выполнено, и строго положительно в противном случае. Чем выше значение непригодности, тем более неосуществимо решение.

Значение целевой функции (*fitness*) и значение непригодности (*unfitness*) используются для сравнения отдельных особей. Особь с нулевым значением непригодности лучше, чем любая особь с положительным значением непригодности. Из двух особей с нулевым значением непригодности (обе особи допустимы) лучше та, у которой лучше значение целевой функции.

1.1. Генетический алгоритм, включающий в себя процедуру локальной оптимизации

Работа [7] основывается на классической постановке задачи [6], подробно рассмотренной в первой части [1] настоящего обзора. В ней описывается алгоритм решения задачи ФООП на одну ВПП, учитываются ограничения разделения между ВС с учетом категории турбулентности для каждого ВС, ограничения на временные окна посадок ВС. Для проверки эффективности предлагаемых алгоритмов авторы воспользовались реальными данными, полученными в лондонском аэропорту Хитроу.

Задача решается для нелинейной целевой функции (1).

Одна из ключевых особенностей алгоритма состоит в формировании последующей популяции на основе значений целевой функции (*fitness*) и значений функции непригодности (*unfitness*).

Значения *fitness* и *unfitness* позволяют для каждого ребенка выполнить разделение членов текущей популяции на 4 группы, как показано на рис. 1.

Разделение на группы используется для выбора особей, которые будут заменены ребенком. Сначала из популяции удаляются особи из группы 1, у которых значения обеих функций хуже, чем у добавляемого потомка. Если таковых нет, то удаляются особи из группы 2, у которых значение *fitness*

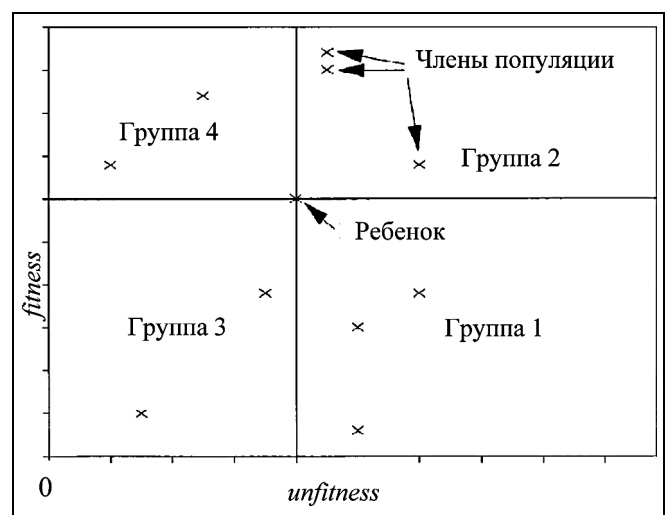


Рис. 1. Группы для замены популяции

лучше, а значение *unfitness* хуже, чем у добавляемого потомка и т. д. При таком способе отбора последовательно улучшаются средние значения функций *fitness* и *unfitness* в популяции.

В работе [7] приводится алгоритм, который по сути является меметическим, поскольку помимо генетического алгоритма поиска решений включает в себя процедуру локальной оптимизации полученных решений. Процедура локальной оптимизации не приводится, но далее в обзоре п. 2.4.6 приводится процедура локальной оптимизации, позволяющая в случае целевой функции вида (1) вычислить оптимальные сроки посадки в полиномиально ограниченное время.

В работе [7] представлены результаты, полученные на фактических эксплуатационных данных, относящихся к посадкам ВС в аэропорту Хитроу. Эти данные показывают, что алгоритм мог бы улучшить решения по управлению воздушным движением на 2–5 % в смысле сокращения промежутка времени, необходимого для посадки всех рассматриваемых ВС.

2.3. Метод рассеянного поиска и бионический алгоритм [7]

2.3.1. Общая схема метода рассеянного поиска и бионического алгоритма

В работе [8] рассматриваются две задачи в классической постановке [6], различающиеся своими целевыми функциями (1) и (2), и приводятся два алгоритма их решения.

Особенности метода *рассеянного поиска* (Scatter Search): особи не ограничиваются двоичным представлением; родителей может быть больше двух; скрещивание родителей строится как их линейная комбинация; локальная процедура улучшения применяется ко всем особям.

Общая схема метода рассеянного поиска

1. Генерировать начальную популяцию, называемую эталонным набором.

2. Улучшить каждую особь в эталонном наборе.

3. *Повторять:*

— выбрать подмножество из эталонного набора;
— создать новую особь как линейную комбинацию этого подмножества;

— улучшить новую особь;

— обновить эталонный набор

до тех пор, пока не выполнены условия окончания алгоритма.

Выбрать лучшее из получившихся решений.

Особенности *бионического алгоритма* (Bionomic Algorithm): этап созревания для улучшения особей; структурное построение родительских наборов, основанное на графе, который отражает структуру популяции; родительский отбор на основе целевой функции и расстояния между особями; поколенческий подход для замены популяции.

Общая схема бионического алгоритма

1. Генерировать начальную популяцию.

2. Улучшить каждую особь в эталонном наборе.

3. *Повторять:*

— построить граф, представляющий структуру популяции;

— выбрать родительские подмножества из этого графа;

— создать новую особь как линейную комбинацию для каждого такого родительского подмножества;

— улучшить каждую новую особь;

— обновить популяцию с некоторыми из лучших новых особей

до тех пор, пока не выполнены условия окончания алгоритма.

Выбрать лучшее из получившихся решений.

Основные шаги алгоритмов:

— генерация начальной популяции;

— выбор родителей;

— генерация особи;

— тест на дублирование;

— локальное улучшение особи;

— обновление популяции.

Многие из этих шагов общие для обеих эвристик либо потому, что они соответствуют основным функциям популяционных эвристик, либо потому, что они непосредственно относятся к задаче ФООП. Основным шагом, который отличается — выбор родителей.

2.3.2. Генерация начальной популяции

Большинство особей генерируются случайным образом. Чтобы создать случайные особи, случайным образом генерируются два значения для каждого ВС: случайное дробное значение от 0 до 1 и номер ВПП — случайное целое от 1 до R .

Три особи могут быть получены при использовании эвристики в виде трех последовательностей ВС, которые можно определить с помощью раннего, целевого или позднего времени посадки. Как и со случайными особями, не гарантируется, что особи являются допустимыми. Численность популяции составляет 100 особей, поэтому начальная популяция включает в себя три особи, созданные при помощи эвристики, а остальные сгенерированы случайным образом.

2.3.3. Выбор родителей

Выбор родителей в алгоритме рассеянного поиска — турнирный отбор на основе индивидуальной приспособленности. Из двух особей, выбранных случайным образом из популяции, в качестве родителя выбирается особь с лучшим значением целевой функции. Схема турнирного отбора повторяется три раза, чтобы выбрать три особи. По окон-

чании этапа отбора родителей образуется один родительский набор, содержащий три особи.

Выбор родителей в бионическом алгоритме — это структурированная процедура, основной принцип которой — дать больше возможностей для особей с лучшим значением целевой функции, чтобы при этом особи, слишком близкие друг к другу, не могли быть выбраны как родители одновременно.

Структура популяции представляется в виде графа смежности. Каждая особь текущей популяции представляется в виде вершины. Вершинам приписана частота включения F_n , которая соответствует номеру особи в последовательности особей, отсортированной по значению целевой функции. Вершина с более высокой частотой включения может появляться более часто в родительском наборе. Для нелинейной задачи особи сортируются по возрастанию значения целевой функции. Для линейной задачи особи сортируются по убыванию значения целевой функции.

Вводятся обозначения:

N — размер популяции и также число вершин в графе смежности;

F_n — ранг особи n и частота включения вершины n , $n = 1, \dots, N$; $F_n \in \{1, \dots, N\}$.

Для количественной оценки близости двух особей друг к другу вводится понятие расстояния между ними. Значение расстояния используется для того, чтобы определить, существует ли ребро между двумя соответствующими вершинами в графе смежности.

Определяются:

d_{ij} — общая оценка расстояния между особями i и j ;

d_{ij}^k — оценка расстояния, соответствующая ВС с номером k между особями i и j ;

y_i^k — y_i для ВС с номером k в особи i ;

r_i^k — номер ВПП, связанный с ВС с номером k в особи i .

Определяется

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^P d_{ij}^k, \quad d_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{если } r_i^k \neq r_j^k, \\ |y_i^k - y_j^k|, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$\forall (i, j) \in \{1, \dots, N\}^2; i \neq j.$$

Помимо оценки d_{ij} , определяется порог Θ . Расстояния для всех пар особей сравниваются с этим порогом. Если $d_{ij} < \Theta$, особи i и j считаются близкими друг к другу, и должно быть ребро между соответствующими вершинами в графе смежности. В реализации порог Θ первоначально устанавливался равным $P/10$. Если граф смежности, построенный с этим значением, содержит более чем по-

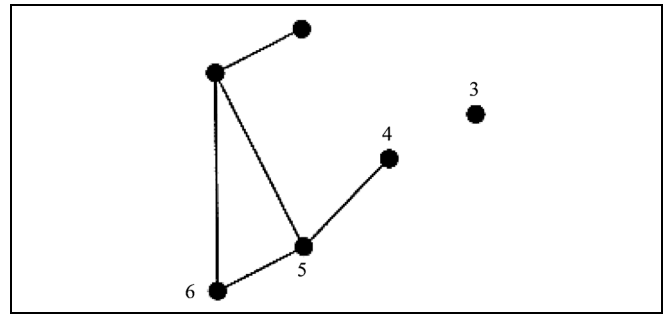


Рис. 2. Пример графа для иллюстрации максимальных независимых множеств

ловину максимального числа ребер неориентированного графа с N вершинами ($N(N-1)/2$ ребер), то порог Θ уменьшается в два раза и рассчитывается новый граф. Уменьшение порога Θ было введено, поскольку предварительные результаты расчетов показали, что чем больше ребер в графе смежности, тем менее разнообразны автоматически получаемые из графа смежности наборы родителей.

В бионическом алгоритме наборы родителей задаются путем вычисления максимального независимого множества графа смежности — набора максимального числа элементов, где ни одна пара из выбранных вершин не соединена ребром.

Концепция возможных максимальных независимых множеств для графа смежности из шести вершин проиллюстрирована на рис. 2. Соответствующие этому графу максимальные независимые множества, $\{2, 3, 4, 6\}$, $\{2, 3, 5\}$ и $\{1, 3, 4\}$. Для создания родительского набора можно взять любое из максимальных независимых множеств.

Процесс вычисления максимального независимого набора

Повторять:

— выбрать одну вершину из узлов в случайном порядке;

вставить эту вершину в родительский набор;

удалить выбранную вершину и все связанные с ней ребрами вершины из графа

до тех пор, пока множество вершин графа не пусто.

Как только этот процесс выполнен, новый родительский набор P_s построен. При этом частота включения вершин, присутствующих в наборе P_s , уменьшается на единицу (т. е. $F_n = F_n - 1 \forall n \in P_s$). Если значение частоты включения вершины становится равным нулю, вершина удаляется из главного графа смежности. Таким образом, особь n будет выбрана в родительский набор F_n раз.

Вычислительная сложность, связанная с построением графа смежности $O(PN^2)$ и сложности, связанные с генерацией всех родительских набо-

ров из графа смежности (в худшем случае) $O(N^3)$. Следовательно, общая в худшем случае вычислительная сложность здесь составляет $O(PN^2 + N^3)$. В работе [8] утверждается, что алгоритмы тестировались и хорошо работают при фиксированной численности популяции $N = 100$. При фиксированном N связь между временем вычислений и размером задачи P линейная.

2.3.4. Генерация особи

Для обоих алгоритмов процедура генерации особи производит одну особь от каждого из наборов родителей, и эта особь может быть допустимой или недопустимой.

Процедура генерации особи

Пусть $p(1), p(2), \dots, p(K)$ — родители в родительском наборе.

Генерируется K случайных чисел $0 \leq w_i \leq 1$ с номерами $i = 1, \dots, K$,

Положим $W = w_1 + \dots + w_K$ и $w_i = w_i/W$ для $i = 1, \dots, K$

$$y_{child}^k = \sum_{i=1}^K w_i y_{p(i)}^k \quad \forall k = 1, \dots, P.$$

Повторять последовательно для каждого ВС:

— выбрать одного из k -родителей случайным образом;

— назначить номер его ВПП в качестве номера ВПП воздушного судна у генерируемой особи

до тех пор, пока не все ВС рассмотрены.

Метод рассеянного поиска производит только одну особь в каждом поколении, описанная выше процедура выполняется один раз, используется набор из трех выбранных родителей. В отличие от этого, бионический алгоритм генерирует несколько родительских наборов, и описанная выше процедура выполняется один раз для каждого из них, производя одну особь для каждого набора родителей.

2.3.5. Тест на дублирование

Для поддержания разнообразия в популяции новые особи отбрасываются, если они дублируют особь, уже присутствующую в популяции. Новая особь проверяется на дублирование среди всех существующих особей сразу после ее создания.

В случае одной ВПП тест на дублирование проверяет, являются ли последовательности посадки двух особей идентичными, т. е. все ВС приземляются в том же порядке. Если так, то обе особи представляют одно и то же решение. Отметим здесь, что локальные процедуры улучшения (описанные далее) таковы, что если последовательности посадки совпадают, то решения после локального улучшения также будут одинаковыми. Понятно, что, в смысле вычислительной сложности, проверка на дублирование должна проводиться

перед началом локального улучшения. В случае нескольких ВПП проверка на дублирование несколько сложнее.

2.3.6. Локальное улучшение особи

Процедура улучшения особи зависит от вида целевой функции и применяется к фиксированной последовательности посадок. В результате определяются оптимальные времена посадок для этой последовательности.

Для нелинейной задачи можно вычислить оптимальные сроки посадки с помощью простой процедуры полиномиальной сложности. Она применяется независимо к каждой последовательности посадки и заключается в следующем.

Пусть $q(s)$ — s -е ВС в упорядоченной последовательности посадок на ВПП.

Присвоить $s = 1$ и $x_{q(1)} = E_{q(1)}$.

Повторять:

— присвоить $s = s + 1$;

— присвоить $x_{q(s)} = \min[L_{q(s)}, \max[E_{q(s)}, x_{q(t)} + S_{q(t), q(s)} \quad t = 1, \dots, s - 1]]$

до тех пор, пока все ВС в упорядоченной последовательности не будут рассмотрены.

Если в результате этой процедуры вычисляются времена посадок, которые осуществимы (удовлетворяют временным ограничениям разделения), то они оптимальны для данной последовательности посадок. Вычислительная сложность данной процедуры $O(P^2)$.

Для линейной целевой функции процедура улучшения соответствует решению задачи линейного программирования (ЗЛП), не содержащей целочисленных переменных. Эта процедура применяется для фиксированной последовательности посадок, поэтому (в смысле математической постановки задачи) все двоичные переменные известны. Переменные, которые нужно вычислить, — времена посадок для каждого ВС. Эта задача решается с помощью пакета программ оптимизации CPLEX.

Однако, с учетом приземления на каждую ВПП, полученные решения ЗЛП могут быть реализуемы или нет. Если это возможно, CPLEX вычисляет оптимальные времена посадки для заданной последовательности посадки на основе первоначальной целевой функции. Если решение ЗЛП для какой-либо конкретной ВПП нереализуемо, новая ЗЛП моделируется на основе той же последовательности посадок для минимизации значения непригодности. Если предположить (для простоты обсуждения), что решение ЗЛП для всех ВПП нереализуемо, ставится новая ЗЛП:

$$\min \sum_{i=1}^P \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, x_j \geq x_i, r_i = r_j}}^P \max[(0, S_{ij} - (x_j - x_i)).$$

2.3.7. Обновление популяции

После генерации новой особи (не дубликатной) и ее улучшения, она включается в популяцию. Нужно сохранять численность популяции постоянной и, следовательно, одну особь нужно выбрать для удаления. В алгоритме рассеянного поиска удаляется особь с худшим значением целевой функции.

Исследования показали, что сохранение многообразия популяции необходимо для эффективной работы алгоритма. Поэтому включение новых особей с худшим значением целевой функции, чем у остальных представителей популяции, оправданно.

Схема обновления популяции для бионического алгоритма, обычно представляемая в литературе, соответствует поколенческому подходу, когда новые особи-дети вставляются в популяцию на той же стадии. Однако предварительные вычислительные опыты показывают, что следование такому подходу для задачи ФООП не приводит к хорошим результатам. В частности, добавление многих особей-детей в каждом поколении быстро приводит к однородности популяции и получаются результаты низкого качества.

Поэтому в популяцию добавляется лучшая из сформированных особей (с наименьшим значением непригодности или, при одинаковом значении непригодности, с лучшим значением целевой функции).

В работе [8] представлены результаты расчетов для 13 примеров из OR-Library [9], с участием от 10 до 500 ВС, с разным числом ВПП и двумя целевыми функциями.

Для нелинейной задачи лучшие результаты получены благодаря применению бионического алгоритма, а для линейной задачи лучшие результаты дает алгоритм рассеянного поиска.

Что касается времени вычислений, то бионический алгоритм требует больших временных затрат, тем не менее, оба представленных алгоритма требуют вполне разумных временных затрат относительно размерности решаемой задачи и, по утверждению авторов, превосходят все ранее представленные в литературе алгоритмы.

2.4. Табу-поиск

В работе [10] в качестве дополнительной локальной процедуры оптимизации, интегрированной в генетический алгоритм, применяется табу-поиск. Идея табу-поиска заключается в том, что на лучшие решения налагается временный запрет на их использование в алгоритме в процессе формирования новых решений. Это позволяет в процессе поиска решения избегать локальных минимумов и искать решения, более близкие к глобальному оптимуму. Авторы статьи, в качестве доказательства эффективности алгоритма с табу-поиском, при-

водят результаты сравнения с различными алгоритмами, в частности, с алгоритмом рассеянного поиска. Отмечается, что в большинстве случаев с помощью табу-поиска находятся более близкие к оптимуму решения и обеспечивается лучшая вычислительная эффективность алгоритма.

2.5. Муравьиные алгоритмы [11]

Широкое применение для решения задачи ФООП получили методы, основанные на муравьиных алгоритмах. Муравьиный алгоритм — это метаэвристический алгоритм оптимизации, основанный на подражании поведению муравьиной колонии. Он является одним из эффективных полиномиальных алгоритмов, которые успешно применяются для поиска приближенных решений задачи построения оптимальных маршрутов на графах. Этот алгоритм по эффективности нередко сравнивается с генетическими алгоритмами [12, 13], он зачастую выигрывает по вычислительной производительности и качеству найденного решения в задачах большой размерности.

Предложенный в работе [11] алгоритм решения задачи ФООП, хорошо отражает основные принципы применения муравьиных алгоритмов к подобному типу задач.

Принцип выбора пути (последовательности ВС) для каждого «муравья» авторы иллюстрируют графом, представленном на рис. 3. Сначала выбирается ВПП, затем выбираются ВС на посадку. Когда вся последовательность ВС на посадку сформирована, но не достигнут критерий остановки работы алгоритма, начинается следующая итерация алгоритма, и данная процедура повторяется.

Для выбора k -м муравьем ВПП для очередного ВС используется вероятностный критерий, который рассчитывается по формуле

$$P_{Dr}^k = \begin{cases} \arg \min (\arg \min (x_{i_0}^r + S_{i_0j})), & \text{если } q < q_0 \\ r_0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

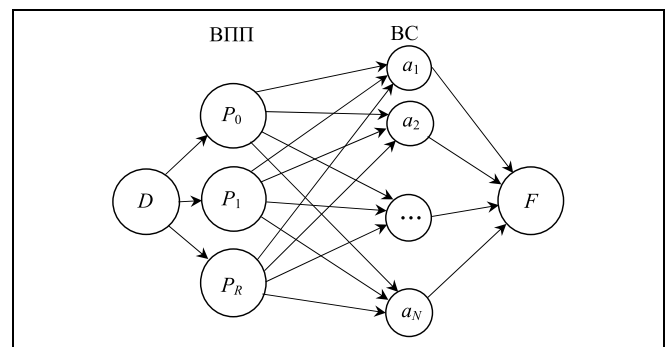


Рис. 3. Графическое представление выбора пути для муравьиной колонии

где q — случайное число, которое генерируется в диапазоне от 0 до 1; q_0 — константа в диапазоне от 0 до 1, параметр алгоритма; r_0 — индекс, выбираемый случайно в диапазоне от 0 до R ; $Candidate_k$ — список ВС, которые к текущему моменту еще не выбраны муравьем k ; $x_{i_0}^r$ — время посадки последнего ВС на полосу r ; S_{i_0j} — безопасный интервал посадки ВС j за ВС i_0 .

В соответствии с данной эвристикой, если $q_0 = 1$, то наибольший приоритет всегда будет иметь ВПП, освобождающаяся в ближайшее время. В то же время константа $q_0 < 1$ позволяет с некоторой вероятностью переключиться на случайный выбор полосы, что обеспечивает диверсификацию генерируемых решений.

Для выбора ВС также используется предлагаемая авторами эвристика. Рассчитывается вероятностный критерий $p_{rj}^k(t)$, который является взвешенной величиной, учитывающей текущее видение «муравья» и предыдущий опыт муравьиной колонии.

Текущее видение «муравья» определяется величиной

$$\eta_{rj} = \left(\frac{1}{Priority(j) + 1} \right)^{\beta_1} \left(\frac{1}{Cost_penalty(j) + 1} \right)^{\beta_2},$$

где $Priority(j)$ — определяет приоритет для j -го ВС; $Cost_penalty(j)$ — штраф для j -го ВС, β_1 и β_2 — коэффициенты, позволяющие регулировать соотношение между приоритетом и штрафом.

В соответствии с основными принципами муравьиных алгоритмов создается и инициализируется нулями матрица для хранения значений накопленных феромонов τ_{ij} , соответствующих посадке ВС j после ВС i . Предыдущий опыт муравьиной колонии, оставляемый феромонами «муравья», учитывается на каждой итерации алгоритма в матрице τ_{ij} по формуле:

$$\tau_{ij}(t + 1) = \rho \tau_{ij}(t) + \Delta \tau_{ij}(t),$$

где ρ — коэффициент испарения феромонов; $\Delta \tau_{ij}(t)$ — величина, добавляемая в общую сумму накопленных феромонов. Она вычисляется по формуле

$$\Delta \tau_{ij}(t) = \begin{cases} \frac{Q}{C}, & \text{если } (i, j) \text{ принадлежит лучшему решению,} \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где Q — константа, параметр алгоритма; C — штраф, соответствующий лучшему решению в итерации t .

Вероятностный критерий $p_{rj}^k(t)$ рассчитывается по формуле

$$p_{rj}^k(t) = \begin{cases} \frac{(\tau_{rj})^\alpha (\eta_{rj})^\beta}{\sum_l (\tau_{rl})^\alpha (\eta_{rl})^\beta}, & \text{если } j \in Candidate_k, \\ 0, & \text{если } j \notin Candidate_k, \end{cases}$$

где α и β — параметры, позволяющие при выборе ВС регулировать приоритет между текущим видением «муравья» и предыдущим опытом муравьиной колонии.

В работе [11] рассматриваются два алгоритма, один из которых называется улучшенной версией и позволяет находить наиболее близкие к оптимальному решению, но с более значительными вычислительными затратами.

Предложенные авторами алгоритмы, протестированы для посадки от 10 до 50 ВС на три ВПП. При преимуществе улучшенной версии алгоритма в близости найденного решения к оптимальному время работы одного алгоритма не превышает 10 с, а улучшенного 168 с. В следующих работах, в которых приведены дополнительные результаты исследования, улучшенная версия алгоритма получила название меметический алгоритм [14]. Данное название указывает на то, что используется дополнительная локальная процедура поиска путей улучшения решения, не являющаяся элементом муравьиного алгоритма. Отметим, что многие авторы, по сути, применяют меметические алгоритмы, не употребляя в тексте статьи данный термин. Например, в работе [15] применяется интеграция муравьиного алгоритма и метода линейного программирования, что позволяет улучшить локальные решения и повысить общую вычислительную эффективность решения рассматриваемой задачи. В частности, метод линейного программирования применяется как метод локальной оптимизации, чтобы обеспечить минимальные допустимые интервалы посадки между ВС при фиксированной последовательности посадок.

В результате проведенных экспериментов на тестовых данных авторы делают вывод, что предложенный муравьиный алгоритм во многих случаях имеет более высокую вычислительную производительность по сравнению с другими методами [11].

2.6. Метод поиска и оценки последовательности приземлений воздушных судов

Один из универсальных методов поиска и оценки последовательности приземления представлен в статье [16]. В отличие от других работ, основное внимание уделено разработке общей структуры алгоритма, которая не подпадает под ограничения конкретной модели и может быть легко адаптирована к различным задачам ФООП. Такой подход не гарантирует улучшения работы по сравнению с существующими алгоритмами, но он в состоянии хорошо обобщать различные задачи ФООП и генерировать приемлемые результаты как по точности, так и по эффективности. Поскольку все различные задачи ФООП могут быть сформулированы как задачи оптимизации на основе подмножества перестановок [5, 17], предлагается расширяемая структура для решения задач ФООП на основе перестановок. Разработан ряд методов, в частности, метод SSE (Sequence Searching and Evaluation), в котором процесс решения задачи заключается в последовательном выполнении двух этапов:

- сведение задачи ФООП к задаче определения перестановки и поиска новых оптимальных перестановок в соответствии с определенными правилами;

- поиск решения для каждой такой перестановки, т. е. определение оптимального времени посадки для каждого ВС, оценка качества решений и фиксация лучших на основе исходной целевой функции и ограничений.

В результате итеративного выполнения этих этапов получается окончательное оптимальное решение задачи.

В качестве модуля поиска перестановки предлагается воспользоваться алгоритмом оценки распределения (Estimation of Distribution Algorithm, EDA). Отмечается, что EDA — алгоритм стохастической оптимизации, который приобрел широкую популярность в области эволюционных вычислений [18]. Алгоритм строит вероятностную модель, выражающую взаимосвязи между решениями в EDA. Путем выборки из этой вероятностной модели получается перестановка нового поколения. Алгоритм выполняет поиск оптимального решения до тех пор, пока не будет достигнута заданная точка останова. Этот алгоритм предлагает общую схему оптимизации сложной системы и не нуждается в какой-либо информации, кроме целевой функции. Учитывая эти особенности, EDA вполне соответствует поставленным требованиям. В последние годы были предприняты многочисленные усилия для решения задач на основе перестановок с помощью EDA, таких как алгоритм одномерного граничного распределения (Univariate Marginal Distribution Algorithm, UMDA), алгоритм байесов-

ских сетей (Estimation of Bayesian Networks Algorithm, EBNAs) и др.

В статье [16] используются модель Мэллоуса и расстояние Kendall- τ в рамках EDA, поскольку они применимы для решения задачи ФООП на основе перестановок [19, 20]. Модель Мэллоуса представляет собой модель экспоненциальной вероятности на основе расстояния над перестановочными пространствами. Учитывая расстояние d над перестановками, модель Мэллоуса может быть определена центральной перестановкой σ_0 и параметром протяженности θ [21]. В частности, явный вид распределения вероятностей по пространству перестановок может быть представлен как:

$$P(\sigma) = \frac{1}{\psi(\theta)} e^{-\theta d(\sigma, \sigma_0)},$$

где σ — означает перестановку, а $\psi(\theta)$ — константа нормировки:

$$\psi(\theta) = \prod_{j=1}^{n-1} \frac{1 - e^{-(n-j+1)\theta}}{1 - e^{-\theta}},$$

n — число перестановок в множестве $\{\sigma_1, \dots, \sigma_n\}$.

Расстояние Kendall- τ наиболее часто используется в модели Мэллоуса [21]. Если есть две перестановки $\sigma_1 = [\sigma_1(1), \sigma_1(2), \dots, \sigma_1(n)]$ и $\sigma_2 = [\sigma_2(1), \sigma_2(2), \dots, \sigma_2(n)]$, то расстояние Kendall- τ подсчитывает общее число попарных несоответствий между ними, т. е. минимальное число смежных перестановок, требуемых для преобразования σ_1 в σ_2 , а именно:

$$d(\sigma_1, \sigma_2) = \sum_{i < j} I\{(\sigma_1(i) - \sigma_1(j))(\sigma_2(i) - \sigma_2(j)) < 0\},$$

где

$$I(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x = \text{true}, \\ 0, & \text{если } x = \text{false}. \end{cases}$$

Первоначальная популяция порождается путем генерации определенного числа случайных перестановок. Каждая перестановка представляет собой возможную (но не обязательно выполнимую) последовательность посадки ВС. На шаге обучения EDA модель Мэллоуса получается из популяции, т. е. множества перестановок, а затем новые перестановки генерируются путем выборки из вероятностной модели. В частности, метод SSE предполагает выполнение следующих шагов.

1. Центральная перестановка σ_0 изначально получается по всем индивидам в популяции. Задача определения оценки максимального правдоподобия центральной перестановки NP-сложная. Существует несколько способов решения этой задачи. Предлагается такой алгоритм расчета σ_0 : сначала вычисляется среднее значение в каждой позиции,

затем первое положение σ_0 , т. е. $\hat{\sigma}_0(1)$, присваивается позиции с наименьшим средним значением, далее положение $\hat{\sigma}_0(2)$ присваивается второй самой низкой позиции. Центральная перестановка будет окончательно получена, когда все значения будут назначены.

2. После получения центральной перестановки σ_0 новые перестановки генерируются путем выборки распределения вероятности P , определяемого центральной перестановкой σ_0 и заранее заданного параметра протяженности θ . После определения расстояния d по вероятностной модели алгоритм должен генерировать перестановку, которая имеет расстояние d от центральной перестановки.

3. В заключение оценивается осуществимость и качество как исходных, так и вновь сгенерированных перестановок, а популяция обновляется путем выбора усечения.

Итерации шагов 1–3 заканчиваются при достижении заданного критерия останова.

Протяженность θ служит ключевым параметром контроля эффективности. Подходящее значение θ определяется экспериментально.

Далее авторы проводят анализ модуля оценки, который преобразует перестановки в допустимую форму решения в зависимости от сценария, описанного в задаче ФООП, а затем оценивает качество перестановок. Но в некоторых задачах не все перестановки могут быть преобразованы в допустимое решение. Например, некоторые ограничения, такие как ограничения на ранние/поздние времена посадки и ограничения на порядок движения ВС, делают некоторые перестановки недопустимыми. Если решение не удовлетворяет ограничениям, то оценка пригодности последовательности задается как бесконечно малая величина. Неосуществимые решения будут устранены во время следующих итераций.

Рассмотрим кратко некоторые приемы улучшения решения задачи ФООП, предлагаемые в работе [16].

Инициализация. Предположим, что необходимо инициализировать популяцию из N ВС и эти ВС могут быть сначала разделены на несколько групп в соответствии с их плановыми временами посадки. Например, ВС, которые прибывают в течение 10 мин, могут рассматриваться как группа, так что формируется ряд групп, в которых число ВС может несколько отличаться. Тогда в каждой группе произвольно порождаются перестановки. Полные перестановки ВС могут быть получены путем комбинирования перестановок разных групп. Эта простая операция ограничивает позиции ВС в определенном диапазоне на основе случайно сгенерированных перестановок. Несколько последова-

тельств, полученных по правилу «первым прибыл — первым обслужен», также добавляются к исходной популяции.

Локальный модуль поиска. Поскольку в процессе поиска EDA существует определенная случайность, необходим локальный модуль поиска, чтобы повысить эффективность. Предлагается достаточно простой, но эффективный способ получить лучшее решение — «скользящие и локальные перестановки» [16]. Скользящее окно, длиной k , используется для разбиения последовательности из N ВС на несколько подпоследовательностей. Процесс может занять много времени, поскольку требуется $(N - k + 1)k!$ вычислений функции оценки перестановок. Поэтому данный модуль не следует применять слишком часто в течение процесса решения.

Общая схема алгоритма

1. Генерация популяции. Согласно модулю инициализации, случайным образом генерируется M различных перестановок для инициализации популяции, где M — численность популяции.

2. Инициализация вероятностной модели. Инициализация вероятностной модели P на основе модели Мэллоуса и расстояния Kendall- τ .

3. Поиск перестановки. Определяется центральная перестановка σ_0 текущей популяции. Согласно распределению вероятности P случайным образом генерируются M новых перестановок путем согласования соответствующего расстояния d .

4. Оценка перестановки. Сортируются $2M$ перестановок в соответствии с их оценкой. В популяции сохраняются M перестановок с лучшими показателями.

5. Локальный поиск. Чтобы получить лучшие решения, через определенное число итераций к популяции применяется модуль локального поиска.

6. Если итеративный процесс закончился, выводится лучшее решение, иначе переход к шагу 3. Таким образом, SSE является меметическим алгоритмом, который предусматривает глобальный и локальный поиски [22].

В заключительной части работы [16] авторы приводят результаты моделирования предлагаемого алгоритма и сравнивают алгоритм с подходом Faue [23], основанным на приближении матрицы ограничений разделения и на дискретизации времени. Исходя из сравнения с другими методами решения задач ФООП, авторы делают вывод, что SSE обеспечивает общий метод решения различных видов задач ФООП за приемлемое время.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ постановок и методов решения задачи формирования оптимальной очереди воздушных судов на посадку показал, что эта область иссле-



дования представляет собой целый комплекс задач, сложность которых повышается при увеличении числа ограничений и внешних факторов, связанных с особенностями организации воздушного движения.

В первой части обзора представлены методы точного решения задачи формирования оптимальной очереди с помощью методов линейного программирования и методов ветвей и границ. Однако эти методы не всегда удовлетворяют требованиям решения в режиме реального времени, работы с большим потоком воздушного движения, безопасности и технической реализуемости, учета большого числа ограничений и внешних факторов.

Во второй части обзора рассмотрены методы приближенного решения задачи, которые не гарантируют получение точного решения, но дают возможность получить приемлемое решение, удовлетворяющее предъявленным требованиям. Как правило, они представляют собой синтез метаэвристического метода глобальной оптимизации для получения последовательности ВС на посадку и локального точного метода для получения оптимального решения для полученных последовательностей.

При оценке эффективности и выборе методов глобальной и локальной оптимизации для системы AMAN необходимо учитывать особенности конкретного аэропорта или аэроузла, интенсивность воздушного движения, особенности системы его организации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вересников Г.С., Егоров Н.А., Кулида Е.Л., Лебедев В.Г. Методы построения оптимальных очередей воздушных судов на посадку. Ч. 1. Методы точного решения.
2. Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Генетические алгоритмы: 2-е изд. — М.: Физматлит, 2006. — 320 с.
3. Stevens G. An approach to scheduling aircraft landing times using genetic algorithms. — RMIT: Department of Computer Science, 1995. — 41 p. — URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.50.9231> (дата обращения: 27.06.2018).
4. Kumar N., Karambir, and Kumar R. A comparative analysis of PMX, CX and OX Crossover operators for solving traveling salesman problem // International Journal of Latest Research in Science and Technology. — 2012. — Vol. 1, N 2. — P. 98–101.
5. Ciesielski V., Scerri P. Real Time Genetic Scheduling of Aircraft Landing Times // Evolutionary Computation Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence. — 1998. — P. 360–364.
6. Beasley J.E., Krishnamoorthy M., Sharaiha Y.M., and Abramson D. Scheduling aircraft landings — the static case // Transportation Science. — 2000. — Vol. 34, N 2. — P. 180–197.
7. Beasley J.E., Sonander J., and Havelock P. Scheduling Aircraft Landings at London Heathrow Using a Population Heuristic // Journal of the Operational Research Society. — 2001. — Vol. 52, N 5. — P. 483–493.
8. Beasley J.E., Pinol H. Scatter search and bionomic algorithms for the aircraft landing problem // European Journal of Operational Research. — 2006. — Vol. 127, N 2. — P. 439–462.
9. Beasley J.E. OR-Library: distributing test problems by electronic mail // Journal of the Operational Research Society. — 1990. — Vol. 41, N 11. — P. 1069–1072.
10. Bencheikh G., Khoukhi F. Hybrid algorithms for the multiple runway aircraft landing problem // International Journal of Computer Science and Applications. — 2013. — Vol. 10, N 2. — P. 53–71.
11. Bencheikh G., Boukachour J., and Alaoui A.H. Improved Ant Colony Algorithm to Solve the Aircraft Landing Problem // International Journal of Computer Theory and Engineering. — 2011. — Vol. 3, N 2. — P. 224–233.
12. Частикова В.А., Власов К.А. Разработка и сравнительный анализ эвристических алгоритмов для поиска наименьшего гамильтонова цикла в полном графе // Фундаментальные исследования. — 2013. — Т. 10-1. — С. 63–66.
13. Семенкина О.Е., Семенкин Е.С. О сравнении эффективности муравьиного и генетического алгоритмов при решении задач комбинаторной оптимизации // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. — 2011. — Т. 1, № 7. — С. 338–339.
14. Bencheikh G., Boukachour J., and Alaoui A.H. A memetic algorithm to solve the dynamic multiple runway aircraft landing problem // Journal of King Saud University — Computer and Information Sciences. — 2016. — Vol. 28, N 1. — P. 98–109.
15. Bo Xu. An efficient Ant Colony algorithm based on wake-vortex modeling method for aircraft scheduling problem // Journal of Computational and Applied Mathematics. — 2017. — Vol. 317. — P. 157–170.
16. Xiao-Peng Ji, Xian-Bin Cao, and Ke Tang. Sequence searching and evaluation: a unified approach for aircraft arrival sequencing and scheduling problems // Memetic Computing. — 2016. — Vol. 8, N 2. — P. 109–123.
17. Hu X., Paolo E. A ripple-spreading genetic algorithm for the aircraft sequencing problem // Evolutionary Computation. — 2011. — Vol. 19, N 1. — P. 77–106.
18. Larracaga P., Lozano J.A. Estimation of distribution algorithms: A new tool for evolutionary computation. — Springer Science & Business Media, 2001.
19. Ceberio J., Irurozki E., Mendiburu A., et al. A distance-based ranking model estimation of distribution algorithm for the flow-shop scheduling problem // IEEE Trans. on Evolutionary Computation. — 2014. — Vol. 18, N 2. — P. 286–300.
20. Ceberio J., Irurozki E., Mendiburu A., and Lozano J.A. A review on estimation of distribution algorithms in permutation-based combinatorial optimization problems // Progress in Artificial Intelligence. — 2012. — Vol. 1, N 1. — P. 103–117.
21. Ceberio J., Mendiburu A., and Lozano J.A. Introducing the mal-lows model on estimation of distribution algorithms // Intern. Conf. on Neural Information Processing. Springer, Berlin, Heidelberg. — 2011. — P. 461–470.
22. Moscato P. On evolution, search, optimization, genetic algorithms and martial arts: Towards memetic algorithms. C3P Report, 826, California Institute of Technology, Pasadena, Caltech concurrent computation program, 1989.
23. Faye A. Solving the Aircraft Landing Problem with time discretization approach // European Journal of Operational Research. — 2015. — Vol. 242, N 3. — P. 1028–1038.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.А. Лазаревым.

Вересников Георгий Сергеевич — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, ✉ veresnikov@mail.ru,

Егоров Николай Александрович — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, ✉ egorov@ipu.ru,

Кулида Елена Львовна — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, ✉ lenak@ipu.ru,

Лебедев Валентин Григорьевич — д-р техн. наук, уч. секретарь, ✉ lebedev@ipu.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.

ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ДРОБНОГО ПОРЯДКА, ЗАДАННЫХ УРАВНЕНИЯМИ С ПРОИЗВОДНОЙ ХИЛЬФЕРА

С.С. Постнов

Исследованы две задачи оптимального управления для линейных стационарных систем дробного порядка с сосредоточенными параметрами, динамика которых описывается уравнениями с производной Хильфера: задача управления с минимальной нормой и задача быстродействия с ограничением на норму управления. Рассмотрены управления, принадлежащие пространству функций, интегрируемых с некоторой степенью p , или существенно ограниченных. Исследование проведено методом моментов. Получены условия корректности и разрешимости проблемы моментов в рассматриваемой постановке задачи. Для нескольких частных случаев поставленные задачи оптимального управления решены аналитически и исследованы свойства решений в зависимости от показателей дробного дифференцирования и параметров оператора дробного дифференцирования Хильфера. Проведено сравнение полученных результатов с известными результатами для систем целого порядка и систем дробного порядка, описываемых уравнениями с производной Римана — Лиувилля или Капуто.

Ключевые слова: оптимальное управление, проблема моментов, система дробного порядка, дробная производная Хильфера.

ВВЕДЕНИЕ

Вопросы оптимального управления системами дробного порядка изучаются уже около 10 лет и в настоящее время составляют отдельное направление исследований. Одна из основных отличительных черт данного направления, как и в целом дробного исчисления и теории дифференциальных уравнений дробного порядка, заключается в зависимости результатов от вида оператора дробного дифференцирования.

Как известно, существует несколько десятков вариантов определения дробной производной [1; 2, ч. 1, разд. 2]. Большинство результатов в области оптимального управления на сегодня получено для систем, динамика которых описывается уравнениями с производными Римана — Лиувилля или Капуто [3—6]. Также имеются результаты для случая производных Адамара [7].

В настоящей работе рассматриваются производные Хильфера [8] — качественно новый (по сравнению с уже исследованными) тип дробной производной, представляющий собой обобщенный, двухпараметрический (или композитный) оператор. Определение данной производной содержит дополнительный параметр, заданный на отрезке $[0, 1]$ (см. далее), предельные значения которого соответствуют определениям Римана — Лиувилля и Капуто. Такой тип производной первоначально был введен для описания процессов аномальной диффузии, медленной и сверхмедленной релаксации в неоднородных и неупорядоченных средах, в том числе, стеклообразных средах [8—11]. Рассмотрение данного определения представляет интерес также в связи с исследованием задач, в которых возникают уравнения (или системы уравнений), содержащие и производные Римана — Лиувилля, и производные Капуто [12].



Одним из методов, успешно применяемых для исследования задач оптимального управления системами дробного порядка, является метод моментов. В работах [13–15] на основе данного метода был развит подход к исследованию задач оптимального управления линейными динамическими системами с сосредоточенными параметрами, описываемыми уравнениями с производными Капуто. Этот подход был обобщен на системы с распределенными параметрами, чье поведение описывается уравнениями типа уравнения диффузии с дробной производной Капуто по времени [16, 17], и для таких систем была продемонстрирована возможность исследования задач подвижного управления в терминах нелинейной проблемы моментов [18]. В работах [19] и [7, 20] метод моментов был применен для исследования задач оптимального управления линейными системами с сосредоточенными параметрами, которые описываются уравнениями с производной Римана — Лиувилля и Адамара.

В настоящей работе аналогичное исследование проводится для линейных систем с сосредоточенными параметрами, описание которых дается уравнениями с производной Хильфера. В общей постановке рассматривается задача оптимального управления для одномерной линейной стационарной системы и демонстрируется возможность ее сведения к проблеме моментов, для которой анализируется корректность и разрешимость. Аналогичное рассмотрение проводится для многомерных систем частного вида, представляемых цепочкой интеграторов различного (дробного) порядка. Проводится сравнение с системами целого порядка и аналогичными системами, описываемыми уравнениями с производными Римана — Лиувилля и Капуто.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем рассматривать динамические системы вида

$${}_0 D_t^{\alpha_i, \mu_i} q_i(t) = a_{ij} q_j(t) + b_{ij} u_j(t), \quad t \in (0, T], \quad i, j = 1, \dots, N, \quad (1)$$

где функции $q_i(t)$ и $u_i(t)$ являются соответственно фазовыми координатами системы и управлениями a_{ij} и b_{ij} — коэффициенты, $T > 0$. По повторяющимся индексам подразумевается суммирование. Функции $q_i(t)$ и $u_i(t)$ можно рассматривать как компоненты вектор-функций $q(t) = (q_1(t), \dots, q_N(t))$ и $u(t) = (u_1(t), \dots, u_N(t))$, определенных на полуинтервале $t \in (0, T]$. Дробная производная произвольного нецелого порядка $\alpha_i \in (0, 1]$ от функции $q_i(t)$

здесь понимается как левосторонняя дробная производная Хильфера [8]:

$${}_0 D_t^{\alpha_i, \mu_i} q_i(t) = I^{\mu_i(1-\alpha_i)} \frac{d}{dt} I^{(1-\mu_i)(1-\alpha_i)} q_i(t), \quad (2)$$

где $\mu_i \in (0, 1]$ — параметр (иногда называемый типом производной), I^ρ — левосторонний оператор дробного интегрирования Римана — Лиувилля [21],

$$I^\rho q_i(t) = \frac{1}{\Gamma(\rho)} \int_0^t \frac{q_i(\tau)}{(t-\tau)^{1-\rho}} d\tau, \quad \rho > 0.$$

Нулевой нижний предел интегрирования здесь соответствует нижнему индексу 0 в обозначении производной (2). Принимается, что $I^0 q_i(t) = q_i(t)$ [21]. При $\mu_i = 0$ оператор (2) совпадает с оператором дифференцирования Римана — Лиувилля, а при $\mu_i = 1$ — с оператором Капуто.

Начальные условия задаются в виде [8]:

$$\lim_{t \rightarrow 0+} [I^{(1-\mu_i)(1-\alpha_i)} q_i(t)] = s_i^0. \quad (3)$$

Конечное состояние системы задается обычным образом:

$$q_i(T) = q_i^T, \quad i = 1, \dots, N. \quad (4)$$

Будем рассматривать управление $u(t) \in L_p(0, T]$, $1 < p < \infty$, для которого норма определяется выражением [22]:

$$\|u(t)\| = \left(\int_0^T \sum_{i=1}^N |u_i(t)|^p dt \right)^{1/p}.$$

В работе рассматривается также случай $u(t) \in L_\infty(0, T]$, когда норма управления определяется формулой [23]:

$$\|u(t)\| = \text{vrai} \max_{t \in (0, T]} \max_i |u_i(t)|.$$

Фазовые координаты $q_i(t)$, $i = 1, \dots, N$, определяющие состояние системы, считаются обладающими всеми необходимыми свойствами для существования решений рассматриваемых далее уравнений, в частности, суммируемыми.

Задача оптимального управления ставится следующим образом. Найти управление $u(t)$, $t \in (0, T]$, такое, чтобы рассматриваемая система (1) перешла в заданное конечное состояние (4) из начального состояния, определенного условиями (3), и при этом или

(А) норма управления $\|u(t)\|$ достигла минимального значения, когда время управления T задано, (задача А), или

(Б) время управления T было минимальным при условии $\|u(t)\| \leq l$, где $l > 0$ — задано (задача Б).

2. ПРОБЛЕМА МОМЕНТОВ

2.1. Предварительные сведения

Классическая l -проблема моментов формулируется следующим образом [23, 24]. Пусть задана система функций $g_i(t) \in L_p(0, T]$ и набор чисел c_i (называемых моментами), таких, что $\sum_{i=1}^N c_i^2 \neq 0$. Задано также действительное число $l > 0$. Необходимо найти функцию $u(t) \in L_p(0, T]$, для которой выполнялись бы равенства

$$\int_0^T g_i(\tau) u(\tau) d\tau = c_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (5)$$

и условие (ограничение)

$$\|u(t)\| \leq l. \quad (6)$$

Пространства $L_p(0, T]$ и $L_{p'}(0, T]$ являются сопряженными: $1/p = 1/p' = 1$, $1 < p < \infty$, $1 < p' < \infty$.

Чтобы проблема моментов (5), (6) была разрешима, необходимо и достаточно, чтобы существовало конечное число $\lambda_N > 0$ и N чисел $\xi_1^*, \dots, \xi_N^*$, дающих решение следующей эквивалентной задачи на условный минимум [23, 24]. Найти

$$\begin{aligned} \min_{\xi_1, \dots, \xi_N} \left(\int_0^T \left| \sum_{i=1}^N \xi_i g_i(t) \right|^{p'} dt \right)^{1/p'} = \\ = \left(\int_0^T \left| \sum_{i=1}^N \xi_i^* g_i(t) \right|^{p'} dt \right)^{1/p'} = \frac{1}{\lambda_N}, \end{aligned} \quad (7)$$

при условии

$$\sum_{i=1}^N c_i \xi_i = \sum_{i=1}^N c_i \xi_i^* = 1. \quad (8)$$

Если задача (7), (8) имеет решение, то оптимальное управление для задачи А дается формулой [23, 24]:

$$u(t) = \lambda_N^{p'} \left| \sum_{i=1}^N \xi_i^* q_i(t) \right|^{p'-1} \operatorname{sign} \left(\sum_{i=1}^N \xi_i^* g_i(t) \right), \quad t \in (0, T], \quad (9)$$

где ξ_i^* — решение задачи (7), (8) на условный экстремум. Аналогично, общим решением задачи Б оптимального управления является минимальное

время перехода в конечное состояние T^* и управление [23, 24]

$$u(t) = p' \left| \sum_{i=1}^N \xi_i^* q_i(t) \right|^{p'-1} \operatorname{sign} \left(\sum_{i=1}^N \xi_i^* g_i(t) \right), \quad t \in (0, T^*], \quad (10)$$

где ξ_i^* находятся из решения задачи (7), (8) при $T = T^*$, а T^* находится как наименьшее действительное неотрицательное число, удовлетворяющее при заданном $l > 0$ уравнению

$$\lambda_N(T^*) = l. \quad (11)$$

Выше уже упоминалось условие разрешимости проблемы моментов (5), (6). Эквивалентным ему является условие, чтобы функции $g_i(t)$ были линейно независимы [23, 24].

Ранее уже демонстрировалось [14, 17], что при постановке проблемы моментов вида (5), (6) для систем дробного порядка отдельным вопросом (помимо разрешимости) является проверка возможности такой постановки. В данном случае речь идет о соблюдении базовых допущений: существовании нормы функций $g_i(t)$ в пространстве $L_p(0, T]$ и существовании в наборе чисел c_i хотя бы одного, отличного от нуля. В случае, когда эти условия выполнены, упомянутые выше условия разрешимости проблемы моментов выполняются автоматически.

Определение 1. Будем называть проблему моментов (5), (6) корректной, если в пространстве $L_p(0, T]$, $1 < p' < \infty$, определена норма функций $g_i(t)$ и в наборе чисел c_i хотя бы одно отлично от нуля. ♦

Ранее было показано, что, как и в случае систем целого порядка, исследуемая задача оптимального управления в форме задач А и Б, поставленных выше, также может быть сведена к проблеме моментов (5), (6) для систем дробного порядка, описываемых уравнениями с производной Капуто [13–15], Римана — Лиувилля [19] или Адамара [7, 20]. Далее аналогичное рассмотрение будет проведено для систем дробного порядка, динамика которых описывается уравнениями с производной Хильфера.

2.2. Проблема моментов для одномерной системы дробного порядка

Определение 2. Систему (1), в которой оператор дробного дифференцирования понимается в смысле Хильфера (Римана — Лиувилля, Капуто), будем называть системой Хильфера (Римана — Лиувилля, Капуто). ♦

Общее решение уравнения (1) с начальным условием (3) для системы Хильфера при $N = 1$ запи-



сывается в виде [25] (нижние индексы $i = j = 1$ опущены):

$$q(t) = t^{-(1-\mu)(1-\alpha)} E_{\alpha,\beta}(at^\alpha) q^0 + b \int_0^t \frac{E_{\alpha,\alpha}[a(t-\tau)^\alpha]}{(t-\tau)^{1-\alpha}} u(\tau) d\tau, \quad (12)$$

где $E_{\alpha,\beta}(z)$ — двухпараметрическая функция Миттаг—Леффлера [21, § 1.8], $\beta = 1 - (1 - \mu)(1 - \alpha)$. При $t = T$ выражение (12) с учетом конечного условия (4) представляет собой проблему моментов типа (5), где

$$g(\tau) = b \frac{E_{\alpha,\alpha}[a(T-\tau)^\alpha]}{(T-\tau)^{1-\alpha}}, \quad (13)$$

$$c = q^T - T^{-(1-\mu)(1-\alpha)} E_{\alpha,\beta}(aT^\alpha) s^0. \quad (14)$$

Замечание 1. Функция $g(\tau)$, как следует из формулы (13), не зависит от параметра μ и совпадает с аналогичными выражениями для функции $g(\tau)$, полученными ранее для одномерных систем Капуто [14] и Римана — Лиувилля [19]. ♦

Следовательно, для одномерной системы Хильфера будет справедлива

Теорема 1. Будем полагать $b \neq 0$ и $c \neq 0$, $\alpha \in (0, 1]$, $p > 1$. Проблема моментов (5) с функцией $g(\tau)$ (13) и моментом (14) будет корректна и разрешима тогда и только тогда, когда выполнено условие:

$$\alpha > \frac{1}{p}. \quad (15)$$

Доказательство полностью совпадает с доказательством теоремы 1 в работе [17]. ♦

Замечание 2. Условие (15) совпадает с аналогичными условиями, полученными для систем Капуто [14, 17], Римана — Лиувилля [19] и Адамара [7, 20].

2.3. Проблема моментов для N -кратного интегратора дробного порядка

Рассмотрим систему (1), для которой $a_{ij} = \delta_{j,i+1}$, $b_{ij} = \delta_{i,N}$, $i, j = 1, \dots, N$ ($\delta_{i,j}$ — символ Кронекера):

$$\begin{cases} {}_0D_t^{\alpha_1, \mu_1} q_1(t) = q_2(t), \\ {}_0D_t^{\alpha_2, \mu_2} q_2(t) = q_3(t), \\ \dots \\ {}_0D_t^{\alpha_N, \mu_N} q_N(t) = u(t). \end{cases} \quad (16)$$

Применив к обеим частям каждого из уравнений системы (16) оператор дробного интегрирования Римана — Лиувилля, получим с учетом опре-

деления (2) и полугруппового свойства операторов Римана — Лиувилля [21]:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} I^{(1-\mu_1)(1-\alpha_1)} q_1(t) = I^{-\mu_1(1-\alpha_1)} q_2(t), \\ \frac{d}{dt} I^{(1-\mu_2)(1-\alpha_2)} q_2(t) = I^{-\mu_2(1-\alpha_2)} q_3(t), \\ \dots \\ \frac{d}{dt} I^{(1-\mu_N)(1-\alpha_N)} q_N(t) = I^{-\mu_N(1-\alpha_N)} u(t). \end{cases} \quad (17)$$

Проинтегрировав обе части уравнений (17) и учтя начальные условия (3), получим:

$$\begin{cases} I^{(1-\mu_1)(1-\alpha_1)} q_1(t) = s_1^0 + I^{1-\mu_1(1-\alpha_1)} q_2(t), \\ I^{(1-\mu_2)(1-\alpha_2)} q_2(t) = s_2^0 + I^{1-\mu_2(1-\alpha_2)} q_3(t), \\ \dots \\ I^{(1-\mu_N)(1-\alpha_N)} q_N(t) = s_N^0 + I^{1-\mu_N(1-\alpha_N)} u(t), \end{cases} \quad (18)$$

Применив к обеим частям каждого из уравнений системы (18) оператор дробного дифференцирования Римана — Лиувилля, получим:

$$\begin{cases} q_1(t) = \frac{s_1^0 t^{-(1-\mu_1)(1-\alpha_1)}}{\Gamma[1 - (1-\mu_1)(1-\alpha_1)]} + \\ + \frac{s_2^0 t^{\alpha_1 - (1-\mu_2)(1-\alpha_2)}}{\Gamma[\alpha_1 + 1 - (1-\mu_2)(1-\alpha_2)]} + \dots + \\ + \frac{s_N^0 t^{\alpha_1 + \dots + \alpha_{N-1} - (1-\mu_N)(1-\alpha_N)}}{\Gamma[\alpha_1 + \dots + \alpha_{N-1} + 1 - (1-\mu_N)(1-\alpha_N)]} + \\ + I^{\alpha_1 + \dots + \alpha_N} u(t), \\ q_2(t) = \frac{s_2^0 t^{-(1-\mu_2)(1-\alpha_2)}}{\Gamma[1 - (1-\mu_2)(1-\alpha_2)]} + \\ + \frac{s_3^0 t^{\alpha_2 - (1-\mu_3)(1-\alpha_3)}}{\Gamma[\alpha_2 + 1 - (1-\mu_3)(1-\alpha_3)]} + \dots + \\ + \frac{s_N^0 t^{\alpha_2 + \dots + \alpha_{N-1} - (1-\mu_N)(1-\alpha_N)}}{\Gamma[\alpha_2 + \dots + \alpha_{N-1} + 1 - (1-\mu_N)(1-\alpha_N)]} + \\ + I^{\alpha_2 + \dots + \alpha_N} u(t), \\ \dots \\ q_N(t) = \frac{s_N^0 t^{-(1-\mu_N)(1-\alpha_N)}}{\Gamma[1 - (1-\mu_N)(1-\alpha_N)]} + I^{\alpha_N} u(t). \end{cases} \quad (19)$$

Положив в системе (19) $t = T$, получим N -мерную проблему моментов (5) с функциями $g_i(t)$ и

моментами c_i вида (здесь учтены конечные условия (4)):

$$g_i(\tau) = \frac{1}{\Gamma[\alpha_i + \dots + \alpha_N]} \frac{1}{(T - \tau)^{1 - \alpha_i - \dots - \alpha_N}}, \quad (20)$$

$$c_i = - \frac{s_i^0 T^{-(1 - \mu_i)(1 - \alpha_i)}}{\Gamma[1 - (1 - \mu_i)(1 - \alpha_i)]} - \frac{s_{i+1}^0 T^{\alpha_i - (1 - \mu_{i+1})(1 - \alpha_{i+1})}}{\Gamma[\alpha_i + 1 - (1 - \mu_{i+1})(1 - \alpha_{i+1})]} - \dots - \frac{s_N^0 T^{\alpha_i + \dots + \alpha_{N-1} - (1 - \mu_N)(1 - \alpha_N)}}{\Gamma[\alpha_i + \dots + \alpha_{N-1} + 1 - (1 - \mu_N)(1 - \alpha_N)]}, \quad (21)$$

$i = 1, \dots, N$.

Замечание 3. Из формул (20), (21) видно, что, как и в разобранный выше случае одномерной системы, зависимость от параметров μ_i присутствует только в формулах для моментов. Функции $g_i(\tau)$ зависят только от показателей $\alpha_p, \dots, \alpha_N$ и формула (20) оказывается идентична формулам, полученным ранее для N -кратного дробного интегратора Капуто [14, 17] и Римана — Лиувилля [19].

Тогда справедлива

Теорема 2. Будем полагать, что хотя бы один из моментов c_p , определяемых формулой (21), отличен от нуля, а также $\alpha_p, \dots, \alpha_N \in (0, 1]$ и $p > 1$. Тогда проблема моментов (5) с функциями $g_i(\tau)$ (20) и моментами c_i будет корректна и разрешима тогда и только тогда, когда выполнено условие:

$$\alpha_N > \frac{1}{p}. \quad (22)$$

Доказательство полностью совпадает с доказательством теоремы 1 в работе [14]. ♦

Замечание 4. Условие (22) совпадает с аналогичными условиями, полученными для систем Капуто [14, 17], Римана — Лиувилля [19] и Адамара [7, 20].

3. РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ МОМЕНТОВ И СВОЙСТВА ОПТИМАЛЬНЫХ УПРАВЛЕНИЙ

3.1. Одномерная система

Рассмотрим сначала случай $u(t) \in L_\infty(0, T]$, т. е. $p' = 1$. Можно убедиться, что условие теоремы 1 выполняется в данном случае для $\alpha > 0$, следовательно, во всем рассматриваемом диапазоне значений $\alpha \in (0, 1]$.

Поскольку, как отмечалось выше, функции $g(\tau)$, определяемые формулой (13) идентичны таким же функциям для систем Капуто [14, 17] и Римана — Лиувилля [19], то решение проблемы

моментов (5) для одномерной системы Хильфера будет даваться теми же формулами, что и для упомянутых систем с той лишь разницей, что момент, входящий в эти формулы, будет определяться уже формулой (14). Тогда для параметра λ (минимальной нормы управления) будем иметь:

$$\lambda = \left| \frac{c}{b} \right| \frac{a}{E_\alpha(\alpha T^\alpha) - 1}, \quad (23)$$

где $E_\alpha(aT^\alpha) = E_{\alpha,1}(aT^\alpha)$ — однопараметрическая функция Миттаг—Леффлера.

Решение задачи А согласно формуле (9) с учетом равенства (23) будет выражаться в виде:

$$u(t) = \frac{c}{b} \frac{a}{E_\alpha(\alpha T^\alpha) - 1}, \quad t \in (0, T]. \quad (24)$$

Решение задачи Б в соответствии с формулой (10) будет выражаться в виде

$$u(t) = I \operatorname{sign}(b/c), \quad t \in (0, T^*], \quad (25)$$

где значение T^* находится численно из условия (11) с учетом формулы (23).

Тем самым, доказана

Теорема 3. Пусть дана одномерная система (1) с начальными условиями (3) и конечными условиями (4) и при этом $b \neq 0$ и $c \neq 0$, где момент c определяется формулой (14). Пусть $u(t) \in L_\infty(0, T]$. Тогда:

— решение задачи А оптимального управления дается формулой (24);

— решение задачи Б оптимального управления дается формулой (25), где значение T^* находится из условия (11) с учетом формулы (23).

Замечание 5. Отметим, что управления (24), (25) не зависят от времени и, следовательно, не имеют точек переключения, что соответствует следствию теоремы Фельдбаума об интервалах [26] для системы порядка $[\alpha] + 1$. ♦

Проиллюстрируем полученные формулы. Вычисления и визуализация результатов выполнялись в среде MatLab 7.9. Двухпараметрическая функция Миттаг—Леффлера рассчитывалась с помощью специального модуля [27]. Интегралы, входящие в расчетные формулы, вычислялись методом Гаусса—Кронрода [28] с помощью соответствующего модуля пакета MatLab. Расчеты проводились на обычном персональном компьютере (процессор Core i7 2,4 ГГц, 12 Гб ОЗУ) и не потребовали значительных затрат времени.

На рис. 1 представлены зависимости нормы управления от показателя дробного дифференцирования α , рассчитанные по формуле (23) для одномерной системы (1) при различных значениях параметра μ при $a = 0,1$, $q^T = 0$, $s^0 = 1$, $T = 10$, $b = 1$. Как видно, поведение кривых качественно отли-

чается при малых и больших значениях параметра μ : при малых значениях кривые имеют нарастающий характер, что аналогично случаю одномерной системы Римана — Лиувилля [19], а при больших — спадающий, как для системы Капуто [14, 17].

Рассмотрим теперь случай $1 < p < \infty$. Как будет показано далее, в данном случае решение проблемы моментов можно получить только в квадратурах.

В случае системы общего вида непосредственное вычисление по формулам (7), (8) приводит к выражению:

$$\lambda = \left| \frac{c}{b} \right| \frac{1}{K_1(T)}, \quad (26)$$

где

$$K_1(T) = \left(\int_0^T \left| E_{\alpha, \alpha} [a(T-\tau)^\alpha] \right|^{p'} d\tau \right)^{1/p'}. \quad (27)$$

Решения задач А и Б могут быть записаны в соответствии с формулами (9)—(11), учитывая выражения (26) и (27).

На рис. 2 показаны зависимости нормы управления от показателя α для $p = p' = 2$ и $a = 0,7$, остальные параметры выбирались так же, как и для кривых на рис. 1. Видно, что, как и на рис. 1, зависимости при малых μ имеют монотонно возрастающий характер, а при больших значениях μ кривые демонстрируют спадающий характер.

На рис. 3 приведены зависимости нормы управления в случае $p' = 1$ от параметра μ при нескольких фиксированных значениях показателя дробного дифференцирования. Видно, что зависимости имеют возрастающий характер и с ростом показателя α размах и наклон касательной к этим кривым уменьшаются. Форма кривых с ростом показателя α приближается к прямой линии, наклон которой уменьшается. В случае $\alpha = 1$ имеем горизонтальную прямую, что соответствует переходу к классической системе первого порядка, для которой влияние параметра μ нивелируется. Кроме того, интересно отметить, что кривые пересекаются, т. е. одна и та же норма построенного оптимального управления может соответствовать системам с различными значениями определяющих параметров α и μ . В случае $p = p' = 2$ имеют место аналогичные закономерности.

3.2. Двойной интегратор

Двойной интегратор представляется системой уравнений (19) при $N = 2$.

Рассмотрим случай $u(t) \in L_\infty(0, T]$, т. е. $p' = 1$. Согласно теореме 2 проблема моментов для рассматриваемой системы будет корректна и разрешима для $\alpha_2 > 0$ при $\alpha_1 > 0$ и в предположении, что

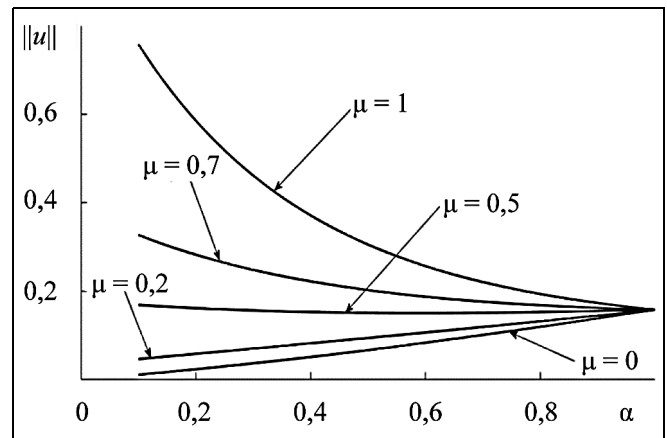


Рис. 1. Зависимости нормы управления от показателя дифференцирования для одномерной системы при $p' = 1$ и различных значениях параметра μ

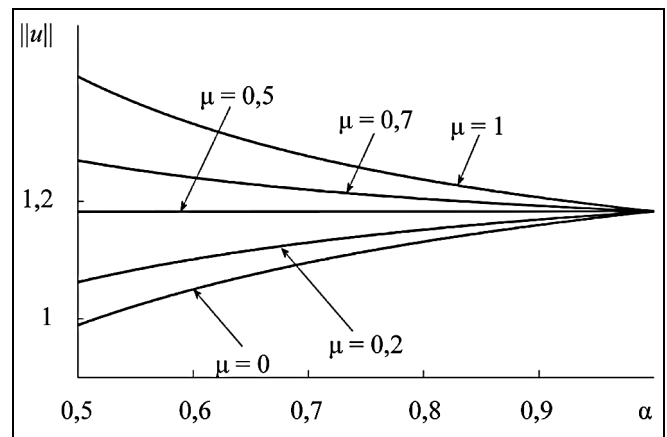


Рис. 2. Зависимости нормы управления от показателя дифференцирования для одномерной системы в случае $p = p' = 2$ при $a = 0,7$ и различных значениях параметра μ

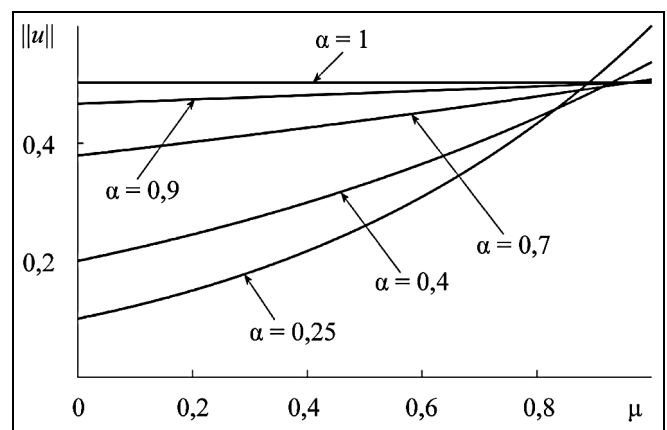


Рис. 3. Зависимости нормы управления от параметра μ при фиксированном значении показателя дробного дифференцирования для одномерной системы при $p' = 1$

хотя бы один из моментов $c_{1,2}$, определяемых формулами (21), отличен от нуля.

Выше отмечалось, что выражения (20) для функций $g_i(\tau)$ идентичны аналогичным выражениям, полученным ранее для двойного (и-кратного) интегратора Капуто [13, 14, 17] и Римана — Лиувилля [19]. Следовательно, решение задачи (7), (8), в которую входят функции (20), будет идентично по форме решению этой задачи для двойного интегратора Капуто и Римана — Лиувилля, с той лишь разницей, что входящие в формулы моменты должны уже пониматься как величины, определяемые формулами (21).

В работе [14] было показано, что в случае $u(t) \in L_\infty(0, T]$ решение задачи (7), (8) для двойного интегратора Капуто сводится к решению следующего алгебраического уравнения:

$$\begin{aligned} & \frac{2\alpha_1}{(\alpha_1 + \alpha_2)\Gamma(\alpha_2 + 1)} \left[\frac{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2)}{\Gamma(\alpha_2)} \right]^{\alpha_2/\alpha_1} \times \\ & \times \left(\frac{c_2 \xi_2 - 1}{c_1} \right)^{-\alpha_2/\alpha_1 - 1} \frac{c_2 \xi_2 - 1 - \alpha_2/\alpha_1}{c_1} \xi_2^{\alpha_2/\alpha_1} = \\ & = \frac{T^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2 + 1)} - \frac{T^{\alpha_1 + \alpha_2}}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + 1)} \frac{c_2}{c_1}. \end{aligned} \quad (28)$$

Если полагать, что моменты $c_{1,2}$ определяются формулами (21), то уравнение (28) представляет собой уравнение, корни которого дают решение задачи (7), (8) для двойного интегратора Хильфера. Данное уравнение имеет произвольный порядок (определяемый отношением показателей дробного дифференцирования в обоих звеньях двойного интегратора) и в общем случае не имеет точного аналитического решения. Однако, как было показано ранее [14], уравнение (28) может быть решено аналитически в ряде частных случаев. Один из них — случай $c_2 = 0$. Из формулы (21) при $i = N = 2$ можно получить, что данное условие выполняется в случае

$$q_2^T = \frac{s_2^0 T^{-(1-\mu_2)(1-\alpha_2)}}{\Gamma[1 - (1-\mu_2)(1-\alpha_2)]},$$

что при произвольных значениях параметров T, α_2, μ_2 сводится к условию $q_2^T = s_2^0 = 0$.

В случае $c_2 = 0$ уравнение (28) решается однозначно и приводит к решению задачи (7), (8) [14]:

$$\lambda_2 = \frac{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + 1)}{1 - 2^{-\alpha_1/\alpha_2}} \frac{|c_1|}{T^{\alpha_1 + \alpha_2}}. \quad (29)$$

На основании формул (9)—(11) с учетом выражения (29) можно получить решения задач А и Б для двойного интегратора Хильфера, а можно, как и выше, использовать полученные в работах [13, 14, 17] выражения, подразумевая, что момент c_1 определяется формулой (21) при $i = 1$. Например, для решения задачи А будет справедлива формула [14]:

$$\begin{aligned} u(t) = & -\frac{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + 1)}{1 - 2^{-\alpha_1/\alpha_2}} \frac{|c_1|}{T^{\alpha_1 + \alpha_2}} \times \\ & \times \text{sign} \left(\frac{(T-t)^{\alpha_1} - 2^{-\alpha_1/\alpha_2} T^{\alpha_1}}{c_1} \right), \quad t \in (0, T]. \end{aligned} \quad (30)$$

Замечание 6. Управление (30) имеет одну точку переключения, что соответствует следствию теоремы Фельдбаума об интервалах [26] для системы порядка $[\alpha_1] + 1 + [\alpha_2] + 1$. ♦

Проиллюстрируем полученные результаты. На рис. 4 и 5 приведены зависимости нормы управ-

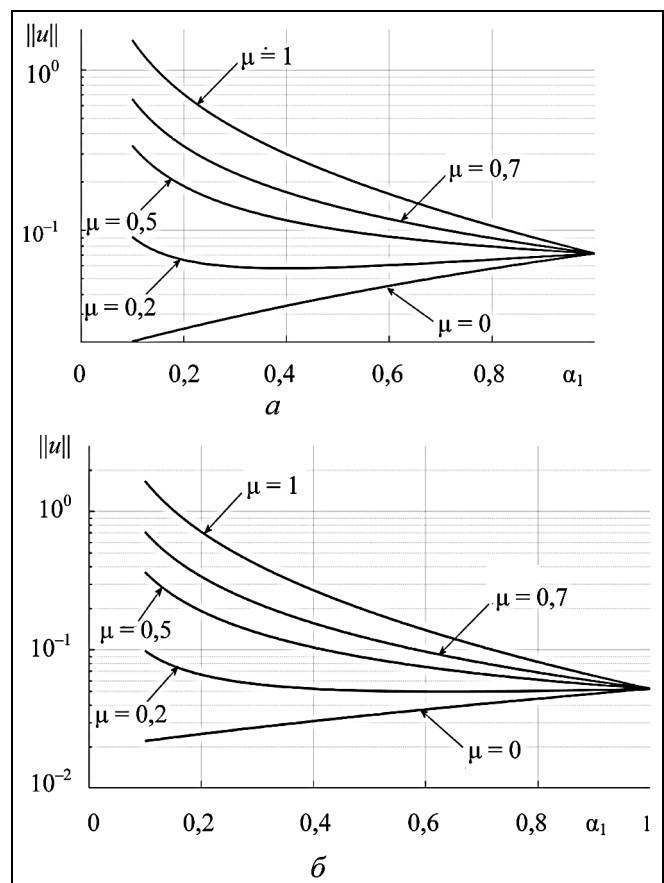


Рис. 4. Зависимости нормы управления от показателя дифференцирования α_1 при фиксированном значении показателя α_2 для двойного интегратора: а — $\alpha_2 = 0,2$; б — $\alpha_2 = 0,6$ (по оси ординат логарифмическая шкала)

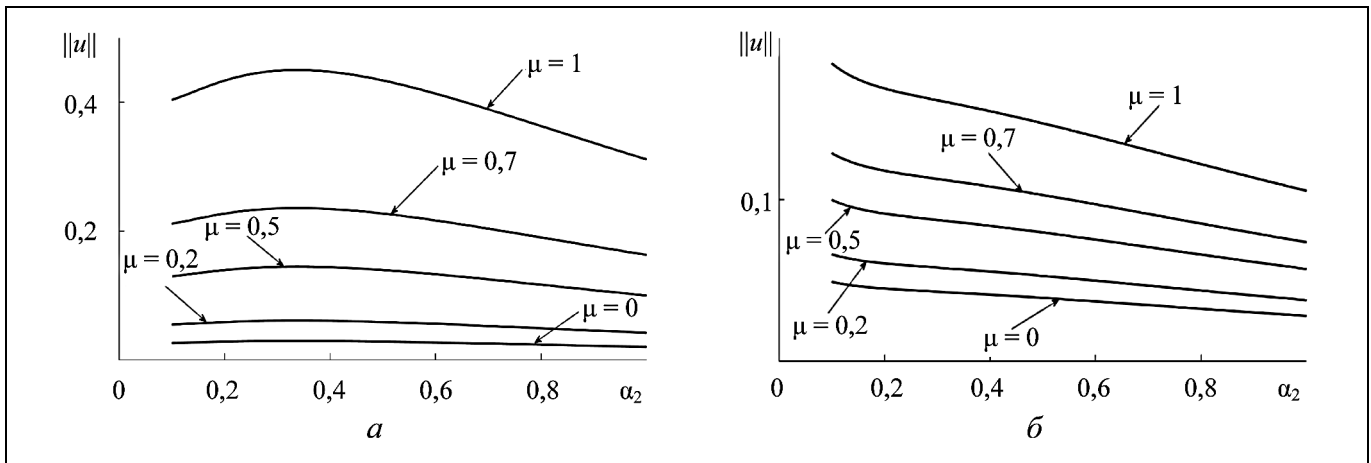


Рис. 5. Зависимости нормы управления от показателя дифференцирования α_2 при фиксированном значении показателя α_1 для двойного интегратора: а — $\alpha_1 = 0,3$; б — $\alpha_1 = 0,6$

ления (29) от каждого из показателей дробного дифференцирования при фиксированном втором показателе. Видно, что при малых значениях показателей дробного дифференцирования данные зависимости могут иметь выраженный немонотонный характер (см. рис. 4, а и 5, а; сетка на рис. 4 подчеркивает слабый минимум при $\mu = 0,2$ на рис. 4, а и его отсутствие на рис. 4, б). При значениях показателей, больших, чем $1/2$, наблюдается почти монотонное поведение кривых (см. рис. 4, б и 5, б). При расчетах были выбраны значения параметров: $T = 10$, $q_1^T = 0$, $q_1^0 = 1$.

На рис. 6 представлены графики зависимости нормы управления от параметра μ_1 при фиксированных значениях показателей $\alpha_{1,2}$. Видно, что, как и в случае одномерной системы, зависимости носят возрастающий характер, хотя точка пересечения кривых в данном случае смещается в область малых значений μ_1 , и горизонтальная прямая, соответствующая значениям $\alpha_{1,2} = 1$, лежит в области $\mu_1 > 0,2$ ниже остальных кривых.

Поскольку рассматривается случай $q_2^T = s_2^0 = 0$, то параметр μ_2 , как легко убедиться, на результаты расчетов не влияет. Таким образом, в данном случае тип производной во втором звене дробного интегратора оказывается не важен: результаты одинаковы и для оператора Капуто ($\mu_2 = 1$), и для оператора Римана — Лиувилля ($\mu_2 = 0$), и для оператора Хильфера с произвольным значением μ_2 ($0 < \mu_2 < 1$).

В случае $u(t) \in L_2(0, T]$ задача оптимального управления решается в общем виде. Норма опти-

мального управления определяется формулой того же вида, что и для систем Римана — Лиувилля [19] и Капуто [14]:

$$\lambda_2 = \frac{\sqrt{\alpha_1 + 2\alpha_2 - 1}}{\alpha_1 T^{\alpha_1 + \alpha_2 - 1/2}} Z^{1/2}, \quad (31)$$

где

$$\begin{aligned} Z = & |(\alpha_1 + 2\alpha_2 - 1)(2\alpha_1 + 2\alpha_2 - 1)c_1^2 \Gamma^2(\alpha_1 + \alpha_2) - \\ & - 2(2\alpha_2 - 1)(2\alpha_1 + 2\alpha_2 - 1)c_1 c_2 \Gamma(\alpha_1 + \alpha_2) \times \\ & \times \Gamma(\alpha_2) T^{\alpha_1} + (2\alpha_2 - 1)(\alpha_1 + 2\alpha_2 - 1) \times \\ & \times c_2^2 \Gamma^2(\alpha_2) T^{2\alpha_1}|. \end{aligned}$$

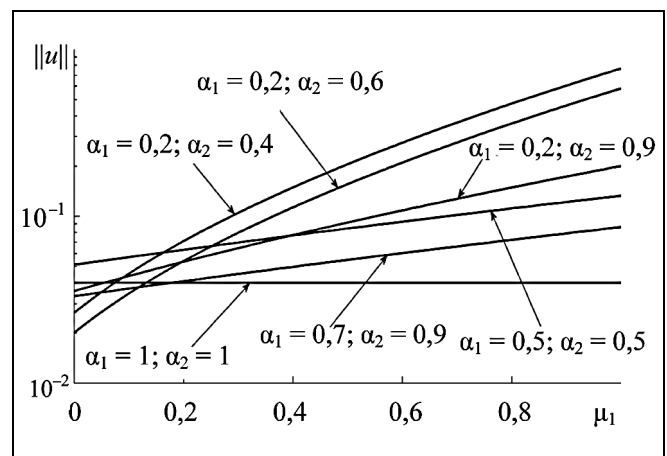


Рис. 6. Зависимости нормы управления от параметра μ_1 для двойного интегратора дробного порядка при фиксированных значениях показателей $\alpha_{1,2}$

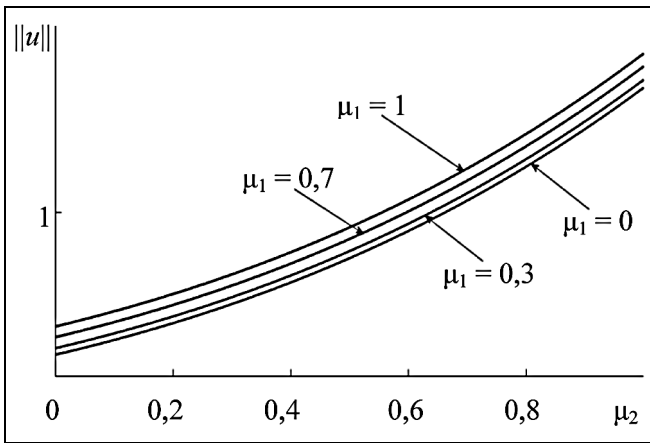


Рис. 7. Зависимости нормы управления от параметра μ_2 для двойного интегратора дробного порядка в случае $u(t) \in L_2(0, T]$ при фиксированных значениях параметра μ_2 и значениях показателей дробного дифференцирования $\alpha_2 = 0,7$, $\alpha_1 = 0,4$

В рассматриваемом случае двойного интегратора Хильфера моменты в формуле (31) определяются выражениями (21).

На рис. 7 представлены зависимости нормы оптимального управления (31) от параметра μ_2 при нескольких фиксированных значениях параметра μ_1 при $\alpha_1 = 0,7$, $\alpha_2 = 0,4$. Видно, что зависимости, как и на рис. 6, имеют возрастающий характер. При этом с ростом параметра μ_1 значение нормы также увеличивается.

4. ОСОБЕННОСТИ ФАЗОВЫХ ТРАЕКТОРИЙ ДВОЙНОГО ИНТЕГРАТОРА ХИЛЬФЕРА

Далее для двойного интегратора Хильфера вычислены в явном виде граничные траектории и траектории, соответствующие режиму оптимального управления. Рассматривается случай $u(t) \in L_\infty(0, T]$.

Определение 3. Граничными траекториями системы будем называть фазовые траектории, соответствующие граничным значениям управления $u(t) = \pm l$.

Замечание 7. Несложно убедиться, что в случае, когда оба показателя дифференцирования равны единице, граничные траектории представляют собой границы интегральной воронки дифференциального включения, соответствующего рассматриваемой системе [29]. ♦

Граничные траектории, как и границы интегральной воронки для систем целого порядка, ограничивают область фазового пространства, заключающую в себе допустимые траектории системы.

Чтобы вычислить граничные траектории двойного интегратора, положим $u(t) = \pm l$ в системе

уравнений (19) при $N = 2$. Взяв соответствующие интегралы, получим:

$$\begin{cases} q_1^{\pm l}(t) = \frac{s_1^0 t^{-(1-\alpha_1)(1-\mu_1)}}{\Gamma[1-(1-\alpha_1)(1-\mu_1)]} + \\ + \frac{s_2^0 t^{\alpha_1-(1-\alpha_2)(1-\mu_2)}}{\Gamma[\alpha_1+1-(1-\alpha_2)(1-\mu_2)]} \pm \frac{lt^{\alpha_1+\alpha_2}}{\Gamma[\alpha_1+\alpha_2+1]}, \\ q_2^{\pm l}(t) = \frac{s_2^0 t^{-(1-\alpha_2)(1-\mu_2)}}{\Gamma[1-(1-\alpha_2)(1-\mu_2)]} \pm \frac{lt^{\alpha_2}}{\Gamma[\alpha_2+1]}. \end{cases} \quad (32)$$

Замечание 8. При $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ уравнения (32) сводятся к уравнению параболы, полученному в работе [29] для двойного интегратора целого порядка. ♦

В общем случае в уравнениях системы (32) не удастся исключить время и явно выразить зависимость $q_2^{\pm l}(q_1^{\pm l})$, хотя это возможно в некоторых частных случаях. Например, при $s_2^0 = 0$ можно выразить время из второго уравнения системы (32) и, подставив это выражение в первое уравнение, окончательно получить:

$$q_1^{\pm l} = \frac{\pm l}{\Gamma[\alpha_1+\alpha_2+1]} \left(\frac{\Gamma[\alpha_2+1]q_2^{\pm l}}{\pm l} \right)^{\alpha_1/\alpha_2+1} + \frac{s_1^0}{\Gamma[1-(1-\alpha_1)(1-\mu_1)]} \left(\frac{\Gamma[\alpha_2+1]q_2^{\pm l}}{\pm l} \right)^{-(1-\alpha_1)(1-\mu_1)/\alpha_2}.$$

Другим интересным примером служит случай $\mu_2 = 1$, т. е. когда производная во втором звене двойного интегратора понимается в смысле Капуто. Тогда, действуя аналогично предыдущим выкладкам, можно свести систему (32) к уравнению:

$$\begin{aligned} q_1^{\pm l} = & \frac{\pm l}{\Gamma[\alpha_1+\alpha_2+1]} \left(\frac{\Gamma[\alpha_2+1](q_2^{\pm l}-s_2^0)}{\pm l} \right)^{\alpha_1/\alpha_2+1} + \\ & + \frac{s_2^0}{\Gamma[\alpha_1+1]} \left(\frac{\Gamma[\alpha_2+1](q_2^{\pm l}-s_2^0)}{\pm l} \right)^{\alpha_1/\alpha_2} + \\ & + \frac{s_1^0}{\Gamma[1-(1-\alpha_1)(1-\mu_1)]} \times \\ & \times \left(\frac{\Gamma[\alpha_2+1](q_2^{\pm l}-s_2^0)}{\pm l} \right)^{-(1-\alpha_1)(1-\mu_1)/\alpha_2}. \end{aligned}$$

На рис. 8 показаны граничные траектории, построенные в случае $\alpha_1 = 1$ и $\alpha_1 = 0,7$. Значения остальных параметров: $\alpha_2 = 0,5$, $\mu_1 = 0,7$. Видно, что

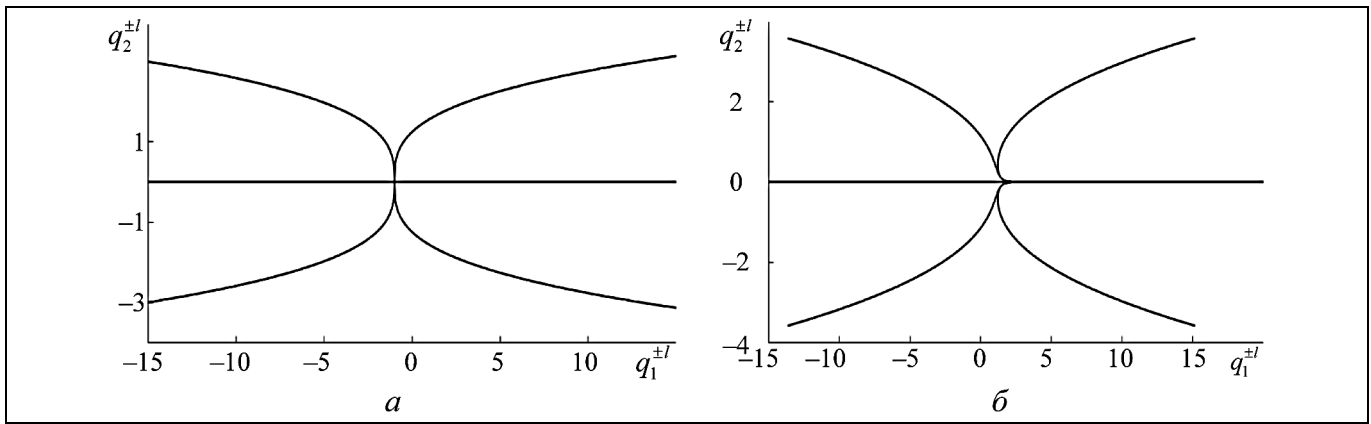


Рис. 8. Граничные траектории двойного интегратора Хильфера: $a - \alpha_1 = 1$; $b - \alpha_1 = 0,7$

в первом случае (рис. 8, *а*) граничные траектории по форме похожи на граничные траектории для двойного интегратора целого порядка [29] и двойного интегратора Капуто [14, 17]. В случае $\alpha_1 < 1$ траектории меняют поведение в окрестности начальной точки (рис. 8, *б*). При этом сохраняется отмеченная ранее [14] тенденция: граничные траектории двойного интегратора нецелого порядка (при $\alpha_{1,2} < 1$) ограничивают на фазовой плоскости область меньшей площади, чем граничные траектории двойного интегратора целого порядка (при $\alpha_{1,2} = 0$).

Далее рассмотрим фазовые траектории двойного интегратора Хильфера, соответствующие режиму оптимального управления. Будем полагать $q_2^T = s_2^0 = 0$. Подставив управление (30) в систему уравнений (19) при $N = 2$ и выполнив необходимые вычисления, получим:

$$\begin{cases} q_1(t) = \frac{s_1^0 t^{-(1-\alpha_1)(1-\mu_1)}}{\Gamma[1-(1-\alpha_1)(1-\mu_1)]} + \\ + \frac{s_2^0 t^{\alpha_1-(1-\alpha_2)(1-\mu_2)}}{\Gamma[\alpha_1+1-(1-\alpha_2)(1-\mu_2)]} - \frac{1}{1-2^{-\alpha_1/\alpha_2}} \times \\ \times \frac{c_1}{T^{\alpha_1+\alpha_2}} [t^{\alpha_1+\alpha_2} - 2(t-t')^{\alpha_1+\alpha_2} \Theta(t-t')], \\ q_2(t) = \frac{s_2^0 t^{-(1-\alpha_2)(1-\mu_2)}}{\Gamma[1-(1-\alpha_2)(1-\mu_2)]} - \frac{1}{1-2^{-\alpha_1/\alpha_2}} \times \\ \times \frac{c_1}{T^{\alpha_1+\alpha_2}} \frac{\Gamma(\alpha_1+\alpha_2+1)}{\Gamma(\alpha_2+1)} [t^{\alpha_2} - 2(t-t')^{\alpha_2} \Theta(t-t')], \end{cases} \quad (33)$$

где t' — точка переключения управления (30), $t' = T(1 - 2^{-1/\alpha_2})$, $\Theta(t)$ — функция Хевисайда. Не-

посредственным вычислением можно убедиться, что формулы (33) соответствуют конечным условиям (4) (учитывая, что рассматривается случай $q_2^T = s_2^0 = 0$).

Примеры фазовых траекторий, построенных по формулам (33), показаны на рис. 9. Начальные и конечные условия, а также значения входящих в формулы (33) параметров идентичны тем, что были взяты при расчетах выше. Видно, что поведение фазовых траекторий полностью аналогично случаям двойного интегратора Капуто [14, 17], Римана — Лиувилля [19] и Адамара [20]. При $\alpha_1 = 1$ (рис. 9, *а*) не наблюдается эффекта перерегулирования, а точка переключения управления (30) смещается ближе к конечной точке траектории при уменьшении показателя дробного дифференцирования во втором звене двойного интегратора. Кроме того, в данном случае траектории не зависят от параметра μ_1 , в чем можно убедиться, сделав соответствующую подстановку в формулах (33) (с учетом формул (21) при $N = 2$). В случае же $\alpha_1 < 1$ (рис. 9, *б*) наблюдается эффект перерегулирования: траектория выходит за пределы отрезка, соединяющего начальное и конечное состояния, совершает переключение вне этого отрезка и «возвращается» в конечное состояние. При этом эффект перерегулирования выражен тем сильнее, чем больше параметр μ_1 , что соответствует отмеченному ранее факту о более сильном проявлении перерегулирования для систем Капуто, чем для систем Римана — Лиувилля [19].

5. ПРИМЕРЫ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ ДРОБНОГО ПОРЯДКА С УПРАВЛЕНИЕМ

Рассмотренные выше модели применяются для описания ряда реальных систем, примеры которых приведены далее.

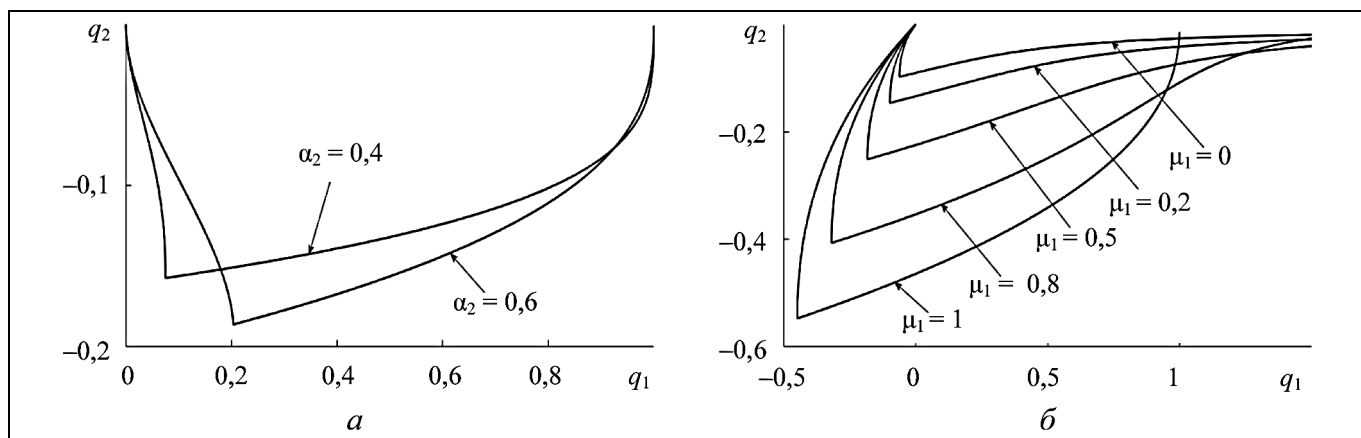


Рис. 9. Фазовые траектории двойного интегратора Хильфера в режиме оптимального управления: а — $\alpha_1 = 1$, разные α_2 ; б — $\alpha_1 = 0,5$, $\alpha_2 = 0,4$, разные μ_1

В работе [30, § 5.3] для описания поведения объекта управления (нагреваемого тела) в системе контроля температуры применялась модель одномерной линейной системы с управлением вида:

$$b_{10} D_t^{\alpha, \mu} q(t) + b_0 q(t) = u(t), \quad (34)$$

где b_0 , b_1 — коэффициенты. Рассмотрение проводилось для случая производной Капуто, т. е. $\mu_1 = 1$. На основе этой модели был построен ПД-контроллер дробного порядка и продемонстрирована его большая эффективность по сравнению с ПД-контроллером целого порядка.

Уравнение (34) лежит в основе многих моделей поведения релаксирующих сред [31, 32].

Например, данное уравнение связывает механическое напряжение и деформацию в вязкоупругих средах: в модели Фойхта функция $q(t)$ имеет смысл деформации, а $u(t)$ — напряжения, а в модели Максвелла — наоборот [32] (оператор дробного дифференцирования при этом может пониматься как в смысле Капуто, так и в смысле Римана — Лиувилля). В обоих случаях популярным примером служит задача об отклике системы на постоянное или кусочно-постоянное воздействие, которое может рассматриваться и как управление. Тогда уравнение (34) может описывать переход системы в заданное состояние под воздействием деформации, совершаемой пьезоактуатором, или создание в вязкоупругой среде («рабочем теле») заданной деформации пневматическим приводом, осуществляющим воздействие внешней силы. Полученные выше выражения для управлений (24)–(27) дают возможность рассчитать соответствующее воздействие, оптимальное по норме (абсолютной величине или мощности) или быстродействию.

Другим примером релаксации среды служит отклик неупорядоченного полупроводника, электрохимической ячейки или неоднородного диэлектрика на внешнее воздействие, например, приложение постоянного напряжения [31, 32], которое также может иметь смысл управляющего воздействия. Так, уравнение (34) при $b_0 = 0$ приводит к закону Кюри — фон Швайдлера — степенному спаду амплитуды возникающего тока через конденсатор при приложении к нему кусочно-постоянного напряжения; т. е. в данном случае работает модель одиночного интегратора, для которого может быть решена проблема моментов с функциями $g_i(t)$ и моментами c_i , заданными соответственно формулами (20) и (21) при $N = 1$. Такие интеграторы представляют собой звенья, из которых можно создавать цепочки или каскады, описываемые моделью N -кратного интегратора, разобранный выше. Кроме того, одиночный интегратор представляет собой модель поведения вязкоупругих сред, предложенную А.Н. Герасимовым и Г. Скотт-Блэром [32]. Такие элементы также могут объединяться в цепочки, поведение которых будет описываться моделью N -кратного интегратора.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены результаты исследования задачи оптимального управления динамическими системами дробного порядка, которые описываются уравнениями с производной Хильфера. Рассмотрена линейная стационарная одномерная система общего вида и два частных случая многомерной линейной стационарной системы (система общего вида с одинаковыми показателями дробного дифференцирования в каждом из уравнений и система типа N -кратного интегратора с разными показате-



лями дробного дифференцирования в каждом из уравнений). Задача сведена к l -проблеме моментов, для которой получены условия корректности и разрешимости. Получены аналитические решения задачи оптимального управления для рассматриваемых систем. Проанализированы свойства полученных решений и динамика изучаемых систем. Проведено сравнение результатов со случаем аналогичных систем, которые описываются такими же по форме уравнениями с производной Капуто, Римана — Лиувилля и Адамара.

Результаты работы могут быть полезны при исследовании задач оптимального управления динамическими системами нецелого порядка и выборе моделей и параметров конкретных систем с управлением.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бутковский А.Г., Постнов С.С., Постнова Е.А. Дробное интегро-дифференциальное исчисление и его приложения в теории управления. II. Дробные динамические системы: моделирование и аппаратная реализация // Автоматика и телемеханика. — 2013. — № 5. — С. 3—34.
2. Кубышкин В.А., Постнов С.С. Дробное интегро-дифференциальное исчисление и его приложения в теории управления. — М.: ИПУ РАН, 2014. — 154 с.
3. Kamocki R. Pontryagin maximum principle for fractional ordinary optimal control problems // Math. Meth. Appl. Sci. — 2014. — Vol. 37 (11). — P. 1668—1686.
4. Kamocki R., Majewski M. Fractional linear control systems with Caputo derivative and their optimization // Optimal Control Appl. Methods. — 2014. — Vol. 36, iss. 4. — doi: 10.1002/oca.2150.
5. Agrawal O.P. A General Formulation and Solution Scheme for Fractional Optimal Control Problems // Nonlin. Dyn. — 2004. — Vol. 38. — P. 323—337.
6. Frederico G.S.F., Torres D.F.M. Fractional Optimal Control in the Sense of Caputo and the Fractional Noether's Theorem // Int. Math. Forum. — 2008. — Vol. 3 (10). — P. 479—493.
7. Постнов С.С. Задачи оптимального управления для линейных систем дробного порядка, заданных уравнениями с производной Адамара // Доклады академии наук. — 2017. — Т. 476, № 2. — С. 143—147.
8. Hilfer R. Fractional time evolution // Applications of Fractional Calculus in Physics. — Singapore: World Scientific, 2000. — P. 87—130.
9. Hilfer R. Experimental evidence for fractional time evolution in glass forming materials // Chem. Phys. — 2002. — Vol. 284. — P. 399—408.
10. Saxena R.K., Mathai A.M., Haubold H.J. Computational solutions of unified fractional reaction-diffusion equations with composite fractional time derivative // Commun. Nonlin. Sci. Numer. Simulat. — 2015. — Vol. 27. — P. 1—11.
11. Vivek D., Kanagarajan K., Sivasundaram S. Dynamics and Stability Results for Hilfer Fractional Type Thermistor Problem // Fractal and Fractional. — 2017. — N 1. — Paper 5 (14 p.).
12. Agrawal O.P. Fractional variational calculus and the transversality conditions // J. Phys. A: Math. Gen. — 2006. — Vol. 39. — P. 10375—10384.
13. Постнов С.С. Исследование задачи оптимального управления для одиночного и двойного интеграторов дробного порядка с помощью метода моментов // Проблемы управления. — 2012. — № 5. — С. 9—17.
14. Кубышкин В.А., Постнов С.С. Задача оптимального управления линейной стационарной системой дробного порядка в форме проблемы моментов: постановка и исследование // Автоматика и телемеханика. — 2014. — № 5. — С. 3—17.
15. Кубышкин В.А., Постнов С.С. Исследование двух задач оптимального управления маятником дробного порядка с помощью метода моментов // Проблемы управления. — 2014. — № 3. — С. 14—22.
16. Кубышкин В.А., Постнов С.С. Задача оптимального управления для линейных распределенных систем дробного порядка // Вестник РУДН. Сер. Математика, физика, информатика. — 2014. — № 2. — С. 381—385.
17. Kubyshkin V.A., Postnov S.S. The optimal control problem for linear systems of non-integer order with lumped and distributed parameters // Discontinuity, Nonlinearity and Complexity. — 2015. — Vol. 4 (4). — P. 429—443.
18. Кубышкин В.А., Постнов С.С., Постнова Е.А. Оптимальное управление линейными системами нецелого порядка на основе метода моментов // Тр. XVII междунар. конф. «Проблемы управления и моделирования в сложных системах» / Самарский научный центр РАН. — Самара, 2015. — С. 460—471.
19. Kubyshkin V.A., Postnov S.S. Optimal Control Problem Investigation for Linear Time-Invariant Systems of Fractional Order with Lumped Parameters Described by Equations with Riemann-Liouville Derivative // J. of Control Science and Engineering. — 2016. — Vol. 2016. — Article ID 4873083 (12 p.).
20. Postnov S. Optimal control problem for linear fractional-order systems, described by equations with Hadamard-type derivative // J. of Physics: Conference Series. — 2017. — Vol. — 918, iss. 1, 012026 (21 p.).
21. Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J. Theory and applications of fractional differential equations. — Amsterdam: Elsevier, 2006. — 541 p.
22. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. — М.: Наука, 1976. — 544 с.
23. Бутковский А.Г. Методы управления системами с распределенными параметрами. — М.: Наука, 1975. — 568 с.
24. Красовский Н.Н. Теория управления движением. — М.: Наука, 1968. — 476 с.
25. Чикрий А.А., Матичин И.И. О линейных конфликтно управляемых процессах с дробными производными // Тр. ИММ УрО РАН. — 2011. — Т. 17, № 2. — С. 256—270.
26. Фельдбаум А.А. Оптимальные процессы в системах автоматического регулирования // Автоматика и телемеханика. — 1953. — Т. 14, № 6. — С. 712—728.
27. URL: <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/8738-mittag-leffler-function> (дата обращения 2.04.2014).
28. Shampine L.F. Vectorized Adaptive Quadrature in MATLAB // J. Comp. Appl. Math. — 2008. — Vol. 211. — P. 131—140.
29. Бутковский А.Г. Фазовые портреты управляемых динамических систем. — М.: Наука, 1985. — 136 с.
30. Caponetto R., et al. Fractional Order Systems. Modelling and Control Applications. — Singapore: World Scientific, 2010. — 195 p.
31. Учайкин В.В. Метод дробных производных. — Ульяновск: Артишок, 2008. — 512 с.
32. Podlubny I. Fractional Differential Equations. — San Diego: Academic Press, 1999. — 341 p.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Е.Я. Рубиновичем.

Постнов Сергей Сергеевич — канд. физ.-мат. наук, науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва,
✉ postnov.sergey@inbox.ru.

ОБОБЩЕННЫЕ СТОХАСТИЧЕСКИЕ СЕТЕВЫЕ ГРАФИКИ С НЕСТАНДАРТНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СВЕРШЕНИЯ СОБЫТИЙ

Н.Н. Иванов

Понятие обобщенного сетевого графика расширено допущением включения в эти графики вершин с нестандартными дисциплинами свершения событий в целях предоставления этим вершинам возможностей управлять различного рода динамическими процессами, протекающими в сетевых графиках. Рассмотрены общие принципы конструктивного описания сетевых графиков с подобными вершинами, которое может служить основой для проведения их статистического анализа.

Ключевые слова: обобщенный стохастический сетевой график, критический путь, дисциплина свершения события, время выполнения сетевого графика.

ВВЕДЕНИЕ

Операционные системы вычислительных систем, управляющих техническими объектами в реальном времени (ОСРВ), помимо чисто синхронизационных функций, сводящихся к реализации сборок по «И» и «ИЛИ» для программных модулей управляющих комплексов, могут выполнять и другие функции управления, в первую очередь, обеспечивающие выполнение задач за время, не превосходящее директивный порог. Требуют решения с помощью ОСРВ и другие задачи управления, которые ставятся в соответствии с техническим регламентом. Такие функции по большей части не могут моделироваться обобщенными стохастическими сетевыми графиками (ОССГ) в силу ограниченности арсенала средств управления у последних. Шаг в направлении пополнения этого арсенала сделан в работе [1], в которой в ОССГ, моделирующий систему реального времени, допускалось введение управляющих дуг. Активация этих дуг может влиять на время выполнения моделирующего ОССГ. Введение таких дуг и подбор их параметров позволяет пользователю на стадии проектирования систем реального времени оценить их роль в обеспечении временной надежности этих систем.

В настоящей работе упор делается на введение в ОССГ особых вершин, которые также могут стать средством расширения моделирующих возможностей ОССГ и решения с их помощью задач, которые интересны пользователям и не могут быть

решены с помощью традиционных моделей, имеющих в своей основе стандартные сетевые графики.

Цель работы — показать на ряде примеров возможности создания особых вершин ОССГ с нестандартными дисциплинами свершения событий, ассоциированных с этими вершинами, и дать общее конструктивное описание алгоритма, позволяющего для заданного набора случайных времен прохождения дуг находить критический путь и время его прохождения.

Этот алгоритм в дальнейшем может быть положен в основу программ, на которых строится статистический метод анализа ОССГ с подобными особыми вершинами, который может проводиться при заданных законах распределения случайных времен прохождения дуг и позволяющий оптимизировать параметры графиков в целях достижения необходимых показателей моделируемых систем реального времени.

На ряде примеров проиллюстрированы возможности предлагаемых в работе приемов анализа ОССГ со специальными вершинами. При этом не ставилась цель представления всех вариантов таких вершин. Пользователь, применяя описанный подход, может создавать иные типы особых вершин с требуемой дисциплиной свершения событий, ассоциированных с ними, и методом статистических испытаний их оптимизировать.

1. ПРИМЕРЫ ОБОБЩЕННЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СЕТЕВЫХ ГРАФИКОВ С ОСОБЫМИ ВЕРШИНАМИ

Привлечение сетевых графиков в качестве инструмента анализа поведения систем реального



времени обусловлено их чрезвычайной простотой (в сравнении, например, с сетями Петри) и наглядностью. Однако в существующем виде ОССГ представляют собой лишь примитивную основу для моделирования управляющих воздействий ОСРВ и не могут отразить все многообразие этих воздействий. Отсюда актуальна задача расширения изобразительных возможностей ОССГ с целью их приближения к механизмам функционирования ОСРВ. В силу многообразия этих механизмов не представляется возможным создать такую версию ОССГ, которая могла бы привлекаться для моделирования в каждом встречающемся на практике случае. Речь должна идти об универсальном методе включения в ОССГ таких дополнительных возможностей, которые могли бы разрабатываться пользователем самостоятельно применительно к каждому конкретному варианту ОСРВ.

В работе рассматривается путь расширения функциональных возможностей ОССГ, опирающийся на поведенческие свойства входных дуг для некоторых особых вершин. Времена прихода входных дуг и, следовательно, времена окончания действия некоторых управляющих команд и ответных реакций на них со стороны управляемого объекта могут служить входной информацией для ОСРВ и, соответственно, служить исходной информацией для ОССГ, моделирующего процесс управления.

Далее рассматривается ряд примеров специальных вершин с нестандартными дисциплинами свершения событий, которые могут встретиться в ОССГ, моделирующих процессы управления в системах реального времени. Отметим, что свершение событий, ассоциированных с этими вершинами, может происходить только на основе текущего состояния временных процессов прохождения входных дуг.

1.1. Вершины типа RUNTIME

В ОССГ могут быть включены особые вершины, предназначенные для контроля времени прихода в эти вершины с целью внесения корректив в динамику выполнения графика. В работе [1] этой цели служили управляющие дуги, активация которых изменяла условия свершения событий, ассоциированных с вершинами, в которые они входили, на такие, при которых происходило свершение этих событий в более ранние сроки по сравнению со стандартными. В настоящей работе предлагается иной тип воздействия на динамику выполнения ОССГ, связанный с изменением времени прохождения дуг, исходящих из особой вершины. Это изменение в сторону уменьшения может быть вызвано ОСРВ алгоритмическим способом с помощью разных средств (уменьшения учитываемых пара-

метров, понижения точности счета, уменьшения числа итераций и др.).

Вершины типа RUNTIME могут быть как типа «И», так и типа «ИЛИ». Управляющее воздействие активируется в том и только в том случае, если время свершения события по заданной дисциплине («И»/«ИЛИ») превосходит заданную константу (τ — runtime constant).

1.2. Вершины типа SEQUENCE

Для этих вершин предполагается, что во время выполнения ОССГ приход входных дуг в некоторую вершину должен происходить в заранее установленном порядке. Соответственно этому порядку упорядочены входящие дуги в вершину типа SEQUENCE. Если этот порядок нарушается, что должно происходить с вероятностью, не превышающей заданную величину, то выполнение ОССГ каким-то образом корректируется (например, прерывается). Эта вероятность может быть определена в ходе статистических испытаний, и на их основе могут быть внесены корректирующие изменения во времена прохождения отдельных дуг.

1.3. Вершины типа I_k

Дисциплиной свершения событий — как бы промежуточной между дисциплинами «И» и «ИЛИ» — может служить описываемая далее дисциплина « I_k ». Событие, происходящее по этой дисциплине, наступает после прихода по времени первых k дуг в соответствующую данному событию вершину, где $1 < k < n$, n — число входящих в эту вершину дуг.

1.4. Вершины типа PRIORITY

Вершина типа PRIORITY вводится в тех случаях, когда свершение каких-либо двух событий 1 и 2 (им соответствуют вершины u_1 и u_2 , не связанные отношением следования ψ , при этом u_2 — особая вершина) не может произойти одновременно в пределах некоторого назначенного промежутка времени. При этом событию 1 может быть отдан приоритет так, что в случае его свершения событие 2 не может свершиться ранее, чем через определенный промежуток времени τ после свершения события 1. Что касается события 2, то его свершение может состояться беспрепятственно в случае, оговоренном выше, а также в том случае, если событие 1 еще не свершилось.

Приведенное определение относится к случаю одностороннего приоритета. При необходимости оно может быть применено и по отношению к двустороннему приоритету, для которого событию 2 может быть отдан приоритет так, что в случае его свершения событие 1 не может свершиться

ранее, чем через определенный промежуток времени σ после свершения события 2.

Вершины, по отношению к которым может быть введен приоритет, могут быть типа «И» или «ИЛИ», но в случае возникновения условий, связанных с введением приоритета, события в них свершаются с временной задержкой.

2. АЛГОРИТМЫ АНАЛИЗА ОБОБЩЕННЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СЕТЕВЫХ ГРАФИКОВ С ОСОБЫМИ ВЕРШИНАМИ

Конструктивное описание алгоритмов построения критических путей и времени их прохождения в ОССГ с нестандартными дисциплинами свершения событий, рассматриваемое ниже, основывается на применении псевдокодов, созвучных с языками программирования C, Pascal и Java [2]. Названия алгоритмов, соответствующих ОССГ с особыми вершинами, определяются названиями этих специальных вершин.

Далее приняты следующие общие обозначения для всех приводимых в работе алгоритмов: $V[G]$ — множество вершин ОССГ; (v, u) — дуга, соединяющая вершины v и u в указанном порядке; $Adj[u]$ — множество всех непосредственных последователей вершины u ; $d[v]$ — время прихода в вершину v ; $\pi[v]$ — непосредственный предшественник вершины v такой, что дуга $(\pi[v], v)$ вызвала изменение времени $d[v]$; $w(v, u)$ — время прохождения дуги (v, u) ; s — начальная вершина, r — конечная вершина ОССГ.

В основе алгоритмов лежит топологическая сортировка множества $V[G]$, которая заключается во введении на этом множестве отношения ϕ линейного порядка, покрывающего частичный порядок ψ , определяемый ОССГ, $u\psi v \Rightarrow u\phi v$, $u, v \in V[G]$. Если разместить все вершины графика на прямой в соответствии с линейным порядком ϕ , то все стрелки сетевого графика окажутся направленными слева направо. Топологическая сортировка в указанном смысле будет обозначаться в тексте алгоритмов как процедура SORTING. Процедура сортировки достаточно подробно описана в работе [2]. Все описываемые далее алгоритмы начинаются с вызова этой процедуры.

Каждый алгоритм последовательно просматривает вершины графика в соответствии с линейным порядком ϕ так, что при просмотре все цепочки дуг, ведущие из начального состояния в просматриваемое, пройдены. Этим обеспечивается выполнение условий для свершения событий, ассоциированных с этими вершинами, при этом алгоритм располагает временем прихода последней из входных дуг (для вершин типа «И») или первой по времени дуги (для вершин типа «ИЛИ»).

Следующая процедура, вызов которой требуется во всех алгоритмах, это процедура инициализации, которая будет обозначаться как INITIALIZE. Стандартный вид процедуры:

```
INITIALIZE
1   $d[s] \leftarrow 0$ 
2  for  $\forall v \in V[G]$  do
3    if  $v$  типа «И»
4      then  $d[v] \leftarrow 0$ 
5    if  $v$  типа «ИЛИ»
6      then  $d[v] \leftarrow \infty$ 
7     $\pi[v] \leftarrow \text{NIL}$ .
```

После присвоения всех начальных значений переменным, задействованным в каждом алгоритме, начинается просмотр всех вершин $V[G]$ основной программой с привлечением следующих стандартных процедур.

Если просматриваемая вершина особая, то для нее в первую очередь должна быть вызвана процедура CONTROL. Эта процедура уникальна для каждого типа особых вершин.

Следующие две процедуры применяются для не особых вершин, однако имеются исключения, например, для вершин типа RUNTIME и PRIORITY (см. выше § 1).

RELAX (u, v, w) (применяется для вершин типа «ИЛИ»)

```
1  if  $d[v] > d[u] + w(v, u)$ 
2    then  $d[v] \leftarrow d[u] + w(v, u)$ 
3     $\pi[v] \leftarrow u$ .
```

INCREASE (u, v, w) (применяется для вершин типа «И»; вершины, имеющие одну входную дугу, отнесены к вершинам типа «И»)

```
1  if  $d[v] < d[u] + w(v, u)$ 
2    then  $d[v] \leftarrow d[u] + w(v, u)$ 
3     $\pi[v] \leftarrow u$ .
```

Если $\pi[v] = \text{NIL}$, то предшественник не определен, если же $\pi[v] \neq \text{NIL}$, то обращенная цепочка $r, \pi[r], \pi[\pi[r]], \dots, s$ будет представлять собой критический путь, при этом $d[r]$ — время прохождения критического пути.

Теперь алгоритм может быть представлен в виде следующей последовательности процедур.

DAG_LONGEST_PATHS

```
1  SORTING
2  INITIALIZE
3  for всех  $u \in V[G]$  (в установленном линейном порядке  $\phi$ ) do
4    if  $u$  — особая вершина
5      then CONTROL
6    for  $v \in Adj[u]$  (для всех последователей вершины  $u$ ) do
7      if  $v$  имеет тип «ИЛИ»
8        then RELAX ( $u, v, w$ )
9      if  $v$  имеет тип «И»
10       then INCREASE ( $u, v, w$ )
11  Время выполнения сетевого графика  $T \leftarrow d[r]$ .
```



Все описываемые алгоритмы используют в качестве входной информации набор случайных времен прохождения дуг, получаемых с помощью генераторов случайных чисел с заданным распределением. Выбор вида этого распределения не принципиален и определяется пользователем. Предпочтительнее ограниченное нормальное распределение, поскольку генерация нормально распределенных случайных векторов весьма проста и допускает зависимость между компонентами в соответствии с корреляционной матрицей [3].

Для рассмотренных выше четырех типов особых вершин процедуры CONTROL могут быть записаны в следующей форме.

В алгоритме RUNTIME процедура CONTROL имеет вид:

CONTROL (u, τ) (u — особая вершина, τ — runtime constant)

```

1 if  $d[u] > \tau$ 
2   then for всех  $z \in Adj[u]$ 
3     do  $w(u, z) \leftarrow w(u, z)/k[u]$ .
```

Примечание. Постоянная $k[u]$ может быть назначена произвольно, $k[u] > 1$. В данном случае $k[u]$ постоянная величина для всех исходящих из вершины u дуг, но в общем случае ее значение может быть выбрано для каждой исходящей из вершины u дуги.

Процедура управления особой вершиной в алгоритме SEQUENCE:

CONTROL ($u, d_i[u]$)

```

1 if  $d_n[u] < \dots < d_1[u]$ 
2   then  $d[u] \leftarrow d_1[u]$ 
3      $\pi[u] \leftarrow z_1$ 
4 else  $\pi[u] \leftarrow \text{NIL}$ 
5    $Adj[u] \leftarrow \{r\}$  (выполнение ОССГ остановлено)
6    $d[r]$  не определен (критический путь не существует)
```

Примечание. $d_i[u]$ — время прихода входной дуги (z_i, u) в вершину u , $d_i[u] = d[z_i] + w(z_i, u)$.

В этом алгоритме может контролироваться порядок прихода некоторого собственного подмножества дуг, входящих в особую вершину.

В алгоритме «И_k» процедура CONTROL принимает вид:

CONTROL ($u, d_i[u], k$)

```

1 сортировка по возрастанию величин  $d_i[u]$ 
  ( $d_i[u]$  имеет тот же смысл, что и в алгоритме SEQUENCE,  $1 < k < n$ )
2  $d[u] \leftarrow d_k[u]$ 
3  $\pi[u] \leftarrow u_k$ .
```

Алгоритм PRIORITY в случае одностороннего приоритета содержит в себе следующую процедуру (сортировка вершин при этом предполагает, что $u_1 < u_2$):

CONTROL ($u, d[u_1], d[u_2], \tau$)

```

1 if  $d[u_1] < d[u_2] < d[u_1] + \tau$ 
2   then  $d[u_2] \leftarrow d[u_1] + \tau$ 
3      $\pi[u_2] \leftarrow u_1$ .
```

Отношения приоритета между вершинами u_1, u_2 и u_2, u_1 являются взаимоисключающими. Поэтому для двустороннего приоритета потребуется выполнение программы анализа при одном и том же наборе случайных времен прохождения дуг ОССГ для двух топологических сортировок вершин $V[G]$, у которых $u_1 < u_2$ и $u_2 < u_1$. Критическим путем следует назначить наидлиннейший путь из двух получаемых при этих сортировках.

3. ПРИМЕР

Статистические испытания ОССГ, приведенного на рисунке, проводились программно в соответствии с алгоритмами моделирования, описанными в § 1 и 2. Эти испытания проводились для независимых нормальных распределений при уровнях значимости, определяемых «правилом трех сигм». Далее величины m_{ij} и d_{ij} представляют собой математические ожидания и дисперсии времен прохождения дуг, соединяющих вершины с номерами i и j :

$$m_{01} = 5, \quad m_{02} = 3\sqrt{2}, \quad m_{12} = m_{23} = 9, \quad m_{13} = m_{34} = 6,$$

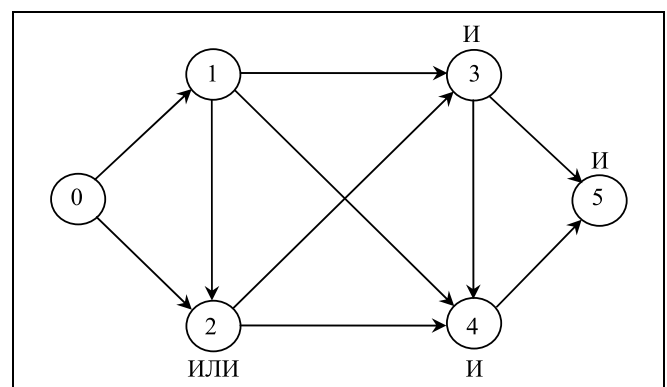
$$m_{14} = m_{24} = 6\sqrt{2}, \quad m_{35} = m_{45} = 3,$$

$$d_{01} = d_{02} = d_{12} = d_{13} = d_{14} = d_{23} = d_{24} = d_{34} = d_{35} = d_{45} = 1.$$

Времена прохождения дуг моделировались по методике, описанной в работе [3], с помощью двумерных изотропных векторов.

Во всех режимах в качестве особой вершины рассматривалась вершина 4. В режиме ТЕСТ никаких ограничений на дисциплины свершения событий в вершине 4 не накладывалось.

Временной параметр RT вершины 4 в режиме RUNTIME принимал значение, равное 24 (время свершения события, соответствующего вершине 4, не должно было превышать 24, при этом в случае невыполнения



Пример обобщенного стохастического сетевого графика

этого требования время прохождения дуги 45 уменьшалось в два раза).

Режим SEQUENCE происходил без останова выполнения программы для двух (из шести возможных) допустимых последовательностей прихода дуг в вершину 4: {14, 24, 34} и {24, 14, 34}.

В режиме I_k для вершины 4 было принято $k = 2$.

Режим PRIORITY для одностороннего приоритета рассматривался для вершины 3 по отношению к вершине 4 с временной константой задержки, равной 3 усл. ед. времени. Вершина 4 при этом имела тип «И» по отношению к входным дугам 14 и 24. Дуга 34 в этом режиме имела время прохождения $\tau = 3$ и инициализировалась лишь в случае, если $0 < d[4] - d[3] < 3$.

Для всех рассмотренных режимов испытания проводились для одного и того же набора случайных векторов времен прохождения дуг.

Результаты проведенных экспериментов сведены в таблицу, где m — оценка среднего времени выполнения ОССГ без ограничений на дисциплину («И») свершения события, соответствующего вершине 4 (второй столбец) и с ограничениями в соответствии с указанными режимами (столбцы 3–6), σ — среднее квадратическое отклонение этого времени, Δ — ширина интервала доверия для m при уровне значимости $\alpha = 0,05$ и числе прогонов 10^6 , P_i — относительная частота i -го пути, при этом пути, обозначенные номерами проходимых вершин, упорядочены: 1 — 0135, 2 — 0235, 3 — 0145, 4 — 0245, 5 — 01235, 6 — 02345, 7 — 01245, 8 — 01345, 9 — 012345. $T_{\max}$ — максимальное время выполнения сетевого графика с указанием критического пути, на котором это значение достигнуто, по всем прогонам. В последних двух строках приведены относительные частоты P_{RT} и P_{SEQ} невыполнения условий режимов RUNTIME и SEQUENCE соответственно.

Строки, соответствующие путям 5, 7 и 9, удалены во всех режимах, поскольку все величины в них равны нулю.

Как видно из таблицы, режимы TEST, RUNTIME и SEQUENCE дают достаточно близ-

кие значения оценок среднего времени выполнения ОССГ, среднее квадратическое отклонения, интервалов доверия и относительных частот критических путей.

Для режима RUNTIME, имеющего целью не допустить превышение директивного времени выполнения ОССГ (30 усл. ед. времени), удовлетворительный результат был получен при $RT = 24$, при этом параметр $T_{\max}$ принял значение 29,69 при относительной частоте включения режима RUNTIME, равной $P_{RT} = 2,5 \cdot 10^{-3}$. Отметим, что уменьшение времени прохождения дуги 45 в 1,3 раза при включении режима RUNTIME также позволяло не допустить превышения директивного времени, при этом время $T_{\max}$ принимало значение 29,74.

В режиме SEQUENCE, полагая $m_{14} = m_{24} = 5\sqrt{2}$ (против первоначального значения $6\sqrt{2}$), можно добиться снижения значения P_{SEQ} до $4,5 \cdot 10^{-5}$, т. е. почти в 25 раз.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен новый тип сетевых графиков — обобщенные стохастические сетевые графики с вершинами, как традиционными, функционирующими в соответствии с дисциплинами «И» и «ИЛИ», так и специальными, функционирующими по особым правилам. Рассмотрены в качестве примеров четыре типа таких вершин и соответствующие им дисциплины свершения событий.

Предложена стандартная форма конструктивного описания алгоритма нахождения критического пути и времени его прохождения для любого из рассмотренных в статье типов особых вершин, а также для других возможных типов этих вершин, включаемых пользователями в обобщенные стохастические сетевые графики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов Н.Н. Обобщенные стохастические сетевые графики с управляющими дугами // Проблемы управления. — 2017. — № 6. — С. 15–18.
2. Кормен Х., Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ: 2-е изд. — М.: Вильямс, 2005. — 1296 с.
3. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. — М.: Наука, 1982. — 296 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Бурковым.

Иванов Николай Николаевич — д-р техн. наук, ст. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ niknivan@ipu.ru.

Результаты экспериментов

Параметр	Режимы				
	TEST	RUNTIME	SEQUENCE	I_2	PRIORITY
m	22,37	22,37	22,37	17,51	18,45
σ	1,89	1,89	1,89	1,37	1,93
Δ	$7,4 \cdot 10^{-3}$	$7,4 \cdot 10^{-3}$	$7,4 \cdot 10^{-3}$	$5,3 \cdot 10^{-3}$	$7,5 \cdot 10^{-3}$
P_1	~0	~0	~0	0,0224	0,0161
P_2	0,0001	0,0001	0,0001	0,3665	0,1292
P_3	0,0011	0,0011	0	0,4353	0,3865
P_4	~0	~0	0	0,1747	0,1293
P_6	0,8712	0,8712	0,8721	0,0006	0,3289
P_8	0,1276	0,1276	0,1278	0,0005	0,01
$T_{\max}$	31,76/6	29,74/6	31,76/6	25/3	26,81/6
P_{RT}	—	$2,5 \cdot 10^{-3}$	—	—	—
P_{SEQ}	—	—	$1,11 \cdot 10^{-3}$	—	—

ПРОРЫВНОЕ СИТУАЦИОННОЕ УПРАВЛЕНИЕ¹

В.П. Бауэр, А.А. Зацаринный, Н.И. Ильин, К.К. Колин, В.Е. Лепский,
Г.Г. Малинецкий, А.Н. Райков, С.Н. Сильвестров

Отмечено, что классический подход к ситуационному управлению опирается преимущественно на возможности логико-лингвистических моделей, искусственного интеллекта, дедуктивного и индуктивного вывода, нейронных и экспертных систем. Показано, что сейчас особую актуальность приобретают вопросы социально-гуманитарного и когнитивного характера, быстрого согласования коллективных решений в самоорганизующейся среде, гражданского и экспертного участия. Обоснован рост сложности семантик моделей: они возрастают не в разы, а на порядки. Предложена новая — прорывная — парадигма ситуационного управления, в которой система распределенных ситуационных центров развития становится основной институциональной и цифровой платформой для поддержки коллективных процессов консолидации участников на всех уровнях управления.

Ключевые слова: когнитивные семантики, самоорганизация, ситуационное управление, стратегическое планирование, ситуационные центры развития, системы поддержки решений.

ВВЕДЕНИЕ

Классический подход к ситуационному управлению сложился во второй половине прошлого века. Его разработка уже тогда опиралась на возможности искусственного интеллекта (ИИ), неклассических логик, нейронных и экспертных систем. Акцент в основном делался на представлении знаний об объекте управления и способах управления на уровне логико-лингвистических моделей, применении немонотонного, дедуктивного и индуктивного вывода для построения многошаговых решений [1, 2].

По воздействию на сферу применения все технологии можно разделить [3] на:

— инкрементальные — предполагают небольшие изменения в продуктах и услугах;

— прорывные, подрывные (*disruptive*) — относятся к весомым технологическим достижениям, которые продвигают продукт или услугу впереди конкурентов, меняют бизнес-модель, выводят на рынок совсем новое ценностное предложение.

— меняющие правила игры — меняют рынки и даже общество, радикально оказывают влияние на то, как люди действуют, думают и чувствуют.

В настоящее время цифровая трансформация деятельности общества подразумевает концентрацию усилий на внедрении таких технологических новшеств, которые порождают качественно новую синергию и дают прорывной, подрывной эффект. Этот эффект может измеряться скачкообразным ростом конкурентоспособности продукции на мировых рынках, динамичным улучшением качества жизни людей, созданием принципиально новых устройств и быстрым отмиранием старых, видимым повышением значения «индекса счастья» и пр. Прорывные технологии трансформируют секторы экономики, границы между отраслями размываются, взаимодействие участников все больше становится горизонтальным, деятельность ученых и инженеров становится все более междисциплинарной. Сближение отраслей открывает огромные возможности для развития организаций. Например, автомобильные компании инвестируют в приложения для совместного использования поездок, а банки работают с финтех, чтобы развиваться с учетом флюктуирующих изменений потребностей потребителей.

Кардинально изменяются концептуальные подходы к проведению научных исследований. Суть

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 17-18-01326.

изменений в том, что значимые научные результаты могут быть получены на основе анализа больших данных в конкретной предметной области (такие массивы уже накоплены в астрономии, физике высоких энергий, биоинформатике, мониторинге и моделировании климата в геонауках, в исследованиях на основе численного моделирования и др.) [4]. Вместе с тем есть риск, что анализ больших данных выведет на экстраполяционные решения, ведь нейронные сети и статистические модели в своих перспективных решениях опираются на предыдущий опыт. А для получения прорывного решения иногда надо от прошлых привычек отказаться.

Основные причины возникновения препятствий на пути реализации прорывных технологий лежат в инерционности мышления, диктате сложившихся нормативных правил, ограниченной возможности ломки междисциплинарных барьеров, необходимости ломки институтов, потребности увольнения людей, переносе акцентов с решения прямых задач на обратные и многом другом. Примерами таких технологий служат социальные сети, сетевые экспертизы, смартфоны, туманные вычисления, блокчейн, квантовая когнитивистика, оптические компьютеры, голографические процессоры и др. Однако некоторые из перечисленных технологий пока очень избирательно обсуждаются и только в узких научных сообществах.

В связи с запуском в России программы цифровой экономики и интенсификацией обсуждения связанных с ней вопросов идет процесс наращивания ожиданий в получении социально-экономического эффекта. Однако отметим, что значения ожидаемого эффекта от цифровизации меняются в положительную сторону скорее линейно, чем полиномиально, а изменения в сторону улучшения экономической обстановки оцениваются, в лучшем случае, в нескольких процентах, а не в разгах.

Вместе с тем складывающаяся рыночная ситуация подразумевает необходимость принципиальной смены управленческих правил игры. Явно требуется решение проблем обеспечения прорывного роста экономики, значительного повышения показателей качества жизни и производительности труда. Очевидно, что одними технологическими и цифровыми приемами, пассивной диффузией научных и инженерных новшеств эти проблемы не решить. Необходимо всестороннее, с участием различных дисциплин, включая философию, психологию, математику, физику, биологию и другие науки, переосмысление подходов и методов к ситуационному управлению.

При проведении цифровой трансформации приоритет стоит отдавать, прежде всего, институциональным построениям, социально-гуманитарному и когнитивному аспектам в управлении, уси-

лению внимания к вопросам гражданского и экспертного участия в принятии решений. При таких приоритетах сложность создания систем ситуационного управления и поддержки решений возрастает многократно. Классические, логико-лингвистические и дедуктивные подходы здесь перестают эффективно работать, требуются принципиально новые адекватные методы управления и принятия решений. Даже эффективность таких инструментов, как анализ больших данных ставится под сомнение. Ведь методология большинства уже ставших классическими подходов опирается на экстраполяцию прошлого опыта, а подрывная технология больше напоминает футуризм, принцип которого состоит в отказе от прошлого.

Важным фактором успеха в решении вопросов государственного, муниципального и корпоративного менеджмента в таких условиях может стать и смена парадигмы ситуационного управления, заключающаяся в смене акцентов с инкрементального улучшения классического подхода на прорывное изменение подхода. Незаменимым условием, инструментом и одновременно институциональной средой такой смены, по мнению авторов этой работы, становится акцентирование основного внимания на субъективном, гуманитарном компоненте ситуационного управления. Как показано в настоящей работе, сложность решаемых задач при этом возрастает не в разы, а на десятки порядков и, главное, не описывается традиционными методами теории формальных систем и логико-лингвистическими конструкциями. Технологическим базисом реализации этой парадигмы может стать Система распределенных ситуационных центров развития [4]. Ее создание представляется в форме цифровой платформы, эффективно интегрирующей множество «сквозных» технологий для обеспечения национальной безопасности, эффективного государственного планирования и проведения прорывной экономической политики.

1. НОВЫЕ ВЫЗОВЫ И СУБЪЕКТНОСТЬ ПРОРЫВНОГО СИТУАЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ

Развитие сложившихся подходов к созданию современных систем управления в настоящее время вынуждено считаться с новыми вызовами, к которым стоит отнести следующие требования времени [5, 6].

Классическое стратегическое управление перестает работать. На рынке побеждает тот, кто быстрее всех предложит отличное от других решение. Стратегическое планирование становится очень амбициозным, цели нечеткими и виртуальными, и далеко не всегда формирование целей идет от пролонгации сложившихся рыночных тенденций.



Потребность учета некаузального субъективного фактора при осуществлении коллективного ситуационного управления и подготовки решения. Группа людей принимает правильное, но беспричинное решение, в определенный момент обсуждения проблемы наступает коллективный инсайт [7].

Рынки становятся неустойчивыми, флюктуирующими, потребительские требования в различных сегментах рынка могут вести себя непредсказуемо, например, меняться более чем на 30% в течение недели или месяца. Традиционные технологии исследования потребностей динамически сегментируемого рынка перестают работать. Это, в частности, обуславливается кризисными изменениями внешней среды субъектов хозяйствования [8, 9].

Необходимость формирования безальтернативного решения проблем без применения традиционного многокритериального выбора. Руководитель знает правильное решение, только он не всегда способен объяснить его коллективу, а директивность поручений снижает мотивацию исполнения. Задача становится обратной, решение у руководителя уже есть, только надо совместно и убедительно для всех участников команды построить путь к его исполнению.

Задачи анализа уступают место задачам синтеза. Причем, если первые носят характер дивергентный (расходящийся) и требуют генерации множества идей, то вторые должны носить конвергентный (сходящийся) характер, когда сборка решения из множества частей обеспечивает его целостность, полноту и корректность учета множества сгенерированных факторов.

Очень редко удается построить формализованную модель объекта. Это реально для физических и технических систем и проблематично для социально-экономических и социально-технологических объектов, коллективных субъектов.

Размерность пространства представления ситуации может быть очень велика или даже достигать бесконечности. Величины, необходимые и для прогноза, и для управления в социальных, экономических, технологических системах трудно измерить в режиме реального времени. От парадигмы 4-мерного «пространства-времени» возможен переход к бесконечномерному пространству состояний.

Потребность в применении схем и технологий поддержки когнитивных (мыслительных, медитативных, эмоциональных) аспектов в процессах самоорганизации групп людей (коллективных субъектов), находящихся на разных уровнях управления и работающих в сетевой среде, с обеспечением ускоренного согласования решений, в том числе стратегических. Сложность задачи возрастает, как

уже отмечено выше, не в разы, а на десятки порядков.

Необходимость разработки и учета этических регуляторов (например, этических кодексов) и культурных традиций в процессах принятия коллективных решений. Отсутствие таких регуляторов служит причиной фрагментации целостности и дивергентности управленческой деятельности и, как следствие, снижения уровня безопасности объектов управления.

Совокупность перечисленных вызовов порождает актуальную потребность в постановке и решении широкого спектра проблем в полисубъектной среде. Полисубъектность отражает способность к глубинному осознанию субъект-субъектных отношений, групповую креативность, устремленность к самоорганизации и саморазвитию. Адекватный ответ на эти вызовы подразумевает необходимость формирования новой философии и психологии ситуационного управления при холистической активизации совместных междисциплинарных исследований в области физики, математики, нейрофизиологии, биологии и др. Весомым фактором ситуационных перемен становится цифровизация.

2. ЦИФРОВИЗАЦИЯ СИТУАЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ

В условиях цифровизации экономики в настоящее время в России идет разработка множества разноликих информационных систем. В государственном реестре информационных систем их зафиксировано порядка 350. Существует также примерно 57 тыс. зарегистрированных в государственном реестре документов стратегического планирования, разработано 23 тыс. схем территориального планирования и 111 тыс. административных регламентов.

В этом контексте и в рамках становления в стране стратегического планирования явно наблюдается попытка создания единого и целостного правового и методологического базиса для интеграции и обеспечения синергии воздействия на социально-экономическую ситуацию работ по всем перечисленным компонентам, построения для этого некой системы систем цифровых платформ и «сквозных» технологий.

Для поддержки принятия коллективных решений в сложных ситуациях требуется семантическая интероперабельность и создание единого пространства доверия. Иначе барьеры, стоящие на пути взаимопонимания участников решений, приведут к замедлению принятия решений, невозможности обеспечения их прорывного характера.

В таких условиях пространство измерений различных ситуаций приобретает мощность континуума. Один только учет фактора коллективного бес-

сознательного состояния заставляет обратиться к неклассическим аналогиям оперирования состояниями, погружаемыми в бесконечномерные пространства. На эти состояния влияют как макроэкономические факторы, определяющие экономическую динамику, так и атомарные эффекты, определяющие в скрытой форме волновые и физиологические аспекты мышления и сознания. И если первые, в какой-то степени, могут быть описаны, например, классическими эконометрическими методами или приемами (ИИ), то вторые требуют подключения неклассических подходов, например, панпсихизма, квантовой когнитивистики и семантики [10, 11].

Принятие сложных управленческих решений в условиях цифровой экономики для страны, как глобального объекта или ситуации, по различным функциям требует перехода на иной уровень инструментальной поддержки. Для таких объектов варианты решений должны быть предварительно апробированы как на выводах руководителей и экспертов, так и на аналогах конкретной ситуации при помощи ситуационно-имитационного и когнитивного (с обогащенными семантиками) моделирования.

Такое моделирование соединяет в одно целое построение динамических аналогий для управления объектом и программные симуляторы, обеспечивающие расчет модели на компьютере. Этот подход позволяет:

- сопрягать различные математические методы при моделировании отдельных частей (свойств) объекта, а также задавать целевые функции моделирования;

- учитывать при моделировании влияние понятийных (концептуальных), дестабилизирующих и флуктуирующих факторов;

- глобальные объекты моделирования представлять в форме динамической виртуальной реальности;

- допускать многокритериальные методы и целевые установки (цели объекта), не деформированные математической формализацией;

- воспринимать потоки данных, не ограниченные требованиями ординарности, стационарности и др.;

- воспроизводить моделируемые объекты точнее и нагляднее без существенного искажения их структуры;

- исследовать объект моделирования по критериям надежности, эффективности, устойчивости, управляемости и др.

При ситуационно-имитационном и когнитивном моделировании применяются различные инструменты анализа и оценки поставленных задач, в том числе системные, специально-имитационные, математические, статистические, экспертные, эв-

ристические и другие для того, чтобы процедура моделирования могла применяться при управлении реальными глобальными проблемами и объектами страны.

Для успешной реализации перечисленного в условиях цифровизации экономики требуются прорывные стратегические решения в области ситуационного управления. К таким решениям могут быть отнесены развитие классической теории управления [12, 13], а также интерференция инструментов классического и неклассического подходов в управлении, приводящие к цифровой трансформации классических подходов.

3. ПРИМЕР ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ КЛАССИЧЕСКИХ ПОДХОДОВ

Управление в цифровой реальности, идет ли речь об экономике, управлении рисками или действиями подразделений в боевой, быстро меняющейся обстановке, позволяет реализовать идею, идущую от классической физики с одной стороны и от теории рефлексивного управления с другой. Схема описания реальности, предложенная И. Ньютоном, носила детерминированный характер и предполагала три шага:

- выделяется полный набор переменных, описывающих изучаемый или управляемый объект; сейчас их называют фазовыми переменными;

- рассматривается пространство всех возможных состояний исследуемой системы; каждый набор фазовых координат в нем полностью определяет состояние объекта;

- ищутся взаимосвязи между самими фазовыми координатами системы и скоростями их изменения.

Практически все успехи современного естествознания были связаны с реализацией представленной, детерминированной схемы описания реальности. Для ситуационного управления, ситуационных центров этот подход явно не подходит по причинам, указанным выше, определяющим недетерминированный характер поведения объектов управления.

В цифровой реальности, о которой идет речь, ситуация кардинально меняется. Все более трудно строить детерминированную модель объекта управления, хотя появившиеся инструменты ИИ, когнитивного моделирования и всеобъемлющего мониторинга (например, интернет вещей) позволяют оценить фазовые переменные, характеризующие объект, и их динамику. Это позволяет понять, в какой области фазового пространства находится исследуемый объект управления и куда он направляется.

Развитие теории самоорганизации (синергетики) и моделирование множества различных систем



показало, что, как правило, фазовое пространство совсем неоднородно. Различные области в нем могут принципиально отличаться в зависимости от того, какой в них горизонт предсказуемости [14]. В фазовом пространстве можно выделить области русел, в которых состояние объекта описывается небольшим числом переменных. Благодаря самоорганизации все остальные координаты выражаются через ведущие переменные, которые обычно называют параметрами порядка.

В этой области исследуемого пространства происходят только медленные, хорошо предсказуемые изменения. Поведение системы можно достаточно легко представить на основе предшествующего опыта, здравого смысла или с помощью относительно простых математических моделей малой размерности. Его можно «просчитать», и такой системой можно эффективно и надежно управлять.

Однако в фазовом пространстве зачастую бывают и области джokers, в которых горизонт прогноза мал, число существенных переменных велико и даже бесконечно, а состояние объекта управления может меняться очень быстро, а иногда мгновенно и непредсказуемо классическими методами. Области джокера описывают пограничные, чрезвычайные ситуации и управление в этих случаях требует особых навыков, подготовки и удачи. Субъективные, случайные факторы, компетенция руководителя, его психологические установки и ценности в этом случае играют большую, если не ведущую, роль.

Все сказанное можно пояснить «медицинским» примером. Если состояние больного находится в пределах одного из русел, то с проблемой вполне справятся терапевты. В области джокера нужны более решительные действия. Для подобных случаев может быть предложена схема ситуационного управления, которая предполагает три шага:

— в ходе предварительной работы следует выяснить, какие фазовые переменные описывают объект в той степени, в какой это достаточно для целей управления, и разрабатываются методы быстрого цифрового мониторинга, позволяющие измерить каждую из них;

— тем или иным способом (на основе предыстории системы, экспертных оценок или моделирования) строится фазовое пространство и в нем выделяются русла и области джokers;

— для каждой из этих областей выясняется, какое управление дало или может дать наилучшие результаты. Явно формулируются ограничения и осознаются возможности реализации управляющих воздействий.

Со всем этим знакомятся команды, которым предстоит управлять системой (это может быть несколько команд, для управления в областях русел

и джokers могут привлекаться разные специалисты).

Насколько такое управление может оказаться эффективнее традиционных ситуационных подходов? Ответ дают разработанные в свое время в нашей стране в медицинских целях системы с биологической обратной связью. С пациента снимали в режиме реального времени параметры (фазовые переменные) его организма (давление, пульс и ряд других), визуализировали их на экране монитора и указывали область в пространстве фазовых переменных, которую он должен в результате своих усилий достичь. Именно в этой области и лежат состояния, типичные для здорового человека. В результате такой работы те навыки, на формирование которых у человека при традиционном подходе уходило несколько лет, в цифровой реальности удавалось выработать за несколько сеансов.

Вместе с тем приведенный пример из сферы классических подходов к управлению обусловлен потребностью исследования исторического опыта, накопления обучающих примеров, формирования фазового пространства и пр. Однако такого опыта может и не быть, решения должны носить амбициозный характер, внешнее воздействие может быть совершенно неожиданным, спонтанным, непредсказуемым.

Учет беспричинности изменения ситуации, бесконечности ее репрезентации и других вызовов, может быть обеспечен с применением инструментария общего (general) ИИ, оперирующего как логическими, так и некаузальными (беспричинными) аспектами изменения исследуемой ситуации, как и эмоциональными, так и мыслительными слоями сознания участников принятия коллективных решений.

4. ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ ДЛЯ ПРОРЫВНОГО СИТУАЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ

При зарождении подхода ситуационного управления он, как уже отмечалось, явно ассоциировался и развивался совместно с методами ИИ. Новые условия, заставляющие изменять методологический базис ситуационного управления, также заставляют опираться на учет текущего развития подходов в области ИИ. В этом развитии необходимо выделять группы процессов управления, отличающиеся уровнем формализации, наличием или отсутствием обучающих выборок.

Известно, что формализованные процессы управления основываются, как правило, на логико-интеллектуальной обработке данных, содержащихся в базах данных и знаний, больших данных. Менее формализованные процессы охватывают творческую и мыслительную деятельность, экспертное обсуждение проблем. Складывающиеся

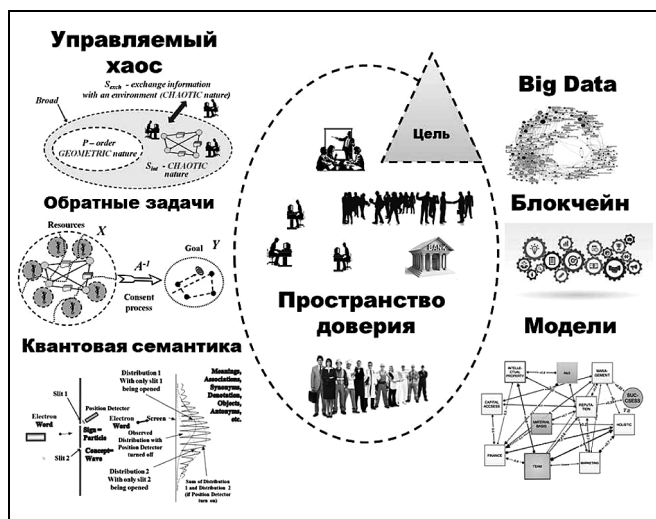


Иллюстрация multidisciplinary сложности решаемых задач управления с применением искусственного интеллекта

сейчас общие требования к созданию и развитию систем ИИ можно свести к такому списку:

- ориентация на текущие и потенциальные требования представителей различных секторов экономики;
- изучение и учет как денотативных (формализованных), так и когнитивных (мыслительных, эмоциональных, медитативных) семантик;
- создание условий для конвергентной и сборки multidisciplinary работ;
- решение обратных задач на концептуальных пространствах, отличающихся от прямых явной неустойчивостью;
- развитие методов семантической интероперабельности, виртуального сотрудничества и ситуационной осведомленности;
- комплексность интерпретации проблемных ситуаций, масштабируемость решений;
- помехоустойчивость и стойкость к воздействиям;
- гибкость, комплексированность, эффективность и результативность, конкурентоспособность и быстрота выхода на рынок.

В архитектуре создаваемых систем ИИ при решении вопросов цифровой экономики комплексно учитываются такие кластеры и аспекты разработки, как:

- имитация работы головного мозга человека;
- дополнение работы головного мозга человека;
- совместная интерпретация денотативных и когнитивных семантик;
- коллективный ИИ с ускоренным достижением инсайта;
- подключение к проблематике ИИ технологий блокчейна.

В современном развитии ИИ наблюдается междисциплинарный синтез подходов, методов и технологий из областей: философии, психологии, права, квантовой физики, математики, нейробиологии, конвергентного управления, когнитивного и имитационного моделирования, теории категорий, решения обратных задач, природных вычислений, нейронных технологий, глубокого обучения, синтеза материалов, космологии и др.

Сложность решаемых задач управления с применением ИИ можно проиллюстрировать на примере создания пространства доверия для активизации гражданского участия в принятии управленческих решений. В центре рисунка показаны участники процесса принятия коллективного решения, справа — технологии, слева — аспекты методов.

Особое место в развитии прорывного ситуационного управления и основного элемента его базиса в виде ИИ занимает когнитивная (сигнификативная) семантика. Именно она увеличивает сложность решаемых задач на порядки. Это связано с тем, что помимо традиционно понимаемых нейросетевых механизмов мышления могут быть рассмотрены также атомарные компоненты. При таком рассмотрении определенную значимость приобретают такие элементы мозга, как атомы, кварки, микротрубки [10]. Тогда особое место в исследовании и имитации мыслительных процессов занимают квантово-механические эффекты, такие как суперпозиция и запутанные состояния частиц [11]. Эти эффекты выводят предмет моделирования далеко за рамки нейросетевой модели мозговой деятельности, заставляя принципиально отойти от ее логико-лингвистической репрезентации. Принципиально важным в таком моделировании становится учет возможности представления проблемной ситуации в виде бесконечномерных квантовых состояний, применении для этого теории категорий, гильбертовых пространств, преобразований Фурье и др. [15].

Пространство доверия, как показано (см. рисунок), формируется в условиях неожиданного возникновения принципиально новых феноменов и технологий управления, например, блокчейна.

5. БЛОКЧЕЙН ПРОРЫВНОГО СИТУАЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ

Итак, цифровая экономика требует создания информационных систем, одновременно отражающих проблемные ситуации бесконечномерной размерности, выражающиеся неограниченным спектром характеристик [14]. Основные гармоника этого спектра: секторы и отрасли экономики, виды деятельности, компании, цеха, продукты, потребности рынка, «сквозные» технологии, уров-



ни технологической готовности производства и самих технологий, безразмерные эмоциональные и мыслительные составляющие. Далее идет расширение этого спектра через учет всех факторов и нюансов производства, включая множество субъ-ективных факторов. Оптимальный учет всех фак-торов, характеризующих ситуацию, может создать необходимый синергетический, эмерджентный эффект.

Примерами информационных систем могут быть такие, которые обеспечивают непрерывную перестройку производства [16], работают с критическими параметрами функционирования [17] и с критически важной инфраструктурой, поддерживают функционирование smart-систем [18] и эффективное управление интеллектуальной собственностью на основе внедрения «сквозных» технологий, применения телемедицинских услуг и др. К таким же системам относится блокчейн. Интенция их разработки заключается в создании нового, справедливого и прозрачного пространства доверия.

Создание соответствующих нормативных и технологических механизмов поддержки блокчейна в сочетании с инструментами ИИ позволяет, например, автоматизировать решение вопросов доказательства права на изобретение, подтверждения патентной чистоты и определения времени зарождения идеи, снятия информационной асимметричности, воздействия на другие работы, уменьшения влияния посредников, борьбы с контрафактом, содействия внедрению инноваций и др. Деятельность субъектов таких систем требует координации индивидуального и коллективного поведения субъектов с нормами общества, заданными определенными регламентами функционирования. Эти регламенты задают траекторию выбора решений субъектов, обеспечивающих повышение коллективной ответственности, выбор разумных норм потребления ресурсов, снижение издержек социума и нагрузок на окружающую среду. Для эффективной реализации механизмов прорывного ситуационного управления требуется наличие гибкого и высоконадежного эмерджентного интерфейса между лицами, разрабатывающими решения, лицами, принимающими решения, и лицами, реализующими решения на практике [19].

Технология блокчейна позволяет создать соответствующую среду доверия для субъектов реализации прорывного ситуационного управления, например, в виде дополненной реальности [20]. Блокчейн — это «сквозная» технология для применения в различных секторах экономики.

В настоящее время еще не исследованы возможности стандартизации, оценки и как следствие — управления качеством реализации блокчейна. Применительно к социогуманитарным средам

и их технологиям необходимо изучение проблем философии и социологии блокчейна, оценки его гуманитарных аспектов и эффективности внедрения. Это необходимо делать с учетом потребности формирования ответа на вызовы, породившими необходимость смены парадигмы ситуационного управления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Новая стратегия развития России ориентирована на достижение амбициозных стратегических целей. Для практической реализации такой стратегии необходимо решительным образом перестроить существующую систему стратегического планирования и управления [21, 22].

Феномен цифровой экономики становится важным фактором стратегического развития страны, ответом на новые социально-экономические и технологические вызовы. В этих условиях требуется адекватное прорывное ситуационное управление, которое должно стать эффективным средством стратегического управления. Его предстоит освоить как специалистам сферы государственного управления, так и руководителям бизнеса. Реализация прорывных технологий невозможна без кардинальных мер развития российской науки.

Современные интеллектуальные технологии позволяют обрабатывать большие объемы информации и находить оригинальные решения, оперативно оценивать возможности, множить их на свои сильные стороны, нивелировать многие угрозы. Вместе с тем, сегодня эти технологии преимущественно ориентируются на применении традиционного подхода к ситуационному управлению, для которого свойственно логико-лингвистическое представление ситуаций, дедуктивная и индуктивная система вывода решений.

Настоящее исследование показывает, что такой, преимущественно классический, подход характеризуется ограничениями, принципиально не позволяющими решать задачи очень высокой сложности. Сложность таких задач на порядки выше тех, которые решались в рамках традиционной парадигмы ситуационного управления. Поэтому поставлен вопрос о создании новой философии, психологии и математики, цифровых платформ и «сквозных» технологий адекватной сложности.

Таким образом, авторы предлагают рассматривать «прорывное ситуационное управление» как ситуационное управление в условиях флюктуирующих рынков, когда классические методы маркетингового анализа перестают работать, развитие текущей ситуации слабо подчиняется инерционным тенденциям, сильное влияние на управленческие решения оказывают некаузальные особенности социально-гуманитарных факторов, а стра-

тегическое управление начинает носить предельно рискованный характер.

Требуется единая комплексная платформа для обеспечения синергии усилий всех участников решения подобных задач. Такой платформой и «сквозной технологией» способна стать система распределенных ситуационных центров развития, создаваемая в России как стержень интеграции междисциплинарных исследований и информационных систем различного уровня управления для обеспечения национальной безопасности и стратегического управления страной.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Поспелов Д.А.* Ситуационное управление: теория и практика — М.: Наука, 1986. — 288 с.
2. *Попов Э.В.* Экспертные системы: Решение неформализованных задач в диалоге с ЭВМ. — М.: Наука, 1987. — 288 с.
3. *Kalbach J.* Clarifying Innovation: Four Zones of Innovation. — 3 June 2012. — URL: <https://experiencinginformation.com/2012/06/03/clarifying-innovation-four-zones-of-innovation/> (дата обращения: 06.09.2018).
4. *Зацаринный А.А., Колин К.К.* Методологические основы системного подхода к созданию информационных систем в условиях глобализации общества // Стратегические приоритеты. — 2018. — № 1. — С. 38—62.
5. *Социогуманитарные аспекты ситуационных центров развития* / под ред. В.Е. Лепского, А.Н. Райкова. — М.: Когито-Центр, 2017. — 416 с.
6. *Зацаринный А.А., Ильин Н.И., Колин К.К.* и др. Ситуационные центры развития в полисубъектной среде // Проблемы управления. — 2017. — № 5. — С. 31—42.
7. *Raikov A.* Convergent networked decision-making using group insights. *Complex & Intelligent Systems*. — December 2015. — Vol. 1, iss. 1. — P. 57—68. — doi 10.1007/s40747-016-0005-9.
8. *Игнатова Г.В.* Механизм организации процесса реагирования на факторы внешней среды // Вестник Саратовского государственного социально-экономического университета. — 2017. — № 5 (69). — С. 84—87.
9. *Паламарчук В.П.* Разработка прорывных стратегических решений в условиях кризисных изменений внешней среды: логика и алгоритмы // Экономические стратегии. — 2017. — Т. 19, № 1 (143). — С. 174—183.
10. *Atmanspacher, H.* Quantum approaches to brain and mind: An overview with representative examples. In S. Schneider, & M. Velmans (Eds.). *The Blackwell companion to consciousness*, 2017. — P. 298—313. Chichester, UK: John Wiley & Sons Ltd. — URL: <http://dx.doi.org/10.1002/9781119132363.ch21> (дата обращения: 24.07.2018).
11. *Баргатын И.В., Гришанин Б.А., Задков В.Н.* Запутанные квантовые состояния атомных систем // Успехи физических наук. — Т. 171, № 6. — С. 625—647.
12. *Новиков Д.А.* Кибернетика 2.0 // Проблемы управления. — 2016. — № 1. — С. 73—81.
13. *Лепский В.Е.* Эволюция представлений об управлении (методологический и философский анализ). — М.: «Когито-Центр», 2015. — 107 с.
14. *Малинецкий Г.Г., Попов А.Б., Подлазов А.В.* Нелинейная динамика: Подходы, результаты, надежды. — М.: КомКнига, 2006. — 280 с. (Синергетика: от прошлого к будущему).
15. *Raikov A.N.* Uncaused Semantic Interpretation of Cognitive Models in Networked Decision Support Systems. *Proceedings of the 11th IEEE Intern. Conf. on Application of Information and Communication Technologies (AICT 2017)*. Moscow, Russia, 20—22 September, 2017. — P. 321—325.
16. *Сури Р.* Время — деньги. Конкурентное преимущество быстрореагирующего производства / пер. с англ. М.: БИНОМ; Лаборатория знаний, 2013. — 326 с.
17. *Глухов А.П.* Параметрические модели поведения ресурсов и алгоритмы обеспечения реализуемости функциональных задач автоматизированными системами критического применения // Естественные и технические науки. — 2015. — № 7 (85). — С. 91—103.
18. *Smart Management Methods and Mechanisms of Industrial Enterprises and Organizations* / V.N. Burkov, I.V. Burkova, Ya.D. Gelrud, O.V. Loginovskiy // Вестник ЮУрГУ. Сер. «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». — 2016. — Т. 16, № 3. — С. 93—101. — DOI: 10.14529/ctcr160310.
19. *Барсуков А.Н., Бочков А.В., Лесных В.В.* Ситуационные центры. Мониторинг, прогнозирование и управление кризисными явлениями в газовой отрасли. Часть I. Мониторинг и прогнозирование. М.: НИИгазэкономика, ООО «САМ Полиграфист», 2015. — 595 с.
20. *Бауэр В.П., Барышников П.Ю., Сильвестров С.Н.* Блокчейн как основа формирования дополненной реальности в цифровой экономике // Информационное общество. — 2017. — № 3. — С. 30—39.
21. *Колин К.К.* Структура и приоритеты глобальной безопасности // Стратегические приоритеты. — 2017. — № 4. — С. 13—33.
22. *Зацаринный А.А., Колин К.К.* Цифровые платформы как основа устойчивого развития стран Большой Евразии в условиях новых вызовов и угроз в информационной сфере // Стратегические приоритеты. — 2018. — № 1. — С. 71—77.

Статья представлена к публикации членом редколлегии чл.-корр. РАН Д.А. Новиковым.

Бауэр Владимир Петрович — д-р экон. наук, проф.,
Финансовый университет при Правительстве РФ,
✉ bvp09@mail.ru,

Зацаринный Александр Алексеевич — д-р техн. наук,
зам. директора, Институт проблем информатики
ФИЦ «Информатика и управление» РАН, г. Москва,
✉ ipiran@ipiran.ru,

Ильин Николай Иванович — д-р техн. наук,
зам. начальника Управления информационных систем
спецсвязи ФСО России, г. Москва, ✉ moskva3@inbox.ru,

Колин Константин Константинович — д-р техн. наук,
гл. науч. сотрудник, Институт проблем информатики
ФИЦ «Информатика и управление» РАН, г. Москва,
✉ moskva3@inbox.ru,

Лепский Владимир Евгеньевич — д-р психол. наук,
гл. науч. сотрудник, Институт философии РАН, г. Москва,
✉ lepsky@tm-net.ru,

Малинецкий Георгий Геннадиевич — д-р физ.-мат. наук,
руководитель сектора, Институт прикладной математики
им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва, ✉ gmalin@keldysh.ru,

Райков Александр Николаевич — д-р техн. наук,
вед. науч. сотрудник, Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, гл. науч. сотрудник,
Институт философии РАН, г. Москва,
✉ alexander.n.raikov@gmail.com,

Сильвестров Сергей Николаевич — д-р экон. наук, директор,
Институт экономической политики и проблем экономической
безопасности Финансового университета
при Правительстве РФ, г. Москва, ✉ silvestrsn@gmail.com.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ КОМПЛЕКСНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ.

Ч. 2. Жизненные циклы комплексной деятельности.

Организация и управление как комплексная деятельность

М.В. Белов, Д.А. Новиков

Вторая часть статьи посвящена изложению основ теории комплексной деятельности. Рассмотрены жизненные циклы комплексной деятельности. Проанализированы и обобщены категории организации и управления, разработаны формальные модели организации и управления.

Ключевые слова: комплексная деятельность, жизненный цикл, организация, управление.

ВВЕДЕНИЕ

Человеческая деятельность (целенаправленная активность человека [1, 2]) является, вероятно, одним из самых распространенных атрибутов человечества: она существует вместе с человеком, деятельность и человек, индивид, практически «неразделимы».

Комплексную деятельность (КД) определим [1, 2] как обладающую нетривиальной внутренней структурой, с множественными и/или изменяющимися субъектом, технологией, ролью предмета в его целевом контексте. В предыдущей [1] и данной частях статьи излагается согласованная система моделей КД — *теория комплексной деятельности* (ТКД).

В первой части [1] было введено понятие КД, рассмотрены ее структуры, неопределенность и порождение ее элементов, а в данной работе рассмотрим эволюцию элементов КД во времени — жизненные циклы, вопросы организации и управления КД.

1. ЖИЗНЕННЫЙ ЦИКЛ КОМПЛЕКСНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

1.1. Концептуализация жизненного цикла комплексной деятельности

Определим *жизненный цикл* (ЖЦ — процесс эволюции системы, продукта, сервиса, проекта или иного объекта, начиная от концепции или появления и заканчивая утилизацией или прекраще-

нием существования [2]) комплексной деятельности или любого ее элемента как заверченный процесс, включающий в себя фиксацию спроса и осознание потребности, целеполагание, структуризацию целей и задач, выбор и формирование технологии, выполнение действий в соответствии с технологией, получение результата, оценивание результата и рефлексия. Жизненный цикл КД фактически представляет собой «развертывание во времени» *процессуальных компонентов деятельности* (потребность — цель — задачи — технология — действие — результат [6]).

Следуя устоявшейся в системотехнике традиции, временную структуру ЖЦ (см. рис. 1 и таблицу) будем представлять в виде *этапов*, объединяя их в *стадии*, а последние объединяя в *фазы*, как это делается в методологии [6].

В общем случае процесс реализации жизненного цикла КД итеративный, его стадии могут повторяться и перекрываться, особенно это относится к стадиям формирования технологий и выполнения действий. Итеративность жизненного цикла КД отражает рефлексивный характер комплексной деятельности, один из свойственных ей циклов рефлексии.

1.2. Процессная модель (модель жизненного цикла комплексной деятельности)

Наличие общесистемных свойств жизненных циклов СЭДов (свойственных ЖЦ любых элементов КД) позволяет обобщить их в виде фаз, стадий и этапов жизненного цикла КД. Выполнение ЖЦ

Фазы, стадии и этапы жизненного цикла комплексной деятельности

Фаза	Стадия	Номер и название этапа	Содержание этапа	Активности субъекта
ПРОЕКТИРОВАНИЕ	I. Фиксация спроса и осознание потребности	1. Фиксация спроса и осознание потребности	Вышестоящий СЭД* или внешняя среда формирует спрос на результаты элемента КД. Субъект фиксирует спрос, осознает потребности и принимает решение осуществлять деятельность	Анализ спроса, возможностей, внешних условий и предшествующей деятельности
		2. Формирование логической модели	Потребность структурируется, проверяется, является ли она известной, и соответственно, деятельность — регулярной. Если КД регулярна, этап сводится к извлечению информации о логической модели из информационного хранилища. Иначе формируется структура целей. Цели формулируются в терминах ожидаемых характеристик результатов элементов КД. Проверяется непротиворечивость / модифицируется структура целей. Каждой цели СЭДа ставится в соответствие роль субъекта и технология (результат уже поставлен в соответствие ранее) — специфицируются характеристики субъектов и технологий. Результат этапа: логическая модель - структура СЭДа в виде перечня нижестоящих СЭДов и элементарных операций	Синтез деятельности
	III. Формирование технологии	3. Проверка готовности технологии и достаточности ресурсов	Проверяется наличие уже известных компонентов технологии СЭДа: его причинно-следственной модели, технологий всех нижестоящих СЭДов и элементарных операций. Проверяется логическая согласованность СЭДа и пулов ресурсов — наличие и достаточность ресурсов для назначения субъектов нижестоящих СЭДов и обеспечения технологий нижестоящих элементарных операций с учетом использования данных ресурсов параллельно при реализации других СЭДов. Результат этапа: подтверждение готовности технологии, подтверждение наличия необходимых ресурсов и переход к этапу 7 или выполнение этапов 4, 5 или 6 соответственно	
		4. Создание причинно-следственной модели	Определяются и описываются причинно-следственные связи между целями/результатами нижестоящих элементов (СЭДов и элементарных операций). Описываются возможные события неопределенности и правила реагирования на них (выполняемые СЭДы или эскалация на вышестоящий уровень). Результат этапа: причинно-следственная модель СЭДа	
		5. Создание технологии нижестоящих элементов	Для элементарной операции, в силу ее специфичности и отсутствия внутренней структуры, процесс проектирования и описания элементов технологии специфичен и поэтому не допускает общего описания. Для всех нижестоящих СЭДов, для которых отсутствуют готовые технологии, рекурсивно выполняются этапы с 1-го по 6-й их жизненных циклов. Результат этапа: технологии нижестоящих СЭДов и элементарных операций	
		6. Формирование/модернизация ресурсов	При отсутствии необходимых ресурсов порождаются цели, отвечающие за их генерацию, выполняются СЭДы, обеспечивающие создание или модернизацию пулов ресурсов. Результат этапа: необходимые пулы ресурсов	

Фаза	Стадия	Номер и название этапа	Содержание этапа	Активности субъекта
ПРОЕКТИРОВАНИЕ	III. Формирование технологий	7. Календарное и ресурсное планирование	Формируется календарно-сетевой график. Проверяется согласованность ключевых сроков потребности. Проверяется временная согласованность календарно-сетевого графика и пула ресурсов с учетом использования ресурсов другими элементами деятельности. При несогласованности выполняется возврат к этапам 2—4 или осуществляется эскалирование невозможности удовлетворить сроки субъекту вышестоящего СЭДа. Результат этапа: календарно-сетевой план и график использования ресурсов	Конкретизация деятельности
		8. Оптимизация	Осуществляется оптимизация динамики использования ресурсов. Результат этапа: оптимальный календарно-сетевой план и график использования ресурсов	
		9. Назначение субъектов и определение ответственности	Фиксируется матрица ответственности (соответствие между субъектами СЭДов и персоналом). Фактически назначение субъектов означает формирование спроса на результаты нижестоящих СЭДов и таким образом — рекуррентное обращение к описываемому здесь процессу выполнения ЖЦ нижестоящих СЭДов: выполняются все стадии фазы «Проектирование». Результат этапа: матрица ответственности, которая совместно со структурой СЭДа детерминирует его оргструктуру	
		10. Назначение ресурсов	Соответственно технологиям элементарных операций производится запрос и назначение требуемых для выполнения технологий ресурсов. Результат этапа: матрица назначений ресурсов элементарным операциям	
РЕАЛИЗАЦИЯ	IV. Выполнение действий и получение результата	11. Выполнение действий и получение результата	Соответственно причинно-следственной модели многократно и постоянно выполняется проверка предусловий начала действий нижестоящих СЭДов и элементарных операций и их запуск. Выполнение нижестоящих элементарных операций. Запуск выполнения нижестоящих СЭДов. Результат этапа: выполнение действий СЭДа и получение результата	Выполнение действий. Регулирование деятельности
РЕФЛЕКСИЯ	V. Оценивание результата и рефлексия	12. Оценивание результата и рефлексия	Сопоставление характеристик результата с требованиями. Сопоставление объемов ресурсов с заданными. Проектирование требований к корректировкам целей, технологии и т. д.	Оценивание деятельности

* СЭД — структурный элемент деятельности (см. п. 1.1 первой части настоящей работы).

любого СЭДа само по себе является комплексной деятельностью: фазы, стадии и этапы являются элементами деятельности. С этой точки зрения выполнение ЖЦ является СЭДом, состоящим из нижестоящих операций и СЭДов, а процессная модель — причинно-следственной моделью СЭДа «Выполнение жизненного цикла СЭДа». Поэтому для представления модели процесса выполнения жизненного цикла КД воспользуемся BPMN-нотацией, а саму модель назовем *процессной*. Фактически процессная модель (рис. 2—6) является

BPMN-формализацией общесистемных свойств жизненного цикла КД, сформулированных в таблице.

Простейшим случаем ЖЦ служит ЖЦ элементарной операции, однако этот жизненный цикл вырожден: он не детализируется и представлен в виде единственной стадии. Его общесистемная процессная модель тривиальна — она состоит из единственного специфического объекта и не требует дальнейшего описания, а формальное выражение процессной модели элементарной опера-

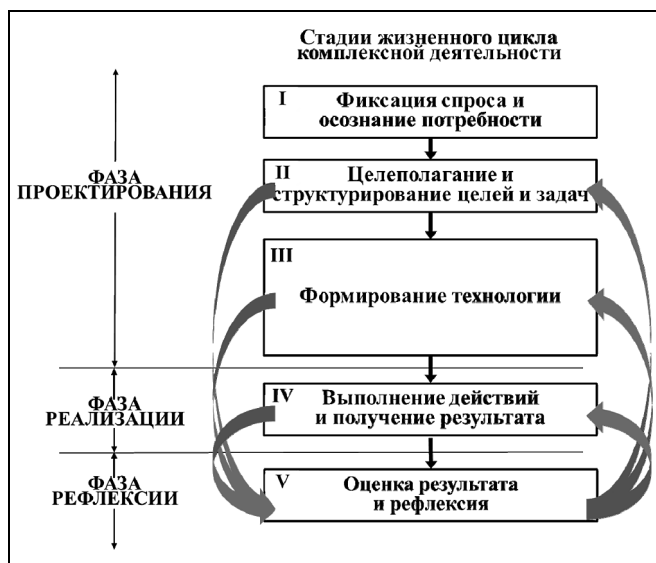


Рис. 1. Фазы и стадии жизненного цикла комплексной деятельности

ции совпадает с ее причинно-следственной структурой [1].

На рис. 2 приведена общая схема процесса выполнения жизненного цикла СЭДа, а на рис. 3–6 — детализация фрагментов общей модели; все элементы представлены в BPMN-нотации. Фазы и стадии отражены в процессной модели в виде

последовательности объектов, которую условно назовем «основной цепочкой» (элементы с номерами 1–12 на рис. 2; семантика элементов описана в столбце «Содержание этапа» таблицы), так как именно они представляют собственно продуктивную деятельность. Неопределенность свойственна любой КД, поэтому процессная модель также должна содержать объекты, отражающие фиксацию событий неопределенности и реагирование на них, назовем их «цепочкой реакции на неопределенность» (элементы с номерами 13, 14 на рис. 2).

2. ОРГАНИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ КАК КОМПЛЕКСНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ

Большинство искусственных систем являются целенаправленными и поэтому требуют организации и управления. Целенаправленность означает ориентацию на результат, нацеленность на получение желаемого результата, на достижение определенных целей. Источником или первопричиной любого результата является деятельность: ее компоненты и элементы и, прежде всего, человек как субъект деятельности, как важнейший компонент деятельности. Организация и управление служат способами воздействия на организуемый/управляемый объект для достижения поставленных целей. Так как «первоисточником» любого результата выступает деятельность, то и воздействовать необходимо на деятельность и ее компоненты.

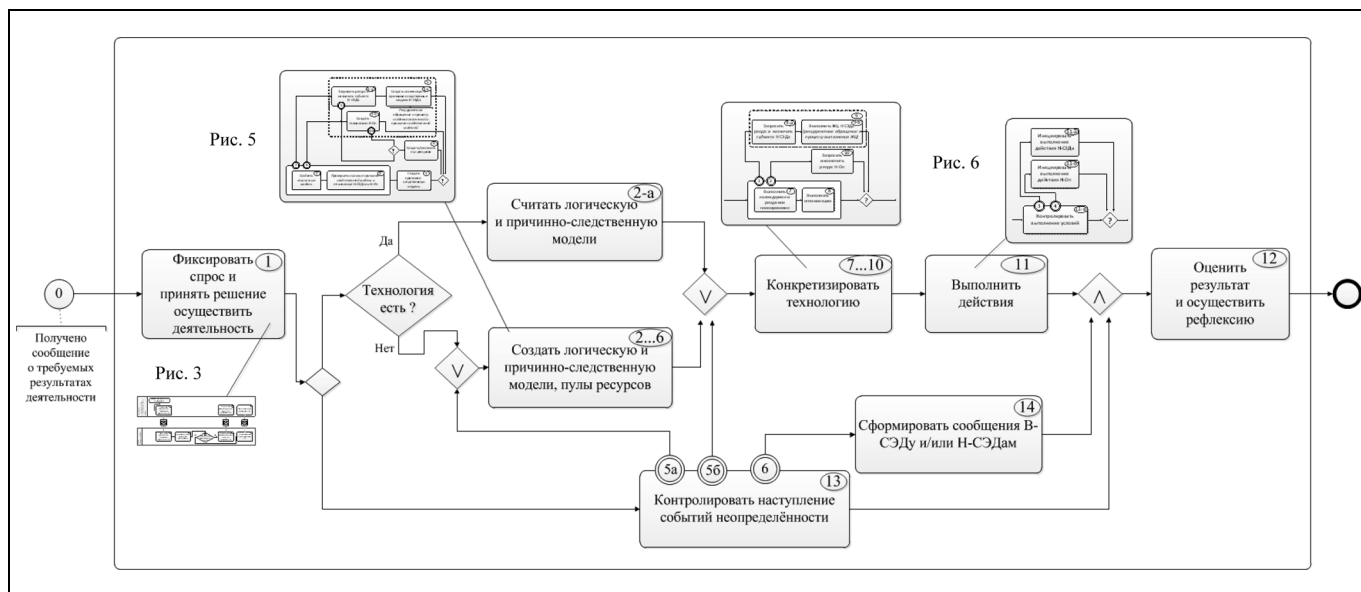


Рис. 2. BPMN-представление процесса выполнения жизненного цикла СЭДа*

* Сокращения на рисунках: Н-СЭД — нижестоящий по иерархии СЭД, В-СЭД — вышестоящий; Н-Оп — нижестоящая по иерархии элементарная операция.

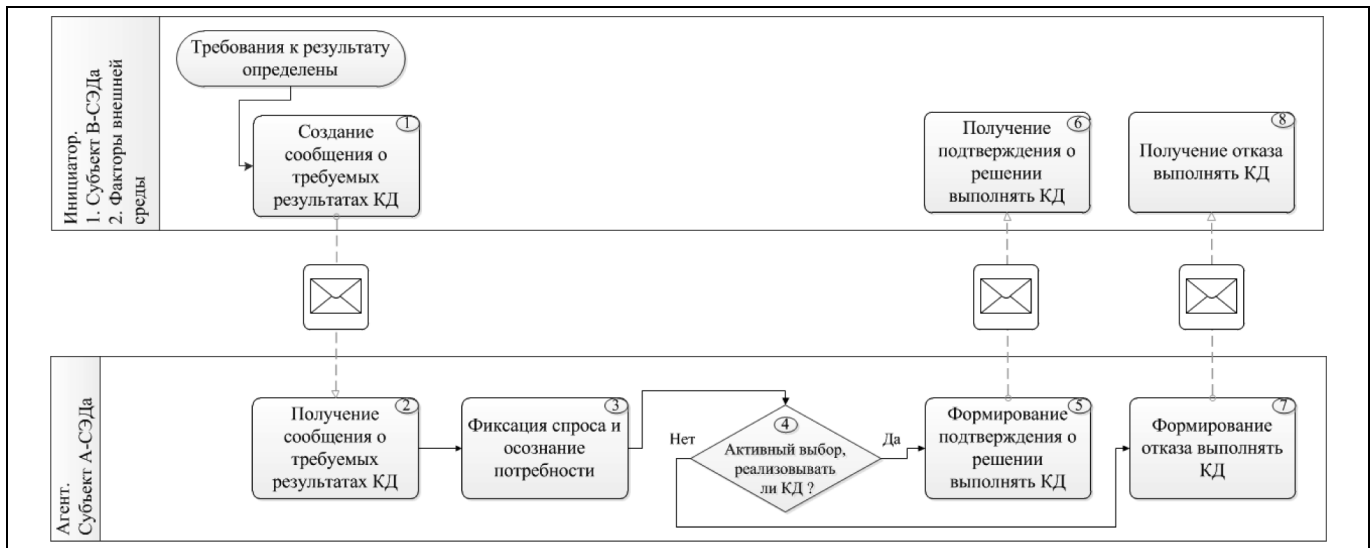


Рис. 3. BPMN-представление процедуры формирования спроса и актуализации его в виде потребности

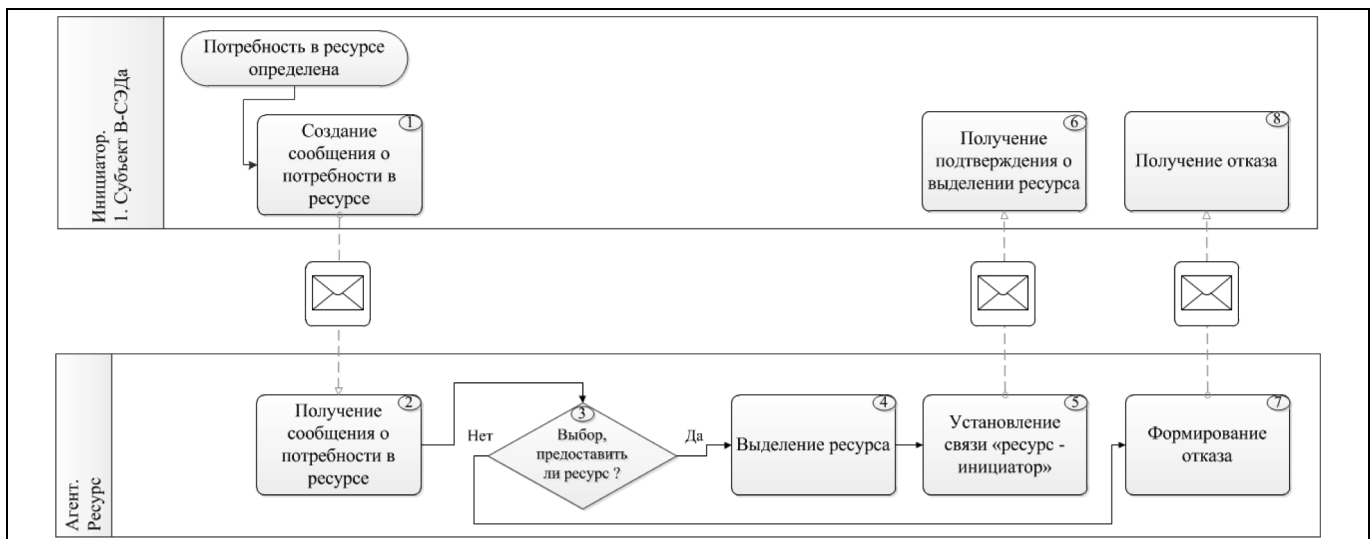


Рис. 4. Структурная схема процедуры запроса, получения и организации ресурсов

Определим *управление* как комплексную деятельность, обеспечивающую воздействие¹ субъекта управления (субъекта этой КД) на управляемую систему (объект управления), призванное обеспечить ее (его) поведение, приводящее к достижению целей субъекта управления [2].

¹ Понятие «воздействие» употребляется в качестве обозначения результата соответствующей (управленческой) деятельности и может трактоваться как *управление в узком смысле*. Если речь идет об управлении в технической системе, об *автоматическом управлении*, то формируемое техническим управляющим устройством («псевдосубъектом») воздействие является реализацией алгоритма управления, заложенного в него разработчиком.

Организацию будем понимать как комплексную деятельность² в целях создания внутренней упорядоченности, согласованности взаимодействия более или менее дифференцированных и автономных элементов предмета этой деятельности (в том числе путем образования и поддержания между этими элементами взаимосвязей с заданными характеристиками).

Организация и управление, с одной стороны, являются частными случаями комплексной дея-

² Как и в случае управления, *организация в узком смысле* может трактоваться как результат или конкретные действия, реализуемые в рамках организационной деятельности.

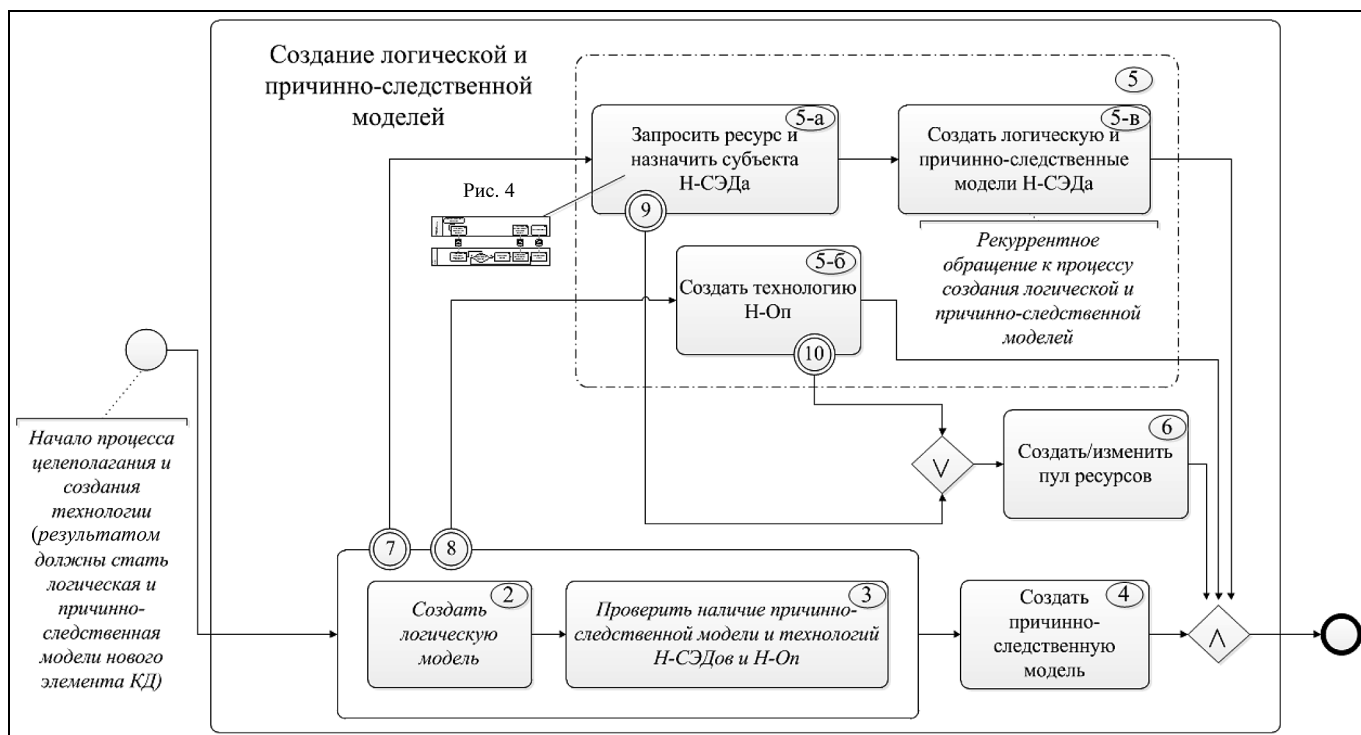


Рис. 5. Причинно-следственная структура «Целеполагание и создание новой технологии СЭДа»

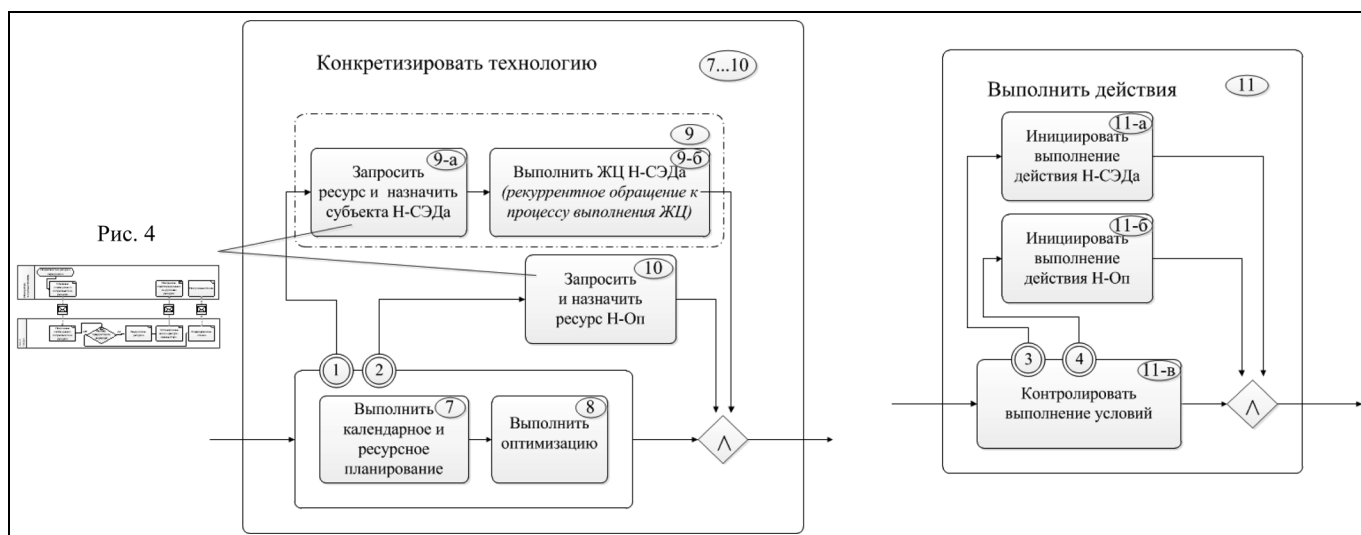


Рис. 6. BPMN-представление процесса выполнения жизненного цикла СЭДа

тельности, с другой — имеют своим предметом другие элементы комплексной деятельности. Рассмотрим активности субъекта в ходе реализации жизненного цикла СЭДа (см. также таблицу и рис. 7).

- На первой стадии фазы проектирования в ходе фиксации спроса и осознания потребности потенциальный субъект СЭДа анализирует спрос и ситуацию в целом, опыт своей предшествующей

деятельности и свои общие возможности по удовлетворению спроса; в итоге он принимает решение выполнять деятельность. Активность субъекта в целом носит характер *анализа* (принятие решения на основе анализа является одномоментным актом), нижестоящие элементы деятельности на данной стадии отсутствуют.

- На этапах 2—6 фазы проектирования субъект СЭДа создает логическую и причинно-следствен-



Рис. 7. Активности субъекта СЭДа в жизненном цикле комплексной деятельности

ную модели, формирует ресурсы, т. е. *синтезирует* в виде моделей будущую деятельность (свою и нижестоящих СЭДов), ее элементы, связи между ними и др. Нижестоящие элементы деятельности при этом создаются в виде информационных моделей — ни субъекты, ни ресурсы этих элементов пока еще не созданы.

- На этапах 7—10 фазы проектирования сначала конкретизируется причинно-следственная модель в виде календарно-сетевых планов/графиков, а потом — запрос и получение ресурсов для назначения субъектов нижестоящих СЭДов и обеспечения технологий нижестоящих операций. Таким образом устанавливаются конкретные связи между субъектами вышестоящих и нижестоящих СЭДов друг с другом и с необходимыми ресурсами, т. е. осуществляется *конкретизация* деятельности. На этих этапах, кроме субъекта СЭДа, создаются субъекты нижестоящих СЭДов и формируются ресурсы нижестоящих элементарных операций.

- На этапе 11 фазы реализации субъект СЭДа, прежде всего, будучи субъектом нижестоящих элементарных операций, входящих в состав СЭДа, *непосредственно выполняет действия* этих операций (правая ветвь на рис. 7). Далее, он также контролирует наступление условий согласно технологии деятельности и инициирует выполнение действий нижестоящих элементов КД, т. е. *регулирует* (левая ветвь на рис. 7) деятельность подчиненных элементов КД и элементарные операции, для которых он сам выступает субъектом (т. е. осуществляет *саморегуляцию*). Регулирование заключается в принятии решений в рамках заданной техно-

гии деятельности, в том числе, в реагировании на события неопределенности. На этом этапе, естественно, кроме самого СЭДа, задействованы все нижестоящие элементы — нижестоящие СЭДы и элементарные операции.

- На этапе 12 субъект СЭДа выполняет *оценивание деятельности* — полученных результатов (а также получаемых нижестоящими СЭДами, эта информация необходима для регулирования³), а также всех факторов их получения — внешних условий, технологии, ресурсов и др. Никаких активностей, кроме активности СЭДа на данном этапе не производится.

Таким образом, на различных фазах и этапах жизненного цикла активность субъекта СЭДа последовательно носит характер *анализа, синтеза, конкретизации, регулирования* (параллельно с *выполнением действий* элементарных операций) и *оценивания*. При этом субъект СЭДа параллельно играет две роли:

- с одной стороны — это роли субъекта нескольких «элементарных» элементов деятельности — выполняемых им самим нижестоящих элементарных операций; в рамках этих ролей он *непосредственно реализует действия* элементарных операций, *непосредственно получает результаты*;

³ С этой точки зрения можно выделить оперативное оценивание, т. е. необходимое для регулирования, и «рефлексивное» — когда оцениваются некоторые «окончательные» (в смысле достигнутых по окончании полного цикла деятельности результатов) значения существенных характеристик деятельности.

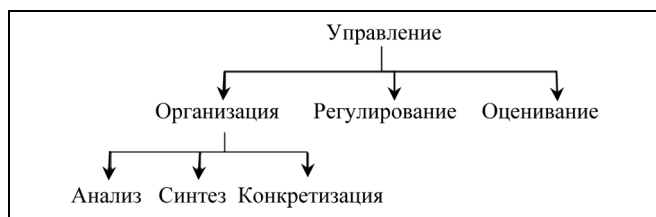


Рис. 8. Структура управления и организации

- с другой стороны — это роль субъекта комплексного элемента деятельности, включающего в себя множество нижестоящих элементов — нижестоящих СЭДов и элементарных операций; в этой роли он выполняет *анализ, синтез, конкретизацию, регулирование и оценивание*.

Конкретизация КД — фактически непосредственное установление связей и упорядочение элементов деятельности вместе с их субъектами, поэтому эта активность обладает признаками «организации». Аналогично, признаки «организации» отличают и синтез: его содержанием является создание и упорядочение знаний о будущей деятельности в виде моделей. Анализ не имеет самостоятельного значения и выполняется в интересах последующего синтеза и конкретизации деятельности, поэтому его можно условно считать предварительным к синтезу шагом. Таким образом, будем объединять анализ, синтез и конкретизацию единым понятием *организация* (рис. 8).

Регулирование состоит в непосредственном воздействии на поведение нижестоящих элементов КД вместе с их субъектами, т. е. обладает признаками «управления» (точнее — управления в узком смысле).

Вместе с тем, организация также является «воздействием на управляемую систему (всю совокупность СЭДов, включая их субъекты — ОТС (организационно-технические системы)) для обеспечения их поведения, приводящего к цели субъекта» СЭДа (см. определение управления выше). Информация о состоянии объекта управления (результат оценивания) необходима для управления, следовательно, в управление также должно входить и оценивание. Поэтому имеет смысл говорить, что *управление* включает в себя *организацию, регулирование и оценивание* (см. рис. 8). Управлением в узком смысле можно условно считать только регулирование. Объектом управления (и организации) является СЭД и все нижестоящие элементы КД, включая их субъектов — ОТС.

Таким образом, компонентами *управления* являются *организация, регулирование и оценивание*. Компонентами *организации* — *анализ, синтез и конкретизация*.

Стрелки на рис. 7 отражают логическую последовательность реализации компонентов. Обрат-

ная стрелка от оценивания к анализу отражает возможные циклические повторения деятельности с «самоуправлением/саморегуляцией» — переосмыслением потребностей, целеполагания и изменением технологий деятельности и т. д.

Отметим, что рассматриваемая модель жизненного цикла элемента комплексной деятельности и активностей его субъекта (см. рис. 7) применима к любым системам управления: и к активным или человеко-машинным, эргатическим системам, когда субъектом управления выступает ОТС (в частном случае индивид), и к системам автоматического управления, когда непосредственное управление (регулирование) осуществляет некое автоматическое устройство, не содержащее людей — «управляющий автомат».

Применение управляющего автомата, когда он реализует автоматическое управление, можно считать опосредованным выполнением активности регулирования субъектом.

Таким образом, **вся комплексная деятельность, кроме исполнения элементарных операций, является управлением**, причем в последнем «творческими» (нерутинными) являются активности анализа и синтеза деятельности. Наиболее существенные элементы КД, относящиеся к анализу или синтезу, являются креативными, и им в наибольшей степени свойственна истинная неопределенность. Поэтому, с одной стороны, они являются наиболее «сложными», порождают основную долю проблем и требуют наибольших затрат ресурсов. Но, с другой стороны, именно эти элементы КД являются основой развития деятельности и цивилизации в целом. Проектирование деятельности, прежде всего, синтез, в общем случае порождает новые креативные СЭДы. Они создают, в том числе, технологии и пулы ресурсов, их жизненные циклы также включают свои фазы проектирования, реализации и рефлексии: общее описание структуры ЖЦ фрактально.

Фаза реализации — регулирование деятельности, в том числе — управленческие воздействия вышестоящих СЭДов, выбор действий нижестоящими и др., — во многом является «механистической», она, как и конкретизация, регламентирована технологией.

Образно говоря, анализ и синтез — это разработка «программы» (технологии), конкретизация — привязка программы к календарному времени и выделение ресурсов и назначение их, а регулирование — это «интерпретация программы (технологии)». Тогда можно сделать вывод, что сама по себе реализация деятельности (как и конкретизация) — «проста и автоматна». Все проблемы и достижения — в создании технологии («написании программы»). Эффективность получения результата работы программы определяется самой про-

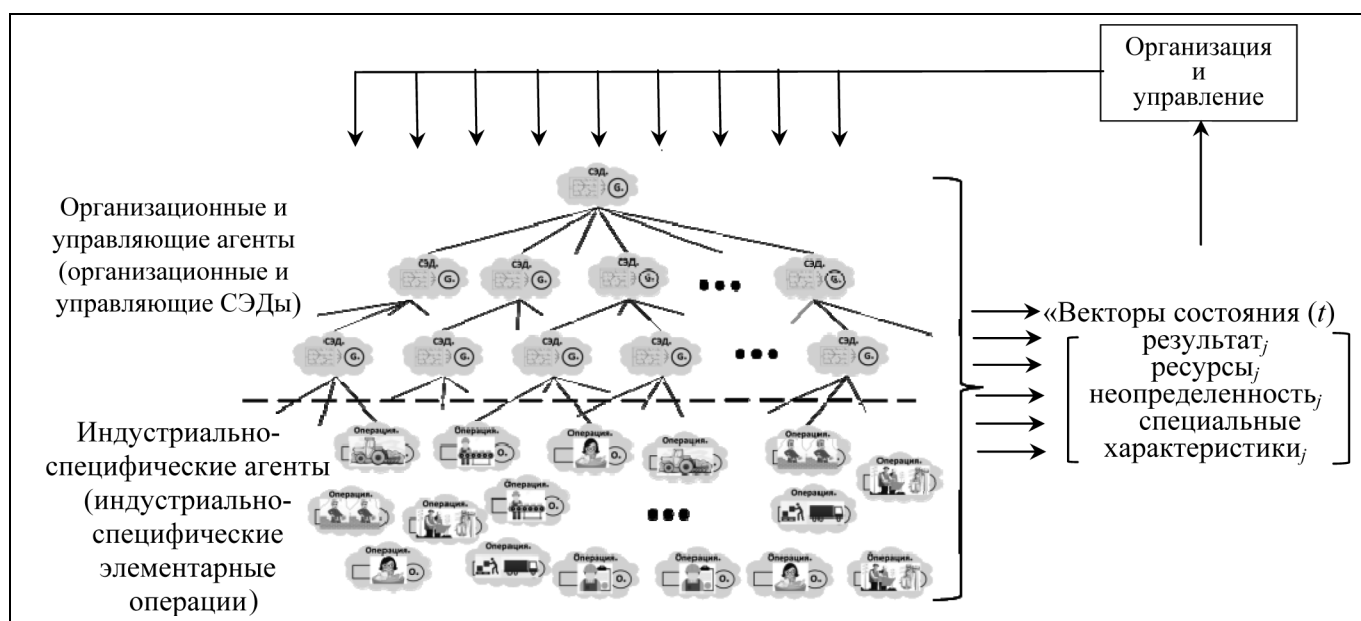


Рис. 9. Модель организации и управления комплексной деятельностью (ее элементом)

граммой (технологией) и сбоями (неопределенностью), а также возможностью в результате рефлексивного управления эффективно реагировать на неизвестные априори сбои (истинную неопределенность) — генерировать новую программу (технология КД).

Диаграммы процессной модели, приведенной в п. 1.2, описывают фактически «универсальный алгоритм управления» любой комплексной деятельностью и выполняющей ее организационно-технической системой.

Все вышеизложенное позволяет сформулировать **утверждение о комплексной деятельности как о сложной системе** — любая комплексная деятельность (как и всякий ее элемент, являющийся комплексной деятельностью) может быть представлена в виде организованной и объединенной общим целеполаганием совокупности элементов следующих типов:

- специфических элементарных операций (представляющих элементарную деятельность);
- управляющих элементов деятельности (СЭДов или элементарных операций), которые реализуют анализ, синтез, конкретизацию, регулирование и оценивание КД в форме «универсального алгоритма управления», представленного в п. 1.2.

Связи между элементами (их организованность) носят характер обмена информационными сообщениями и/или обмена информацией через общий ресурс — *информационную модель КД*.

Наиболее «сложные» компоненты управления — анализ и синтез. В то время как конкретизация (заклЮчающаяся в установлении и поддержании

связей между субъектами элементов КД, ресурсами и субъектами нижестоящих элементов) и регулирование (постоянная или многократная, или непрерывная проверка наступления определенных условий и инициирование соответствующих элементов деятельности) «просты» и рутинны (рис. 9).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обоснованы роль и место организации и управления в системе элементов и жизненном цикле КД — показано, что любая комплексная деятельность включает в себя элементы, относящиеся как к организации, так и к управлению; описана структура организации и управления, а также основные активности субъекта на различных этапах жизненного цикла комплексной деятельности.

Модели теории комплексной деятельности позволяют описать любую комплексную деятельность как организованную и объединенную общим целеполаганием, логической и причинно-следственной структурами совокупность элементов [2]:

- специфических элементарных операций (представляющих элементарную деятельность);
- единственного или нескольких управляющих элементов деятельности, которые реализуют (постоянную или многократную, или непрерывную) проверку наступления определенных условий и инициирование соответствующих специфических элементов деятельности, а также осуществляют установление связей между субъектом комплексной деятельности в целом, ресурсами и субъектами нижестоящих специфических элементов.

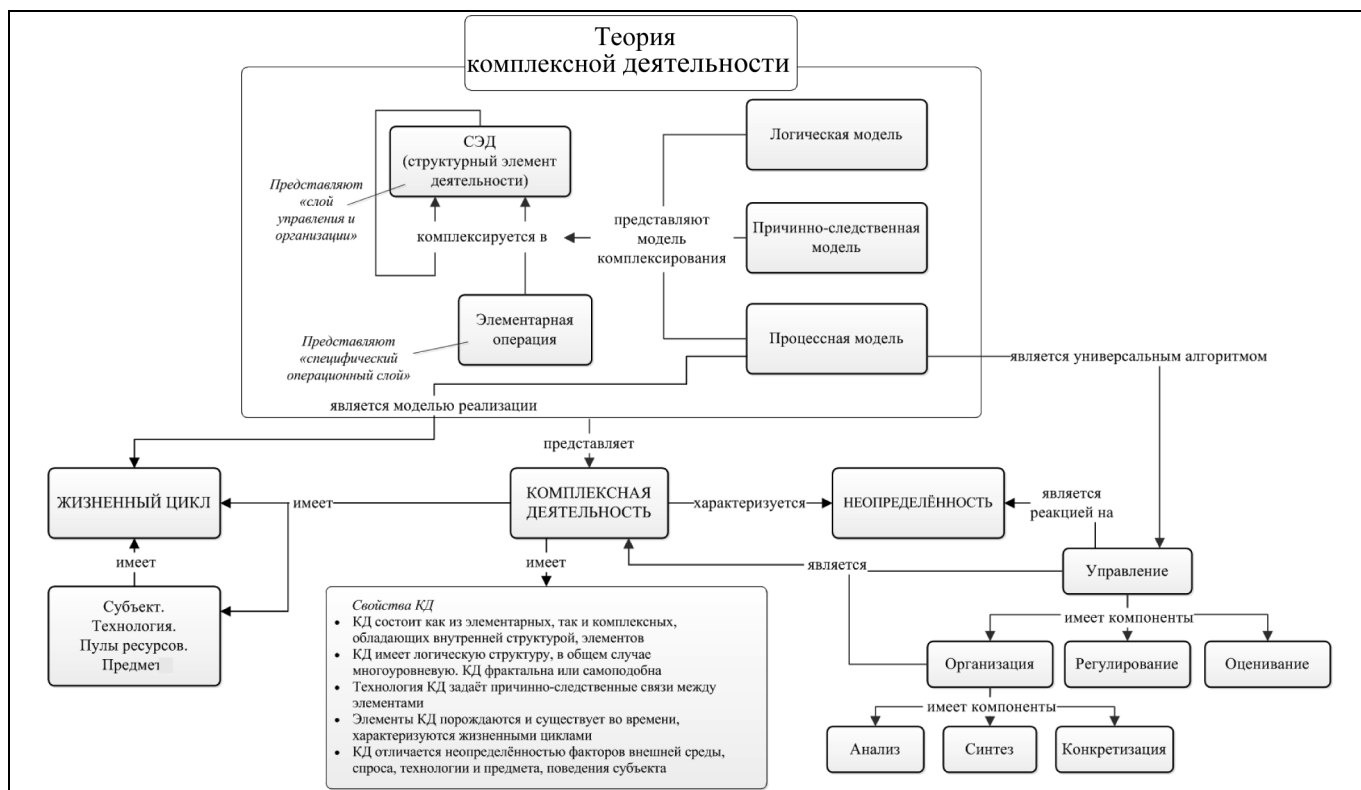


Рис. 10. Структура теории комплексной деятельности

Такое описание и модель организации и управления комплексной деятельностью [2] позволяет:

- формально разделить элементы деятельности на *специфические* (т. е. непосредственно формирующие конкретный конечный результат) и *управляющие*, что, в свою очередь, закладывает основания дальнейшего развития теории комплексной деятельности в направлении исследования такого объекта как «система управления комплексной деятельностью и организационно-технической системой как субъектом этой деятельности»;
- сформулировать проблему оптимизации комплексной деятельности, которая определяет два направления оптимизации: оптимизации выполнения комплексной деятельности с известной технологией и синтеза оптимальной технологии комплексной деятельности.

Ядром создания новых технологий служит специфический синтез технологий элементарных операций, логической и причинно-следственных структур (рис. 10).

Система согласованных формальных моделей обеспечивает практическую применимость теории комплексной деятельности как системными инженерами-практиками, так и учеными, занимающимися исследованиями систем, а также общих принципов организации деятельности (практической,

научной и др.) и управления организационно-техническими системами (см. примеры в книге [2]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Белов М.В., Новиков Д.А. Основы теории комплексной деятельности. Ч. 1. Структуры комплексной деятельности. Неопределенность и порождение комплексной деятельности // Проблемы управления. — 2018. — № 4. — С. 36—45.
2. Белов М.В., Новиков Д.А. Методология комплексной деятельности. — М.: Ленанд, 2017. — 320 с. — URL: <http://www.mtas.ru/biblio/MKD.pdf> (дата обращения: 25.06.2018).
3. ISO/IEC/IEEE 15288:2015. Systems and Software Engineering — System Life Cycle Processes.
4. *The Guide to the Systems Engineering Body of Knowledge (SEBoK) v. 1.2* / Ed. by Pyster A., Olwell A. (eds). Hoboken: The Trustees of the Stevens Institute of Technology, 2013. — URL: <http://www.sebokwiki.org> (дата обращения: 20.12.2016).
5. *White B. Fostering Intra-Organizational Communication of Enterprise Systems Engineering Practices*. MITRE Public Release Case No. 06-0351. National Defense Industrial Association, 9th Annual Systems Engineering Conf. San Diego, 2006. — 25 p.
6. Новиков А.М., Новиков Д.А. Методология. — М.: СИНТЕГ, 2007. — 668 с.

Статья представлена к публикации руководителем
регионального редсовета А.А. Ворониным.

Белов Михаил Валентинович — канд. техн. наук,
зам. ген. директора, компания ИБС, г. Москва,
✉ mbelov59@mail.ru.

Новиков Дмитрий Александрович — чл.-корр. РАН,
директор, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова
РАН, г. Москва, ✉ novikov@ipu.ru.

ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОТИВОСТОЯНИЯ СТОРОН НА ОСНОВЕ РЕФЛЕКСИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Г.А. Васильев, В.Г. Казаков, А.Ф. Тараканов

Построена математическая модель рефлексивного управления. Описаны процессы выбора стратегий и определена ситуация инициации рефлексивного управления. На основе данной ситуации определена оптимальная стратегия управляющего органа и предложен алгоритм ее нахождения. В качестве приложения модели описано распределение систем вооружения по целям, построен и численно апробирован критерий оценки рефлексивного управления.

Ключевые слова: рефлексивное управление, критерий оценки управления, выбор стратегии.

ВВЕДЕНИЕ

Один из современных путей повышения эффективности процесса выполнения боевой задачи заключается в расширении роли рефлексивного управления противником. По мнению В.А. Лефевра [1], рефлексивное управление — это процесс передачи оснований для принятия решений противнику. Термин «рефлексивный» подчеркивает, что игроки отражают в мышлении рассуждения друг друга. Другими словами, рефлексивное управление — это специальное воздействие на противника с целью склонить его принять решение, предопределенное контролирующей стороной [2]. Множество иллюстративных примеров использования рефлексивного управления противником можно найти в работах [1, 3].

Мы присоединяемся к пониманию рефлексии в том смысле, который в него вкладывал В.А. Лефевр — способности и возможности стать в позицию наблюдателя по отношению к своим мыслям и своим действиям. При этом мы полагаем, что оптимальным местом приложения рефлексивного управления является процесс формирования замысла боевых действий на тактическом уровне. Здесь открываются перспективы получения возможности направлять и координировать действия противника. Рефлексивное пространство или рефлексивная реальность боевых действий — это именно та совместная сфера деятельности противников, в которой они осуществляют борьбу за приоритет и превосходство своей стратегии размышлений, замыслов и решений, которые затем будут воплощены ими в вооруженной борьбе.

Центральный вопрос рефлексивного управления заключается в возможности «мягкого» принуждающего воздействия, результатом которого является снижение эффективности процесса принятия решения, его осмысленности, парализации творческой деятельности командиров и штабов противоборствующей боевой системы, а также уменьшение степени реализации ее оперативных (боевых) возможностей [4].

В работе [5] указано, что в рамках теории игр и теории коллективного поведения развито множество моделей, учитывающих адаптацию, обучение и другие интеллектуальные свойства игроков (например, [6—8]), применение которых в моделировании военных действий позволит более адекватно отражать многие реальные ситуации. Монография [9] посвящена обсуждению современных подходов к математическому моделированию рефлексивных процессов в управлении. Рассматриваются рефлексивные игры, описывающие взаимодействие субъектов (агентов), принимающих решения на основании иерархии представлений, прежде всего, о существенных параметрах (информационная рефлексия), далее о принципах принятия решений оппонентами (стратегическая рефлексия), а также представлений о представлениях и т. д.

В статье рассматривается процесс противостояния (противоборства) в военном плане двух сторон, управление которыми осуществляют Командный центр (далее Центр) и Противник. Модель боевых действий описывается с помощью понятий «стратегия» и «представление о стратегии». Центр, выбирая свою стратегию, осуществляет рефлексивное управление Противником, которое и находит выражение в понятии «представление о стра-

тегии». Описываются процессы выбора стратегий сторонами и строится ситуация инициации рефлексии и оптимальная стратегия Центра.

При построении математической модели рефлексивного управления Противником использованы конструкции из теории иерархических игр, о перспективности которых в применении к боевым действиям сказано в работе [5]. А именно, стратегия Противника является функцией стратегии Центра, которую последний, выполняя свой замысел, «предъявляет» Противнику. Последний, в свою очередь, строит множество возможных ответов на стратегию Центра. Однако принятые в теории иерархических игр понятия «Ведущий» и «Ведомый» нами не употребляются, так как не вполне отражают специфику процесса управления боевыми действиями. Дело в том, что рефлексивное управление предполагает элемент скрытого воздействия для достижения определенной цели.

Предложен алгоритм нахождения оптимальной стратегии. В плане приложения рассмотрено распределение систем вооружения по целям, предложен и апробирован критерий оценки рефлексивного управления по остаточным системам вооружения как функции выигрыша по наносимому ущербу.

Общая логика связи основных разделов статьи такова. В § 1 разъясняются обозначения, используемые в модели, и понятия, связанные с процессом рефлексивного управления Противником. В § 2 на основе рефлексивной стратегии Противника определена оптимальная стратегия Центра, далее в § 3 описан алгоритм ее нахождения. В § 4 сформулированы конкретные критерии оптимальности Центра и Противника. В § 5 на основе алгоритма проведены модельные вычисления на примере распределения систем вооружения. Противнику «предъявляется» первоначальный замысел Центра по распределению систем вооружения. Этот замысел инициирует принятие Противником рефлексивного ответа. Центр на основе оценки данного ответа решает задачу оптимального распределения своих систем вооружения. В результате оцениваются значения критерия Центра и критерия Противника.

1. СТРАТЕГИИ, ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О СТРАТЕГИЯХ И ИХ РЕАЛИЗАЦИИ

Пусть имеются две противостоящие друг другу в военном плане стороны — сторона 1 и сторона 2. Управление операциями со стороны 1 осуществляет Командный центр (далее Центр), со стороны 2 — Противник. Модель боевых действий между нашими войсками (силами) и войсками противника задается набором

$$\Gamma = \langle X_1, X_2, Z, \{f_i(x_1, x_2, z), i = 1, 2\} \rangle,$$

где X_1 — множество возможных стратегий (действий) Центра; X_2 — множество возможных стратегий (действий) Противника; $x_1 \in X_1$ — стратегия (план действий) Центра; $x_2 \in X_2$ — стратегия (план действий) Противника (инициативная или реализуемая как реакция на действие Центра), содержание (начало, ход и исход) которой выявлено благодаря средствам разведки; (x_1, x_2) — ситуация, складывающаяся в результате выбора стратегий (планов действий) x_1 и x_2 ; Z — множество неопределенных факторов; $z \in Z$ — конкретное значение неопределенного фактора; $f_i(x_1, x_2, z)$ — скалярная функция, значения которой характеризуют меру (степень) достижения результата, т. е. успех Центра ($i = 1$) или Противника ($i = 2$).

Предполагается, что $X_1 \subset E^{n_1}$, $X_2 \subset E^{n_2}$, где E^{n_k} — n_k -мерное евклидово пространство. Таким образом, стратегия x_i имеет вид $x_i = (x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^{n_k})^T$ и состоит из совокупности конкретных действий, характеризующих содержание стратегии (решения).

Поясним смысл введенных величин. Множество возможных стратегий X_1 понимается как совокупность возможных действий в рамках имеющихся у Центра ограниченных боевых и технических ресурсов для выполнения боевой задачи (личного состава, вооружения и военной техники, ГСМ и др.). Конкретная стратегия $x_1 = (x_1^1, x_1^2, \dots, x_1^{n_1})^T$ состоит из совокупности некоторых действий, составляющих план действий. Этот план может быть подвергнут оценке с помощью критерия $f_1(x_1, x_2, z)$. Стратегия (план) в дальнейшем реализуется на практике, и тогда становится возможным оценить качество реализации выбранной стратегии.

Определение 1. Представлением о стратегии x называется стратегия $\tilde{x}$, знание о которой получено на основе информации от средств разведки. ♦

Очевидно, неравенство $\|x - \tilde{x}\| < \varepsilon$, означающее совпадение истинной стратегии x и представленной $\tilde{x}$ о ней лишь с некоторой точностью.

Определение 2. Реализацией стратегии x называется стратегия $\bar{x}$, если после применения $\bar{x}$ оказывается возможным оценить ее качество с помощью некоторого критерия. ♦

Очевидно неравенство $\|x - \bar{x}\| < \delta$, означающее реализацию стратегии x лишь с некоторой точностью.

Из двух последних неравенств вытекает неравенство $\|\tilde{x} - \bar{x}\| < \varepsilon + \delta$. Отсюда следует, что для достижения желаемой рефлексии (ответа) против-



ника на свои действия необходима максимальная точность реализации $\tilde{x}$ стратегии x .

Понятия, только что введенные в определениях, естественно возникают именно в процессе управления боевыми операциями. Дело в том, что разработка штабом оперативного плана боевой операции еще не означает его точного понимания исполнителями и соответствующей точной реализации. Эта неточность обусловлена «человеческим фактором», который неизбежно возникает при взаимодействии людей, особенно в отношениях «начальник — подчиненный». Штабу приходится управлять большими массами людей, организованных в боевые единицы, у которых, в свою очередь, также имеются свои управляющие органы, принимающие тактические (локальные) решения, реализующие общий замысел штаба. Такие тактические решения обретают форму приказов, но реализуются не обязательно в точности с ними. В общем случае один и тот же приказ исполняется разными людьми по-разному (однако результат исполнения приказа примерно одинаков). Поэтому понятия «стратегия», «представление о стратегии» и «реализация стратегии» — близкие, но не тождественные понятия.

Далее будем считать стратегию Центра x_1 и ее реализацию $\tilde{x}_1$ совпадающими с приемлемой для Центра погрешностью $\|\tilde{x}_1 - x_1\| < \varepsilon$ (которой можно пренебречь). Поэтому вместо реализации $\tilde{x}_2(\tilde{x}_1)$ стратегии противника в ответ на его представления $\tilde{x}_1$ об $\tilde{x}_1$ можно употреблять обозначение $\tilde{x}_2(\tilde{x}_1)$.

2. ПРОЦЕССЫ ВЫБОРА СТРАТЕГИЙ, СИТУАЦИЯ ИНИЦИАЦИИ РЕФЛЕКСИИ И ОПТИМАЛЬНАЯ СТРАТЕГИЯ ЦЕНТРА

Пусть $\tilde{X}_2$ — множество стратегий противника в представлении Центра. Анализируя сложившуюся ситуацию, исходя из знания своих возможностей и возможностей Противника, на основе информации и своих представлений об $x_2 \in X_2$ в виде $\tilde{x}_2 \in \tilde{X}_2$. Центр формирует подмножество возможных стратегий (действий) из условия неубывания своего критерия

$$X_1^0 = \{x_1^0 \in X_1 | \min_{z \in Z} f_1(x_1^0, \tilde{x}_2, z) \geq \min_{z \in Z} f_1(x_1, \tilde{x}_2, z) \\ \forall x_1 \in X_1, \forall \tilde{x}_2 \in \tilde{X}_2\}.$$

Противник на основе информации и своих представлений об $x_1 \in X_1$ в виде $\tilde{x}_1 \in \tilde{X}_1$ формирует

подмножество возможных стратегий (действий) также из условия неубывания своего критерия

$$X_2^0 = \{x_2^0 \in X_2 | \min_{z \in Z} f_2(\tilde{x}_1, x_2^0, z) \geq \min_{z \in Z} f_2(\tilde{x}_1, x_2, z) \\ \forall \tilde{x}_1 \in \tilde{X}_1, \forall x_2 \in X_2\}.$$

Замечание 1. Множество X_1^0 определяет доминирующие стратегии Центра для любых возможных стратегий Противника. В реальности в общем случае доминирующих стратегий может быть несколько. Поэтому вместо предельно жесткого макс, не оставляющего выбора среди доминирующих $x_1 \in X_1$ стратегий, был выбран более мягкий вариант неравенства, оставляющего за Центром возможность весьма широкого маневра в выборе стратегии x_1^0 в ответ на представление $\tilde{x}_2$ об x_2 . Аналогично и по множеству X_2^0 .

Замечание 2. Условия непустоты множеств X_1^0 и X_2^0 (как и множества $R(x_1)$ далее) в контексте построения модели несущественны (хотя неявно, конечно, непустота как требование предполагается).

Замечание 3. Операцию взятия $\min_{z \in Z}$ (т. е. учет наиболее неблагоприятного неопределенного фактора) в X_i^0 будем считать элементарной операцией. Это означает, что в реальных условиях учет самых неблагоприятных неопределенных факторов для лиц, принимающих решение, не составляет труда.

Замечание 4. Множества X_1^0 и X_2^0 всегда можно сделать состоящими из достаточно большого (даже бесконечного) числа стратегий. Например, в случае множества X_1^0 следует найти все максимумы по x_1 функции f_1 в виде множества $X_1^* = \{x_1^*\}$ и выбрать ε -окрестность $U_\varepsilon(x_1^*)$ каждой точки $x_1^* \in X_1^*$. Любая точка $x_1^0 \in U_\varepsilon(x_1^*)$ будет принадлежать X_1^0 . ♦

Первым действует Центр и выбирает конкретную стратегию $x_1^0 \in X_1^0$, побуждая тем самым Противника реагировать. Рефлексивная стратегия Противника имеет вид $x_2(\tilde{x}_1^0)$, где $\tilde{x}_1^0$ — его представление о стратегии x_1^0 . Так как с точки зрения Противника стратегия $x_2(\tilde{x}_1^0)$ не должна ухудшить

его критерий, то он формирует подмножество возможных ответов

$$R(\tilde{x}_1^0) = \{x_2^0(\tilde{x}_1^0) \in X_2 | \min_{z \in Z} f_2(\tilde{x}_1^0, x_2^0(\tilde{x}_1^0), z) \geq \min_{z \in Z} f_2(\tilde{x}_1^0, x_2^0, z) \forall x_2^0 \in X_2\}$$

и выбирает конкретную стратегию $x_2^0(\tilde{x}_1^0) \in R(\tilde{x}_1^0)$ (конечно, исходя из конкретной оперативной обстановки).

Определение 3. Пара стратегий $(x_1^0, x_2^0(\tilde{x}_1^0)) \in X_1^0 \times R(\tilde{x}_1^0)$ называется ситуацией инициации рефлексивной стратегии $x_2^0(\tilde{x}_1^0)$ в ответ на представление об x_1^0 в виде $\tilde{x}_1^0$, если выполнены условия:

- 1) $\min_{z \in Z} f_1(x_1^0, \tilde{x}_2^0(x_1^0), z) \geq \min_{z \in Z} f_1(x_1, \tilde{x}_2(x_1), z) \forall x_1 \in X_1;$
- 2) $\min_{z \in Z} f_2(\tilde{x}_1^0, x_2^0(\tilde{x}_1^0), z) \geq \min_{z \in Z} f_2(\tilde{x}_1^0, x_2^0, z) \forall x_2^0 \in X_2^0. \blacklozenge$

Прокомментируем определение.

Нетрудно видеть, что в определении структура обоих неравенств в совокупности перекликается с равновесием Нэша. Однако из-за наличия представлений о стратегиях пару $(x_1^0, x_2^0(\tilde{x}_1^0))$ можно назвать рефлексивным равновесием Нэша. Первое неравенство фиксирует такой выбор Центра x_1^0 , чтобы при $x_2^0 \in X_2^0$ не уменьшить критерий Центра. Второе неравенство фиксирует рациональность выбора Противника $x_2^0(\tilde{x}_1^0)$ в ответ на стратегию x_1^0 .

Стратегия x_1^0 отражает замысел Центра, выбирая которую, Центр рассчитывает на то, что Противник в качестве рефлексивного ответа на нее выберет стратегию $\tilde{x}_2^0(x_1^0)$, что означает выполнение неравенства $\|x_1^0 - \tilde{x}_1^0\| < \varepsilon$. Т. е. замысел Центра x_1^0 и представление Противника о нем $\tilde{x}_1^0$ должны быть близки. Другими словами, Центр разрабатывает стратегию x_1^0 так, чтобы Противник узнал о ней в виде $\tilde{x}_1^0$ и выбрал стратегию $x_2^0(\tilde{x}_1^0)$. Следовательно, представление Центра $\tilde{x}_2^0(x_1^0)$ о рефлекс-

сивном ответе Противника $x_2^0(\tilde{x}_1^0)$ на стратегию x_1^0 должно быть достаточно точным (практически безошибочным), что означает выполнение неравенства $\|x_2^0(\tilde{x}_1^0) - \tilde{x}_2^0(x_1^0)\| < \varepsilon$.

Определение 4. Оптимальной стратегией Центра называется стратегия $x_1^* \in X_1$, если выполнены условия:

- 1) $\min_{z \in Z} f_1(x_1^*, \tilde{x}_2^0(x_1^*), z) > \min_{z \in Z} f_1(x_1, \tilde{x}_2^0(x_1), z);$
- 2) $\min_{z \in Z} f_2(x_1^*, x_2^0(x_1^*), z) < \min_{z \in Z} f_2(\tilde{x}_1^0, x_2^0(\tilde{x}_1^0), z). \blacklozenge$

Первое неравенство в определении означает, что замысел Центра x_1^0 полностью оправдался, а рефлексивный выбор Противника $x_2^0(\tilde{x}_1^0)$ в ответ на стратегию x_1^0 после применения x_1^* увеличивает критерий Центра. Второе неравенство означает, что применение стратегии x_1^* в результате успешно наведенной рефлексии в виде $x_2^0(\tilde{x}_1^0)$ в ответ на стратегию x_1^0 приводит к уменьшению критерия Противника (поражение).

Отметим, что в идеальном случае вместо неравенств в определении 4 должны выполняться равенства (именно такая задача решается далее в алгоритме):

$$\min_{z \in Z} f_1(x_1^*, \tilde{x}_2^0(x_1^*), z) = \max_{x_1 \in X_1} \sup_{\tilde{x}_2 \in \tilde{X}_2} \min_{z \in Z} f_1(x_1, \tilde{x}_2, z),$$

$$\begin{aligned} \min_{z \in Z} f_2(x_1^*, x_2^0(x_1^*), z) &= \\ &= \inf_{x_2^0(\tilde{x}_1^0) \in X_2^0(\tilde{x}_1^0)} \min_{z \in Z} f_2(\tilde{x}_1^0, x_2^0(\tilde{x}_1^0), z). \end{aligned}$$

Однако зачастую решение управляющим Центром соответствующей задачи максимизации (первое равенство) затруднительно или невозможно по каким-либо причинам, что, как правило, и происходит при принятии решений в планировании боевых операций. Тем не менее, имея достаточно четкое представление о наилучшей в данных оперативных условиях стратегии, исходя из своих возможностей всегда можно выбрать некоторое приближение к наилучшей стратегии. Именно такой смысл и вкладывается в правило выбора стратегии x_1^* согласно первому неравенству в определении 4. Второе неравенство в определении с точки зрения Центра должно выполняться автоматически, если рефлексивное управление осуществлено по плану Центра.

Обратим внимание на то, что оптимальная стратегия Центра x_1^* может сколь угодно отличать-



ся от его замысла x_1^0 , т. е. $\|x_1^* - x_1^0\| > \varepsilon$. Рефлексивный ответ Противника $x_2^0(\tilde{x}_1^0)$ в сочетании с истинной (оптимальной) стратегией x_1^* превращается (с точки зрения Центра должен превратиться!) в ошибочный ответ $x_2^0(x_1^*)$, что выражается неравенством $\|x_2^0(x_1^*) - x_2^0(\tilde{x}_1^0)\| > \varepsilon$.

Результаты решения поставленной задачи именно в терминах стратегий и представлений о них (а не в терминах реализаций стратегий) позволяют дать априорную оценку выбранному решению. Оценка реализаций стратегий будет, очевидно, близка к априорной, но не тождественна ей. Кроме того, с математической точки зрения оперирование со стратегиями и представлениями о них будет корректным при подстановке их в критерии оптимальности.

3. АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРАТЕГИИ

Опишем алгоритм нахождения стратегии x_1^* .

Шаг 1. Выбираем стратегию x_1^0 , на которую необходимо получить рефлексивный ответ Противника, из условия

$$\min_{z \in Z} f_1(x_1^0, \tilde{x}_2, z) - \min_{z \in Z} f_1(x_1, \tilde{x}_2, z) \geq \varepsilon \\ \forall x_1 \in X_1, \quad \forall \tilde{x}_2 \in \tilde{X}_2$$

(число $\varepsilon \geq 0$ отражает свободу выбора стратегии x_1^0 и задает желаемую степень ее успешности).

Шаг 2. Из условия $\min_{z \in Z} f_2(x_1^0, \tilde{x}_2^0, z) - \min_{z \in Z} f_2(x_1^0, \tilde{x}_2, z) \geq \varepsilon \quad \forall \tilde{x}_2 \in \tilde{X}_2$ оцениваем множество $\tilde{X}_2^0$.

Шаг 3. Исходя из представления об $\tilde{X}_2^0$, оцениваем рефлексивный ответ Противника $\tilde{x}_2^0 = \tilde{x}_2(x_1^0) \in \tilde{X}_2^0$.

Шаг 4. Решаем задачу

$$\min_{z \in Z} f_1(x_1^*, \tilde{x}_2^0, z) = \max_{x_1 \in X_1} \min_{z \in Z} f_1(x_1, \tilde{x}_2^0, z).$$

4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СИСТЕМ ВООРУЖЕНИЯ ПО ЦЕЛЯМ И КРИТЕРИЙ ОЦЕНКИ РЕФЛЕКСИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Пусть в распоряжении Центра и Противника имеются некоторые системы и средства вооруже-

ния (СВ — личный состав, БТР, танки, артиллерия, авиация и др.) в общих количествах соответственно n_1 и n_2 . Пусть x_j — количество j -й СВ Центра, y_j — количество j -й СВ Противника. Тогда можно составить наборы СВ Центра $x = (x_1, \dots, x_{n_1})$ и Противника $y = (y_1, \dots, y_{n_2})$.

Без ограничения общности можно положить $n_1 = n_2 = n$, так как при отсутствии s -го типа СВ $x_s = 0$. Итак, $x = (x_1, \dots, x_n)$, $y = (y_1, \dots, y_n)$.

Таким образом, x и y есть стратегии Центра и Противника, состоящие в выборе определенных наборов (составов) СВ для выполнения поставленных задач. Ясно, что из всей совокупности имеющихся СВ для выполнения задачи могут быть задействованы не все из них, а только часть. Тогда компоненты наборов x или y , соответствующих не задействованным СВ, равны нулю.

Нетрудно видеть, что множества стратегий Центра X и Противника Y состоят из всех возможных наборов x и y .

Пусть Центр располагает СВ в общих количествах $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n$, и по имеющейся у Центра информации Противник располагает СВ в общих количествах $\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_k$.

Против k -й СВ Противника в количестве $y_k \leq \bar{y}_k$

Центр выделяет набор своих СВ $x^k = (x_1^k, \dots, x_n^k)$, причем $x_j^k \leq \bar{x}_j$ и некоторые $x_j^k = 0$ из-за того, что не включены в набор x^k . Коэффициент уязвимости j -й СВ Центра обозначим через α_j , Противника — λ_j .

После боевого «взаимодействия» x^k и y_k остаточное количество j -й СВ Центра в наборе x^k

$$\tilde{x}_j^k = x_j^k e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}}, \quad k = \overline{1, n},$$

а во всех наборах $\tilde{x}^k$, $k = \overline{1, n}$,

$$\tilde{x}_j = \sum_{k=1}^n \tilde{x}_j^k = \sum_{k=1}^n x_j^k e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (1)$$

У Противника останется

$$\tilde{y}_k = y_k e^{-\lambda_k \sum_{j=1}^n x_j^k}, \quad k = \overline{1, n}. \quad (2)$$

Формулы (1) и (2) называются формулами процентной уязвимости и получены путем развития соответствующих формул из книги [10], где про-

тив j -й СВ Противника выделяется j -я же СВ Центра. В нашей модели против k -й СВ Противника в количестве y_k Центр выделяет набор своих СВ $x^k = (x_1^k, \dots, x_n^k)$.

Пусть v_j и w_j — стоимости (важности) j -й СВ соответственно Центра и Противника. Тогда суммарная остаточная стоимость всех задействованных СВ выражается критериями:

$$\text{Центра: } F(x, y) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n v_j x_j^k e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}}; \quad (3)$$

$$\text{Противника: } G(x, y) = \sum_{k=1}^n w_k y_k e^{-\lambda_k \sum_{j=1}^n x_j^k}. \quad (4)$$

Критерии (3) и (4) соответственно линейны и возрастают по x_j^k и y_k , соответственно выпуклы и убывают по y_k и x_j^k . Отметим, что критерии (3) и (4) составлены с точки зрения Центра. Аналогичные критерии можно составить и с точки зрения Противника.

Критерии процентного ущерба по остаточным СВ как функции выигрыша по наносимому ущербу на основе критериев (3) и (4) строятся следующим образом:

$$\text{Центр: } F(x, y) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n w_j \left(1 - e^{-v_j x_j^k e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}}} \right); \quad (5)$$

$$\text{Противник: } G(x, y) = \sum_{k=1}^n v_k \left(1 - e^{-w_k y_k e^{-\lambda_k \sum_{j=1}^n x_j^k}} \right). \quad (6)$$

Критерий (5) возрастает и вогнут по x_j^k , убывает по y_k . Для выпуклости по y_k должно выполняться неравенство $F''_{y_k}(x, y) > 0$, или, следовательно, неравенство

$$\begin{aligned} F''_{y_k}(x, y) &= \sum_{j=1}^n \left(v_j x_j^k \alpha_j^2 x_j^k e^{-v_j x_j^k e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}}} e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}} - \right. \\ &\quad \left. - v_j^2 w_j \alpha_j^2 (x_j^k)^2 e^{-v_j x_j^k e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}}} e^{-2\alpha_j \frac{y_k}{n}} \right) = \\ &= \sum_{j=1}^n v_j w_j \alpha_j^2 x_j^k e^{-v_j x_j^k e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}}} e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}} \left(1 - v_j x_j^k e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}} \right) > 0, \end{aligned}$$

откуда следует неравенство

$$\left(1 - v_j x_j^k e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}} \right) > 0 \quad \forall j = \overline{1, n}$$

(легко достигается масштабированием коэффициентов).

5. ПРИМЕР

Рассмотрим два вида СВ: i_1 — истребители типа 1, i_2 — истребители типа 2. Коэффициенты уязвимости и важности СВ Центра: i_1 — $\alpha_1 = 0,24$, $v_1 = 0,7$, i_2 — $\alpha_1 = 0,27$, $v_2 = 0,77$. Коэффициенты уязвимости и важности СВ Противника: i_1 — $\lambda_1 = 0,23$, $w_1 = 0,75$, i_2 — $\lambda_2 = 0,28$, $w_2 = 0,788$.

Центр располагает такими количествами СВ: i_1 — 14 ед., i_2 — 13 ед., а Противник соответственно i_1 — 16 ед., i_2 — 15 ед. Пусть первоначальное распределение СВ Центра таково:

$$i_1 - x^1 = (x_1^1, x_2^1) = (10, 5), \quad i_2 - x^2 = (x_1^2, x_2^2) = (3, 11).$$

Тогда соответствующая матрица первоначального распределения СВ Центра по СВ Противника имеет вид:

	Противник	
	i_1	i_2
Центр	i_1	$\begin{pmatrix} 10 & 4 \end{pmatrix}$
	i_2	$\begin{pmatrix} 2 & 11 \end{pmatrix}$

Пусть данное распределение СВ Центра инициировало следующее распределение СВ Противника:

$$i_1 - y^1 = (y_1^1, y_2^1) = (12, 6), \quad i_2 - y^2 = (y_1^2, y_2^2) = (4, 11)$$

или в матричном виде

	Противник	
	i_1	i_2
Центр	i_1	$\begin{pmatrix} 10 & 6 \end{pmatrix}$
	i_2	$\begin{pmatrix} 4 & 11 \end{pmatrix}$

При данных значениях параметров требования положительности вторых производных выполнены:

$$F''_{y_1}(x, y) = 1,651 \cdot 10^{-3}, \quad F''_{y_2}(x, y) = 1,071 \cdot 10^{-3}.$$

Боестолкновение при данных распределениях СВ дает такие значения критериев: Центр — $F = 1,4173$; Противник — $G = 0,4975$.

Максимизация критерия Центра приводит к матрице распределения СВ Центра:

	Противник	
	i_1	i_2
Центр	i_1	$\begin{pmatrix} 7 & 7 \end{pmatrix}$
	i_2	$\begin{pmatrix} 6 & 7 \end{pmatrix}$



В результате значения критериев Центра и Противника изменяются в пользу Центра: Центр — $F = 1,5268$; Противник — $G = 0,4780$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Практически все публикации, посвященные проблеме рефлексивного управления (в том числе и противником в ходе боевых действий) имеют качественный характер. В некоторых из них точные построения ограничиваются описанием многоэтапного процесса принятия решений на основе понятия «представление о решении». Исключение составляют немногочисленные работы, в которых построены модели принятия решений на основе «здорового смысла» [1] и, в частности, оптимизационные модели на уровне применения принципов оптимальности (см. например, книгу [9] и обсуждение текущего состояния проблемы во введении к ней). Отметим, что в ней изложено большинство разработанных на тот момент подходов к моделированию рефлексивного управления в разнообразных ситуациях, поэтому данная книга представляет собой, по сути, первый фундаментальный труд по проблемам рефлексивного управления. Однако авторам настоящей статьи не удалось найти публикации, в которых бы строились и апробировались оптимизационные математические модели рефлексивного управления противником в ходе боевых действий.

В настоящей работе использованы конструкции из теории иерархических игр. А именно, стратегия Противника является функцией стратегии Центра; Противник строит множество возможных ответов на конкретную стратегию Центра. При этом за основу взяты естественные рассуждения с точки зрения управляющего Центра и Противника, вытекающие из специфики боевых действий. Последняя продиктовала, чтобы была предусмотрена свобода выбора стратегий конфликтующими сторонами. Эта свобода выразилась в требовании неубывания значений их критериев по выбираемым стратегиям, а не в требовании их максимизации.

В определении оптимальной стратегии управляющего Центра (при условии достаточно точного исполнения его замысла) заложено, что рефлексивный выбор Противника увеличит критерий Центра, а реализация его оптимальной стратегии в результате успешно наведенной рефлексии приведет к уменьшению критерия Противника. Оптимальная стратегия Центра может сколь угодно отличаться от его замысла. Рефлексивный ответ

Противника в сочетании с оптимальной стратегией центра приводит к поражению Противника. Предложен и критерий оценки рефлексивного управления по остаточным системам вооружения как функции выигрыша по наносимому ущербу. На основе предложенного алгоритма продемонстрирована работоспособность критерия в процессе рефлексивного управления и выработки оптимальной стратегии по распределению средств вооружения Центра.

Наконец, отметим, что предметная область моделирования — боевые действия — не сводится только к таковым (хотя в боевых действиях эффект от применения идей рефлексивного управления проявляется наиболее ярко), поскольку ситуации противостояния вполне могут возникать также в экономике, политике и др.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лефевр В.А., Смолян Г.Л. Алгебра конфликта. — М.: Знание, 1968. — 64 с.
2. Крамер К.Х., Кайзер Т.Б., Шмидт С.Е. и др. От предсказаний к рефлексивному управлению // Рефлексивные процессы и управление. — 2003. — Т. 3, № 2. — С. 35—52.
3. Смолян Г.Л. Рефлексивное управление — технология принятия манипулятивных решений // Труды ИСА РАН. — 2013. — Т. 63, № 2. — С. 54—61.
4. Махнин В.Л., Бычков В.Г. Понятийный аппарат в предметных областях познания и исследования военного искусства (категории, понятия, термины). — М., 2011. — 340 с.
5. Новиков Д.А. Иерархические модели боевых действий // Управление большими системами. — 2012. — Вып. 37. — С. 25—62.
6. Новиков Д.А. Модели стратегической рефлексии // Автоматика и телемеханика. — 2012. — № 1. — С. 3—22.
7. Новиков Д.А. Математические модели формирования и функционирования команд. — М.: Физматлит, 2008. — 184 с.
8. Корепанов В.О. Модели рефлексивного группового поведения и управления. — М.: ИПУ РАН, 2011. — 133 с.
9. Новиков Д.А., Чхартшвили А.Г. Рефлексия и управление: математические модели. — М.: Физматлит, 2013. — 412 с.
10. Данскин Дж.М. Теория максимина и ее приложение к задачам распределения вооружения. — М.: Советское радио, 1970. — 200 с.

Статья представлена к публикации руководителем регионального редсовета Г.А. Угольницким.

Васильев Геннадий Анатольевич — канд. воен. наук, доцент,
✉ comrud7878@yandex.ru,

Казakov Владимир Геннадьевич — канд. воен. наук, доцент,

Тараканов Андрей Федорович — д-р физ.-мат. наук, профессор,
✉ aft777@mail.ru,

Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил
«Военно-воздушная академия имени профессора
Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», г. Воронеж.

СЕТЕВАЯ ИНФОРМАЦИОННО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ПОДДЕРЖКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОДВИЖНЫХ РОБОТОВ

Г.Г. Стецюра

Для поддержки быстрого взаимодействия в группе мобильных роботов предложены способы и средства выполнения синхронных распределенных вычислений. Вычисления управляются децентрализованно и проводятся над содержимым передаваемых сообщений в процессе передачи без задержки на проведение вычисления. Источники синхронизируют передачу сообщений так, что одноименные двоичные разряды группы сообщений обрабатываются одновременно. Показано, что предложенные решения ускоряют реакцию работающей в режиме жесткого реального времени системы на изменения состояния системы и внешней среды.

Ключевые слова: локальная компьютерная сеть, быстрая синхронизация, распределенные вычисления, мобильные мультироботные системы, аналого-цифровые вычисления.

ВВЕДЕНИЕ

Создание систем мобильных роботов (multiple mobile robot systems — MMRS), взаимодействующих с внешней средой в жестком реальном времени — востребованная в настоящее время задача. Словом «робот» обычно обозначают автоматическую автономную управляемую встроенным компьютером машину, способную самостоятельно принимать и выполнять решения. Будем следовать этому определению. Далее, вместо слов «подвижный робот» будем употреблять лишенное оттенка антропоморфности слово «объект».

В литературе отмечается сложность, многоплановость задач управления действиями MMRS [1]. Часто MMRS действуют в режиме жесткого реального времени, что предъявляет дополнительные требования к средствам взаимодействия объектов. В настоящей статье будем ориентироваться на MMRS с наиболее высокими требованиями к скорости реакции и попытаемся предложить способы, ускоряющие реактивность.

Для получения своевременной реакции на события требуется быстро обеспечивать все объекты информацией о текущем состоянии системы и среды, в которой система действует. Обычно недостаточно получить информацию о состоянии отдельных объектов, требуются обобщенные оценки для всей группы. Если ограничиться только пере-

сылкой сообщений, что делают сетевые средства для организации взаимодействия в MMRS, то это может привести к большим потерям времени. Например, если требуется найти для всей системы среднее или максимальное значение какого-либо параметра, то объекты должны поочередно передать свои значения параметра одному из объектов, где будет выполнено вычисление и результат сообщен всем объектам. Реактивность системы существенно падает. Поэтому требуются средства как информационной, так и быстрой распределенной вычислительной поддержки.

Цель статьи — разработать быстрые распределенные вычисления, не требующие дополнительного времени по сравнению со временем передачи лишь одного сообщения.

Задача существенно облегчается тем, что система специализированная. Все объекты решают общую задачу, есть общая цель, на достижение которой направлены все действия системы.

Ускорение достигается благодаря следующим решениям.

- Разработаны способы быстрой синхронизации сообщений подвижных объектов. Группа сообщений объектов объединяется в единое сообщение с доставкой его компонентов приемнику в заданной временной последовательности, в том числе с совмещением одноименных разрядов группы сообщений.



- Разработано представление чисел в сообщениях, позволившее ряд видов вычислений выполнять без затраты дополнительного времени на вычисление. Вычисления осуществляются синхронно, одновременно над одноименными двоичными разрядами чисел из группы сообщений. Вычисления выполняются непосредственно средствами сети с совмещением во времени процессов передачи данных и их обработки. Результаты вычисления доставляются всем объектам широковещательно.

Разработанная быстрая синхронизация сообщений позволяет передавать короткие сообщения, которые, кроме данных, содержат групповые команды, управляющие обработкой данных, находящихся непосредственно в сообщении. Групповые команды превращают сообщения также в средства быстрой реконфигурации действий объектов.

Так как скорость обмена сообщениями в предлагаемой структуре взаимодействия объектов непосредственно влияет на быстрдействие процессов в MMRS, то расстояние между объектами ограничено одним километром, что дает максимальную задержку доставки сообщения 6 мкс. Однако уменьшение расстояния отслеживается в динамике, и задержка автоматически корректируется.

Сравним предлагаемые решения с другими сетевыми решениями, не только используемыми в подвижных системах. Для связи объектов в подвижных системах применяют беспроводные сети. В этой области получено большое количество результатов [2, 3]. В распределенных вычислениях эти сети непосредственно не участвуют, их задача ограничена транспортировкой промежуточных результатов вычислений, выполненных компьютерами объектов.

Существует важное направление исследований по сетевому управлению обработкой данных в распределенных системах и реконфигурации систем для адаптации под конкретные задачи, связанное активными сетями (Active Networks) и программно-управляемыми сетями (SDN) [4–6]. Эти сети действуют как надстройка над средствами транспортировки данных для программной адаптации узлов сети под требования конкретных задач. Передаваемые через сеть сообщения содержат команды, которые настраивают программное обеспечение узлов сети на выполнение требуемой обработкой данных. Настройка выполняется программно с участием сетевых операционных систем. Эта процедура широко востребована, очень гибкая, но инерционная.

Более быстрое решение было разработано в начале 1980-х гг. в Институте проблем управления и применено в промышленных автоматизированных системах управления [7]. Здесь сообщения, содержащие групповые команды и данные, перемеща-

лись через последовательно соединенную группу компьютеров. Приняв командную часть сообщения, объект цепочки, не задерживая сообщение, под управлением групповой команды проводил некоторые виды вычислений над данными из остальной части сообщения без предварительной программной настройки программ объекта.

Результаты, близкие к предлагаемым в статье, были недавно получены также для суперкомпьютеров [8–10]. Они использованы в настоящей статье, но подвижность объектов MMRS, обмен ненаправленными сигналами вместо направленных оптических сигналов, применение единственного канала связи, работа в изменяющейся внешней среде потребовали внесения существенных изменений и дополнений.

Предлагаемые способы и средства между собой тесно связаны и в совокупности необходимы для реализации выдвинутых в статье предложений. В статье не предлагается законченной системы связей для MMRS, но ее содержание должно способствовать созданию конкретных MMRS с высокими требованиями к реактивности.

Статья организована следующим образом. В § 1–5 рассмотрены предлагаемая структура связей в системе мобильных объектов; способы формирования системы из неорганизованной группы объектов, не требующие внешнего вмешательства; определение удаленности объектов от ретранслятора сигналов; виды быстрой синхронизации. В § 6, 7 описаны распределенные цифровые и аналого-цифровые вычисления, выполняемые непосредственно средствами взаимодействия объектов. В § 8, 9 приведены способы, позволяющие быстро реагировать на изменяющиеся условия функционирования системы в переменной внешней среде и при изменении состава объектов системы. В § 10 оценивается ускорение благодаря применению предложенных способов вычисления.

1. СТРУКТУРА МОБИЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Система однородна и состоит из группы мобильных объектов, объединенных беспроводными связями, по которым объекты для взаимодействия передают радио- или оптические сигналы. В процессе создания и дальнейшего функционирования системы из совокупности объектов выделяются два объекта — лидер и модуль связи (МС). Их функции в разное время могут выполнять разные объекты. Основное назначение лидера — выполнение начального запуска системы, выделение объекта с функциями МС, восстановление при нарушениях работы системы. Модуль связи выполняет две основные функции — участвует в точной синхронизации действий объектов и осуществляет распре-

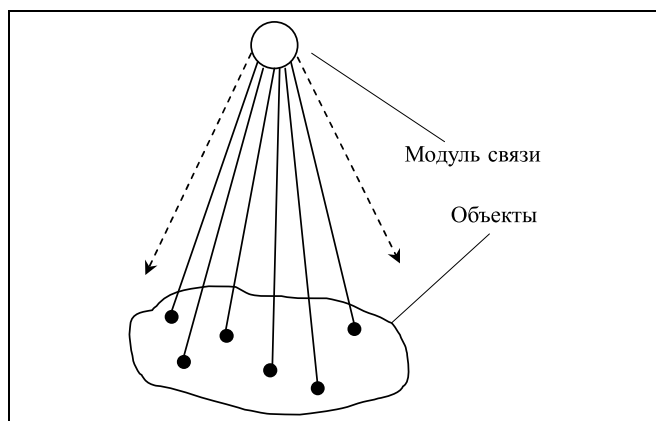


Рис. 1. Связи в системе

деленные вычисления над данными, передаваемыми в МС объектами.

Приемники сигналов в объектах принимают только сигналы МС, а МС принимает только сигналы объектов. Объекты измеряют время распространения сигнала для текущего расположения объекта и МС и используют его для синхронизации передаваемых в МС сообщений. Это позволяет группе объектов послать сообщения с заданным моментом прихода в МС, который их затем рассылает объектам как его единое сообщение. Связи в системе показаны на рис. 1.

Здесь группа объектов O_i взаимодействует между собой через модуль связи МС. Сигналы, посылаемые от МС объектам, обозначим как $*f_k$, поступающие от объектов в МС, обозначим f_k . Объекты посылают ненаправленные радио- или оптические сигналы трех частот f_0, f_1, f_3 . Сигналом f_1 объект передает двоичное значение 1, сигналом f_0 — значение 0. Модуль связи в ответ на сигналы f_0, f_1 посылает всем объектам также ненаправленные сигналы частот $*f_0, *f_1$ соответственно.

Сигнал f_3 объект посылает при выполнении барьерной синхронизации (см. далее). Модуль связи при приеме сигналов f_3 посылает всем объектам сигналы частоты $*f_3$.

2. ПРОЦЕССЫ ВЫДЕЛЕНИЯ ЛИДЕРА И МОДУЛЯ СВЯЗИ

В исходном состоянии лидер и модуль связи не определены. Объектам присвоены индивидуальные двоичные номера, и лидером должен стать объект с наибольшим номером. Разряд номера, равный единице, передается сигналом f_1 , разряд со значением нуль — сигналом f_0 . Пусть также известно произвольное значение интервала времени

$*T_{\max}$, не меньшего времени $T_{\max}$ — времени прохождения сигнала между МС и наиболее удаленными от него объектами. Для выделения лидера воспользуемся алгоритмом децентрализованного кодового управления — ДКУ [7], действующим следующим образом.

Шаг 1. Объекты ожидают в течение времени $2*T_{\max}$, и если они не обнаруживают сигнал f_0 или f_1 , то переходят к шагу 2.

Если объект обнаружит сигнал f_1 , и старший разряд его номера равен нулю, то он прекращает выполнять алгоритм. В других случаях он переходит к шагу 2.

Шаг 2. Объекты передают старший разряд своего номера, который получают все объекты, и ожидают в течение времени $2*T_{\max}$. Если объект, передавший сигнал f_0 , получает сигнал f_1 , то он прекращает выполнять алгоритм. В других случаях объект повторяет шаг 2, передавая следующий разряд своего номера. Алгоритм завершается после передачи объектом последнего разряда номера.

После завершения алгоритма будет выделен единственный объект — лидер. Затем лидер выделяет МС. Лидер сам выполняет функции МС или передает функции МС другому объекту, или выделяет у себя автономный МС.

Для выполнения приведенных далее в статье действий объектам необходимо определить два вида интервалов времени: интервал времени T_i перемещения сигнала от произвольного объекта O_i до МС и такой же интервал для всех наиболее удаленных от МС объектов $T_{\max}$. В § 3 рассмотрим определение интервала времени T_i при начальном пуске системы, в § 4 приведем более простое и быстрое определение текущих значений T_i и определение времени $T_{\max}$.

3. ИЗМЕРЕНИЕ ВРЕМЕНИ ПЕРЕНОСА СИГНАЛА МЕЖДУ МОДУЛЕМ СВЯЗИ И ОБЪЕКТОМ ПРИ ПУСКЕ СИСТЕМЫ

Точность измерения времени переноса сигнала влияет на быстродействие системы. Как показано далее для многих предлагаемых операций объектам требуется посылать сигналы с одновременным поступлением в МС одноименных двоичных разрядов сообщений. Низкая точность такого совмещения заставит выделять для каждого разряда большее время и этим замедлять действия системы.

Время T_i переноса сигналов между МС и объектом измеряется тремя способами: непосредственно, по показаниям часов объектов или по координатам объектов. Первый способ предпочтительнее, если требуется полная автономность системы, исключая зависимость от внешнего датчика времени и координат.

3.1. Непосредственное начальное измерение времени переноса сигналов T_i

Начальное определение интервала времени T_i — процедура длительная, но все необходимые для ее выполнения средства располагаются локально, система полностью автономна.

Лидер объявляет процедуру измерения времени и поочередно запускает в каждом объекте O_i процесс измерения времени переноса сигнала между этим объектом и МС. Объект проводит измерение: посылает сигнал в МС, принимает возвращаемый МС сигнал и с помощью своего таймера измеряет интервал времени T_i .

3.2. Измерение времени переноса сигналов с помощью часов

Пусть лидер выделен, все объекты имеют показывающие одинаковое время часы, в модуле МС часы отсутствуют. Лидер посылает в МС сигнал и определяет требуемое для доставки сигнала время T_{lms} .

Затем лидер через МС посылает объектам команду одновременного измерения времени переноса сигнала T_{lms} между МС и каждым объектом O_i . В команде лидер посылает объектам значения показания часов лидера T_l и времени T_{lms} . Каждый объект в момент получения команды запоминает показания своих часов $*T_i$ и вычисляет T_i — время переноса сигнала между объектом O_i и МС: $T_i = *T_i - T_l - T_{lms}$.

Если требуется предварительная сверка показаний часов, то для поочередной сверки часов в парах объектов применим протокол синхронизации RTP IEEE 1588v2 [11] или более точный WRPTP [12, 13].

3.3. Измерение времени переноса сигналов с учетом координат объектов

Часто подвижные объекты имеют средства определения своих координат, что также позволяет определить значения T_i .

Лидер одновременно сообщает всем объектам координаты МС. Объекты, учитывая эти и свои координаты, определяют расстояние до МС. Точность измерений координат зависит от примененного способа измерения. К серийному выпуску готовы средства спутниковой навигации, измеряющие координаты объектов с погрешностью не более 30 см [14]. Ошибка определения координат в 30 см дает погрешность измерения интервала времени не хуже $\delta_i = 1$ нс. В работе [15] показано сочетание спутниковой и инерциальной навигации, уменьшающее погрешность до 1 см.

4. БЫСТРОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕКУЩИХ ЗНАЧЕНИЙ T_i И T_{max}

При перемещении объектов и МС синхронизация действий системы требует непрерывной корректировки интервала времени T_i перемещения сигнала от произвольного объекта O_i до МС и такого же интервала для всех наиболее удаленных от МС объектов T_{max} . Причем значение T_{max} должно быть известно всем объектам. Далее показаны способы одновременного определения этих значений всеми объектами системы.

4.1. Определение текущего значения T_i

Будем считать, что объекты определили в соответствии с § 3 начальное значение T_i . При перемещении объектов и МС его надо корректировать. Как часто нужна корректировка? Пусть задано $*T$ — максимально допустимая временная погрешность оценки значений T_i , возникающая в процессе измерения из-за перемещения объектов. Задана также наибольшая скорость перемещения объектов v . За время $*T$ сигнал переместится на расстояние $l = c * T$, где c — скорость света. Объект пройдет это расстояние за время $**T = l/v$ и измерять T_i надо через интервал времени $**T = c * T/v$. Например, при $v = 360$ км/ч и $*T = 10^{-9}$ с $**T = 3$ мс, т. е. корректировку времени требуется выполнять довольно редко.

Определение значения T_i . Инициатором определения значения T_i является лидер. Так как корректировка выполняется в работающей системе, то действия объектов синхронизованы в соответствии с § 5 (см. далее) и объекты посылают в МС шкалу коррекции расстояния (ШКР) — последовательность двоичных сигналов f_i со значением единица. Каждому сигналу в ШКР выделено соответствующее место — разряд шкалы. Объект помещает сигнал в предоставленный ему разряд шкалы с одинаковыми не содержащими сигнал местами в начале и конце разряда.

Выполняются следующие действия.

1. Лидер посылает через МС объектам команду корректировки расстояния между объектом и МС.
2. Все объекты в ответ синхронно посылают в МС шкалу коррекции расстояния.
3. Модуль связи переводит в ШКР сигналы f_i в сигналы $*f_i$ и возвращает ШКР объектам.
4. Если объект сместился, то возвращенный МС сигнал $*f_i$ сместится в пределах разряда ШКР. Объект измеряет интервал времени между посылкой сигнала f_i и приемом сигнала $*f_i$, что позволяет скорректировать значение T_i .

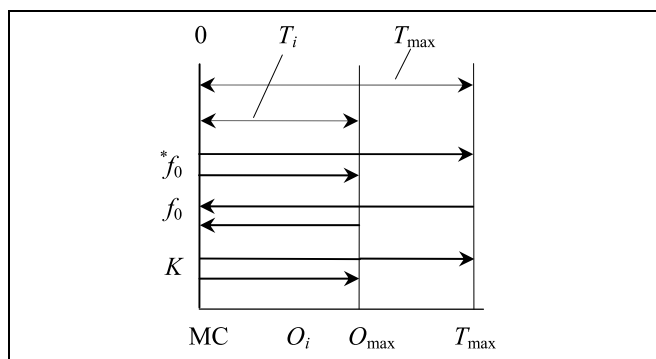


Рис. 2. Определение значений $T_{\max}$

Таким образом, посылкой одной шкалы корректируются значения T_i для всех объектов. Объект может корректировать значение T_i без команды лидера. Но команда гарантирует, что объекты обязательно проведут коррекцию.

4.2. Определение значений $T_{\max}$

Определение значений $T_{\max}$ выполняется одинаково при начальном пуске и в процессе работы системы. Рассмотрим рис. 2.

Лидер посылает в МС сообщение-команду K «начать определение $T_{\max}$ », которую МС в момент времени $T_0 = 0$ завершает пересылать всем объектам. С задержкой T_i код команды поступает к объекту O_i , который запускает свой таймер и одновременно отправляет в МС сигнал f_0 . Так действуют все объекты, включая наиболее удаленные объекты $O_{\max}$. В объект $O_{\max}$ код команды поступает в момент $T_{\max}$.

Сигналы f_0 от объектов поступают в МС, преобразующий их в *f_0 . Рис. 2 показывает, что сигнал *f_0 , сформированный в ответ на поступление сигнала f_0 от наиболее удаленного от МС объекта, приходит к любому объекту O_i через время $2T_{\max}$ после запуска таймера этим объектом. Сигналы *f_0 , сформированные в ответ на сигналы f_0 остальных объектов, приходят к объекту O_i раньше момента $2T_{\max}$. При поступлении каждого сигнала *f_0 объект O_i запоминает показание таймера, заменяя предыдущее сохраненное показание. Лидер завершает операцию посылкой сигнала *f_0 или посылкой команды K_1 , завершающей измерение. В результате каждый объект определит значение $T_{\max}$. Время определения значений $T_{\max}$ всеми объектами не зависит от числа объектов. В процессе работы значение $T_{\max}$ корректируется аналогично.

В централизованном варианте определения значений $T_{\max}$ только лидер выполняет действия по изложенной схеме и широковещательно рассылает значение $T_{\max}$ объектам.

5. СИНХРОНИЗАЦИЯ, УСТРАНЕНИЕ КОНФЛИКТА ДОСТУПА К МОДУЛЮ СВЯЗИ, БАРЬЕРНАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ

Синхронизация, устранение конфликта доступа, барьерная синхронизация управляют взаимодействием объектов. Обычно их выполняют программным способом с большой затратой времени. Приведенные здесь решения в основном выполняются аппаратно, что существенно ускоряет указанные процессы.

Пусть известны значения T_i и $T_{\max}$, и от МС к объектам поступает сигнал синхронизации.

Синхронизация в системе по рис. 1 имеет два варианта:

— при получении синхросигнала от МС объекты должны послать свои сообщения так, чтобы они достигли МС одно за другим как единое сообщение, без временных пробелов между его компонентами;

— одноименные разряды компонентов сообщения должны поступить в МС одновременно, с наложением сигналов.

Модуль связи самостоятельно не создает синхросигнал, ретранслируя синхросигнал, созданный каким-либо из объектов. Другой важный случай — синхросигнал возникает при конфликте, созданном одновременным, не согласованным заранее приходом сообщений от объектов в МС. В этом случае наложение разрядов сообщений создает искаженный (запрещенный) код, который и служит синхросигналом.

Чтобы выполнить синхронизацию, любой объект O_i должен начать передачу в МС сообщения с задержкой $2(T_{\max} - T_i)$ после получения синхросигнала [8–10]. Это условие иллюстрирует рис. 3.

Здесь сигнал от объекта $O_{\max}$ поступит в МС спустя интервал времени $2T_{\max}$ после отправки от МС синхросигнала. Если O_i задерживает посылку сигнала на время $2(T_{\max} - T_i)$, то его сигнал поступит в МС через время $2T_{\max} = 2(T_{\max} - T_i) + 2T_i$.

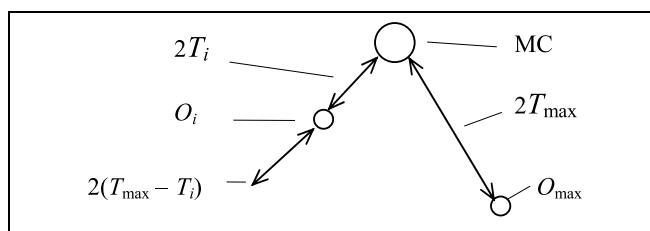


Рис. 3. Синхронизация сигналов

Таким образом, сигналы всех объектов поступят в МС одновременно.

Конфликт доступа обнаруживается объектами по искажению сигналов своего сообщения, возвращенного МС [8–10]. Получив такой синхросигнал для устранения конфликта, объекты создают и синхронно передают в МС последовательность двоичных разрядов — логическую шкалу синхронизации. Каждый разряд шкалы выделен только одному из объектов. Объект, требующий права передачи сообщения, заносит в свой разряд единицу. Остальные разряды шкалы равны нулю. Эту шкалу МС сигналами f_0 и f_1 возвращает объектам, и объекты, требующие передачи сообщения, в ответ упорядоченно посылают сообщения. Конфликт устранен.

Изложенного достаточно, если объекты передают сообщения постоянной длины. Иначе в каждый разряд шкалы синхронизации объект будет помещать не бит, а число, определяющее длину передаваемого сообщения.

Барьерная синхронизация [8, 9] позволяет разделить момент завершения объектами асинхронно выполняемых работ. Для этого все асинхронно выполняющие работы объекты посылают в МС сигнал f_3 . Получив его, модуль связи посылает всем объектам сигнал f_3 . Любой исполнитель асинхронной работы после ее завершения снимает свой сигнал f_3 . При снятии последнего сигнала f_3 объекты прекращают получать от МС сигнал f_3 , что указывает на завершение асинхронных работ (сигнал барьерной синхронизации). Все объекты получают сигнал синхронизации с задержкой не более $2T_{\max}$ после завершения работы последним из участников асинхронной работы.

Завершая эту часть статьи, отметим, что изложенное в ней обеспечивает самоорганизацию системы. Вначале имеется группа невзаимодействующих объектов. Локальные возмущения во внешней системе или объектах запускают процесс выбора лидера и модулей связи, затем определяются и непрерывно корректируются времена T_i и $T_{\max}$. Это позволяет применить быстрые операции синхронизации, устранения конфликтов и барьерной синхронизации. Сформированная система позволяет, кроме обмена сообщениями, применять ряд быстрых вычислительных операций, которым посвящена следующая часть статьи.

6. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕННЫЕ ГРУППОВЫЕ ОПЕРАЦИИ

Выше рассматривалась ситуация, когда группы объектов одновременно выполняют операции, формирующие одно общее сообщение из отдель-

ных сообщений объектов. В этом параграфе рассмотрены распределенные вычисления, которые объекты выполняют также одновременно, используя объединение сообщений. При этом вычисления выполняются непосредственно в модуле связи над содержимым передаваемых сообщений во время их передачи. На вычисление не затрачивается время дополнительно к времени, затрачиваемому на передачу сообщения. Рассматриваются следующие два вида цифровых вычислений и аналого-цифровые вычисления.

Операции вида 1. Логическая сумма, логическое произведение, определение максимума или минимума выполняется в МС над сообщениями, одновременно передаваемыми в МС группой объектов.

Операции вида 2. Вычисления над числом, находящимся в сообщении, которое проходит через цепочку последовательно соединенных объектов. В каждом вычислении участвует находящееся в сообщении число и число, хранящееся в объекте цепочки, к которому поступает сообщение.

Операции вида 3. Выполняется распределенное аналого-цифровое суммирование чисел в МС. По сравнению с чисто цифровыми операциями достигается дополнительное ускорение благодаря быстрому подсчету числа сигналов, одновременно приходящих в МС.

6.1. Операции вида 1

В операциях двоичные разряды операндов представлены парафазными сигналами: каждый разряд операнда представлен двумя битами — 10 для единицы и 01 для нуля. Как и выше значение 1 передается сигналом f_1 , значение 0 — сигналом f_0 .

Операции «логическая сумма» и «логическое произведение». Группа источников синхронно посылает сообщения в МС так, что они накладываются друг на друга поразрядно. Сформированное в результате наложения общее сообщение МС отсылает всем объектам.

Если выполняется логическое сложение, то пары сигналов $f_1 f_0$ и $f_1 f_1$ интерпретируются объектами как $f_1 f_0$, т. е. как единица. Пара сигналов $f_0 f_0$ интерпретируется как нуль.

Если выполняется логическое умножение, то пары сигналов $f_1 f_0$ и $f_1 f_1$ интерпретируются объектами как нуль. Пара сигналов $f_1 f_0$ интерпретируется как единица.

Операции max и min. Объекты действуют как при выделении лидера, применяя алгоритм ДКУ. Все объекты одновременно передают в МС сравниваемые числа, начиная со старшего разряда. При нахождении max на каждом шаге алгоритма выбывают объекты, передавшие в МС нуль, если есть объекты, передавшие единицу. При нахожде-

нии $\min$ выбывают объекты, передавшие единицу, если есть объекты, передавшие нуль.

Для нахождения $\max$ и $\min$ и других, приведенных далее вычислений целесообразно применять также следующее представление цифр чисел. Цифры представлены шкалами с двоичными сигналами (или парафазными двоичными). Число разрядов шкалы соответствует p -ичности используемой системы счисления. Только один разряд шкалы, соответствующий значению цифры, равен единице, остальные — нули. Например, в десятичной системе цифра 7 представлена в двоичной шкале так: $7 = 0\ 0\ \underline{1}\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$.

Рассмотрим нахождение $\max$, $\min$. Пусть в результате наложения в модуле связи шкал, представляющих старшую десятичную цифру чисел, получен код, воспринимаемый как 010010100. Сразу обнаруживается $\max = 8$, $\min = 3$. Последовательно проверяются следующие цифры чисел и в результате выделяются объекты, содержащие наибольшее или наименьшее число.

Применение больших значений p ускоряет операцию, так как требует меньшего числа пересылок сигналов между объектами и МС.

Время выполнения операций вида 1 не зависит от числа участников операции.

6.2. Операции вида 2

При объявлении операции задается состав объектов — участников операции и последовательность их действий. В частности, для этого используется шкала синхронизации.

Первый объект — участник операции — посылает в МС операнд, который принимает второй участник и выполняет требуемое вычисление, используя свой операнд. Результат передается в МС, от МС его принимает третий участник и т. д.

Сообщение без задержки на вычисление перемещается через цепочку объектов, поочередно преобразуясь в окончательный результат. Если в едином сообщении передаются данные всех объектов цепочки, то операция становится конвейерной.

Выигрыш во времени достигается благодаря тому, что это единая операция, все шаги которой заранее определены.

6.3. Операции вида 3

Теперь обратимся к операции аналого-цифрового суммирования (АЦС) с применением аналого-цифрового преобразователя (АЦП) в МС [10].

Добавим в модуль связи АЦП. Пусть каждый объект формирует число — операнд АЦС и требуется быстро получить сумму этих чисел за время, не зависящее от числа объектов — участников операции.

Каждую цифру суммируемых чисел будем представлять p -ичной двоичной шкалой, как показано

в п. 6.1. Шкалы цифр суммируемых чисел поступают в МС с совмещением одноименных разрядов. Наиболее просто использовать АЦП, применяя вспомогательные сигналы f_4 . Пусть АЦП проводит суммирование только в ответ на «поступление» в МС сигналов f_4 . Объекты передают в МС для суммирования в АЦП сигналы единица на частоте f_4 , и МС возвращает результат суммирования сигналами на частотах *f_1 и *f_0 для двоичной единицы и нуля соответственно.

Приемник модуля связи интегрирует энергию принятых сигналов f_4 , передает сигнал в АЦП. Энергия одноименных разрядов шкал цифр суммируется в АЦП. Полученные частичные суммы для разрядов цифр МС отсылает объектам, где выполняется их завершающее суммирование.

Время выполнения АЦС состоит из двойного интервала времени прохождения сигнала между МС и самым удаленным от него объектом и времени, требуемого для преобразования аналоговых сигналов в цифру.

Для отказа от применения дополнительного сигнала f_4 и замены его на сигнал f_1 введем команду включения АЦП, которая разрешит АЦП суммировать сигналы f_1 вместо сигналов f_4 только в указанной командой последовательности заданного числа сигналов.

7. УПРАВЛЕНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ ОБЪЕКТОВ

Частично это управление уже было рассмотрено в § 3—5 при описании процессов формирования системы, измерения времен передачи сигналов, синхронизации. Управление операциями неотъемлемая часть этих операций. Для распределенных вычислений отмечено только, что они выполняются объектами при получении соответствующей команды. Требуется управлять и другими формами взаимодействия процессов, например, управлять работами внутри объектов, поиском требуемых данных и др. Управление в структуре из § 1 имеет особенности. Рассмотрим их.

При наличии единственного МС право посылать команды объектам имеет также единственный объект — мастер. Он направляет через МС объектам групповую команду, определяющую действия объектов в распределенных вычислениях. Результаты вычислений через МС поступают к мастеру и другим объектам системы. Объекты их анализируют, и при наличии нескольких претендентов выполнения следующих действий объекты должны определить свой приоритет в получении прав мастера. При конфликте он будет разрешен в пользу объекта с наибольшим приоритетом. Для оповещения системы о заявках объектов на права мас-



тера требуется добавить разряд в шкалу синхронизации или сообщения.

Даже при отсутствии таких заявок текущий мастер должен передавать свои права. Если мастеру известен будущий мастер, то последнему просто посылается соответствующая команда. Но часто мастеру требуется выяснить наличие объекта, который может стать мастером. Тогда мастер отправляет объектам запрос, например, следующего вида. В запросе задается набор параметров $A, B, C...$ с требованием выделить объект, у которого параметр A имеет максимальное значение, B — минимальное значение, значение C лежит в заданных границах и т. д. Если такой объект есть, и он единственный, то он получит права мастера. Если объектов несколько, то конфликт устраняется.

Для выполнения одновременных независимых действий несколькими группами объектов представим каждой группе МС. В отличие от сложных компьютерных систем потребуется небольшое число МС. С каждым таким модулем выполняется обмен сигналами в режиме разделения времени на общей частоте или на частоте, соответствующей только этому модулю. При этом быстрое определение объектами значения $T_{\max}$ (см. п. 4.2) позволяет существенно повысить реактивность групп объектов, так как именно значение $T_{\max}$ определяет требуемое для обмена сообщениями время. Например, группа объектов, удаленных от МС на 10 м, будет выполнять обмен сообщениями в сто раз быстрее, чем группа, удаленная на километр.

8. ПОДДЕРЖКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОБЪЕКТОВ ПРИМЕНЕНИЕМ ЦИФРОВЫХ И АНАЛОГО-ЦИФРОВЫХ ОПЕРАЦИЙ

В данном параграфе рассмотрено применение цифровых операций и аналого-цифрового сложения для ускорения реакции объектов на изменение состояния объектов и внешней среды.

Рассмотрены быстрое групповое квитирование, регулировка уровня сигналов объектов, корректировка выбора лидера и модуля связи, проверка работоспособности объектов, выбор объекта — исполнителя задания, изменение состава объектов. Выбор этих операций определяется их большой значимостью для обеспечения работоспособности системы. Применение распределенных вычислений дает большое их ускорение по сравнению с применением только средств передачи сообщений.

Быстрое групповое квитирование. Пусть передаваемое объектом сообщение содержит номер разряда шкалы синхронизации, в который объект вносит единицу для получения права передачи сообщения. После окончания передачи всех сообщений, разрешенных этой шкалой, все приемники работают как источники сообщения и дополни-

тельно посылают шкалу квитирования, аналогичную шкале синхронизации. В разряд этой шкалы, соответствующий источнику принятого приемником сообщения, приемник вносит единицу для подтверждения корректного приема. Эту шкалу получают объекты — источники и квитанции получены. Если источник посылает групповое сообщение, то в соответствующий разряд шкалы приемники одновременно пошлют несколько единиц. При наличии в МС модуля АЦП подсчитывается число этих единиц, но в шкале должно быть выделено место для помещения результата АЦС.

Регулировка уровня сигналов объектов. При большом числе взаимодействующих объектов применение АЦС требует высокой стабильности энергии получаемых в МС сигналов объектов. Современные источники сигналов позволяют получать высокую стабильность передаваемых сигналов. Например, в последнее время появились лазерные источники со стабильностью 30 частей на миллион при изменении температуры на 1°C , т. е. уровень сигнала выдерживается с погрешностью $3 \cdot 10^{-5}$ [16]. В стационарных системах такая стабильность позволяет точно различать до десяти тысяч сигналов, одновременно поступающих в модуль связи. Однако в подвижных системах высокая точность уровня сигнала источников недостаточна, так как различаются условия доставки сигналов объектов в МС, изменяющие уровни этих сигналов.

В связи с этим обнаружим объекты, сигналы которых находятся вне разрешенного уровня нестабильности, и обеспечим стандартный уровень такого сигнала на входе в МС.

Чтобы определить число и уровень сигналов объектов, поступающих в МС, применим шкалу синхронизации. Пусть все объекты получают команду послать в соответствующий объекту разряд шкалы единичный сигнал f_i . Шкала возвращается объектам, и число единиц в шкале соответствует числу принятых в МС сигналов объектов.

Чтобы фиксировать уменьшение энергии поступающих в МС сигналов, дополним шкалу синхронизации разрядом S — участком, в который объекты при синхронизации посылают с совмещением сигналы f_1 . Энергию этих сигналов суммирует АЦП и МС отправляет всем объектам в разряде S цифровой результат суммирования $*S$. Если не все сигналы имеют допустимый уровень, то значение $*S$ обнаруживает приближение к критической области, несмотря на правильное число единиц в шкале.

Чтобы выявить конкретные объекты с недопустимым отклонением сигнала, повторим посылку объектами шкалы синхронизации, в которой АЦП модуля связи оцифровывает значение каждого сигнала шкалы для отметки критичных объектов.

Достаточно использовать с АЦП только первую шкалу, но это целесообразно только при частых появлениях слабых сигналов, так как размер разрядов шкалы увеличивается для размещения результатов суммирования.

Так одновременно оцениваются уровни всех сигналов. При наличии АЦП во всех объектах применим другой способ — МС посылает сигнал одновременно всем объектам, и каждый объект оценивает качество своей связи с МС. Кроме этого, при передаче сообщений объекты контролируют благодаря обратной связи приход каждого сигнала сообщения в МС.

Выбор лидера и модуля связи. При работе объектов в среде, не обеспечивающей доступность всех объектов к произвольно выбранному МС, изменим несколько процедуру начального запуска системы связей и выбор лидера и МС. Пусть объекты системы содержат АЦП. Перед началом выбора лидера при длительном «молчании» системы все объекты посылают сигнал на частоте f_0 . Этот сигнал длится в течение времени $2 \cdot T_{\max}$, и каждый объект получит сигналы всех остальных объектов. В объектах АЦП подсчитает максимальное значение энергии S_c поступивших сигналов. Среди объектов найдутся объекты с $S_{c,\max}$ — максимальным значением S_c , именно они получают сигналы от наибольшего числа объектов. Но и посланный ими сигнал также получит наибольшее число объектов, поэтому из них следует выбрать лидера и МС.

Далее выполняется алгоритм выделения лидера, в котором вместо двоичного номера объекта применена конструкция, состоящая из значения S_c , за которым следует номер объекта. В этом случае алгоритмом выделяется лидер со значением $S_{c,\max}$ и при этом с максимальным значением номера объекта. Он же действует как МС.

Проверка работоспособности объектов. Для обнаружения таких объектов воспользуемся способом регулировки уровня сигналов объектов. Посылается команда с требованием, чтобы каждый объект послал в МС шкалу с единицей в соответствующем объекту разряде. По стабильному отсутствию связи с МС и скачкообразному прекращению связи выявляются неработоспособные объекты. Такой способ не работает, если исчезновение сигнала вызвано условиями в среде, нарушающими связь объекта с МС. Для такого случая осуществляется более длительная проверка с применением нескольких МС.

Управление изменением состава объектов системы. Пусть системе требуется обнаруживать запросы внешних объектов на включение в состав системы и выполнять это включение. Выполним следующие действия.

В фоновом режиме с привлечением ДКУ на вспомогательных частотах, отличных от f_1, f_0 из группы претендентов-новичков выделяется победитель. Затем также в фоновом режиме на частотах, отличных от f_1, f_0 и f_1^*, f_0^* , победитель определяет значения T_i и $T_{\max}$. Если его $T_i > T_{\max}$, то ожидается команда «начать определение $T_{\max}$ », иначе объект делает переход на основные частоты f_1 и f_0 и при использовании в системе шкалы синхронизации занимает первую по порядку из свободных ячеек шкалы, завершая вход в систему.

9. О ВРЕМЕНИ ВЫПОЛНЕНИЯ ОБЪЕКТАМИ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Сравним два варианта выполнения объектами распределенных вычислений — без применения предложенных в статье операций и с применением этих операций. Ограничимся единственным модулем связи. В первом варианте время T выполнения работы состоит из трех частей:

$$T = T_0 + nT_s + T_r, \quad (1)$$

где T_0 — время одновременного выполнения подготовительных вычислений каждым объектом, T_s — время последовательной пересылки результатов этих вычислений через общий канал связи одному из объектов, T_r — время вычисления этим объектом общего результата и его широкополосной передачи всем объектам, n — число объектов.

Применение результатов, изложенных в настоящей статье, дает другое соотношение:

$$T = T_0 + kT_s. \quad (2)$$

На значение T_0 влиять не удастся. Последовательная пересылка сообщений n объектами заменяется их одновременной пересылкой (или последовательной, но в пределах общего сообщения). Коэффициент $k \leq 1$, так как доступ к каналу связи быстро организуется одновременно для всех объектов (см. § 5).

Таким образом, при соответствующем построении прикладного алгоритма совмещение передачи и обработки данных дает существенное ускорение.

Время выполнения приведенных в статье операций зависит только от расстояния между объектами и МС и легко вычисляется. Например, при барьерной синхронизации все объекты получают сигнал синхронизации с задержкой не более $2L_{\max}/c$ после завершения работы последним из участников барьерной синхронизации. Здесь c — скорость света, $L_{\max}$ — расстояние между МС и наиболее



удаленным от него объектом. Для устранения конфликта к времени барьерной синхронизации требуется дополнительное время, требуемое для передачи всех разрядов шкалы. В вычислительных операциях дополнительное время требуется для передачи всех разрядов операнда.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подведем итоги. Основной результат — быстрое выполнение вычислений, необходимых для оценки условий функционирования системы. Время выполнения таких вычислений не зависит от числа их участников.

В вычислениях участвует плавающий центр (МС), который необходим для точной синхронизации сообщений объектов. Центр имеет простую структуру, часто не должен содержать логические элементы.

Не типичен способ согласования действий источников сообщений и их приемника. Для ускорения вычислений одноименные двоичные разряды группы сообщений поступают в центр одновременно.

Предлагаемая структура имеет элементы самоорганизации (см. § 5). В начальном состоянии имеется группа не взаимодействующих объектов. Отдельные объекты, обнаружив отклонения в состоянии или при внешнем воздействии, запускают быстрый процесс формирования из группы объектов системы с описанными в статье свойствами.

Аналогично действует уже созданная система при воздействиях, нарушающих ее работоспособность. Здесь, в отличие от различного вида ad-hoc-сетей, формирующих многозвенные соединения между источником и приемником, самоорганизация выполняется быстро, но действует на небольших расстояниях. Полезно рассмотреть возможность объединения этих процессов.

В статье объекты широко используют шкалы, каждый двоичный разряд которых выделен для соответствующего параметра, оценивающего состояние системы. При наличии больших помех может потребоваться заменить один разряд группой разрядов.

Проведение вычислений непосредственно в сети может повлиять на организацию прикладных алгоритмов для MMRS, так как в этих решениях увеличение количества обменов в сети не замедляет, как обычно, а ускоряет ряд видов вычислений.

Еще раз подчеркнем, в статье не предлагается законченная система связей для MMRS, но ее содержание и полученные результаты могут помочь в создании конкретных систем с высокими требованиями к реактивности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Yan Z., Jouandeau N., Ali Cherif A. A Survey and Analysis of Multi-Robot Coordination // International Journal of Advanced Robotic Systems. — 2013. — Vol. 10. — P. 1–18. URL: <http://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.5772/57313> (дата обращения 19.04.2018). — DOI: 10.5772/57313.
2. Колыбельников А.И. Обзор технологий беспроводных сетей // Труды МФТИ. — 2012. — Т. 4, № 2. — С. 3–29.
3. Park P., Ergen S.C., Fischione C., et al. Wireless Network Design for Control Systems: A Survey. — URL: <https://arxiv.org/abs/1708.07353v1> (дата обращения: 10.07.2018).
4. Tennenhouse D., Smith J.M., Sincoskie W.D., et al. A Survey of Active Network Research // IEEE Communications Magazine. — January 1997. — Vol. 35, N 1. — P. 80–86.
5. Hussain S.A. Active and Programmable Networks for Adaptive Architectures and Services. — Auerbach Publications, 2007. — P. 329.
6. Kreutz D., Ramos F.M.V., Verissimo P., et al. Software-Defined Networking: A Comprehensive Survey, 2014. — P. 61. — URL: <https://arxiv.org/pdf/1406.0440.pdf> (дата обращения: 10.07.2018).
7. Прангшвили И.В., Подлазов В.С., Стецюра Г.Г. Локальные микропроцессорные вычислительные сети. — М.: Наука, 1984. — 176 с.
8. Стецюра Г.Г. Компьютерная сеть с быстрой распределенной перестройкой своей структуры и обработкой данных в процессе их передачи // Проблемы управления. — 2017. — № 1. — С. 47–56. — URL: http://pu.mtas.ru/archive/Stetsyura_117.pdf (дата обращения 19.04.2018).
9. Stetsyura G. Addition for Supercomputer Functionality // Communications in Computer and Information Science. — Springer International Publishing AG. — 2017. — Vol. 687. — P. 251–263.
10. Stetsyura G. Means for Fast Performance of the Distributed Associative Operations in Supercomputers // Communications in Computer and Information Science. — Springer International Publishing AG. — 2017. — Vol. 793. — P. 27–39. — DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-71255-0> (дата обращения: 10.07.2018).
11. IEEE Std 1588-2008 IEEE Standard for a Precision Clock Synchronization Protocol for Networked Measurement and Control Systems. IEEE Instrumentation and Measurement Society. — N.-Y., 2008.
12. Cota E.G., Lipiński M., Wlośowski T., et al. White Rabbit Specification: Draft for Comments version 2.0. — 2011. — 68 p.
13. Moreira P., Darwazeh I. Digital femtosecond time difference circuit for CERN's timing system // London Communications Symposium, 2011. — URL: <http://www.ee.ucl.ac.uk/lcs/previous/LCS2011/LCS1136.pdf> (дата обращения 19.04.2018).
14. Moore S.K. Superaccurate GPS Coming to Smartphones in 2018. Broadcom's mass-market GPS chips boost accuracy to 30 centimeters // IEEE Spectrum. — 23 Oct 2017. — URL: <https://spectrum.ieee.org/semiconductors/design/superaccurate-gps-coming-to-smartphones-in-2018> (дата обращения 19.04.2018).
15. Chen Y., Zhao S., Farrell J.A. Computationally Efficient Carrier Integer Ambiguity Resolution in Multipose GPS/INS: A Common-Position-Shift Approach // IEEE Trans. on Control Systems Technology. — 2016. — Vol. 24, iss. 5. — P. 1541–1556.
16. Downing J., Babić D., Hibbs-Brenner M. An ultra-stable VCSEL light source // SPIE Photonics West 2013 and 2015 Conferences on VCSELs. — USL. — 2015. — 22 p. — URL: <http://www.ultrastablelight.com/papers/SPIEPapers.pdf> (дата обращения: 19.04.2018).

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.М. Вишневым.

Стецюра Геннадий Георгиевич — гл. науч. сотрудник, д-р техн. наук, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, gstetsura@mail.ru.

ИНФОРМАЦИОННО-КИБЕРНЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ИССЛЕДОВАНИЮ ДИДАКТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Р.В. Майер

Обсуждены системный, синергетический и информационно-кибернетический подходы к анализу процесса обучения. Рассмотрено функционирование дидактической системы с позиций теории управления, проанализировано влияние прямых и обратных связей на различных этапах ее функционирования. На основе учета закономерностей обучения и забывания предложена компьютерная модель системы «учитель — ученик», показано, что она самонастраивающаяся и способна успешно функционировать при различных параметрах ученика и учебного процесса.

Ключевые слова: дидактика, кибернетический подход, компьютерное моделирование, обучение, теория управления, ученик, учитель.

ВВЕДЕНИЕ

Педагогическая кибернетика изучает структурно-функциональную организацию учебного процесса, особенности управления дидактическими системами (ДС), взаимодействие учителя, ученика и технических средств обучения, включая компьютер и Интернет [1, 2]. Ее цель состоит в анализе функционирования ДС с учетом взаимодействия учителя, ученика и обучающей системы, а также создании конкретных методик управления учебной деятельностью ученика. Актуальность *информационно-кибернетического подхода* обусловлена необходимостью эффективного управления учебным процессом [3, 4]. Он основан на применении принципов теории управления и предполагает выявление информационных потоков, прямых и обратных связей, анализ способов управления, представление различных компонентов системы в виде серых и черных ящиков [5]. Практическая задача педагогической кибернетики заключается в оптимизации учебного процесса, поиске такой технологии обучения, при которой результаты функционирования ДС были бы наилучшими при наименьших (или заданных) затратах времени и усилий учителя и ученика.

Цель настоящего исследования состоит в развитии методологии моделирования процесса обучения, увеличении разнообразия применяемых подходов, создании более совершенных имитационных моделей ДС. Его актуальность обусловлена необходимостью изучения закономерностей орга-

низации и функционирования дидактических систем, поиска оптимального пути управления учебным процессом.

Развитием кибернетической педагогики, математической теории обучения и другими аспектами изучения ДС занимались такие известные ученые, как Р. Аткинсон, Г. Бауэр, Р. Буш [6], В.Ф. Венда [7], О.Г. Гохман [8], Л.Б. Ительсон, А.Н. Колмогоров, З. Кротерс, Л.П. Леонтьев [8], Ф. Мостеллер [6], Д.А. Новиков [9, 10], Ф.С. Робертс, О.П. Свиридов [11], А.В. Соловов [12], В.Е. Фирстов [13] и др. Их идеи служат методологической основой настоящей работы. Автор применял элементы системного анализа [14], синергетический подход (И. Пригожин, С.П. Капица [15], Г. Хакен [16]), методы качественного, математического и компьютерного моделирования сложных систем [17], информационно-кибернетический подход [18], а также учитывал методологию мягких систем.

1. РАЗЛИЧНЫЕ ПОДХОДЫ К АНАЛИЗУ ДИДАКТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

К основным методам изучения ДС относятся методы качественного, математического и компьютерного (или имитационного) моделирования в рамках системного, синергетического и кибернетического подходов (рис. 1). С позиций *системного подхода* ДС обладают следующими основными свойствами систем [14]: целостностью, наличием системообразующих и системосохраняющих факторов; неаддитивностью свойств; структурнос-

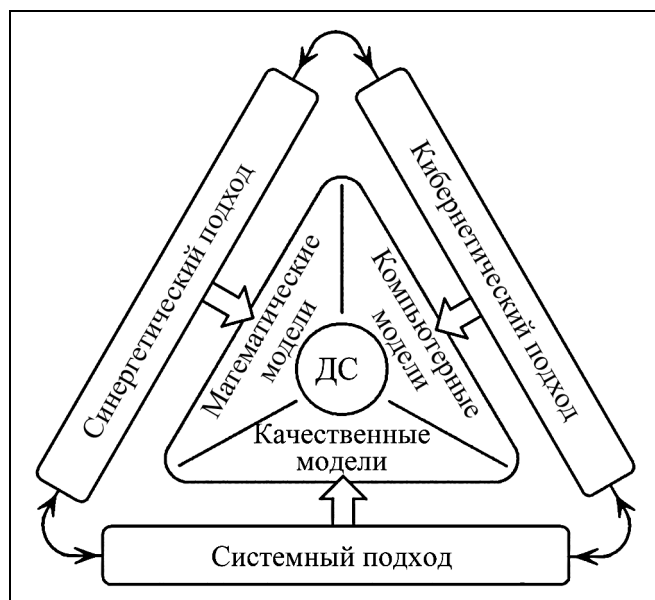


Рис. 1. Подходы и методы анализа дидактических систем

тью; иерархичностью; эмерджентностью; мульти-модельностью. Применение *синергетического подхода* позволяет утверждать, что ДС является самоорганизующейся и саморазвивающейся [15, 16]. Она эволюционирует в соответствии с принципами дополненности моделей и методов описания; соответствия языка описания системы характеру имеющейся информации; спонтанного возникновения новых структур; управления неопределенностями; разнообразия путей развития; единства и взаимопереходов порядка и хаоса; несовместимости сложности системы и ее точного описания; колебательной или пульсирующей эволюции.

Психологи установили, что кратковременная память (КВП) способна удерживать 5–9 информационных блоков [19, 20]. Обучение осуществляется благодаря свертыванию информации и ее сохранению в долговременной памяти (ДВП). Ученику сообщают новый элемент учебного материала (ЭУМ) — определение понятия П1, состоящее из 5–9 значимых слов, которые он может удержать в КВП. Он многократно повторяет это определение, решает задачи, выполняет упражнения. В результате определение понятия П1 помещается в ДВП. Аналогичным образом он изучает понятия П2, П3, П4 и т. д. После этого учитель объясняет сложный ЭУМ — определение понятия П1', включающее в себя понятия П1, П2, П3, П4. Ученик несколько раз повторяет этот ЭУМ, выполняя учебные задания; в результате он усваивает понятие П1'. Затем он усваивает понятия П2', П3' и т. д. настолько хорошо, что может свободно оперировать ими и применять при изучении новых поня-

тий. Происходит свертывание информации; используя усвоенное понятие, ученик не произносит каждый раз его определение, но при необходимости может объяснить, что это такое. То же самое происходит при изучении других ЭУМ: законов, теорем, формул, правил и т. д. Знания, накапливаясь, самоорганизуются в новые структуры (свертываются), ученик переходит на другой уровень понимания изучаемого материала. Усвоенные понятия, теории и законы становятся точками роста новых знаний. Это приводит к накоплению, отбору и структурированию информации в соответствии с целями обучения и сопровождается переходом знаний ученика на новый уровень организации.

Из *семантической теории информации* Ю.А. Шрейдера [14] следует, что способность ученика воспринимать и усваивать новые знания зависит от его тезауруса — системы уже усвоенных учеником понятий и связей между ними. Усваиваемая учеником информация не просто суммируется с имеющимися у ученика знаниями, а интегрируется с ними, превращаясь в «усовершенствованную» систему знаний, включающую в себя новые понятия и связи между ними. При этом изменяется объем и структура тезауруса ученика.

Согласно *теории биосемиотики*, предложенной Я. Иксюлем, ученик в процессе взаимодействия и познания окружающего мира создает индивидуальную модель вселенной (умвельт), которой потом пользуется для достижения своих целей. Умвельт — это субъективный мир обучаемого, поведенческое пространство жизни, значимая среда, образованная знаками, которые ученик способен воспринять и интерпретировать. Умвельт объединяет знаковый мир восприятия и активный мир действий. Понятия и символы, кодирующие явления окружающей действительности, применяются тогда, когда они полезны, т. е. помогают ученику адаптироваться к условиям жизни в обществе и решить стоящие перед ним задачи. Это включает в себя саморегуляцию поведения, адаптацию к требованиям учителя, получение профессии и социализацию. «Бесполезные знания», которые не помогают ученику в достижении своих целей, не используются и поэтому быстро забываются. Каждый человек использует свой умвельт, зависящий от окружающей действительности, решаемых задач и выполняемых функций.

2. ИНФОРМАЦИОННО-КИБЕРНЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К АНАЛИЗУ ДС

Согласно *педагогической кибернетике* обучение сводится к управлению учителем («управляющим устройством») познавательной деятельностью ученика («объекта управления») с целью формирова-

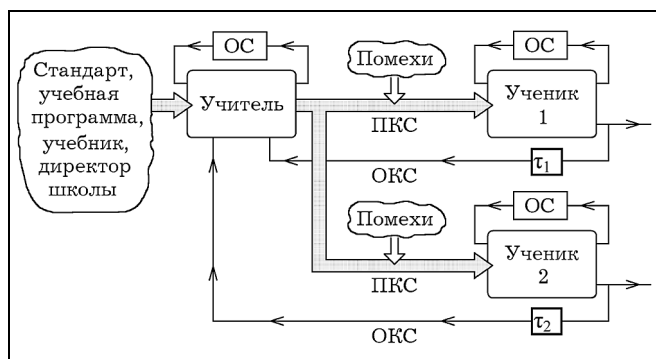


Рис. 2. Кибернетическая модель дидактической системы «учитель — ученики»

ния у него определенных качеств личности. Учитель владеет ресурсами R (техническими средствами и методами обучения) и получает информацию о состоянии ученика Y и его среды S . Задача учителя состоит в нахождении алгоритма обучения A , позволяющего изменить состояние ученика Y в соответствии с целями обучения C [12]. Учебный процесс можно описать пятеркой компонентов $U = \langle Y, S, R, C, A \rangle$.

Дидактические системы относятся к системам управления, поэтому закономерности педагогической кибернетики перекликаются с основными идеями теории управления [10, 21]. Дидактические системы функционируют в соответствии с принципами обратной связи; внешнего завершения; неопределенности; необходимого разнообразия; целенаправленности; оптимальности; гомеостаза; взаимной адаптации учителя и ученика; декомпозиции и иерархии управления; адаптируемости; управляемости [10, с. 34–36]. Под управлением деятельностью ученика (или учебным процессом) понимается выработка и осуществление целенаправленных воздействий на ученика (или учебный процесс). Это предусматривает сбор и анализ информации о состоянии управляемого объекта (или процесса) и принятие соответствующих решений, выбор алгоритма обучения и др. Цель управления состоит в обеспечении максимальной эффективности обучения при минимальных (или фиксированных) временных и иных затратах.

В ДС реализуется прямой канал связи ПКС от учителя к ученикам и обратные каналы связи ОКС от учеников к учителю (рис. 2). Учитель воздействует на ученика по прямому каналу связи ПКС, сообщая знания и отдавая управляющие команды. Информация о состоянии ученика приходит по обратному каналу связи ОКС с некоторой задержкой τ ; исходя из нее, учитель принимает решение о выборе соответствующей технологии обучения. Обратная связь (ОС) может быть как положитель-

ной, так и отрицательной. Положительная ОС (ученик демонстрирует понимание изучаемых вопросов) приводит к «самовозбуждению» ДС: учитель начинает перескакивать через простые вопросы, повышает уровень требований, свертывает информацию, решает более сложные задачи. Отрицательная ОС (учитель видит, что ученик плохо усваивает материал, не успевает решить задачу) снижает скорость передачи информации и уровень требований так, чтобы обучение протекало успешно. Это приводит к гомеостазу — поддержанию динамического равновесия системы, сохранению положительной мотивации ученика и интереса к предмету.

Директор (стандарт, учебная программа, учебник) задают определенные параметры учебного процесса: количество и расписание занятий, совокупность изучаемых вопросов и решаемых задач, формируемые умения, навыки и др. При этом налагаются определенные ограничения на учебный процесс; задается цель обучения: количества знаний ученика Zn_i на выходе по каждой i -й теме должны соответствовать заданным уровням требований L_i : $Zn_i \approx L_i$, $i = 1, 2, \dots, N$. Каждый ученик по отдельности также является кибернетической системой, охваченной цепью ОС. Если ученик, выполняя учебные задания, систематически получает положительный результат, то это может привести к его «самовозбуждению» — у него повышается интерес к задачам данного типа, растет мотивация и коэффициент усвоения. Отрицательный результат вызывает снижение интереса к данному виду деятельности и скорости усвоения соответствующей информации.

Учитель также охвачен цепью ОС: он контролирует свою деятельность, анализирует ее результаты, выбирает такую технологию обучения, чтобы с минимальными затратами добиться поставленной цели: $Zn_i \approx L_i$. После успешного изучения очередного j -го ЭУМ система «учитель—ученик» находится вблизи состояния равновесия, так как знания ученика примерно соответствуют требованиям учителя: $Zn_i \approx L_i$, $i = 1, 2, \dots, j$. Когда учитель излагает новый $(j + 1)$ -й ЭУМ, он повышает уровень требований и нарушает равновесие ($Zn_{j+1} = 0$, $L_{j+1} = 1$), создавая предпосылки для развития обучаемого. Ученик, изучая материал, приобретает соответствующие знания, умения, навыки и как бы адаптируется к требованиям учителя, уменьшая отставание $D_{j+1} = L_{j+1} - Zn_{j+1}$; в результате этого происходит его развитие. Учитель, протестировав ученика, адаптируется к его знаниям Zn_j , формируя требования, выбирая содержание и методы

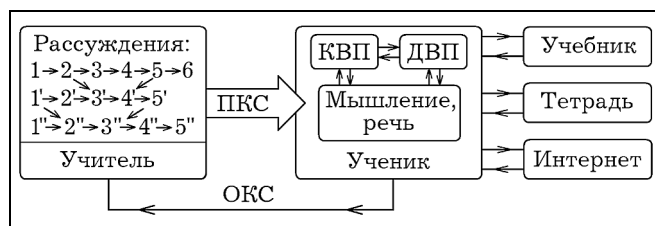


Рис. 3. Детализированная модель системы «учитель — ученик»

обучения, при которых обучение происходит наиболее эффективно.

Учитель излагает последовательность ЭУМ, а ученик следит за ходом его рассуждений, мысленно, устно или письменно повторяя их. При обучении ученик активно использует мышление, кратковременную и долговременную память, устную и письменную речь, читает учебник, работает в Интернете и ведет записи в тетради. С учетом этого система «учитель—ученик» может быть представлена иначе (рис. 3). Учитель высказывает суждение 1, затем суждение 2, ..., суждение 5, выстраивая одну логическую цепочку за другой, устанавливая различные связи между понятиями, идеями, теориями. Ученик пытается понять ход рассуждений. Часть сообщаемой информации поступает в КВП и используется при выполнении мыслительных операций, в письменных и устных ответах на вопросы. Наиболее важные ЭУМ повторяются вслух, записываются в тетрадь, многократно используются при выполнении учебных заданий; в результате этого знания сохраняются в долговременной памяти. Учитель, излагая материал, рассматривает примеры, дает необходимые объяснения. При выполнении учебных заданий ученик извлекает информацию из ДВП, а также читает записи в тетради, работает с учебником и в Интернете.

Интерес представляет подход В.Ф. Венды, согласно которому обучение — это процесс взаимной адаптации ученика с природой, обществом и техникой, в ходе которого достигается полное понимание учеником учебного материала [7]. Обучение бывает двух типов: трансформационное — формирование у ученика стратегии для выполнения принципиально новых заданий; эволюционное — повышение эффективности решения известных заданий. Прекращать обучение следует только на эволюционном плато очередной стратегии и методики [7, с. 269]. Сформулированный В.Ф. Вендой принцип взаимной адаптации сложных систем [7, с. 25] применительно к учебному процессу можно перефразировать так: необходимое и достаточное условие развития ДС состоит во взаимной адаптации компонентов системы между собой и

ДС в целом с внешней средой, т. е. учитель, ученики и технические средства обучения должны адаптироваться между собой, а также соответствовать требованиям общества, уровню развития техники, технологии и законам природы.

В случае, когда учитель прогнозирует ход обучения, говорят об *опережающей адаптации* [7, с. 268]. Дидактическая система функционирует устойчиво, если взаимная адаптация удовлетворительная, то есть эффективность, надежность и безопасность ДС лежат в допустимых пределах [7, с. 27]. Из принципа гибкой иерархической структуры следует, что лидерство может переходить от одного элемента системы к другому. Применительно к ДС это означает, что в определенные моменты времени учитель может предоставить ученику возможность решить задачу у доски, выступить с докладом, написать сочинение или компьютерную программу, оставляя за собой право делать замечания и исправлять ошибки.

Из принципа гомеостаза следует, что определенный набор характеристик кибернетических систем должен оставаться неизменным или изменяться внутри достаточно узкого диапазона значений [22, 23]. Применительно к ДС это означает, что учитель должен так управлять деятельностью ученика, чтобы тот сохранял положительную мотивацию и самоуважение, не терял интереса к обучению, а его отставание $D_i = L_i - Z n_i$ не превысило опорочное значение. При этом изучаемые ЭУМ должны находиться в *зоне ближайшего развития* ученика [19, 20]. Когда учитель переходит к рассмотрению нового ЭУМ, уровень предъявляемых требований возрастает. В ответ на это ученик, тоже являясь кибернетической системой, может адаптироваться к новым требованиям учителя; перейти на уровень гомеостатического равновесия с более высокой результативностью, соответствующей новым требованиям учителя; опуститься на низкий уровень гомеостатического равновесия; выйти за пределы допустимости рабочего состояния, потерять равновесие (переутомление или нервный срыв) [16, 23]. Учебный материал должен быть настолько сложен, чтобы ученику было интересно учиться, и настолько прост, чтобы ученик мог его освоить.

3. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КИБЕРНЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОБУЧЕНИЯ

Сущность метода имитационного моделирования состоит в том, что изучаемая система заменяется компьютерной моделью, приблизительно описывающей ее поведение, после чего с ней проводятся вычислительные эксперименты при раз-

личных параметрах, начальных условиях и внешних воздействиях [24]. Этот метод применяется, когда реальный эксперимент связан с большими временными или материальными затратами, вреден или невозможен; трудно построить аналитическую модель, так как изучаемая система сложна, нелинейна и/или стохастична; требуется симитировать функционирование системы в конкретных условиях. Компьютерные симуляции ДС тесно связаны с математической теорией обучения, занимающейся построением абстрактных моделей учебного процесса и изучением их свойств и особенностей функционирования [6, 8, 13].

Создание имитационной (компьютерной) модели ДС требует применения *блочного принципа* или *метода черного ящика*, при котором систему разбивают на отдельные блоки (учитель, ученик) или черные ящики. Их внутреннее строение, структура и «механизм функционирования» неизвестны, а известны лишь реакции черного ящика, как целого, на внешние воздействия. Чтобы задать черный ящик (например, заменяющий ученика), достаточно математически описать связь выходных сигналов с входными. При этом содержание и принципы функционирования черного ящика не обсуждаются, важно, чтобы модель ученика вела себя аналогично реальному ученику. Иногда ученик заменяется вероятностным автоматом, у которого в процессе обучения изменяются вероятности переходов из одного состояния в другое [25]. В других случаях обучение рассматривается как передача информации по каналу связи с ограниченной пропускной способностью. Также применяется имитационное моделирование ДС, основанное на численном решении системы дифференциальных уравнений [24].

Имитационная модель ДС позволяет на основе учета определенной совокупности факторов приблизительно предсказывать состояние ДС в последующие моменты времени; формально обосновать некоторые теоретические положения о поведении ДС и эффективности той или иной методики; решить оптимизационную задачу, т. е. найти оптимальный путь обучения (длительность и частоту занятий, распределение учебного материала, влияние учителя), при которой ДС функционирует максимально эффективно [24].

Промоделируем обучение гипотетического ученика в течение нескольких занятий длительностью $T_3 = 2$ ч, которые разделены равными промежутками $T_{\Pi} = 22$ ч. Учебный материал состоит из последовательности ЭУМ, характеризующихся дидактической сложностью S_i , $S_i \in [0; 1]$. Если i -й ЭУМ очень прост, то $S_i = 0$, а если очень сложен для данного ученика, то $S_i = 1$. Допустим, учитель при-

держивается такого алгоритма обучения: в течение времени $t_1 = 45$ мин он первый раз объясняет очередную ЭУМ, сообщая знания и формируя у ученика умения и навыки. После этого он проверяет уровень сформированности соответствующих знаний за время $t' = 5$ мин, спрашивает ученика изученный ЭУМ или дает ему учебное задание. Если ученик хорошо усвоил i -й ЭУМ ($Zn_i \geq L' = 0,96$), то учитель переходит к объяснению следующего $(i + 1)$ -го ЭУМ, а если нет — снова продолжает объяснять i -й ЭУМ (приводит примеры, решает задачи и т. п.). Продолжительность второго, третьего и следующих объяснений $t_2 = 20$ мин. После каждого объяснения следует повторная проверка знаний i -го ЭУМ длительностью $t' = 5$ мин. На ученика воздействует источник помех, который приводит к тому, что ученик в некоторые интервалы времени $[t; t + \Delta t]$ длительностью $\Delta t = 3\text{—}5$ мин не способен усваивать материал, его коэффициент усвоения α равен нулю.

Модель учитывает, что при изучении i -го ЭУМ используются знания 1, 2, 3, ..., $(i - 1)$ -го ЭУМ. В начале программы с помощью генератора случайных чисел создается матрица коэффициентов использования при изучении i -го ЭУМ предыдущего j -го ЭУМ, $j < i$:

$$\varepsilon_{i,j} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0,7 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0,8 & 0 & 0,7 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

Из $\varepsilon_{3,6} = 0,7$ следует, что, изучая шестой ЭУМ, ученик использует 70% знаний третьего ЭУМ. При обращении к изученному ранее j -му ЭУМ соответствующий уровень знаний Zn_j также повышается. В нашем случае считалось, что $\varepsilon_{i,j} = 1$, а коэффициенты повторения $\varepsilon_{i,j}$ задавались как числа, которые с вероятностью 0,66 равны 0, а в остальных случаях являются случайными величинами с равномерным распределением из интервала $[0; 1]$. Дидактическая сложность вопроса S_i также задавалась как случайная величина с равномерным распределением из интервала $[0,1; 0,5]$. Коэффициент усвоения i -го ЭУМ вычисляется так: $\alpha_i = \alpha_0(1 - S_i)$, где $\alpha_0 = 0,3$. При моделировании изучения конкретной дисциплины параметры курса $\varepsilon_{i,j}$ и S_i могут быть оценены методом экспертных оценок.

Будем пользоваться двухкомпонентной моделью ученика, считая, что вся усвоенная информация состоит из непрочных Z_i и прочных N_i знаний: $Zn_i(t) = Z_i(t) + N_i(t)$. В начальный момент $Zn_i = 0$

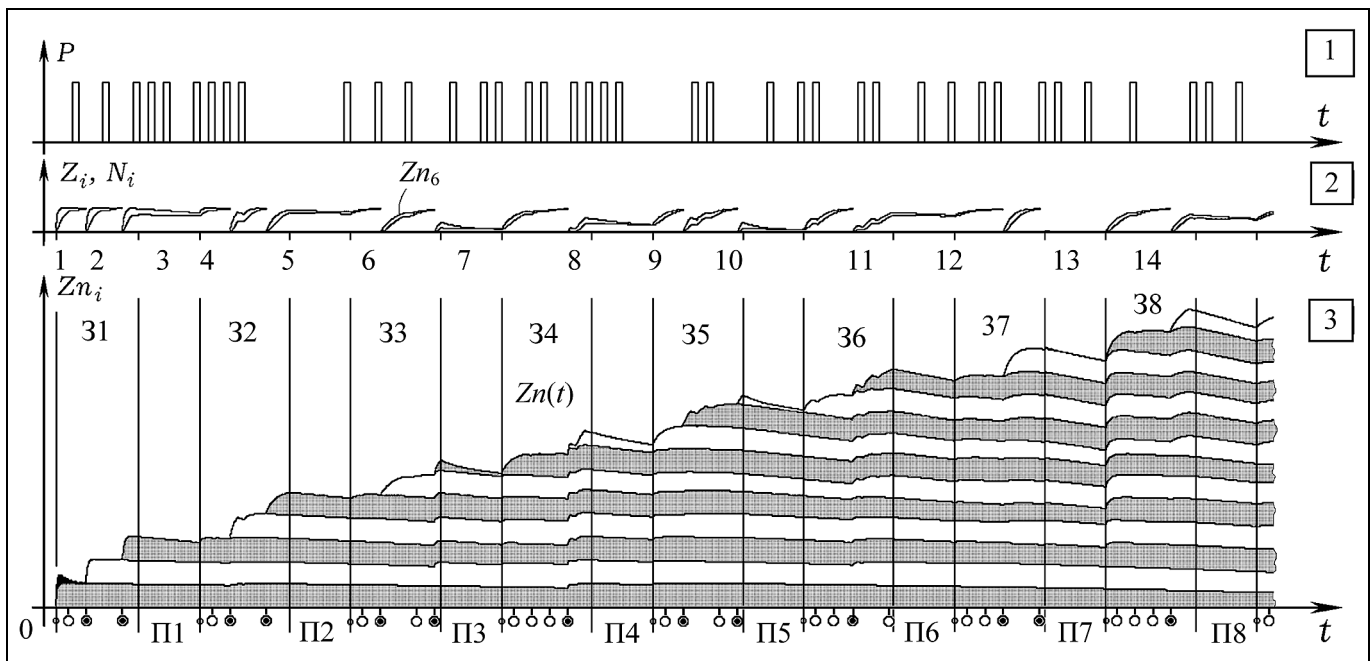


Рис. 4. Типичные графики, получающиеся в результате моделирования

для всех i . До изучения i -го ЭУМ $Z_n(t) = 0$, а если ученик полностью им овладел, то $Z_n(t) = L = 1$. Во время обучения ($k = 1$):

$$\frac{dZ_i}{dt} = k\varepsilon_{i,j}(\alpha_i(1 - Z_i) - \beta Z_i), \quad \frac{dN_i}{dt} = k\varepsilon_{i,j}\beta Z_i,$$

где β — скорость перехода непрочных знаний в прочные. Во время перерывов ($k = 0$) происходит забывание: $dZ_i/dt = -\gamma_Z Z_i$, $dN_i/dt = -\gamma_N N_i$. Скорость утрачивания знаний для i -го ЭУМ характеризуется коэффициентом забывания γ_i , который тем меньше, чем больше у ученика соответствующих прочных знаний $N_i(t)$. Будем считать, что $\gamma_Z = 0,012\exp(-3N_i)$, $\gamma_N = \gamma_Z/10$. Обучение прерывается помехами $P(t)$, следующими случайным образом; их доля по времени k_n в различных реализациях обучения варьировалась от 0 до 0,5. При $k_n = 0,5$ суммарная длительность помех в 2 раза меньше времени обучения. Во время помех ученик не усваивает информацию, $\alpha_i = 0$ для всех i ; это уменьшает среднюю скорость роста знаний $u = n/t$, где n — число усвоенных ЭУМ за время t .

Для имитационного моделирования рассматриваемой ДС применялась компьютерная программа, написанная на языке Pascal. На рис. 4 представлены получающиеся графики $P(t)$, $Z_i(t)$, $N_i(t)$ и $Z_n(t)$. Для удобства кривые забывания $Z_i(t)$ и $N_i(t)$ на рис 4.2 отсутствуют и применяется перемен-

ный масштаб по времени: длительности перерывов П1, П2, ... сжаты в 16,5 раза. В течение занятий 31, 32, ... в моменты, соответствующие круглым меткам (рис. 4.3) осуществляется проверка ученика; если его знания i -го ЭУМ достигли требуемого уровня $L' = 0,96$ (закрашенный кружок), то учитель переходит к изучению следующего $(i + 1)$ -го ЭУМ, а иначе (незакрашенный кружок) — повторяет текущий i -й ЭУМ. Реализуется замкнутая система управления: учитель, проводя тестирование, получает информацию о состоянии объекта управления (т. е. знаниях ученика) и делает выбор: излагать новый материал или повторить только что изученный ЭУМ. В соответствии с *принципом гомеостаза* система выбирает такой путь функционирования, при котором отставание ученика от требований учителя не выходит за пределы допустимого интервала.

Серия компьютерных экспериментов с рассмотренной моделью показала, что моделируемая ДС функционирует достаточно гибко и устойчиво. Она достигает положительного результата даже тогда, когда сложности ЭУМ S_i и доля помех k_n довольно велики. При уменьшении значений S_i и k_n ученик в среднем быстрее усваивает материал и учителю не приходится заниматься многократным повторением одних и тех же ЭУМ. При $k_n = 0,5$ средняя скорость усвоения $u = 1,05$ ЭУМ/сут, а при $k_n = 0$ она составляет $u = 2,2$ ЭУМ/сут, т. е. более чем в 2 раза выше. Если значения S_i и k_n ве-

лики, а коэффициент усвоения α_0 мал, то в среднем на изучение одного ЭУМ учитель затрачивает больше времени. При слишком высоких значениях S_i и k_n ученик не может усвоить изучаемый материал, так как прирост знаний очень мал, и он исчезает во время перерывов из-за забывания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обсуждены системный, синергетический и информационно-кибернетический подходы к проблеме моделирования дидактических систем и процесса обучения. Проанализирована кибернетическая модель дидактической системы, показано влияние прямых и обратных связей на различных этапах ее функционирования. Предложена двухкомпонентная модель дидактической системы с изменяющимся коэффициентом забывания, которая учитывает: основные закономерности обучения и забывания; превращение непрочных знаний в прочные знания, которые забываются медленнее; различную дидактическую сложность изучаемых элементов учебного материала (ЭУМ); степень использования учеником ранее усвоенного материала при изучении данного ЭУМ; периодический контроль учителя за состоянием ученика; выбор учителем методики на основе информации, полученной при тестировании ученика; влияние случайных помех, приводящих к кратковременным снижениям коэффициента усвоения ученика. Дидактические свойства учебного материала задаются статистически, путем указания сложности и коэффициента использования ранее изученных ЭУМ. Показано, что система «учитель—ученик» является самонастраивающейся и способна функционировать, когда сложность изучаемых ЭУМ и вероятность помех изменяются в довольно широких пределах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Abersek B., Borstner B., Bregant J.* The Virtual Science Teacher as a Hybrid System: Cognitive Science Hand in Hand with Cybernetic Pedagogy // *Journal of Baltic Science Education*. — 2014. — Vol. 13, N 1.
2. *Baron Ph.* A Cybernetic Approach to Contextual Teaching and Learning // *Constructivist Foundations*. — 2017. — Vol. 12, N 1. — P. 91–100.
3. *Colbeck C.L.* A Cybernetic Systems Model of Teaching and Research Production: Impact of Disciplinary Differences // *International Colloquium on Research and Teaching: Closing the Divide?* Winchester Hampshire, UK. March 17–19, 2004.
4. *Grover V.K.* Classroom Cybernetics: an Approach for Effective and Efficient Classroom Teaching // *International Journal of Research in Advent Technology*. — 2016. — Vol. 4, N 1. — P. 45–52.

5. *Scott B., Shurville S., Maclean P. and Cong Ch.* Cybernetic principles for learning design. — URL: www.emeraldinsight.com/0368-492X.htm (дата обращения: 3.09.2018).
6. *Bush R.R., Mosteller F.A.* Stochastic Model with Applications to Learning. — URL: https://projecteuclid.org/download/pdf_1/euclid.aoms/1177728914 (дата обращения: 3.09.2018).
7. *Венда В.Ф.* Системы гибридного интеллекта: Эволюция, психология, информатика. — М.: Машиностроение, 1990. — 448 с.
8. *Леонтьев Л.П., Гохман О.Г.* Проблемы управления учебным процессом: Математические модели. — Рига, 1984. — 239 с.
9. *Новиков Д.А.* Теория управления образовательными системами. — М.: Народное образование, 2009. — 416 с.
10. *Novikov D.A.* Cybernetics: From Past to Future. — Springer International Publishing, 2016. — 107 p. — URL: https://www.researchgate.net/publication/287319297_Cybernetics_from_Past_to_Future (дата обращения: 3.09.2018).
11. *Свиридов А.П.* Основы статистической теории обучения и контроля знаний. — М.: Высшая школа, 1981. — 262 с.
12. *Соловов А.В.* Электронное обучение: проблематика, дидактика, технология. — Самара: Новая техника, 2006. — 462 с.
13. *Фирстов В.Е.* Математические модели управления дидактическими процессами при обучении математике в средней школе на основе кибернетического подхода: Дисс. ... докт. пед. наук. — СПб., 2011. — 460 с.
14. *Шрейдер Ю.А., Шаров А.А.* Системы и модели. — М.: Радио и связь, 1982. — 152 с.
15. *Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г.* Синергетика и прогнозы будущего. — М.: Эдиториал УРСС, 2001. — 288 с.
16. *Хакен Г.* Информация и самоорганизация: Макроскопический подход к сложным системам. — М.: УРСС: ЛЕНАНД, 2014. — 320 с.
17. *Бусленко Н.П.* Моделирование сложных систем. — М.: Наука, 1988. — 356 с.
18. *Майер Р.В.* Компьютерная модель процесса управления дидактической системой: информационно-кибернетический подход // *Проблемы управления*. — 2016. — № 3. — С. 58–64.
19. *Величковский Б.М.* Когнитивная наука: Основы психологии познания: в 2 т. Т. 1. — М.: Смысл: Академия, 2006. — 448 с.
20. *Зинченко Т.П.* Память в экспериментальной и когнитивной психологии. — СПб.: Питер, 2002. — 320 с.
21. *Murray J.* Cybernetic Circularity in Teaching and Learning // *International Journal of Teaching and Learning in Higher Education*. — 2006. — Vol. 18, N 3. — P. 215–221.
22. *Растригин Л.А.* Адаптация сложных систем. — Рига: Зинатне, 1981. — 375 с.
23. *Теслер Г.С.* Новая кибернетика. — Киев: Логос, 2004.
24. *Майер Р.В.* Исследование математических моделей дидактических систем на компьютере [Электронный ресурс]: монография. — Глазов: Глазовский гос. пед. ин-т, 2018. — 160 с.
25. *Mayer R.V.* Assimilation and Forgetting of the Educational Information: Results of Imitating Modelling // *European Journal of Contemporary Education*. — 2017. — N 6 (4). — P. 739–747. DOI: 10.13187/ejced.2017.4.739.

Статья представлена к публикации членом редколлегии чл.-корр. РАН Д.А. Новиковым.

Майер Роберт Валерьевич — д-р пед. наук, профессор, Глазовский государственный педагогический институт им. В.Г. Короленко, г. Глазов, ✉ robert_maier@mail.ru.

АНАЛИЗ РАБОТЫ БОРТОВЫХ ТЕРМИНАЛЬНЫХ СИСТЕМ МОНОБЛОЧНЫХ ЖИДКОСТНЫХ РАКЕТ-НОСИТЕЛЕЙ ПРИ НЕШТАТНОМ РАСХОДОВАНИИ КОМПОНЕНТОВ ТОПЛИВА

А.А. Муранов

Сформулирована и решена задача анализа работы систем управления расходом топлива моноблочных жидкостных ракет-носителей при нештатном расходе компонентов топлива. Для этого выполнена декомпозиция исходной терминальной системы управления на две подсистемы, сформированы модели объектов двух подсистем и выбран метод комплексного оценивания динамических процессов в системах. Приведены оценки точности работы систем при нештатном расходе компонентов топлива.

Ключевые слова: ракета-носитель, система управления расходом топлива, нештатная ситуация.

ВВЕДЕНИЕ

В работе рассматривается класс бортовых терминальных систем — системы управления расходом топлива (СУРТ) моноблочных жидкостных ракет-носителей (РН) легкого класса или моноблочных ступеней РН среднего и тяжелого классов. Для определенности далее будут рассматриваться ракетные блоки моноблочных РН в составе одного жидкостного ракетного двигателя (ЖРД), баков окислителя и горючего с трубопроводами, системы наддува баков, систем управления и др.

Система управления расходом топлива ракетного блока (ступени) РН объединяет в себе, как правило, две подсистемы:

- систему регулирования опорожнения баков (СОБ), синхронизирующую расходование компонентов топлива из баков;

- систему прогнозирования момента времени (СПВ) окончания топлива (или его компонентов) в баках.

Для дальнейшего изложения материала введем определение категории «нештатная ситуация» применительно к СУРТ. Под нештатной ситуацией (НШС) в СУРТ понимается состояние системы, обусловленное:

- действием возмущающих факторов, превышающих проектные диапазоны значений;

- отказами и сбоями в работе отдельных звеньев СУРТ;

- действием дополнительных, априори неизвестных возмущений, вызванных отказами в работе других систем и объектов РН.

Воздействие НШС на СУРТ приводит к невыполнению требований технического задания (ТЗ) по точности, надежности и безопасности функционирования и необходимости обеспечения безаварийного выключения ЖРД.

В работе исследуется влияние конкретного типа НШС (нештатного расходования компонентов топлива) на динамические и точностные показатели работы СУРТ. Возникновение указанного типа НШС может быть вызвано, например, утечкой компонента из топливной магистрали вследствие технологических дефектов в элементах конструкций ракетного блока (см. далее в § 1 описание подобной НШС в конкретном пуске РН). Данный тип НШС может проявиться как при отработке бортовых систем разрабатываемых жидкостных РН на этапе летно-конструкторских испытаний, так и при постоянной эксплуатации РН.

Естественно, нештатный (повышенный) расход компонента топлива является нерасчетным возму-

щающим фактором, не входящим в перечень исходных данных на разработку СУРТ. В результате действия этого возмущения преждевременно расходуется опережающий компонент топлива, что приводит к работе маршевого двигателя на одном, оставшемся компоненте и, как следствие, к возможному пожару и взрыву двигателя.

Настоящая статья дополняет методическое обеспечение [1–4] в части послеполетного анализа работы СУРТ моноблочных РН применительно к нештатному расходованию компонентов топлива. Результаты анализа работы СУРТ в конкретных пусках РН являются необходимой информацией для проведения корректировки бортовых алгоритмов в целях повышения надежности и безопасности управления.

Далее оценивается влияние нештатного расходования компонентов топлива на динамические и точностные показатели каждой подсистемы СУРТ. Для этого необходимо сформировать модели объектов обеих подсистем и выбрать метод оценивания динамических процессов в системах.

1. СИСТЕМА РЕГУЛИРОВАНИЯ ОПОРОЖНЕНИЯ БАКОВ

В работе [5] изложены принципы и физические основы построения СОБ ракетного блока. В работе [4] разработан и успешно апробирован метод послеполетного анализа работы подсистем СУРТ в штатном режиме при проведении летно-конструкторских испытаний. Целесообразно сравнивать информацию о моделях объектов управления, оценках точностных показателей подсистем в нештатной ситуации и при нормальном функционировании.

При возникновении нештатной ситуации управляемый процесс расходования компонентов топлива из баков двухкомпонентного ракетного блока описывается линеаризованными уравнениями:

$$\begin{aligned} \Delta t_i &= \Delta t_0 - \sum_{r=0}^{i-1} (\delta K_{\Sigma}(0) + \delta K_{V \text{ пр. } r}) \Delta T_r - \\ &- \sum_{r=0}^{i-1} \sum_{s=0}^r (\Delta \delta K_s + \xi_s) \Delta T_r, \quad i = 1, 2, \dots, I+1, \\ \Delta t_{\text{изм. } i} &= t_{\text{изм.о. } i} - t_{\text{изм.г. } i} = \Delta t_i + \Delta t_{fi}, \\ &i = 1, 2, \dots, I, \\ \delta K_{mi}^{\text{бак}} &= \delta K_{\Sigma}(0) + \delta K_{m \text{ пр. } i} + \sum_{s=0}^i (\Delta \delta K_s + \xi_s), \\ &i = 0, 1, \dots, I, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\Delta t_i(\Delta t_{\text{изм. } i})$ — истинное (вычисленное с ошибками уровнемерных измерений) временное рассогласование объемов компонентов топлива на i -й паре чувствительных элементов (ЧЭ) уровнемеров; $\Delta t_0(\Delta t_{I+1})$ — начальное (конечное) временное рассогласование объемов компонентов топлива в баках блока; $t_{\text{изм.о. } i}(t_{\text{изм.г. } i})$ — момент времени срабатывания i -го ЧЭ уровнемера окислителя (горючего); ΔT_i — номинальный интервал временной расстановки ЧЭ уровнемеров окислителя и горючего; $\delta K_{mi}^{\text{бак}}$ — относительное отклонение (на интервале времени ΔT_i) от номинала коэффициента соотношения массовых расходов компонентов топлива из баков; $\Delta \delta K_i$ — управляющий сигнал на изменение коэффициента соотношения объемных расходов компонентов топлива, вычисленный после срабатывания i -й пары ЧЭ уровнемеров; $\delta K_{\Sigma}(0)$ — начальное относительное отклонение от номинала коэффициента соотношения расходов компонентов топлива, вызванное ошибкой $\delta K_{\text{наст}}$ настройки маршевого двигателя и возмущением $\delta K_{\text{ншс}}$ из-за влияния НШС; $\delta K_{V \text{ пр. } i}(\delta K_{m \text{ пр. } i})$ — относительное отклонение (на интервале времени ΔT_i) от номинала коэффициента соотношения объемных (массовых) расходов компонентов топлива, вызванное влиянием внешних факторов на входе в двигатель; Δt_{fi} — погрешность формирования временного рассогласования $\Delta t_{\text{изм. } i}$ объемов компонентов топлива; ξ_i — погрешность отработки управляющего сигнала $\Delta \delta K_i$.

В зависимости от начальных условий объекта управления и заданных требований к регулируемым координатам может быть сформирован и отработан программный управляющий сигнал $\Delta \delta K_i$, $i = 0$, в момент времени t_0 начала работы СОБ.

При нештатном расходовании компонентов топлива (по сравнению с нормальным функционированием СОБ [4]) в модель объекта управления внесены изменения:

— вместо начального возмущения $\delta K_V(0)$, вызванного ошибкой $\delta K_{\text{наст}}$ настройки двигателя, введено начальное возмущение $\delta K_{\Sigma}(0)$, равное сумме ошибки $\delta K_{\text{наст}}$ настройки двигателя и возмущения $\delta K_{\text{ншс}}$ из-за нештатного расхода компонента топлива: $\delta K_{\Sigma}(0) = \delta K_{\text{наст}} + \delta K_{\text{ншс}}$;

— вместо управляемой переменной δK_{mi} , $i = 0, 1, \dots, I$, характеризующей работу двигателя, вводится «баковая» переменная $\delta K_{mi}^{\text{бак}}$, к которой требование ТЗ не предъявляется.



Переменная $\delta K_{mi}^{\text{бак}}$ может быть использована для вычисления характеристики работы двигателя, если в ракетном блоке имеются возможности непосредственного измерения или косвенного оценивания значения нештатного расхода (утечки) компонента.

Нештатная ситуация рассматриваемого типа возникла, например, в работе СУРТ моноблочной, третьей ступени РН «Союз-2.1б» при выведении 29.05.2016 г. на целевую орбиту космического аппарата «Глонасс-М» № 53 [6]. Работа СУРТ третьей ступени сопровождалась нерасчетным (повышенным) расходом горючего, что привело к повышенным значениям временных рассогласований $\Delta t_{\text{изм.}i}$ объемов компонентов топлива на i -х парах ЧЭ уровнемеров. Подсистема СОБ формировала управляющие сигналы на уменьшение расхода горючего путем переключки дросселя в сторону закрытия. В итоге при компенсации действия нерасчетного возмущающего фактора дроссель закрылся до механического упора и в этом положении находился до конца работы СУРТ. В результате подсистема СОБ не выполнила требования по терминальной точности управления. Маршевый двигатель самовыключился после израсходования рабочего и гарантийного запасов горючего, так как команда на выключение ЖРД не была сформирована из-за недобора кажущейся скорости по заданному функционалу. При этом в бортовом алгоритме подсистемы СПВ не были сформированы функции прогнозирования моментов времени окончания окислителя и горючего в баках. Несмотря на негативное влияние НШС на работу СУРТ третьей ступени, миссия пуска РН «Союз-2.1б» по выведению на целевую орбиту космического аппарата «Глонасс-М» № 53 была выполнена с помощью системы управления разгонного блока «Фрегат-М» за счет его запаса топлива.

После краткого комментария о работе СОБ в конкретном пуске РН вернемся к постановке задачи анализа работы СОБ при нештатном расходовании компонентов топлива.

Возмущения $\delta K_{V \text{ пр.}i}$, $\delta K_{m \text{ пр.}i}$ и ξ_i в уравнениях (1) рассчитываются по известным соотношениям с учетом телеметрической информации о внешних факторах на входе в двигатель и об угловом положении дросселя СОБ. Для случайных неконтролируемых возмущений Δt_0 и $\delta K_{\Sigma}(0)$ (за исключением составляющей в виде «нештатного» возмущения $\delta K_{\text{ншс}}$) и погрешностей Δt_{fi} , $i = 1, 2, \dots, I$, задаются статистические характеристики.

Задача послеполетного анализа работы СОБ ракетного блока РН состоит в том, чтобы, используя

уравнения (1), параметры объекта управления (ΔT_i) и телеметрическую информацию ($t_{\text{изм.о.}i}$, $t_{\text{изм.г.}i}$, $\Delta \delta K_i$, $\delta K_{V \text{ пр.}i}$, $\delta K_{m \text{ пр.}i}$, ξ_i), определить оптимальные по некоторому критерию оценки случайных начальных возмущений Δt_0 и $\delta K_{\Sigma}(0)$, регулируемой координаты Δt_i , погрешностей Δt_{fi} и точностных характеристик системы Δt_{I+1} и $\delta K_{mi}^{\text{бак}}$.

Решение задачи послеполетного анализа работы СОБ определяется при выполнении следующей двухэтапной процедуры.

Этап 1. Оценивание неконтролируемых начальных возмущений Δt_0 , $\delta K_{\Sigma}(0)$

по методу наименьших квадратов (МНК) [7]

Уравнение регулируемой координаты Δt_i в уравнениях (1) целесообразно представить в виде линейной функции:

$$\Delta t_i = \Delta t_0 - \delta K_{\Sigma}(0)t_i - c_i, \quad i = 1, 2, \dots, I, \quad (2)$$

где $t_i = \sum_{r=0}^{i-1} \Delta T_r$ — номинальный момент времени срабатывания i -й пары ЧЭ уровнемеров, отсчитываемый от момента времени t_0 начала работы СОБ;

$c_i = \sum_{r=0}^{i-1} \delta K_{V \text{ пр.}r} \Delta T_r + \sum_{r=0}^{i-1} \sum_{s=0}^r (\Delta \delta K_s + \xi_s) \Delta T_r$ — заданный, переменный во времени параметр; рассчитывается до начала процедуры МНК.

С помощью МНК проводится сглаживание совокупности «измерений» $\Delta t_{\text{изм.}i}$, $i = 1, 2, \dots, I$, регулируемой координаты линейной функцией (2) с неизвестными параметрами Δt_0 , $\delta K_{\Sigma}(0)$. Оценки $\hat{\Delta t}_0$ и $\hat{\delta K}_{\Sigma}(0)$ этих параметров определяются по формулам [7]:

$$\hat{\delta K}_{\Sigma}(0) = \frac{I \sum_{i=1}^I t_i (\Delta t_{\text{изм.}i} + c_i) - \sum_{i=1}^I t_i \sum_{i=1}^I (\Delta t_{\text{изм.}i} + c_i)}{\left(\sum_{i=1}^I t_i \right)^2 - I \sum_{i=1}^I t_i^2},$$

$$\hat{\Delta t}_0 = \frac{1}{I} \left(\sum_{i=1}^I (\Delta t_{\text{изм.}i} + c_i) + \hat{\delta K}_{\Sigma}(0) \sum_{i=1}^I t_i \right).$$

Этап 2. Оценивание динамических и точностных показателей работы СОБ

С учетом вычисленных оценок $\hat{\delta K}_{\Sigma}(0)$ и $\hat{\Delta t}_0$ неконтролируемых возмущений и ранее определенных возмущений $\delta K_{V \text{ пр.}i}$, $\delta K_{m \text{ пр.}i}$ и ξ_i рассчитываются по уравнениям (1) оценки $\hat{\Delta t}_i$, $\hat{\Delta t}_{fi}$, $i = 1,$

2, ..., I , $\Delta \hat{t}_{I+1}$ и $\delta \hat{K}_{mi}^{\text{бак}}$, $i = 0, 1, \dots, I$, соответственно регулируемой координаты Δt_p , погрешностей Δt_{fi} и точностных показателей работы СОБ.

На основании результатов послеполетного анализа работы СОБ ракетного блока можно заключить, что при нештатном расходовании компонентов топлива требование ТЗ по терминальной точности с большой вероятностью не выполняется, так как не компенсируется полностью действие нерасчетного возмущения $\delta K_{\text{ншс}}$ из-за ограниченной эффективности дросселя. Поэтому из-за преждевременного израсходования одного из компонентов топлива маршевой двигатель может самовыключиться (при недоборе кажущейся скорости ракетным блоком, как это произошло в приведенном выше пуске РН) или возникнет пожар и взрыв ЖРД.

2. СИСТЕМА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ МОМЕНТА ВРЕМЕНИ ОКОНЧАНИЯ ТОПЛИВА

Создание в составе СУРТ подсистемы СПВ вызывается необходимостью повышения энергетических характеристик, безопасности и экологичности эксплуатации РН.

Кратко отметим основные особенности действия бортового алгоритма СПВ ракетного блока типа третьей ступени РН семейства «Союз-2».

Информационная система СПВ функционирует на режиме главной ступени тяги маршевого двигателя, тяга которого регулируется с допустимой погрешностью системой поддержания давления в камерах сгорания двигателя.

При нормальном функционировании СУРТ в бортовом алгоритме СПВ прогнозируется момент времени окончания рабочих запасов суммарного топлива (окислителя и горючего). В этом случае процесс расходования топлива по сравнению с расходованием отдельных его компонентов не зависит от управляющих воздействий $\Delta \delta K_i$ и возмущающих факторов $\delta K_V(0)$, $\delta K_{V \text{ пр. } i}$, $\delta K_{m \text{ пр. } i}$ и ξ_i , а влияние ошибок уровнемерных измерений на точность работы СПВ уменьшается [4].

Однако при возникновении нештатной ситуации рассматриваемого типа происходит преждевременное расходование опережающего компонента при недоборе кажущейся скорости РН по заданному функционалу. Для некоторых маршевых двигателей разработан процесс самовыключения при полной выработке одного из компонентов топлива. Но при отсутствии функции самовыключения для обеспечения безаварийного выключе-

ния маршевого двигателя необходимо предусмотреть в алгоритме СПВ прогнозирование моментов времени окончания каждого компонента топлива.

Послеполетный анализ работы СПВ проводится по методу комплексного оценивания динамических процессов в СУРТ независимо от выбранной структуры бортового алгоритма СПВ [4]. С помощью этого метода задача прогнозирования моментов времени окончания топлива и отдельных его компонентов решается на основе комплексирования результатов анализа работы подсистем СОБ и СПВ и их функциональных связей с системой СУРТ. При этом в методе оценивания выбирается модель объекта прогнозирования момента времени окончания суммарного топлива, процесс расходования которого в меньшей мере зависит от возмущающих факторов.

Текущей входной информацией для СПВ служат моменты времени $t_{\text{изм.о.}i}$ и $t_{\text{изм.г.}i}$ срабатывания i -х пар ЧЭ уровнемеров компонентов топлива, по которым можно рассчитать средневзвешенный момент времени $t_{\Sigma i}$ (с временными ошибками уровнемерных измерений) прохождения суммарного топлива на этих парах ЧЭ:

$$t_{\Sigma i} = (K_m t_{\text{изм.о.}i} + t_{\text{изм.г.}i}) / (K_m + 1), \quad i = 1, 2, \dots, I,$$

где K_m — номинальный коэффициент соотношения массовых расходов компонентов топлива через двигатель.

В методе оценивания динамических и точностных показателей работы СПВ рассматривается реальный процесс расходования топлива (при действии случайных возмущающих факторов в конкретном пуске РН) относительно номинального процесса. Для этого вводится «измеренный» сигнал рассогласования $\Delta \tau_{\text{изм.}i} = t_{\Sigma i} - t_0 - t_p$, $i = 1, 2, \dots, I$, между «измеренным» и номинальным моментами времени прохождения топлива на i -й паре ЧЭ уровнемеров. Поэтому объект прогнозирования описывается уравнениями:

$$\begin{aligned} \Delta \tau_i &= \Delta \tau_0 - \lambda_{\Sigma} t_p, \quad i = 1, 2, \dots, I, \\ \Delta \tau_{\text{изм.}i} &= \Delta \tau_i + \Delta \tau_{fi}, \quad i = 1, 2, \dots, I, \end{aligned} \quad (3)$$

$$T_{\text{пр}} = t_0 + \Delta \tau_0 + (1 - \lambda_{\Sigma}) \sum_{i=1}^I \Delta T_i,$$

$$\Delta T_{\text{ост}} = T_{\text{пр}} - T_{\text{пр.}i}, \quad i = I,$$

где $\Delta \tau_i$ — истинный сигнал рассогласования на i -й паре ЧЭ уровнемеров; $\Delta \tau_0$ — начальное значение сигнала рассогласования; λ_{Σ} — относительное отклонение от номинала суммарного расхода компо-



нентов топлива, вызванное нештатным расходом компонента топлива, погрешностью работы системы поддержания давления в камерах сгорания двигателя и др.; $\Delta\tau_{fi}$ — погрешность формирования «измеренного» сигнала рассогласования $\Delta\tau_{изм.i}$ на i -й паре ЧЭ уровнемеров; $T_{пр}$ — прогнозируемый момент времени окончания топлива в баках, вычисленный после пуска РН по данному методу; $T_{пр.i}$, $i = 1, \dots, I$, — прогнозируемый момент времени окончания топлива в баках, вычисленный в бортовом алгоритме СПВ на последней, I -й паре ЧЭ уровнемеров; $\Delta T_{ост}$ — временной остаток топлива в баках в прогнозируемый момент времени $T_{пр.i}$, $i = 1, \dots, I$, окончания топлива (характеризует погрешность прогнозирования момента времени $T_{пр.i}$ по бортовому алгоритму СПВ).

Отметим, что при возникновении нештатной ситуации модель объекта прогнозирования (3) остается неизменной, как и при нормальном функционировании СУРТ. Только в возмущение λ_{Σ} входит с весовым коэффициентом составляющая $\lambda_{ншс}$ (в виде нештатного расхода компонента топлива), статистические характеристики которой не известны.

Для неконтролируемых возмущений $\Delta\tau_0$ и λ_{Σ} (за исключением составляющей $\lambda_{ншс}$) и погрешностей $\Delta\tau_{fi}$, $i = 1, 2, \dots, I$, формирования «измеренного» сигнала рассогласования задаются статистические характеристики.

Задача послеполетного анализа работы СПВ ракетного блока РН при возникновении нештатной ситуации состоит в том, чтобы, используя уравнения (3), параметры объекта (t_i , ΔT_i) и телеметрическую информацию ($t_{изм.о.i}$, $t_{изм.г.i}$, $T_{пр.i}$), определить оценки случайных возмущений $\Delta\tau_0$ и λ_{Σ} , сигнала рассогласования $\Delta\tau_i$, погрешностей $\Delta\tau_{fi}$, прогнозируемого момента времени $T_{пр}$ окончания топлива и точности прогнозирования $\Delta T_{ост}$.

Решение задачи послеполетного анализа работы СПВ определяется при выполнении двухэтапной процедуры (аналогично, как и для системы СОБ).

Этап 1. Оценивание неконтролируемых возмущений $\Delta\tau_0$ и λ_{Σ} по МНК

При вычислении по МНК проводится сглаживание совокупности «измерений» $\Delta\tau_{изм.i}$, $i = 1, 2, \dots, I$, сигнала рассогласования линейной функцией (первое из уравнений (3)) с неизвестными параметра-

ми $\Delta\tau_0$ и λ_{Σ} . Оценки $\hat{\Delta\tau}_0$ и $\hat{\lambda}_{\Sigma}$ этих параметров определяются по формулам [7]:

$$\hat{\lambda}_{\Sigma} = \frac{I \sum_{i=1}^I t_i \Delta\tau_{изм.i} - \sum_{i=1}^I t_i \sum_{i=1}^I \Delta\tau_{изм.i}}{\left(\sum_{i=1}^I t_i \right)^2 - I \sum_{i=1}^I t_i^2},$$

$$\hat{\Delta\tau}_0 = \frac{1}{I} \left(\sum_{i=1}^I \Delta\tau_{изм.i} + \hat{\lambda}_{\Sigma} \sum_{i=1}^I t_i \right).$$

Этап 2. Оценивание динамических и точностных показателей работы СПВ

С учетом вычисленных оценок $\hat{\lambda}_{\Sigma}$ и $\hat{\Delta\tau}_0$ неконтролируемых возмущений рассчитываются по уравнениям (3) оценки $\hat{\Delta\tau}_i$, $\hat{\Delta\tau}_{fi}$, $i = 1, 2, \dots, I$, $\hat{T}_{пр}$ и $\Delta \hat{T}_{ост}$ соответственно динамических и точностных характеристик работы СПВ.

На основании результатов послеполетного анализа работы бортового алгоритма СПВ ракетного блока можно заключить, что при нештатном расходе компонентов топлива точность $\Delta \hat{T}_{ост}$ прогнозирования момента времени окончания суммарного топлива удовлетворяет заданному требованию, как и при нормальном функционировании системы.

После вычисления оценок точностных характеристик систем СОБ и СПВ (соответственно $\Delta \hat{T}_{I+1}$ и $\Delta \hat{T}_{ост}$) дополнительно рассчитываются оценки временных остатков $\Delta t_{о.ост}$ и $\Delta t_{г.ост}$ компонентов топлива в прогнозируемый (по бортовому алгоритму СПВ) момент времени $T_{пр.i}$, $i = 1, \dots, I$ [4].

При возникновении НШС временные остатки $\Delta t_{о.ост}$ и $\Delta t_{г.ост}$ компонентов топлива превышают допустимые значения, так как эти остатки зависят от точности работы обеих систем (заметим, что СОБ не выполняет требование ТЗ по терминальной точности). Поэтому в СУРТ необходимо решить задачу безаварийного выключения маршевого двигателя.

Таким образом, определены расчетные соотношения для оценивания динамических процессов в СУРТ при возникновении НШС конкретного типа, даны качественные оценки показателей работы системы.

В дополнение к этому целесообразно привести количественные оценки точностных характеристик СУРТ третьей ступени РН «Союз-2.16» при

выведении космического аппарата «Глонасс-М» № 53 [6]:

— конечное временное рассогласование объемов компонентов топлива: $\Delta \hat{t}_{I+1} = 2,85$ с (допуск $\pm 0,5$ с);

— временной остаток топлива в баках в прогнозируемый момент времени $T_{пр.i}$, $i = I$: $\Delta \hat{T}_{ост} = -0,27$ с (допуск $\pm 0,3$ с);

— временные остатки окислителя, горючего в баках в прогнозируемый момент времени $T_{пр.i}$, $i = I$: $\Delta \hat{t}_{о.ост} = 0,54$ с; $\Delta \hat{t}_{г.ост} = -2,31$ с (допуски остатков компонентов топлива соответственно $\pm 0,25$ с и $\pm 0,4$ с).

Отметим также, что по результатам исследований на СОБ третьей ступени РН «Союз-2.1б» действовало начальное возмущение $\delta \hat{K}_{\Sigma}(0) = \delta \hat{K}_{наст} + \delta \hat{K}_{ншс} = -11,13 \% K_m$ (при этом допуск на ошибку $\delta \hat{K}_{наст}$ настройки двигателя составлял $\pm 3 \% K_m$). Остальные возмущения, действующие на СУРТ третьей ступени, не превышали заданных проектных диапазонов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулирована и решена задача оценивания динамических процессов в системах управления расходом топлива (СУРТ) моноблочных жидкостных ракет-носителей при воздействии априори неизвестного (в исходных данных на проектирование СУРТ) возмущающего фактора — нештатного расхода (утечки из топливной магистрали) компонента топлива. В соответствии с влиянием указанной нештатной ситуации сформированы модели объектов двух подсистем (системы регулирования опорожнения баков (СОБ) и системы прогнозирования момента времени окончания топлива (СПВ)), образующих исходную СУРТ, и выбран метод послеполетного анализа работы подсистем и СУРТ [4].

Подводя итоги качественного и количественного оценивания процессов СУРТ при нештатном расходе компонентов топлива, отметим точностные показатели:

— СОБ не выполняет требование по терминальной точности, так как не компенсируется полностью действие нерасчетного возмущения из-за ограничения эффективности исполнительного органа;

— СПВ выполняет с требуемой точностью прогнозирование момента времени окончания суммарного топлива;

— остатки компонентов топлива в прогнозируемый (по бортовому алгоритму СПВ) момент вре-

мени окончания топлива превышают допустимые значения, так как зависят от точности работы систем СОБ и СПВ.

При возникновении нештатной ситуации в работе СУРТ для безопасного выключения маршевого двигателя необходимо наличие в баках и трубопроводах гарантийных запасов окислителя и горючего. Для этого целесообразно скорректировать бортовой алгоритм СПВ в части прогнозирования моментов времени окончания каждого компонента топлива, диагностирования возникновения нештатной ситуации в СУРТ и обеспечения условий безаварийного выключения двигателя.

С помощью предложенной методики анализа получены оценки динамических и точностных показателей работы СУРТ третьей ступени ракеты-носителя «Союз-2.1б» при выведении космического аппарата «Глонасс-М» № 53. Результаты послеполетного анализа использованы для корректировки бортовых алгоритмов СПВ моноблочных ступеней ракеты-носителя «Союз-2».

ЛИТЕРАТУРА

1. Андриенко А.Я., Тропова Е.И., Чадаев А.И. Методы анализа результатов летных испытаний бортовых систем управления // Автоматика и телемеханика. — 2010. — № 5. — С. 155—165.
2. Бострикова И.Н., Вакушин В.А., Иванов В.П. и др. Системы управления расходом топлива ракеты космического назначения «Ангара»: результаты наземной отработки и летных испытаний // Датчики и системы. — 2011. — № 8. — С. 25—29.
3. Муранов А.А. Методы оценивания динамических процессов в системах управления расходом топлива жидкостных ракет на этапе ЛКИ / Тр. 5-й Российской мультиконференции по проблемам управления, конференция «Управление в технических, эргатических, организационных и сетевых системах» (УТЭОСС-2012, Санкт-Петербург). — СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор». — 2012. — Т. 1. — С. 301—304.
4. Муранов А.А. Оценивание динамических процессов в системах управления расходом топлива моноблочных жидкостных ракет-носителей при летно-конструкторских испытаниях // Проблемы управления. — 2017. — № 3. — С. 64—69.
5. Петров Б.Н., Портнов-Соколов Ю.П., Андриенко А.Я., Иванов В.П. Бортовые терминальные системы управления (принципы построения и элементы теории). — М.: Машиностроение, 1983. — С. 18—23.
6. Красильников А. «Фрегат» спас реноме «Союза» // Новости космонавтики. — 2016. — Т. 26, № 7. — С. 20, 21.
7. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. — М.: Физматгиз, 1962. — С. 9—14.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым.

Муранов Анатолий Алексеевич — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва; ✉ vladguc@ipu.rssi.ru.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПОЛУОПРЕДЕЛЕННОЙ РЕЛАКСАЦИИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА В ПРОСТРАНСТВЕ¹

Л.Б. Рапопорт

В данной работе метод полуопределенной релаксации применен к задаче об определении ориентации твердого тела относительно локального горизонта с помощью спутниковой навигации. Показано, как исходная невыпуклая задача квадратичного программирования погружается в более широкий класс выпуклых оптимизационных задач, допускающих эффективное решение. Вместо исходной вычислительно сложной задачи решена выпуклая задача, дающая приближенное решение исходной задачи. Предложенный подход применен к обработке экспериментальных данных.

Ключевые слова: спутниковая навигация, полуопределенная релаксация, задача Wahba.

ВВЕДЕНИЕ

Пусть на твердом теле закреплены четыре навигационные антенны, обозначенные через $A1$, $A2$, $A3$ и M (см. далее в § 4 рис. 1). На рис. 1, приведен пример расположения антенн на крыше автомобиля, использованного при проведении натурных испытаний. Антенна M служит подвижной базовой антенной при решении задач определения базовых линий между антеннами Ai и M , $i = 1, 2, 3$. Напомним, что в спутниковой навигации под базовой линией понимается вектор, соединяющий две навигационные антенны [1]. Таким образом, имеем три базовые линии (вектора), соединяющие антенну M с антеннами $A1$, $A2$ и $A3$. Обозначим эти векторы через $X^{(1)}$, $X^{(2)}$ и $X^{(3)}$. С твердым телом связана система координат, называемая связанной. Выразим векторы $X^{(1)}$, $X^{(2)}$ и $X^{(3)}$ в координатах связанной системы и разместим их по столбцам в матрице X_0 размера 3×3 . Поскольку связанная система координат вращается вместе с твердым телом, с которым она связана, то матрица X_0 от времени не зависит.

Вторая система координат связана с Землей и называется локальным горизонтом. Первая ось локального горизонта касательна к геоиду в точке,

определенной антенной M , и направлена на север (т. е. касательна к меридиану). Вторая ось также касательна к геоиду и направлена на восток (касательна к параллели). Третья ось ортогональна первым двум и направлена вниз. Три вектора базовых линий, выраженных в координатах локального горизонта, образуют матрицу $X(t)$, зависящую от времени. Ортогональная матрица, переводящая матрицу X_0 в матрицу $X(t)$, называется матрицей ориентации и обозначается $Q(t)$. В дальнейшем символ зависимости от времени для простоты опущен. Матрица Q , выраженная через углы Эйлера, определяется выражением

$$Q = \begin{pmatrix} \cos\psi \cos\theta \begin{pmatrix} \cos\psi \sin\phi \sin\theta - \\ - \cos\phi \sin\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin\phi \sin\psi + \\ + \cos\phi \cos\psi \sin\theta \end{pmatrix} \\ \cos\theta \sin\psi \begin{pmatrix} \cos\phi \cos\psi + \\ + \sin\phi \sin\psi \sin\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\phi \sin\psi \sin\theta - \\ - \cos\psi \sin\phi \end{pmatrix} \\ -\sin\theta \quad \cos\theta \sin\phi \quad \cos\phi \cos\theta \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где ψ , θ и ϕ обозначают азимут, тангаж и крен соответственно. Матрица X определяется с помощью методов относительной фазово-дифференциальной навигации, описанных например, в работе [1]. Исходными данными для вычислений служат кодовые и фазовые измерения, полученные для всех антенн, нескольких спутников и нескольких частотных диапазонов. Векторы определяются с ошибками, обусловленными влиянием шумов и многолучевых искажений на кодовые и фазовые измере-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Программы № 29 Президиума РАН «Актуальные проблемы робототехнических систем».

ния. Для решения задачи определения матрицы Q пользуются распространенным приемом решения задачи Wahba, описанным в работах [2–4].

Этот прием описан далее в § 1 и состоит в минимизации суммы квадратов нормы отклонения векторов базовых линий, измеренных в координатах локального горизонта, от тех же векторов, но определенных поворотом из связанной системы координат к локальному горизонту. При решении задачи минимизации искомой является оценка матрицы поворота (1). Достоинство метода Wahba состоит в простоте реализации. В выражении для квадрата нормы невязок исчезает слагаемое, зависящее от $Q^T Q$, в силу ортогональности матрицы Q .

Недостаток, на который обращается внимание в настоящей работе, состоит в том, что в такой формулировке задачи о наименьших квадратах не учитываются корреляционные связи между ошибками оценки компонент векторов базовых линий. Нетрудно переформулировать задачу Wahba в терминах обобщенной задачи о наименьших квадратах, введя в рассмотрение весовую матрицу W . Однако при этом исчезает главное достоинство метода Wahba, поскольку теперь слагаемое, квадратично зависящее от искомой ортогональной матрицы (точнее, от $Q^T W Q$), не исчезает. Решение задачи Wahba с учетом весов рассмотрено также в работе [5], где применены метод погружения задачи в параметрический класс и метод продолжения по параметру. Использованию результатов фазовых измерений для определения ориентации твердого тела посвящено большое число работ (см., например, [6–10]). Однако эффективные и быстрые методы для использования результатов взвешенных фазовых измерений в этих работах не рассматриваются.

В настоящей работе предложен метод решения взвешенной задачи Wahba. В качестве формального вычислительного аппарата применяется метод полуопределенной релаксации, сводящий задачу к выпуклой оптимизации, для решения которой существуют эффективные инструменты, работающие в реальном времени. Поскольку соответствующие алгоритмы итеративны, то для решения задачи в следующий момент времени можно использовать решение, относящееся к предыдущему моменту времени. В работе приведены результаты натурных испытаний.

1. ЗАДАЧА WAHBA И МЕТОД ЕЕ РЕШЕНИЯ

Далее символ I будет обозначать единичную матрицу нужного размера. Нулевая матрица будет обозначаться 0 . Для двух квадратных матриц M и N одинакового размера определяется скалярное произведение выражением $\langle M, N \rangle = \text{tr}(M^T N) =$

$= \text{tr}(N^T M)$, где символ $\text{tr}(\cdot)$ означает след матрицы. Выражение $\langle M, M \rangle = \|M\|_F^2$ определяет квадрат нормы Фробениуса матрицы M . Матрица Q , доставляющая минимум выражению $\|QX_0 - X\|_F^2$, есть решение задачи Wahba. Для нахождения решения преобразуем последнее выражение. Получим

$$\begin{aligned} \|QX_0 - X\|_F^2 &= \text{tr}[(QX_0 - X)^T(QX_0 - X)] = \\ &= \text{tr}(X_0^T Q^T Q X_0) - 2\text{tr}(X_0^T Q^T X) + \text{tr}(X^T X). \end{aligned} \quad (2)$$

Принимая во внимание, что под знаком $\text{tr}(\cdot)$ в произведении матриц сомножители можно менять местами, получим

$$\text{tr}(X_0^T Q^T X) = \text{tr}(X X_0^T Q^T).$$

Тогда задача минимизации квадрата нормы невязки $\|QX_0 - X\|_F^2$ по ортогональной матрице Q равносильна, в силу выражения (2), максимизации следа матрицы $\text{tr}(X X_0^T Q^T) \rightarrow \max_{Q^T Q = I}$. Согласно ме-

тоду [2, 3] вычислим SVD-разложение $XX_0^T = U\Sigma V$, где матрицы U и V ортогональны, а диагональная матрица Σ составлена из сингулярных чисел матрицы XX_0^T . Из линейной независимости столбцов матрицы X_0 следует, что среди сингулярных чисел нет нулевых. Тогда оптимальная оценка матрицы Q , обеспечивающая максимум выражения $\text{tr}(U\Sigma V Q^T) = \text{tr}(\Sigma V Q^T U)$ определяется выражением

$$V Q^T U = I \text{ или } Q^T = V^T U^T, \quad Q = UV. \quad (3)$$

Таким образом решается задача Wahba с помощью SVD-разложения. Для каждого нового момента времени требуется вычисление SVD-разложения.

2. МЕТОД SDP-РЕЛАКСАЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ WAHBA

Заметим, что в выражении (2) слагаемое $\text{tr}(X^T X)$ может быть опущено, поскольку оно не зависит от искомой матрицы Q . Поэтому выражение (2) можно переписать в виде

$$\|QX_0 - X\|_F^2 = \text{tr} \left(\begin{pmatrix} X_0 X_0^T - X_0 X^T \\ -X X_0^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q Q^T & Q^T \\ Q & 0 \end{pmatrix} \right). \quad (4)$$

Обозначим $G = \begin{pmatrix} X_0 X_0^T - X_0 X^T \\ -X X_0^T & 0 \end{pmatrix}$. Легко видеть, что в правой части выражения (4) матрицу



$\begin{pmatrix} QQ^T & Q^T \\ Q & 0 \end{pmatrix}$ можно без изменения смысла заменить на $Y = \begin{pmatrix} I & Q^T \\ Q & I \end{pmatrix}$.

Имеем $\|QX_0 - X\|_{F,W}^2 = \text{tr}(GY)$.

Далее выражение $M \geq 0$ обозначает неотрицательную определенность матрицы M . Условие $M \geq N$ означает $M - N \geq 0$. Условие ортогональности $QQ^T = I$ заменим на более слабое (релаксированное) условие $QQ^T - I \geq 0$. Используя лемму Шура (см., например, работу [11]), получим условие неотрицательной определенности (полуопределенности) в виде

$$Y \geq 0. \quad (5)$$

Таким образом, задача Wahba может быть переписана в релаксированном виде как задача выпуклого полуопределенного программирования [11, 12]. При этом требуется минимизировать линейную форму

$$\langle G, Y \rangle \rightarrow \min \quad (6)$$

при выпуклом ограничении (5). Релаксированное ограничение (5) вместо строгого исходного ограничения $QQ^T - I = 0$ предполагает приближенное решение задачи Wahba. Однако вычислительные эксперименты с реальными данными показывают, что на практике решение релаксированной выпуклой задачи (5), (6) совпадает с точным решением исходной задачи (3).

3. ВЗВЕШЕННАЯ ЗАДАЧА ВАХБА И ЕЕ РЕШЕНИЕ С ПОМОЩЬЮ SDR-РЕЛАКСАЦИИ

Наряду с задачей (2) рассмотрим задачу

$$\begin{aligned} \|QX_0 - X\|_{F,W}^2 &= \text{tr}[(QX_0 - X)^T W (QX_0 - X)] = \\ &= \text{tr}(X_0^T Q^T W Q X_0) - 2\text{tr}(X_0^T Q^T W X) + \\ &+ \text{tr}(X^T W X) \rightarrow \min \end{aligned} \quad (7)$$

минимизации квадрата взвешенной нормы невязки. Здесь W — положительно определенная весовая матрица. Применение обобщенного метода наименьших квадратов предполагает использование в качестве весовой матрицы, обратной к ковариационной матрице C ошибок оценки векторов $X^{(i)}$. Эта матрица получается одновременно с вычислением матрицы X . При этом в формуле (7) $W = C^{-1}$.

В отличие от ранее рассмотренных методов теперь слагаемое $\text{tr}(X_0^T Q^T W Q X_0)$ в выражении (7) не

может быть опущено, поскольку оно не является константой (матрица $Q^T W Q$ не является единичной). В данной работе предложен двухэтапный метод решения задачи

$$\|QX_0 - X\|_{F,W}^2 \rightarrow \min \text{ при условии } Q^T Q = I.$$

На первом этапе решается задача Wahba с единичной весовой матрицей любым из рассмотренных методов. Получим оценку Q^* . На втором этапе находим коррекцию решения Q^* , обусловленную введением весовой матрицы. Предполагая, что коррекция мала, представим Q в виде

$$Q = Q^*(I + S), \quad (8)$$

где $S = -S^T$ это малая кососимметричная матрица. Обозначим $\bar{X} = X - Q^* X_0$. Тогда выражение (7) может быть переписано в виде

$$\begin{aligned} \|QX_0 - X\|_{F,W}^2 &= \|Q^* S X_0 - \bar{X}\|_{F,W}^2 = \text{tr}[(Q^* S X_0 - \bar{X})^T W (Q^* S X_0 - \bar{X})] = \\ &= \text{tr}(X_0^T S^T Q^{*T} W Q^* S X_0) - \\ &- 2\text{tr}(X_0^T S^T Q^{*T} W \bar{X}) + \text{tr}(\bar{X}^T W \bar{X}) = \\ &= \text{tr} \left(\begin{pmatrix} X_0 X_0^T & -X_0 \bar{X}^T W \\ -W \bar{X} X_0^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S^T Q^{*T} W Q^* S & S^T Q^{*T} \\ Q^* S & 0 \end{pmatrix} \right) + \\ &+ \text{tr}(\bar{X}^T W \bar{X}) \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (9)$$

Обозначив $\bar{G} = \begin{pmatrix} X_0 X_0^T & -X_0 \bar{X}^T W \\ -W \bar{X} X_0^T & 0 \end{pmatrix}$ и отбросив

слагаемое $\text{tr}(\bar{X}^T W \bar{X})$, не зависящее от искомой матрицы S , перепишем выражения (9) в виде

$$\begin{aligned} \|QX_0 - X\|_{F,W}^2 &= \\ &= \text{tr} \left(\bar{G} \begin{pmatrix} S^T Q^{*T} W Q^* S & S^T Q^{*T} \\ Q^* S & 0 \end{pmatrix} \right) = \\ &= \text{tr} \left(\bar{G} \begin{pmatrix} S^T Q^{*T} W Q^* S & S^T Q^{*T} \\ Q^* S & W^{-1} \end{pmatrix} \right) \rightarrow \min. \end{aligned}$$

Последнюю задачу запишем в виде

$$\text{tr}(\bar{G} \bar{Y}) \rightarrow \min, \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} P & S^T Q^{*T} \\ Q^* S & W^{-1} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где $P - S^T Q^* T W Q^* S = 0$. Заменяв последнее равенство на более слабое $P - S^T Q^* T W Q^* S \geq 0$ и воспользовавшись леммой Шура, получим

$$\bar{Y} \geq 0. \quad (11)$$

Задача (10), (11) представляет собой задачу полуопределенного программирования, которая решается любым из известных [11, 12] методов выпуклой оптимизации с полуопределенным ограничением. После решения задачи (10), (11) относительно S и получения Q по формуле (8), воспользуемся одним шагом ортогонализации

$$Q = \frac{1}{2}(Q + (Q^{-1})^T).$$

4. РЕЗУЛЬТАТЫ НАТУРНЫХ ИСПЫТАНИЙ

На рис. 1 изображена крыша автомобиля, на которой закреплены антенны. Связанная система координат определена следующим образом. Первая ось направлена параллельно центральной оси автомобиля вперед. Вторая ось направлена ортогонально первой в горизонтальной плоскости и ориентирована в правую сторону. Третья ось направлена вниз ортогонально первым двум. На рис. 2 показано расположение антенн в горизонтальной плоскости связанной системы координат. Первая координата совпадает с осью ординат, вторая координата совпадает с осью абсцисс. Матрица X_0 имеет вид:

$$X_0 = \begin{pmatrix} 0,693 & 0,339 & 0,349 \\ 0 & -0,354 & 0,345 \\ -0,233 & -0,232 & -0,228 \end{pmatrix}.$$

Автомобиль ездил 30 мин в городе по плоской траектории, показанной на рис. 3. При этом крен и тангаж изменялись незначительно. Данные собирались на частоте 10 Гц. Четыре антенны PG-F1

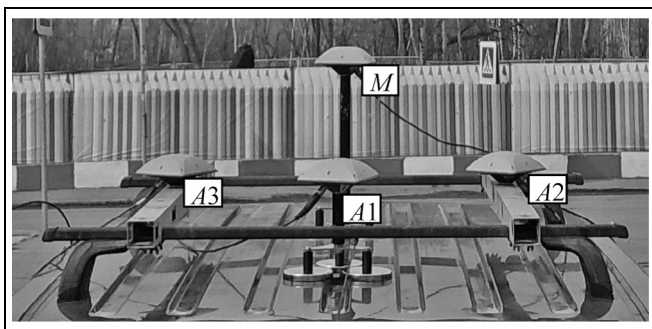


Рис. 1. Расположение антенн на крыше автомобиля

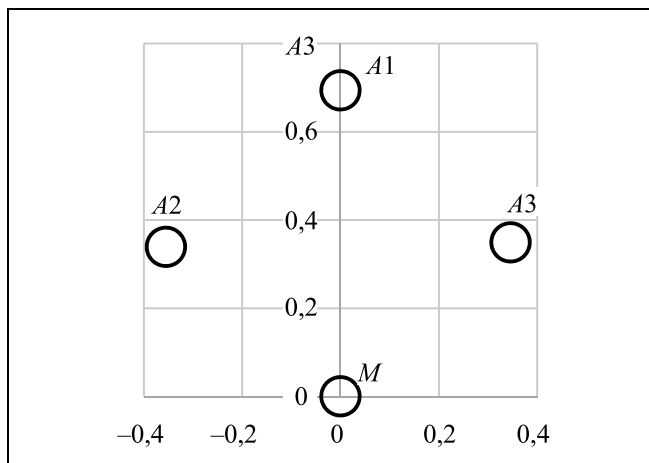


Рис. 2. Расположение антенн в горизонтальной плоскости связанной системы координат (по осям абсцисс и ординат отложены первая и вторая координата, измеренные в метрах)

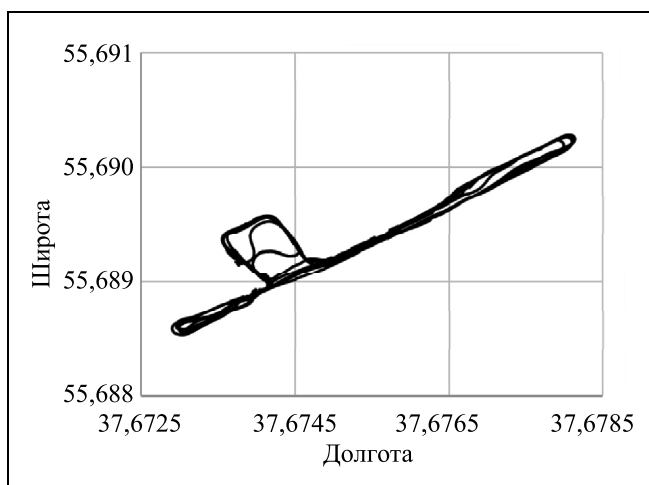


Рис. 3. Траектория движения автомобиля в координатах «широта — долгота» (координаты отложены в градусах северной широты и восточной долготы)

были подключены к приемникам Net-G5 производства компании «Торсон». Сырые данные, записанные в памяти приемников, были использованы для расчета матрицы $X(t)$. Поездке предшествовала статическая калибровка, проводившаяся в течение 30 мин. В процессе калибровки была определена матрица X_0 . Графики изменения углов изображены на рис. 4. Задача полуопределенного программирования решалась с помощью пакетов SEDUMI и YALMIP для Matlab.

Весовая матрица была определена при расчете матрицы $X(t)$ для каждого момента времени t в результате применения алгоритма RTK [1] вместе с получением оценок векторов базовых линий. Алгоритм RTK реализован автором на языке C++.

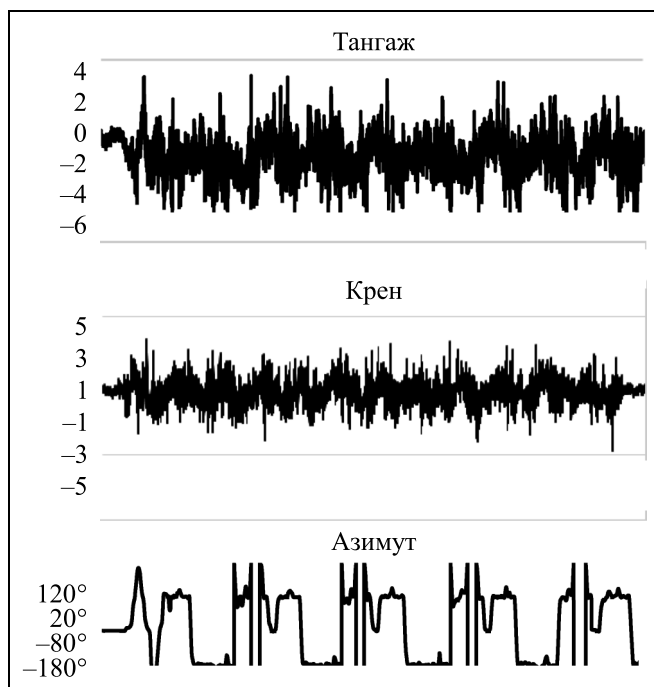


Рис. 4. Графики зависимости углов ориентации от времени (по оси абсцисс отложено время; единицей времени служит 0,1 с; всего на графиках представлены 18 000 отсчетов, соответствующие 1800 с)

Расчеты сделаны для двух вариантов: с весовой матрицей и без нее. Сравнение показывает примерно 10% уменьшения погрешности при использовании взвешивания. Сравнение точности проводилось на тех же статических данных, на которых проводилась калибровка.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что задача определения ориентации твердого тела с помощью методов спутниковой навигации может быть сведена к выпуклой полуопределенной оптимизации. Выводы подтверждены натурным экспериментом.

Автор выражает признательность сотрудникам компании «Торсон» М.М. Костяному и В.М. Дмитриеву за помощь в проведении эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Leick A., Rapoport L., Tatarnikov D. GPS Satellite Surveying. — Wiley & Sons, 2015.
2. Cohen C.E. Attitude Determination, in: Global Positioning System: Theory and Applications, Vol. 2, ed. by B.W. Parkinson and J.J. Spilker; Vol. 164, Progress in Astronautics and Aeronautics, AIAA, Reston, VA, 1994.
3. Wahba G. A Least Squares Estimate of Spacecraft Attitude // SIAM Review. — 1965. — Vol. 7, N 3. — P. 409.
4. Степанов О.А., Кошаев Д.А. Исследование методов решения задачи ориентации с использованием спутниковых систем // Гироскопия и навигация. — 1999. — № 2 (25). — С. 30–55.
5. Рапопорт Л.Б. Метод определения относительной ориентации // Проблемы управления. — 2010. — № 5. — С. 57–64.
6. Mogilnitsky V.G., Rapoport L.B., Khvalkov A.A., et al. Attitude/RTK/INS Integrated System: Experimental Results // Proc. of the 17th Intern. Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2004), Long Beach, CA, September, 2004. — P. 792–800.
7. Liu S., Lei Zhang, Jian L., Luo Y. Dual Frequency Long-short Baseline Ambiguity Resolution for GNSS Attitude Determination // Proc. of IEEE/ION PLANS 2016, Savannah, GA, April. — 2016. — P. 630–637.
8. Shnauffer B., McGraw G., Phan H., Joseph A., GNSS-Based Dual-Antenna Heading Augmentation for Attitude and Heading Reference Systems // Proc. of the 29th Intern. Technical Meeting of The Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS + 2016), Portland, Oregon, September, 2016. — P. 3669–3691.
9. Garcia J.G., Axelrad P., Roncagliolo P.A., Muravchik C.H. Fast and Reliable GNSS Attitude Estimation Using a Constrained Bayesian Ambiguity Resolution Technique (C-BART) // Proc. of the 28th Intern. Technical Meeting of The Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS + 2015), Tampa, Florida, September. — 2015. — P. 2809–2820.
10. Nadarajah N., Teunissen P.J.G. Instantaneous GPS/BeiDou/Galileo Attitude Determination: A Single-Frequency Robustness Analysis under Constrained Environments // Proc. of the ION 2013 Pacific PNT Meeting, Honolulu, Hawaii, April. — 2013. — P. 1088–1103.
11. Vandenberghe L., Boyd S. Semidefinite Programming // SIAM Review. — 1996. — Vol. 38. — P. 49–95.
12. Ben-Tal A., Nemirovski A. Lectures on Modern Convex Optimization: Analysis, Algorithms, and Engineering Applications / MOS-SIAM Series on Optimization. — Philadelphia, 2001.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым.

Рапопорт Лев Борисович — д-р физ.-мат. наук, зав. лабораторией, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва; профессор, Московский физико-технический институт (государственный университет), г. Долгопрудный, ✉ LBRapoport@gmail.com.

Не забудьте подписаться!

Подписку на журнал «Проблемы управления» можно оформить в любом почтовом отделении (подписной индекс 81708 в каталоге Роспечати или 38006 в объединенном каталоге «Пресса России»), а также через редакцию с любого месяца, при этом почтовые расходы редакция берет на себя. Отдельные номера редакция высылает по первому требованию.

CONTENTS & ABSTRACTS

METHODS FOR SOLVING OF THE AIRCRAFT LANDING PROBLEM. PART 2. APPROXIMATE SOLUTION METHODS. 2

Veresnikov G.S., Egorov N.A., Kulida E.L., Lebedev V.G.

Methods are considered of an approximate solution of the static problem of forming the optimal aircraft queue for landing, which do not guarantee an accurate solution but provide an opportunity to obtain an acceptable solution that meets the requirements. It is noted that typically they are a synthesis of a meta-heuristic method of global optimization to obtain the landing sequence of aircraft and a local exact method to find the optimal solution for the sequences obtained. The brief overview of some of them is presented.

Keywords: optimal queue for landing, objective function, genetic algorithms, global and local optimization, memetic algorithms.

OPTIMAL CONTROL PROBLEMS FOR CERTAIN LINEAR FRACTIONAL-ORDER SYSTEMS GIVEN BY EQUATIONS WITH HILFER DERIVATIVE. 14

Postnov S.S.

Two optimal control problems are investigated for linear time-invariant systems of fractional order with lumped parameters, which dynamics is described by equations with Hilfer derivative: control problem with minimal norm and time-optimal control problem with control norm constraint. Controls are considered that are the p -integrable or essentially bounded functions. Investigation is conducted by the method of moments. Correctness and solvability conditions of the problem of moments are obtained for the problem statement considered. The optimal control problems stated are solved analytically for several particular cases and the properties of the solutions are investigated depending on fractional differentiation indices and Hilfer fractional differential operator parameters. The comparison is conducted of the results obtained with the known results for integer-order systems and fractional-order systems described by equations with Riemann-Liouville or Caputo derivative.

Keywords: optimal control, problem of moments, fractional-order system, Hilfer fractional derivative.

GENERALIZED STOCHASTIC NETWORKS WITH NON-STANDARD EVENTS EXECUTION DISCIPLINES. 26

Ivanov N.N.

The notion of a generalized network is extended by including the vertices into these networks with non-standard events execution disciplines in order to provide these vertices with possibility to manage dynamic processes of different kind, occurring in the networks. General principles are considered of the constructive describing the design of networks with such vertices, that can be the basis of their statistical analysis.

Keywords: generalized stochastic networks, critical path, event execution discipline, time of network execution.

DISRUPTIVE SITUATIONAL CONTROL. 31

Bauer V.P., Zatsarinny A.A., Ilyin N.I., et al.

It is noted that the classical approach to situational control is based on the possibilities of logical-linguistic models, artificial intelligence, deductive and inductive inference, neural and expert systems. It is shown that the issues of social, humanitarian and cognitive nature, fast coordination of collective decisions in a self-organizing environment, civil and expert participation take on particular relevance now. The increase in the complexity of models' semantics is substantiated: it is not in several times, but in several orders of magnitude higher. A new — disruptive — paradigm of situational control is proposed, in which the system of distributed situational development centers becomes the main institutional and digital platform for support of the collective processes of participants consolidation at all levels of government.

Keywords: cognitive semantics, self-organization, situational control, strategic planning, situational development centers, decision support systems.

FOUNDATIONS OF THE COMPLEX ACTIVITY THEORY. PART 2. LIFE CYCLES OF COMPLEX ACTIVITY. ORGANIZATION AND MANAGEMENT AS A COMPLEX ACTIVITY. 39

Belov M.V., Novikov D.A.

In the second part of the article the foundations of the complex activity are described. The life cycles of complex activity are considered. Categories of organization and management are analyzed and summarized, formal models of organization and management are developed.

Keywords: complex activity, life cycle, organization, control, management.

GAME-THEORETICAL MODELING OF CONFRONTATION BETWEEN THE PARTIES BASED ON THE REFLEXIVE CONTROL. 49

Vasiliev G.A., Kazakov V.G., Tarakanov A.F.

The mathematical model of the reflexive control is constructed. The processes of strategies choice are described, and the situation of the reflexive control initiation is determined. Based on this situation, the optimal strategy for control body is determined and an algorithm for its finding is proposed. As an application of the model, the distribution of weapon systems by targets is described, the criterion for evaluating reflexive control has been constructed and numerically tested.

Keywords: reflexive control, evaluation criterion of control.

NETWORK INFORMATION-COMPUTING SUPPORT OF AUTOMATIC MOBILE OBJECTS INTERACTION. 56

Stetsyura G.G.

The ways and the means are suggested of performing synchronized distributed computing for quick interaction support in a group of automatic mobile objects. The computations are controlled decentrally and are performed on the transmitted messages content during the transmission process without delay for performing the computation. The transmitters synchronize the messages transmission so that the same bit positions of messages group are processed simultaneously. It is shown that the solutions suggested accelerate the reaction of a system operating in a hard real-time conditions on changes in the system state and in the external environment.

Keywords: local computer network, quick synchronization, distributed computing, mobile multi-robot systems, analog-to-digital computing.

INFORMATION-CYBERNETIC APPROACH TO THE STUDY OF DIDACTIC SYSTEMS. 66

Mayer R.V.

System, synergetic and information-cybernetic approaches to the analysis of the teaching process are discussed. The functioning of the didactic system from the viewpoint of control theory is considered, the influence of direct and inverse connections at various stages of its functioning is analyzed. The computer model of the «teacher — learner» system is proposed, based on regularities of learning and forgetting. The system is shown to be self-adapting and capable of successfully functioning at different parameters of the learner and the learning process.

Keywords: didactics, cybernetic approach, computer modeling, training, control theory, learner, teacher.

THE ANALYSIS OF WORK OF ONBOARD TERMINAL SYSTEMS IN MONOBLOCK LIQUID LAUNCH VEHICLES AT THE ABNORMAL EXPENDITURE OF FUEL COMPONENTS. 73

Muranov A.A.

The problem is stated and solved of the work analysis of fuel expenditure control systems in monoblock liquid launch vehicles at an abnormal expenditure of fuel components. The decomposition of an initial terminal control system in two subsystems is performed for this purpose, the models of objects of two subsystems are created and the method of complex estimation of dynamic processes in systems is chosen. The estimates of systems work accuracy are presented at an abnormal expenditure of fuel components.

Keywords: launch vehicle, fuel expenditure control system, abnormal situation.

APPLICATION OF THE SEMI-DEFINITE RELAXATION METHOD TO THE ATTITUDE DETERMINATION OF THE RIGID BODY. 79

Rapoport L.B.

The method of semi-definite relaxation is applied to the problem of attitude determination of the rigid body with respect to the local horizon using satellite navigation. It is shown how the original nonconvex quadratic programming problem can be merged in a wider class of convex optimization problems that admit an efficient solution. Instead of the original computationally complex problem, a convex problem is solved that gives an approximate solution of the original problem. The proposed approach is applied to the processing of experimental data.

Keywords: satellite navigation, semi-defined relaxation, Wahba problem.



Алгоритмы относительного позиционирования алгоритмы относительного позиционирования

В Институте проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН разработаны уникальные алгоритмы определения взаимного пространственного расположения и угловой ориентации подвижных объектов на основе измерений параметров низкочастотного магнитного поля.

Алгоритмы позволяют:

зная свойства источника поля, располагаемого на одном объекте – дипольные моменты $\{M_1, M_2, M_3\}$ трех излучателей, работающих на разных частотах, измеряя вектор напряженности магнитного поля индукционным магнитометром, располагаемым на другом объекте, и выделяя поле каждого из излучателей в отдельности (векторы напряженности $\{H_1, H_2, H_3\}$),

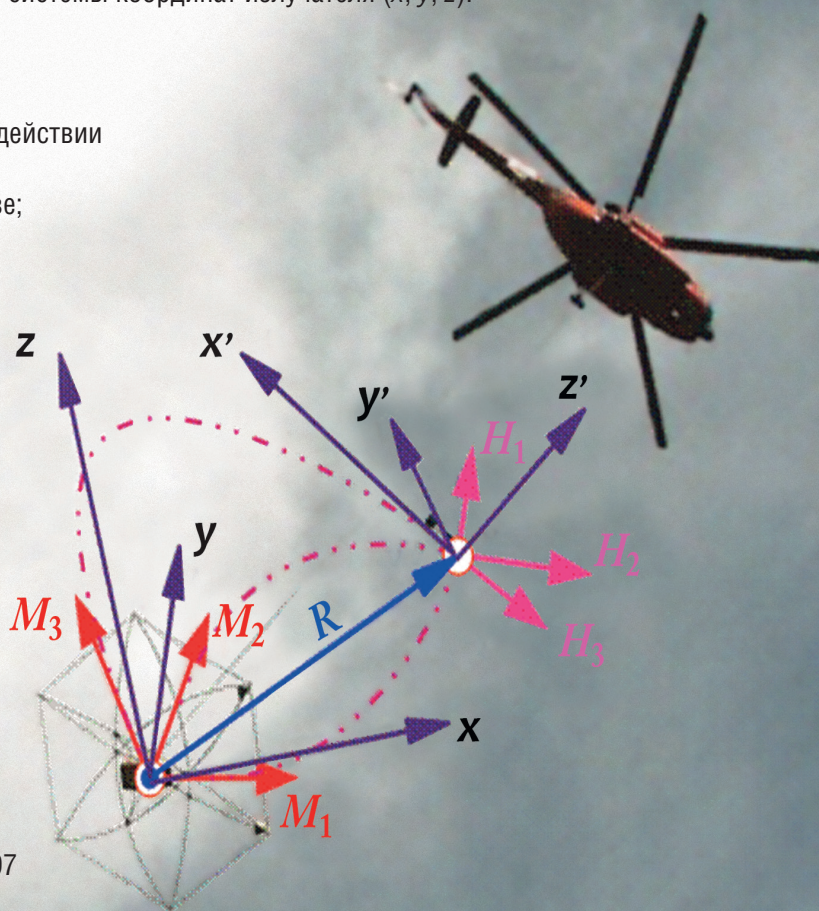
определить:

- взаимное пространственное расположение объектов – параметры радиус-вектора R в системе координат источника (x, y, z) ;
- взаимное угловое расположение объектов – коэффициенты матрицы ориентации системы координат измерителя (x', y', z') относительно системы координат излучателя (x, y, z) .

Алгоритмы могут быть применены для решения задач:

- управления движением при взаимодействии подвижных объектов;
- навигации в замкнутом пространстве;
- контроля взаимного расположения

Алгоритмы применяются на практике для определения взаимного расположения двух компонент аэроэлектро-разведочной геофизической системы «ЭКВАТОР» («ГеоТехнологии», Россия)



Институт проблем управления
им. В. А. Трапезникова РАН
Профсоюзная ул., д. 65, Москва, 117997

✉ avolkovitsky@yandex.ru,

✉ karshak@mail.ru,

☎ (495) 334-90-80

Материал подготовлен канд. техн. наук А.К. Волковицким,
канд. физ.-мат. наук Е.В. Каршаковым

