ISSN 1819-3161

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

3/2016

CONTROL SCIENCES

Редакционный совет

Акад. РАН С.Н. Васильев, акад. РАН С.В. Емельянов, чл.-корр. РАН И.А. Каляев, акад. РАН В.А. Левин, чл.-корр. РАН Н.А. Махутов, акад. РАН Е.А. Микрин, чл.-корр. РАН П.П. Пархоменко, чл.-корр. РАН А.Ф. Резчиков, акад. РАН Е.А. Федосов

Редколлегия

Д-ра техн. наук Ф.Т. Алескеров, В.Н. Афанасьев, Н.Н. Бахтадзе, канд. техн. наук Л.П. Боровских (зам. гл. редактора), д-ра техн. наук В.Н. Бурков, В.А. Виттих, В.М. Вишневский, А.А. Дорофеюк, д-р экон. наук В.В. Клочков, д-ра техн. наук С.А. Краснова, О.П. Кузнецов, В.В. Кульба, А.П. Курдюков, д-ра физ.-мат. наук А.Г. Кушнер, А.А. Лазарев, д-р техн. наук В.Г. Лебедев, д-р психол. наук В.Е. Лепский, д-р техн. наук А.С. Мандель, д-р биол. наук А.И. Михальский, чл.-корр. РАН Д.А. Новиков (гл. редактор), д-ра техн. наук Б.В. Павлов, Ф.Ф. Пащенко (зам. гл. редактора), д-р физ.-мат. наук Л.Б. Рапопорт, д-ра техн. наук Е.Я. Рубинович, В.Ю. Рутковский, д-р физ.-мат. наук М.В. Хлебников, д-р техн. наук А.Д. Цвиркун, д-р физ.-мат. наук П.Ю. Чеботарёв, д-р техн. наук И.Б. Ядыкин

Руководители региональных редакционных советов

Владивосток – д-р техн. наук О.В. Абрамов (ИАПУ ДВО РАН)
Волгоград – д-р физ.-мат. наук А.А. Воронин (ВГУ)
Воронеж – д-р техн. наук С.А. Баркалов (ВГАСУ)
Курск – д-р техн. наук С.Г. Емельянов (ЮЗГУ)
Липецк – д-р техн. наук А.К. Погодаев (ЛГТУ)
Пермь – д-р техн. наук В.Ю. Столбов (ПНИПУ)
Ростов-на-Дону – д-р техн. наук Г.А. Угольницкий (ЮФУ)
Самара – д-р техн. наук В.Г. Засканов (СГАУ)
Саратов – д-р техн. наук В.А. Твердохлебов (ИПТМУ РАН)
Уфа – д-р техн. наук Б.Г. Ильясов (УГАТУ)

CONTROL SCIENCES

Научно-технический журнал

6 номеров в год

ISSN 1819-3161

Издается с 2003 года

УЧРЕДИТЕЛЬ

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

Главный редактор
чл.-корр. РАН
Д.А. Новиков

Заместители главного редактора
Л.П. Боровских, Ф.Ф. Пащенко

Редактор
Т.А. Гладкова

Выпускающий редактор
Л.В. Петракова

Издатель
ООО «Сенсидат-Плюс»

Адрес редакции
117997, ГСП-7, Москва,
ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410.
Тел./факс (495) 334-92-00
E-mail: pu@ipu.ru
Интернет: http://pu.mtas.ru

Оригинал-макет и электронная версия подготовлены
ИП Прохоров О. В.

Фото на четвертой странице обложки
Е.Г. Александрова

Отпечатано в ООО «Адвансед солюшнз»

Заказ № РВ216

Подписано в печать
16.05.2016 г.

Журнал зарегистрирован в Министерстве Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС 77-49203 от 30 марта 2012 г.

Журнал входит в RSCI на платформе Web of Science и Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук

Подписные индексы:
80508 и **81708** в каталоге Роспечати;
38006 в объединенном каталоге «Пресса России»

Цена свободная

© Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

3.2016

СОДЕРЖАНИЕ

Системный анализ

Макаренко А.В. Применение методов теории графов к исследованию Т-синхронизации хаотических систем 2

Анализ и синтез систем управления

Цыкунов А.М. Робастное управление для одного класса нелинейных объектов с распределенным запаздыванием 16

Еремин Е.Л., Шеленок Е.А. Комбинированная адаптивная система управления структурно и параметрически неопределенным нелинейным объектом 23

Управление в социально-экономических системах

Сидоров А.А. Методологический подход к интегральной оценке состояния и динамики многомерных объектов социально-экономической природы 32

Рассказова А.Н. Правила формирования фундаментальной стоимости банка и корпоративного заемщика 41

Информационные технологии в управлении

Затуливетер Ю.С., Фищенко Е.А. Проблемы программируемости, безопасности и надежности распределенных вычислений и сетецентрического управления. Ч. 1. Анализ проблематики 49

Майер Р.В. Компьютерная модель процесса управления дидактической системой: информационно-кибернетический подход 58

Подлазов В.С. Системная сеть «обобщенное расширенное мультикольцо» в сравнении с сетью «сплющенная бабочка» 65

Управление подвижными объектами и навигация

Галяев А.А. Задача уклонения от обнаружения системой разнородных наблюдателей: один сенсор — группа детекторов 72

Хроника

XXIII международная конференция «Проблемы управления безопасностью сложных систем» 78

* * *

Contents and abstracts 84

УДК 519.17;519.172.4;519.246.8

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ГРАФОВ К ИССЛЕДОВАНИЮ Т-СИНХРОНИЗАЦИИ ХАОТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

А.В. Макаренко

Развит подход к анализу Т-синхронизации хаотических систем, основанный на ранее предложенном автором оригинальном способе символического анализа дискретных отображений и последовательностей на основе конечного алфавита, символы которого кодируются по трем последовательным отсчетам в пространстве состояний. В качестве дальнейшего развития подхода введен в рассмотрение граф временной структуры синхронизации хаотических систем и изучены его основные свойства. Базовые возможности подхода продемонстрированы на примере связанных идентичных логистических отображений. Обнаружена чувствительность структурных характеристик упомянутого графа к перестроению аттракторов в системе при установлении различных режимов синхронизации хаотических колебаний.

Ключевые слова: синхронизация, символический анализ, перемежаемость, граф временной структуры синхронизации, многомерный временной ряд, логистическое отображение.

ВВЕДЕНИЕ

Синхронизация принадлежит к числу фундаментальных понятий теории нелинейной динамики и теории хаоса. Этот феномен широко распространен в природе, науке, технике и обществе [1]. Одно из важных его проявлений — синхронизация хаотических колебаний, которая экспериментально наблюдалась в различных приложениях (см. работы [1, 2] и приведенные в них ссылки).

Синхронизация хаотических колебаний объединяет несколько ее различных видов [2]: обобщенная [3], полная [4], противофазная [5], с запаздыванием [6], частотная [7], фазовая [8], синхронизация временных масштабов [9] и так называемая Т-синхронизация [10]. Под каждый из них разработан соответствующий аналитический аппарат и методы диагностики. Тем не менее, продолжаются активные исследования, направленные, с одной стороны — на рассмотрение разных видов синхронизации с единых позиций, а с другой — на поиск новых видов синхронного поведения, не укладывающихся в означенные.

Несмотря на продолжительную историю изучения синхронизации хаотических колебаний, множество важных вопросов в данной области остаются нерешенными. В их числе и количественное исследование временно́й структуры синхронизации динамических систем. Под этой структурой будем понимать всплески синхронного поведения фазовых переменных систем, в промежутках между которыми уровень синхронности характеризуется малой величиной, т. е. перемежаемое поведение [11, 12].

Понятие перемежаемости весьма важно в физике (и не только в физике) для исследования структурных свойств процессов, и оно не ограничивается только синхронизмом хаотических систем. С физической точки зрения перемежаемость вообще означает появление неких структур различного масштаба в среде (например, вихрей, локализованных деформаций, температурных неоднородностей), которая исходно могла быть совершенно бесструктурной на этих масштабах. С математической точки зрения такое поведение характеризуется наличием редких, но сильных пи-

ков в поведении индикатора структуры — некой случайной величины [11].

В свою очередь, исследование структуры синхронизма [10] имеет как теоретическую значимость для самой нелинейной динамики [13], так и прикладное значение, например, в вопросах биологии и медицины [14, 15], стохастической финансовой математики [16—18] и др. Тем не менее, при всей актуальности проблематики исследования временной структуры синхронизации нелинейных систем, продвижение в этом вопросе весьма слабое. Основные причины сложившейся ситуации достаточно подробно рассмотрены в работе [10].

В целях решения проблем, связанных с диагностикой и количественным измерением характеристик временной структуры синхронизации хаотических колебаний, автором был предложен оригинальный метод исследования синхронизма на основе символического CTQ-анализа (аббревиатура CTQ обозначает три алфавита, которыми оперирует метод: C, T и Q) [19, 20]. Отметим, что символическая динамика, при всей своей кажущейся внешней простоте, представляет собой весьма строго обоснованный инструмент анализа нелинейных динамических систем [21, 22]. Она позволяет исследовать такие сложные явления в системах как-то: хаос, странные аттракторы, гиперболичность, структурная устойчивость, управляемость и др. (см., например, работы [21—24] и приведенные в них ссылки).

В рамках предложенного символического анализа синхронизация хаотических колебаний исследуется через так называемую T-синхронизацию [10, 25], увязанную на инвариантные характеристики формы траекторий динамических систем в расширенном пространстве состояний. Разработанные меры позволяют диагностировать и количественно измерять характеристики режимов перемежаемости при синхронизации хаотических систем, т. е. изучать временную структуру синхронизации нелинейных систем [10, 26]. Конструктивность подхода на основе анализа T-синхронизации хаотических колебаний была продемонстрирована автором на ряде модельных и реальных систем [10, 17, 25—27].

В статье [10] был поставлен вопрос о применимости теории графов при исследовании временной структуры синхронизации в терминах символического CTQ-анализа. В настоящей работе этот вопрос раскрывается. В § 1 приведено краткое описание основных положений T-синхронизации, в § 2 содержатся базовые аналитические характеристики, а в § 3 дан пример применения разработанного инструментария. В Заключении приведены выводы по работе в целом.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ T-СИНХРОНИЗАЦИИ ХАОТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Введем в рассмотрение траекторию динамической системы, заданную в виде дискретной полупоследовательности (временного ряда): $\{\mathbf{s}_k\}_{k=1}^{K}$, где фазовая переменная $\mathbf{s}$ системы имеет размерность N, а траектория состоит из K временных отсчетов. Таким образом, $\mathbf{s} \in \mathbf{S} \subset \mathbb{R}^N$, а $k \in K = \overline{1, K}$. При этом каждому k-му отсчету может быть сопоставлен момент времени t_k, причем $t_k < t_{k+1}$.

Определим исходное отображение [19, 20], кодирующее, в терминах конечного T-алфавита, форму траектории по k-му отсчету n-й компоненты последовательности $\{\mathbf{s}_k\}_{k=1}^{K}$:

$$T_k^{\alpha\varphi}\Big|_n = \mathrm{f}(\{\mathbf{s}_{k-1}^{(n)},\ \mathbf{s}_k^{(n)},\ \mathbf{s}_{k+1}^{(n)}\}),$$

$$T_k^{\alpha\varphi} = \left[\, T_k^{\alpha\varphi}\Big|_1,\ ...,\ T_k^{\alpha\varphi}\Big|_n,\ ...,\ T_k^{\alpha\varphi}\Big|_N \right]. \quad (1.1)$$

Графические диаграммы, иллюстрирующие геометрию символов T-алфавита для k-го отсчета и n-й фазовой переменной, приведены на рис. 1.

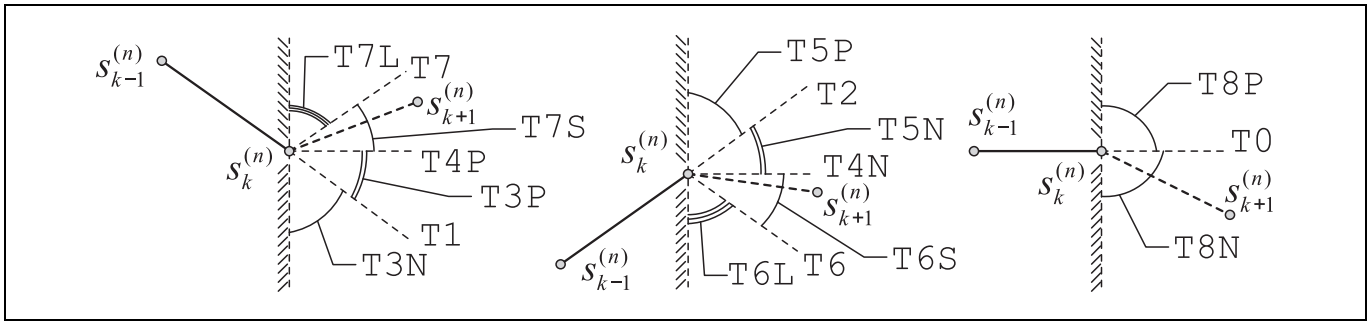


Рис. 1. Графические диаграммы, иллюстрирующие геометрию символов $T^{\alpha\varphi}\big|_n$ для k-го отсчета и n-й фазовой переменной

Строго, отображение (1.1) задается через соотношения:

$$\begin{aligned}
&\mathtt{T0}: && \Delta s_- = \Delta s_+ = 0;\\
&\mathtt{T1}: && \Delta s_- = \Delta s_+ < 0;\\
&\mathtt{T2}: && \Delta s_- = \Delta s_+ > 0;\\
&\mathtt{T3N}: && \Delta s_- < 0,\ \Delta s_+ < \Delta s_-;\\
&\mathtt{T3P}: && \Delta s_- < 0,\ \Delta s_+ < 0,\ \Delta s_+ > \Delta s_-;\\
&\mathtt{T4N}: && \Delta s_- > 0,\ \Delta s_+ = 0;\\
&\mathtt{T4P}: && \Delta s_- < 0,\ \Delta s_+ = 0;\\
&\mathtt{T5N}: && \Delta s_- > 0,\ \Delta s_+ > 0,\ \Delta s_+ < \Delta s_-;\\
&\mathtt{T5P}: && \Delta s_- > 0,\ \Delta s_+ > \Delta s_-;\\
&\mathtt{T6S}: && \Delta s_- > 0,\ \Delta s_+ < 0,\ \Delta s_+ > -\Delta s_-;\\
&\mathtt{T6}: && \Delta s_- = -\Delta s_+ > 0;\\
&\mathtt{T6L}: && \Delta s_- = 0,\ \Delta s_+ < 0,\ \Delta s_+ < -\Delta s_-;\\
&\mathtt{T7S}: && \Delta s_- < 0,\ \Delta s_+ > 0,\ \Delta s_+ < -\Delta s_-;\\
&\mathtt{T7}: && \Delta s_- = -\Delta s_+ < 0;\\
&\mathtt{T7L}: && \Delta s_- < 0,\ \Delta s_+ > 0,\ \Delta s_+ > -\Delta s_-;\\
&\mathtt{T8N}: && \Delta s_- = 0,\ \Delta s_+ < 0;\\
&\mathtt{T8P}: && \Delta s_- = 0,\ \Delta s_+ > 0.
\end{aligned} \qquad (1.2)$$

Здесь $\Delta s_- = \mathbf{s}_k^{(n)} - \mathbf{s}_{k-1}^{(n)}$ и $\Delta s_+ = \mathbf{s}_{k+1}^{(n)} - \mathbf{s}_k^{(n)}$.

Таким образом, отображение (1.1) в форме (1.2) является сюръекцией $\mathrm{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{N}_{17}$, а Т-алфавит включает в себя следующее множество символов:

$$\mathrm{T}_o^{\alpha\varphi} = \{\mathtt{T0},\ \mathtt{T1},\ \mathtt{T2},\ \mathtt{T3N},\ \mathtt{T3P},\ \mathtt{T4N},\ \mathtt{T4P},\ \mathtt{T5N},\ \mathtt{T5P},\ \mathtt{T6S},\ \mathtt{T6},\ \mathtt{T6L},\ \mathtt{T7S},\ \mathtt{T7},\ \mathtt{T7L},\ \mathtt{T8N},\ \mathtt{T8P}\}. \qquad (1.3)$$

Как видно из выражения (1.3), каждый символ из отсчета $T_k^{\alpha\varphi}\big|_n$ кодируется в виде $\mathtt{T}i$, где i — правая часть кодов символов алфавита $\mathrm{T}_o^{\alpha\varphi}$. Мощность множества $|\mathrm{T}_o^{\alpha\varphi}| = 17$. В свою очередь, символ $T_k^{\alpha\varphi}$ кодируется через $\mathtt{T}i_1 \ldots i_n \ldots i_N$, см. соотношения (1.1). Полный алфавит $\mathrm{T}_o^{\alpha\varphi}|N$, кодирующий форму траектории многомерной последовательности $\{\mathbf{s}_k\}_{k=1}^K$ в целом, состоит из 17^N символов.

Предположим теперь, для простоты, но без потери общности, что временная последовательность $\{\mathbf{s}_k\}_{k=1}^K$ размерностью N формируется путем объединения фазовых переменных N одномерных динамических систем, т. е. $\mathbf{s}_k^{(n)}$ — это значение фазовой переменной n-й системы в k-й момент времени.

Введем определение символьной синхронности компонент последовательности.

Определение 1. k-й отсчет последовательности $\{\mathbf{s}_k\}_{k=1}^K$ является полностью Т-синхронным, если выполняется условие

$$J_k^s \equiv 1,$$

$$\text{где } J_k^s = \begin{cases} 1 & T_k^{\alpha\varphi}\big|_1 = \ldots T_k^{\alpha\varphi}\big|_n = \ldots = T_k^{\alpha\varphi}\big|_N, \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases} \qquad (1.4)$$

Таким образом, последовательность $\{J_k^s\}_{k=1}^K$ представляет собой индикаторную последовательность режима Т-синхронизации.

Индикаторная последовательность служит для диагностирования временно́й структуры синхронизации систем. Напомним, что под этой структурой понимаются всплески синхронного поведения фазовых переменных систем, в промежутках между которыми уровень синхронности характеризуется малой величиной, т. е. перемежаемое поведение [11, 12].

Определение 1 без труда расширяется на различные многомерные варианты синхронизирующихся систем и вариантов их наблюдения (анализа).

Случай двух многомерных систем (рис. 2, *а*):

$$J_k^s[T_k^{\alpha\varphi}] = \prod_{(i',i'')\in I_2^1} \begin{cases} 1 & T_k^{\alpha\varphi}\big|_{1i'} = T_k^{\alpha\varphi}\big|_{2i''}, \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases}$$

где I_2^1 — подмножество связей между системами $j = 1$ и $j = 2$, по которым изучается их синхронность. Как видно из структуры индекса (i', i''), при построении индикаторной последовательности $\{J_k^s\}_{k=1}^K$ возможно формирование произвольных «связей» между различными фазовыми переменными систем.

Случай четырех многомерных систем, организованных в кольцо, но синхронизация изучается между тремя из них (рис. 2, *б*):

$$J_k^s[T_k^{\alpha\varphi}] = \prod_{(i',i'')\in I_2^1} \begin{cases} 1 & T_k^{\alpha\varphi}\big|_{1i'} = T_k^{\alpha\varphi}\big|_{2i''} \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases} \times$$

$$\times \prod_{(i',i'')\in I_3^1} \begin{cases} 1 & T_k^{\alpha\varphi}\big|_{1i'} = T_k^{\alpha\varphi}\big|_{3i''}, \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases}$$

причем по различным наборам «физических» связей I_2^1 и I_3^1.

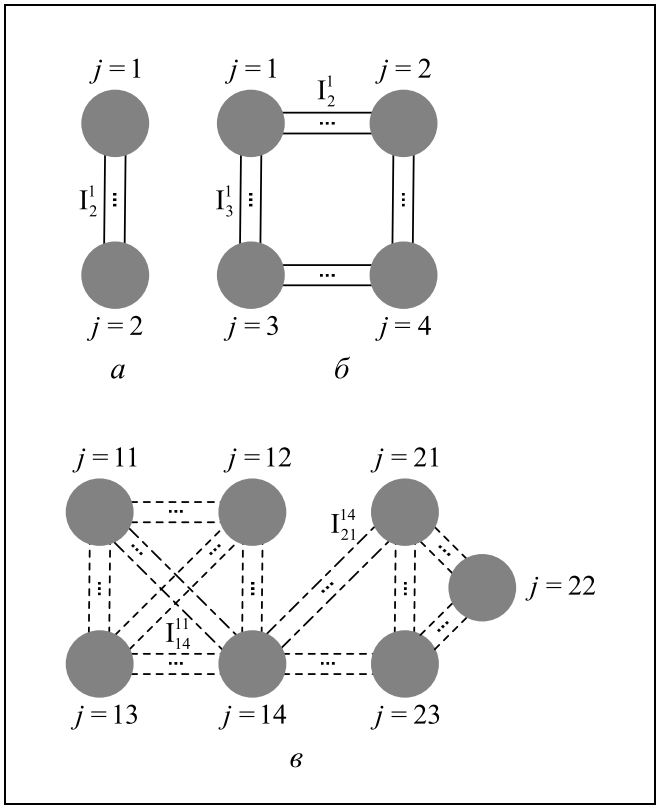


Рис. 2. Различные варианты синхронизирующихся многомерных систем. Стили связей между системами: пунктир — множество «физических» связей; сплошная линия — множество «физических» связей, по подмножеству которых оценивается синхронность систем; штрихпунктир — множество «виртуальных» связей по которым оценивается синхронность систем

Случай семи многомерных систем (рис. 2, *в*) организованных в две взаимодействующие группы, когда синхронизация изучается между тремя системами, входящими в различные группы и не имеющими прямых «физических» связей:

$$J_k^s[T_k^{\alpha\varphi}] = \prod_{(i';\,i'')\,\in\, I_{14}^{11}} \begin{cases} 1 & T_k^{\alpha\varphi}\big|_{11i'} = T_k^{\alpha\varphi}\big|_{14i''}, \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases} \times$$

$$\times \prod_{(i';\,i'')\,\in\, I_{21}^{14}} \begin{cases} 1 & T_k^{\alpha\varphi}\big|_{14i'} = T_k^{\alpha\varphi}\big|_{21i''}, \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases}$$

причем по различным наборам «виртуальных» связей I_{14}^{11} и I_{21}^{14}.

Таким образом, как следует из представленных примеров, конструируя соответствующие функции на основе условия (1.4) можно исследовать Т-синхронизацию в произвольных системах с неидентичными осцилляторами произвольной размерности и с произвольной топологией связей между ними. При этом построение индикаторной последовательности $\{J_k^s\}_{k=1}^K$ однозначно и диктуется только задачами исследований и структурой анализируемой системы.

В свою очередь, подавляющему большинству существующих методов [2—9] свойственно принципиальное ограничение — их базовые меры могут оценивать уровень синхронности только между парой скалярных величин. В случае исследования многомерных систем оценка уровня синхронности является векторной, что порождает принципиальный вопрос — правомочности применения той или иной нормы для свертки векторной оценки в скалярную. Следовательно, возникает произвол выбора, усугубляющийся в случае анализа систем неидентичных осцилляторов произвольной размерности и с произвольной топологией связей между ними. Предлагаемый метод от данного недостатка свободен, но при этом, как продемонстрировано, например, в работах [10, 26], его эффективность зачастую выше, чем у типовых анализаторов.

В работе [25] введено понятие синхронного домена SD.

Определение 2. Синхронный домен SD — совокупность отсчетов временного ряда, для которых справедливо условие

$$\mathrm{SD}_r\colon \{J_{k'}^s = 1,\ J_{k''}^s = 0 \vee k'' = 0,$$
$$J_{k'''}^s = 0 \vee k''' = K+1\},$$

$$k' \in \overline{b_r^{\mathrm{SD}},\, b_r^{\mathrm{SD}} + L_r^{\mathrm{SD}} - 1}, \quad k'' = b_r^{\mathrm{SD}} - 1,$$
$$k''' = b_r^{\mathrm{SD}} + L_r^{\mathrm{SD}}, \qquad (1.5)$$

где b_r^{SD} — момент появления, L_r^{SD} и r — длина и порядковый номер синхронного домена, $\vee$ — символ логического ИЛИ. ♦

Причем справедливо условие $L_r^{\mathrm{SD}} \leqslant K$, и число синхронных доменов в индикаторной последовательности $\{J_k^s\}_{k=1}^K$: $R^{\mathrm{SD}} \leqslant (K+1)\mathrm{div}2$.

Тем не менее, изучение только синхронных доменов SD — явно недостаточно для полного описания перемежаемого поведения хаотических систем при синхронизации. Чтобы представление о временной структуре синхронизма динамических систем было полным и замкнутым (полное и замкнутое представление о структуре перемежаемости), в работе [10] было дополнительно определено понятие десинхронного домена $\overline{\mathrm{SD}}$.

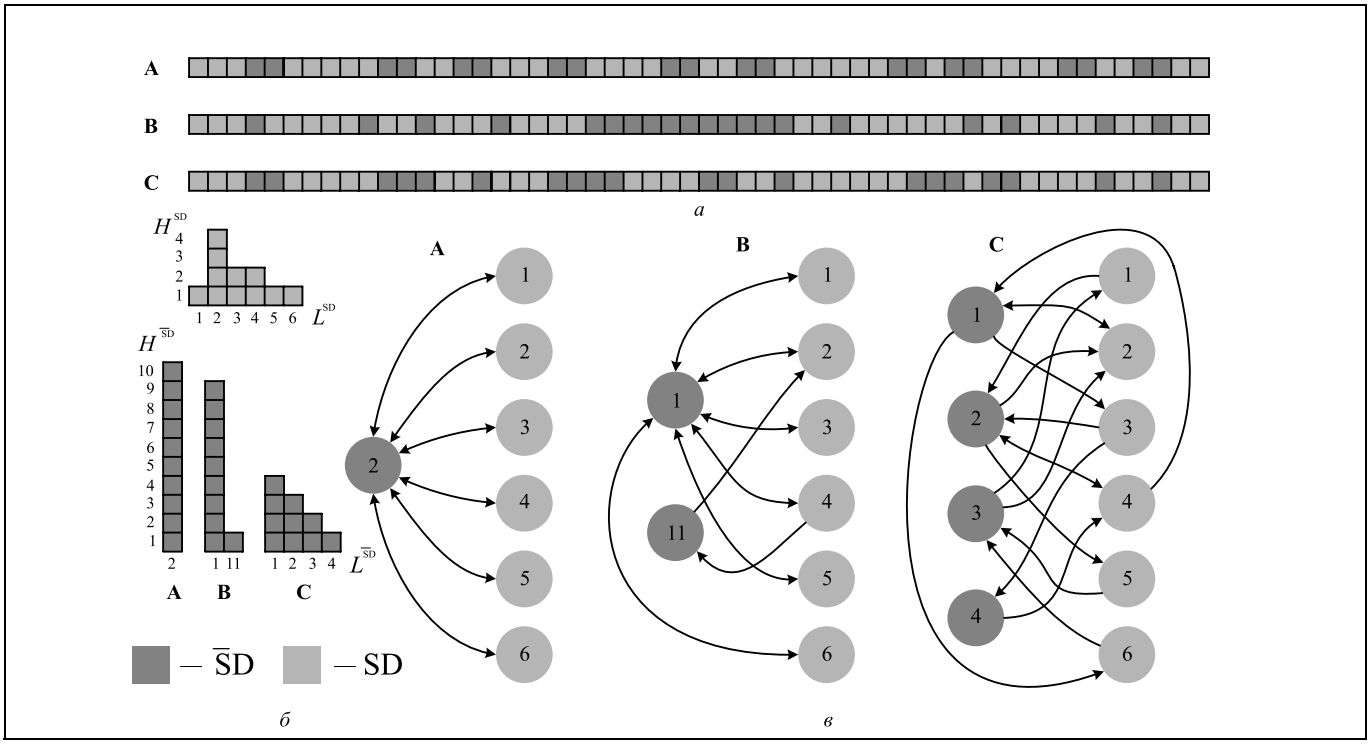


Рис. 3. Модельный пример: *а* — порядок следования доменов: $\bar{S}D$ — десинхронных и SD — синхронных; *б* — спектральные плотности десинхронных и синхронных доменов; *в* — граф переходов $\bar{S}D \to SD$ и $SD \to \bar{S}D$ между доменами определенной длины; буквами A, B и C обозначены три случая различных структур десинхронного поведения

Определение 3. Десинхронный домен $\bar{S}D$ — совокупность отсчетов временного ряда, для которых справедливо условие

$$\bar{S}D_r : \{J^s_{k'} = 0,\ J^s_{k''} = 1 \vee k'' = 0,\ J_{k'''} = 1 \vee k''' = K + 1\},$$

$$k' = \overline{b_r^{\bar{S}D}, b_r^{\bar{S}D} + L_r^{\bar{S}D} - 1},\quad k'' = b_r^{\bar{S}D} - 1,\quad k''' = b_r^{\bar{S}D} + L_r^{\bar{S}D}, \qquad (1.6)$$

где $b_r^{\bar{S}D}$ — момент появления, $L_r^{\bar{S}D}$ и r — длина и порядковый номер десинхронного домена.

Для возможности количественного описания временной структуры синхронизации систем был введен ряд характеристик [10, 25]. Основная из них — функция спектральной плотности синхронных доменов SD

$$H^{SD}[L] = \sum_{r=1}^{R^{SD}} \delta[L_r^{SD}, L],\quad L \in \overline{1, K}, \qquad (1.7)$$

где $\delta[\cdot, \cdot]$ — символ Кронекера. Отметим, что величина (1.7) естественным образом переопределяется и для доменов $\bar{S}D$.

Из вида функции (1.7) следует определение интегрального коэффициента синхронности систем:

$$\delta^s = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} iH^{SD}[i]. \qquad (1.8)$$

Причем $\delta^s \equiv 0$ и $\delta^s \equiv 1$ — предельные случаи абсолютно десинхронных и полностью синхронных систем соответственно.

Необходимость согласованного рассмотрения десинхронных и синхронных доменов схематично проиллюстрируем модельным примером (рис. 3, *а*). Определим три варианта (A, B и C), имеющие одинаковый интегральный коэффициент синхронности, одинаковый набор и последовательность синхронных доменов SD, но существенно различающиеся набором и последовательностью десинхронных доменов $\bar{S}D$.

Если указанные модельные варианты сравнивать только по параметрам доменов SD, то формулируется неверный вывод об идентичности процессов синхронизации в этих случаях. Но рис. 3, *а* указывает на обратное. Поэтому дополнительно к доменам SD требуется рассмотрение и доменов $\bar{S}D$. Из рис. 3, *б* и *в* видно, что в случае A — все

десинхронные домены имеют длину 2 отсчета, в случае B — десинхронные домены имеют длину 2 и 11 отсчетов, причем десинхронный домен длиной 11 отсчетов единственный. Случай C — наиболее сложно устроен, помимо того, что десинхронные домены имеют четыре различные длины: 1, 2, 3 и 4 отсчета, так еще и структура переходов $\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D} \leftrightarrow \mathrm{SD}$ достаточно нетривиальна.

Таким образом, согласованный анализ параметров доменов $\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}$ и SD, а также структуры переходов $\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D} \leftrightarrow \mathrm{SD}$ позволяет получить существенно больше информации о характере перестройки структуры аттракторов и перемежаемом поведении в синхронизирующихся системах.

Как следует из ранее полученных результатов (см. работы [10, 17, 25] и приведенные в них ссылки), T-синхронизация обнаруживается не только при прямой синхронности систем, но и при обратной, а также в режиме лаг-синхронизации. Более того, T-синхронизация детектируется и при фазовой синхронизации (с синхронизацией временных масштабов) [26] и потенциально способна диагностироваться при обобщенной синхронизации [27].

2. ГРАФ ВРЕМЕННО́Й СТРУКТУРЫ СИНХРОНИЗАЦИИ ХАОТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Согласованное рассмотрение десинхронных и синхронных доменов позволяет ввести в рассмотрение индикаторную последовательность временной структуры T-синхронизации

$$\{D_r^{\mathrm{SS}}\}_{r=1}^{R^{\mathrm{SS}}}, \quad D^{\mathrm{SS}} \in \mathbb{N}_2 = \{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D} = 0,\ \mathrm{SD} = 1\}, \qquad (2.1)$$

где r — номер домена, R^{SS} — число доменов, причем $R^{\mathrm{SS}} \leqslant (K+1)\mathrm{div}2$. С последовательностью (2.1) свяжем момент b_r^{SS} появления домена в индикаторной последовательности $\{J_k^s\}_{k=1}^{K}$ и длину L_r^{SS} домена, см. выражения (1.5) и (1.6). Формально, правило порождения последовательности (2.1) представим в виде:

$$D_r^{\mathrm{SS}} = \begin{cases} \bar{\mathrm{S}}\mathrm{D} & J_{k'}^s = 1, J_{k''}^s = 0 \vee k'' = 0, J_{k'''}^s = 0 \vee k''' = K+1, \\ \mathrm{SD} & J_{k'}^s = 0, J_{k''}^s = 1 \vee k'' = 0, J_{k'''}^s = 1 \vee k''' = K+1, \end{cases}$$

$$k' \in \overline{b_r^{\mathrm{SS}}, b_r^{\mathrm{SS}} + L_r^{\mathrm{SS}} - 1}, \quad k'' = b_r^{\mathrm{SS}} - 1, \quad k''' = b_r^{\mathrm{SS}} + L_r^{\mathrm{SS}}. \qquad (2.2)$$

Отметим, что выражение (2.2) представляет собой фактически свертку условий (1.5) и (1.6), из которой проистекает

Свойство 1. Индикаторная последовательность $\{D_r^{\mathrm{SS}}\}_{r=1}^{R^{\mathrm{SS}}}$ не может содержать два последовательных домена одного сорта, т. е. справедливо условие

$$D_r^{\mathrm{SS}} \neq D_{r+1}^{\mathrm{SS}}, \quad \forall r \in \overline{1, R^{\mathrm{SS}} - 1}. \ \blacklozenge$$

Переходы между доменами $\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}$ и SD в индикаторной последовательности $\{D_r^{\mathrm{SS}}\}_{r=1}^{R^{\mathrm{SS}}}$ можно представить в виде ориентированного графа

$$\Gamma^{\mathrm{SS}} = \langle \mathrm{V}^{\mathrm{SS}}, \mathrm{E}^{\mathrm{SS}} \rangle,$$

где V^{SS} — множество вершин (доменов $\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}$ и SD), а E^{SS} — множество дуг (ориентированных ребер, междоменных переходов $\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D} \to \mathrm{SD}$ и $\mathrm{SD} \to \bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}$). Формально, правило для включения вершин и дуг в граф Γ^{SS} представим в виде:

$$\forall r \in \overline{1, R^{\mathrm{SS}}},$$

$$\mathrm{V}^{\mathrm{SS}} \ni \bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}|L^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}} : D_r^{\mathrm{SS}} = \bar{\mathrm{S}}\mathrm{D} \wedge L^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}} = L_r^{\mathrm{SS}},$$

$$\mathrm{V}^{\mathrm{SS}} \ni \mathrm{SD}|L^{\mathrm{SD}} : D_r^{\mathrm{SS}} = \mathrm{SD} \wedge L^{\mathrm{SD}} = L_r^{\mathrm{SS}}, \qquad (2.3\text{а})$$

$$\forall r \in \overline{1, R^{\mathrm{SS}} - 1},$$

$$\mathrm{E}^{\mathrm{SS}} \ni \bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}|L^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}} \to \mathrm{SD}|L^{\mathrm{SD}} : D_r^{\mathrm{SS}} = \bar{\mathrm{S}}\mathrm{D} \wedge D_{r+1}^{\mathrm{SS}} = \mathrm{SD} \wedge L^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}} = L_r^{\mathrm{SS}} \wedge L^{\mathrm{SD}} = L_{r+1}^{\mathrm{SS}},$$

$$\mathrm{E}^{\mathrm{SS}} \ni \mathrm{SD}|L^{\mathrm{SD}} \to \bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}|L^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}} : D_r^{\mathrm{SS}} = \mathrm{SD} \wedge D_{r+1}^{\mathrm{SS}} = \bar{\mathrm{S}}\mathrm{D} \wedge L^{\mathrm{SD}} = L_r^{\mathrm{SS}} \wedge L^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}} = L_{r+1}^{\mathrm{SS}}. \qquad (2.3\text{б})$$

Отметим, что ориентированность графа Γ^{SS} — принципиальный момент, вытекающий из структуры последовательности $\{D_r^{\mathrm{SS}}\}_{r=1}^{R^{\mathrm{SS}}}$, а именно, наличия порядка следования доменов.

Граф Γ^{SS} можно взвесить. Его вершины размечаются посредством частоты встречаемости (вероятностей) доменов заданной длины

$$P^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}}[L] = \frac{H^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}}[L]}{\sum\limits_{i=1}^{K} H^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}}[i]}, \quad P^{\mathrm{SD}}[L] = \frac{H^{\mathrm{SD}}[L]}{\sum\limits_{i=1}^{K} H^{\mathrm{SD}}[i]},$$

а разметка дуг — через условные переходные частоты встречаемости переходов между доменами заданной длины

$$P^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{S}}[\bar{L},\, L] = \frac{H^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{S}}[\bar{L}, L]}{\sum\limits_{\bar{l}=1}^{K}\sum\limits_{l=1}^{K} H^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{S}}[\bar{l}, l]},$$

$$P^{\mathrm{S}\bar{\mathrm{S}}}[L,\, \bar{L}] = \frac{H^{\mathrm{S}\bar{\mathrm{S}}}[L, \bar{L}]}{\sum\limits_{l=1}^{K}\sum\limits_{\bar{l}=1}^{K} H^{\mathrm{S}\bar{\mathrm{S}}}[l, \bar{l}]},$$

где $H^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{S}}$ и $H^{\mathrm{S}\bar{\mathrm{S}}}$ — спектральные плотности междоменных переходов $\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D} \to \mathrm{SD}$ и $\mathrm{SD} \to \bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}$ соответственно, по аналогии функций (1.7). Полные «вероятности» перехода определяются по формулам:

$$P^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{S}}[\bar{L},\, L] = \frac{P^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}}[\bar{L}]P^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{S}}[\bar{L}, L]}{\sum\limits_{\bar{l}=1}^{K}\sum\limits_{l=1}^{K} P^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}}[\bar{l}]P^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{S}}[\bar{l}, l]},$$

$$P^{\mathrm{S}\bar{\mathrm{S}}}[L,\, \bar{L}] = \frac{P^{\mathrm{SD}}[L]P^{\mathrm{S}\bar{\mathrm{S}}}[L, \bar{L}]}{\sum\limits_{l=1}^{K}\sum\limits_{\bar{l}=1}^{K} P^{\mathrm{SD}}[l]P^{\mathrm{S}\bar{\mathrm{S}}}[l, \bar{l}]}.$$

Сформулируем основные утверждения относительно свойств графа Γ^{SS}.

Утверждение 1. *Граф* Γ^{SS} *является тривиальным, т. е. имеет место* $|\mathrm{V}^{\mathrm{SS}}| \equiv 1$ *только в двух случаях:* $\delta^s \equiv 0$ *или* $\delta^s \equiv 1$.

Доказательство утверждения элементарно. Рассмотрим случай $\delta^s \equiv 0$. Исходя из выражения (1.8), $H^{\mathrm{SD}}[L^{\mathrm{SD}}] \equiv 0\ \forall L^{\mathrm{SD}} = \overline{1, K}$ и $J^s_k \equiv 0\ \forall k = \overline{1, K}$. Отсюда следует, с учетом определения 2, что $H^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}}[L^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}} = K] \equiv 1$ и $H^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}}[L^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}} < K] \equiv 0$. Следовательно, с учетом правила (2.3а), граф Γ^{SS} содержит единственную вершину, $|\mathrm{V}^{\mathrm{SS}}| \equiv 1$. Случай $\delta^s \equiv 1$ доказывается аналогично. Во всех остальных случаях $|\mathrm{V}^{\mathrm{SS}}| > 1$, что доказывает требуемое.

Утверждение 2. *Граф* Γ^{SS} *не содержит петель.*

Доказательство утверждения построим от противного. Допустим, граф Γ^{SS} содержит петли, из чего следует, согласно правилу (2.3а), равенство

$$\exists r : \{D^{\mathrm{SS}}_r,\ L^{\mathrm{SS}}_r\} = \{D^{\mathrm{SS}}_{r+1},\ L^{\mathrm{SS}}_{r+1}\}. \qquad (2.4)$$

Результат (2.4) противоречит свойству 1, что доказывает требуемое. ♦

Из свойств индикаторной последовательности $\{D^{\mathrm{SS}}_r\}_{r=1}^{R^{\mathrm{SS}}}$ вытекает

Лемма 1. *Если граф* Γ^{SS} *не является тривиальным, т. е. отвечает условию* $|\mathrm{V}^{\mathrm{SS}}| > 1$*, то он однозначно слабо связный.*

Доказательство леммы проведем в несколько шагов.

Сначала учтем, что если лемма верна, то при замене в графе Γ^{SS} дуг неориентированными ребрами, получившийся граф $\Gamma^{\mathrm{SS}}_* = \langle \mathrm{V}^{\mathrm{SS}}, \mathrm{E}^{\mathrm{SS}}_* \rangle$ будет содержать одну и только одну компоненту связности, т. е. для всех пар вершин будет существовать путь. Переход к графу Γ^{SS}_* означает замену правила (2.3б) на правило

$$\forall r \in \overline{1, R^{\mathrm{SS}} - 1},$$

$$\mathrm{E}^{\mathrm{SS}}_* \ni \bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}|L^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}} \leftrightarrow \mathrm{SD}|L^{\mathrm{SD}} : D^{\mathrm{SS}}_r = \bar{\mathrm{S}}\mathrm{D} \wedge D^{\mathrm{SS}}_{r+1} = \mathrm{SD} \wedge L^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}} = L^{\mathrm{SS}}_r \wedge L^{\mathrm{SD}} = L^{\mathrm{SS}}_{r+1},$$

$$\mathrm{E}^{\mathrm{SS}}_* \ni \mathrm{SD}|L^{\mathrm{SD}} \leftrightarrow \bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}|L^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}} : D^{\mathrm{SS}}_r = \mathrm{SD} \wedge D^{\mathrm{SS}}_{r+1} = \bar{\mathrm{S}}\mathrm{D} \wedge L^{\mathrm{SD}} = L^{\mathrm{SS}}_r \wedge L^{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}} = L^{\mathrm{SS}}_{r+1}. \qquad (2.5)$$

Далее, примем во внимание схему формирования графа Γ^{SS}_*: (i) — все элементы последовательности $\{D^{\mathrm{SS}}_r\}_{r=1}^{R^{\mathrm{SS}}}$ так или иначе отображаются в вершины графа Γ^{SS}_*, см. правило (2.3а); (ii) — ребра графа Γ^{SS}_* формируются как переходы между последовательными элементами (D^{SS}_r и D^{SS}_{r+1}) последовательности $\{D^{\mathrm{SS}}_r\}_{r=1}^{R^{\mathrm{SS}}}$, причем все переходы, так или иначе, отображаются в ребра графа Γ^{SS}_*, см. правило (2.5).

Наконец, из схемы формирования графа Γ^{SS}_* следует (при его нетривиальности), что в наихудшем случае (когда все пары $D^{\mathrm{SS}}_r|L^{\mathrm{SS}}_r$ в последовательности $\{D^{\mathrm{SS}}_r\}_{r=1}^{R^{\mathrm{SS}}}$ различны) только две вершины, соответствующие первому и последнему элементам $\{D^{\mathrm{SS}}_r\}_{r=1}^{R^{\mathrm{SS}}}$ имеют степень 1, а остальные степень 2, т. е. граф Γ^{SS}_* представляет собой цепь, что доказывает требуемое.

Утверждение 3. *Нетривиальный граф* Γ^{SS} *является двудольным.*

Доказательство утверждения основано на объединении нескольких моментов. Прежде всего, заметим, что множество вершин V^{SS} нетривиального графа Γ^{SS}, на основании последовательности (2.1) и правила (2.3а), можно разбить на два непересекающихся и непустых подмножества $\mathrm{V}^{\mathrm{SS}}_{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}} \ni \bar{\mathrm{S}}\mathrm{D}$ и $\mathrm{V}^{\mathrm{SS}}_{\mathrm{SD}} \ni \mathrm{SD}$, которые включат

в себя только десинхронные и синхронные домены соответственно.

Далее, исходя из правила (2.3б) и свойства 1, не существует дуг, которые соединяют вершины в пределах одного подмножества $V^{SS}_{\bar{S}D}$ или V^{SS}_{SD}. Также, на основании утверждения 2, в нетривиальном графе Γ^{SS} отсутствуют петли.

Наконец, в силу леммы 1, нетривиальный граф Γ^{SS} — слабо связный, т. е. не имеет изолированных вершин.

Объединение сформулированных результатов доказывает требуемое. ♦

Исходя из свойства двудольности графа Γ^{SS} (см. утверждение 3), максимально возможное число дуг в нем определяется по формуле

$$\hat{N}_E^{SS} = 2 N_V^{\bar{S}D} N_V^{SD},$$

где $N_V^{\bar{S}D}$ — число вершин сорта $\bar{S}D$, N_V^{SD} — число вершин сорта SD.

В заключение данного параграфа отметим, что граф Γ^{SS} при исследовании временной структуры синхронизации хаотических колебаний, потенциально открывает широкие возможности по применению инструментария теории сетей [18, 28—32] с привлечением методов статистической физики [33] и символической динамики [21—24]. Отметим, что эти вопросы составляют предмет наших текущих исследований.

3. ПРИМЕР

Применим предложенный подход к изучению временной структуры синхронизации хаоса для исследования процесса выхода из режима полной синхронизации хаоса в системе двух однонаправленно связанных логистических отображений:

$$x_{k+1} = 4\lambda x_k(1 - x_k),$$

$$y_{k+1} = 4\lambda[y_k + \gamma(x_k - y_k)](1 - [y_k + \gamma(x_k - y_k)]), \quad (3.1)$$

где x_k и y_k — переменные состояния соответственно ведущего и ведомого процессов, $x, y \in (0, 1)$; $\gamma \in [0, 1]$ — параметр связи между процессами; $\lambda \in (0, 1]$ — управляющий параметр, задающий режим колебаний.

Система связанных логистических отображений представляет собой одну из популярных моделей нелинейной динамики при изучении хаотической синхронизации (см. работы [10, 19, 34]) и приведенные в них ссылки. Ее теоретическое значение обусловлено тем, что при относительной простоте логистическое отображение порождает широкий спектр сложных, в том числе и хаотических колебательных режимов [20, 35], переход к которым осуществляется через классический сценарий удвоения периода. А с учетом универсальности Фейгенбаума многие результаты распространяются на широкий класс как модельных, так и реальных физических, биофизических, химических и других систем, что обусловливает и прикладной интерес к логистическому отображению [35, 36].

Параметры Т-синхронизации рассчитывались на интервале $k \in [1, 2] \times 10^5$. Подобный сдвиг от значения $k = 1$ объясняется необходимостью сведения паразитного влияния переходного процесса к минимуму. Кроме того, все оценки анализируемых величин усреднялись по 10^3 реализациям начальных условий: $x_1 = \xi_1$, $y_1 = \xi_2$, где $\xi_1, \xi_2 \in (0, 1)$ — некоррелированные равномерно распределенные псевдослучайные величины. Это позволило нейтрализовать на траекториях процессов x и y эффект памяти индуцированный начальными условиями. Значение параметра связи изменялось на интервале $\gamma \in [0; 0{,}5]$ с дискретностью 1×10^{-4}. Значение управляющего параметра было принято $\lambda = 0{,}95$ — режим существования в модели (3.1) развитого хаоса [36]. Необходимо отметить, что согласно результатам работы [20] — окончательное качественное усложнение хаотической траектории происходит при $\lambda = 0{,}98805...$ Тем не менее, выбранное значение управляющего параметра объясняется необходимостью взаимного анализа и согласования результатов, полученных в настоящей работе, с результатами работ [10, 19, 34].

Ранее было установлено, что при $\gamma \geqslant \gamma_{rb} = 0{,}38$ в системе реализуется грубый режим полной синхронизации, в точке $\gamma_{bb} = 0{,}35$ устанавливается негрубый режим полной синхронизации, который существует на интервале $\gamma_{bb} \leqslant \gamma < \gamma_{rb}$, а значение $\gamma_s = 0{,}0191$ можно считать статистически значимым порогом возникновения Т-синхронизации в системе (3.1). На шкале параметра связи отмечены еще четыре точки, ответственные за различные перестройки структуры аттрактора: $\gamma_{wm} = 0{,}0639$, $\gamma_{ws} = 0{,}14$, $\gamma_{r1} = 0{,}2606$ и $\gamma_{r2} = 0{,}2755$. Так, при γ_{ws} в аттракторе фиксируется неустойчивое квазипериодическое движение, на котором траектория проводит значительную часть времени [34] (см. также [10]), а при γ_{r1} траектория ведомой системы (y) содержит максимальную концентрацию релаксационных колебаний, отсутствующих в ведущей системе (x) [19].

Отметим, что построение критических интервалов производилось по эмпирическим функциям распределений рассчитываемых характеристик. Верхний и нижний квантили строились как двусторонние порядков $1 - \alpha/2$ и $\alpha/2$ соответственно. Уровень статистической значимости принят $\alpha = 10^{-3}$. При этом в качестве оценки средней величины исследуемых характеристик в работе используется медиана, как более робастный индикатор, нежели арифметическое среднее [37].

Далее показан анализ системы (3.1) с позиций изучения характеристик графа временной структуры синхронизации. На рис. 4 приведен график зависимости числа вершин в графе Γ^{SS} от параметра связи γ.

Из рисунка видно, что характер поведения кривых для десинхронных и синхронных доменов идентичен в районе γ_{bb}. Это связано с вырождением числа доменов при наступлении негрубого режима полной синхрони-

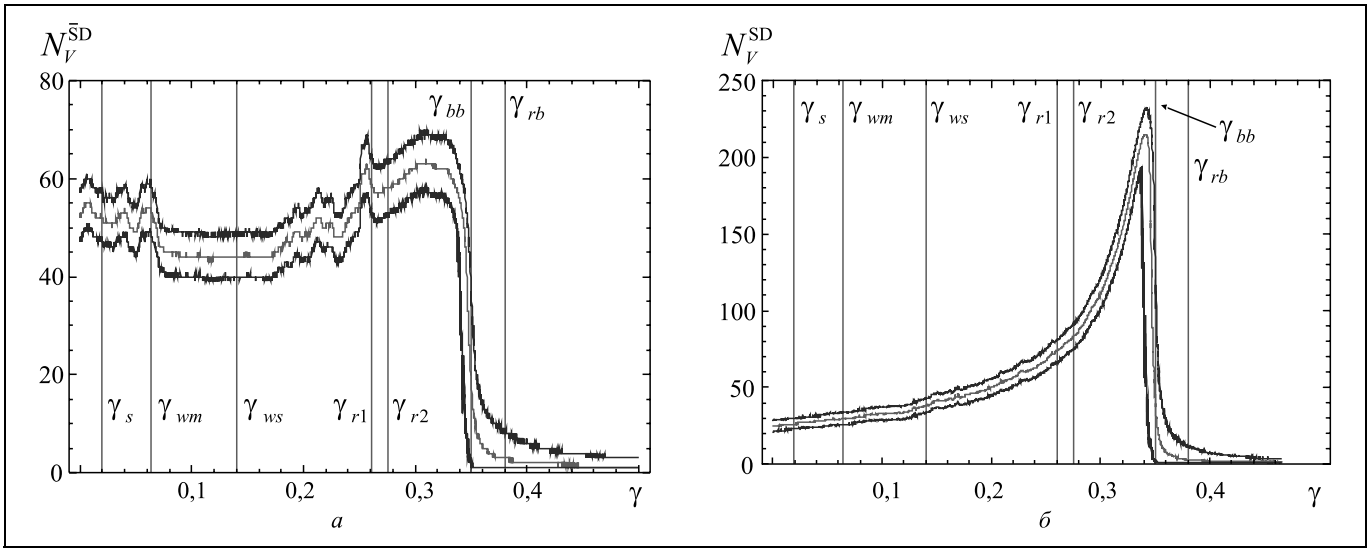


Рис. 4. Зависимость числа вершин в графе Γ^{SS} от параметра γ для десинхронных (*а*) и синхронных (*б*) доменов

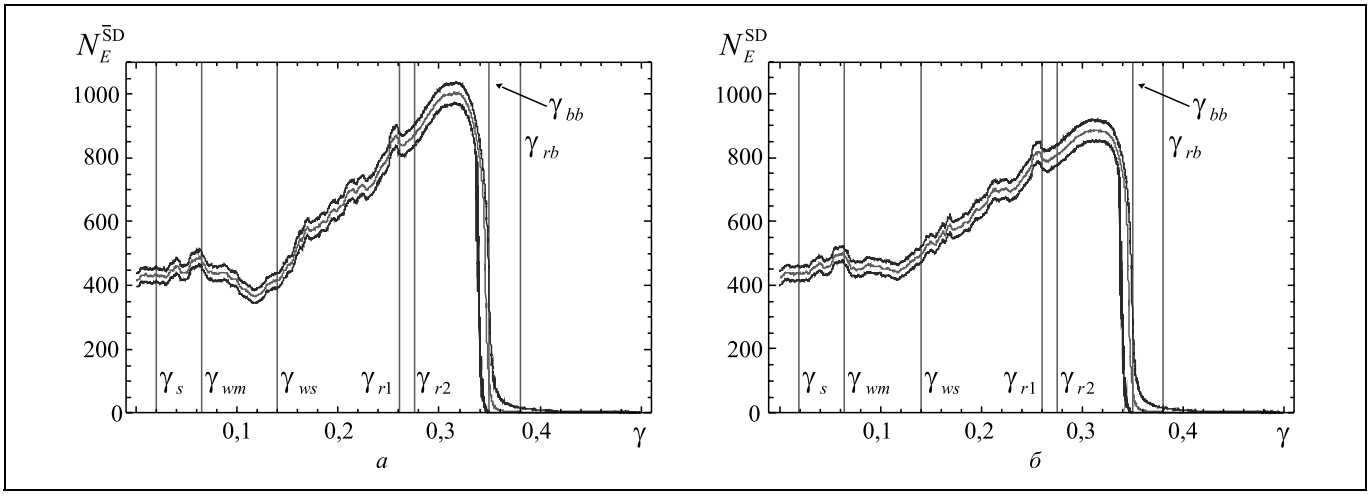


Рис. 5. Зависимость числа дуг в графе Γ^{SS} от параметра γ: *а* — $\bar{S}D \to SD$; *б* — $SD \to \bar{S}D$

зации, подробнее см. работу [10]. При этом вид кривых существенно разнится в зоне $\gamma < \gamma_{bb}$, где число вершин сорта $\bar{S}D$ (см. рис. 4, *а*) демонстрирует статистически значимые флуктуации, в частности в зоне γ_{ws} и γ_{r1}.

Зависимости числа дуг в графе Γ^{SS} от параметра связи приведены на рис. 5. Из графиков видно, что зависимости в принципе «качественно» подобны, отличаясь некоторыми количественными значениями. При этом также наблюдается существенное снижение количества междоменных переходов при наступлении негрубого режима полной синхронизации, что в первую очередь обусловлено собственно снижением количества доменов.

На рис. 6 приведены зависимости среднего числа исходящих дуг на вершину в графе Γ^{SS} от параметра связи γ. Усредненные величины вычислялись по формулам:

$$\tilde{D}_{Eout}^{\bar{S}D}(\gamma) = \frac{N_E^{\bar{S}D}(\gamma)}{N_V^{\bar{S}D}(\gamma)}, \quad \tilde{D}_{Eout}^{\bar{S}D}(\gamma) = \frac{N_E^{SD}(\gamma)}{N_V^{SD}(\gamma)}. \qquad (3.2)$$

Величины (3.2) позволяют в определенной мере нейтрализовать в характеристиках $N_E^{\bar{S}D}$ и N_E^{SD} эффекты, вызванные повышением числа доменов, и выделить собственно структурные эффекты, что подтверждается рис. 6. Характерно, что до момента γ_{bb} разнообразие по междоменным переходам $\bar{S}D \to SD$ нарастает, а по переходам $SD \to \bar{S}D$ снижается. При этом истинная исхо-

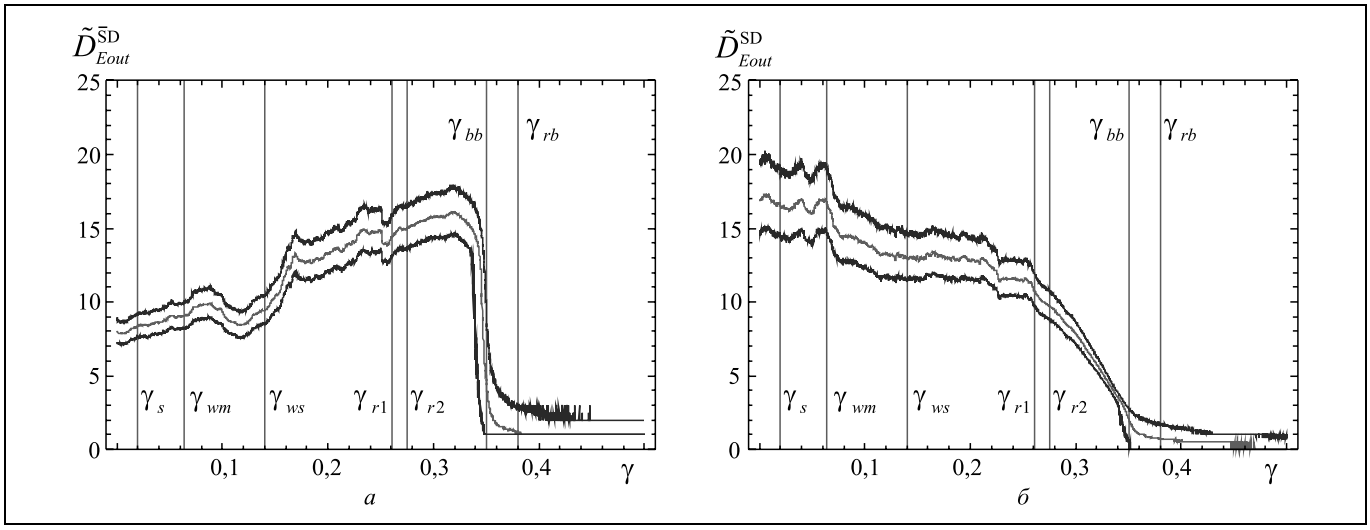


Рис. 6. Зависимость среднего числа исходящих дуг на вершину в графе Γ^{SS} от параметра γ: *а* — $\bar{S}D$; *б* — SD

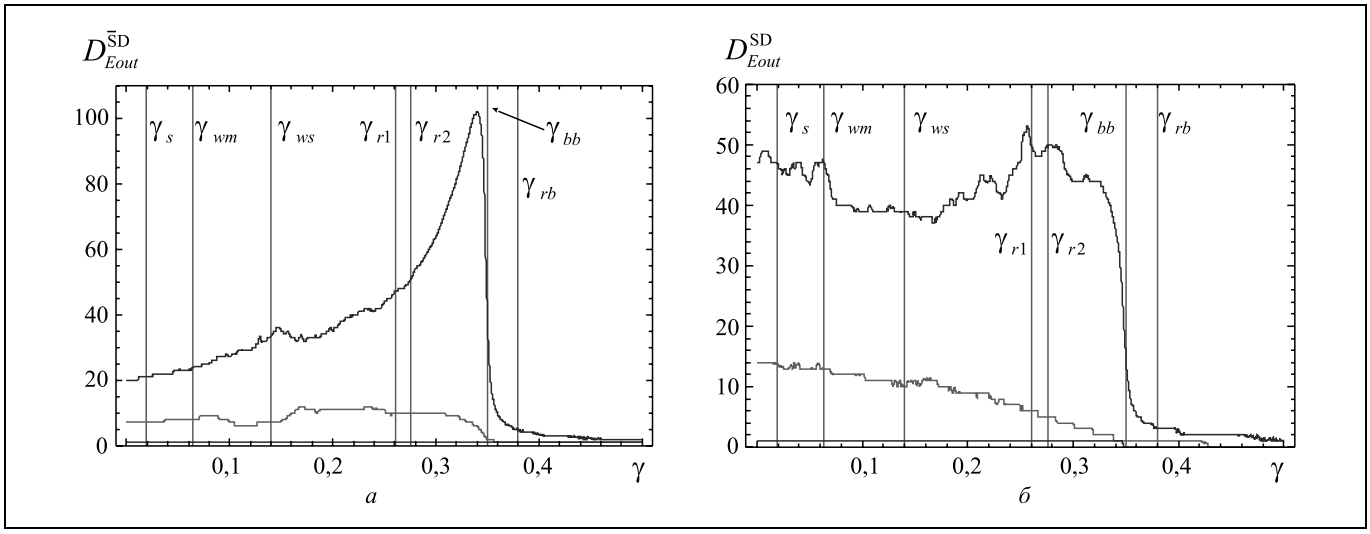


Рис. 7. Зависимость исходящей степени вершин графа Γ^{SS} от параметра γ: *а* — $\bar{S}D$; *б* — SD

дящая степень вершин в графе Γ^{SS}, которая приведена на рис. 7 существенно отличается от усредненных значений, показанных на рис. 6. Но, качественно, поведение кривых на рис. 7 в общем-то соответствует кривым на рис. 6 (в том числе в части разнообразия междоменных переходов).

Отметим, что здесь и далее для упрощения первичного анализа все характеристики графов, формирующих оценки для индивидуальных вершин, усреднялись в пределах графа.

На рис. 8 приведена входящая степень вершин в графе Γ^{SS}. Сопоставление рис. 7 и 8 показывает качественную симметричность графа Γ^{SS} (по распределению входящих и исходящих дуг) для системы (3.1), находящейся в режиме полной синхронизации. Правда, стоит отметить некоторые отличия вблизи γ_{ws}, где фиксируется неустойчивое квазипериодическое движение [34].

Плотность графа Γ^{SS} по исходящим дугам приведена на рис. 9. Эта величина вычисляется по формуле:

$$\mathrm{P}^{\bar{S}D}_{Eout}(\gamma) = 2\frac{N_E^{\bar{S}D}(\gamma)}{\hat{N}_E^{SS}(\gamma)}, \quad \mathrm{P}^{SD}_{Eout}(\gamma) = 2\frac{N_E^{SD}(\gamma)}{\hat{N}_E^{SS}(\gamma)}.$$

Как следует из рис. 9, плотность графа Γ^{SS} до момента γ_{bb} в общем-то достаточно монотонно снижается. Исключение составляет локальное «проседание» характеристики $\mathrm{P}^{\bar{S}D}_{Eout}$ в зоне γ_{ws}. Границы этого эффекта совпа-

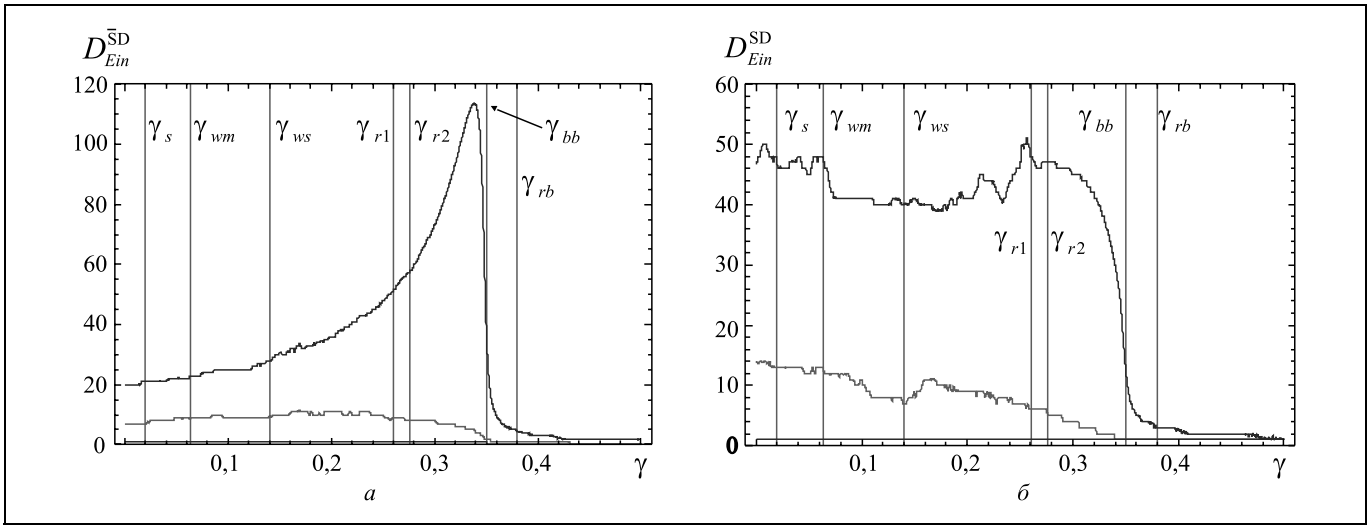


Рис. 8. Зависимость входящей степени вершин графа Γ^{SS} от параметра γ: *а* — $\bar{S}D$; *б* — SD

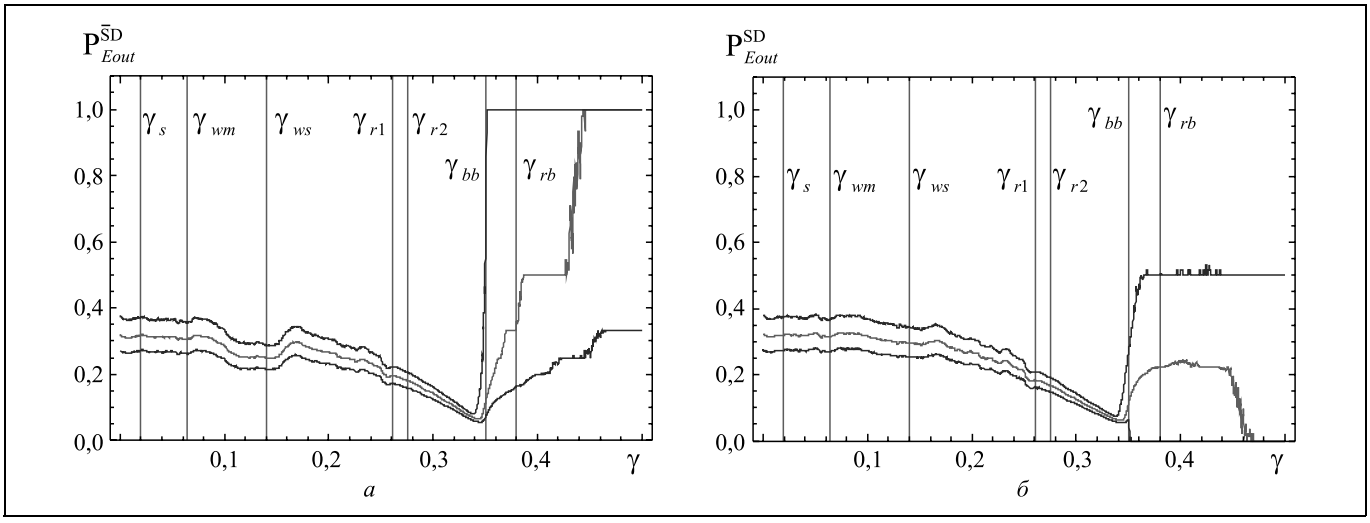


Рис. 9. Зависимость плотности графа Γ^{SS} от параметра γ: *а* — $\bar{S}D \rightarrow SD$; *б* — $SD \rightarrow \bar{S}D$

дают с границами гребенчатого спектра $H^{\bar{S}D}$, подробнее см. в работе [10].

Весьма важный класс характеристик графа составляют различные показатели его центральности [31, 32]. Основными считаются четыре [32]: degree (по степени); betweenness (по посредничеству); closeness (по близости) и eigenvector (по собственному вектору). Первый из них основывается на степенях вершин, которые были уже рассмотрены ранее (см. рис. 7 и 8). Три оставшихся подробнее изучаются далее.

Зависимость центральности по посредничеству от параметра связи приведена на рис. 10, *а*. Характеристика C_B^{SS} выражает, сколько кратчайших путей между всеми вершинами графа Γ^{SS} проходит через определенную вершину. Если у какого-либо узла высокий уровень C_B^{SS}, можно предположить, что он — единственная связь между различными частями графа [32]. При анализе графа Γ^{SS} центральность по посредничеству позволяет судить, насколько связь между двумя доменами зависит от третьего домена.

Зависимость центральности по близости для различных значений приведена на рис. 10, *б*. Параметр C_C^{SS} выражает, насколько близко та или иная вершина графа Γ^{SS} расположена к остальным вершинам [32], т. е. он позволяет судить, насколько тот или иной домен связан с остальными.

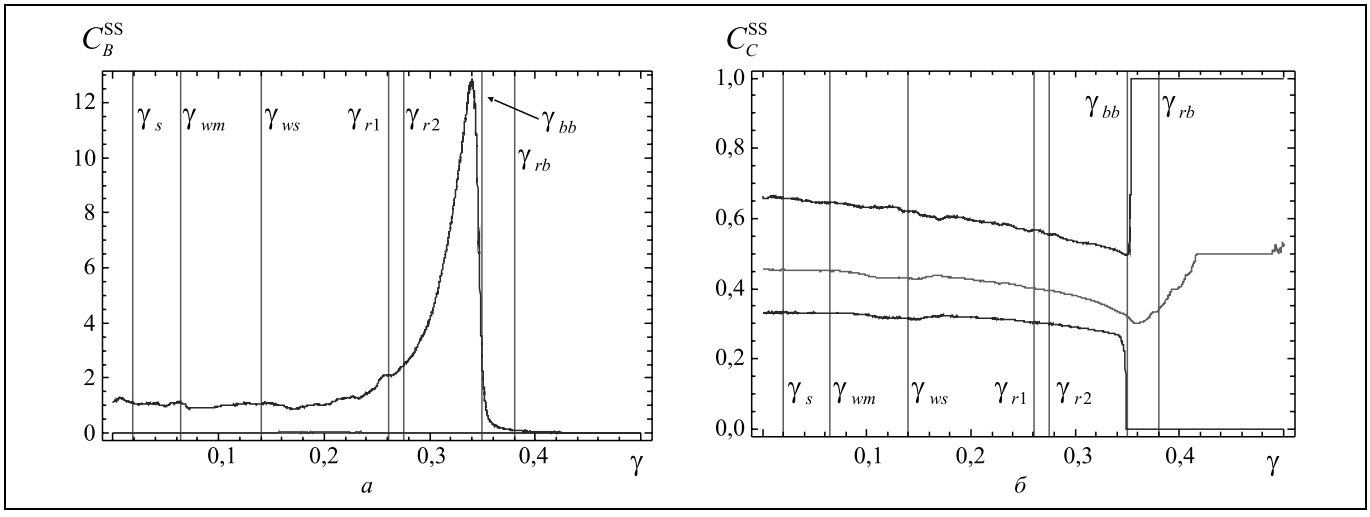


Рис. 10. Зависимость параметров графа Γ^{SS} от параметра γ: *а* — центральность «betweenness»; *б* — центральность «closeness»

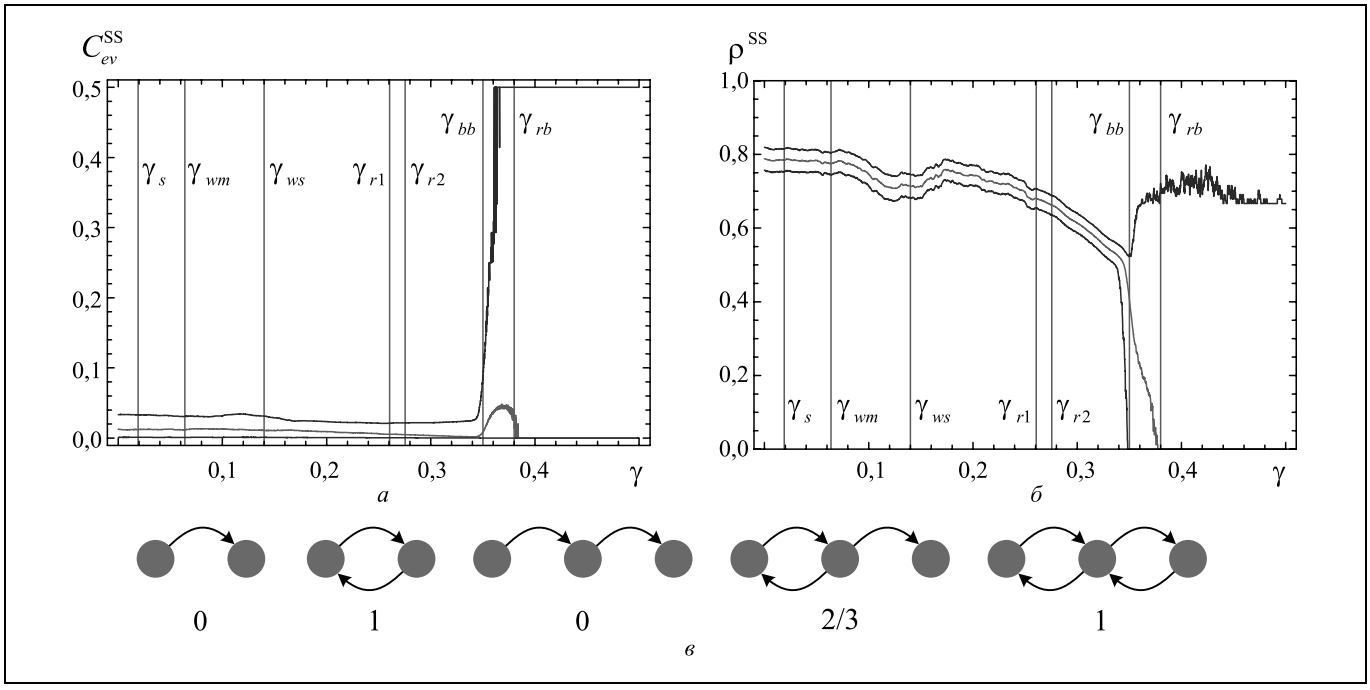


Рис. 11. Зависимость параметров графа Γ^{SS} от параметра γ: *а* — центральность по собственному вектору; *б* — Graph Reciprocity [37]; *в* — демонстрация сути величины ρ^{SS}

И, наконец, зависимость от параметра связи центральности по собственному вектору приведена на рис. 11, *а*. Характеристика C_{ev}^{SS} демонстрирует зависимость между центральностью вершины и центральностями ее ближайших соседей в графе Γ^{SS} [32]. Отметим, что ближайшими соседями вершины в графе являются такие вершины, которые связаны с ней дугами. Интерпретировать параметр C_{ev}^{SS} в контексте графа Γ^{SS} можно таким образом: домен, имеющий много связей с другими доменами, у которых также много связей, имеет высокую центральность по собственному вектору.

Необходимо отметить, что некая тривиальность рис. 10 и 11, *а* скорее всего вызвана существенным ростом числа вершин в графе Γ^{SS} а области $\gamma < \gamma_{bb}$, что потенциально маскирует структурные эффекты (аналогично ситуации с параметрами $N_E^{\bar{S}D}$ и N_E^{SD}). Следователь-

но, требуется модификация стандартных мер центральности [31, 32], позволяющая корректно сравнивать графы различных размеров и потенциально выявлять эффекты, связанные с перестройкой аттракторов при изменении характера и режима синхронизации.

Дополнительно также рассмотрим такую характеристику, как Graph Reciprocity [38]. Модельный пример, иллюстрирующий смысл величины ρ^{SS}, приведен на рис. 11, *в*. Зависимость ρ^{SS} от параметра связи для системы (3.1) приведена рис. 11, *б*, из которого следует, что параметр ρ^{SS} «видит» неустойчивое квазипериодическое движение на аттракторе при γ_{ws}.

В заключение данного параграфа отметим три момента.

- Помимо приведенных, были рассмотрены и другие характеристики, отражающие те или иные свойства графа Γ^{SS}. Но для системы (3.1) они оказались слабоинформативными в части анализа режимов синхронизации хаотических колебаний.
- Из полученных результатов следует, что многие характеристики графа Γ^{SS} устойчиво реагируют на перестроения аттракторов в системе (3.1) при установлении различных режимов синхронизации хаотических колебаний.
- Проведенное исследование следует дополнить, сняв ограничение в виде изучения только дескриптивных характеристик (медианы и квантилей) и усреднения оценок для индивидуальных вершин в пределах графа. Представляется, что подобное развитие потенциально способно существенно улучшить аналитические возможности инструментария, вплоть до идентификации на качественном уровне типов бифуркационных перестроений аттрактора. Однако, данный вопрос требует дополнительных исследований.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе получил дальнейшее развитие метод диагностирования синхронизации хаотических колебаний, основанный на так называемой Т-синхронизации [10, 25—27]. Существенное отличие рассмотренного подхода от аналогов заключается в способности разработанного инструментария количественно анализировать характеристики временной структуры синхронизации нелинейных систем [10] через перемежаемость [11, 12]. Кроме того, в отличие от подавляющего большинства существующих методов, подход на основе Т-синхронизации может быть с успехом применен для исследования многомерных систем, состоящих из двух и более связанных неидентичных осцилляторов, в том числе и их многомерных решеток с произвольной топологией. Так, пример анализа Т-синхронизации в трехмерных системах приведен в работе [26].

В данной работе впервые продемонстрирован анализ временной структуры Т-синхронизации с позиции теории графов, посредством исследования метрических и топологических характеристик графа Γ^{SS}. Причем в качестве изучаемого примера намеренно выбрана система связанных логистических отображений. С одной стороны она является хорошо изученной моделью (см. работы [10, 34, 35] и приведенные в них ссылки), с другой — из-за универсальности Фейгенбаума — многие результаты с этого отображения распространяются на широкий класс других систем различной природы [35, 36].

Из совокупности полученных результатов следует, что анализ метрических и топологических характеристик графа Γ^{SS} оказывается весьма чувствительным инструментом, позволяющим обнаруживать негрубость режима синхронизации и наличие бифуркационных смен режимов и/или характера синхронизации. Кроме того, инструментарий на основе символического CTQ-анализа позволяет проводить комплексное исследование синхронизма хаотических колебаний, включая обнаружение запаздывания между системами и инверсные эффекты между их фазовыми переменными.

Однако укажем и на основные недостатки предложенного подхода к диагностированию синхронизации хаотических колебаний. Метод в настоящий момент не позволяет дифференцировать и определять тип бифуркационных изменений аттрактора [13, 22] и качественный характер режима синхронизации. Устранение данных недостатков составляет предмет наших дальнейших исследований.

В заключение отметим, что рассмотренный подход, основанный на положениях символического CTQ-анализа [19, 20], может быть применен для анализа экспериментальных данных, поскольку не требует каких-либо априорных знаний об изучаемой системе. Более того, инвариантность символического анализатора к сдвигам и растяжениям фазовых траекторий [20] позволяет исследовать синхронизацию сильно нестационарных систем. Вполне возможно, это позволит эффективно применять предложенную методику для анализа многомерных временных рядов, порождаемых физическими и техническими [1, 2, 12], физиологическими и биологическими [14, 15], финансовыми [16, 17, 18, 27] и другими системами.

Автор благодарен рецензентам за ряд критических замечаний, учет которых позволил улучшить изложение материала статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Pikovsky A.S., Rosenblum M.G., Kurths J.* Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences. — Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
2. *The synchronization* of chaotic systems / S. Boccaletti, J. Kurths, G.V. Osipov, et al. // Physics Reports. — 2002. — Vol. 366. — P. 1—101.
3. *Abarbanel H.D.I., Rulkov N.F., Sushchik M.M.* Generalized synchronization of chaos: The auxiliary system approach // Phys. Rev. E. — 1996. — Vol. 53. — P. 4528—4535.
4. *Pecora L.M., Caroll T.L.* Synchronization in chaotic systems // Phys. Rev. Lett. — 1990. — Vol. 64. — P. 821—824.
5. *Liu W., Qian X., Yang J.,* et al. Antisynchronization in coupled chaotic oscillators // Phys. Lett. A. — 2006. — Vol. 354. — P. 119—125.
6. *Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J.* From Phase to Lag Synchronization in Coupled Chaotic Oscillators // Phys. Rev. Lett. — 1997. — Vol. 78. — P. 4193—4196.
7. *Анищенко В.С., Постнов Д.Э.* Эффект захвата базовой частоты хаотических автоколебаний. Синхронизация странных аттракторов // Письма в ЖТФ. — 1988. — Т. 14. — С. 569—573.
8. *Pikovsky A.S., Rosenblum M.G., Kurths J.* Phase synchronization in regular and chaotic systems // Int. J. of Bifurcation and Chaos. — 2000. — Vol. 10. — P. 2291—2305.
9. *Короновский А.А., Храмов А.Е.* Анализ хаотической синхронизации динамических систем с помощью вейвлетного преобразования // Письма в Журнал эксперимент. и теорет. физики. — 2004. — Т. 79. — С. 391—395.
10. *Макаренко А.В.* Исследование временной структуры синхронизации в многомерных хаотических системах // Журнал эксперимент. и теорет. физики. — 2015. — Т. 147. — С. 1053—1063.
11. *Зельдович Я.Б., Молчанов С.А., Рузмайкин А.А. Соколов Д.Д.* Перемежаемость в случайной среде // Успехи физических наук. — 1987. — Т. 152. — С. 3—32.
12. *Mandelbrot B.B.* Intermittent turbulence in self-similar cascades: divergence of high moments and dimension of the carrier // J. Fluid Mech. — 1974. — Vol. 62. — P. 331—358.
13. *Брур Х.В., Дюмортье Ф., ван Стрин С., Такенс Ф.* Структуры в динамике. — М.: Ижевск: ИКИ, 2003. — 336 с.
14. *Борисов С.В., Каплан А.Я., Горбачевская Н.Л., Козлова И.А.* Анализ структурной синхронности ЭЭГ подростков, страдающих расстройствами шизофренического спектра // Физиология человека. — 2005. — Т. 31. — С. 16—23.
15. *Symbolic* analysis of 24h holter heart period variability series: comparison between normal and heart failure patients / A. Porta, G. D'Addio, Pinna G.D., at al. // Computers in Cardiology. — 2005. — Vol. 32. — P. 575—578.
16. *Tino P., Schittenkopf C., Dorffner G.* Temporal pattern recognition in noisy non-stationary time series based on quantization into symbolic streams: Lessons learned from financial volatility trading // Pattern Analysis & Applications. — 2001. — Vol. 4. — P. 283—311.
17. *Makarenko A.V.* Symbolic CTQ-analysis — a new method for studying of financial indicators // Intern. Conf. «Advanced Finance and Stochastics». Moscow, 24—28 June 2013, Steklov Mathematical Institute. — M., 2013. — P. 63—64.
18. *Fiedor P.* Networks in financial markets based on the mutual information rate // Phys. Rev. E. — 2014. — Vol. 89. — 052801.
19. *Макаренко А.В.* Символический анализ в пространстве «скорость — кривизна» структуры хаоса в режиме синхронизации // Письма в Журнал техн. физики. — 2012. — Т. 38. — С. 1—9.
20. *Макаренко А.В.* Символический анализ в пространстве «скорость-кривизна» многомерных динамических процессов // Журнал вычисл. матем. и матем. физ. — 2012. — Т. 52. — С. 1248—1260.
21. *Боуэн Р.* Методы символической динамики. — М.: Мир, 1979.
22. *Gilmore R., Lefranc M.* The topology of chaos. — N.-Y.: John Wiley & Sons, 2002.
23. *Hsu C.S.* Cell-to-Cell Mapping: A method of Global Analysis for Nonlinear Systems. — N.-Y.: Springer-Verlag, 1987.
24. *Dellnitz M., Hohmann A.* A subdivision algorithm for the computation of unstable manifolds and global attractors // Numerische Mathematik. — 1997. — Vol. 75. — P. 293—318.
25. *Макаренко А.В.* Мера синхронности многомерных хаотических последовательностей на основе их символьного представления в Т-алфавите // Письма в Журнал техн. физики. — 2012. — Т. 38. — С. 53—60.
26. *Макаренко А.В.* Исследование фазовой синхронизации хаотических колебаний в терминах символического CTQ-анализа // Журнал техн. физики. — 2016. — Т. 86. — С. 110—118.
27. *Makarenko A.V.* Generalized synchronization of multidimensional chaotic systems in terms of symbolic CTQ-analysis // The 8th Chaotic Modeling and Simulation International Conference / Book of Abstracts. — Paris: ISAST; IHP. — 2015. — P. 77—78.
28. *Battiston F., Nicosia V., Latora V.* Structural measures for multiplex networks // Phys. Rev. E. — 2014. — Vol. 89. — 032804.
29. *Davidsen J., Grassberger P., Paczuski M.* Networks of recurrent events, a theory of records, and an application to finding causal signatures in seismicity // Phys. Rev. E. — 2008. — Vol. 77. — 066104.
30. *Mathematical* Formulation of Multilayer Networks / M. Domenico, A. Sole-Ribalta, E. Cozzo, at al. // Phys. Rev. X. — 2013. — Vol. 3. — 041022.
31. *Newman M.E.J.* Networks: An Introduction. — Oxford, UK: Oxford University Press, 2010.
32. Network Analysis: Methodological Foundations, Lecture Notes in Computer Science 3418 / U. Brandes, T. Erlebach (Eds.). — N.-Y.: Springer-Verlag, 2005.
33. *Bianconi G.* Statistical mechanics of multiplex networks: Entropy and overlap // Phys. Rev. E. — 2013. — Vol. 87. — 062806.
34. *Количество* информации как мера синхронизации хаоса / А.В. Шабунин, В.В. Демидов, В.В. Астахов и др. // Письма в Журнал техн. физики. — 2001. — Т. 27. — С. 78—85.
35. *Mosekilde E., Maistrenko Yu., Postnov D.* Chaotic synchronization: Applications to living systems. (World Sci. Ser. Nonlinear Sci. Ser. A Monogr. Treatises, vol. 42.) River Edge. — N.J.: World Sci. Publ., 2002.
36. *Фейгенбаум М.* Универсальность в поведении нелинейных систем // Успехи физических наук. — 1983. — Т. 141. — С. 343—374.
37. *Леман Э.* Проверка статистических гипотез. — М.: Наука, 1979.
38. *Garlaschelli D., Loffredo M.I.* Patterns of Link Reciprocity in Directed Networks // Phys. Rev. Lett. — 2004. — Vol. 93. — 268701.

Статья представлена к публикации членом редколлегии П.Ю. Чеботаревым.

Макаренко Андрей Викторович — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН; руководитель, Науч.-исслед. группа «Конструктивная Кибернетика», г. Москва, ✉ avm.science@mail.ru.

УДК 681.5

РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА НЕЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

А.М. Цыкунов

Предположено, что параметры математической модели неизвестны, а измерению доступны только выходные переменные. В качестве целевых условий принята точность отслеживания эталонного сигнала. Получены алгоритмы управления, позволяющие скомпенсировать априорную неопределенность и существенно уменьшить влияние неизмеряемых внешних ограниченных возмущений на выходные переменные. Приведен численный пример и результаты моделирования, демонстрирующие эффективность полученного алгоритма слежения.

Ключевые слова: распределенное запаздывание, робастное управление, функционал, эталонный сигнал.

ВВЕДЕНИЕ

Многие объекты управления в химической промышленности, атомной энергетике, биологии, экономике и других отраслях описываются дифференциальными уравнениями с запаздыванием [1, 2]. Получение алгоритмов управления такими объектами в условиях неопределенности параметров математической модели и при наличии неконтролируемых внешних возмущений представляют собой важную научную и практическую задачу. В зависимости от типа запаздывания они подразделяются на объекты с запаздыванием по состоянию, управлению и нейтрального типа. Кроме того, запаздывание может быть сосредоточенное (в иностранной литературе оно называется дискретным) и распределенное. Естественно, что имеются объекты, в математические модели которых входят различные типы запаздываний. Каждый тип уравнений требует своих подходов к решению задач управления.

Имеется большое число опубликованных работ, посвященных построению алгоритмов управления для различных типов объектов при наличии той или иной априорной информации о параметрах математической модели и внешних возмущениях.

Задаче управления нелинейным объектом с запаздыванием при ограничениях на управляющее воздействие посвящена работа [3]. Система стабилизации нейтрального объекта исследуется в работе [4], а задача робастного управления нейтральным объектом и нелинейным — в работах [5, 6] соответственно. Задачи управления объектом с распределенным запаздыванием решаются в работах [7—11]. Обширная библиография имеется в обзорной статье [12], а также в трудах 14-го и 15-го конгрессов ИФАК.

Для качественного управления объектом возникает необходимость в подавлении влияния возмущений и в компенсации априорной неопределенности параметров математической модели. Задача существенно усложняется, если управление строится по выходу для нелинейного объекта, так как не для любой нелинейной модели можно получить алгоритм управления по выходу.

Можно выделить два основных способа построения систем управления в данной ситуации: построение различных наблюдателей вектора состояния и оценка обобщенных возмущений, в которые входят априорно неопределенные парамет-

ры и внешние возмущения. Второй из них был применен в работах [10, 11], а также в данной статье. Однако, в отличие от работ [10, 11], здесь не используются вспомогательный контур и наблюдатель производных. Закон управления выбран так, что фактически он функционирует на основании информации об обобщенном возмущении. Доказано, что при соответствующем выборе параметров управляющего устройства существенно подавляется влияние возмущений на точность слежения.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим объект управления, математической моделью которого служат уравнения

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + D\int_{-h}^{0} F(y(t+\theta))d\theta + Bu(t) + \Gamma f(t),$$

$$y(t) = Cx(t), \quad x(\theta) = \varphi(\theta), \quad \theta \in [-h, 0], \qquad (1)$$

где $x \in R^n$, $u(t)$ и $y(t)$ — скалярные управляющее воздействие и регулируемая переменная, $f(t)$ — внешнее скалярное неизмеряемое возмущающее воздействие, $F(y(t))$ — нелинейная функция, $\varphi(\theta)$ — непрерывная начальная функция, h — время запаздывания, A, B, D, Γ и C — числовые матрицы соответствующих порядков.

Требуется получить алгоритм управления, обеспечивающий выполнение целевого условия

$$|y(t) - y_m(t)| < \delta, \quad t \geqslant T_0, \qquad (2)$$

где $y_m(t)$ — сигнал, который должен отслеживаться выходом объекта управления, величина $\delta > 0$ характеризует точность слежения, T_0 — время, по истечении которого с начала функционирования системы выполняться целевое неравенство. Иными словами, условие (2) означает, что целевое неравенство должно выполняться за конечное время, которое зависит от многих факторов: начальных условий объекта, уровня возмущений и эталонного сигнала.

Будем решать сформулированную задачу при следующих **предложениях**.

1. Пара (A, B) — управляема, а (A, C) — наблюдаема.

2. Известны диапазоны возможных значений элементов матриц $A = \begin{bmatrix} a_1 & I_{n-1} \\ \vdots & \\ a_n & 0_{1\times(n-1)} \end{bmatrix}$, B, D, Γ, $C = [1, 0, \ldots, 0]$, где $0_{1\times(n-1)}$ — нулевая матрица-строка.

3. Уравнение (1) (в случае отсутствия нелинейности $F(y(t)) = 0$) минимально-фазовое, т. е. полином $CAdj\Lambda(s)B$ является гурвицевым, где s — комплексная переменная в преобразовании Лапласа, $\Lambda(s) = (I_n s - A)$, I_n — единичная матрица $n\times n$, $Adj\Lambda(s)$ — присоединенная матрица (транспонированная матрица алгебраических дополнений матрицы $\Lambda(s)$),

4. Внешнее возмущение $f(t)$ и эталонный сигнал $y_m(t)$ гладкие и ограниченные функции: $|f(t)| \leqslant \chi_1$, $|y_m(t)| \leqslant \chi_2$, $\chi_1 > 0$, $\chi_2 > 0$.

5. Производные регулируемой переменной и управляющего воздействия не измеряются.

6. Функция $F(y(t))$ гладкая и удовлетворяет глобальному условию Липшица, $F(0) = 0$.

Замечание. Отметим, что наличие только одного типа запаздывания, выбор структуры матрицы A, а также скалярной нелинейности и ограничения $r \leqslant m$ обусловлены исключительно желанием упростить преобразования.

2. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Преобразуем уравнения (1) в форму «вход — выход»:

$$Q_n(P)y(t) = kR_m(P)u(t) + K_r(P)\int_{-h}^{0} F(y(t+\theta))d\theta + G_\tau(P)f(t), \qquad (3)$$

где $P = d/dt$ — оператор дифференцирования, $Q_n(P)$, $K_r(P)$, $R_m(P)$ — линейные дифференциальные операторы, $\deg Q_n(P) = n$, $\deg R_m(P) = m$, $\deg G_\tau(P) = \tau$, $\tau \leqslant n-1$, $\deg K_r(P) = r$, $r \leqslant m$. Для определенности пусть $r = m$. Операторы $Q_n(P)$ и $R_m(P)$ нормированные.

Применим алгоритм деления Евклида к полиному $Q_n(p)$:

$$Q_n(P) = \overline{Q}_\gamma(P)R_m(P) + \Delta Q_{m-1}(P).$$

Представим многочлен $\overline{Q}_\gamma(P)$ в виде суммы двух полиномов

$$\overline{Q}_\gamma(P) = Q_\gamma(P) + Q_{\gamma-1}(P), \quad \gamma = n - m.$$

Здесь и в дальнейшем индексы будут указывать на полином и его порядок, $Q_\gamma(P)$ — гурвицев полином. Тогда

$$Q_n(P) = (Q_\gamma(P) + Q_{\gamma-1}(P))R_m(P) + \Delta Q_{m-1}(P).$$

Подставив это выражение в уравнение (3) и разделив полученное уравнение слева и справа на нормированный полином $R_m(P)$, получим

$$Q_\gamma(P)y(t) = ku(t) + \psi_1(t).$$

Здесь

$$\psi_1(t) = -Q_{\gamma-1}(P)y(t) + \frac{1}{R_m(P)}\left(-\Delta Q_{m-1}(P)y(t) + \right.$$

$$\left. + K_r(P)\int_{-h}^{0} F(y(t+\theta))d\theta + G_\tau(P)f(t)\right).$$

Составим уравнение для сигнала рассогласования $e(t) = y(t) - y_m(t)$:

$$Q_\gamma(P)e(t) = ku(t) + \psi_1(t) - Q_\gamma(P)y_m(t). \quad (4)$$

Сформируем управляющее воздействие $u(t)$ в соответствии с формулами:

$$u(t) = \alpha\vartheta(t),\ \vartheta(t) = \vartheta_1(t) + \vartheta_2(t),\quad \alpha > 0,$$

$$M_\beta(P)\vartheta_1(t) = -Q_\gamma(P)e(t),\ M_\beta(P)\vartheta_2(t) = \vartheta(t). \quad (5)$$

Подставим значение $u(t)$ из первого из уравнений (5) в уравнение (4):

$$Q_\gamma(P)e(t) = \vartheta(t) + \psi_2(t), \quad (6)$$

где $\psi_2(t) = \psi_1(t) + (k\alpha - 1)\vartheta(t) - Q_\gamma(P)y_m(t)$.

Функция $\psi_2(t)$ несет всю информацию о неопределенности параметров математической модели и возмущениях.

Учитывая выражение (6), исключим из уравнений (5) переменные $\vartheta_1(t)$ и $\vartheta_2(t)$, в результате чего получим

$$M_\beta(P)\vartheta(t) = -\psi_2(t). \quad (7)$$

Выберем многочлен $M_\beta(P)$ в виде $M_\beta(P) = (\mu P + 1)^\beta$, где $\beta \geqslant \gamma$, $\mu > 0$ — достаточно малое число. Подставим $M_\beta(P)$ и $\psi_2(t)$ в уравнение (7):

$$(\mu P + 1)^\beta\vartheta(t) = -\psi_1(t) - (k\alpha - 1)\vartheta(t) + Q_\gamma(P)y_m(t).$$

Преобразуем данное уравнение

$$((\mu P + 1)^\beta - 1 + k\alpha)\vartheta(t) = -\psi(t),$$

где $\psi(t) = \psi_1(t) - Q_\gamma(P)y_m(t)$. Таким образом, математическая модель (4), (5) эквивалентна по выходу системе уравнений:

$$Q_\gamma(P)e(t) = ku(t) + \psi(t),$$

$$((\mu P + 1)^\beta - 1 + k\alpha)u(t) = -\alpha\psi(t). \quad (8)$$

Из этого уравнения следует, что многочлен $(\mu P + 1)^\beta - 1 + k\alpha$ должен быть гурвицевым.

Преобразуем уравнения (8) в векторно-матричную форму

$$\dot\varepsilon(t) = A_m\varepsilon(t) + b(ku(t) + \psi(t)),\quad e(t) = L\varepsilon(t),$$

$$\mu\dot z(t) = F_0 z(t) - b\psi(t),\quad u(t) = L_\alpha z(t). \quad (9)$$

Здесь $\varepsilon \in R^\gamma$, $z \in R^\beta$, $L = [1\ 0...0]$, $L_\alpha = [\alpha\ 0...0]$,

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ -q_\gamma & & \dots & & -q_1 \end{bmatrix},$$

$$F_0 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 1 \\ -k\alpha + 1 & 0 & \dots & 0 & -1 \end{bmatrix},\quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

q_i — коэффициенты полинома $Q_\gamma(P)$. Получили сингулярно-возмущенную систему {ХЕ «сингулярно-возмущенная система»} уравнений, так как второе уравнение в выражении (9) описывает быстрые составляющие, если μ — малое число.

Утверждение. *Пусть выполнены условия предположений, многочлен $M_\beta(P) - 1 + k\alpha$ является гурвицевым. Тогда существует число $\mu_0 > 0$ такое, что при выполнении неравенства $\mu_0 > \mu$ алгоритм управления* (5) *обеспечит выполнение целевого условия* (2).

Доказательство приведено в Приложении.

Для иллюстрации работы полученного алгоритма слежения рассмотрим числовой пример.

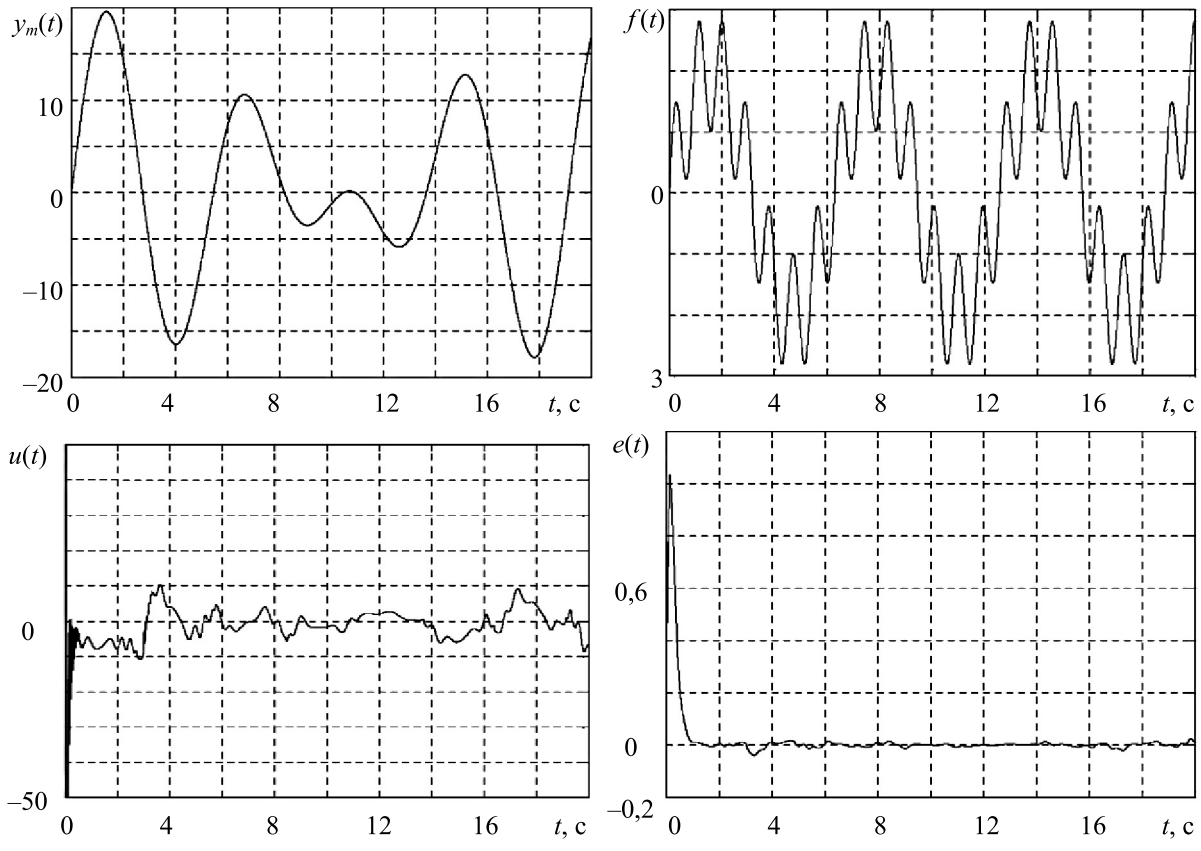
3. ПРИМЕР

Предположим, что динамические процессы в объекте управления описываются уравнениями:

$$\dot x(t) = \begin{bmatrix} a_1 & 1 & 0 & 0 \\ a_2 & 0 & 1 & 0 \\ a_3 & 0 & 0 & 1 \\ a_4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} \end{bmatrix} \int_{-4}^{0} F(y(t+\theta))d\theta +$$

$$+ k\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ 8 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} f(t),\ y(t) = [1\ 0\ 0\ 0]x(t),$$

$$x(\theta) = \varphi(\theta),\quad \theta \in [-h\ 0].$$



Переходные процессы

Здесь $F^T(y) = [F_1(y)\ F_2(y)\ F_3(y)\ F_4(y)]$, $F_i(y)$, $i = \overline{1,4}$ — скалярные функции, удовлетворяющие условиям предположений. Класс неопределенности задан неравенствами: $-13 \leqslant a_i \leqslant 13$, $-10 \leqslant d_{ij} \leqslant 10$, $i = \overline{1,4}$, $j = \overline{1,4}$, $8 \leqslant k \leqslant 12$, $|f(t)| \leqslant 3$, $-10 \leqslant g_r \leqslant 10$, $r = 1, 2$, $|y_m| \leqslant 20$.

Требуется получить алгоритм для слежения за эталонным сигналом с целевым условием (2).

В данном случае величина $\gamma = n - m = 2$. Выберем оператор $Q_2(P) = P^2 + 15P + 56$. Тогда алгоритм управления (5) будет иметь вид

$$u(t) = \alpha\vartheta(t), \quad \vartheta(t) = \vartheta_1(t) + \vartheta_2(t), \quad \alpha > 0,$$

$$(\mu P + 1)^3\vartheta_1(t) = -(P^2 + 15P + 56)e(t),$$

$$(\mu P + 1)^3\vartheta_2(t) = \vartheta(t).$$

Выберем число $\mu = 0{,}01$. Число α выбираем из условия гурвицевости многочлена $(\mu P + 1)^3 - 1 + k\alpha$. Для этого величина $k\alpha$ должна быть меньше девяти. Имеем $8 \leqslant k \leqslant 12$. Возьмем $\alpha = 0{,}5$.

На рисунке приведены результаты моделирования при значениях параметров математической модели $a_1 = a_3 = 12$, $a_2 = -13$, $a_4 = 13$. В этом случае собственные числа матрицы

$$\lambda_1 = 10{,}9202, \quad \lambda_2 = -0{,}5599, \quad \lambda_3 = 0{,}8199 + 1{,}2058i,$$

$$\lambda_4 = 0{,}81999 + 1{,}2058i, \quad d_{ij} = 5, \ i = \overline{1,4}, \quad j = \overline{1,4},$$

$$g_1 = g_2 = 10, \quad F_1(y) = \operatorname{sign} y \ln(1 + y^2),$$

$$F_2(y) = \operatorname{sign} y + y\ln(1 + y^2),$$

$$F_3(y) = (\operatorname{sign} y + \ln(1 + y^2))\operatorname{sign} y,$$

$$F_4(y) = \sin y + \ln(1 + y^2).$$

На управляющее воздействие наложено ограничение $|u(t)| \leqslant 50$. Начальные условия $\varphi(\theta)$, $\theta \in [-h\ 0)$, $x^T(0) = [1\ 1\ 1\ 1]$. Остальные начальные условия нулевые. Для данного варианта параметров объекта управления абсолютная ошибка равна 0,02. При этом для любых параметров из заданного класса неопределенности ошибка не превышает значения 0,05.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решена задача робастного слежения за эталонным сигналом для объекта, математическая модель которого представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение с распределенным запаздыванием. Параметры объекта управления не известны, известны диапазоны их возможных значений; на объект действуют неизмеряемые внешние возмущения. Если возмущения и эталонный сигнал удовлетворяют условиям предположений, то полученный алгоритм слежения позволяет существенно погасить влияние неопределенности и возмущений на регулируемую переменную. Результаты моделирования показывают, что предложенный алгоритм управления позволяет получить качественные переходные процессы. Точность слежения зависит от параметров μ и α.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство утверждения. Вначале докажем работоспособность алгоритма для редуцированной модели. Затем обоснуем близость переходных процессов в исходной системе и в редуцированной модели.

Для анализа свойств замкнутой системы воспользуемся методикой [13]. Введем новую переменную $\eta(t) = z(t) - F_0^{-1}b\psi(t)$, где $F_0^{-1}b\psi(t)$ решение уравнения $F_0 z(t) - b\psi(t) = 0$. В новых переменных система уравнений (9) примет вид

$$\dot{\varepsilon}(t) = A_m\varepsilon(t) + b(ku(t) + \psi(t)), \quad e(t) = L\varepsilon(t),$$

$$\mu\dot{\eta}(t) = F_0\eta(t) - \mu F_0^{-1}b\dot{\psi}(t), \quad u(t) = L_\alpha\eta + L_\alpha F_0^{-1}b\psi(t).$$

Подставив значение $u(t)$ в первое уравнение, принимая во внимание равенство $L_\alpha F_0^{-1}b = -1/k$, получим

$$\dot{\varepsilon}(t) = A_m\varepsilon(t) + bL_\alpha\eta(t), \quad e(t) = L\varepsilon(t),$$

$$\mu\dot{\eta}(t) = F_0\eta(t) - \mu F_0^{-1}b\dot{\psi}(t). \qquad (\text{П}.1)$$

Составим уравнение для редуцированной модели:

$$\dot{\bar{\varepsilon}}(t) = A_m\bar{\varepsilon}(t) + bL_\alpha\bar{\eta}(t), \quad \bar{e}(t) = L\bar{\varepsilon}(t),$$

$$\mu\dot{\bar{\eta}}(t) = F_0\bar{\eta}(t). \qquad (\text{П}.2)$$

В этом случае функция $\psi(t)$ будет иметь вид

$$\bar{\psi}(t) = -Q_{\gamma-1}(P)\bar{y}(t) + \frac{1}{R_m(P)}\left(-\Delta Q_{m-1}(P)\bar{y}(t) + \right.$$

$$\left. + K_r(P)\int_{-h}^{0} F(\bar{y}(t+\theta))\right)d\theta + G_\tau(P)f(t)) - Q_\gamma(P)y_m(t).$$

Так как матрицы A_m и F_0 являются гурвицевыми, то $\lim\limits_{t\to\infty}\bar{\varepsilon}(t) = 0$, $\lim\limits_{t\to\infty}\bar{\eta}(t) = 0$. Принимая во внимание структуру матрицы A_m и порядок полинома $Q_{\gamma-1}(P)$, получим $\lim\limits_{t\to\infty}P^j\bar{e}(t) = 0$, $j = 1, \ldots, \gamma$. Следовательно, переменные $P^j\bar{y}(t)$ — ограничены, так как $\bar{e}(t) = \bar{y}(t) - y_m(t)$, а эталонный сигнал удовлетворяет четвертому условию предположений. Кроме того, нелинейность и возмущения удовлетворяют предположениям 4 и 6. Тогда, учитывая порядки операторов $R_m(P)$ и $K_r(P)$, можно сделать вывод о том, что функция $\bar{\psi}(t)$ и ее производная в редуцированной модели ограниченные.

Таким образом, редуцированная система (П.2) асимптотически устойчива по переменным $\bar{\varepsilon}(t)$. Тогда для заданного числа $\delta_1 > 0$ существует момент времени T_1 такой, что при $t > T_1$, будет выполнено неравенство

$$|\bar{y}(t) - y_m(t)| < \delta_1. \qquad (\text{П}.3)$$

Покажем, что переходные процессы в системах (П.1) и (П.2) при соответствующем выборе числа μ будут близки. Введем векторы рассогласования

$$\xi(t) = \varepsilon(t) - \bar{\varepsilon}(t), \quad \zeta(t) = \eta(t) - \bar{\eta}(t).$$

Тогда, вычитая систему (П.2) из системы (П.1), получим систему уравнений:

$$\dot{\xi}(t) = A_m\xi(t) + bL_\alpha\zeta(t), \quad \theta(t) = e(t) - \bar{e}(t) = L\xi(t),$$

$$\dot{\zeta}(t) = \frac{1}{\mu}F_0\zeta(t) - F_0^{-1}b(\dot{\psi}(t) - \dot{\bar{\psi}}(t)) - F_0^{-1}b\dot{\bar{\psi}}(t). \qquad (\text{П}.4)$$

Преобразуем функцию $\psi(t) - \bar{\psi}(t)$:

$$\psi(t) - \bar{\psi}(t) = -Q_{\gamma-1}(P)(y(t) - \bar{y}(t)) +$$

$$+ \frac{1}{R_m(P)}\left(-\Delta Q_{m-1}(P)(y(t) - \bar{y}(t)) + K_r(P)\times\right.$$

$$\left.\times\left(\int_{-h}^{0}F(y(t+\theta))d\theta - \int_{-h}^{0}F(\bar{y}(t+\theta))d\theta\right)\right).$$

Продифференцировав эту формулу слева и справа, получим

$$\dot{\psi}(t) - \dot{\bar{\psi}}(t) = -PQ_{\gamma-1}(P)(y(t) - \bar{y}(t)) +$$

$$+ \frac{P}{R_m(P)}(-\Delta Q_{m-1}(P)(y(t) - \bar{y}(t)) + K_r(P)\times$$

$$\times(((F(y(t)) - F(y(t-h))) - ((F(\bar{y}(t)) - F(\bar{y}(t-h))))).$$

Выделим целые части, выполнив «операторное деление» в выражениях

$$\frac{K_r(P)}{R_m(P)} = k_r + \frac{\Delta K_{m-1}(P)}{R_m(P)},$$

$$\frac{P\Delta Q_{m-1}(P)}{R_m(P)} = k_q + \frac{\tilde{Q}_{m-1}(P)}{R_m(P)},$$

где k_r, k_q — коэффициенты при старших членах многочленов $K_r(P)$, $P\Delta Q_{m-1}(P)$ соответственно. Справедлива цепочка равенств

$$y(t) - \bar{y}(t) = (y(t) - y_m(t)) - (\bar{y}(t) - y_m(t)) = \\ = e(t) - \bar{e}(t) = \theta(t) = L\xi(t).$$

Тогда будем иметь систему уравнений

$$\psi(t) - \dot{\bar{\psi}}(t) = -c_1^T\xi(t) - c_2^T\omega_1(t) - c_3^T\omega_2(t) + L_\alpha\zeta(t),$$

$$+ k_r(((F(y(t)) - F(\bar{y}(t))) - (F(y(t-h)) - F(\bar{y}(t-h))),$$

$$\dot{\omega}_1(t) = \Lambda\omega_1(t) + b\theta(t),$$

$$\dot{\omega}_2(t) = \Lambda\omega_2(t) + b(F(y(t)) - (F(\bar{y}(t))) - \\ - b(F(y(t-h)) - F(\bar{y}(t-h))), \qquad (\text{П}.5)$$

где $c_1{}^T = [-k_q + q_\gamma, q_{\gamma-1} + g_{\gamma-1}, ..., q_1 + g_1]$, g_i — коэффициенты полинома $PQ_{\gamma-1}(P)$, c_2, c_3 — векторы, элементами которых служат коэффициенты многочленов $\tilde{Q}_{m-1}(P)$ и $\Delta K_{m-1}(P)$ соответственно, записанные в обратном порядке, Λ — гурвицева матрица в форме Фробениуса, характеристическим полиномом которой является многочлен $R_m(\lambda)$.

Подставив выражение (П.5) в систему уравнений (П.4), получим

$$\dot{\xi}(t) = A_m\xi(t) + bL_\alpha\zeta(t), \quad \theta(t) = e(t) - \bar{e}(t) = L\xi(t),$$

$$\dot{\zeta}(t) = \frac{1}{\mu}F_0\zeta(t) - F_0^{-1}b(-c_1^{\mathrm{T}}\xi(t) - c_2^{\mathrm{T}}\omega_1(t) + c_3^{\mathrm{T}}\omega_2(t) + \\ + L_\alpha\zeta(t) + k_r(((F(y(t)) - F(\bar{y}(t))) - \\ - (F(y(t-h)) - F(\bar{y}(t-h)))) - F_0^{-1}b\dot{\bar{\psi}}(t),$$

$$\dot{\omega}_1(t) = \Lambda\omega_1(t) + b\theta(t),$$

$$\dot{\omega}_2(t) = \Lambda\omega_2(t) + b(F(y(t)) - (F(\bar{y}(t))) - \\ - b(F(y(t-h)) - F(\bar{y}(t-h))). \qquad (\text{П}.6)$$

Возьмем функционал Ляпунова — Красовского

$$V = \xi^T(t)H\xi(t) + \zeta^T(t)H_1\zeta(t) + \omega_1^T(t)H_2\omega_1(t) + \\ + \omega_2^T(t)H_3\omega_2(t) + \int_{t-h}^{t}|\xi(s)|^2ds, \qquad (\text{П}.7)$$

где положительно-определенные матрицы H, H_1, H_2 и H_3 являются решением матричных уравнений

$$HA_m + A_m{}^TH = -\rho I, \quad H_1F_0 + F_0{}^TH_1 = -\rho_1 I,$$

$$H_2\Lambda + \Lambda^TH_2 = -\rho_2 I, \quad H_3\Lambda + \Lambda^TH_3 = -\rho_3 I. \qquad (\text{П}.8)$$

Здесь $\rho > 0$, $\rho_i > 0$, $i = 1, 2, 3$.

Вычислим производные от функций (П.7) на траекториях системы (П.6), принимая во внимание уравнения (П.8):

$$\dot{V} = -\rho|\xi(t)|^2 + 2\xi^T(t)HbL_\alpha\zeta(t) - \frac{\rho_1}{\mu}|\zeta(t)|^2 - \\ - 2\zeta^T(t)H_1F_0^{-1}b\dot{\bar{\psi}}(t) - 2\zeta^T(t)H_1F_0^{-1}b(-c_1^T\xi(t) - c_2^T\omega_1(t) + \\ + c_3^T\omega_2(t) + L_\alpha\zeta(t) + k_r(((F(y(t)) - F(\bar{y}(t))) - \\ - (F(y(t-h)) - F(\bar{y}(t-h)))) - \rho_2|\omega_1(t)|^2 + \\ + 2\omega_1^{\mathrm{T}}(t)H_2b\theta(t) - \rho_3|\omega_2(t)|^2 + 2\omega_2^T(t)H_3b(F(y(t)) - \\ - F(\bar{y}(t))) - (F(y(t-h)) - F(\bar{y}(t-h))) + \\ + |\xi(t)|^2 - |\xi(t-h)|^2. \qquad (\text{П}.9)$$

Воспользуемся оценками, принимая во внимание равенство $\|L\| = 1$:

$$2\xi^T(t)HbL_\alpha\zeta(t) \leqslant \mu|\xi(t)|^2 + \frac{\chi_1}{\mu}|\zeta(t)|^2,$$

$$\chi_1 = \|HbL_\alpha\|^2,$$

$$-2\zeta^T(t)H_1F_0^{-1}b\dot{\bar{\psi}}(t) \leqslant \frac{1}{\mu}|\zeta(t)|^2 + \mu\chi_2,$$

$$\chi_2 = \sup_t|H_1F_0^{-1}b\dot{\bar{\psi}}(t)|^2,$$

$$-2\zeta^T(t)H_1F_0^{-1}b(-c_1^T\xi(t) - c_2^T\omega_1(t) - c_3^T\omega_2(t) + \\ + k_r((F(y(t)) - F(\bar{y}(t))) - (F(y(t-h)) - F(\bar{y}(t-h)))) \leqslant \\ \leqslant \frac{1}{\mu}|\zeta(t)|^2 + \mu\chi_3|\xi(t)|^2 + \mu\chi_4|\omega_1(t)|^2 + \mu\chi_5|\omega_2(t)|^2 + \\ + \mu|H_1F_0^{-1}bk_r|^2(|F(y(t)) - F(\bar{y}(t))|^2 + (F(y(t-h)) - \\ - F(\bar{y}(t-h))|^2) \leqslant \frac{1}{\mu}|\zeta(t)|^2 + \mu\chi_3|\xi(t)|^2 + \mu\chi_4|\omega_1(t)|^2 + \\ + \mu\chi_5|\omega_2(t)|^2 + \mu\chi_6|\xi(t-h)|^2,$$

$$2\omega_2^T(t)H_3b(F(y(t)) - F(\bar{y}(t))) - (F(y(t-h)) - \\ - F(\bar{y}(t-h))) \leqslant \frac{1}{\mu}|\omega_2|^2 + \mu\chi_7|\xi(t)|^2 + \mu\chi_7|\xi(t-h)|^2,$$

$$\chi_7 = |H_3bk_L|^2,$$

$$2\omega_1^T(t)H_2b\theta(t) \leqslant \frac{1}{\mu}|\omega_1(t)|^2 + \mu\chi_8|\xi(t)|^2,$$

$$-2\zeta^T(t)H_1F_0^{-1}bL_\alpha\zeta(t) \leqslant \chi_9|\zeta(t)|^2,$$

где $\chi_3 = \|H_1F_0^{-1}bc_1^T\|^2$, $\chi_4 = \|H_1F_0^{-1}bc_2^T\|^2$, $\chi_5 = \|H_1F_0^{-1}bc_3^T\|^2$, $\chi_6 = k_L^2|H_1F_0^{-1}bk_r|^2$, k_L — константа Липшица, $\chi_8 = |H_2b|^2$, $\chi_9 = \|2H_1F_0^{-1}bL_\alpha\|$.

Отметим, $\sup_t |H_1 F_0^{-1} b \dot{\tilde{\psi}}(t)|^2$ существует, так как была обоснована ограниченность $\dot{\tilde{\psi}}(t)$. Подставив приведенные оценки в формулу (П.9), получим неравенство

$$\dot{V} \leqslant -(\rho - 1 - \mu(1 + \chi_3 + \chi_6 + \chi_7 + \chi_8))|\xi(t)|^2 - \\ - \frac{\rho_1 - 1 - \chi_1 - \mu\chi_9}{\mu}|\zeta(t)|^2 - \left(\rho_2 - \frac{1}{\mu}\right)|\omega_1(t)|^2 - \\ - \left(\rho_3 - \frac{1}{\mu}\right)|\omega_2(t)|^2 - (1 - \mu(1 + \mu(\chi_6 + \chi_7))|\xi(t-h)|^2 + \mu\chi_2.$$

Если выбрать числа ρ, ρ_1, ρ_2, ρ_3 и μ из условий $\rho - \mu(1 + \chi_3 + \chi_6 + \chi_7 + \chi_8) = \sigma$, $\rho_1 - 1 - \chi_1 - \rho_1 - 1 - \chi_1 - \mu\chi_9 = \sigma_1$, $\rho_2 - \frac{1}{\mu} = \sigma_2$, $\rho_3 - \frac{1}{\mu} = \sigma_2 1 - \mu(\chi_6 + \chi_7) > 0$, $\sigma > 0$, $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 > 0$, то получим

$$\dot{V}(\xi, \eta) \leqslant -\sigma|\xi(t)|^2 - \frac{\sigma_1}{\mu}|\zeta(t)|^2 - \sigma_2|\omega_1(t)|^2 - \\ - \sigma_2|\omega_2(t)|^2 + \mu\chi_2,$$

откуда следует, что область притяжений системы (П.6) задана неравенством

$$\sigma|\xi(t)|^2 + \frac{\sigma_1}{\mu}|\zeta(t)|^2 + \sigma_2|\omega_1(t)|^2 + \sigma_2|\omega_2(t)|^2 \leqslant \mu\chi_2.$$

Из этого неравенства следует цепочка неравенств:

$$|\theta(t)|^2 \leqslant |\xi(t)|^2 \leqslant \frac{\mu}{\sigma}\chi^2.$$

Принимая во внимание выражения (П.3) и (П.4), получим

$$|e(t)| = |\bar{e}(t) + \theta(t)| \leqslant |\bar{e}(t)| + |\theta(t)| \leqslant \delta_1 + \sqrt{\frac{\mu}{\sigma}\chi_2}. \quad (П.10)$$

Если числа δ_1 и μ выбрать из условия

$$\delta_1 + \sqrt{\frac{\mu}{\sigma}\chi_2} < \delta,$$

то из неравенства (П.10) получим целевое условие (2).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kolmanovskii V.B., Myshkis A.D.* Introduction to the theory and applications of functional differential equations. — Dordrecht: Kluwer Acad., 1999.
2. *Колмановский В.Б., Носов В.Р.* Устойчивость и периодические режимы регулирования систем с последействием. — М.: Наука, 1981.
3. *Goodall D.P., Postoyan R.* Output feedback stabilization for nonlinear time-delay systems subject to input constraints // Int. Journal of Control. — 2010. — Vol. 83. — N 4. — P. 676—693.
4. *Ivanescu D., Niculescu S.I., Dugard L., Dion J.M. Verriest E.I.* On delay dependent stability of neutral systems // Automatica. — 2003. — Vol. 39. — N 2. — P. 255—261.
5. *Han Q.L.* Robust stability of uncertain delay-differential systems of neutral type // Automatica. — 2002. — Vol. 38. — N 4. — P. 719—723.
6. *Nguang S.K.* Robust stabilization of a class of time-delay nonlinear systems. // IEEE Trans. Automat. Contr. — 2000. — Vol. 45. — N 4. — P. 756—762.
7. *Xie L., Fridman E., Shaked U.* Robust H_∞ control of distributed delay systems with application to combustion control // IEEE Trans. Automat. Contr. — 2001. — Vol. 46. — N 12. — P. 1930—1935.
8. *Berezansky L., Braverman E.* On nonoscillation and stability for systems of differential equation with a distributed delay // Automatica. — 2012. — Vol. 48. — N 4. — P. 612—618.
9. *Zhong Q.-C.* On the standard H_∞ control of processes with a single delay // IEEE Trans. Automat. Contr. — 2003. — Vol. 48. — N 6. — P. 1097—1103.
10. *Цыкунов А.М.* Робастное управление объектом с распределенным запаздыванием // Проблемы управления. — 2013. — № 3. — С. 2—8.
11. *Цыкунов А.М.* Робастная синхронизация сети объектов с распределенным запаздыванием // Автоматика и телемеханика. — 2015. — № 11. — С. 65—75.
12. *Richard J.-P.* Time-delay systems: An overview of some recent advances and open problems // Automatica. — 2003. — Vol. 39. — N 10. — P. 1667—1694.
13. *Khalil H.K.* Nonlinear systems. — 3rd ed. — N.-Y.: Prentice-Hall, 2002.

Статья представлена к публикации членом редколлегии М.В. Хлебниковым.

Цыкунов Александр Михайлович — д-р техн. наук, зав. кафедрой, Астраханский государственный технический университет, ✉ tsykunov_al@mail.ru.

MLSD '2016

Девятая международная конференция
«Управление развитием крупномасштабных систем»
3—5 октября 2016 г.

Направления работы конференции:

- проблемы управления развитием крупномасштабных систем, включая ТНК, госхолдинги и госкорпорации;
- методы и инструментальные средства управления инвестиционными проектами и программами;
- проектные офисы — институты развития крупномасштабных систем;
- имитация и оптимизация в задачах управления развитием крупномасштабных систем;
- управление топливно-энергетическими, инфраструктурными и другими системами;
- управление транспортными системами;
- управление развитием авиационно-космических и других крупномасштабных организационно-технических комплексов и систем;
- управление региональными, городскими, муниципальными системами;
- управление объектами атомной энергетики и другими объектами повышенной опасности;
- информационное и программное обеспечение систем управления крупномасштабными производствами;
- методы, инструментальные средства и приложения мониторинга в задачах управления крупномасштабными системами;
- управление развитием крупномасштабных систем здравоохранения, медико-биологических систем и технологий;
- методология, методы и программно-алгоритмическое обеспечение обработки и интеллектуального анализа больших массивов информации.

Более подробная информация на сайте http://mlsd2016.ipu.ru

УДК 681.51

КОМБИНИРОВАННАЯ АДАПТИВНАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ СТРУКТУРНО И ПАРАМЕТРИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛЕННЫМ НЕЛИНЕЙНЫМ ОБЪЕКТОМ

Е.Л. Еремин, Е.А. Шеленок

Рассмотрена задача построения системы комбинированного адаптивного управления структурно и параметрически неопределенным нелинейным динамическим объектом периодического действия с недоступными измерению переменными состояния. Для решения задачи применен критерий гиперустойчивости В.М. Попова и учтены условия L-диссипативности систем управления.

Ключевые слова: периодический режим, адаптивное управление, комбинированный регулятор, нелинейный динамический объект, априорная неопределенность, критерий гиперустойчивости, L-диссипативность.

ВВЕДЕНИЕ

Разработка систем управления периодическими режимами различных динамических объектов по-прежнему представляет собой одну из актуальных задач современной теории управления [1—6]. Главная особенность подобных систем заключается в наличии в контуре управления специализированного блока — генератора периодических сигналов [1], позволяющего адаптироваться к внешним и внутренним циклическим изменяющимся сигналам. Периодические системы управления нашли применение в строительстве, робототехнике, серийном производстве различных деталей. Задачи проектирования таких систем, как правило, сводятся к поиску различных способов построения систем для объектов, работающих в условиях неопределенности, зависящей от конструктивных особенностей управляемых объектов и внешних условий их функционирования. Наличие неопределенности может означать как изменение внутренних параметров объекта (параметрическая неопределенность), так изменение его структуры (структурная неопределенность) [6—8]. В последнем случае математическое описание объекта не постоянное и может «переключаться» с одной системы дифференциальных уравнений на другую. При этом определить порядок математической модели объекта оказывается весьма затруднительно или вовсе невозможно [8]. Помимо априорной параметрической и структурной неопределенности проектирование систем управления осложняется наличием постоянно действующих внешних возмущений и невозможностью непосредственного измерения параметров внутренних состояний объекта, которые используются при построении управляющих контуров. Известно, что построение систем управления (в том числе периодических) при таких условиях целесообразно осуществлять с помощью методов адаптивного и робастного управления [2—4, 9—11].

В работах [2, 3] с помощью критерия гиперустойчивости были синтезированы комбинированные, адаптивные и робастные алгоритмы систем управления, позволяющие обеспечить поддержание требуемого циклического режима работы нелинейных и нестационарных динамических объектов. В работе [4] рассмотрена возможность использования полученных результатов для решения задачи активного виброгашения вынужденных колебаний виброопоры. Рассмотрено применение адаптивного контура для управления динамическим объектом с множеством состояний работы [9], решена аналогичная задача и предложен комбинированный адаптивно-периодический регулятор для управления циклическими режимами нелинейного динамического объекта [10]. Синтез комбинированной адаптивной системы управления с дополнительным контуром наблюдения рассмотрен в работе [11]. С помощью адаптивного подхода построена система управления одним классом структурно-параметрически неопределенных линейных объектов, подверженных воздействию

внешних помех [12]. Отметим, что проектирование алгоритмов систем управления в работах [4, 9, 10, 12] проводилось с помощью последовательного динамического корректора, позволяющего благодаря выполнению условий L-диссипативности [13], обеспечить устойчивый режим работы систем при управлении объектами с относительным порядком больше единицы.

В настоящей статье с учетом результатов работ [4, 9—15] рассматривается один из возможных вариантов построения комбинированной системы адаптивного управления нелинейным динамическим объектом периодического действия, функционирующим в условиях структурной и параметрической неопределенности при действии внешних неконтролируемых ограниченных возмущений. Относительный порядок и максимальная степень объекта полагаются известными.

1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ИСХОДНОЙ СИСТЕМЫ

Рассматривается динамический объект управления (ОУ), относящийся к классу априорно неопределенных нелинейных объектов, с динамическими свойствами, описываемыми в пространстве состояний моделью

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(x, t)x(t) + b_0[(1 + \beta(x, t))u(t) + f(t)],$$
$$y(t) = L^T x(t), \quad x(0) = x_0, \qquad (1)$$

где $x(t) \in R^n$ — вектор переменных состояния; $A(x, t) = A + b_0\rho(x, t)$ — матрица в форме Фробениуса; A — некоторая стационарная матрица; $b_0 = [0, ..., 0, 1]^T$ — вектор размерности n; $\rho(x, t)$ — периодически изменяющаяся нелинейная вектор-функция, представимая в виде

$$\rho^T(x, t) = [\rho_1(x, t), \rho_2(x, t), ..., \rho_n(x, t)],$$
$$|\rho_i(x, t)| \leqslant \rho_0, \quad \rho_0 = \text{const} > 0, \quad i = \overline{1, n}; \qquad (2)$$

$\beta(x, t)$ — некоторая нелинейная функция; $u(t) \in R$ — скалярный сигнал управления (вход объекта); $f(t)$ — внешнее постоянно действующее возмущение, удовлетворяющее соотношению

$$|f(t)| = |f(t + T)| \leqslant f_0, \quad f_0 = \text{const} > 0; \qquad (3)$$

L — стационарный вектор, формирующий $y(t) \in R$ — скалярный выход ОУ; $x(0)$ — вектор начальных условий.

Выделяя в ОУ (1)—(3) линейную стационарную и нелинейную нестационарную части, уравнения его динамики можно записать в эквивалентном виде

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + b_0\bar{\mu}(t), \quad y(t) = L^T x(t),$$
$$\bar{\mu}(t) = \rho^T(x, t)x(t) + (1 + \beta(x, t))u(t) + f(t),$$

которому соответствует математическая модель в операторной форме записи:

$$a(p)y(t) = b(p)\bar{\mu}(t), \quad p^i y(0) = y_{i0}, \qquad (4)$$

где $p = d/dt$ — оператор дифференцирования; $a(p)$ и $b(p)$ — нормированные полиномы

$$a(p) = p^n + a_{n-1}p^{n-1} + ... + a_1 p + a_0,$$
$$b(p) = p^m + b_{m-1}p^{m-1} + ... + b_1 p + b_0;$$

$\bar{\mu}(t) \in R$ — входной сигнал; y_{i0} — начальные условия.

Работа объекта (4) протекает при допущениях:

— корни полинома $a(p)$ расположены произвольно;

— полином $b(p)$ — гурвицев;

— непосредственному измерению доступен только выходной сигнал $y(t)$;

— значения параметра f_0, а также коэффициентов $a_{n-1}, a_{n-2}, ..., a_1, a_0$ и $b_{m-1}, ..., b_1, b_0$ априорно не известны и зависят от заданного набора значений $\xi \in \Xi$, Ξ — известное ограниченное числовое множество (параметрическая неопределенность);

— степени полиномов $n = \deg a(p)$ и $m = \deg b(p)$ — не известны (структурная неопределенность);

— относительный порядок объекта управления $k = n - m > 1$ и максимальная степень полинома $n_{\max} = \max(n)$ известны.

Структурная неопределенность объекта (4) имеет место при условии $n < n_{\max}$ [12]. В этом случае с помощью дополнительного полинома $(p + \lambda_0)^{n_{\max} - n}$, $\lambda_0 = \text{const} > 0$, можно получить нормированные полиномы

$$c(p) = a(p)(p + \lambda_0)^{n_{\max} - n} =$$
$$= p^{n_{\max}} + c_{n_{\max}-1}p^{n_{\max}-1} + ... + c_1 p + c_0,$$

$$d(p) = b(p)(p + \lambda_0)^{n_{\max} - n} =$$
$$= p^{n_{\max}-k} + d_{n_{\max}-k-1}p^{n_{\max}-k-1} + ... + d_1 p + d_0$$

с известными степенями $n_{\max}$ и $(n_{\max} - k)$ соответственно. С учетом выполненного преобразования

динамика объекта управления запишется в виде, эквивалентном виду (4):

$$c(p)y(t) = d(p)\bar{\mu}(t), \qquad (5)$$

в котором структурная неопределенность будет отсутствовать.

При этом математическая модель (5) запишется в пространстве состояний в виде, аналогичном виду (1), но с размерностью вектора состояния, равной $n_{\max}$.

Для задания желаемого качества переходных процессов ОУ (5) воспользуемся, аналогично работам [2—4], неявным периодическим эталоном (НПЭ), модель «вход — выход» которого имеет вид

$$a_M(p)y_M(t) = b_M(p)\vartheta_M(t), \qquad (6)$$

где $a_M(p)$, $b_M(p)$ — гурвицевы полиномы; $y_M(t)$ — скалярный выход эталонной модели, совпадающий с периодическим задающим воздействием $r(t) = r(t + T)$; $\vartheta_M(t) = \vartheta_M(t + T)$ — некоторый неявный T-периодический сигнал (требуемое управление).

В пространстве состояний модели (6) соответствует запись

$$\frac{dx_M(t)}{dt} = A_M x_M(t) + b_0\vartheta_M(t),$$

$$y_M(t) = \tilde{L}^T x_M(t) = r(t),$$

$$A_M = A - b_0\chi_0^T, \qquad (7)$$

где $x_M(t) \in R^{n_{\max}}$ — требуемое поведение; A_M — гурвицева матрица соответствующего размера; $b_0 = [0, ..., 0, 1]^T$, $\tilde{L}$ — стационарные векторы размерности $n_{\max}$; χ_0^T — некоторый стационарный вектор, позволяющий сместить собственные числа матрицы A к отрицательным значениям.

Структуру регулятора определим в виде адаптивно-периодической комбинации

$$u(t) = h\theta(t) - \chi^T(t)x(t), \quad \theta(t) = \theta(t - \bar{T}) + z(t),$$

$$\theta(s) = 0, \quad s \in [-\bar{T}; 0], \quad \chi(t) = \chi_{\text{инт}}(t) + \chi_{\text{пер}}(t), \quad (8)$$

где $h = \text{const} > 0$; $\theta(t)$ — выход генератора периодических сигналов; $\bar{T} = \text{const} > 0$; $z(t)$ — сигнал рассогласования выходов НПЭ (7) и ОУ (1); $\chi(t)$ — настраиваемый параметр контура адаптации, состоящий из интегральной $\chi_{\text{инт}}(t)$ и периодической $\chi_{\text{пер}}(t)$ компонент.

Очевидно, что техническая реализация контура управления (8) невозможна в силу наличия в его структуре недоступных непосредственному измерению переменных состояния $x(t)$. Для получения оценок требуемых переменных объекта (5) подключим к его выходу фильтр-корректор (ФК) [12, 13, *ч. IV*] вида

$$(p + q_0)^{n_{\max}-1} y_{\text{ФК}}(t) = q_0^{n_{\max}-1}\delta_0^{-1}\delta(p)y(t), \qquad (9)$$

где q_0, δ_0 — некоторые положительные константы, причем значение q_0 достаточно велико; $y_{\text{ФК}}(t)$ — выход фильтр-корректора; $\delta(p)$ — гурвицев полином степени $(k - 1)$

$$\delta(p) = p^{k-1} + \delta_{k-2}p^{k-2} + ... + \delta_1 p + \delta_0.$$

Векторно-матричный аналог модели (9) после соответствующих преобразований примет вид

$$\frac{dx_{\text{ФК}}(t)}{dt} = A_{\text{ФК}}x_{\text{ФК}}(t) + b_{\text{ФК}}y(t),$$

$$y_{\text{ФК}}(t) = L_{\text{ФК}}^T x_{\text{ФК}}(t), \quad x_{\text{ФК}} = 0,$$

где $x_{\text{ФК}}(t) \in R^{n_{\max}-1}$ — вектор состояния; $b_{\text{ФК}}$, $L_{\text{ФК}}$ — стационарные векторы размерностью $(n_{\max} - 1)$; $A_{\text{ФК}}$ — матрица в форме Фробениуса, значения собственных чисел которой определяются значением параметра q_0 ($\lambda_i = -q_0$, $i = 1, 2, ..., n_{\max} - 1$), при этом значения переменных состояния фильтра будут соответствовать оценкам внутренних состояний объекта управления ($x_{\text{ФК}}(t) \cong x(t)$).

2. ВИДОИЗМЕНЕННАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Последовательное соединение ОУ (5) и ФК (9) можно представить моделью

$$c(p)(p + q_0)^{n_{\max}-1} y_{\text{ФК}}(t) =$$

$$= q_0^{n_{\max}-1}\delta_0^{-1}\delta(p)d(p)\bar{\mu}(p). \qquad (10)$$

Перейдем от реального соединения объекта и корректора (10) к рассмотрению их некоторого виртуального соединения, состоящего из видоизмененного объекта управления (ВОУ)

$$c(p)\tilde{y}(t) = q_0^{n_{\max}-1}\delta_0^{-1}\delta(p)d(p)\bar{\mu}(t) \qquad (11)$$

и видоизмененного фильтр-корректора (ВФК)

$$(T_0 p + 1)^{n_{\max}-1} y_{\text{ФК}}(t) = \tilde{y}(t), \qquad (12)$$

где $\tilde{y}(t)$ — видоизмененный выходной сигнал ОУ, $T_0 = q_0^{-1}$.

В соответствии с работами [12, 13] будем строить систему следующим образом:

— считая ВФК (12) блоком структурного возмущения и, исключив его из рассмотрения, перейдем к так называемой упрощенной системе, для которой синтезируем алгоритмы контура управления с помощью критерия гиперустойчивости;

— далее, при наличии структурного возмущения (12) обеспечим свойство L-диссипативности синтезированной на первом этапе системы.

Отметим одно важное обстоятельство. Выходной сигнал ФК (9) и ВФК (12) будет соответствовать выходному сигналу основного контура системы ($y_{\text{ФК}}(t) = y_{\text{ОК}}(t)$), при этом его динамика будет задаваться НПЭ (6) ($y_M(t) = y_{M_{\text{ОК}}}(t)$). В силу того, что математические модели ОУ (5) и ВОУ (11) отличаются наличием полинома $\delta(p)$, желаемое движение ОУ в данной ситуации будет формироваться благодаря НПЭ и дополнительной неявной эталонной модели (НЭМ). Другими словами, задав требуемое распределение корней полинома $\delta(p)$ для ФК (9), сформируем математическое описание НЭМ. Тогда требуемая динамика исходного ОУ ($y_{M_{\text{ОУ}}}(t)$) будет задаваться моделью

$$a_M(p)\delta(p)y_{M_{\text{ОУ}}}(t) = b_M(p)\vartheta_M(t). \qquad (13)$$

Положим $(T_0 + 1)^{n_{\max}-1} \cong 1$, $x(t) \cong x_{\text{ФК}}(t)$, $y_{\text{ФК}}(t) \cong \tilde{y}(t)$ и перейдем к математическому описанию упрощенной системы управления в пространстве состояний

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(x, t)x(t) + b_0[(1 + \beta(x, t))u(t) + f(t)],$$

$$\tilde{y}(t) = G^T x(t), \quad x(0) = x_0, \qquad (14)$$

$$u(t) = h\theta(t) - \chi^T(t)x_{\text{ФК}}(t), \quad \theta(t) = \theta(t - \bar{T}) + z(t),$$

$$\theta(s) = 0, \ s \in [-\bar{T}, 0], \ \chi(t) = \chi_{\text{инт}}(t) + \chi_{\text{пер}}(t), \qquad (15)$$

где G — вектор соответствующего размера, компоненты которого совпадают с коэффициентами полинома $g(p) = q_0^{n_{\max}-1}\delta_0^{-1}\delta(p)d(p)$ размерности $(n_{\max} - 1)$.

Постановка задачи. Для упрощенной системы управления (14), (15) при любых начальных условиях $x(0)$, любых ограниченных внешних возмущениях $f(t)$, любых изменениях функций $\rho(x, t)$, $\beta(x, t)$, а также при любом уровне априорной неопределенности $\xi \in \Xi$ *требуется синтезировать* явный вид алгоритмов самонастройки параметров $\chi_{\text{инт}}(t)$ и $\chi_{\text{пер}}(t)$ обеспечивающих выполнение цели управления

$$\lim_{t\to\infty}|y_{M_{\text{ОК}}}(t) - y_{\text{ФК}}(t)| = \lim_{t\to\infty}|y_{M_{\text{ОК}}}(t) - \tilde{y}(t)| \leqslant \Delta_y = \text{const} > 0 \qquad (16)$$

и целей адаптации

$$\lim_{t\to\infty}|\chi_{i,\,\text{инт}}(t)| \leqslant \chi_{i,\,0} = \text{const} > 0,$$

$$\lim_{t\to\infty}\chi_{i,\,\text{пер}}(t) = \chi_{i,\,\text{пер}}(t + T), \qquad (17)$$

где Δ_y, $\chi_{i,\,0}$ — некоторые достаточно малые числа.

3. АЛГОРИТМЫ КОНТУРА УПРАВЛЕНИЯ УПРОЩЕННОЙ СИСТЕМЫ

В соответствии с методикой критерия гиперустойчивости, пользуясь понятием отклонения $\varepsilon(t) = x_M(t) - x_{\text{ФК}}(t)$, получим эквивалентное математическое описание системы управления ВОУ (14):

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = A_M\varepsilon(t) + b_M\mu(t),$$

$$z(t) = G^T\varepsilon(t) = y_{M_{\text{ОК}}}(t) - \tilde{y}(t),$$

$$\mu(t) = (1 + \beta(x, t))\Big\{-h[\theta(t) - \tilde{\theta}(x, t)] + \sum_{i=1}^{n_{\max}}[\chi_{i,\,\text{инт}}(t) - \chi_{0i}]x_{i,\,\text{ФК}}(t) + \sum_{i=1}^{n_{\max}}[\chi_{i,\,\text{пер}}(t) - \tilde{\rho}_i(x, t)]x_{i,\,\text{ФК}}(t)\Big\}, \qquad (18)$$

где $\tilde{\theta}(x, t) = \dfrac{\vartheta_M(t) + f(t)}{h(1 + \beta(x, t))}$, $\tilde{\rho}_i(x, t) = \dfrac{\rho_i(x, t) - \chi_{i0}\beta(x, t)}{1 + \beta(x, t)}$ — периодические сигналы.

Исходя из результатов работ [10, 14], можно показать, что выполнить условие вещественности и строгой положительности для линейной части системы (18)

$$\text{Re}(W_{BOY}(j\omega)) = \left(\frac{G^T(j\omega E - A_M)^+ b_M}{\det(j\omega E - A_M)}\right) > 0, \quad \forall\omega \geqslant 0, \qquad (19)$$

где $(\cdot)^+$ — присоединенная матрица, а также обеспечить для нелинейной нестационарной части

(18) справедливость интегрального неравенства В.М. Попова

$$\eta(0, t) = -\int_0^t \mu(\varsigma) z(\varsigma) d\varsigma = h\int_0^t (1 + \beta(x, \varsigma)) \times$$
$$\times [\theta(\zeta) - \tilde{\theta}(x, \varsigma)][y_{M_{\text{ОК}}}(\varsigma) - \tilde{y}(\varsigma)] d\varsigma -$$
$$- \sum_{i=1}^{n_{\max}} \int_0^t (1 + \beta(x, \varsigma))[\chi_{i,\ \text{инт}}(\varsigma) - \chi_{0i}] x_{i,\ \text{ФК}}(\varsigma) \times$$
$$\times [y_{M_{\text{ОК}}}(\varsigma) - \tilde{y}(\varsigma)] d\varsigma - \sum_{i=1}^{n_{\max}} \int_0^t (1 + \beta(x, \varsigma)) \times$$
$$\times [\chi_{i,\ \text{пер}}(\varsigma) - \tilde{\rho}_i(t, \varsigma)] x_{i,\ \text{ФК}}(\varsigma) \times$$
$$\times [y_{M_{\text{ОК}}}(\varsigma) - \tilde{y}(\varsigma)] d\varsigma \geqslant \gamma_0^2, \quad \forall t > 0, \qquad (20)$$

$\gamma_0 = \text{const} > 0$, можно путем синтеза алгоритмов самонастройки комбинированного регулятора (15) в виде

$$\frac{d\chi_{i,\ \text{инт}}(t)}{dt} = \begin{cases} -\alpha_{1i} x_{i,\ \text{ФК}}(t)[y_{M_{\text{ОК}}}(t) - \tilde{y}(t)], \\ \forall \left| y_{M_{\text{ОК}}}(t) - \tilde{y}(t) \right| > \Delta, \\ 0, \ \forall \left| \tilde{y}_{M_{\text{ОК}}}(t) - y(t) \right| < \Delta, \end{cases} \qquad (21)$$

$$\chi_{i,\ \text{пер}}(t) = \chi_{i,\ \text{пер}}(t + \bar{T}) - \alpha_{2i} x_{i,\ \text{ФК}}(t) \times$$
$$\times [y_{M_{\text{ОК}}}(t) - \tilde{y}(t)], \qquad (22)$$

где α_{1i}, α_{2i} — произвольные положительные константы; $\Delta = \text{const} > 0$ — размер зоны нечувствительности.

Тогда из выполнения требований (19) и (20) будет следовать, что упрощенная система управления (14), (15) с алгоритмами (21), (22) окажется гиперустойчивой в заданном классе неопределенности $\xi \in \Xi$, и для нее с течением времени будут выполнены целевые условия (16), (17).

4. *L*-ДИССИПАТИВНОСТЬ ИСХОДНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Покажем, что применение комбинированного контура управления (15), (21), (22) при выполнении дополнительных условий обеспечивает устойчивую работу исходной структурно возмущенной системы.

Установившейся режим системы (6), (14), (15), (21), (22) описывается уравнением

$$(c(p) + \chi_0(p)) z(t) = g(p)\mu(t),$$

в котором $c(p) + \chi_0(p) = c_M(p)$ — гурвицев полином; $\chi_0(p)$ — полином, коэффициенты которого совпадают с установившимися значениями компонент вектора $\chi_{\text{инт}}(t)$. Возвращая в рассмотрение блок структурного возмущения (12), уравнение установившегося режима рассматриваемой системы преобразуем к виду

$$[(T_0 p + 1)^{n_{\max} - 1} c(p) + \chi_0(p)] z(t) = g(p)\mu(t). \qquad (23)$$

Очевидно, что в данной ситуации система управления теряет свойство гиперустойчивости, поскольку уравнению (23) соответствует передаточная функция

$$W(s) = \frac{g(s)}{(T_0 s + 1)^{n_{\max} - 1} c(s) + \chi_0(s)}$$

с относительным порядком, большим единицы. Если в этой ситуации, следуя результатам работы [12], выбрать значение параметра T_0 ФК (9) в соответствии с условиями

$$T_0 < T_1 = \frac{0{,}93}{(n_{\max} - 2) c_{M(n_{\max} - 1)}},$$

$$T_0 < T_2 = \frac{0{,}465 c_{M(n_{\max} - 1)}}{(n_{\max} - 1) c_{M(n_{\max} - 2)}},$$

где $c_{M(n_{\max} - 1)}$ и $c_{M(n_{\max} - 2)}$ — коэффициенты полинома $c_M(p)$, то можно гарантировать L-диссипативность рассматриваемой структурно возмущенной системы (11), (12), (15), (21), (22).

При этом исходная система управления (1)—(3), (7), (8), (21), (22) также окажется адаптивной и L-диссипативной в заданном классе $\xi \in \Xi$, для которой будут выполнены цели адаптации (17) и управления

$$\lim_{t \to \infty} |y_{M_{\text{ОК}}}(t) - y_{\text{ФК}}(t)| \leqslant \Delta_{y_{\text{ОК}}} = \text{const} > 0,$$

$$\lim_{t \to \infty} |y_{M_{\text{ОУ}}}(t) - y(t)| \leqslant \Delta_{y_{\overline{\text{ОУ}}}} = \text{const} > 0.$$

5. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

В целях оценки качества работы и подбора параметров контура управления и последовательного ФК разработанной системы управления (1)—(3), (7), (8), (21), (22) рассмотрим задачу управления нелинейным динамическим объектом с относи-

тельным порядком $k = 2$ и структурой матриц и векторов в виде

$$A(x, t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_1(x, t) & a_2(x, t) & a_3(x, t) & a_4(x, t) \end{pmatrix};$$

$$b_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad L = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$a_1(x, t) = a_1 + \zeta_1\gamma_1(t)\varphi_1[x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)];$$

$$a_2(x, t) = a_2 + \zeta_2\gamma_2(t)\varphi_2[x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)];$$

$$a_3(x, t) = a_3 + \zeta_3\gamma_3(t)\varphi_3[x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)];$$

$$a_4(x, t) = a_4 + \zeta_4\gamma_4(t)\varphi_4[x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)];$$

$$\gamma_i(t) = c_i\sin(p\pi t), \quad c_i = \text{const} > 0, \quad p = \text{const} > 0,$$

$$i = 1, \ldots, 4;$$

$$\varphi_i(x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)) = x_1^{j_{1i}}(t)x_2^{j_{2i}}(t)x_3^{j_{3i}}(t)x_4^{j_{4i}}(t);$$

$$j_{bi} = \text{const} > 0; \quad b = 1, 2, 3, 4.$$

Условия априорной параметрической неопределенности объекта управления зададим с помощью соотношений

$$-10{,}5 \leqslant a_1 \leqslant 7{,}2; \quad -3{,}2 \leqslant a_2 \leqslant 12;$$

$$0{,}5 \leqslant a_3 \leqslant 15; \quad -5{,}1 \leqslant a_4 \leqslant 2;$$

$$1 \leqslant l_1 \leqslant 25; \quad 3 \leqslant l_2 \leqslant 10;$$

$$0{,}1 \leqslant l_3 \leqslant 4; \quad 100 \leqslant h_i \leqslant 720;$$

$$10 \leqslant c_1 \leqslant 20; \quad 5 \leqslant c_2 \leqslant 15;$$

$$17 \leqslant c_3 \leqslant 32; \quad 8 \leqslant c_4 \leqslant 25; \quad 0{,}1 \leqslant p_1 \leqslant 5{,}2.$$

С учетом относительного порядка объекта управления передаточная функция ФК (9) примет вид

$$W_{\text{ФК}}(s) = \frac{l_{2,\,\text{ФК}}s + l_{1,\,\text{ФК}}}{(T_0 s + 1)^3}. \qquad (24)$$

Требуемую динамику объекта управления зададим в неявном виде посредством НПЭ (7), на вход которого будем подавать периодическое задающее воздействие

$$r(t) = 0{,}2(e^{0{,}4(1\,-\,\cos(4\pi t))} - 1) - 0{,}2(1 - \cos(\pi t);$$

и НЭМ с ФК (24). Эталонное уравнение движения объекта при этом примет вид

$$y_{M_{\text{ОУ}}}(s) = \frac{1}{(l_{2,\,\text{ФК}}s + l_{1,\,\text{ФК}})}r(s). \qquad (25)$$

Вычислительные эксперименты проводились для двух наборов параметров рассматриваемого объекта. При наборе

$$a_1 = -4{,}84; \quad a_2 = -0{,}25; \quad a_3 = 8{,}97; \quad a_4 = -1{,}81;$$

$$l_1 = 2; \quad l_2 = 4; \quad l_3 = 0{,}7;$$

$$\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3 = \zeta_4 = 500; \quad p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = 0{,}5;$$

$$c_1 = 30; \quad c_2 = 15; \quad c_3 = 25; \quad c_4 = 10; \qquad (26)$$

$$j_{11} = 2; \quad j_{21} = 1; \quad j_{31} = 3; \quad j_{41} = 1; \quad j_{12} = 2;$$

$$j_{22} = 1; \quad j_{32} = 4; \quad j_{42} = 5;$$

$$j_{13} = 1; \quad j_{23} = 3; \quad j_{33} = 1; \quad j_{43} = 4; \quad j_{14} = 2;$$

$$j_{24} = 7; \quad j_{34} = 5; \quad j_{44} = 1$$

имеет место $n = 4$, $m = 2$; второй набор

$$a_1 = 3{,}03; \quad a_2 = 9{,}16; \quad a_3 = 5{,}14; \quad a_4 = -3{,}24;$$

$$l_1 = 2; \quad l_2 = 4; \quad l_3 = 0{,}7;$$

$$\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3 = \zeta_4 = 500; \quad p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = 0{,}5;$$

$$c_1 = 30; \quad c_2 = 15; \quad c_3 = 25; \quad c_4 = 10; \qquad (27)$$

$$j_{11} = 2; \quad j_{21} = 1; \quad j_{31} = 3; \quad j_{41} = 1; \quad j_{12} = 2;$$

$$j_{22} = 1; \quad j_{32} = 4; \quad j_{42} = 5;$$

$$j_{13} = 1; \quad j_{23} = 3; \quad j_{33} = 1; \quad j_{43} = 4; \quad j_{14} = 2;$$

$$j_{24} = 7; \quad j_{34} = 5; \quad j_{44} = 1$$

соответствует случаю $n = 3$, $m = 1$.

В ходе имитационного моделирования для увеличения быстродействия системы управления были подобраны следующие значения параметров комбинированного регулятора (8), (21), (22) и ФК (24):

$$h = 150; \quad \overline{T} = 2; \quad \phi = 0{,}001;$$

$$\alpha_{11} = 400; \quad \alpha_{12} = 300; \quad \alpha_{13} = 200; \quad \alpha_{14} = 0{,}1;$$

$$\alpha_{21} = 20; \quad \alpha_{22} = 40; \quad \alpha_{23} = 30; \quad \alpha_{24} = 0{,}3;$$

$$l_{1,\,\text{ФК}} = 1; \quad l_{2,\,\text{ФК}} = 2; \quad T_0 = 0{,}001.$$

Результаты вычислительных экспериментов при внешнем возмущении $f(t) = 0{,}1\sin(6t)$ представлены на рис. 1—6.

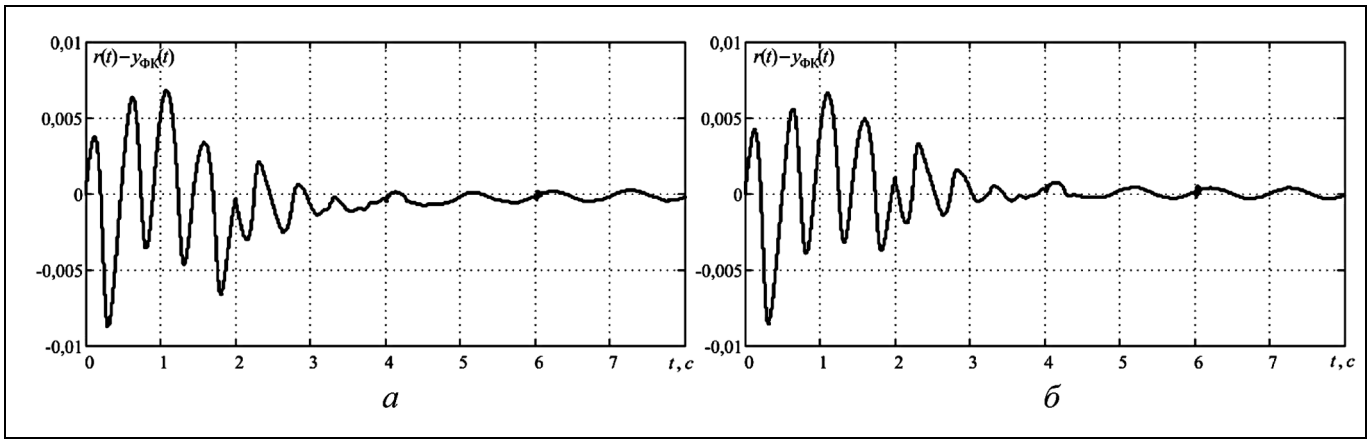


Рис. 1. Сигнал рассогласования по основному контуру системы управления: *а* — значения параметров (26); *б* — значения параметров (27)

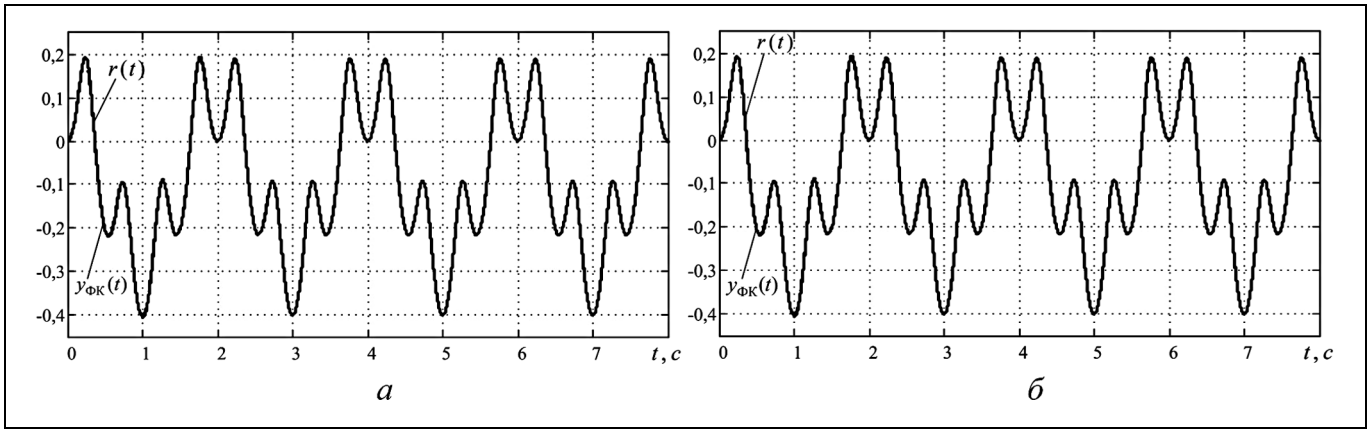


Рис. 2. Задающее воздействие и выход основного контура системы: *а* — значения параметров (26); *б* — значения параметров (27)

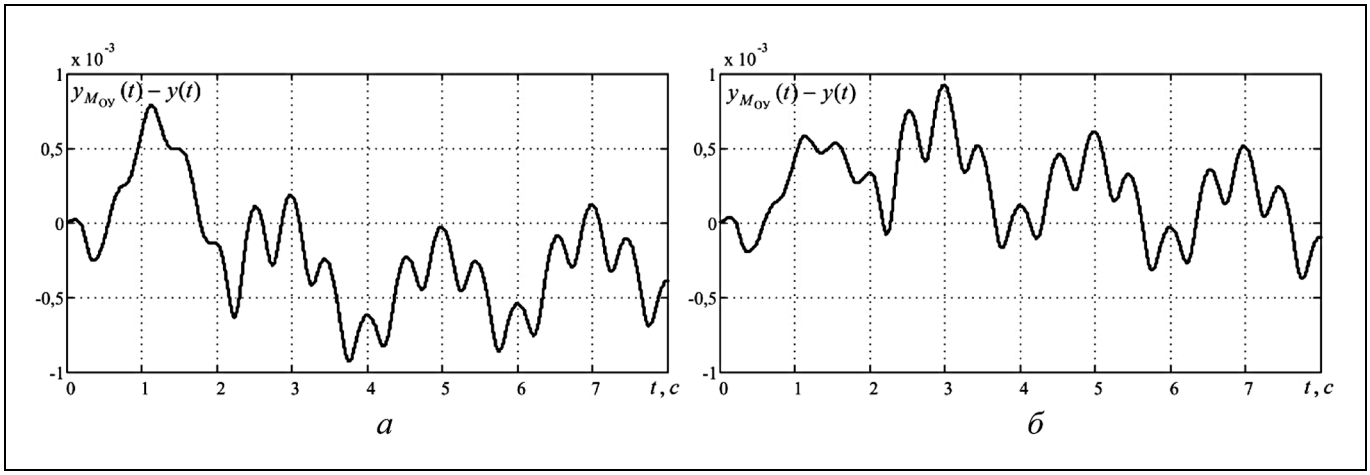


Рис. 3. Сигнал рассогласования выходов эталона (27) и объекта управления: *а* — значения параметров (26); *б* — значения параметров (27)

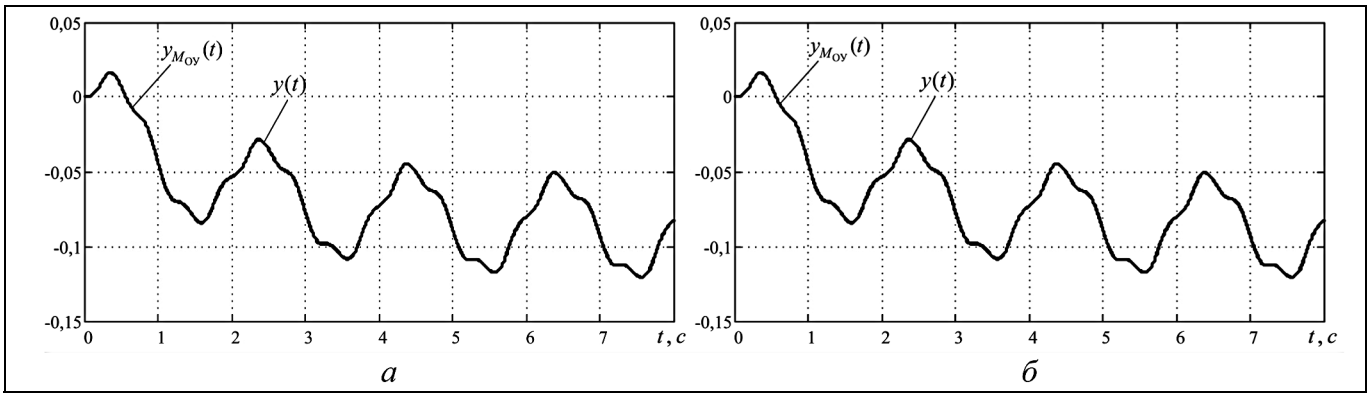


Рис. 4. Выходные сигналы эталона (27) и объекта управления: *а* — значения параметров (26); *б* — значения параметров (27)

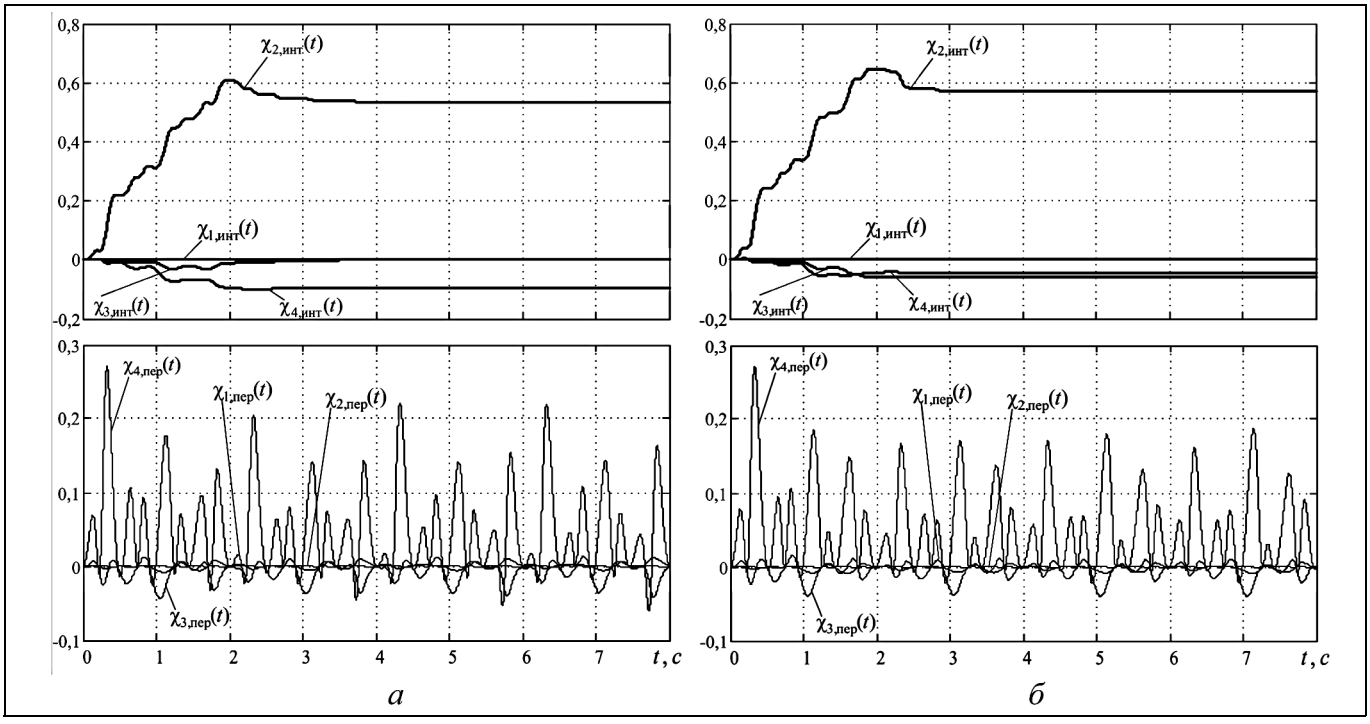


Рис. 5. Динамика настройки интегрального и периодического коэффициента комбинированного регулятора (8): *а* — значения параметров (26); *б* — значения параметров (27)

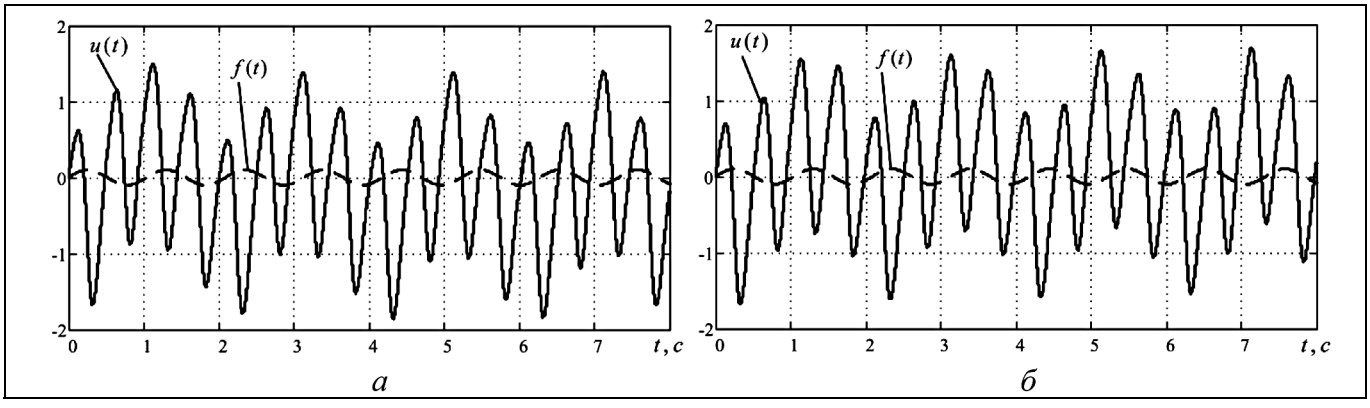


Рис. 6. Управляющее воздействие *u*(*t*) и внешнее возмущение *f*(*t*): *а* — значения параметров (26); *б* — значения параметров (27)

Представленные временные характеристики свидетельствуют о том, что при различных параметрах объекта предложенная система управления обладает достаточно высоким качеством. В частности, ошибка рассогласования по основному контуру системы по завершению переходных процессов не превышает 0,4 % (см. рис. 1, 2), а рассогласование эталонного сигнала $y_{M_{\text{ОУ}}}(t)$ и выхода объекта $y(t)$ в установившемся режиме составляет приблизительно 0,8 % (см. рис. 3, 4). При этом в системе выполняются цели адаптации (см. рис. 5) и формируется качественный сигнал управления (см. рис. 6).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании критерия гиперустойчивости и выполнения условий L-диссипативности предложена комбинированная адаптивная система управления нелинейным динамическим объектом периодического действия, функционирующим в условиях априорной параметрической и структурной неопределенности при постоянно действующих внешних возмущениях. С помощью имитационного моделирования продемонстрировано достаточно высокое качество работы системы. Отличительная особенность разработанной системы управления — наличие в схеме фильтр-корректора и двух неявных эталонных моделей.

Полученные результаты могут быть полезны при построении периодических систем управления априорно неопределенными объектами с запаздыванием по состоянию.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Repetitive* Control System: A New Type Servo System for Periodic Exogenous Signals / S. Hara, et al. // IEEE Trans. on Automatic Control. — 1988. — Vol. 33, № 7. — P. 659—668.
2. *Еремин Е.Л., Теличенко Д.А., Шеленок Е.А.* Комбинированные алгоритмы системы робастно-периодического управления нелинейным объектом с запаздыванием // Информатика и системы управления. — 2009. — № 3 (21). — С. 125—135.
3. *Еремин Е.Л., Теличенко Д.А., Шеленок Е.А.* Периодические режимы в схемах децентрализованного адаптивного и робастного управления // Вестник Рязанского гос. радиотехнического ун-та. — 2011. — № 1 (Вып. 35). — С. 108—116.
4. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Система адаптивного виброгашения вынужденных колебаний // Датчики и системы. — 2014. — № 5. — С. 16—22.
5. *Zhou L., She J., Zhou S., Chen Q.* H_∞ Controller Design for an Observer-Based Modified Repetitive-Control System // Intern. Journal of Engineering Mathematics. — 2014. — Vol. 2014. — P. 1—9.
6. *Comparison* of Iterative Learning and Repetitive Control Applied to a Compressor Stator Cascade / S.J. Steinberg, et al. // Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. — 2015. — Vol. 127. — P. 39—53.
7. *Куржанский А.Б.* О синтезе систем с оптимальным управлением // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2007. — № 4. — С. 2—12.
8. *Бобцов А.А., Никифоров В.О.* Адаптивное управление по выходу: проблематика, прикладные задачи и решения // Науч.-техн. вестник информационных технологий, механики и оптики. — 2013. — № 1 (83). — С. 1—14.
9. *Еремин Е.Л.* Адаптивное управление динамическим объектом на множестве состояний функционирования // Информатика и системы управления. — 2012. — № 4 (34). — С. 107—118.
10. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Адаптивно-периодическая система управления нелинейным объектом с изменяющимися режимами функционирования // Тр. X междунар. конф. «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'15. Москва, 26—29 янв. 2015 г. / ИПУ РАН. — М., 2015. — С. 539—547.
11. *Eremin E.L., Chepak L.V., Shelenok E.A.* Combined Adaptive Control System for Nonlinear Periodic Action Plant // 2015 Intern. Siberian Conf. on Control and Communications (SIBCON). Proceedings / Omsk State Technical University, May 21—23, 2015. — Omsk, 2015.
12. *Еремин Е.Л., Пикуль З.Д., Теличенко Д.А.* Адаптивная система управления одним классом структурно-параметрически неопределенных объектов в схеме с явной и неявной эталонными моделями // Информатика и системы управления. — 2015. — № 1 (43). — С. 105—115.
13. *Еремин Е.Л.* L-диссипативность гиперустойчивой системы при структурном возмущении // Информатика и системы управления. — 2006. — № 2 (12), ч. I. — С. 94—101; 2007. — № 1 (13), ч. II. — С. 130—139; № 2 (14), ч. III. — С. 153—165; 2013. — № 2 (36), ч. IV. — С. 100—106.
14. *Еремин Е.Л., Капитонова М.С.* Адаптивная система управления T-периодическим нелинейным объектом // Проблемы управления. — 2007. — № 1. — С. 2—7.
15. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Адаптивно-периодическая следящая система для нелинейного объекта, аффинного по управлению // Автометрия. — 2015. — Т. 51, № 5. — С. 113—119.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Афанасьевым.

Еремин Евгений Леонидович — д-р техн. наук, профессор, Амурский государственный университет, г. Благовещенск, ✉ ereminel@mail.ru,

Шеленок Евгений Анатольевич — канд. техн. наук, доцент, Тихоокеанский государственный университет, г. Хабаровск, ✉ cidshell@mail.ru.

УДК 001.891.573:338.001.36

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ИНТЕГРАЛЬНОЙ ОЦЕНКЕ СОСТОЯНИЯ И ДИНАМИКИ МНОГОМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ПРИРОДЫ[1]

А.А. Сидоров

Предложен основанный на аппарате функциональных сетей подход к формированию иерархической структуры обобщенной меры, используемой для оценки синтетических категорий управления. Приведены модели построения интегрального показателя, основывающиеся на разных по назначению и природе исходных данных. Рассмотрены способы интерпретации получаемых значений на базе карт позиционирования. Отмечено, что указанный подход может быть применен в рамках систем публичного и корпоративного управления для подготовки и принятия решений.

Ключевые слова: интегральный показатель, синтетическая категория, модель оценки, карта позиционирования, иерархическая структура, функциональная сеть.

ВВЕДЕНИЕ

В рамках систем государственного, муниципального и корпоративного управления объекты воздействия довольно часто описываются с помощью разного рода синтетических категорий: качество жизни, социально-экономическое развитие, инвестиционная привлекательность, потенциал, эффективность управления, коррумпированность, устойчивость развития территории и т. п. Отметим, что к настоящему времени не сложилось какого-либо единого подхода в части определения их сущности: каждый из авторов предлагает что-то свое, как правило, дополняя или уточняя базовый состав, принятый и разделяемый профессиональным сообществом. Такой содержательный плюрализм порождает и разнородность методических подходов к соответствующей оценке.

Один из самых распространенных способов оценки сложных, многоаспектных и многокомпонентных объектов управления в виде социально-экономических систем состоит в автономном исследовании различных статистических показателей, количественно отображающих те или иные их стороны. Применение подобного инструментария вполне оправдано в целях оперативного мониторинга отдельных составляющих, образующих ту или иную синтетическую категорию (например, оценка уровня доходов в рамках изучения качества жизни населения). Однако многие сложные социально-экономические системы характеризуются достаточно обширным перечнем показателей. Их рассмотрение, в силу большого количества, существенно осложняется, что во многом затрудняет анализ и, как следствие, принятие адекватных и эффективных управленческих решений. Кроме того, подобный подход не отражает комплексный характер системы. В смысле технологии управления описанный способ воплощен в системе индикативного планирования. Суть оценки в данном случае заключается в сопоставлении фактических, ожидаемых и пороговых значений. Основной ее недостаток состоит в большой размерности (представлении в виде вектора). Согласно же работе [1]

[1] Работа выполнена в рамках Государственного задания Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № 3653 «Модели, алгоритмы и программное обеспечение поддержки принятия решений по управлению рисками в социально-экономических и производственно-технологических системах»).

любая система критериев обладает более высокой ценностью, если ее можно представить в скалярной форме.

Другой подход, распространенный в практике управления и применяемый в рамках проведения оценки синтетических категорий как свойств объектов, заключается в расчете интегральных показателей [2—10], что обусловлено несколькими обстоятельствами. С одной стороны, как уже отмечалось, сложные социально-экономические системы часто характеризуются с помощью сводных категорий, учитывающих множество количественных и качественных признаков, присущих объекту управления. В связи с этим необходимо иметь инструмент, позволяющий отразить подобное обобщенное свойство этого объекта. С другой стороны, интегральный показатель позволяет сравнивать различные однотипные объекты по множеству критериев в случае, когда отсутствует возможность определения превосходства одного объекта над другим по набору частных показателей, и, как следствие, на основе полученной обобщенной меры решать конкретные управленческие задачи. В результате предварительного анализа было выявлено, что существующие методики интегральной оценки обладают следующими недостатками.

- Практически все методики ориентированы на вычисление или оценки текущего уровня, или оценки изменений, что нашло свое отражение либо в составе исходных данных, либо в процедуре обезразмеривания частных показателей. В ряде разработок наряду с оценками сложившегося к определенному моменту времени состояния той или иной синтетической категории в расчет включены темповые параметры, что, в свою очередь, не позволяет выявить вклад в интегральный показатель имеющихся достижений (текущего уровня) и того, насколько за истекший период объект изменил свое положение.
- В большинстве внедренных в управленческую практику методик оценки не учитывается субъективная составляющая, происходящая от восприятия синтетической категории населением (например, самооценка жителями того или иного региона собственного качества жизни или эффективности деятельности органов власти). В результате этого субъекты управления, по сути, не учитывают общественное мнение, которое вполне может расходиться с их пониманием проблем и направлений совершенствования, соотнесенных с объектом управления.
- В методиках, включающих в себя наряду с объективными (статистическими) субъективные (полученные в результате, как правило, опросных методик) оценки, отсутствие последних не позволяет вычислить агрегированный показатель. Данное обстоятельство обусловлено, как правило, тем, что статистическое обеспечение процесса подготовки и принятия управленческих решений налажено намного лучше, нежели социологическое.

Таким образом, требуется разработка методического инструментария, позволяющего в обобщенной форме измерить синтетические свойства объектов управления. При этом должна быть предусмотрена возможность формирования интегрального показателя на основе различных по природе происхождения и предназначению данных. В качестве отправной точки предлагаемых методических подходов выступает совокупность положений, использованных автором при оценке демографического развития муниципальных образований, описанная в работе [11]. Предлагается комплексный подход построения и использования интегральных показателей в виде набора взаимосвязанных моделей:

— интегрального показателя текущего уровня (статическая модель);

— интегрального показателя уровня изменений (динамическая модель);

— интегрального показателя субъективного восприятия.

В рамках предлагаемого комплекса моделей не затрагиваются вопросы содержательного наполнения тех или иных синтетических категорий, а предлагается технология построения и использования интегральных показателей.

1. МОДЕЛЬ ИНТЕГРАЛЬНОГО ПОКАЗАТЕЛЯ ТЕКУЩЕГО УРОВНЯ

Для получения интегральной оценки текущего уровня формируется функциональная сеть [11], в которой выделяется семь слоев (рис. 1):

— слой 1 — базовые показатели;

— слой 2 — относительные показатели;

— слой 3 — нормированные показатели;

— слои 4—6 — субинтегральные показатели различной степени агрегированности (компонентные, по поднаправлениям, по направлениям);

— слой 7 — интегральный показатель.

Базовые показатели в виде абсолютных величин, характеризующих объект (слой 1), служат основой для построения интегральной оценки. Они в рамках межобъектных сопоставлений малоинформативны, поскольку зависят от разного рода их характеристик. В частности, судить о бюджетной самостоятельности территории по валовому значению собственных доходов нельзя, не сопоставив их с суммарными поступлениями в бюджет с учетом дотаций и субвенций. Сравнение обеспеченности местами в дошкольных образовательных учреждениях можно осуществить, лишь соотнеся число этих мест с численностью соответствующе-

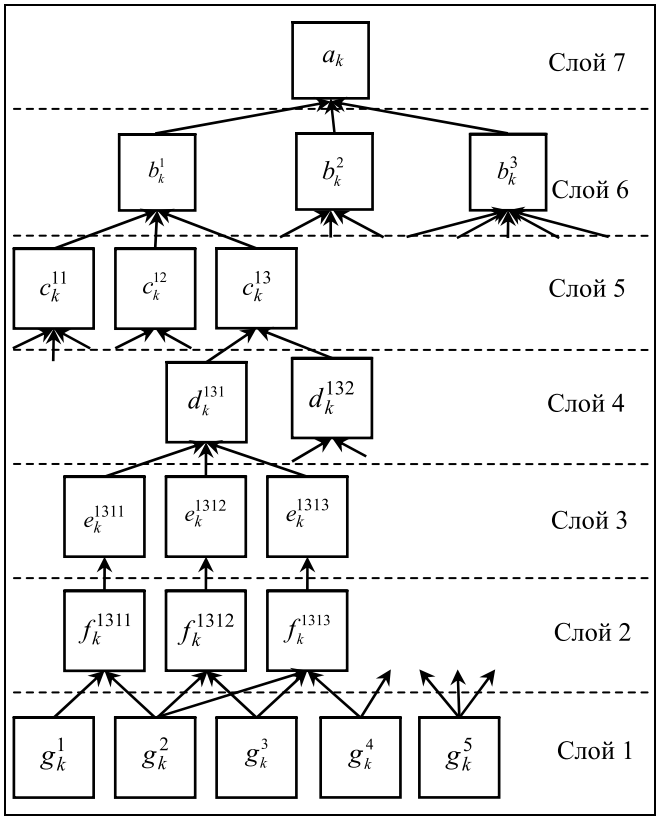


Рис. 1. Функциональная сеть вычисления интегрального показателя по модели текущего уровня

го возрастного контингента. Эффективность деятельности предприятий сложно оценить по чистой прибыли без учета размера уставного капитала и т. п.

Следовательно, необходим переход к *относительным показателям* (слой 2). Какой бы то ни было единой формулы перевода абсолютных значений в относительные нет. В каждом конкретном случае необходимо учитывать природу показателя. В самом общем виде можно выделить подходы: определение доли, вычисление обеспеченности, в том числе на душу населения, вычисление финансовой отдачи на один рубль вложений и т. п.

Поскольку для построения синтетических категорий используются показатели, измеряемые в различных единицах и границах, необходимо *нормирование,* предполагающее их перевод в одну шкалу измерения. Для этого можно воспользоваться:

— рейтингованием;
— балльной оценкой;
— сопоставлением со «стандартом»;
— линейным масштабированием.

Каждый из способов обладает свойственными ему недостатками. Так, при рейтинговании обнажаются все проблемы, характерные для ранговых шкал, при балльной оценке возникают вопросы субъективного отображения фактического значения показателя в баллы, а в сопоставлении со «стандартом» — выбор такового. В наименьшей степени методологические пробелы присущи линейному масштабированию, хотя и данный способ не свободен от недостатков, главным из которых можно назвать чувствительность процедуры обезразмеривания в случае сильного расслоения объектов по изучаемым признакам (например, наличие среди сравниваемых территорий лидера, превосходящего другие в разы по какому-либо показателю или группе показателей). Однако этот недостаток достаточно легко нивелируется посредством изъятия из оценивания объектов, обладающих «исключительными» свойствами. В этом случае самым простым отображением представляется перевод в числовые оценки в интервале [0; 1].

В случае, если большему значению показателя соответствует более высокий уровень, т. е. проявляются свойства монотонно возрастающей функции, оценка вычисляется по формуле: $e_i^j = \dfrac{f_i^j - \min\limits_{k=\overline{1,n}} f_k^j}{\max\limits_{k=\overline{1,n}} f_k^j - \min\limits_{k=\overline{1,n}} f_k^j}$, где e_i^j — нормированное значение j-го показателя для i-го объекта; f_i^j — фактическое значение j-го показателя для i-го объекта; n — число объектов. Если же процессы интерпретируется с помощью монотонно убывающей функции, для перевода в универсальную шкалу применяется зависимость $e_i^j = \dfrac{\max\limits_{k=\overline{1,n}} f_k^j - f_i^j}{\max\limits_{k=\overline{1,n}} f_k^j - \min\limits_{k=\overline{1,n}} f_k^j}$.

В том случае, когда зависимость немонотонна — между $\min\limits_{k=\overline{1,n}} f_k^j$ и $\max\limits_{k=\overline{1,n}} f_k^j$ существует некоторое $f_k^{j^*}$, при котором достигается наилучшее качество, то e_i^j рассчитывается по формуле: $e_i^j = 1 - \dfrac{\left|f_i^j - f_k^{j^*}\right|}{\max\limits_{k=\overline{1,n}} \left\{\left|f_i^j - f_k^{j^*}\right|\right\}}$. Значения $\min\limits_{k=\overline{1,n}} f_k^j$ и $\max\limits_{k=\overline{1,n}} f_k^j$ выбираются из рассматриваемой или возможной совокупности оцениваемых объектов. Примером такого показателя может служить соотношение полов при оценке соответствующей структуры населения при допущении, что идеальной считается ситуация, когда на 1000 мужчин приходится 1000 женщин. При отдалении от данного значения как в одну, так и в другую сторону считается, что формируется половой дисбаланс.

На основе нормированных значений относительных показателей рассчитываются *компонентные субинтегральные оценки* (слой 4), которые

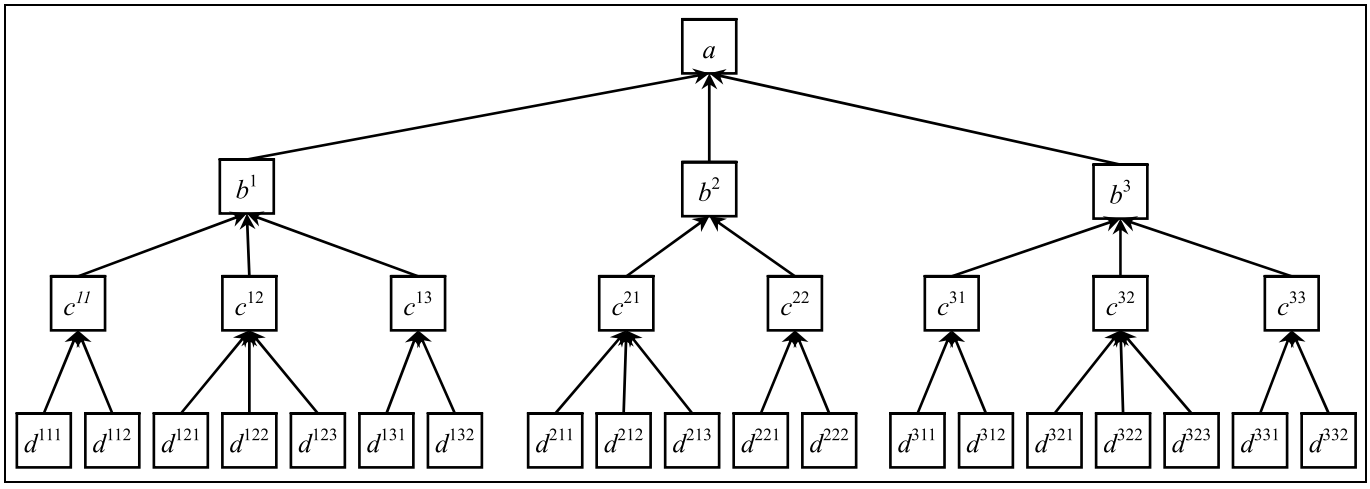


Рис. 2. Структура интегральной оценки (верхний уровень) социально-экономического развития муниципальных образований: a — интегральная оценка социально-экономического развития; b^1 — оценка инфраструктурного развития; b^2 — оценка экономического развития; b^3 — оценка социального развития; c^{11} — оценка инженерно-коммунальной и транспортной инфраструктуры; c^{12} — оценка социальной инфраструктуры; c^{13} — оценка рыночной инфраструктуры; c^{21} — оценка экономической деятельности; c^{22} — оценка финансового сектора; c^{31} — оценка человеческого капитала; c^{32} — оценка социальной напряженности; c^{33} — оценка уровня жизни; d^{111} — оценка инженерной благоустроенности жилищного фонда (5)[2]; d^{112} — оценка транспортной инфраструктуры (4); d^{121} — оценка инфраструктуры образования (6); d^{122} — оценка инфраструктуры здравоохранения (5); d^{123} — оценка культурно-досуговой и спортивной инфраструктуры (6); d^{131} — оценка инфраструктуры розничной торговли (3); d^{132} — оценка инфраструктуры бытового обслуживания (3); d^{211} — оценка основных фондов (5); d^{212} — оценка функционирования хозяйствующих субъектов (11); d^{213} — оценка инвестиционной деятельности (2); d^{221} — оценка бюджетного сектора (4); d^{222} — оценка финансов хозяйствующих субъектов (2); d^{311} — оценка демографического развития (11); d^{312} — оценка здоровья населения (6); d^{321} — оценка состояния рынка труда (2); d^{322} — оценка безопасности (5); d^{323} — оценка доступности жилья и коммунальных услуг (4); d^{331} — оценка уровня доходов (3); d^{332} — оценка благосостояния (5)

складываются в *субинтегральные оценки по поднаправлениям* (слой 5). Последние агрегируются в *субинтегральные оценки по направлениям* (слой 6). Компонентные интегральные оценки формируются либо на основе нормированных показателей, либо через дополнительно вводимые субкомпонентные показатели. Получение агрегированных оценок основано на формуле аддитивной свертки: $v = \sum_{i=1}^{m} \eta^i w^i$, где η^i — весовые коэффициенты, w^i — значения показателей более низкого иерархического слоя функциональной сети. Весовые коэффициенты в формулах сверток определяются с помощью одного из методов экспертных оценок. С содержательной точки зрения значения весовых коэффициентов могут рассматриваться в качестве приоритетов тех или иных показателей, компонентов, поднаправлений или направлений при оценивании в структуре интегрального показателя.

Наличие нескольких уровней агрегации при расчете значения интегрального показателя не обязательно. Вместе с тем в случае рассмотрения достаточно объемных синтетических категорий подобное представление позволяет вычленить относительно обособленные, имеющие самостоятельное значение структурные элементы, передающие содержательную составляющую оцениваемой категории, а кроме того, упорядочивать пространство признаков, упрощая работу по их приоритезации. Например, при оценке уровня социально-экономического развития территории, как правило, минимально используется около пятидесяти первичных показателей, комплексно отображающих все сферы жизнедеятельности в рамках того или иного пространства. Непосредственное сведение в интегральную оценку такого числа частных показателей достаточно проблематично хотя бы в силу того, что эксперту при выставлении весовых коэффициентов трудно удержать в зоне своего внимания такое количество характеристик оцениваемых объектов. Иерархичное же представление существенно упрощает подобную задачу посредством объединения частных показателей в группы около 5—10 характеристик. В качестве примера на рис. 2 приведена иерархическая структура интегрального показателя уровня

[2] В скобках указано число базовых показателей, используемых для построения компонентных субинтегральных показателей.

социально-экономического развития муниципальных образований [12].

2. МОДЕЛЬ ИНТЕГРАЛЬНОГО ПОКАЗАТЕЛЯ УРОВНЯ ИЗМЕНЕНИЙ

Помимо расчета интегрального показателя текущего уровня той или иной синтетической категории, в рамках анализа необходима и оценка изменений, позволяющая сделать вывод о тенденциях, свойственных объекту. В целом функциональная сеть для определения интегральной оценки, характеризующей уровень изменения, по сравнению с рассмотренной ранее осталась прежней, с той лишь разницей, что теперь оценивается не текущий уровень, а изменение характеристик. Первый слой образуют абсолютные значения показателей в текущем и базовом периодах, которые также, как и в предыдущей модели, переводятся в относительные показатели.

В качестве нормированных показателей выступают оценки приростов. Если увеличение исходного показателя рассматривается в качестве положительной тенденции, то расчет производится по выражению

$$e_i^j = \begin{cases} 0, & f_i^{jb} \ge f_i^{jt}, \\ \dfrac{(f_i^{jt} - f_i^{jb})/f_i^{jb}}{\max\limits_{k=\overline{1,n}} \{ (f_k^{jt} - f_k^{jb})/f_k^{jb} \}}, & f_i^{jb} < f_i^{jt}, \end{cases} \quad (1)$$

иначе —

$$e_i^j = \begin{cases} 0, & f_i^{jt} \ge f_i^{jb}, \\ \dfrac{\left|(f_i^{jt} - f_i^{jb})/f_i^{jb}\right|}{\max\limits_{k=\overline{1,n}} \left\{ \left|(f_k^{jt} - f_k^{jb})/f_k^{jb}\right| \right\}}, & f_i^{jt} < f_i^{jb}, \end{cases} \quad (2)$$

где f_i^{jt} — фактическое значение j-го показателя для i-го объекта в текущем периоде (t); f_i^{jb} — фактическое значение j-го показателя для i-го объекта в базовом периоде (b).

В том случае, когда зависимость немонотонна, то e_i^j рассчитывается по формуле:

$$e_i^j = \left\{ \begin{array}{ll} 1 - \dfrac{\left|f_i^{jt} - f^{j^*}\right|}{\left|f_i^{jb} - f^{j^*}\right|}, & \left|f_i^{jt} - f^{j^*}\right| < \left|f_i^{jb} - f^{j^*}\right| \\ 0, & \left|f_i^{jt} - f^{j^*}\right| \ge \left|f_i^{jb} - f^{j^*}\right| \end{array} \right\}, \quad (3)$$

где f^{j^*} — значение j-го показателя, при котором достигается наилучшее качество.

Подобный подход позволяет оценить позитивные тенденции, свойственные объекту в рамках рассматриваемого периода (например, увеличение уровня рождаемости или снижение уровня смертности в регионе). Как следует из представленных формул, из сводного индекса в рамках процедуры нормирования фактически исключается воздействие факторов, которые негативным образом могли бы повлиять на обобщенный показатель посредством нивелирования «успехов» объекта «неудачами» в рамках процедуры дальнейшего сложения частных оценок. Данный принцип с практической точки зрения реализуется через присваивание нулевой оценки нормированной величине при изменениях в нежелательную сторону значений показателей, позиционируемых в качестве второго слоя функциональной сети (относительных показателей).

На практике часто встречается ситуация, когда тот или иной объект из рассматриваемой совокупности не проявляет по большей части исходных показателей развития, т. е. положительного движения. Соответственно, интегральная оценка уровня изменений у него будет локализована в пределах нулевой отметки, что свидетельствует лишь об отсутствии позитивной динамики, но никак не характеризует уровень «падения» (например, уровень стагнации экономики той или иной территории или ухудшение инвестиционного климата). Для характеристики этой стороны движения целесообразно модифицировать процедуру нормирования исходных показателей. Так, в рамках выяснения уровня отрицательной динамики для обезразмеривания характеристик объектов, увеличение которых трактуется как положительная тенденция, применяется выражение (2), в противном случае — (1). Формула (3) трансформируется в выражение

$$e_i^j = \begin{cases} 1 - \dfrac{\left|f_i^{jb} - f^{j^*}\right|}{\left|f_i^{jt} - f^{j^*}\right|}, & \left|f_i^{jt} - f^{j^*}\right| > \left|f_i^{jb} - f^{j^*}\right|, \\ 0, & \left|f_i^{jt} - f^{j^*}\right| \le \left|f_i^{jb} - f^{j^*}\right|. \end{cases}$$

С содержательной (интерпретационной) точки зрения необходимо лишь обратить внимание в данном случае на то, что чем ближе к нулю нормированные, а в дальнейшем и интегральные, значения в рамках используемой шкалы [0; 1], тем в меньшей степени выражены отрицательные тенденции в исследуемом объекте.

Интегральные оценки (различной степени агрегированности) уровня изменений в динамической модели находятся так же, как и в статической модели по формулам аддитивной свертки.

3. МОДЕЛЬ ИНТЕГРАЛЬНОГО ПОКАЗАТЕЛЯ СУБЪЕКТИВНОГО ВОСПРИЯТИЯ

Оценки текущего уровня и уровня изменений, вычисленные на основе статистических данных, могут быть дополнены *субъективными качественными оценками*, полученными посредством проведения социологических исследований. В дальнейшем можно перевести их в баллы и произвести свертку по поднаправлениям и направлениям описанных выше моделей (как статической, так и динамической). После чего появляется возможность сравнения субъективных оценок с аналогичными оценками, полученными на основе статистической информации. Субъективное измерение предполагает изучение, как внешние условия преломляются и используются в ситуациях конкретного индивида. Респондент в этом случае выступает в качестве эксперта относительно обстоятельств своей жизни, доступных в собственном опыте без опосредования другими информационными источниками.

Субъективная оценка измеряется с двух позиций. С одной из них — через удовлетворенность населения различными сторонами объекта, входящими в синтетическую категорию. Предлагается использовать пятибалльные шкалы со значениями: 1 — «полностью удовлетворен»; 2 — «в основном удовлетворен»; 3 — «удовлетворен»; 4 — в основном не удовлетворен»; 5 — «полностью не удовлетворен».

С другой позиции, например, при оценке уровня безопасности или социальной напряженности, целесообразно использовать ранговую описательно-оценочную шкалу степени развитости конкретного аспекта, указывающую на степень выраженности той или иной проблемы: 1 — высокий; 2 — выше среднего; 3 — средний; 4 — ниже среднего; 5 — низкий.

Таблица 1

Сопоставление качественных и количественных оценок при обработке субъективных оценок респондентов

Качественная оценка		Количественная оценка
Уровень удовлетворенности	Уровень развитости (проблемности)	
Полностью удовлетворен	Высокий	1
В основном удовлетворен	Выше среднего	0,75
Удовлетворен	Средний	0,50
В основном не удовлетворен	Ниже среднего	0,25
Полностью не удовлетворен	Низкий	0

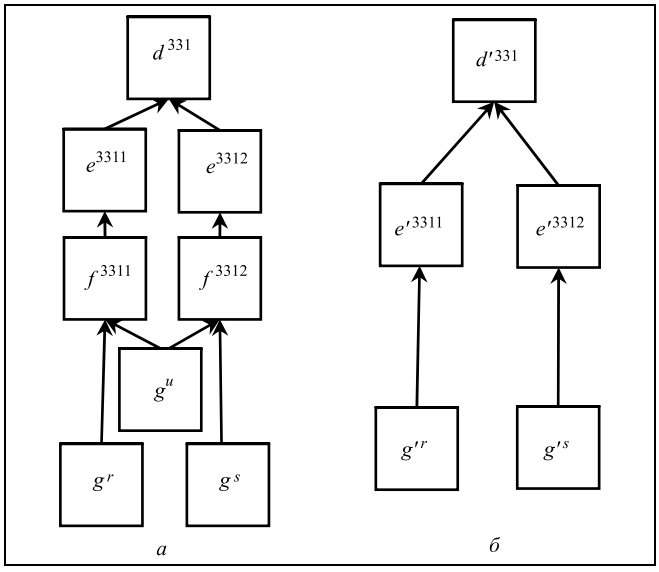


Рис. 3. Функциональная сеть вычисления оценки уровня доходов населения муниципального образования: *а* — объективная оценка; *б* — субъективная оценка

Для математической обработки каждому качественному значению приписывается количественная мера. В частности, предлагается использовать сопоставление, представленное в табл. 1.

Можно использовать шкалы и иных размерностей, например, включающие в себя три или семь позиций. Однако при их разработке необходимо учитывать ряд требований, влияющих на качество получаемых данных [13]:

— система ответов должна обладать одинаковой степенью общности;

— категории должны иметь исчерпывающий и непересекающийся характер.

После проведения опроса населения и подсчета частот ответов можно вычислить субъективную оценку, которая, как и объективная оценка, принимает значения от 0 до 1: $e'^{\psi} = \sum_{i=1}^{h} \phi^i g'^i / \sum_{i=1}^{h} \phi^i$, где g'^i — соотнесенное с качественной характеристикой субъективной оценки i-е числовое значение; ϕ^i — частота i-го ответа респондента.

Применение описываемого аппарата можно проиллюстрировать на фрагменте функциональной сети, на основе которой формируется оценка уровня доходов населения (в рамках оценки текущего уровня социально-экономического развития муниципальных образований) — d^{331} (рис. 3).

В частности, объективная оценка формируется на основе показателей (рис. 3, *а*):

— g^r — среднемесячная номинальная начисленная заработная плата работающих в экономике (руб.);

— g^s — средний размер назначенных месячных пенсий (руб.);

— g^u — прожиточный минимум (руб.).

Показатель g^u введен в состав сети для сопоставления муниципальных образований между собой. В результате соотношения размеров заработной платы и пенсий с прожиточным минимумом соответственно получаются значения покупательной способности рассматриваемых источников доходов f^{3311} и f^{3312}. В дальнейшем после получения нормированных показателей e^{3311} и e^{3312} вычисляется компонентная оценка d^{331}.

Субъективная оценка формируется на основе обработки результатов опроса населения. Функциональная сеть параметров для ее вычисления представлена на рис. 3, *б*. В качестве исходных данных берется распределение ответов соответствующих целевых аудиторий (работающего населения и пенсионеров) об удовлетворенности их уровнем собственного дохода g'^r (размера заработной платы) и g'^s (размера пенсии). После чего получаются оценки e'^{3311} и e'^{3312}, на основании которых, в свою очередь, по формуле аддитивной свертки вычисляется субъективная компонентная оценка уровня доходов населения d'^{331}. В случае обращения к респондентам с вопросами о том, насколько они удовлетворены/не удовлетворены изменениями своего дохода за определенный период времени, можно сопоставить полученные оценки с результатами, полученными путем применения динамической модели, как в части оценки положительных, так и отрицательных изменений.

4. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИНТЕГРАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ

Полученные по различным моделям интегральные оценки можно представить и интерпретировать при помощи различных видов позиционирования в двух системах координат:

— «Текущий уровень — Уровень изменений»;

— «Объективная оценка — Субъективная оценка».

В первом случае можно рассмотреть положение объекта, исходя из полученных значений оценок на основе применения статической и динамической моделей по одному параметру, во втором — с позиции оценки объекта через синтетическую категорию на основе статистических и социологических данных, как с точки зрения достигнутого уровня, так и с позиции произошедших изменений.

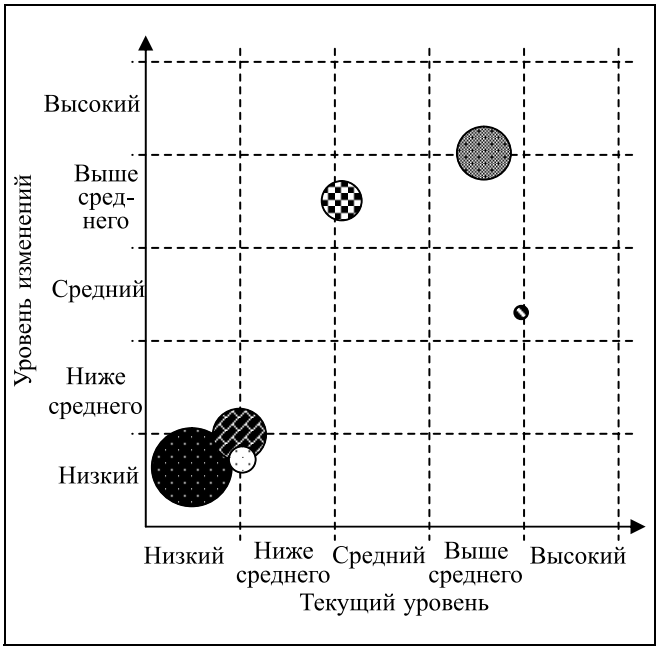


Рис. 4. Позиционирование объектов в пространстве параметров «Текущий уровень — Уровень изменений»

Положение объекта определяется на основе рассчитанных интегральных оценок (рис. 4). Размер круга (например, его диаметр или площадь) пропорционален значению какого-либо третьего показателя, например, численности населения, площади территории, доли в объеме производимой промышленной или сельскохозяйственной продукции и т. п. Так, на рис. 4 по оси абсцисс откладывается интегральная оценка объекта (региона, муниципального образования и т. п.), полученная на основе применения статической модели, по оси ординат — значение сводного показателя, рассчитанное на базе динамической модели. Размер круга, соотносящегося с конкретным объектом, определен исходя из такой его важной характеристики, свойственной каждой территории, как численность населения. В представленном примере видно, что самый населенный объект, которому соответствует больший из всех кругов, занимает крайне низкое положение как по текущему уровню, так и по характеризующим его совокупным изменениям. Такая же позиция, свойственная и еще двум объектам, располагающимся близко к началу координат, среди которых и территория с наименьшей численностью населения среди всех

оцениваемых (самый маленький по диаметру круг). В целом же подобный способ позволяет наглядно представить в двумерном пространстве местоположение объекта по трем координатам.

Предлагаемый инструмент позволяет в наглядном виде представить соотношение статической и динамической составляющих синтетической категории объекта, с другой — сформировать комплексную оценку. Последняя, в свою очередь, может быть получена посредством позиционирования в пространстве, образованном декартовым произведением множеств значений интегральных показателей, полученных на основе применения статической и динамической моделей: низкий; ниже среднего; средний; выше среднего; высокий (перевод в качественную шкалу количественных значений интегральных показателей в рамках настоящей работы не рассматривается). Принадлежность объекта к тому или иному классу может быть определена посредством анализа таблицы возможных состояний в рамках получения комплексной оценки (табл. 2). Формально при анализе табл. 2 можно выделить 25 типов объектов. Однако такое их количество не вполне удобно для рассмотрения. В связи с этим предлагается объединить ряд соседних позиций в более крупные классы. Таким образом, получается восемь базовых позиций, характеризующих то или иное состояние объекта: А1 — кризисное; А2 — предкризисное; А3 — напряженное; А4 — сбалансированное; А5 — прогрессивное; А6 — устойчивое; А7 — развитое; А8 — лидирующее.

Интерпретационная карта позволяет определить типичные задачи управления, обусловленные полученными значениями интегральных показателей. Квадранты А7 и А8 характеризуют наиболее выгодные позиции. Объекты, попавшие в эти классы, одновременно имеют хорошие и статические, и динамические оценки. В целом генеральным направлением для них должно стать как поддержание сложившейся ситуации в части формирования и использования потенциала, так и сохранение темпов прироста по ключевым направлениям оценки. В случае, если объекты попадает в квадранты А5 и А6, то в рамках выработки управляющих воздействий необходимо вести речь о корректирующих действиях. В первом варианте нужно поддерживать существующие темпы для улучшения стратегической позиции в направлении повышения текущего уровня, во втором — мобилизовать имеющийся потенциал для увеличения динамической составляющей. Положение в квадранте А4 свидетельствует о достаточно сбалансированном состоянии. В зависимости от того, насколько результативно и эффективно реализуются мероприятия, направленные на трансформацию синтетической категории, возможно перемещение объекта как в верхний правый, так и в нижний левый угол карты. Наиболее трудное в системном отношении положение имеют те объекты, которые позиционируются в квадрантах А1, А2 и А3.

Совмещение результатов оценки на основе статистической (объективной) и социологической (субъективной) информации наглядно можно представить с помощью табл. 3, при анализе которой можно выделить три зоны. Так называемая зона соответствия представляет собой область совпадения объективных и субъективных оценок. При этом можно выделить участки как с низким уровнем развития, так и с высоким, определяемым в качестве такового на основе разных информационных каналов.

Кроме того, в таблице можно обозначить две области, которые характеризуются расхождением

Таблица 2

Интерпретационная карта формирования комплексной оценки на базе полученных с помощью статической и динамической моделей значений интегрального показателя

<table>
<tr><td rowspan="2">Динамическая модель</td><td colspan="5">Статическая модель</td></tr>
<tr><td>Низкий</td><td>Ниже среднего</td><td>Средний</td><td>Выше среднего</td><td>Высокий</td></tr>
<tr><td>Высокий</td><td colspan="3" rowspan="2">А5</td><td colspan="2" rowspan="2">А7</td><td>А8</td></tr>
<tr><td>Выше среднего</td></tr>
<tr><td>Средний</td><td colspan="2">А3</td><td>А4</td><td colspan="2" rowspan="3">А6</td></tr>
<tr><td>Ниже среднего</td><td colspan="2" rowspan="2">А2</td><td rowspan="2">А3</td></tr>
<tr><td>Низкий</td><td>А1</td></tr>
</table>

Таблица 3

Интерпретационная карта интегральных оценок в объективно-субъективном пространстве

<table>
<tr><td rowspan="2">Субъективная оценка</td><td colspan="5">Объективная оценка</td></tr>
<tr><td>Низкая</td><td>Ниже среднего</td><td>Средняя</td><td>Выше среднего</td><td>Высокая</td></tr>
<tr><td>Высокая</td><td colspan="5" rowspan="5">Зона несоответствия 1
Зона соответствия
Зона несоответствия 2</td></tr>
<tr><td>Выше среднего</td></tr>
<tr><td>Средняя</td></tr>
<tr><td>Ниже среднего</td></tr>
<tr><td>Низкая</td></tr>
</table>

объективных и субъективных оценок. При этом природа несоответствий будет различна. Так, в первом случае население достаточно благоприятно характеризует синтетическую категорию на фоне объективно депрессивной ситуации, что свидетельствует, возможно, о высоком уровне терпимости населения либо грамотно проводимой информационной политике на территории. Во втором случае на фоне неплохих позиций объекта, определенных на основе статистической информации наблюдаются достаточно скромные субъективные оценки. Такой факт вполне может свидетельствовать о высоком уровне ожидания населения при объективно высоком уровне, характеризующим объект измерения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методология интегрального оценивания синтетических категорий представляет собой достаточно сложную область теории и практики управления в силу наличия большого числа вопросов, на которые нельзя дать однозначные ответы. Результатом изысканий стал разработанный формально-логический инструментарий упорядочения системы частных критериев в агрегированный показатель, реализованный посредством аппарата функциональных сетей в составе:

— статической модели, характеризующей сложившееся к моменту оценки состояние объекта по отношению к иным;

— динамической модели, характеризующей интенсивность изменений;

— модели субъективного восприятия, дополняющей оценку, полученную на основе статистических данных.

Предложены расширяющие возможности интерпретации полученных значений интегральной оценки методические приемы комплексного анализа в виде позиционирования объектов в пространстве состояний, основанные на определении места объекта в многомерной области, позволяющее в наглядной форме представить результаты расчетов и облегчить выбор типовой стратегии развития.

Предлагаемые методические приемы в целом позволяют представить в более простой и наглядной форме результаты исследования различных социально-экономических систем, характеризуемых с помощью синтетических категорий, и облегчить принятие соответствующих управленческих решений. Апробация предложенных моделей была проведена в рамках оценки социально-экономического развития муниципальных образований Томской области. Предложенные подходы обладают широким спектром применения. Они могут быть рекомендованы к применению различными субъектами управления, в том числе органами государственной власти и местного самоуправления в рамках межтерриториальных сопоставлений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бородкин Ф.М., Айвазян С.А.* Социальные индикаторы: учебник для студентов вузов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2006. — 607 с.
2. *Hudrlikova L.* Composite indicators as a useful tool for international comparison: the Europe 2020 example // Prague economic papers. — 2013. — Vol. 4. — P. 459—473.
3. *Paakkonen J., Seppala T.* Using composite indicators to evaluate the efficiency of health care system // Applied Economics. — 2014. — Vol. 46 (19). — P. 2242—2250.
4. *Saib M.S., Caudeville J., Beauchamp M.*, et al. Building spatial composite indicators to analyze environmental health inequalities on a regional scale // Environ Health. — 2015. — Vol. 14: 68. Published online 2015 Aug 21. — URL: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4546175 (дата обращения 14.12.2015).
5. *Zhou P., Ang B.W., Zhou D.Q.* Weighting and aggregation in composite indicator construction: a multiplicative optimization approach // Social Indicators Research. — 2010. — Vol. 96 (1). — P. 169—181.
6. *Бакуменко Л.П. Коротков П.А.* Интегральная оценка качества и степени экологической устойчивости окружающей среды региона (на примере Республики Марий Эл) // Прикладная эконометрика. — 2008. — № 1 (9). — С. 73—92.
7. *Айвазян С.А.* К методологии измерения синтетических категорий качества жизни населения // Экономика и математические методы. — 2003. — № 2. — С. 33—53.
8. *Цапиева О.К. Деневизюк Д.А., Агарагимов М.М.* Интегральная оценка устойчивости развития города // Экономический анализ: теория и практика. — 2007. — № 20. — С. 15—21.
9. *Хохлова О.А.* Инвестиционная привлекательность территорий: методика анализа и инструментарий // Региональная экономика: теория и практика. — 2013. — № 9. — С. 32—40.
10. *Тикунов А.В.* Интегральные показатели пространственных моделей развития стран мира. — М.: Кн. дом «ЛИБРОКОМ», 2009. — 248 с.
11. *Сидоров А.А., Силич М.П.* Комплексная оценка демографического развития муниципального образования // Проблемы управления. — 2008. — № 1. — С. 29—35.
12. *Сидоров А.А.* Методы интегральной оценки, анализа и мониторинга социально-экономического развития муниципальных образований: автореф. дис. канд. экон. наук. — Новосибирск, 2009. — 24 с.
13. *Ядов В.А.* Стратегия социологического исследования: описание, объяснения, понимание социальной реальности: учеб. пособие, 3-е изд., испр. — М.: Омега-Л, 2007. — 567 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.В. Клочковым.

Сидоров Анатолий Анатольевич — канд. экон. наук, доцент,
Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники,
✉ astroasregion@gmail.com.

УДК 334.024

ПРАВИЛА ФОРМИРОВАНИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ СТОИМОСТИ БАНКА И КОРПОРАТИВНОГО ЗАЕМЩИКА

А.Н. Рассказова

Предложена имитационная модель инвестиционной деятельности компании, на основе которой исследуется характер поведения фундаментальной стоимости компании при разных управляемых параметрах. Проанализировано взаимовлияние факторов роста стоимости банка и корпоративного заемщика. На основе полученных закономерностей сформулирован комплекс решающих правил, подчиняющих себе решения банка о целесообразности размещения финансовых ресурсов среди потребителей корпоративного рынка банковских услуг, которые направлены на формирование фундаментальной стоимости банка и корпоративного заемщика.

Ключевые слова: кредитное взаимодействие, имитационная модель, банковское решение, «образ» стоимости, решающие правила.

ВВЕДЕНИЕ

Стимулирование экономического роста Российской Федерации в современных условиях требует повышения эффективности финансовых отношений банка с корпоративными заемщиками. Проблема повышения эффективности взаимодействия банка и фирм изучалась с различных точек зрения. Так, к исследованиям влияния финансовых отношений компаний с банками на экономическую эффективность фирм причастны работы западных авторов [1—5]. Частным вопросам оценки влияния денежно-кредитной политики банка на эффективность взаимодействия банка с фирмой посвящены работы [6—11]. Анализ этих работ показал, что вопрос эффективности финансовых отношений банка и корпоративных клиентов изучался с точки зрения влияния этих отношений на экономическую эффективность нефинансовых контрагентов, в то время как вопрос взаимовлияния факторов роста стоимости банка и фирмы оказался вне охвата изучения.

В качестве тенденции развития исследований этой проблемы в отечественной науке выделяются разработка теоретических моделей удовлетворения потребностей массового корпоративного клиента в банковских кредитах и теоретическое объяснение ключевых фактов эффекта инвестиционного взаимодействия фирм с банками [12—15]. Отметим, что в силу неоднородности клиентской массы корпоративного рынка банковских услуг сформулированная и подлежащая исследованию проблема эффективности в указанных работах решена частично и требует обоснования целесообразности размещений финансовых ресурсов среди конкретной категории потребителей корпоративного рынка банковских услуг.

В настоящем исследовании суть проблемы эффективности кредитного взаимодействия банка с корпоративными клиентами сведена к тому, что существующие способы выработки решений по кредитному взаимодействию банка с корпоративными клиентами не стимулируют обоюдостороннего формирования фундаментальной стоимости и банка, и корпоративного клиента. Чтобы это произошло, необходимо сформулировать правила, подчиняющие себе банковские решения о целесообразности размещения финансовых ресурсов среди потребителей корпоративного рынка банковских услуг, которые бы способствовали повышению фундаментальной стоимости для обоих субъектов. Для этого предлагается разработать имитационную модель инвестиционной деятельности компании, которая позволит исследовать взаимовлияние факторов роста стоимости банка и корпоративного клиента и на этой основе сформулировать искомые решающие правила.

1. ОБОСНОВАНИЕ ВЫБОРА ВИДА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ КОРПОРАТИВНОГО ЗАЕМЩИКА

1.1. Инвестиционная деятельность как основа моделирования роста стоимости фирмы

Выбор инвестиционной деятельности субъекта крупного корпоративного бизнеса (корпорации реального сектора экономики) для целей моделирования роста фундаментальной стоимости корпоративного заемщика обусловлен рядом соображений. Прежде всего, инвестиционная деятельность акционерной компании открытого типа обеспечивается всеми видами кредитного финансирования юридических лиц со стороны банков. Поэтому изучение взаимовлияния факторов роста стоимости банка и корпоративного клиента будет корректным в смысле учета в заемных средствах всех видов кредитов корпорации. Далее, одно из свойств инвестиционной деятельности компании состоит во взаимодействии кредитной системы с множеством подсистем при существовании обратной связи между финансовой и операционной деятельностью. Это позволяет путем достижения итогового результата по созданию стоимости проследить взаимосвязь внутренних факторов (факторов роста стоимости компании) с внешними (факторов роста стоимости банка) на разных временных отрезках.

Кроме того, если понимать под инвестициями компании капиталовложения, то за основу моделирования можно принять доходность инвестиций в виде «годовой» внутренней нормы доходности (*IRR*). Отметим важные свойства внутренней нормы доходности в смысле гарантирования эффективной совокупной реализации двух независимых проектов при условии, если их внутренняя норма доходности будет превышать ставку дисконтирования генерируемых ими потоков [16, 17]:

— инвариантность относительно параллельной реализации проектов X и Y; если $IRR(X) = IRR(Y) = z$, то $IRR(X + Y) = z$ или, другими словами, если проекты X и Y имеют одинаковое значение *IRR*, то параллельное их исполнение будет иметь то же значение *IRR*;

— усредненность, когда при допустимости проектов X, Y, $(X + Y)$ и условии, что $IRR(X) < IRR(Y)$, то выполняется неравенство: $\min(IRR(X), IRR(Y)) < IRR(X + Y) < \max(IRR(X), IRR(Y))$.

Кроме отмеченных свойств, показатель *IRR* имеет отличительные особенности, которые требуются для учета при моделировании рыночной добавленной стоимости *MVA*. С одной стороны, он пригоден для измерения доходности совместно реализуемых инвестиционных проектов. В этом случае исходные инвестиции I_0 в t-м году генерируют такой доход $I_0(1 + IRR)$, который за один год вернет начальные инвестиции и дополнительно снабдит доходом $(I_0 \cdot IRR)$, обеспечивая в $(t + 1)$-м году «годовую» доходность *IRR*, принятую в модели с обозначением *r*. С другой стороны, отслеживание показателя *IRR* связано с предположением, что доход, генерируемый исходными инвестициями, реинвестируется в последующие периоды по ставке *r*. При этом реинвестирование осуществляется аналогично вкладу свободных средств на депозит. В целом предполагается реализация «большого» проекта с ежегодными реинвестициями генерируемых им доходов в капитальные активы в течение их полезного срока функционирования.

1.2. Описание алгоритма моделирования инвестиционной деятельности фирмы

Алгоритм моделирования инвестиционной деятельности фирмы состоит из шести этапов.

Этап 1. Введение исходных данных.

Этап 2. Прогнозирование будущих инвестиций.

Этап 3. Моделирование денежных потоков.

Этап 4. Оценка промежуточных результатов по накопленной амортизации основных средств, сумме гашения основного долга и процентных платежей, прибыли компании и др.

Этап 5. Проверка условия достаточности операционного денежного потока для обеспечения основной деятельности с учетом выплат по основному долгу и процентов по нему. Если условие выполняется, то необходимость во внешнем финансировании отпадает и производится выплата дивидендов и/или увеличение резервного фонда компании. В противном случае появляется необходимость в дополнительном внешнем финансировании и расчете суммы дополнительного финансирования.

Этап 6. Оценка прироста рыночной добавленной стоимости *MVA*.

2. ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ РОСТА СТОИМОСТИ КОРПОРАЦИИ

Если принять во внимание особенность случайных процессов — учет среднеквадратического отклонения флюктуаций капиталовложений при соответствии непредсказуемых инвестиций гауссовскому процессу, то возможно моделирование нормально распределенной случайной переменной z, отражающей «шумы» в модели. Тогда модель временного ряда капиталовложений в условиях неопределенности описывается выражением

$$I_t = I_0(1 + g)^t(1 + A\sin[2\pi t/C + \phi])(1 + \sigma z_t) \times \times (1 + \delta(t, \tau Y)),$$

где I_t — моделируемые инвестиции, I_0 — исходные инвестиции, g — темп роста капитальных затрат, A — амплитуда производственного цикла, C —

длительность производственного цикла, ϕ — корректирующая переменная синусоидальной компоненты при моделировании периодической составляющей производственного цикла, σ — среднеквадратичное отклонение капитальных затрат, z — нормально распределенная случайная переменная, Y — амплитуда кризисной составляющей, δ — символ Кронеккера; τ — год кризиса.

Кривая жизненного цикла отдельной инвестиции описывается уравнением:

$$k_i = s(i + 1)q^2(1 - q)^i,$$

где $i = 1, ..., \min(t, N)$. Здесь N — полезный срок службы основного средства и номер элемента i в данном массиве k изменяется от 1 до $\min(t, N)$. Для симуляции нашего случая параметр q принимается равным 0,15, что позволяет в соответствии с работой [18, *с. 167*] отобразить типичный профиль жизненного цикла инвестиции. Множитель s позволяет отразить желаемый уровень истинной доходности инвестиции:

$$s = \left\{ q^2 \sum_{i=1}^{N} (1 + i)\left(\frac{1-q}{1+r}\right)^i \right\}^{-1}.$$

Совокупный поток инвестиций в момент времени t генерируется прежними и текущими инвестициями в основной капитал и определяется как

$$cf_{n,\,t} = \sum_{i=1}^{\min(t,\,N)} k_i I_{n,\,t-i}.$$

Метод амортизации в моделировании деятельности фирмы принимается прямолинейным, в соответствии с которым амортизируемая стоимость основного средства распределяется равными частями в течение полезного срока службы основного средства. В соответствии с ним накопленная амортизация основных активов в момент времени t составит величину

$$d_t = \sum_{i=1}^{\min(t,\,N)} I_{t-i}/N.$$

Необходимость рефинансирования инвестиций требует свободного доступа к ресурсам L_t из дополнительных финансовых источников, размер которых определяется условиями: если $I_t + h_t + a_t - cf_t > 0$, то $L_t = I_t + h_t + a_t - cf_t$. В противном случае, если $I_t + h_t + a_t - cf_t < 0$, то $L_t = 0$. При этом a_t — значение амортизации займа в момент времени t (или размер выплат по основному долгу), вычисляется как

$$a_t = \sum_{i=1}^{\min(t,\,l)} L_{t-i}/l,$$

где l — средний срок выдачи кредита; h_t — плата за кредит (процентные платежи банку), определяемая по формуле $h_t = jB_{t-1}$, где j — кредитная процентная ставка.

Совокупный балансовый размер заемных средств $B_t = B_{t-1} + L_t - a_t$.

Дивиденды выплачиваются по остаточному принципу: либо невыплаты, либо положительные выплаты, т. е.

$$div_t = \begin{cases} cf_t - I_t - h_t - a_t, \text{ если } I_t + h_t + a_t - cf_t \le 0, \\ 0, \text{ если } I_t + h_t + a_t - cf_t > 0. \end{cases}$$

Балансовая чистая прибыль p_t на конец периода t определяется из выражения свободного денежного потока от основной деятельности для всего инвестированного капитала (собственного и заемного), т. е. с учетом процентных выплат по долгосрочным обязательствам: $p_t = cf_t - d_t - h_t$, а нераспределенная прибыль R на конец периода t: $R_t = R_{t-1} + p_t - div_t$.

Вследствие отсутствия эмиссии акций уставный капитал остается величиной постоянной: $S_t = S_{t-1}$.

В результате, балансовая стоимость компании A как сумма совокупных обязательств на конец периода t определится как $A_t = B_t + S_t + R_t$.

Для моделирования рыночной добавленной стоимости компании *MVA* подходит метод экономической добавленной стоимости *EVA*, в основе расчета которой лежит концепция экономического дохода *EP* (economic profit), суть которого и его отличие от балансовой прибыли заключается в следующем. Определение балансовой прибыли основано на прошлых (исторических) учетных данных, использующих наращивание и списание средств, а не денежный поток. В этом случае его размер равняется разнице между поступлениями и издержками получения средств и зависит от амортизации. В соответствии с историческим определением дохода, данным Хиксом (Hicks) в 1939 г. [19], экономический доход определяется как максимальная отдача, которую компания (акционер) может потребить за данный период времени так, чтобы в конце периода ее стоимость (благосостояние) была не ниже, чем в начале. Таким образом, бухгалтерский доход измеряет только изменение богатства, порождаемое действительными (существующими) доходами и убытками, а не теми, которые неизбежны в будущем, но еще не реализовались. Экономическая концепция дохода измеряет изменения богатства с учетом реализованных и еще нереализованных доходов и потерь, т. е. определяет действительные доходы и движение денежных средств. Следовательно, экономический доход — это чистый денежный доход за вычетом капиталовложений.

С точки зрения теории финансов [20, 21] рыночная добавленная стоимость компании определяет ее фундаментальную (или внутреннюю) сто-

имость, и для ее расчета следует использовать экономическую, а не учетную концепцию дохода. В этой связи фундаментальная стоимость компании складывается из дисконтированных значений[1] EVA_t:

$$MVA = \sum_{1}^{t} \frac{EVA_t}{(1+e)^t},$$

где $EVA = (p_t + h_t) - c_t V_{t-1}$ — экономическая добавленная стоимость с учетом балансовой прибыли p_t в период t, процентных платежей h_t за период t, средневзвешенной стоимости c_t инвестиционного капитала для периода t и балансовой стоимости V_{t-1} компании в конце периода $t-1$; e — стоимость собственного капитала.

Данная имитационная модель инвестиционной деятельности компании позволит объяснить статическое поведение стоимости *MVA* в зависимости от той или иной финансовой стратегии фирмы и показать, какое влияние окажут те или иные условия финансового взаимодействия банка с корпоративными заемщиками на взаимосвязь между факторами стоимости банка и корпорации, выступающей в качестве ее корпоративного клиента.

Далее предложенную модель запрограммируем в среде MathCad и на основе результатов численного исследования сформулируем *решающие правила*, подчиняющие себе решения банка о целесообразности размещения финансовых ресурсов среди потребителей корпоративного рынка банковских услуг в целях формирования фундаментальной стоимости банка и корпоративного заемщика. Для этого сначала проанализируем динамику фундаментальной стоимости компании, а также различные аспекты анализа ее инвестиционной деятельности относительно стратегии роста, структуры капитала (левериджа), процентных ставок по кредиту и требуемой доходности акционеров (стоимости собственного капитала) в условиях, как стационарного развития финансовых отношений между банком и корпоративным заемщиком, так и текущего кризиса.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ РОСТА СТОИМОСТИ КОРПОРАТИВНОГО ЗАЕМЩИКА

3.1. Анализ различных сценариев поведения фундаментальной стоимости компании

Рассмотренная модель позволяет построить график создания/разрушения во времени фундаментальной стоимости *MVA*, особенность которого состоит в наглядности результатов, дающих в понятной форме целостное представление о том, соответствует ли предлагаемая стратегия развития интересам собственников. Более того, модель позволяет выбрать наилучшие значения темпа роста, требуемой доходности акционеров структуру капитала, и другие параметры из множества альтернативных возможностей. Назовем определенный тип поведения фундаментальной стоимости *MVA*, формируемый под воздействием множества факторов роста стоимости, в том числе банка и компании, «образом» стоимости компании и проанализируем различные сценарии поведения *MVA*. Для этого зададим следующие управляющие факторы роста стоимости банка и корпоративного клиента в процентном отношении: доходность инвестиций r, темп прироста инвестиций g, ставка процента по кредиту j и стоимость собственного капитала e. Управляемым параметром служит фундаментальная стоимость *MVA*. Далее анализу подлежит характер поведения *MVA* в течение перспективного времени генерирования фундаментальной стоимости в зависимости от различных сочетаний указанных управляющих факторов.

В серии расчетов использовались условные исходные данные: размер первоначально инвестированного капитала $I_0 = 100$, балансовая стоимость совокупных активов $A_0 = 100$, балансовая стоимость заемных средств $B_0 = 70$, уставный капитал $S_0 = 30$, нераспределенная прибыль $R_0 = 0$, средний срок выдачи кредита $T_L = 5$, амплитуда бизнес-цикла $A = 0{,}5$, длительность делового (производственного) цикла $T_\psi = 6$, начальная фаза при моделировании периодической составляющей бизнес-цикла $\phi = \pi/6$, длительность моделируемого периода $T = 40$ (периодов), среднеквадратическое отклонение флюктуаций капитальных затрат $\sigma = 0{,}2$, длительность капиталовложений $T_N = 15$. Начальные показатели I_0, A, V_0, B_0, S_0 и R_0, а также они же для последующих периодов измеряются в рублях или иных денежных единицах, показатели T_L, T_ψ, T и T_N — в годах, показатели A, ϕ и σ безразмерные. Изменяемые параметры при моделировании: темп прироста инвестиций g, их доходность r, банковская процентная ставка j и требования доходности акционеров e; все они задаются в процентах за год.

На рис. 1—4 по горизонтальной оси отмечены годы, по вертикальной — фундаментальная стоимость (нормированное значение *MVA*). Это иллюстративные ситуации, поэтому на рис. 1 размах графика по вертикали уменьшен путем нормирования на минимальное значение *MVA*, на рис. 2—4 — на максимальное.

В результате «образ» (1) стоимости (см. рис. 1) разрушается, демонстрируя стратегию несбалансированного роста при превышении темпов роста инвестиций над доходностью инвестиций ($g > r$) и стоимости кредитов над стоимостью собственного

[1] Подробный вывод формулы расчета *MVA* см. на http://dis.ru/library/detail.php?ID=22578 (дата обращения 2.03.2016).

капитала ($j > e$). Такое поведение «образа» объясняется «съеданием» всех доходов и, как следствие, ожиданием неминуемого банкротства и/или поглощения другой компанией.

«Образ» (2) (см. рис. 2) генерирует стоимость без достижения фазы стабильной устойчивости и получается при обратных взаимосвязях используемых переменных, т. е. когда $g < r$ и $j < e$. В этом случае характер поведения стоимости изменяется и интерпретируется как отвечающий интересам собственников и кредиторов корпораций в долгосрочном периоде. При этом долгосрочный прогноз демонстрирует некоторое разрушение стоимости. Однако на текущий момент такая картина не должна пугать кредиторов финансировать компанию, так как у компании есть возможность и способность расплатиться с долгами.

Третий «образ» (3) (см. рис. 3) иллюстрирует типичный вариант развития российских корпораций реального сектора (здесь используются усредненные финансовые исходные данные корпораций реального сектора экономики, собранные в 2012 г.) при стремлении обеспечить соотношение $g > r$ и процентной ставке по кредиту, значительно превышающей стоимость собственного капитала, т. е. $j > e$. Стоимость в таком случае не создается в течение достаточно длительного периода.

Однако, если принять несколько откорректированные соотношения управляющих параметров, аналогичных при построении «образа» (2), т. е. когда $g < r$, а $j < e$, то будем наблюдать классический «образ» (4) с присутствием основных фаз жизненного цикла создания и сохранения устойчивости поведения фундаментальной стоимости корпорации (см. рис. 4). При этом траектории устойчивого генерирования стоимости отвечает требование следованию оптимальной структуры инвестиционного капитала, при которой фундаментальная стоимость достигает своего максимума. «Образ» (4) по сравнению с предыдущими вариантами наиболее привлекателен для кредитного финансирования его развития.

Учитывая изложенное, сформулируем *решающее правило 1*: при выполнении соотношений $g < r$ и $j < e$ следует принимать банковские решения о целесообразности размещения финансовых ресурсов среди потребителей корпоративного рынка банковских услуг в долгосрочном периоде.

3.2. Решающие правила формирования стоимости банка и корпоративного заемщика в условиях стационарного развития финансовых отношений

На основе разработанной модели выполним численные исследования взаимовлияния факторов роста стоимости банка и потенциального корпоративного заемщика для периода, соответствующего условиям стационарного развития фи-

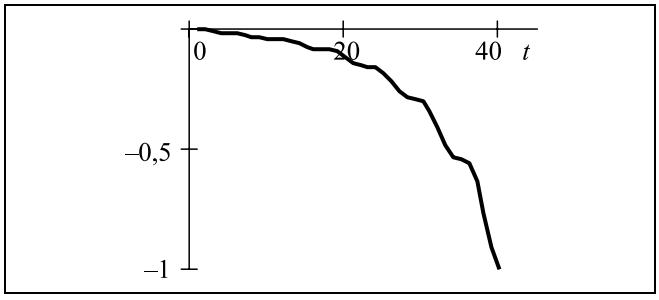


Рис. 1. «Образ» (1) разрушения стоимости

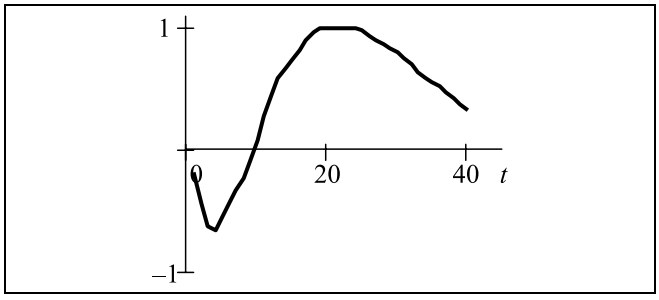


Рис. 2. «Образ» (2) генерирования стоимости без достижения фазы стабильной устойчивости

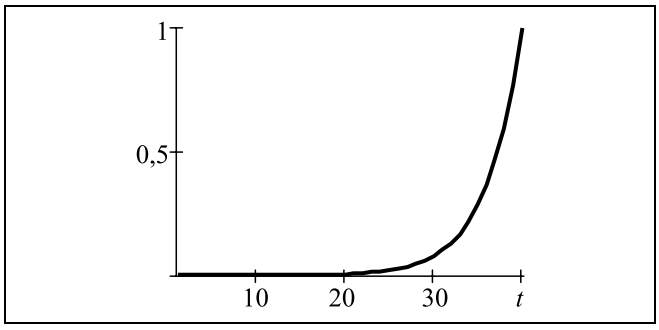


Рис. 3. Типичный «образ» (3) стоимости корпораций реального сектора экономики

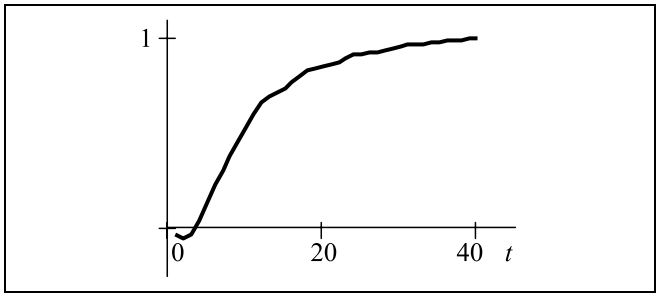


Рис. 4. «Образ» (4) стоимости, отвечающий требованиям акционеров и кредиторов

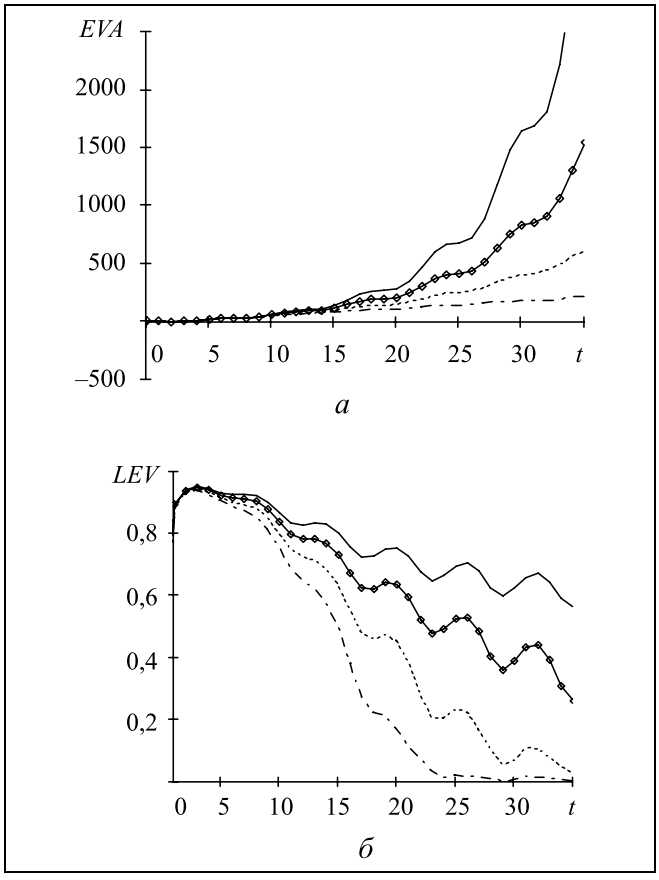


Рис. 5. Влияние различных стратегий роста на экономическую добавленную стоимость капитала (*а*) и финансовый рычаг (*б*): $g = 4$ (– · –); 8 (· · · ·); 12 (—◇—); 16 % (——); $r = 8$ %; $e = 5$ %; $j = 6$ %

нансовых отношений. Для этого сначала проанализируем влияние различных стратегий роста на показатели экономической добавленной стоимости *EVA* и финансового рычага компании *LEV* при условиях неизменности риска (исходные данные: $e = 5$ %, $j = 6$ % и $r = 8$ % при $g = 4$, 8, 12 и 16 %). Факторами роста стоимости банка, генерирующими банковский денежный поток, служит размер долга компании B_t и процентная ставка по кредиту j (о факторах роста стоимости банка см. работу [22]). Остальные параметры являются факторами роста стоимости корпоративного заемщика.

Формула расчета добавленной стоимости *EVA* приведена выше, а финансовый рычаг или левередж компании *LEV* представляет собой долю размера долга B_t в балансовой стоимости компании (суммы обязательств и собственного капитала) V_t на конец периода t, т. е. $LEV_t = B_t/V_t$.

На рис. 5, *а* показано, что на показатель *EVA* и его эластичность в течение времени выбор политики роста оказывает существенное влияние. Так, изначально задаваемому высокому росту соответствует высокая эластичность экономической добавленной стоимости и увеличенная доля заемных средств в общей структуре инвестированного капитала (рис. 5, *б*) на протяжении всего моделируемого периода. Полученный результат не противоречит финансовому смыслу, так как рост способствует увеличению прибыли, для поддержания которой необходимо увеличение финансового рычага. Кроме того, изменение стратегий роста позволяет манипулировать показателями *EVA* и *LEV* компании, следуя *решающему правилу 2*. Принимая во внимание данную закономерность, решение банка при размещении финансовых ресурсов среди потребителей корпоративного рынка банковских услуг определит приоритет финансирования той или иной компании в смысле максимизации показателя *EVA* в долгосрочном периоде.

Далее рассмотрим зависимость финансового рычага *LEV* фирмы и показателя экономической добавленной стоимости *EVA* от кредитных процентных ставок j при различных стратегиях роста (соотношениях требуемых доходности r и роста инвестиций g) и определенных требованиях акционеров e. На рис. 6 демонстрируется зависимость финансового рычага *LEV* от кредитной процентной ставки j при задаваемом темпе роста $g = 8$ %, требуемой доходности собственного капитала $e = 5$ %. Здесь оцениваются различные уровни задаваемой доходности инвестиций $r = 0$, 4, 8 и 12 %. Анализ поведения финансового рычага позволяет выявить определенную закономерность: в зависимости от соотношения между доходностью r и темпами роста инвестиций g функция финансового рычага $LEV(j)$ имеет различную чувствительность к банковским процентным ставкам j. При $r \leqslant g$ зависимость $LEV(j)$ более чувствительна к процентной ставке j, при $r > g$ относительно невысокая доля заемных средств в общей структуре капитала до определенного момента не изменяется при увеличении j. Таким образом, анализ зависимости финансового рычага от банковских процентных

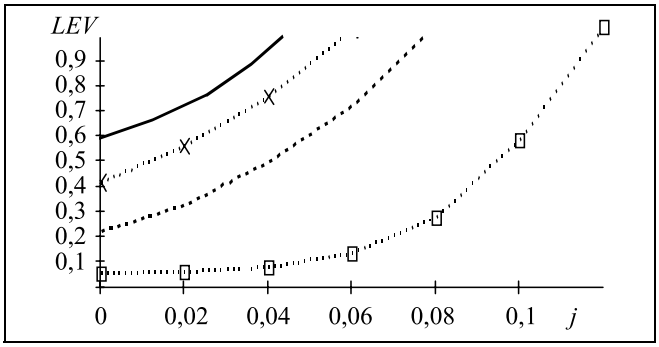


Рис. 6. Зависимость *LEV(j)*: $r = 0$ (——); 4 (··×··×··); 8 (- - - - -) и 12 (··□··□··)

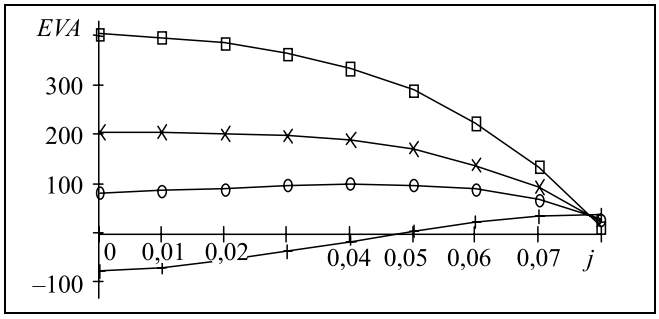


Рис. 7. Зависимость *EVA*(*j*): $e = 0$ (—□—□—); 5(—×—×—); 8 (—○—○—) и 12 (—|—|—)

ставок продемонстрировал, что одним из важных критериев выбора стратегии инвестирования предприятия, нацеленной на создание стоимости, является сохранение баланса между уровнем доходности *r* и ростом инвестиций фирмы *g*. Последнее условие формулирует *решающее правило 3*, следуя которому решение банка о целесообразности размещения финансовых ресурсов в ту или иную компанию будет зависеть от результатов анализа указанной зависимости.

На рис. 7 представлена зависимость экономической добавленной стоимости *EVA* от банковской процентной ставки *j*. Анализ данной зависимости при сбалансированном росте и доходности ($g = r = 8$ %) для различных значений требований акционеров ($e = 0$, 5, 8 и 12 %) позволяет сформулировать следующий вывод. В общем, для случая сбалансированного роста и доходности инвестиций, стоимость ссуд незначительно влияет на показатель *EVA*. В случае, если стоимость собственного капитала слишком завышена или занижена (например, при $e = 12$ % или $e = 0$ %), показатель *EVA* более чувствителен к банковским процентным ставкам. Данное условие формулирует *решающее правило 4*, в соответствии с которым банковское решение о целесообразности выдачи кредита по требуемой ставке процента будет зависеть только от показателя *e*, так как в данном случае этот показатель является единственным фактором, блокирующим в будущем возврат долга в условиях стационарного развития финансовых отношений.

3.3. Решающие правила формирования стоимости банка и корпоративного заемщика в условиях текущего кризиса

Проанализируем взаимовлияние факторов роста стоимости банка и корпоративного заемщика на примере субъекта крупного корпоративного бизнеса — корпорации реального сектора экономики в условиях текущего кризиса. Для этого смоделируем кризис на 8-м промежутке времени. Тогда при $\tau = 0{,}2 \cdot T$ ($T = 40$ периодов) шок или финансовый кризис будет смоделирован на 8-м отрезке времени относительно начала имитации. Далее проведем итерации нескольких параметров (факторов стоимости) в шаблоне имитационной модели и проанализируем характер их влияния на экономическую добавленную стоимость *EVA* и финансовый леверидж *LEV* корпоративного заемщика банка в посткризисном году, следующему через два периода после кризиса. Итерации подлежали процентная ставка по кредиту *j* и заданная внутренняя норма доходности инвестиций моделируемой фирмы *r*. В результате получена линейная ниспадающая зависимость *EVA*(*j*), построенная при разных значениях заданного уровня внутренней нормы доходности инвестиций корпоративного клиента ($r = 4$, 8, 12 и 16 %), которая к тому же не обусловлена доходностью инвестиций компании в условиях текущего кризиса. Таким образом, в соответствии с этим правилом, назовем его *решающим правилом 5*, зависимость *EVA*(*j*) линейно-ниспадающая, т. е. при росте процентных ставок по кредиту значение показателя *EVA* компании падает. Это еще одно свидетельство тому, как важно при построении кредитной политики банка учитывать финансовые интересы своих корпоративных заемщиков.

Далее имитация кризиса на 8-м отрезке времени и снятие показаний зависимости *LEV*(*r*) через 2 периода после кризиса, при различных значениях процентной ставки по кредиту ($j = 4$, 8, 12 и 16 %) демонстрирует, что между ростом левериджа компании и нормой внутренней доходности инвестиций существует гиперболическая зависимость (рис. 8). При этом один и тот же уровень левериджа требует достижения бóльшего значения доходности инвестиций при высокой стоимости кредита, нежели при более низкой. Поэтому *решающее правило 6* гласит: чтобы позволить компании сохранить структуру инвестиционного капитала в условиях текущего кризиса, необходимо либо снижение процентной ставки по кредиту, либо повы-

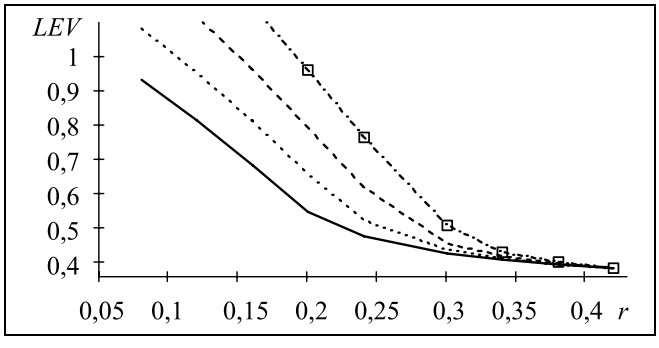


Рис. 8. Зависимость *LEV*(*r*) при $j = 4$ (——); 8 (·····); 12 (- - - - -) и 16 (—□—□—)

шение заданного уровня внутренней нормы доходности.

Процентная ставка по кредиту напрямую влияет на ключевые факторы роста фундаментальной стоимости по созданию свободного денежного потока *FCF* для банка [23]. Поэтому снижение кредитной процентной ставки занижает объем денежного потока *FCF* банка, а, следовательно, приводит к разрушению стоимости банка. Понятно, что ни один банк в этом не заинтересован и будет продолжать проводить взвешенную политику по ценообразованию банковских кредитов, исходя из собственных ресурсов и результатов банковского регулирования. Таким образом, с этой точки зрения влиять на кредитную ставку со стороны клиента не представляется возможным. Что касается объема банковских кредитов, то при правильном управлении клиентом структурой инвестиционного капитала, формируется возможность банка создавать стоимость для заемщика.

Тем самым, полученная закономерность зависимости $LEV(r)$ помогает сориентироваться клиенту, к какому уровню внутренней нормы доходности необходимо стремиться, чтобы позволить себе оптимальный уровень структуры инвестиционного капитала при сложившихся на рынке процентных ставках по кредиту. Следуя этому правилу, компания получит возможность повысить свой рейтинг по степени создания стоимости. Учет банком данной закономерности при выработке кредитных решений о целесообразности размещения финансовых ресурсов в ту или иную компанию позволит формировать стоимость, как для заемщика так и для банка.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Моделирование инвестиционной деятельности компании позволило проанализировать различные сценарии поведения фундаментальной стоимости компании и изучить зависимость факторов роста стоимости банка и корпоративного заемщика в условиях стационарного развития финансовых отношений и текущего кризиса. Выявление закономерностей причинно-следственных связей между факторами роста стоимости обусловили формулирование *шести решающих правил*, которые подчиняют себе банковские решения о целесообразности размещения финансовых ресурсов среди потребителей корпоративного рынка банковских услуг и призваны способствовать обоюдостороннему формированию фундаментальной стоимости. Предложенные в данной работе решающие правила докладывались на комиссии по банковским технологиям одного из крупнейших российских банков. В результате обсуждений они были приняты к сведению для учета в реализации сбытовой политики банка.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Fischer K.* Hausbankbeziehungen als Instrument der Bindung zwischen Banken und Unternehmen-Eine Theoretische und Empirische Analyse. — Universitat Bonn. PhD Dissertation, 1990.
2. *Sharpe S.A.* Asymmetric information, bank lending and implicit contracts: A stylized model of customer relationships // Journal of Finance. — 1990. — N 45. — P. 1069—1087.
3. *Зингалес Л., Раджан Р.Г.* Спасение капитализма от капиталистов. Скрытые силы финансовых рынков — создание богатства и расширение возможностей. — М.: Институт комплексных стратегических исследований; ТЕИС, 2004.
4. *Degryse H., Ioannidou V., Erik von Schedvin.* On the non-exclusivity of loan contracts: An empirical investigation // Sveriges Riksbank Working Paper Series. — 2012. — N 258. — P. 40.
5. *Ioannidou V.P., Ongena S.* «Time for a change»: Loan conditions and bank behavior when firms switch banks // Journal of Finance. — 2010. — N 65. — P. 1847—1878.
6. *Freixas X., Rochet J.C.* Microeconomics of banking. — Cambridge: MIT Press, 2008.
7. *Bernanke B.S., Gertler M., Gilchrist S.* The financial accelerator in a quantitative business cycle framework. Handbook of macroeconomics. — Amsterdam: Elsevier, 1999.
8. *Matsuyama K.* Credit traps and credit cycles // American Economic Review. — 2007. — N 97. — P. 503—516.
9. *Holmstrom B., Tirole J.* Financial intermediation, loanable funds, and the real sector // Quarterly Journal of Economics. — 1997. — N 112. — P. 663—691.
10. *Boivin J., Kiley M., Mishkin F.S.* How has the monetary transmission mechanism evolved over time? — N.-Y.: Elsevier, 2011.
11. *Gertler M., Kiyotaki N.* Financial intermediation and credit policy in business cycle analysis. — N.-Y.: Elsevier, 2011.
12. *Смулов А.М.* Промышленные и банковские фирмы: взаимодействие и разрешение кризисных ситуаций. — М.: Финансы и статистика, 2003.
13. *Масленченков Ю.С., Тронин Ю.Н.* Работа банка с корпоративными клиентами. — М.: ЮНИТИ-Дана, 2003.
14. *Попков В.В., Берг Д.Ю., Кузнецов Р.О.* Эволюционное измерение стратегического банковского менеджмента. — Екатеринбург: Уральский рабочий, 2002.
15. *Гурков И.Б.* Адаптация промышленной фирмы: теория и практика. — М.: ВШЭ, 1997.
16. *Виленский П.Л., Смоляк С.А.* Показатель внутренней нормы доходности проекта и его модификации / Препринт # WP / 98 / 060. — М.: ЦЭМИ РАН, 1998. — 76 с.
17. *Виленский П.Л., Лившиц В.Н.* Оценка эффективности инвестиционных проектов с учетом реальных характеристик экономической среды // Аудит и финансовый анализ. — 2000. — № 3. — С. 97—137.
18. *Fisz M.* Probability Theory and Mathematical Statistics: 3rd ed. N.-Y.: John Wiley & Sons, Inc., 1967.
19. *Хикс Дж.Р.* Стоимость и капитал: Пер. с англ. / Общ. ред. Р.М. Энтова. — М.: Изд. группа «Прогресс», 1965.
20. *Модильяни Ф., Миллер М.* Налог на корпорации и стоимость капитала: корректировка теории. Сколько стоит фирма? Теорема ММ. — М.: Дело. 1999. — С. 126—142.
21. *Mahoney W.F.* EVA-CFROI: Monsanto Focusing on New Metrics To Improve Business Valuation // Valuation Issues. May/June, 1996. — P. 1—4.
22. *Рассказова А.Н.* Стоимостные методы оценки эффективности деятельности кредитной организации // Науч.-техн. ведомости СПбГПУ. Экономические науки. — 2014. — № 4 (199). — С. 148—158.
23. *Лившиц В.Н.* Системный анализ рыночного реформирования нестационарной экономики России, 1992—2013. — М.: URSS; ЛЕНАНД, 2013.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.Д. Цвиркуном.

Рассказова Альбина Николаевна — канд. техн. наук, доцент, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», г. Санкт-Петербург,
✉ arasskazova@hse.ru.

УДК 004.75

ПРОБЛЕМЫ ПРОГРАММИРУЕМОСТИ, БЕЗОПАСНОСТИ И НАДЕЖНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ И СЕТЕЦЕНТРИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ
Ч. 1. Анализ проблематики

Ю.С. Затуливетер, Е.А. Фищенко

Проанализированы общесистемные проблемы, возникающие из-за разнородности и глобальной сильносвязности компьютерной среды. Показано влияние комбинаторной сложности проблем функциональной интеграции разнородных сетевых ресурсов при создании больших систем распределенных вычислений и сетецентрического управления. Выделены компьютерные аспекты проблем устойчивого развития социосистем в условиях глобальной информационной сильносвязности. Рассмотрены общие аспекты проблем обеспечения информационной безопасности: технический (кибербезопасность), социальный (влияние сверхпотоков информации) и личностный (на примере феномена цифровой деменции). Обозначены ключевые направления совершенствования компьютерных сред, в том числе организации надежных вычислений в компьютерных средах с ненадежными компонентами.

Ключевые слова: глобальная компьютерная среда, сильносвязность, разнородность, комбинаторная сложность, интеграция, распределенные вычисления, сетецентрическое управление, социосистема, устойчивое развитие, математически однородное алгоритмическое пространство, бесшовное программирование, кибербезопасность, надежные вычисления, цифровая деменция.

ВВЕДЕНИЕ

Связанные сетями компьютеры образовали глобальную компьютерную среду (ГКС), которая привнесла в мировую социосистему беспрецедентный феномен глобальной информационной сильносвязности[1], коренным образом меняющий глубинный характер ее устойчивого развития. В сильносвязном мире ситуация меняется слишком быстро, а масштабы спонтанных изменений и объемы фоновой и сопутствующей информации слишком велики.

По мере роста сфер влияния ГКС в отсутствие универсальных средств полномасштабной переработки распределенной информации в сколь угодно больших сетях сильносвязность развивается стихийно. Это ведет к экспоненциальному росту крайне разнородной по формам представления, слабо переработанной информации. В процессах управления социосистемами на порядки увеличивается число неконтролируемых степеней свободы, до неприемлемых уровней повышаются информационные (неэнергетические) шумы. Качественное управление устойчивым функционированием и развитием социосистем в условиях стихийного роста масштабов сильносвязности становится невозможным.

Прежний опыт и инструментарий управления в условиях относительно слабой (очаговой) информационной связности не дает ответы на новейшие вызовы. В условиях глобально сильносвязного информационного пространства с качественно новой метрикой «все влияет на все и сразу» в интенсивных потоках множественных локальных событий спонтанно возникают и быстро распространяются непредсказуемые цепочки неконтролируемых при-

[1] Термин «сильносвязность» вводится для компактного выражения характеристического свойства ГКС, которая стала принципиально новым кибернетическим объектом, оказывающим тотальное воздействие на все сферы жизнедеятельности.

чинно-следственных связей, которые все чаще вызывают лавины деструктивных процессов на глобальных уровнях.

В новейших условиях, в которых функционирует огромное разнообразие сильносвязных многоуровневых процессов жизнедеятельности, прежние методы, модели и структуры управления функционированием и развитием социосистем во многом утрачивают действенность, что ведет к потере управляемости и устойчивости социосистем.

1. НОВЫЕ ВЫЗОВЫ И ОБЩИЙ ПОДХОД К ИХ ПАРИРОВАНИЮ

Оборотной стороной компьютерной революции становится собственный, *внутрикомпьютерный* кризис ГКС, проявлением которого стал экспоненциальный рост стихийных потоков плохо организованной, крайне разнородной и противоречивой информации. Перепроизводство некачественной информации ложится непосильной ношей на существующие экономические и властные институты, структуры и системы управления, а также, что крайне нежелательно, на каждого человека и общество в целом.

Результат «перегрева» социосистем налицо — кризис перепроизводства слабо переработанной (потому «неудобоваримой» в силу неподготовленности для восприятия и принятия решений человеком) информации и, как следствие, резкое снижение качества управления и неконтролируемый процесс хаотизации миропорядка.

Свидетельство тому — непрерывная, начиная с 2000-х гг., череда новейших мировых кризисов с нарастающей амплитудой. Она парадоксальным образом совмещается на фоне экстенсивного роста масштабов использования ГКС со сверхбыстрым (на 1—3 порядка и более) ростом характеристик всех компонентов компьютеров и сетей. Переставая подчиняться инструментам рыночного — финансово-экономического — и политического регулирования, социальные кризисы переходят в разрушающую фазу трудноконтролируемых военных конфликтов.

В докладе Комиссии по измерению эффективности экономики и социального прогресса [1], инициированной президентом Франции и возглавленной нобелевскими лауреатами по экономике, представлены результаты анализа причин снижения устойчивости социосистем. Показано, что макроэкономические показатели, среди которых ВВП занимает центральное место, не дают адекватного отражения всей совокупности сильносвязных социально значимых процессов. Это приводит к недооценке существенных, но не учитываемых факторов влияния и искажению картины в целом. Выводы Комиссии в том, что на смену существующим методам сбора выборочной информации и проведения оценок (часто субъективных) по ограниченным наборам параметров, уже не представляющих на данном этапе развития системной полноты, необходимо переходить к замерам и сбору по возможности полной объективной информации обо всех социально-значимых проявлениях.

Без такого расширения наборов учитываемых параметров, как мы полагаем, невозможно учитывать новые степени свободы, появляющиеся в условиях глобальной информационной сильносвязности. Без оперативного сбора необходимой информации и ее своевременной полномасштабной переработки становится невозможным формирование адекватных оценок текущего состояния социосистем и управление их устойчивым развитием.

Напрашиваются вопросы. Первый: «Почему мировая социосистема (с весьма высокими уровнями достижений экономической сильносвязности в мировом разделении труда) в своем перманентном кризисе становится невосприимчивой к опережающему и практически неограниченному росту информационно-вычислительного и системообразующего потенциала ГКС?». Второй: «Почему мировая рыночная система вместо кардинального рывка вперед на основе сверхбыстро растущего потенциала ГКС оказывается бессильной в противодействии стихийному, системно несбалансированному и, потому, деструктивному воздействию феномена глобальной информационной сильносвязности?».

Ответы надо искать не только в несоответствии существующей рыночной инфраструктуры беспрецедентным требованиям глобальной информационной сильносвязности, но и, в первую очередь, в глубинном общесистемном кризисе собственно ГКС.

Мировые кризисы неуправляемой сильносвязности обретают общесистемный характер и не могут решаться в рамках какой-либо одной из существующих в большом количестве социально-экономических моделей, которые до сих пор стихийно формировались в условиях очаговой связности. Это, в основе своей, — антропоцентрические модели, которые в значительной степени замкнуты на специфические особенности и приоритеты сильно различающихся социумов.

Как правило, антропоцентрические модели ментально ориентированы, потому — противоречивы, изначально конфликты и трудно совместимы. Кроме того, ни одна из них по фундаментальным причинам не может неограниченно расширять географические сферы своего применения. Одна из таких причин — биологически и социально ограниченная пропускная способность человека и социумов в части переработки сверхбольших потоков и объемов информации.

Для формирования новой мировой экономической инфраструктуры устойчивого развития в условиях глобальной информационной сильносвязности необходим переход от специфических, трудно интегрируемых антропоцентрических моделей развития к универсальным — инфоцентрическим. Если антропоцентрические модели укореняются в крайне субъективных, антагонистичных полях человеческого сознания с априори ограниченной пропускной способностью, то «резиденцией» инфоцентрических моделей должны стать сверхбыстро растущие вычислительные ресурсы высокоорганизованной ГКС, обеспечивающей свободный алгоритмический доступ к ее практически неограниченному системообразующему потенциалу.

Такой переход, как очевидно, связан с преодолением колоссальной инерции всего предшествующего, крайне разнородного опыта развития. Важно, что этот переход невозможен с опорой только на антропоцентрические модели развития. Для массового перехода к инфоцентрическим моделям требуется трансформация крайне разнородной ГКС в единый, системно-целостный и универсально программируемый инструмент решения всей совокупности задач управления устойчивым развитием социосистем. Такая трансформация осуществима научно-техническими компетенциями путем устранения фундаментальных внутрикомпьютерных причин кризиса несбалансированного роста ГКС.

Для перехода к инфоцентрическим моделям требуется пересмотр приоритетов, разработка таких кибернетических методов и моделей глобализации универсальной парадигмы управления в сколь угодно больших ресурсах ГКС [2, 3], которые соответствуют масштабам глобальной сильносвязности и способны составить инструментальную базу для формирования и устойчивого развития всего разнообразия сколь угодно больших систем различной природы.

Чтобы отвечать новейшим вызовам, необходим быстрый, но при этом эволюционный, переход от антропоцентрических моделей, входящих в массовые контуры управления при уже заведомо недостаточной своей пропускной способности, к инфоцентрическим моделям и реализующим их системам сетецентрического управления (СЦУ) устойчивым развитием социосистем в новейших условиях.

Такой переход возможен только на основе новых кибернетических методов и моделей управления устойчивым развитием сверхбольших систем в условиях глобальной сильносвязности и принципиально новых поколений сетецентрических технологий, способных максимально задействовать совокупный вычислительный потенциал ГКС на воплощение этих методов и моделей [2, 3].

Инфоцентрические модели и сетецентрические системы ментально-инвариантны и обладают неограниченным потенциалом наращивания пропускной способности для переработки экспоненциально растущих потоков и объемов информации. В подавляющей своей части эти потоки и объемы должны перерабатываться алгоритмически с аккумулирующим использованием совокупного вычислительного потенциала ГКС (на основе глобализации универсальной парадигмы управления [2]).

Новые модели должны приходить на смену антропоцентрическим в тех сферах, где это необходимо в первую очередь. Прежде всего, они должны стать основой для преодоления кризиса перепроизводства плохо организованной информации в ГКС.

Крайняя разнородность информационных и вычислительных ресурсов ГКС составляет фундаментальное препятствие на путях к дальнейшему наращиванию масштабов алгоритмизации методов переработки сверхбольших потоков и объемов глобально распределенной информации.

Для его преодоления необходимо выявление и устранение компьютерных первопричин непрерывного воспроизводства разнородности форм представления данных, программ, процессов и систем в ГКС. В этом направлении открываются возможности максимального использования практически неограниченного вычислительного потенциала ГКС, необходимого для полномасштабной алгоритмической переработки глобально распределенной информации в целях устойчивого функционирования и развития мировой социосистемы.

В данной работе излагаются принципы общего подхода, обосновывающего стратегическое направление и следующие этапы развития ГКС.

Цели подхода:

- выявление и устранение причин глубокого внутрисистемного кризиса ГКС, оказывающего деструктивное влияние на развитие мировой социосистемы в условиях глобальной информационной сильносвязности;
- обоснование стратегии развития ГКС, направленной на формирование в ней единого универсально программируемого и кибербезопасного алгоритмического пространства распределенных вычислений и СЦУ, способного обеспечить интеграцию и аккумуляцию совокупных ресурсов сколь угодно больших сетей для решения всего разнообразия задач управления устойчивым развитием социосистем в условиях глобальной сильносвязности.

2. ЗАДАЧИ И СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ ГЛОБАЛЬНО РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ИНФОРМАЦИИ

Этапы развития ГКС, которая связывает разнообразные классы компьютерных устройств — от смартфонов до суперкомпьютеров, представлены в таблице.

Заливкой в последней строке таблице выделены перспективные направления новых этапов развития ГКС, которые предлагаются, исследуются и обосновываются в настоящей работе.

Суммарный потенциал производительности миллиардов компьютерных устройств ГКС в настоящее время составляет более 1—2 экзафлопс (10^{18} флопс), совокупный объем памяти — более 1—2 экзабайт (10^{18} байт) оперативной памяти и сотни экзабайт долговременной памяти.

В составе ГКС развиваются сети мобильной связи (миллиарды абонентов), а также разнообразные сети с интеллектуальными сенсорами, исполнительными устройствами и агрегатами (роботы, 3d-принтеры и др.). Интеграция их в общее сетевое пространство увеличивает не только вычислительный потенциал ГКС, но и привносит новые функциональные возможности, способы и масштабы охвата всех сторон жизнедеятельности социосистем, связанные с разнообразными взаимодействиями социального, виртуального и физического миров [4, 5]. Это — перемещения вычислительных узлов, разнообразные производственные процессы, портативные универсальные терминалы, мультисеточная сенсорика и мониторинг, навигация, управление, робототехника и многое другое.

Отметим, что в настоящее время вследствие крайней разнородности аппаратных, системных и программных средств совокупный системообразующий и вычислительный потенциал ГКС раскрывается лишь в незначительной степени. В перспективе ГКС во всей системно-целостной совокупности интегрированных ресурсов может и должна стать универсальным, общеиспользуемым инструментом решения практически неограниченного разнообразия задач, распределенных вычислений и СЦУ.

Примером весьма перспективных, но далеких от полномасштабного решения задач в ГКС, служат концепции:

- «Internet of Things» [4] (Интернет вещей), определяет стратегию массовой реализации через сети прямых взаимодействий машин, предметов и других объектов, составляющих большие и сверхбольшие техногенные системы, требующие эффективных средств и методов функциональной и системной интеграции в условиях крайней разнородности ресурсов глобальных сетей;
- «Internet of Everything» [5] (всеобъемлющий Интернет) — дальнейшее развитие концепции Internet of Things, показывающее стратегические направления сетевой интеграции людей, процессов, данных и вещей, которые могут открыть качественно новые возможности для гармонизации социальных, техногенных и природных процессов (емкость рынка до 2022 г. оценивается ~ $14,4 трлн. [6]);
- «Net-Centric Computing» (сетецентрический компьютинг) [7] — направление исследований, нацеленных на поиск эффективных моделей организации распределенных вычислений в сетях, для реализации упомянутых концепций и развития их алгоритмических возможностей.

Однако для общего решения задач полномасштабной переработки глобально распределенной информации требуется решение ряда основополагающих проблем преодоления внутреннего общесистемного кризиса стихийно-несбалансированного развития ГКС.

Развитие ГКС: от информационной глобализации сетевого пространства к алгоритмической

Период, гг.	Размер ГКС (число компьютеров)	Модель глобализации	Функциональные возможности	Свойство модели
1990-е	10^5—10^7	Информационно-коммуникационная на основе гипертекста (WWW)	Глобализация действий обмена и накопления распределенной информации (без глобализации действий ее переработки)	Алгоритмическая полнота (универсальность) не распространяется на сетевые ресурсы
2000-е	10^8—10^9	Частично распределенные вычисления «Grid», «Cloud»	Предоставление алгоритмических сервисов в асимметрических сетевых архитектурах «Клиент — Сервер»	Ограниченное распространение алгоритмической полноты на сетевые ресурсы (от ~10^1 до ~10^4 компьютеров)
10-е и далее	10^{10}—10^{11} и более	Вполне распределенные вычисления в сетевой архитектуре «Peer-to-Peer»	Единое, бесшовно программируемое алгоритмическое пространство	Алгоритмическая полнота распространима на сколь угодно большие сети

Несбалансированность выражается в том, что из трех фундаментальных видов действий с информацией — хранение, передача и преобразование, лежащих в основе любых информационных процессов, в настоящее время в сетях системно глобализованы только два — хранение и передача. Отсутствие универсальных, системно целостных средств полномасштабной переработки глобально распределенной информации — это одна из главных внутрикомпьютерных причин перепроизводства низкокачественной информации.

Для создания инструментальных основ предотвращения коллапса мировой социосистемы путем перехода к инфоцентрическим моделям устойчивого развития весьма актуальной становится проблематика выявления и устранения первопричин глубинного общесистемного кризиса собственно ГКС. Преодоление кризиса несбалансированного развития ГКС сделает возможной компьютерно-сетевую глобализацию универсальной парадигмы управления посредством средств и методов СЦУ в едином, универсально и бесшовно программируемом алгоритмическом пространстве [2, 3].

По сути это станет системно целостной и функционально полной глобализацией всех трех видов фундаментальных действий с информацией.

Средства и методы СЦУ, благодаря динамически формируемой общей информационной картины событий, нацелены на кардинальное повышение эффективности управления большими и сверхбольшими системами различного назначения в едином сильносвязном сетевом пространстве.

Системы СЦУ предполагают [3], что каждый стационарный/мобильный объект в рамках своей «компетенции» в дополнение к автономно собираемой им информации обеспечивается через сети необходимой для решения его задач информацией, собранной и переработанной другими объектами. На основе совокупной информации каждый из объектов в соответствии со своими «полномочиями» может автономно вырабатывать согласованные управляющие воздействия, направленные на достижение общей цели.

Системы СЦУ должны функционировать в режимах реального времени и асинхронной самоорганизации, быть устойчивыми к отказам узлов сети и линий связи, обладать высокой степенью кибербезопасности, обеспечивать введение в контуры обработки информации моделей управления с высокими уровнями компьютерного интеллекта.

Несмотря на то, что наиболее систематическое развитие концепция СЦУ до сих пор получает в рамках военной тематики [8], ее применимость посредством глобализации парадигмы управления в едином алгоритмическом пространстве потенциально распространяется [2, 3] на все сферы влияния ГКС. Отчасти они представлены концепциями «Internet of Things», «Internet of Everything», «Net-Centric computing» [4—7].

Современный компьютерно-сетевой инструментарий, такой как Grid- [9, 10] и Cloud- [11—13] технологии (см. таблицу), для отдельных классов узкопрофилированных комплексов задач позволяют лишь в ограниченных масштабах создавать распределенные вычислительные системы априори той или иной проблемной ориентации.

Распределенные Grid-системы [9, 10], в отличие от обычных (кластерных) высокопроизводительных вычислительных систем, представляют собой совокупность отдаленных, как правило, расположенных в разных географических точках, разнородных компьютерных ресурсов, связанных сетями для достижения общей цели, например, для обработки, хранения и анализа экспериментальных данных Большого адронного коллайдера [9].

В Grid-вычислениях каждый узел (компьютер сетки) настроен на выполнение собственных задач, что характерно для сетевых архитектур «Peer-to-Peer» [7, 10]. Сетки часто строятся с целью совместного применения библиотек программного обеспечения. Отдельная сетка может быть посвящена конкретной проблеме либо может использоваться в нескольких целях. Размер сеток, как правило, от ~10 до ~10^4 узлов.

Cloud-технологии [11—13] (облачные вычисления) предоставляют информационные и вычислительные ресурсы серверных центров посредством доступа к данным и программам через Интернет. Серверные центры представляют собой локальные вычислительные сети, связывающие от десятков до десятков тысяч серверов (в зависимости от потребности в суммарной производительности).

Облачные технологии концентрируют сложные системно-алгоритмические решения на мощных серверных центрах. Обеспечивая многочисленных пользователей-клиентов алгоритмическими сервисами в режиме отдаленного доступа, они освобождают пользователей от многих проблем системного обслуживания и наращивания алгоритмического потенциала.

Примерами крупных облачных веб-сервисов служат сервисы «Amazon EC2» [14], «Xen» [15], «Google Cloud», «IBM Cloud», «Microsoft Cloud».

Принципиальные недостатки существующих методов и средств создания Grid- и Cloud-систем:

- разнородность аппаратных и программных платформ ведет к опережающему росту системной сложности функциональной интеграции вычислительных ресурсов;
- необходимость априорной специализации и сопутствующих ей жестких ограничений состава и типов объектов, их функций, что способствует наращиванию разнородности ГКС на общесистемных уровнях;

- комбинаторная сложность интеграции разнородных ресурсов становится непреодолимым препятствием для наращивания размеров таких систем (как правило, верхние ограничения ~10^4), что не позволяет распространять данные технологии функциональной интеграции на сколь угодно большие сети;
- невозможность «бесшовного» программирования распределенных вычислений в сколь угодно больших сетях;
- опережающий рост сложности проблем обеспечения кибербезопасности.

Разрабатываемые с помощью существующих технологий системы распределенной обработки данных в глобальных сетях в большинстве случаев имеют корпоративное назначение. Они строятся посредством дополнительных многослойных программных надстроек над стандартными операционными системами (ОС) и сетевыми протоколами. В результате получаются разнородные, громоздкие, уязвимые в отношении кибератак программные решения с чрезмерным числом степеней свободы управления, выведенных на человека. Трудоемкость, а значит, себестоимость и сроки их разработки по мере увеличения масштабов систем имеют тенденцию к опережающему росту. Эксплуатация требует сложного администрирования на многочисленных, крайне разнородных системных и сетевых уровнях.

Такие решения, как правило, трудно адаптируются к структурным изменениям внешнего контекста глобального информационного пространства, тенденции развития которого не подчиняются внутрикорпоративным интересам. В результате длительных сроков разработки таких систем информационная среда, в которой они должны функционировать, может существенно изменить свои свойства, что приводит к утрате актуальности и обесцениванию инвестиций и результатов усилий многих разработчиков.

В существующей компьютерной среде глобализация действий передачи и хранения распределенной информации не уравновешивается полномасштабной глобализацией возможностей ее универсальной и «бесшовно» программируемой переработки.

Термин «бесшовное» программирование требует пояснений.

В настоящее время функциональная интеграция систем обработки распределенной информации в разнородной среде предполагает формирование метауровня управления в виде системной надстройки, которая обеспечивает взаимодействие и совместную работу разнородных компонентов и подсистем. Предполагается воплощение единого формализма, в котором осуществляется метауровневое программирование, нацеленное на интеграцию разнородных ресурсов, изначально не предназначавшихся для совместной работы.

Такой формализм должен обладать требуемым для конкретных систем функционалом и допускать возможность согласования форматов взаимодействия разнородных компонентов. При этом посредством единого метауровневого формализма «сшиваются» стыки разнородной среды и, тем самым, обеспечивается возможность «бесшовного» программирования.

Такие специальные решения в отсутствие единой универсальной модели распределенных вычислений до сих пор доминируют в задачах интеграции гетерогенных сетей. Каждое из них, охватывая заведомо ограниченный фрагмент ГКС, требует своего формализма, своих дополнительных слоев системного ПО, что, очевидно, ведет к дополнительному росту разнородности ГКС.

В условиях комбинаторной сложности задач интеграции разнородных ресурсов такие решения в принципе не могут распространяться на сколь угодно большие сети.

В связи с этим в качестве альтернативы чрезмерно сложным специфическим решениям обеспечения априори ограниченной «бесшовности» программирования возникает острая необходимость общего подхода к формированию в сколь угодно больших сетях единого, универсального и бесшовно программируемого алгоритмического пространства распределенных вычислений.

Несбалансированное развитие ГКС, как уже говорилось, проявляется на фундаментальных уровнях.

Прежде всего, оно приводит к перепроизводству плохо организованной информации, что ведет к неконтролируемому росту «информационного шума», который в условиях глобальной сильносвязности ведет к снижению качества управления и потере устойчивости мировой социосистемы в целом и ее частей;

Далее, в условиях изначальной разнородности ресурсов ГКС задачи системно-функциональной интеграции вычислительных систем, а также программирования распределенных вычислений в них, являются существенно многовариантными задачами, которые, как известно, обладают комбинаторной сложностью своих решений. Поэтому с увеличением размеров таких систем сложность их создания быстро растет, что находит выражение в давно известном термине «комбинаторное проклятие» размерности. Это понятие в полной мере применимо к массовым индустриальным проблемам системно-функциональной интеграции крайне разнородных вычислительных и информационных ресурсов существующей ГКС.

Системные свойства разнородных компьютерных сред и технологий их программирования не

отвечают требованиям свободной масштабируемости распределенных вычислений и процессов управления, их универсальной, общедоступной бесшовной программируемости. Преодоление комбинаторной сложности в ходе интеграции и программирования сетевых ресурсов с увеличением размеров сетей требует неограниченного роста средств и времени.

Убедительным примером непреодолимости комбинаторного проклятия размерности при интеграции ресурсов разнородных сетей существующими технологиями, как показано в работе [3], является комплексная исследовательская программа министерства обороны США «Future Combat Systems» (FCS).

В начале 2000-х гг. на нее было выделено $177 млрд. Одна из главных задач программы FCS — формирование интегрированного пространства СЦУ, охватывающего все рода войск. В течение неполного десятилетия, несмотря на обильное финансирование, привлечение лучших технологий и специалистов, «лобовые» методы и средства интеграции разнородных ресурсов и систем не смогли дать решение этой центральной задачи FCS.

В 2008 г. на фоне мирового финансового кризиса программа была закрыта. Задача формирования сильносвязного, бесшовно программируемого алгоритмического пространства СЦУ до сих пор остается нерешенной даже в рамках отдельного рода войск.

Это — свидетельство вынужденного признания ограниченности системообразующего потенциала технологий «лобового» преодоления комбинаторной сложности интеграции разнородных ресурсов в сетях. Фундаментальные причины их ограниченности до сих пор не осознаны компьютерной индустрией. По сути, мы видим констатацию того факта, что «лобовые» технологии подошли к исчерпанию своего системообразующего потенциала и неспособны обеспечивать прогресс в наращивании масштабов применения методов и средств СЦУ в сколь угодно больших сетях.

Для дальнейшего продвижения необходимо выявление и устранение фундаментальных (надтехнологических) причин непрерывного воспроизводства разнородности и сопутствующего комбинаторного проклятия размерности.

Рост внутрикомпьютерной системной сложности ГКС ведет к практически неконтролируемому росту киберугроз. Существующие программные средства системного уровня (ОС, промежуточное ПО, все уровни сетевых протоколов) отличаются крайней разнородностью и, как следствие, обилием внутренних нестыковок, неучтенных уязвимостей. В ходе их обновления число уязвимостей только возрастает. Защита от вредоносных воздействий посредством программных решений в этих условиях становится все менее эффективной. Уже близки те критические уровни, когда обеспечение эффективной защиты от вредоносных проникновений на массовых уровнях существующими методами и средствами становится невозможным.

Прямым следствием комбинаторной сложности разнородной компьютерной среды становится также рост негативного воздействия на здоровье массовых пользователей. Растущая по мере увеличения масштабов применения сетей сложность внутрикомпьютерных проблем неминуемо отражается в интерфейсах массового взаимодействия человека с машиной. Рядовые пользователи вынуждены брать на себя растущую дополнительную нагрузку не только по переработке все более интенсивных потоков плохо организованной потребительской информации, но и по управлению многочисленными системными настройками, сервисами. Психологическая нагрузка на пользователей растет и уже превышает природные защитные барьеры.

Количество пользователей при массовом использовании гаджетов исчисляется миллиардами. В результате — новейшие виды заболеваний. Один из примеров — цифровая деменция (digital dementia) [16, 17]. Все больше молодых пользователей страдают несвойственной возрасту потерей памяти, расстройством внимания, когнитивными нарушениями, депрессией, снижением самоконтроля. В мозгу пациентов происходят изменения, схожие с теми, что появляются после черепно-мозговой травмы или на ранней стадии возрастного слабоумия.

Источник новых вызовов — крайне разнородная, системно и функционально несбалансированная ГКС. Полномасштабные ответы на них возможны только на путях совершенствования ее фундаментальных общесистемных и функциональных качеств на основе новых принципов формирования единого, математически однородного, универсально программируемого и кибербезопасного алгоритмического пространства в сколь угодно больших сетях и соответствующих программно-аппаратных средств управления ГКС.

3. КЛЮЧЕВЫЕ ПРОБЛЕМЫ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ КОМПЬЮТЕРНЫХ СРЕД

Основным инструментом переработки глобально распределенной информации являются системы распределенных вычислений, которые решают задачи с вовлечением большого количества связанных сетями компьютерных устройств различных классов — от «умной пыли», смартфонов и ПК до суперкомпьютеров.

Выделим и рассмотрим некоторые из ключевых проблем на путях наращивания масштабов вовле-

чения вычислительных ресурсов ГКС в процессы переработки распределенной информации.

Первая проблема. Ведущие в этой сфере Grid- и Cloud-технологии [9—15] предназначены для очаговой системно-функциональной интеграции ресурсов гетерогенных сетей. Они позволяют интегрировать для осуществления распределенных вычислений от десятков до десятков тысяч компьютерных устройств. Отметим, что в условиях разнородности этими технологиями покрывается лишь ничтожная часть совокупных вычислительных ресурсов глобальных сетей, что не удовлетворяет опережающий спрос на расширение масштабов переработки экспоненциально растущих потоков глобально распределенной информации.

Главным препятствием на путях дальнейшего наращивания масштабов переработки распределенной информации в рамках очаговых технологий становятся фундаментальные барьеры комбинаторной сложности интеграции разнородных сетевых ресурсов. По этой причине у них нет долгосрочных перспектив. На смену им должны приходить принципиально новые подходы и технологии, не обремененные барьерами комбинаторного проклятия размерности.

Вторая проблема. В настоящее время отсутствуют индустриально значимые модели распределенных вычислений в сколь угодно больших сетях и соответствующие средства бесшовного программирования [2, 3]. В этом состоит причина глобального дисбаланса в развитии ГКС. Он проявляет себя в неконтролируемом экспоненциальном росте потоков и объемов крайне разнородной, слабо переработанной и плохо организованной глобально распределенной информации, которая превращается во всемирную «свалку» разрозненных данных. В отсутствие такой модели и средств бесшовного программирования кризис перепроизводства слабо структурированной информации (непригодной для глубокой алгоритмической переработки) становится непреодолимым препятствием на путях к устойчивому развитию мировой социосистемы в условиях глобальной информационной сильносвязности.

Третья проблема. По мере увеличения масштабов интеграции разнородных сетевых ресурсов системная сложность переработки распределенной информации растет опережающими темпами. В отсутствие формально строгих методов и средств композиции единого целого из разнородных фрагментов внутренняя структура таких систем обретает вид «лоскутного» одеяла. В отсутствие системной гарантии полноты и непротиворечивости функций в таких системах неизбежно накапливаются неучтенные ошибки и нестыковки. В них на разных уровнях — аппаратных средств, инструментов программирования, ОС и сетевых протоколов — неизбежно возникают скрытые функции системных уровней управления вычислительными ресурсами и каналы нелегального доступа к ним.

Неконтролируемый рост внутрикомпьютерной и общесистемной сложности больших вычислительных сред в разнородных сетях служит основой для несанкционированного использования сетевых ресурсов. Поэтому, чем масштабнее системы распределенной обработки, тем сложнее обеспечивать их кибербезопасность. Их защита от несанкционированного вмешательства обретает чрезвычайную остроту.

Существующие способы обеспечения защиты посредством многочисленных обновлений носят характер несистемного латания дыр. Методы нанесения заплаток на заплатки явно не адекватны темпам опережающего роста системной сложности ГКС.

Четвертая проблема. Надежность вычислений и процессов управления в распределенных вычислительных системах является очень важной характеристикой. Отказ сетевых компонентов может приводить к катастрофическим последствиям. Надежная распределенная система должна быть отказоустойчивой, насколько это возможно [18].

Обеспечение надежности распределенных вычислений в ненадежных вычислительных средах составляет одну из центральных задач качественного совершенствования ГКС. Изначальная ненадежность вычислительных сред связана с недетерминированностью вхождения вычислительных ресурсов в составе ГКС. Она определяется неустранимыми причинами изменения состава дееспособных компьютеров и связей между ними и характеризуется множеством разноплановых проявлений нестационарности текущего состава и состояния компьютерных устройств и сетевых коммуникаций. Среди них:

- случайным образом меняющийся состав компьютерных устройств, ведущих вычисления, и конфигураций связи между ними (включение/выключение, отказы);
- внешние (стихийные или спланированные) деструктивные воздействия на привлеченные к распределенным вычислениям сетевые ресурсы.

Наличие избыточных связей между компьютерами ГКС дает необходимый резерв для программных методов повышения надежности распределенных вычислений в сетях в условиях неустранимой недетерминированности вхождения вовлекаемых вычислительных узлов и связей между ними.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Глобальная компьютерная среда (ГКС) и связанный с ней феномен глобальной информационной сильносвязности оказывают беспрецедентное по масштабам и пока плохо контролируемое вли-

яние на мировую социосистему. В современном своем состоянии ГКС становится уже не столько инструментом развития, сколько генератором беспрецедентных вызовов и глобальных кризисов, на которые пока не существует методов и средств полномасштабных ответов. Это и экспоненциальный рост потоков и объемов плохо организованной информации, превышающих пропускную способность человека и социумов в части их переработки, и трудно разрешимые в рамках существующих компьютерных принципов и технологий проблемы системно-функциональной интеграции разнородных ресурсов, и многоаспектные проблемы кибербезопасности и надежности.

Современная наука еще не выработала общих принципов, методов и подходов к рассмотрению ГКС как единого системно-целостного объекта. Для научного осмысления этого новейшего кибернетического объекта требуется проведение междисциплинарных исследований фундаментальных аспектов становления и развития собственно ГКС, а также тотального влияния ГКС на функционирование и развитие больших социальных и техногенных систем в условиях глобальной информационной сильносвязности.

Одна из главных целей исследований — формирование универсального и общедоступного компьютерно-сетевого инструментария, направленного на функциональную интеграцию совокупных вычислительных ресурсов ГКС в целях управления устойчивым развитием больших распределенных систем в условиях глобальной информационной сильносвязности.

В первой части работы проведен анализ проблематики и первичное структурирование направлений исследования внутренних свойств ГКС, которые привели к функциональным диспропорциям в ее развитии, оказывающим негативное влияния на социальную среду. В результате сформулированы первоочередные задачи выявления и устранения компьютерных первопричин глобальных проявлений диспропорций на общесистемном уровне.

Во второй части данной работы будет представлен общий подход к качественному обновлению системообразующих возможностей ГКС посредством формирования в ней единого алгоритмического пространства сетецентрического управления на основе новых принципов организации распределенных вычислений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Стиглиц Дж., Сен А., Фитусси Ж.-П.* Неверно оценивая нашу жизнь: почему ВВП не имеет смысла? / Доклад Комиссии по измерению эффективности экономики и социального прогресса. — М.: Изд-во Института Гайдара, 2016. — 216 с.
2. *Затуливетер Ю.С.* Проблемы глобализации парадигмы управления в математически однородном поле компьютерной информации // Проблемы управления. — 2005. — Ч. 1: № 1. — С. 2—10; Ч. 2: № 2. — С. 12—23.
3. *Затуливетер Ю.С.* Компьютерный базис сетецентрического управления // Тр. конф. «Технические и программные средства в системе управления, контроля и измерения» (УКИ'10). 18—20 окт. 2010 г., ИПУ РАН, Москва. — М., 2010. — С. 17—37. — URL: http://cmm.ipu.ru/proc/Затуливетер%20Ю.С.%20.pdf (дата обращения: 5.02.2016).
4. *Dave Evans.* The Internet of Things How the Next Evolution of the Internet is Changing Everything. 2011. — URL: http://www.cisco.com/web/about/ac79/docs/innov/IoT_IBSG_0411FINAL.pdf (дата обращения: 5.02.2016).
5. *Dave Evans.* The Internet of Everything. 2012. — URL: http://www.cisco.com/web/about/ac79/docs/innov/IoE.pdf (дата обращения: 5.02.2016).
6. *Bradley J., Barbier J., Handler D.* Embracing the Internet of Everything to Capture your Share of $14.4 trillion. CISCO, White Paper. 2013. — URL: http://www.cisco.com/web/PH/ciscoinnovate/pdfs/IoE_Economy.pdf (дата обращения: 5.02.2016).
7. *Somani A.K., Kher S.* Net-Centric Computing: The Future of Computers and Networking / IEEE International Conference ICDCIT 06, Bhubaneshwar, India, Dec.2006. — Springer LNCS, Book Chapter, «Distributed Computing and Internet Technology». 2006. — Vol. 4317. — P. 14—26. — URL: http://ecpe.ee.iastate.edu/dcnl/Publications/docs/SensorNW/DCNL-SN-2006-409.pdf (дата обращения: 5.02.2016).
8. *Буренок В.М.* Технологии, вооружения, войны. — СПб.: Военная академия материально-техн. обеспечения им. генерала армии А.В. Хрулева, 2011. — 188 с.
9. *Кореньков В.В.* Распределенная система для обработки, хранения и анализа экспериментальных данных Большого адронного коллайдера // Тр. XII междунар. науч.-практ. конф. «Современные информационные технологии и ИТ-образование» / МГУ. — М., 2012. — С. 8—20.
10. *El-khatib Y.* Monitoring, Analysing and Predicting Network Performance in Grids (Thesis Ph.D.). Lancaster University. 2011. — URL: http://www.comp.lancs.ac.uk/~elkhatib/Docs/2011.09_PhD-Thesis.pdf (дата обращения: 5.02.2016).
11. *Иванников В.П.* Облачные вычисления в образовании, науке и госсекторе // Пленарные доклады 5-й междунар. конф. «Параллельные вычисления и задачи управления» PACO'2010, Москва, ИПУ РАН. — М., 2010. — С. 75—81.
12. *Qusay F. Hassan.* Demystifying Cloud Computing // The Journal of Defense Software Engineering (CrossTalk). — 2011. — Jan / Feb. — P. 16—21.
13. *Zage D., Franklin D.,Urias V.* What Does the Future Hold for Cloud Computing // The Journal of Defense Software Engineering. — 2013. — Sep / Oct. — P. 4—8.
14. *URL:* http://aws.amazon.com/ec2/ (дата обращения: 5.02.2016).
15. *URL:* http://www.xen.org/ (дата обращения: 5.02.2016).
16. *Шпитцер М.* Антимозг: цифровые технологии и мозг. — М.: АСТ, 2013. — 288 с.
17. *Gwinn J.* Overuse of Technology Can Lead to 'Digital Dementia'. 12.01.2013. — URL: http://www.alzheimers.net/2013-11-12/overuse-of-technology-can-lead-to-digital-dementia (дата обращения: 5.02.2016).
18. *Ahmed W., Wu Y.* A survey on reliability in distributed systems // Journal of Computer and System Sciences — 2013. — Vol. 79, iss. 8. — P. 1243—1255.

Статья представлена к публикации членом редсовета чл.-корр. РАН П.П. Пархоменко.

Затуливетер Юрий Семенович — канд. техн. наук, вед. науч. сотрудник, ✉ zvt@ipu.rssi.ru,

Фищенко Елена Алексеевна — канд. техн. наук, вед. науч. сотрудник, ✉ elena.fish@mail.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.

УДК 007: 37.02

КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ ДИДАКТИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ: ИНФОРМАЦИОННО-КИБЕРНЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Р.В. Майер

Предложена компьютерная модель кибернетической системы «учитель — ученик», позволяющая учитывать особенности процесса обучения. Модель основана на численном решении системы дифференциальных уравнений и учитывает влияние ученика на учителя, т. е. обратную связь. Проанализированы различные методы управления деятельностью ученика.

Ключевые слова: дидактика, дидактическая система, имитационное моделирование, кибернетика, теория обучения, управление, усвоение знаний, учебная деятельность.

ВВЕДЕНИЕ

С позиций кибернетической педагогики процессы обучения и воспитания могут быть сведены к управлению развитием различных качеств личности учащегося с помощью целенаправленных и согласованных воздействий со стороны учителя и родителей. Различным аспектам управления обучением и математическому моделированию дидактических систем посвящены многочисленные исследования [1—7]. Например, в книге [2] рассматривается ряд проблем оптимального управления учебным процессом в вузе: разработка оптимального учебного плана, измерение учебной информации, модель связи объема изложенного и усвоенного материала, квантование учебного материала, принцип обратной связи и др. В книге [6] проанализированы математические, кибернетические, теоретико-информационные модели итеративного научения.

Цель настоящей работы состоит в создании компьютерной модели кибернетической системы «учитель — ученик», учитывающей ее структуру, основные информационные потоки и цепи управления. Можно предположить, что подобная модель позволит более строго обосновать основные закономерности процесса обучения. Кроме того, она может быть положена в основу компьютерной обучающей системы или использована для определения индивидуальной траектории обучения ученика. Методологической основой исследования служат идеи Н. Винера, К. Шеннона, Ф. Розенблатта, В.М. Глушкова, Д.А. Поспелова (кибернетика, теория информации), Р. Аткинсона, Г. Бауэра, О.Г. Гохмана, Л.Б. Ительсона, Л.П. Леонтьева, Д.А. Новикова, Ф.С. Робертса (математическое моделирование обучения), Б. Скиннера, Н. Краудера, Л.Б. Ительсона, С.И. Архангельского, В.П. Беспалько, Е.И. Машбица, В.Е. Фирстова, В.С. Аванесова, И.В. Роберт (кибернетический подход в педагогике, программированное обучение и автоматизированные обучающие системы). Некоторые из них нашли отражение в работах по психологии и дидактике [8, 9], кибернетике [10—12], математической теории обучения [1, 6, 7] кибернетической педагогике [2—4, 8], математическому моделированию поведения человека и общества [10, 13, 14].

1. КИБЕРНЕТИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ДИДАКТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Цель обучения состоит в передаче учащимся совокупности знаний, в формировании умений и навыков, развитии у них способностей наблюдать, размышлять и эффективно взаимодействовать с окружающим миром. Обычно дидактическая система состоит из ученика и учителя; роль учителя выполняет компьютерная обучающая система или человек, который сообщает полезную информацию, находит и исправляет ошибки, стимулирует работу ученика, управляя его деятельностью.

К дидактическим системам применимы основные принципы кибернетики [6, 11, 12].

Принцип разнообразия: управляющая система (учитель), должна иметь большее разнообразие (сложность), чем разнообразие управляемой системы (ученик). Увеличение сложности или разнообразия знаний учащегося требует повышения сложности знаний учителя и методов обучения. Если разнообразие методов учителя меньше некоторого минимума, то он не сможет эффективно управлять деятельностью ученика.

Принцип целостности (или эмерджентности): свойства дидактической системы не сводятся к сумме свойств ее отдельных элементов, а зависят от ее структуры, поэтому при ее изучении следует учитывать взаимосвязи между элементами.

Принцип внешнего дополнения: управление процессом обучения требует корректировки управляющих сигналов, которые следуют из теоретической модели.

Принцип обратной связи: в процессе обучения обратная связь реализуется при общении учителя с учащимися, наблюдении за их деятельностью на уроке, анализе результатов устного или письменного опроса, тестирования, самостоятельных, контрольных работ и др.; все это позволяет учителю адаптироваться к изменениям состояния ученика.

Принцип декомпозиции и иерархии управления: система образования состоит из относительно независимых друг от друга подсистем, между которыми существует определенная субординация; ученик выполняет указания учителя, который подчиняется завучу, тот подчиняется директору и т. д.

Принцип активного самодвижения: при обучении уменьшается неопределенность знаний учащихся, т. е. система в целом переходит в более упорядоченное состояние с меньшей энтропией за счет энергии внешней среды.

Принцип целеполагания и целеосуществления: в процессе обучения учитель стремится увеличить количество знаний учащихся при фиксированной продолжительности занятий так, чтобы оно соответствовало предъявляемым требованиям.

2. КИБЕРНЕТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Как отмечал У.Р. Эшби, кибернетика — «наука о том, как надо управлять очень сложной системой, чтобы в итоге она вела себя желательным для нас образом». Основная задача кибернетической педагогики состоит в выявлении принципов и способов эффективного управления учебным процессом, при котором минимальные затраты времени (усилий, денег) позволяют достичь требуемого уровня знаний учащихся. Решение этой проблемы требует построения абстрактной кибернетической системы учебного процесса, выявления информационных потоков, связей и цепей управления. Создание такой качественной модели позволяет осуществить математическое моделирование, а затем перейти к имитации на ЭВМ.

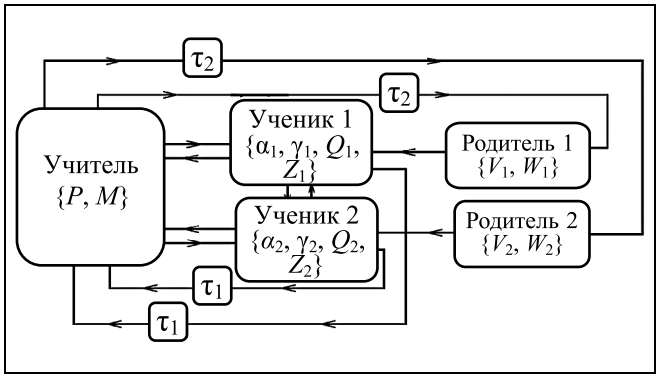


Рис. 1. Учебный процесс как кибернетическая система

Построим кибернетическую систему учебного процесса (рис. 1). Эта самоадаптирующаяся система включает в себя абстрактные модели учителя, учеников и их родителей, способных воспринимать, запоминать, перерабатывать и обмениваться информацией. Абстрагируемся от стохастического характера поведения перечисленных объектов и будем считать их детерминированными автоматами с большим числом внутренних состояний. В простейшем случае учитель моделируется автоматом, задаваемым двойкой $\langle P, M\rangle$, где P — программа курса, M — совокупность методов обучения. Модель ученика задается четверкой $\langle \alpha, \gamma, Q, Z\rangle$, где α — коэффициент научения, γ — коэффициент забывания ученика, Q — уровень его притязаний из интервала [0; 1], пропорциональный оценке, на которую учащийся претендует, Z — знания ученика.

В процессе обучения учитель воздействует на учеников, передавая им учебную информацию и осуществляя текущий контроль (вопросы, тестирование). Учащиеся также воздействуют на учителя, сообщая, что им понятно или непонятно, задавая вопросы и выполняя задания текущего теста. Так возникает *первый замкнутый контур управления*. Учитель, видя реакцию учеников, может очень быстро (в течение 2—5 мин) на нее реагировать: отвечать на вопросы, обращать внимание учащихся на их ошибки, помогать им их исправлять.

В конце изучения темы учитель проводит контрольную работу, результаты которой также позволяют оценить уровень знаний учащихся и выбрать дальнейшую стратегию обучения: либо приступить к изучению новой темы, либо повторить изучение тех вопросов, которые были усвоены недостаточно хорошо. Это *второй замкнутый контур управления*. Он содержит элемент задержки, поэтому сигнал от учащегося приходит с запаздыванием на время τ_1 (несколько дней).

Если учитель видит, что учащийся плохо работает, он сообщает об этом родителю, который характеризуется уровнем притязаний W и возможностями V. Если успехи ученика ниже W, и родитель имеет возможность V воздействовать на ребенка, то родитель повышает мотивацию ученика, увеличивая параметр Q. Это *третий замкнутый контур управления*. Он также содержит элемент задержки на время τ_2 (1—2 недели). Можно усложнить систему, введя в нее новые элементы, например, директора школы, который контролирует работу учителя и результаты обучения, сопоставляя их с требуемым уровнем. Понятно, что в роли учителя может выступать компьютер, подключенный через Интернет к тому или иному образовательному ресурсу. Роль родителей, повышающих мотивацию учащегося, может играть учитель, который проводит с ними воспитательную беседу, убеждает в необходимости ответственного отношения к учебе и т. п. Существует и *внутренний контур управления*, благодаря которому ученик самостоятельно анализирует и корректирует свои действия.

3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБУЧЕНИЯ

Упрощенная информационно-кибернетическая модель дидактической системы (рис. 2), состоит из источника информации (учителя), приемника информации (ученика), которые соединены прямым каналом связи KC (от учителя к ученику) и обратным каналом связи (от ученика к учителю) [4]. Пусть изучаемая тема состоит из N логически связанных между собой элементов учебного материала (ЭУМ), которые следуют друг за другом. Если учитель требует запоминания всего материала, то уровень требований Tr равен количеству сообщенных им знаний Z_0. Сложность S ЭУМ пропорциональна затратам времени и усилий, требующихся для усвоения данного ЭУМ. У самого простого ЭУМ $S = 1$, у более сложных $S > 1$. Уровень требований, предъявляемых учителем, будем рассчитывать по формуле $Tr = S_1 + S_2 + ... + S_N$. Если все N ЭУМ имеют сложность 1, то $Tr = N$. Скорость передачи информации равна количеству знаний, сообщаемых учителем в единицу времени ($v = dZ_0/dt = dTr/dt$), и зависит от уровня требований Tr, т. е. от числа N ЭУМ и их сложности S_i, $i = 1, 2, ..., N$.

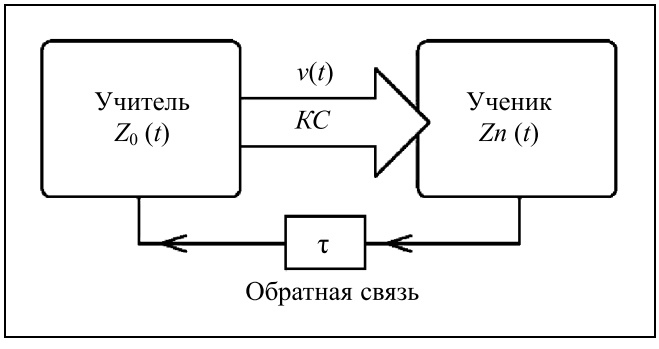


Рис. 2. Модель дидактической системы

Результат обучения зависит от степени понимания изучаемого материала. Человек понимает сообщаемую ему информацию, если он в состоянии соотнести ее с собственной категориальной системой понятий [9, *с. 97—100*]. В его сознании происходит перекодирование поступающей речевой или текстовой информации, ее «укладывание» в собственную понятийную систему с последующим запоминанием. Чем сложнее утверждение учителя или записанная им формула (т. е. скорость v), тем больше мыслительных действий должен совершить ученик, чтобы ее понять. Если учитель излагает сложный материал, перескакивая через элементарные рассуждения, представляющие трудность для ученика, то ученик не сможет или не успеет связать сообщаемую ему новую информацию с собственной системой понятий, не поймет до конца всех проводимых рассуждений.

Построим компьютерную модель обучения [4, 5]. Принято считать, что скорость увеличения знаний ученика пропорциональна усилиям F, затрачиваемым в единицу времени: $dZn/dt = \alpha K(v)F(D)$, где K — коэффициент передачи прямого канала связи, который зависит от производительности источника $v = dTr/dt$, $D = Tr - Zn$ — разность между уровнем требований учителя и знаниями ученика. При небольших v пропускная способность канала связи равна 1. При больших v ученик не успевает воспринять, понять и усвоить рассуждения учителя, поэтому K уменьшается до 0. Можно предположить, что $K(v) = 1/(1 + \exp((v - 12)/4))$. При $v = 12$ УЕВ$^{-1}$, где УЕВ — условная единица измерения времени,

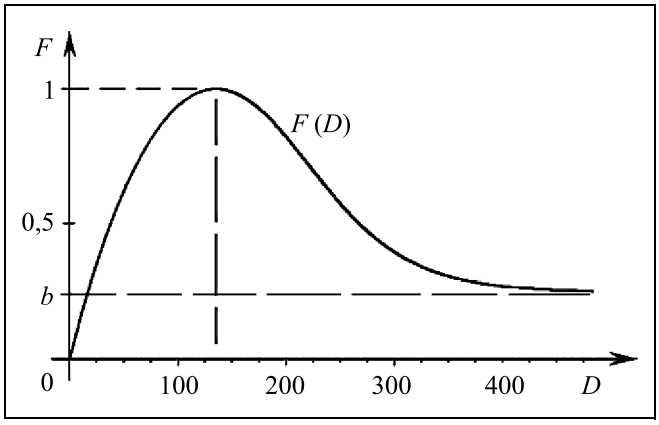


Рис. 3. Зависимость $F = F(D)$

коэффициент $K = 0{,}5$. Мотивация к обучению и затрачиваемые учеником усилия F:

— при небольших $D = Tr - Zn$ (Tr незначительно превышает Zn) возрастает пропорционально величине D, стремясь к единице;

— при больших D ученик осознает, что не может усвоить требуемый материал и F уменьшается, стремясь к некоторому пределу $b = 0{,}1 - 0{,}3$; эту зависимость можно аппроксимировать функцией:

$$F(D) = 1{,}65(1 - \exp(-D/100)) \times \times \left(0{,}15 + \frac{0{,}85}{1 + \exp((D - 200)/50)}\right).$$

При $D \to \infty$ усилия F стремятся к 0,25. Из графика зависимости $F(D)$ (рис. 3) видно, что существует оптимальная разность $D = Tr - Zn$, при которой усилия ученика F максимальны.

Учтем, что при обучении непрочные знания переходят в прочные (формируются интеллектуальные умения и навыки), которые забываются медленнее [4, 5]. Получаем трехкомпонентную модель:

$$dZ/dt = k\alpha_Z K(v)F(D) - k\alpha_U Z - \gamma_Z Z,$$

$$dU/dt = k\alpha_U Z - k\alpha_N U - \gamma_U U,$$

$$dN/dt = k\alpha_N U - \gamma_N N, \quad Zn = Z + U + N.$$

Здесь Z, U и N — количества непрочных знаний, знаний средней прочности и прочных знаний ученика соответственно, коэффициенты забывания которых $\gamma_Z = 2 \cdot 10^{-3}$ УЕВ$^{-1}$, $\gamma_U = 2 \cdot 10^{-4}$ УЕВ$^{-1}$, $\gamma_N = 2 \cdot 10^{-5}$ УЕВ$^{-1}$. Коэффициенты усвоения α_Z =0,17 УЕВ$^{-1}$, $\alpha_U = 5 \cdot 10^{-3}$ УЕВ$^{-1}$, $\alpha_N = 1{,}7 \times \times 10^{-3}$ УЕВ$^{-1}$ характеризуют быстроту усвоения знаний учеником и перехода непрочных знаний в прочные. Пока происходит обучение, $k = 1$, а когда оно прекращается, $k = 0$. Результат обучения определяется суммарным уровнем приобретенных знаний $Zn = Z + U + N$.

В настоящей статье не рассматривается изучение конкретной учебной дисциплины определенной группой учеников, а анализируется ситуация в самом общем виде. Понятно, что у разных учеников коэффициенты усвоения и забывания сильно отличаются. В предлагаемой модели они подобраны так, чтобы результаты имитационного моделирования соответствовали педагогической практике и здравому смыслу.

Представленные выше рассуждения определяют модель ученика. Анализируемая система управления также включает в себя учителя, который может:

— излагать учебный материал с заданной скоростью, не обращая внимания на ученика (если обратная связь отсутствует);

— отслеживать состояние ученика, и когда его отставание D превысит критическое значение, изменить методику обучения: организовать повторение, понизить уровень требований, уменьшить скорость изложения материала и т. п. (если имеется обратная связь).

Компьютерная программа, имитирующая дидактическую систему, должна содержать модель учителя, которая в данном случае сводится к нескольким операторам.

4. КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ОБУЧЕНИЯ

На основе рассмотренной математической модели разработана компьютерная программа в среде Free Pascal, моделирующая поведение дидактической системы при различных режимах управления (см. Приложение). Она содержит цикл по времени, в котором задается уровень требований учителя и определяется количество знаний Z, U и N ученика на следующем временном шаге. Модель позволяет проанализировать поведение системы «учитель — ученик» в течение 400 УЕВ, изменяя ее параметры и закон регулирования. Если считать, что 1 УЕВ составляет полминуты, то продолжительность обучения около 3,5 ч. Предполагается, что учитель может:

— сообщать новую информацию со скоростью $v \neq 0$, при этом $Tr = Tr_0 + vt$;

— организовывать повторение изученного материала, при этом $Tr = \text{const}$, $v = 0$.

Рассмотрим несколько ситуаций.

Ситуация 1. Учитель излагает материал с некоторой постоянной скоростью $v = dZ_0/dt$, совершенно не учитывая состояние ученика. Обратная связь отсутствует, реализуется разомкнутая схема управления. При небольшой скорости v ученик усваивает всю сообщенную ему информацию. Если скорость передачи новых знаний велика, то ученик не успевает за учителем, его отставание увеличивается, и в какой-то момент он «отрывается» от учителя (рис. 4, *а*, $v = 9$ УЕВ$^{-1}$), понимая лишь часть изучаемого материала. При еще большей скорости v ученик «отрывается» от учителя еще раньше, усваивая еще меньше.

Ситуация 2. Учитель непрерывно отслеживает состояние ученика, и когда его отставание D превышает 150 ЭУМ, учитель мгновенно реагирует, переставая сообщать новую информацию и организуя повторение изученного материала в течение 20 УЕВ. Во время повторения уровень требований учителя остается постоянным, ученик выполняет практические задания, стараясь запомнить изученное ранее. После этого учитель снова приступает к изложению нового материала. Результаты моделирования представлены на рис. 4, *б* ($v = 12$ УЕВ$^{-1}$),

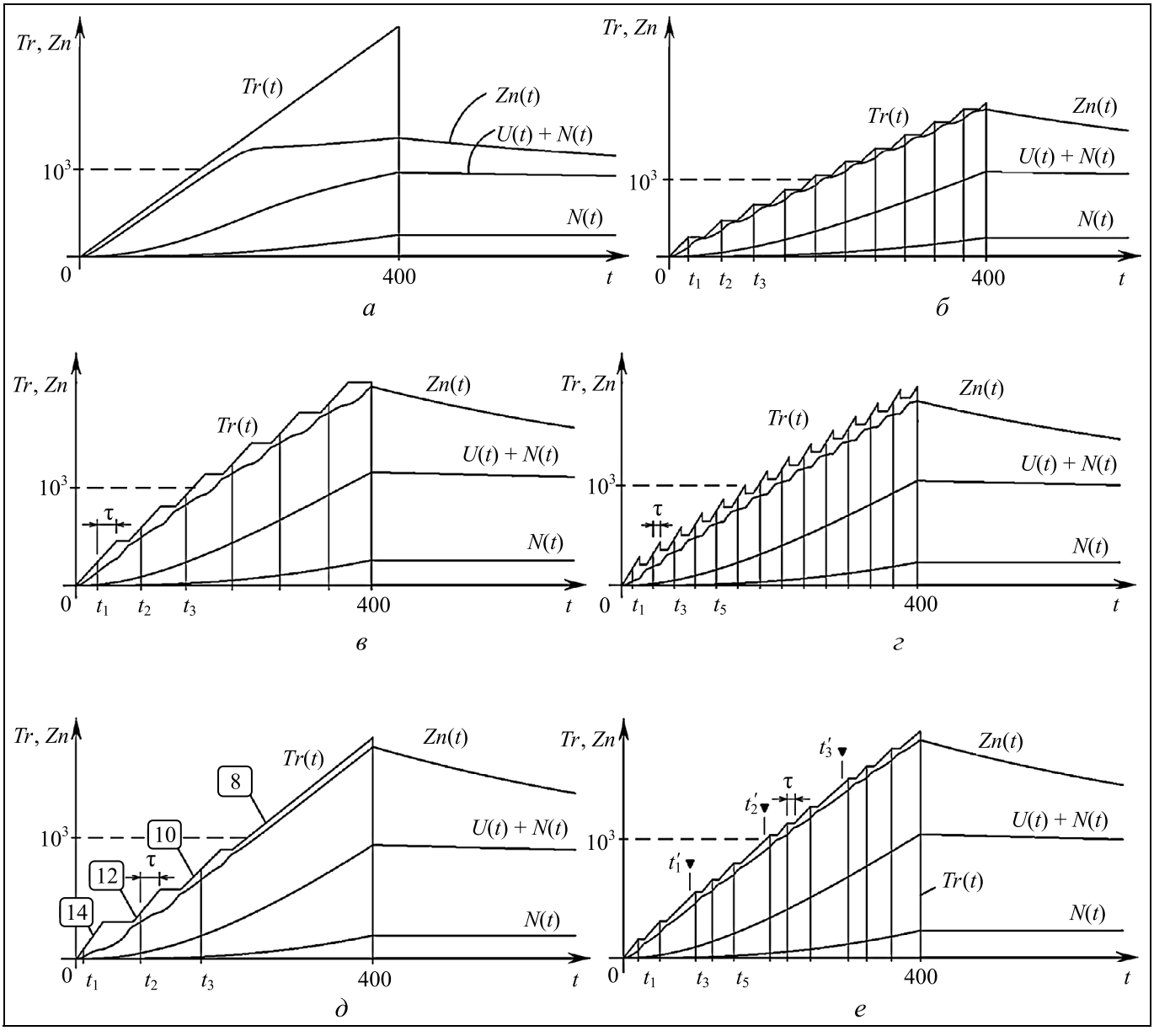


Рис. 4. Результаты моделирования: *а* — ситуация 1; *б* — ситуация 2; *в* — ситуация 3; *г* — ситуация 4; *д* — ситуация 5; *е* — ситуация 6

вертикальные линии соответствуют моментам t_1, t_2, t_3, ..., когда D = 150 ЭУМ. При увеличении скорости изложения v система адаптируется, ученик чаще задает вопросы, демонстрируя свое непонимание, учитель вынужден чаще останавливать изложение нового материала и заниматься повторением. Средняя скорость передачи знаний не превышает некоторого предельного значения, зависящего от характеристик ученика. При малых v (меньше 8 УЕВ$^{-1}$) ученик успевает усвоить материал, и учитель не прерывается на повторение.

Ситуация 3. Учитель непрерывно отслеживает состояние ученика и когда ученик начинает отставать на 150 ЭУМ, учитель реагирует с задержкой τ = 10—20 УЕВ, переставая сообщать новую информацию и организуя повторение изученного материала до тех пор, пока D не окажется меньше 50. Как только ученик сократит отставание до 50 ЭУМ, учитель начинает снова излагать новый материал (рис. 4, *в*; v = 11 УЕВ$^{-1}$). Вертикальные линии показывают моменты, когда D начинает превышать порог 150 ЭУМ. Горизонтальные участки графика $Tr(t)$ соответствуют повторениям изученного материала.

Ситуация 4. Учитель непрерывно отслеживает состояние ученика, и когда отставание D становится больше 150 ЭУМ (моменты t_1, t_2, t_3, ...), реагирует с задержкой τ = 10—20 УЕВ. Он снижает уровень требований на 100 ЭУМ и организует повторение изученного материала до тех пор, пока D не уменьшится до 50 (рис. 4, *г*; v = 15 УЕВ$^{-1}$). После повторения учитель опять начинает излагать новый материал с той же скоростью v.

Ситуация 5. Учитель непрерывно отслеживает состояние ученика и когда тот начинает отставать на 150 ЭУМ, учитель реагирует с задержкой τ = 20 УЕВ. Он перестает сообщать новую информацию и организует повторение изученного материала (горизонтальные участки на графике $Tr(t)$) до тех пор, пока D не окажется меньше 50. Как только ученик сократит отставание D до 50 ЭУМ, учитель начинает снова излагать материал, но уже с меньшей скоростью (рис. 4, *д*). Каждый раз скорость изложения уменьшается на 2 УЕВ$^{-1}$, принимая значения 14, 12, 10, 8 УЕВ$^{-1}$. Данный способ управления позволяет учителю найти оптимальную скорость изложения v и адаптироваться к слабому ученику.

Ситуация 6. Учитель непрерывно отслеживает состояние ученика. Когда ученик начинает отставать на 150 ЭУМ (моменты времени t_1, t_2, t_3, ...), учитель сразу организует повторение изученного материала до тех пор, пока D не окажется меньше 50. После этого учитель уменьшает скорость изложения на 1,5 УЕВ$^{-1}$. Если ученик все хорошо усваивает, и в течение 40 УЕВ отставание D не превышает 150, то учитель увеличивает скорость изложения на 4 УЕВ$^{-1}$ (рис. 4, *е*). Моменты времени t_1', t_2', t_3', соответствующие увеличению скорости v, отмечены треугольными метками. Видно, что после одного увеличения следуют 3 повторения, сопровождающиеся уменьшением скорости изложения. Подобный метод управления позволяет учителю адаптироваться как к слабому, так и к сильному ученику.

Во всех проанализированных ситуациях, за исключением первой, реализуется замкнутая система управления, учитель адаптируется к уровню знаний ученика и максимальной скорости восприятия новой информации. При этом независимо от скорости v передачи информации учителем скорость обучения ученика dZn/dt не превышает некоторого предельного значения, определяемого пропускной способностью прямого канала связи KC (см. рис. 2). Это хорошо согласуется со второй теоремой Шеннона: если скорость передачи не превышает пропускной способности канала связи с шумом, то всегда найдется способ кодирования, при котором сообщение будет передаваться с требуемой достоверностью (т. е. ученик усвоит сообщаемую информацию). Можно сформулировать и обратное утверждение: если производительность источника превышает пропускную способность канала связи с шумом, то не существует никакого метода кодирования, позволяющего безошибочно передать сообщение. Под кодированием в данном случае следует понимать «укладывание» учеником сообщенной информации в собственную понятийную систему с последующим запоминанием. Роль шума играют случайные процессы, препятствующие пониманию.

Полученные графики и выводы следует рассматривать как результат исследования предложенной математической модели некоторой абстрактной дидактической системы, состоящей из учителя и одного или несколько учеников. Представленную компьютерную модель замкнутой дидактической системы не следует абсолютизировать: она справедлива в той степени, в какой результаты моделирования соответствуют педагогической практике. Использование условных единиц для измерения времени и количества знаний делает модель универсальной, повышает общность выводов. Результаты моделирования не позволяют выработать конкретные рекомендации повышения эффектив-

ности учебного процесса, но они дополняют качественные рассуждения, делают их более объективными и обоснованными. Это особенно полезно тогда, когда проведение педагогического эксперимента неправомерно или приводит к отрицательным последствиям. Логичность и формализованность, воспроизводимость и конкретность получаемых выводов выгодно отличает метод имитационного моделирования от «метода качественных рассуждений».

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Несмотря на то, что имитационные модели, как правило, не имеют строгого обоснования, метод имитационного моделирования широко применяется для изучения социальных процессов [1, 2, 10, 13]. Рассмотренные математическая и компьютерная модели процесса обучения, полученные на основе информационно-кибернетического подхода к анализу дидактических систем, позволяют учитывать, что:

— при обучении увеличивается количество непрочных знаний ученика, причем часть непрочных знаний переходят в прочные;

— непрочные знания забываются быстрее прочных;

— при увеличении отставания ученика от требований учителя усилия, прилагаемые учеником, сначала увеличиваются, достигают максимума, а затем уменьшаются;

— при увеличении сложности материала или скорости передачи информации коэффициент передачи канала связи сначала постоянен и равен 1, а затем уменьшается до 0;

— информация о состоянии ученика поступает к учителю с некоторой задержкой по обратному каналу связи;

— учитель может управлять процессом обучения, изменяя скорость сообщения новой информации или организуя повторение изученного материала.

Проанализированы различные ситуации, в которых учитель управляет учебным процессом, адаптируясь к ученику тем или иным способом. Показано, что результаты функционирования кибернетической системы «учитель — ученик» высоки, когда учитель адаптируется к возможностям ученика так, чтобы тот прикладывал наибольшие усилия. Однако существует максимальная скорость, с которой ученик может усваивать новую информацию, она определяется его параметрами и не зависит от скорости изложения нового материала.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Текст программы, моделирующей поведение системы «учитель — ученик»

```
{$N+}Uses crt, graph; Const dt=0.005; Mt=1.5; Mz=0.12; B=0.15; gZ=0.002;
gU=0.0002; gN=2E-5; aZ=15; aU=0.005; aN=0.0017; Var DV,MV,ff,f1,f2,p:
integer; F,D,Z,U,N,v,vv,k,Tr,Tr1,Zn,t,tt,KK: single;
BEGIN DV:=Detect; InitGraph(DV,MV,''); v:=14;
Repeat t:=t+dt; k:=1; If (ff=0) then Tr:=Tr+v*dt;
If (D>150)and(f1=0) then begin f1:=1; tt:=10;inc(p); end; tt:=tt-dt;
If (tt<0)and(f1=1) then ff:=1; If (ff=1)and(f2=0) then begin Tr:=Tr-100;
f2:=1; end; If (ff=1)and(D<50) then begin ff:=0; f1:=0; f2:=0; end;
If t>400 then begin k:=0; Tr:=0; end; D:=(Tr-Zn); F:=0; If Tr>Zn then
F:=1.65*(1-exp(-D/100))*(B+(1-B)/(1+exp((D-200)/50))) else F:=0;
Zn:=Z+N+U; Z:=Z+k*(aZ*F/(1+exp((vv-12)/4))-aU*Z)*dt-gZ*Z*dt; U:=U+
k*aU*Z*dt-k*aN*U*dt-gU*U*dt;N:=N+k*aN*U*dt-gN*N*dt; KK:=(Z+U+N)/(v*400);
vv:=(Tr-Tr1)/dt; Tr1:=Tr; circle(10+round(Mt*t),700,1); circle(10+round
(Mt*t),700-round(Mz*Tr),1); circle(10+round(Mt*t),700-round(Mz*(Z+U+N)),
1);circle(10+round(Mt*t),700-round(Mz*(N+U)),1); circle(10+round(Mt*t),
700-round(Mz*(N)),1); {If abs(t-400)<0.01 then writeln(t,' ',v*400,' ',
Z+U+N,' ',KK,' ',p);} until Keypressed; CloseGraph; END.
```

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ителъсон Л.Б.* Математические и кибернетические методы в педагогике. — М.: Просвещение, 1964. — 248 с.
2. *Леонтьев Л.П., Гохман О.Г.* Проблемы управления учебным процессом: математические модели. — Рига, 1984. — 239 с.
3. *Магазинников Л.И.* Компьютерное управление обучением: пределы возможности. — URL: http://elibrary.ru/item.asp?id=12831123 (дата обращения 22.03.2016).
4. *Майер Р.В.* Кибернетическая педагогика: Имитационное моделирование процесса обучения: монография. — Глазов: Глазовский гос. пед. ин-т, 2014. — 141 с. — URL: http://maier-rv.glazov.net. (дата обращения 22.03.2016).
5. *Майер Р.В.* Многокомпонентная модель обучения и ее использование для исследования дидактических систем // Фундаментальные исследования: Педагогические науки. — 2013. — № 10. — С. 2524—2528.
6. *Новиков Д.А.* Закономерности итеративного научения. — М.: Институт проблем управления РАН, 1998. — 77 с.
7. *Фирстов В.Е.* Математические модели управления дидактическими процессами при обучении математике в средней школе на основе кибернетического подхода: дисс. ... д-ра пед. наук. — СПб., 2011. — 460 с.
8. *Атанов Г.А., Пустынникова И.Н.* Обучение и искусственный интеллект, или Основы современной дидактики высшей школы. — Донецк: Изд-во ДОУ, 2002. — 504 с.
9. *Фридман Л.М., Кулагина И.Ю.* Психологический справочник учителя. — М.: Просвещение. — 1991. — 288 с.
10. *Гуц А.К.* Кибернетика: учебное пособие. — Омск: Изд-во Омского гос. ун-та, 2014. — 188 с.
11. *Розанова Л.В.* Основы кибернетики: конспект лекций. — Омск: Изд-во ОмГТУ, 2009. — 60 с.
12. *Украинцев Б.С.* Кибернетика и система новых научных принципов // Кибернетика и современное научное познание. — М.: Наука, 1976. — С. 7—20.
13. *Социальные* системы. Формализация и компьютерное моделирование: Учеб. пособие / А.К. Гуц и др. — Омск: Омск. гос. ун-т, 2000. — 160 с.
14. *Hunt E.* The Mathematics of Behavior. — Cambridge: Cambridge University Press, 2007. — 346 p.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Бурковым.

Майер Роберт Валерьевич — д-р пед. наук, профессор, Глазовский государственный педагогический институт им. В.Г. Короленко, г. Глазов,
✉ robert_maier@mail.ru.

УДК 004.724.2 + 004.272.43

СИСТЕМНАЯ СЕТЬ «ОБОБЩЕННОЕ РАСШИРЕННОЕ МУЛЬТИКОЛЬЦО» В СРАВНЕНИИ С СЕТЬЮ «СПЛЮЩЕННАЯ БАБОЧКА»

В.С. Подлазов

Предложена системная сеть суперкомпьютеров с повышенным числом узлов и разных путей между ними, названная обобщенным расширенным мультикольцом. Дано сравнение характеристик предложенной сети и сети «сплющенная бабочка» при одинаковых размерах сетевых узлов и диаметрах сетей.

Ключевые слова: системная сеть, мультикольцо, сплющенная бабочка, обобщенный гиперкуб, коммутационные свойства, размер узла, число абонентов, диаметр сети.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время общая задача создания эффективной системной сети с большим числом узлов, позволяющих подсоединять к сети десятки и сотни тысяч процессоров, не получила универсального решения. Общая задача внутренне противоречива, так как требует сочетать малые задержки передачи и малую сложность сетевого оборудования с возможностью объединения большого числа сетевых узлов. Обычно задержки характеризуются диаметром сети, а сложность сетевого оборудования — сложностью сетевых узлов и числом их портов, определяющих число каналов сети. Известные сети, т. е. частные решения, строятся на основе выделения одного или нескольких критериев как основных. Так, в сетях с топологией многомерных торов [1] ведущим критерием считается простота сетевого оборудования благодаря существенному увеличению диаметра сети. Наоборот, в сетях с топологией обобщенных гиперкубов [2] или двумерной иерархии полных графов [3] ведущим критерием служит минимизация диаметра сети путем увеличения сложности сетевого оборудования.

Системная сеть «сплющенная бабочка» (*Flattened Butterfly*) с n шагами (*FBn*) [4] считается перспективной системной сетью [5] для создания сетей связи в суперкомпьютерах на базе многопортовых коммутаторов-маршрутизаторов типа 64-портового коммутатора *YARC* [6]. Эта сеть получается «сплющиванием» n-каскадной k-ичной бабочки в плоскую сеть, при котором все коммутаторы с одинаковыми номерами в разных каскадах бабочки объединяются в один расширенный коммутатор, а симплексные каналы между каскадами бабочки объединяются в дуплексные каналы между разными расширенными коммутаторами.

Сеть *FBn* имеет тот же ведущий критерий что и обобщенный гиперкуб, к которому добавляется требование минимизации числа дорогостоящих сетевых каналов путем некоторого увеличения диаметра. Авторы сети *FBn* обосновывают использование для сплющивания сети бабочка, а не сети Клоза (зеркально сдвоенной бабочки) сокращением вдвое числа портов расширенного коммутатора и диаметра сети *FBn*.

Общее число абонентов (процессоров), объединяемых сетью *FBn*, составляет величину k^n, а ее диаметр (число расширенных коммутаторов на пути между двумя абонентами) $D_n = n$. Сеть *FBn* состоит из $M_n = N_n/k = k^{n-1}$ расширенных коммутаторов, каждый из которых содержит n коммутаторов $k \times k$ и имеет $m_n = n(k-1) + 1$ дуплексных портов. Из них k портов используются для подсоединения k абонентов и $r_n = (n-1)(k-1)$ сетевых портов — для связи дуплексными каналами с другими расширенными коммутаторами сети. Число сетевых дуплексных каналов в сети *FBn* составляет величину $R_n = r_n M$.

Сеть *FBn* наследует коммутационные свойства сети n-каскадная k-ичная бабочка и, поэтому, не является ни неблокируемой, ни даже перестраи-

ваемой[1] [4, 7]. Как следствие, она имеет большое число конфликтов на произвольном трафике, приводящее к значительному увеличению задержек передачи. Для преодоления этого недостатка приходится использовать специальные дополнительные алгоритмы маршрутизации, которые приводят к равномерной рандомизации трафика между коммутаторами. Эти алгоритмы снижают пропускную способность сети до двух раз или аналогично повышают ее эффективный диаметр (реальные задержки передачи).

Сеть *FBn* строилась ее авторами как плоская сеть из многопортовых коммутаторов с высоким отношением числа абонентов к числу сетевых каналов (или портов узлов) и малым диаметром. Для повышения коммутационных возможностей сети *FBn* в ней допускается прохождение каскадных коммутаторов в расширенных узлах в любой последовательности. В результате оказалось, что сеть *FBn* изоморфна k-ичному $(n-1)$-мерному обобщенному гиперкубу, в котором к каждому узлу подсоединено k абонентов, а не один, как обычно считается для гиперкубов. Подобные сети строятся и без технологии «сплющивания» [2, 8].

Рассмотрим задачу дальнейшего увеличения отношения числа абонентов к числу каналов, которую будем решать путем увеличения числа абонентов при сохранении неизменными числа портов узлов, числа сетевых каналов и диаметра сети.

Принято считать, что сложность s полного коммутатора пропорциональны квадрату числа портов. Поэтому сложность расширенного узла сети *FBn* составляет величину $s_n \approx b[n(n-1)+1]k^2$ [1], где b — размерный коэффициент пропорциональности. Тогда сложность всей сети *FBn* задается как $S_n = s_n M_n$.

Задача увеличения числа абонентов в сплющенной сети уже решалась автором [7] путем «сплющивания» двухкаскадной обобщенной сети Клоза, в которой межкаскадные соединения имеют топологию квазиполного графа или орграфа [9—12]. В данной работе рассматривается возможность увеличения числа узлов благодаря замене обобщенного гиперкуба на обобщенное расширенное мультикольцо. В расширенном мультикольце [13] длины шагов составляющих его колец находятся переборным образом при максимизации числа узлов и/или числа разных путей между узлами. В данной работе этот оригинальный метод применяется для построения обобщенных расширенных мультиколец третьего и четвертого измерений.

1. МУЛЬТИКОЛЬЦА И ИХ СВОЙСТВА

Мультикольцом мы называем набор r коммутируемых симплексных колец с разными шагами. По определению [14], мультикольцо объединяет N узлов степени r и состоит из набора r колец с разными шагами ${}^1S = 1, {}^2S, \ldots, {}^rS$, где ${}^iS \neq {}^jS$. По определению это означает, что из каждого узла выходят r дуг с «длинами» ${}^1S = 1, \ldots, {}^rS$, где длина дуги определяется разницей по $\bmod N$ номеров инцидентных ей узлов. Длины этих дуг и задают длины шагов колец. Дуги колец с шагами ${}^iS > 1$ образуют хорды в кольце с шагом ${}^1S = 1$. Будем характеризовать мультикольцо набором длин шагов колец $C_r = ({}^1S, \ldots, {}^rS)_r$ и задавать его парой $\{N, C_r\}$.

Полным k-ичным t-мерным мультикольцом *MRt* мы называем мультикольцо, в котором $r_t = (k-1)t$, $N_t = k^t$ и набор C_r состоит из колец с шагами ${}^{m+l-1}S = mk^{l-1}$, $1 \leqslant m \leqslant k-1$, $1 \leqslant l \leqslant t$, т. е. из t наборов колец, в которых l-й набор содержит кольца с шагами $\{k^{l-1}, 2k^{l-1}, \ldots, (k-1)k^{l-1}\}$, представляемых значениям разрядов в k-ичной системе счисления.

В полном мультикольце любой маршрут состоит не более чем из t дуг разных колец — не более одной из каждого кольца. Поэтому диаметр полного мультикольца, измеряемый в числе проходимых коммутаторов, определяется как $D_t = t+1$.

Здесь предполагается, что в сети с топологией полного мультикольца к каждому узлу подсоединен один абонент (процессор), т. е. каждый узел содержит $r+1$ дуплексных портов. Если подсоединить к каждому узлу k абонентов, то мы получим обобщенное мультикольцо *GMRt*, представляющее собой точный аналог сети *FBn* при $t = n-1$. Это означает, что сеть *GMRt* содержит $N_t = k^{t+1}$ абонентов и $M_t = k^t$ узлов с $m_t = (k-1)t + k$ дуплексными портами, из которых $r_t = (k-1)t$ являются сетевыми, имеет узловую сложность $s_t \approx b[t(t+1)+1]k^2$ и диаметр $D_t = t+1$.

В общем случае полное k-ичное мультикольцо (как и k-ичный обобщенный гиперкуб) не является ни неблокируемой, ни перестраиваемой сетью. Однако добавление к каждому кольцу встречного кольца переводит такое сдвоенное полное k-ичное мультикольцо в разряд k — k-перестраиваемых сетей [15]. Это означает, что для него существуют

[1] В неблокируемой сети возможна бесконфликтная реализация произвольной перестановки пакетов по прямым каналам без их промежуточной буферизации, без предварительной маршрутизации пакетов. Перестраиваемая сеть имеет те же возможности, но только по предварительно составленным маршрутам для каждой перестановки.

расписания, которые позволяют бесконфликтно и параллельно осуществлять сразу k разных перестановок пакетов между узлами. Правда, для каждой k-перестановки (набора из k разных перестановок) необходимо строить отдельное бесконфликтное расписание. Построение последнего имеет вычислительную сложность $O(kN)$.

Теперь построим обобщенное сдвоенное мультикольцо *DGMRt*, в котором к каждому узлу подсоединим k абонентов. Такое обобщенное мультикольцо является 1 — 1-перестраиваемым, т. е. оказывается перестраиваемой сетью и не нуждается в применении дополнительных алгоритмов маршрутизации.

Как известно, k-ичная сеть Клоза также является перестраиваемой сетью. «Сплющенная» k-ичная сеть Клоза имеет такие же расширенные узлы (по числу портов), как и обобщенное сдвоенное k-ичное мультикольцо *DGMRt*, но ее диаметр вдвое больше.

По сравнению с сетью *FBn* обобщенное мультикольцо $DGMR(t-1)$ имеет вдвое большее число портов в узлах и формально одинаковый диаметр. Однако последний в сети *FBn* на практике фактически удваивается из-за необходимости дополнительных алгоритмов рандомизации маршрутов.

2. ДВУМЕРНЫЕ МУЛЬТИКОЛЬЦА И РАСШИРЕННЫЕ МУЛЬТИКОЛЬЦА

Среди многомерных мультиколец особое место занимает двумерное мультикольцо [2, 8, 11, 14], которое оказывается неблокируемой сетью, в которой произвольная перестановка может быть бесконфликтно реализована по прямым каналам без буферизации пакетов в промежуточных узлах. Эти каналы прокладываются узлами независимо друг от друга, т. е. посредством самомаршрутизации. Поэтому двумерное мультикольцо образует распределенный полный коммутатор с эффективным диаметром (по задержкам) $D_2 \approx 1$. В нем пакеты передаются по прямым каналам за один скачок — из источника в приемник без задержки на буферизацию в промежуточном узле.

На рис. 1 приведен пример двумерного троичного коммутируемого мультикольца *MR*2 на 9 узлов (и 9 абонентов), состоящего из симплексных колец с шагами 1, 2 (сплошные дуги) и 3, 6 (штрихов дуги).

На рис. 2 приведена принципиальная схема узла двумерного k-ичного мультикольца, которая содержит коммутатор $(k-1)\times(k-1)$, мультиплексоры $1\times 2(k-1)$, 1×2 и демультиплексоры $2(k-1)\times 1$, 2×1. Обозначения входных/выходных

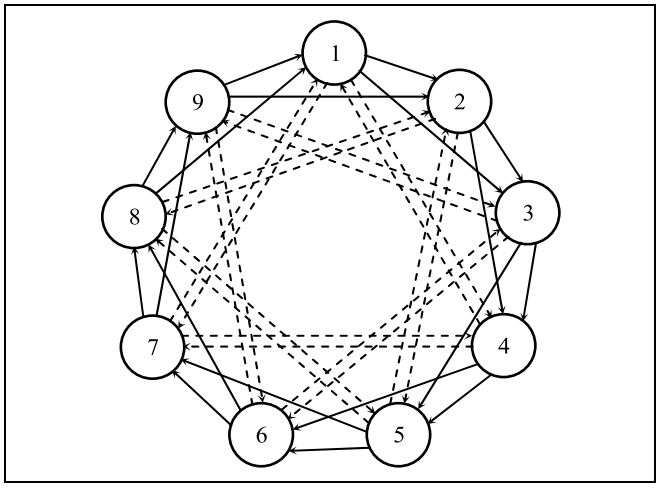


Рис. 1. Двумерное троичное мультикольцо с шагами 1, 2 и 3, 6

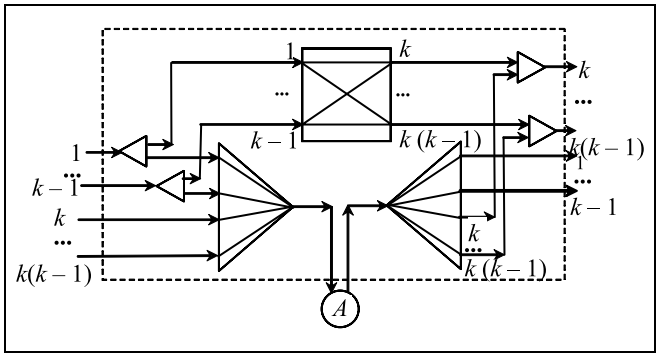


Рис. 2. Схема узла двумерного k-ичного мультикольца: A — абонент

портах задают шаги симплексных колец, в которые включается узел. Приведенная схема рассчитана на передачу пакетов сначала по кольцам с малыми шагами $\{1, ..., k-1\}$, что необходимо для обеспечения неблокируемости двумерного мультикольца.

Максимальный путь от абонента-источника к абоненту-приемнику проходит через разные схемы в трех узлах — мультиплексор в узле-источнике, коммутатор в промежуточном узле и демультиплексор в узле-приемнике. Поэтому диаметр, измеряемый числом проходимых узлов, здесь $D_2 = 3$.

Так называемое расширенное двумерное мультикольцо *ER*2 [13] состоит из узлов с $p_2 = 2(k-1)$ сетевыми дуплексными портами, как и двумерное k-ичное мультикольцо. Однако в нем шаги колец подобраны таким образом, чтобы обеспечить максимальное число узлов P_2 и иметь не менее σ разных путей между любыми двумя узлами. Диаметр расширенного двумерного мультикольца $D_2 = 3$.

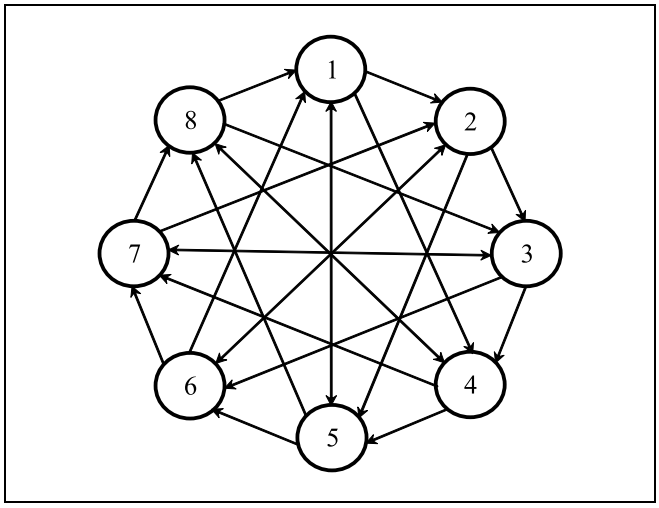


Рис. 3. Расширенное мультикольцо ER2 на 9 узлов с шагами колец (1, 3, 4)

На рис. 3 приведен пример расширенного двумерного мультикольца с $P_2 = 9$ узлами и $\sigma = 1$, состоящего из трех колец (сравните с рис. 1).

Будем задавать расширенное двумерное мультикольцо тройкой $\{P_2, \sigma, C_p\}$, где C_p — это шаги набора p_2 симплексных колец, составляющих мультикольцо. В частности, мультикольцо (см. рис. 3) задается тройкой $\{9, 1, (1, 3, 4)_3\}$.

Можно привести еще пример мультикольца $\{35, 1, (1, 6, 7, 10, 28, 29, 34)_8\}$. Нетрудно видеть, что приведенный набор восьми симплексных колец является также набором четырех дуплексных колец с шагами $(\pm1, \pm6, \pm7, \pm10)$. Для четных p_2 существуют также мультикольца с несколькими разными путями между узлами. Это, например, мультикольца $\{42, 2, (\pm3, \pm6, \pm7, \pm12, \pm14)_{10}\}$ и $\{37, 3, (\pm1, \pm3, \pm4, \pm9, \pm11, \pm17)_{12}\}$.

В табл. 1 приведены сравнительные характеристики двумерных расширенного и обычного мультиколец, где $c_1 = P_2/N_2$. Расширенное мультикольцо построено переборным методом [11]. По табл. 1 можно сделать вывод, что при $\sigma = 1$ для больших четных k значение P_2 можно оценивать снизу эмпирической формулой $P_2 \approx c_1 k^2$, где $c_1 = 1{,}33$.

В табл. 2 приводятся характеристики расширенных мультиколец с числом путей $\sigma > 1$. По табл. 2 можно сделать вывод, что при $\sigma = 2$ для больших четных k значение P_2 можно оценивать эмпирической формулой $P_2 \approx c_2 k^2$, где $c_2 = 1{,}1$, а при $\sigma = 3$ — формулой $P_2 \approx c_3 (k-1)^2$, $c_3 = 1{,}0$. Этими формулами мы будем в дальнейшем пользоваться для оценки числа абонентов для тех k, для которых еще не построены расширенные мультикольца.

Отметим, что при $\sigma > 1$ можно повысить быстродействие расширенного мультикольца почти в σ раз, если разбивать каждый пакет на σ частей и передавать их параллельно по разным сетевым путям. Для этого требуется увеличение числа портов абонента в σ раз и применение в сетевом узле мультиплексора $\sigma \times 2(k-1)$ и демультиплексора $2(k-1) \times \sigma$. Однако в данной статье изменение числа портов абонентов и узлов не допускается.

Поэтому расширенное мультикольцо с числом путей $\sigma > 1$ имеет только $(\sigma - 1)$-отказоустойчивость по кольцам и допускает σ-кратную рандомизацию маршрутов с целью выравнивания загрузки колец. Здесь под $(\sigma - 1)$-отказоустойчивостью понимается сохранение работоспособности и функциональности сети (диаметра и задержек) при отказе $\sigma - 1$ кольца. Сохранение работоспособности возможно и при адаптивной маршрутизации, но благодаря увеличению диаметра сети и задержек в ней.

Подсоединение каждому узлу не одного, а $k > 1$ абонентов порождает обобщенные двумерные сети — k-ичное мультикольцо *GMR2* или расширенное мультикольцо *GER*2. Для этого в первом из них мультиплексор $1 \times 2(k-1)$ и демультиплексор $2(k-1) \times 1$ в каждом узле заменяются на коммутаторы $k \times 2(k-1)$ и $2(k-1) \times k$ соответственно.

Таблица 1

Характеристики расширенных мультиколец $\{P_2, 1, C_p\}$ и k-ичных мультиколец $\{N_2, C_r\}$, в которых $N_2 = k^2$ и $r = 2(k-1) = p_2$ при $P_2 \geq 1{,}3N_2$

p_2	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18
k	3	3	4	4	5	5	6	7	8	9	10
P_2	13	17	21	30	35	43	51	67	85	108	133
N_2	9	12	16	20	25	39	36	49	64	81	100
c_1	1,44	1,42	1,31	1,50	1,40	1,43	1,42	1,37	1,33	1,33	1,33

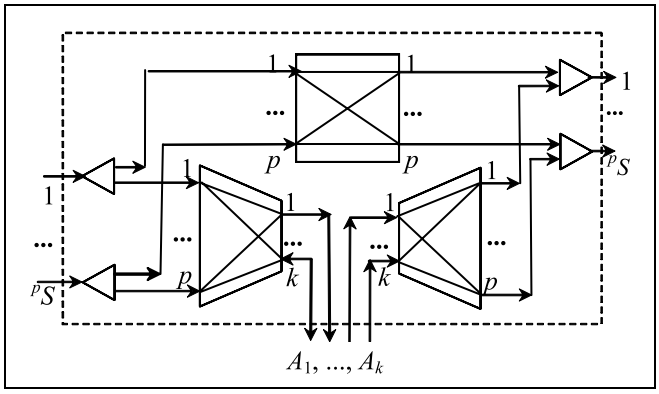


Рис. 4. Схема узла сети *GER*2: $p = p_2$

Это порождает узел сложности $s_2^* = b(k-1)^2 + 4bk(k-1)$ и обобщенное двумерное мультикольцо с числом узлов $N_2^* = k^3$ и диаметром $D^* = 3$ (по числу проходимых узлов). Узел имеет $r_2^* = 2(k-1)$ сетевых дуплексных портов.

Отметим, что сложность узла s_2^* сети *GMR*2 оказывается меньше сложности s_3 расширенного узла сети *FB*3, имеющих одинаковые число абонентов, число портов и диаметры. Это объясняется тем, что в сети *GMR*2 предопределен порядок прохождения колец — сначала проходятся кольца с меньшими шагами.

В узле обобщенного расширенного мультикольца *GER*2 (рис. 4) вместо коммутатора $(k-1)\times(k-1)$ необходимо использовать коммутатор $p_2 \times p_2$, где $p_2 = 2(k-1)$. Это порождает узел сложности $s_2^* = 4b(k-1)^2 + 4bk(k-1)$ и обобщенное двумерное расширенное мультикольцо с числом узлов $P_2^* = P_2 k = c_\sigma k^3$ и тем же диаметром $D_2^* = 3$. Узел имеет $p_2^* = 2(k-1)$ сетевых дуплексных портов и в целом $m_2^* = 2(k-1) + k$ портов. Сложность узла сети *GER*2 сопоставима со сложностью $s_3 = 7bk^2$ расширенного узла сети *FB*3. При этом сеть *GER*2 объединяет больше абонентов.

Теперь сравним сети *FB*3 и *GER*2 при одинаковых размерах узлов и диаметрах. В табл. 3 они сравниваются по числу абонентов. В строках с $p_2^* > 18$ приведены расчетные данные по эмпирической формуле $P_2^* \approx c_\sigma k^3$, так как соответствующие расширенные кольца еще не построены [13]. Видно, что при $\sigma = 1$ число абонентов в сети *GER*2 более чем на 30 % больше, чем в сети *FB*3.

Специально отметим, что сеть *GER*2 при $\sigma > 1$ обладает $(\sigma-1)$-отказоустойчивостью по кольцам и допускает σ-кратную рандомизацию маршрутов.

3. ОБОБЩЕННЫЕ РАСШИРЕННЫЕ МУЛЬТИКОЛЬЦА ЧЕТНОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Теперь возьмем мультикольцо *MRt* произвольной четной размерности $t = 2l$, $l = 1, 2, \ldots$, и будем использовать кольца измерений $l-1$ и l так же, как в сети *ER*2, т. е. как в расширенном мультикольце. Кольца 1-го и 2-го измерений имеют длины шагов сети *ER*2, т. е. ${}^1S = 1, \ldots, {}^{p_2}S$. Кольца

Таблица 2

Характеристики расширенных мультиколец $\{P_2, \sigma, C_p\}$

σ	p_2	4	6	8	10	12	14	16	18
2	P_2	7	16	27	42	53	69	89	114
	N_2	9	16	25	36	49	64	81	100
3	P_2	6	13	19	29	37	49	61	78
	N_2	4	9	16	25	36	49	64	81

Таблица 3

Число абонентов в сетях *FB*3 и *GER*2 при $m_3 = m_2^*$ и $D_3 = D_2^* = 3$

*FB*3			*GER*2 $\sigma = 1$		*GER*2 $\sigma = 2$	*GER*2 $\sigma = 3$
k	m_3	N_3	p_2^*	P_2^*	P_2^*	P_2^*
6	16	216	10	306	252	174
8	22	512	14	688	552	392
10	28	1000	18	1330	1100	780
12	34	1728	22	~2240	~1900	~1380
14	40	2744	26	~3560	~3010	~2240

Таблица 4

Число абонентов в сетях *FB*5 и *GER*4 при одинаковом диаметре 5 и узлах равного размера

*FB*5			*GER*4 $\sigma = 1$		*GER*4 $\sigma = 2$	*GER*4 $\sigma = 3$
k	m_5	N_3	p_2^*	P_4^*	P_4^*	P_4^*
6	26	7776	10	15 606	10 584	5046
8	36	32 768	14	57 800	38 088	19 208
10	46	100 000	18	176 890	129 960	52 290
12	56	248 832	22	~420 000	~300 000	~176 000
14	66	537 824	26	~910 000	~650 000	~400 000

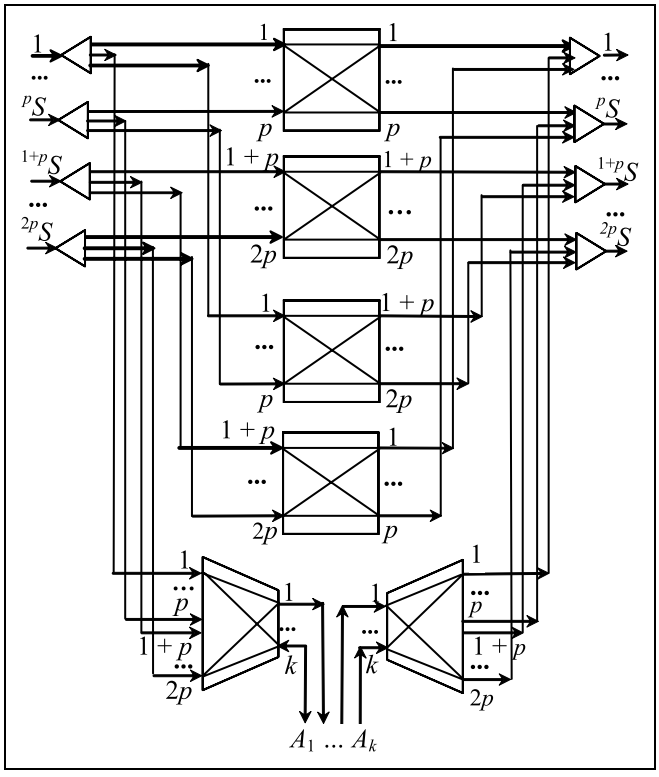


Рис. 5. Схема узла сети *GER*4: $p = p_2$

l-го и $(l + 1)$-го измерений имеют длины шагов сети *ER*2, увеличенные в P_2^l раз, т. е. ${}^{1+p_2}S = {P_2}^l$, ..., ${}^{2p_2}S = {}^{p_2}S\,P_2^l$. Таким образом мы построим сеть *ERt*, которая имеет узлы с тем же числом портов и тот же диаметр $D_t = t + 1$, что и сеть *MRt*, но объединяет $P_t = P_2^l$ узлов.

Если в сети *ERt* к каждому узлу подсоединить не одного абонента, а k абонентов, то получится сеть в виде обобщенного расширенного мультикольца *GERt*. Каждый ее узел содержит $m_t^* = 2(k-1)l + k = (t+1)(k-1) + 1$ дуплексных портов. Это означает, что сети *GERt* и *FBn* при одинаковых k и $n = t + 1$ имеют одинаковое число портов в узлах и в расширенных узлах соответственно. Сеть *FBn* имеет диаметр $D_n = n$, а сеть *GERt* — $D_t = t + 1$, т. е. их диаметры одинаковы. Однако сеть *GERt* может объединять бо́льшее число абонентов $P_t^* = kP_t^* \approx c_\sigma^l k^{t+1}$ при $\sigma = 1, 2$ или иметь большие пропускную способность и быстродействие при $\sigma = 2, 3$.

Сравним сети *FB*5 и *GER*4 по числу абонентов при одинаковом числе портов в узлах. Результаты сравнения представлены в табл. 4. Видно, что при $\sigma = 1$ число абонентов в сети *GER*4 почти на 70 % больше, чем в сети *FB*5, а при $\sigma = 2$ больше на 20 %. Заметим, что по числу абонентов сеть *GER*4 покрывает потребности современных суперкомпьютеров.

Схема узла сети *GER*4 представлена на рис. 5. Он состоит из четырех коммутаторов $p_2 \times p_2$, входного коммутатора $k \times 2p_2$ и выходного коммутатора $2p_2 \times k$. Сложность такой схемы составляет $s_4^* \approx 4p_2^2 + 4kp_2 = 16(k-1)^2 + 8(k-1)k$ по сравнению с $s_5 \approx 21k^2$ в сети *FB*5. Сложность узла сети *GER*4 можно понизить до $s_4^* \approx 3p_2^2 + 4kp_2 = 12(k-1)^2 + 8(k-1)k$, если проходить измерения в порядке номеров измерений.

Схема допускает возможность прохождения колец на маршруте в любой последовательности. При $\sigma > 1$ эта возможность означает наличие в сети *GER*4 σ^2 разных маршрутов между любой парой узлов. Таким образом, сеть *GER*4 обладает $(\sigma^2 - 1)$-отказоустойчивостью по кольцам и имеется возможность выравнивания загрузки колец благодаря σ^2-кратной рандомизации маршрутов. Последняя возможность позволяет отказаться от дополнительной маршрутизации с целью выравнивании трафика и поэтому сократить почти вдвое задержки передачи по сравнению с сетью *FB*5.

4. ОБОБЩЕННЫЕ РАСШИРЕННЫЕ МУЛЬТИКОЛЬЦА НЕЧЕТНОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Обобщенное расширенное мультикольцо *GERt* с нечетной размерностью $t = 2l + 1$, $l = 1, 2, ...$, строится на основе сети GER_{2l}. Мультикольцо *GERt* содержит $r_t^* = lp_2^* + k$ симплексных колец, из которых lp_2^* колец принадлежат сети GER_{2l}.

Таблица 5

Число абонентов в сетях *FB*4 и *GER*3 при $m_4 = m_3^*$, $D_4 = D_3^* = 3$

*FB*4			*GER*3 σ = 1		*GER*3 σ = 2	*GER*3 σ = 3
k	m_4	N_4	p_2^*	P_3^*	P_3^*	P_3^*
6	21	1296	10	1836	1512	1044
8	29	4096	14	5504	4416	3136
10	37	10 000	18	13 300	11 400	7700
12	45	20 736	22	~26 800	~22 800	~16 500
14	53	38 416	26	~49 800	~42 100	~33 100

Кольца $(2l+1)$-й размерности имеют длины шагов $(P_{2l}, 2P_{2l}, ..., (k-1)P_{2l})$. Мультикольцо *GERt* объединяет $P_t^* = kP_{2l}^* = k^2P_2^l$ абонентов, имеет узлы с $m_t^* = (2l+2)(k-1)+1$ дуплексными портами и диаметр $D_t^* = t+1$.

У сетей *FB*4 и *GER*3 одинаковые по числу портов узлы и одинаковые диаметры. Сравним их по числу абонентов (табл. 5). Видно, что здесь у сети *GER*3 тот же фактор преимущества над сетью *FB*4, что и у сети *GER*2 над сетью *FB*3, и меньший фактор преимущества, чем у сетей *GER*4 над *FB*5.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена новая плоская системная сеть с узлами в виде составных многопортовых коммутаторов-маршрутизаторов, аналогичная сети сплющенная бабочка. Рассмотрена модификация сети многомерное мультикольцо, которая по своим коммутационным возможностям и характеристикам совпадает с сетью многомерный обобщенный гиперкуб, топологию которого имеет сеть сплющенная бабочка.

Модификация сводится к сдваиванию измерений многомерного мультикольца и замещению наборов колец полученных пар измерений оригинальным двумерным расширенным мультикольцом, которое обеспечивает большее число абонентов и/или большее число разных маршрутов при равном числе портов узлов и равных диаметрах системной сети. Таким образом, построена новая системная сеть обобщенное расширенное мультикольцо.

Рассмотрены сравнительные характеристики сетей обобщенное расширенное мультикольцо и сплющенная бабочка с минимальными диаметрами, которые требуются для построения системных сетей современных суперкомпьютеров. Показано, что для диаметра в пять узлов обобщенное расширенное мультикольцо обеспечивает на 70% большее число узлов или до двух раз меньшие задержки передачи по сравнению с сетью сплющенная бабочка, имеющей такие же узлы.

Для практического построения системных сетей с десятками и сотнями тысяч абонентов потребовалось применение симметричных расширенных мультиколец с 20÷24 дуплексными портами в узлах. Возникла практическая необходимость построения указанных мультиколец, которая ранее [13] рассматривалась только как научная потребность. Начато построение таких мультиколец.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Alverson R., Roweth D., and Kaplan L.* The Gemini System Interconnect // 18th IEEE Symposium on High Performance Interconnects — 2009. — P. 3—87.
2. *Alverson R., Roweth D.,Kaplan L., and Roweth D.* Cray XC® Series Network. — URL: http://www.cray.com/Assets/PDF/products/xc/CrayXC30Networking.pdf (дата обращения 29.05.2015).
3. *Arimili B., Arimili R., Chung V., et al.* The PERCS High-Performance Interconnect // 18th IEEE Symposium on High Performance Interconnects. — 2009. — P. 75—82.
4. *Kim J., Dally W.J., and Abts D.* Flattened Butterfly: A Cost-Efficiently Topology for High-Radix Networks // Proc. of 34th Intern. Symp. Comp. Archit. (ISCA'2007). — 2007. — P. 126—137. — URL: http://www.cs.berkeley.edu/~kubitron/courses/cs258-S08/handouts/papers/ISCA_FBFLY.pdf (дата обращения 29.05.2015).
5. *Корж А.А.* Инновационная платформа A-Class для создания мультипетафлопсных систем // Междунар. суперкомпьютерная конф. «Научный сервис в сети Интернет: многообразие суперкомпьютерных миров» (пленарный доклад). — Новороссийск, 2014. — См. также Суперкомпьютеры. — № 2. — Т. 18. — С. 16—17.
6. *Scott S., Abts D., Kim J., and Dally W.* The Black Widow High-radix Clos Network // Proc. of 33rd Intern. Symp. Comp. Arch. (ISCA'2006). — 2006. — URL: http://cva.stanford.edu/people/ jjk12/isca06.pdf (дата обращения 29.05.2015).
7. *Каравай М.Ф., Подлазов В.С.* Топологические резервы «сплющенных» системных сетей // Вестник Южно-Уральского гос. ун-та / Сер. «Вычислительная математика и информатика». — 2016. — Т. 5. — № 2.
8. *Kim J., Dally W.J., Scott S., and Abts D.* Technology-driven, highly-scalable dragonfly topology // Proceedings of the 35th annual international symposium on computer architecture — ISCA'2008. — P. 77—88.
9. *Каравай М.Ф., Подлазов В.С.* Метод инвариантного расширения системных сетей многопроцессорных вычислительных систем. Идеальная системная сеть // Автоматика и телемеханика. — 2010. — № 10. — С. 166—176.
10. *Каравай М.Ф., Подлазов В.С.* Распределенный полный коммутатор как «идеальная» системная сеть для многопроцессорных вычислительных систем // Управление большими системами. — 2011. — Вып. 34. — С. 92—116. — URL: http://ubs.mtas.ru/upload/library/UBS3405.pdf (дата обращения 29.05.2015).
11. *Каравай М.Ф., Подлазов В.С.* Расширенный обобщенный гиперкуб как отказоустойчивая системная сеть для многопроцессорных систем // Управление большими системами. — 2013. — Вып. 45. — С. 344—371. — URL: http://ubs.mtas.ru/upload/library/UBS4515.pdf (дата обращения 29.05.2015).
12. *Каравай М.Ф., Подлазов В.С.* Расширенные блок-схемы для идеальных системных сетей // Проблемы управления. — 2012. — № 4. — С. 45—51.
13. *Подлазов В.С.* Расширенное мультикольцо с диаметром 2 // Проблемы управления. — 2015. — № 4. — С. 35—40.
14. *Алленов А.В., Подлазов В.С.* Пропускная способность набора кольцевых каналов II. Кольцевые коммутаторы // Автоматика и телемеханика. — 1996. — № 4. — С. 162—172.
15. *Подлазов В.С. р-р*-перестраиваемость и отказоустойчивость сдвоенных *р*-ичных мультиколец и обобщенных гиперкубов // Автоматика и телемеханика. — 2002. — № 7. — С. 138—148.

Статья представлена к публикации членом редсовета чл.-корр. РАН П.П. Пархоменко.

Подлазов Виктор Сергеевич — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ podlazov@ipu.ru.

УДК 517.977

ЗАДАЧА УКЛОНЕНИЯ ОТ ОБНАРУЖЕНИЯ СИСТЕМОЙ РАЗНОРОДНЫХ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ: ОДИН СЕНСОР – ГРУППА ДЕТЕКТОРОВ[1]

А.А. Галяев

Рассмотрена задача об уклонении на плоскости подвижного объекта от обнаружения системой разнородных наблюдателей, состоящей из одного сенсора и группы детекторов. Для случая степенной зависимости уровня излучаемого сигнала от скорости движения уклоняющегося объекта в явном виде найден оптимальный закон уклонения. Построены траектории обхода системы наблюдателей и прорыва через систему.

Ключевые слова: поиск, подвижный объект, система разнородных наблюдателей, оптимальный закон, уклонение от обнаружения.

ВВЕДЕНИЕ

Скрытное применение автономных и беспилотных аппаратов в целях проникновения на охраняемую территорию требует решения новых задач управления автономными подвижными объектами (ПО). В последнее время среди общего многообразия задач сформировался класс задач управления подвижными объектами в конфликтной среде, где цель управления объектом, при движении его в конфликтной среде, заключается в минимизации негативного воздействия конфликтующих объектов на управляемый ПО путем выбора его маршрута и параметров движения. Обнаружение объекта принято относить к негативным воздействия. Задачи об оптимизации уклонения подвижного объекта от обнаружения рассматривались в ряде работ. Постановки задач отличаются предположениями о характеристиках информационных полей, в которых происходит обнаружение, классами допустимых законов управления, видом критериев качества, числом обнаружителей, объемом и характером информации, доступной конфликтующим сторонам — см. статьи [1—9] и библиографию к ним.

Для описания механизмов обнаружения наиболее часто применяются два подхода. Первый из них состоит в оценке интегрального уровня сигнала, поступившего на вход относительно большой информационно-наблюдательной системы за все время наблюдения. В литературе такую систему принято называть сенсором. Оценка интегрального уровня сигнала на входе сенсора определяется с учетом решения задачи об оптимизации закона управления подвижным объектом, перемещающимся в течение заданного промежутка времени T из фиксированной начальной точки $A(x_A, y_A)$ в фиксированную конечную точку $B(x_B, y_B)$ маршрута, и уклоняющегося при этом от обнаружения наблюдателем (группой наблюдателей), расположенных в районе.

Например, было показано [7, 10], что для практически важного случая малых отношений сигнал/помеха на входе неподвижного сенсора задача о минимизации вероятности обнаружения сводится к минимизации функционала (риска),

$$R = \int_0^T \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{x^2 + y^2}\, dt \to \min_{(x,\, y)}, \qquad (1)$$

где $x(t)$, $y(t)$ — текущие координаты уклоняющегося объекта в декартовой системе координат, начало которой совпадает с позицией наблюдателя; точками сверху обозначены производные по времени; граничные условия задаются соотношениями

$$x(0) = x_A, \quad y(0) = y_A; \quad x(T) = x_B, \quad y(T) = y_B.$$

Функционал (1) имеет следующую физическую интерпретацию. Риск — это величина, пропорци-

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке Программы № 14 ОЭММПУ РАН.

ональная интегральному уровню принятого наблюдателем сигнала, излученного подвижным объектом и прошедшего через среду распространения за время движения объекта по маршруту.

Второй подход к описанию механизма обнаружения состоит в том, что наблюдатель отождествляется с точечным объектом, снабженным круговой зоной обнаружения фиксированного радиуса, центр которой совпадает с текущей позицией наблюдателя. В литературе такого наблюдателя принято называть информационным детектором (или просто детектором). Цели, попавшие внутрь круга, обнаруживаются достоверно; цели, не попавшие в круг, не обнаруживаются. Задача уклонения от системы наблюдателей, состоящей из сенсора и детектора, решена в работе [6]. Численное решение задачи уклонения от системы наблюдателей, состоящей из групп сенсоров и детекторов, приведено в статье [11].

В настоящей статье аналитически решается задача уклонения от системы разнородных наблюдателей при ограничениях на траекторию движения ПО. Систему разнородных наблюдателей образуют сенсор и группа детекторов — в том информационном смысле, который был им придан выше. Так как попадание подвижного объекта в круговую зону обнаружения детектора с неизбежностью приводит к его мгновенному обнаружению, то задача об оптимизации закона уклонения от обнаружения системой разнородных наблюдателей сводится к задаче уклонения от обнаружения сенсором при наличии круговых запретных зон (кругового ограничения) — зон обнаружения детекторов.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Введем полярную систему координат (ρ, ψ), полюс которой совпадает с положением сенсора, а полярная ось проходит через начальную точку маршрута $A(x_A, y_A)$.

Уравнение круговой зоны обнаружения i-го детектора в полярной системе координат имеет вид:

$$\rho^2_{id}(\psi) - 2\rho_{id}(\psi) l \cos(\psi - \theta_i) + l_i^2 = r_i^2, \qquad (2)$$

где $\rho_{id}(\psi)$ — полярный радиус точки окружности — границы круговой зоны обнаружения i-го детектора, (l_i, θ_i) — полярные координаты i-го детектора — центра зоны обнаружения; r_i — радиус зоны обнаружения, $i = 1, ..., q$ — номер детектора, q — число детекторов.

Решим уравнения (2) относительно полярного радиуса:

$$\rho_{id}(\psi) = l_i \cos(\psi - \theta_i) \pm \sqrt{r_i^2 - l_i^2 \sin^2(\psi - \theta_i)},$$
$$\rho_{id_1}(\psi) \geqslant \rho_{id_2}(\psi).$$

Попадание уклоняющегося объекта с полярными координатами (ρ, ψ) в пределы круговой зоны обнаружения детектора возможно лишь при выполнении системы неравенств

$$\rho_{id_1}(\psi) > \rho(\psi) > \rho_{id_2}(\psi).$$

Запрещенные области задаются строгими неравенствами:

$$Q_i = \{\rho(\psi) : \rho^2(\psi) - 2\rho(\psi) l_i \cos(\psi - \theta_i) + l_i^2 < r_i^2\}. \qquad (3)$$

Во введенной полярной системе координат задача об оптимизации закона уклонения от обнаружения системой разнородных наблюдателей сводится к минимизации функционала

$$R = \int_0^T \frac{\dot\rho^2 + \rho^2 \dot\psi^2}{\rho^2} dt \to \min_{(\psi, \rho)}, \qquad (4)$$

при граничных условиях

$$\rho(0) = \rho_A, \quad \psi(0) = 0, \quad \rho(T) = \rho_B, \quad \psi(T) = \psi_B \qquad (5)$$

и ограничениях

$$(\rho, \psi) \notin Q_i; \quad i = 1, ..., q; \quad \psi \in [\psi(0), \psi(T)]. \qquad (6)$$

2. ЗАМЕНА ПЕРЕМЕННЫХ В ФУНКЦИОНАЛЕ

В основе подхода к решению задачи лежит конформная замена переменных в функционале риска. Так как управляемый объект движется в пространстве $\mathbb{R}^2$, то предлагается отождествить вещественную плоскость в этом пространстве с комплексной плоскостью $\mathbb{C}$, ввести комплексную переменную $z = x + iy$, где $z = (x, y)$ — двумерный вектор координат объекта на вещественной плоскости, и оптимизировать функционал (4) в плоскости $\mathbb{C}$.

После замены переменной функционал (4) приобретает вид:

$$R(z, \bar z, \dot z, \dot{\bar z}) = \int_0^T \frac{\dot z \dot{\bar z}}{z \bar z} dt = \int_0^T \frac{\dot z}{z} \overline{\left(\frac{\dot z}{z}\right)} dt. \qquad (7)$$

Подынтегральное выражение здесь является произведением некоторой функции и комплексно-сопряженной к ней функции. Дифференциальная замена $dw = z^{-1} dz$ приводит функционал (7) к виду

$$R(w, \bar w, \dot w, \dot{\bar w}) = \int_0^T \dot w \dot{\bar w} dt.$$

Вариационная задача об оптимизации исходного функционала (4)—(6) сводится к задаче минимизации

$$R(w,\ \overline{w},\ \dot{w},\ \overline{\dot{w}}) = \int_0^T \dot{w}\,\overline{\dot{w}}\,dt \to \min_{w,\,\dot{w}}. \qquad (8)$$

Геодезической линией для задачи (8) в отсутствие ограничений на скорость объекта служит прямая, проходящая через точки w_A и w_B — образы в пространстве комплексной переменной w граничных точек A и B в исходной задаче. При наличии координатных ограничений геодезической линией также является кривая наименьшей длины. В плоскости w при отсутствии ограничений движение между точкой w_A и произвольными точками w_1 и w_2 происходит по отрезкам прямых.

3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

При решении задачи (4)—(6) будем пользоваться результатами работы [6], где было показано, что при наличии ограничений в виде неравенств на функции координат ПО оптимальная траектория состоит из участков, часть из которых лежит на границе допустимой области, а остальные — внутри допустимой области. В точках сопряжения отдельные отрезки оптимальной траектории сшиваются гладко. Переход ПО с границы одного ограничения на границу другого ограничения в плоскости w происходит по отрезкам прямых, которые являются касательными к границам. Там же доказана

Лемма 1. *Прямолинейные участки траектории, доставляющей минимум функционалу вида* (8) *при наличии координатного ограничения вида* (3), *касаются криволинейного ограничения.* ♦

Для произвольных двух запрещенных областей Q_1 и Q_2 и отрезков прямых касательных к обеим областям существует только две возможности расположения этих областей относительно касательных, а именно, области Q_1 и Q_2 могут лежать либо по одну сторону от касательной, либо по разные стороны. В свою очередь существует только четыре различных касательных к обеим этим областям. Приведенные выше факты усанавливает

Лемма 2. *Пусть выпуклые открытые области* Q_1 и Q_2 *заданы на плоскости и* $\overline{Q}_1 \cap \overline{Q}_2 = \varnothing$. *Тогда на плоскости существуют четыре различные прямые* L_j, $j = 1, 2, 3, 4$, *такие что* $Q_1 \cap L_j = \varnothing$, $Q_2 \cap L_j = \varnothing$, $\partial Q_1 \cap L_j = \varnothing$, $\partial Q_2 \cap L_j = \varnothing$.

Доказательство леммы 2. Так как множества Q_1 и Q_2 открытые с гладкими границами, то в каждой точке границ ∂Q_1 и ∂Q_2 существуют опорные функционалы (касательные прямые), поскольку в любой граничной точке тела, т. е. замкнутого выпуклого множества с внутренними точками, существует опорный функционал. По геометрической теореме Хана — Банаха множества Q_1 и Q_2 являются полностью отделимыми. Далее воспользуемся теоремой Люстерника, которая дает совокупность касательных направлений к множеству $\partial Q = \{(x, y): P(x, y) = 0\}$ в точке (x_0, y_0) в виде подпространства $K = \{h: P'(x_0, y_0)h = 0\}$ (линейный функционал). Это означает, что угол, задающий направления всевозможных касательных, пробегает значения от 0 до π при движении точки, например, против часовой стрелки по границе ∂Q_1. Поэтому существует ровно четыре касательных, проведенных одновременно к множествам Q_1 и Q_2. Прямые L_j являются опорными функционалами сразу для обоих множеств Q_1 и Q_2. Две прямые отвечают ситуации, когда множества Q_1 и Q_2 полностью расположены по одну сторону от прямых. Две прямые соответствуют случаю, когда множества Q_1 и Q_2 полностью расположены по разные стороны от этих прямых. Лемма 2 доказана.

Лемма 3. *Области вида* (3), *заданные в плоскости* z *при* $(0; 0) \in Q_i$, $i = 1, \ldots, q$, *в плоскости* w *являются открытыми и выпуклыми множествами.*

Доказательство леммы 3. Будем рассматривать точки, лежащие на границе множества Q_i. Действительно, если для отрезка, концами которого являются внутренние точки множества, нарушается определение выпуклости, то отрезок можно продолжить в обе стороны по прямой до пересечения с границей множества. Выберем две произвольные точки z_1 и z_2 на границе одного из множеств Q_i, т. е. $|z_1 - z_0| = r$, $|z_2 - z_0| = r$. Получим точки w_1 и w_2 в плоскости w. Составим отрезок $w = \alpha w_1 + (1 - \alpha)w_2$, $\alpha \in [0; 1]$. Без потери общности можно считать, что $z_0 = 1$ (благодаря выбору системы координат). Для доказательства леммы нужно показать, что этот отрезок целиком находится в образе множества Q_i плоскости w. Обратное преобразование точки w дает точку z в виде $z = z_1^{\alpha} z_2^{1-\alpha}$. Составим функцию

$$F(\varphi_1, \varphi_2, \alpha, r) = |(1 + re^{i\varphi_1})^{\alpha}(1 + re^{i\varphi_2})^{1-\alpha} - 1| - r.$$

Если выполняется неравенство $F(\varphi_1, \varphi_2, \alpha, r) \leqslant 0$, $\varphi_1 \in [0; 2\pi]$, $\varphi_2 \in [0; 2\pi]$, $\alpha \in [0; 1]$, $r \in (0, 1)$, (это ограничение отвечает условию леммы $(0; 0) \notin Q_i$), то $|z - z_0| \leqslant r$. Исследование максимума функции $F(\varphi_1, \varphi_2, \alpha, r)$ при ограничениях $\varphi_1 \in [0; 2\pi]$, $\varphi_2 \in [0; 2\pi]$, $\alpha \in [0; 1]$, $r \in (0, 1)$ посредством математического пакета Maple, дает $\max\limits_{\varphi_1 \in [0;2\pi],\, \varphi_2 \in [0;2\pi],\, \alpha \in [0;1],\, r \in [0;r_0]} F(\varphi_1, \varphi_2, \alpha, r) = 0$, где $r_0 < 1$. Максимум достигается на границе множества Q_i, при $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$, α, r — любые, удовлетворяющие ограничениям. В случае, когда точки z_1 и z_2 являются внутренними точками множества Q_i, они лежат в круге с центром в точке z_0, меньшего радиуса чем r, и точки спирали, соединяющей эти точки, не выходят на границу круга радиуса r. Значит, в плоскости w образы множеств

Q_i являются выпуклыми и открытыми множествами. Доказательство завершено. ♦

Лемма 3 может быть доказана и другим способом. Например, можно показать, что кривизна любой логарифмической спирали, соединяющей две внутренние точки z_1 и z_2 множества Q_i, меньше кривизны окружности с центром в точке z_0 радиуса r.

Результаты лемм 2 и 3 объединяет

Теорема 1. *Пусть* $\overline{Q}_i \cap \overline{Q}_j$, $i, j = 1, ..., q$, $i \neq j$. *Решение задачи* (4)—(7) *в плоскости w состоит из последовательно чередующихся отрезков прямых и криволинейных участков движения по границам множеств* Q_i. *Причем в точках сопряжения участки оптимальной траектории сшиваются гладко, а сама траектория содержит не более чем один участок границы любого множества* Q_i.

Доказательство теоремы 1. Доказательство опирается на леммы 2 и 3. Утверждение, что сама траектория включает не более чем один участок границы любого множества Q_i, доказывается аналогично лемме 3.

Из теоремы 1 следует, что оптимальная траектория состоит не более чем из $2q + 1$ участков, где q — число детекторов и соответственно запрещенных множеств.

Остается решить задачу сопряжения участков оптимальной траектории. Пусть участки оптимальной траектории (спирали, начинающейся из точки D_{ik} дуги окружности Q_i и заканчивающейся в точке D_{ki} дуги окружности Q_k) сопрягаются с дугами окружностей Q_i и Q_k в точках D_{ik} и D_{ki}. Так как участки траектории сшиваются гладко, то полярные углы точек касания подчиняются системе уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{\mp l_i \sin(\psi_{D_{ik}} - \theta_i)}{\sqrt{r_i^2 - l_i^2 \sin^2(\psi_{D_{ik}} - \theta_i)}} = \\ = \dfrac{\ln\left(l_i \cos(\psi_{D_{ik}} - \theta_i) \pm \sqrt{r_i^2 - l_i^2 \sin^2(\psi_{D_{ik}} - \theta_i)}\right)}{\psi_{D_{ik}} - \psi_{D_{ki}}} - \\ - \dfrac{\ln\left(l_k \cos(\psi_{D_{ki}} - \theta_k) \pm \sqrt{r_k^2 - l_k^2 \sin^2(\psi_{D_{ki}} - \theta_k)}\right)}{\psi_{D_{ik}} - \psi_{D_{ki}}}; \\ \dfrac{\mp l_k \sin(\psi_{D_{ki}} - \theta_k)}{\sqrt{r_k^2 - l_k^2 \sin^2(\psi_{D_{ki}} - \theta_k)}} = \\ = \dfrac{\ln\left(l_k \cos(\psi_{D_{ki}} - \theta_k) \pm \sqrt{r_k^2 - l_k^2 \sin^2(\psi_{D_{ki}} - \theta_k)}\right)}{\psi_{D_{ki}} - \psi_{D_{ik}}} - \\ - \dfrac{\ln\left(l_i \cos(\psi_{D_{ik}} - \theta_i) \pm \sqrt{r_i^2 - l_i^2 \sin^2(\psi_{D_{ik}} - \theta_i)}\right)}{\psi_{D_{ki}} - \psi_{D_{ik}}}. \end{cases} \quad (9)$$

В системе (9) знаку плюс в левой части каждого уравнения соответствует знак минус в правой части и наоборот. Комбинируя знаки плюс и минус, получаем четыре системы (9), дающие четыре пары решений ($\psi_{D_{ik}}$, $\psi_{D_{ki}}$), и соответственно четыре пары точек (D_{ik}, D_{ki}). Как и должно быть по теореме 1. ♦

Формулой $R_i = \sigma_i / T_i$, где i — порядковый номер участка оптимальной траектории, а $\sigma_i = [(\psi_к - \psi_н)^2 + \ln^2(\rho_к/\rho_н)]_i$ — некоторые константы, определяемые через координаты начальной и конечной точек i-го участка траектории, задаются явные выражения для рисков, соответствующих различным участкам оптимальной траектории.

Решение задачи (4)—(7) определяет

Теорема 2. *Пусть функция* $R = R(T_1, ..., T_N)$ *задается формулой*

$$R = \sum_{i=1}^{N} \frac{\sigma_i}{T_i},$$

при ограничении

$$\sum_{i=1}^{N} T_i = T.$$

Тогда функция R достигает минимума на значениях

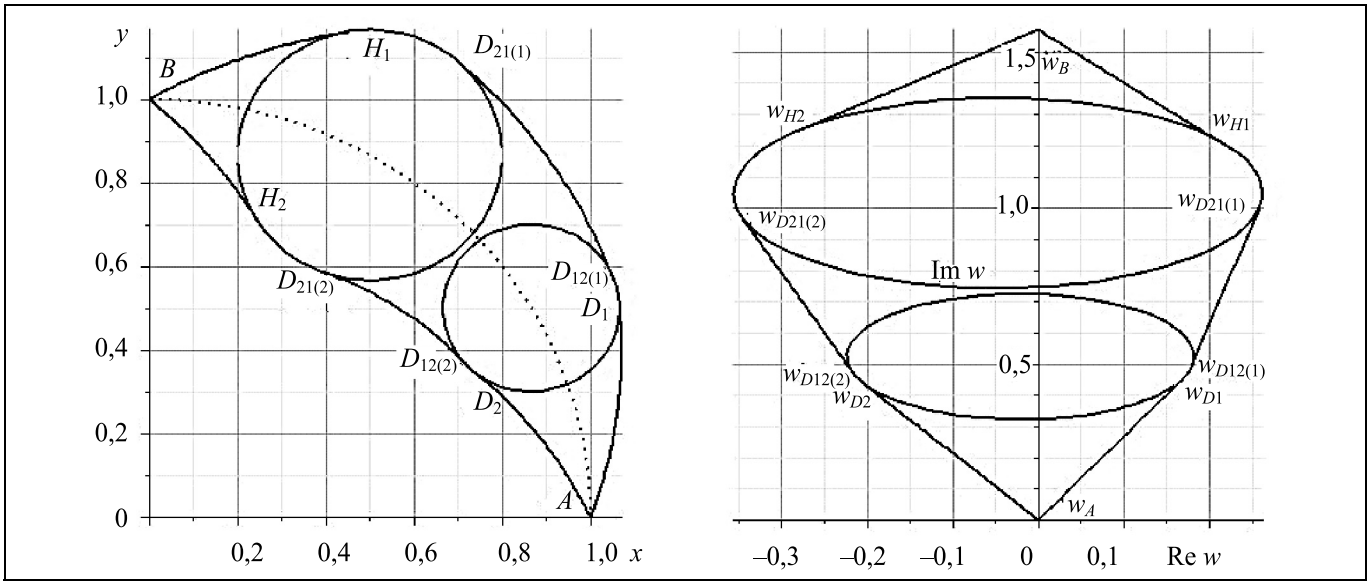
$$T_i = \frac{\sqrt{\sigma_i}}{\sum_{i=1}^{N} \sqrt{\sigma_i}} T. \quad (10)$$

Минимальное значение

$$R = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} \sqrt{\sigma_i}\right)^2}{T}. \quad (11)$$

Доказательство теоремы 2. Для нахождения решения задачи на условный экстремум воспользуемся методом неопределенных множителей Лагранжа. Составим функцию $R + \lambda \sum_{i=1}^{N} T_i$ и найдем точки ее экстремума. Необходимо выполнены равенства $\lambda - \dfrac{\sigma_i}{T_i^2} = 0$ для каждого $i = 1, ..., N$. Учитывая ограничение на сумму T_i, получим, что $T_i = \sqrt{\sigma_i}/\sqrt{\lambda}$ и $\sqrt{\lambda} = \dfrac{1}{T} \sum_{i=1}^{N} \sqrt{\sigma_i}$. Из этих двух равенств получаем формулу (10). Подставляя значения T_i в формулу, определяющую значение полного риска R, находим экстремальное значение функции

$$R = \left(\sum_{i=1}^{N} \sqrt{\sigma_i}\right)^2 / T.$$



Построение оптимальной траектории уклонения в системе «сенсор — два детектора»

Так как для любых наборов $(T_1, ..., T_N) \neq (0, .., 0)$ справедливы соотношения: $\dfrac{\partial^2\left(R+\lambda\sum\limits_{i=1}^{N}T_i\right)}{\partial^2 T_i} = \dfrac{2\sigma_i}{T_i^2} > 0$ и $\dfrac{\partial^2\left(R+\lambda\sum\limits_{i=1}^{N}T_i\right)}{\partial T_i \partial T_j} = 0$, $i \neq j$, то в точке экстремума вида (10) функция R достигает своего условного минимума (11). Доказательство завершено.

4. ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ

Далее рассмотрим задачу перехода ПО из начальной точки $A(1; 0)$ в конечную точку $B(0; 1)$. Сенсор расположен в точке $O(0; 0)$. Детекторы находятся в точках $(\cos(\pi/6), \sin(\pi/6))$, $(\cos(\pi/3), \sin(\pi/3))$ и обладают разными радиусами зон обнаружения, равными $r_1 = 0{,}2$, $r_2 = 0{,}3$ соответственно, как показано на рисунке.

На рисунке приведены две траектории — кандидаты на оптимальную траекторию, а именно, траектория, проходящая через точки A, D_1, $D_{12(1)}$, $D_{21(1)}$, H_1, B и ее образ в плоскости w, проходящий через точки w_A, w_{D_1}, $w_{D_{12(1)}}$, $w_{D_{21(1)}}$, w_{H_1}, w_B, и траектория, проходящая через точки A, D_2, $D_{12(2)}$, $D_{21(2)}$, H_2, B, и ее образ в плоскости w, проходящий через точки w_A, w_{D_2}, $w_{D_{12(2)}}$, $w_{D_{21(2)}}$, w_{H_2}, w_B. Пунктирной линией показана оптимальная траектория при отсутствии детекторов.

Сначала находим координаты точек D_1 и D_2. Получаем значения координат (ρ, ψ): $D_1 = (1{,}185; 0{,}454)$, $D_2 = (0{,}815; 0{,}439)$. Аналогично получаем координаты точек H_1 и H_2: $H_1 = (1{,}246; 1{,}199)$, $H_2 = (0{,}754; 1{,}245)$. Координаты точек $D_{12(1)} = (1{,}195; 0{,}493)$, $D_{21(1)} = (1{,}295; 1{,}001)$, $D_{12(2)} = (0{,}805; 0{,}473)$ и $D_{21(2)} = (0{,}707; 0{,}972)$ получаем из решения системы уравнений (9).

Затем вычисляем константы σ_i для траектории, проходящей через точки A, D_1, $D_{12(1)}$, $D_{21(1)}$, H_1, B. Получаем, что $\sigma_1 = \sigma_{AD_1} = 0{,}234$, $\sigma_2 = \sigma_{D_1 D_{12(1)}} = 0{,}003$, $\sigma_3 = \sigma_{D_{12(1)}D_{21(1)}} = 0{,}264$, $\sigma_4 = \sigma_{D_{21(1)}H_1} = 0{,}042$, $\sigma_5 = \sigma_{H_1 B} = 0{,}187$.

Далее вычисляем относительные времена движения T_i/T, значения функционала риска R_i на отдельных участках траектории и полное значения функционала риска R. По теореме 2 получаем, что $T_1/T = T_{AD_1}/T = 0{,}286$, $T_2/T = T_{D_1 D_{12(1)}}/T = 0{,}033$, $T_3/T = T_{D_{12(1)}D_{21(1)}}/T = 0{,}304$, $T_4/T = T_{D_{21(1)}H_1}/T = 0{,}121$, $T_5/T = T_{H_1 B}/T = 0{,}255$, $R_3 = \sigma_{AD_2}/T_{AD_2} = 0{,}820/T$, $R_2 = \sigma_{D_2 D_{12(2)}}/T_{D_2 D_{12(2)}} = 0{,}096/T$, $R_3 = \sigma_{D_{12(2)}D_{21(2)}}/T_{D_{12(2)}D_{21(2)}} = 0{,}870/T$, $R_4 = \sigma_{D_{21(2)}H_2}/T_{D_{21(2)}H_2} = 0{,}347/T$, $R_5 = \sigma_{H_2 B}/T_{H_2 B} = 0{,}731/T$ и $R = R_{AD_2 D_{12(2)} D_{21(2)} H_2 B} = 2{,}864/T$.

Теперь вычисляем константы σ_i для траектории проходящей через точки A, D_2, $D_{12(2)}$, $D_{21(2)}$, H_2 и B. Получаем, что $\sigma_1 = \sigma_{AD_2} = 0{,}235$, $\sigma_2 = \sigma_{D_2 D_{12(2)}} = 0{,}001$, $\sigma_3 = \sigma_{D_{12(2)}D_{21(2)}} = 0{,}266$, $\sigma_4 = \sigma_{D_{21(2)}H_2} = 0{,}085$, $\sigma_5 = \sigma_{H_2 B} = 0{,}186$.

Далее вычисляем относительные времена движения T_i/T, значения функционала риска R_i на отдельных участках траектории и полное значения функционала риска R.

По теореме 2 получаем, что $T_1/T = T_{AD_2}/T = 0{,}275$, $T_2/T = T_{D_2D_{12(2)}}/T = 0{,}021$, $T_3/T = T_{D_{12(2)}D_{21(2)}}/T = 0{,}293$, $T_4/T = T_{D_{21(2)}H_2}/T = 0{,}166$, $T_5/T = T_{H_2B}/T = 0{,}245$, $R_1 = \sigma_{AD_2}/T_{AD_2} = 0{,}852/T$, $R_2 = \sigma_{D_2D_{12(2)}}/T_{D_2D_{12(2)}} = 0{,}064/T$, $R_3 = \sigma_{D_{12(2)}D_{21(2)}}/T_{D_{12(2)}D_{21(2)}} = 0{,}907/T$, $R_4 = \sigma_{D_{21(2)}H_2}/T_{D_{21(2)}H_2} = 0{,}513/T$, $R_5 = \sigma_{H_2B}/T_{H_2B} = 0{,}758/T$ и $R = R_{AD_2D_{12(2)}D_{21(2)}H_2B} = 3{,}094/T$.

Сравнивая значения риска $R = R_{AD_1D_{12(1)}D_{21(1)}H_1B} = 2{,}864/T$ на траектории, проходящей через точки A, D_1, $D_{12(2)}$, $D_{21(2)}$, H_1, B, со значением риска $R = R_{AD_2D_{12(2)}D_{21(2)}H_2B} = 3{,}094/T$ на траектории, проходящей через точки A, D_2, $D_{12(2)}$, $D_{21(2)}$, H_2, B, делаем вывод, что оптимальной является первая траектория, которая огибает сенсор и оба детектора. Такая траектория представляет собой траекторию уклонения от системы наблюдателей, состоящей из сенсора и двух детекторов. По второй траектории ПО осуществляет прорыв через систему наблюдателей, состоящей из сенсора и двух детекторов.

При движении ПО по оптимальной траектории с использованием оптимального закона изменения модуля скорости значение функционала обнаружения получается больше оптимального значения функционала при отсутствии детекторов примерно на 16 % и на 5 % лучше значения функционала на траектории, проходящей через точки A, D_2, $D_{12(2)}$, $D_{21(2)}$, H_2 и B.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе изложены результаты решения задачи об оптимизации закона уклонения подвижного (ПО) на плоскости от обнаружения системой разнородных наблюдателей, состоящей из одного сенсора и нескольких детекторов. В явном виде найдены оптимальные законы управления ПО в задаче развертывания. Доказана теорема о свойствах оптимальной траектории, дающая алгоритм построения оптимальной траектории движения ПО.

Оптимальная траектория движения ПО состоит из последовательно чередующихся участков движения ПО по свободным от ограничений областей плоскости и участкам, представляющим собой дуги окружностей зон обнаружения детекторов. В исходном пространстве участками пути свободными от ограничений являются спирали и дуги окружности, отвечающие движению по границам ограничений. В точках сопряжения участки траектории сшиваются гладко. Существует множество траекторий, доставляющих локальный минимум функционалу обнаружения, а именно, множество траекторий прорыва между сенсором и детекторами и единственная траектория уклонения от всех наблюдателей системы. Оптимальная траектория выбирается путем сравнения значений функционала обнаружения на траекториях его локального минимума. Глобальный минимум функционала соответствует его минимальному значению среди значений, принимаемых на множестве траекторий — кандидатах на экстремум.

Изложенные в работе методы построения траектории движения ПО могут быть обобщены на систему обнаружителей, состоящей из детекторов, обладающих более сложной областью обнаружения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Zabarankin M.*, *Uryasev S.*, *Pardalos P.* Optimal Risk Path Algorithms // Cooperative Control and Opimizaton. Ch. 1 / Eds. R. Murphey, P. Pardalos. — Dordrecht: Kluwer Acad., 2002. — P. 271—303.
2. *Zabarankin M.*, *Uryasev S.*, *Murphey R.* Aircraft Routing under the Risk of Detection // Naval Research Logistics. — 2006. — Vol. 53, N 8. — P. 728—747.
3. *Szechtman R.*, *Kress M.*, *Lin R.*, *et al.* Models of Sensor operations for border Surveillance // Naval Research Logistic. — 2008. — Vol. 55, N 3. — P. 27—41.
4. *Yang G.*, *Zhou W.*, *Oiao D.* Defending against Barrier Intrusions with Mobile Sensors // Proc. Int. Conf. on Wireless Algorithms, Systems and Applications. — Atlanta, 2007. — P. 113—120.
5. *Воронин А.Н.*, *Ясинский А.Г.*, *Швоpов С.А.* Синтез компромиссно-оптимальных траекторий мобильных роботов в конфликтной среде // Проблемы управления и информатики. — 2002. — № 2. — С. 12—18.
6. *Галяев А.А.*, *Маслов Е.П.* Уклонение в конфликтной среде от обнаружения системой разнородных наблюдателей // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2014. — № 4. — С. 18—27.
7. *Галяев А.А.*, *Маслов Е.П.* Оптимизация законов уклонения подвижного объекта от обнаружения // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2010. — № 4. — С. 52—62.
8. *Галяев А.А.*, *Маслов Е.П.* О патрулировании барьера сетью мобильных сенсоров // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2013. — № 2. — С. 167—173.
9. *Галяев А.А.*, *Маслов Е.П.* Оптимизация закона уклонения подвижного объекта от обнаружения при наличии ограничений // Автоматика и телемеханика. — 2012. — № 6. — С. 83—94.
10. *Сысоев Л.П.* Критерий вероятности обнаружения на траектории в задаче управления движением объекта в конфликтной среде // Проблемы управления. — 2010. — № 6. — С. 65—72.
11. *Уклонение* подвижного объекта от обнаружения системой разнородных наблюдателей / Т.Г. Абрамянц, А.А. Галяев, Е.П. Маслов и др. // Проблемы управления. — 2015. — № 2. — С. 31—37.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым.

Галяев Андрей Алексеевич — д-р техн. наук,
вед. науч. сотрудник, Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва,
✉ galaev@ipu.ru.

УДК 614.8;502.5

XXIII МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТЬЮ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ»

В декабре 2015 г. в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН состоялась XXIII международная научная конференция «Проблемы управления безопасностью сложных систем». Организаторами конференции, помимо Института проблем управления, выступили Российский государственный гуманитарный университет, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН и Министерство Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий.

В работе конференции приняли участие 196 авторов, представляющих 66 организаций из России и ряда зарубежных стран, представивших 130 докладов. Работа конференции велась по секциям, состав которых стал уже традиционным:

- общетеоретические и методологические вопросы обеспечения безопасности;
- проблемы обеспечения экономической и социально-политической безопасности;
- проблемы обеспечения информационной безопасности;
- экологическая и техногенная безопасность;
- методы моделирования и принятия решений при управлении безопасностью сложных систем;
- автоматизированные системы и средства обеспечения безопасности сложных систем;
- правовые вопросы обеспечения безопасности сложных систем.

Конференция проводилась на фоне интенсификации развития негативных явлений в мировой экономике, сопровождаемых резким усилением процессов политического и экономического давления на Российскую Федерацию со стороны геополитических противников и прежде всего — стран Запада. Разрушение в конце XX в. биполярной и относительно равновесной системы мироустройства фактически привело к нынешней внешнеполитической нестабильности, обусловленной стремлением западных держав получить дополнительные преимущества в политической и экономической сферах, а фактически — установить новый мировой порядок. В результате характерными чертами современных геополитических процессов стали ярко выраженное стремление группы промышленно развитых стран Запада к созданию униполярного мира во главе с США, а также неприкрытое и откровенное навязывание своей воли всем остальным государствам и народам. Одновременно с этим резко обострились проблемы противодействия международному терроризму, решение которых Россия и страны Запада видят по-разному, причем последние предпринимают попытки извлечения определенных выгод в сложившейся ситуации в геополитическом противостоянии с Российской Федерацией. Все это привело к резкому обострению геополитического противостояния и появлению нового комплекса угроз национальным интересам России. В сложившейся ситуации существенно возросли требования к эффективности управления обеспечением безопасности страны на международном, федеральном и региональном уровнях.

Анализу актуальных и крайне непростых проблем обеспечения национальной безопасности Российской Федерации посвящен доклад *Г.Г. Малинецкого* и *В.В. Кульбы* «Национальная безопасность России сегодня, завтра, послезавтра». В представленном докладе подробно рассматриваются основные вызовы сегодняшнего времени, с которыми сталкивается Россия, а также перспективные угрозы поступательному социально-экономическому развитию нашего государства. В данной работе авторы концентрируют внимание на комплексах очевидных накопившихся за последние десятилетия проблем в национальной экономике

(включая ставшие достаточно острыми проблемы импортозамещения), образовании и науке.

Доклад *В.В. Цыганов*а «Циклическая дестабилизация общества потребления, цветные революции и войны» посвящен анализу проблем противодействия деструктивным процессам, порожденным глобальной нестабильностью современного общества. Отмечается, что одна из объективных причин нынешнего обострения мировой обстановки заключается в дестабилизации общества потребления Запада в результате достижения пределов роста материального производства. При этом широко применяемые этими странами экстенсивные методы стабилизации общества потребления в условиях усиливающейся глобальной конкуренции за ресурсы состоят, прежде всего, в нарастающей политической, экономической и военной экспансии, опирающейся на цветные революции и войны, связанные с захватом новых рынков и ресурсов других стран.

Автор подчеркивает, что низкая эффективность существующей ныне системы управления мировой экономикой объясняется в первую очередь тем, что она основана на безудержном росте потребления и связанных с ним ростом масштабов поглощения природных ресурсов. Это и приводит к необходимости контроля все возрастающего числа источников ресурсов, находящихся в распоряжении суверенных стран, а также соблазну открытого применения как прямых силовых методов решения возникающих проблем (Ирак, Ливия и др.), так и скрытных приемов внешнего управления суверенными странами с помощью поддержки и провоцирования на противозаконные действия «несистемной оппозиции», а по сути — организации «цветных революций». Подобная стратегия и тактика стран «золотого миллиарда» неизбежно будет приводить к росту агрессивных устремлений стран Запада, сопровождаемых возрастанием военных бюджетов и расширением масштабов как реальных, так и гибридных и информационных войн.

Рассмотрению проблем геополитического и информационного противоборства на межгосударственном уровне посвящен ряд достаточно интересных докладов: *Н.Г. Кереселидзе* «Математическая модель с запаздыванием информационной войны»; *В.Л. Шульц, В.В. Кульба, А.Б. Шелков, И.В. Чернов* «Геополитическое комплексное информационное противоборство в условиях глобализации»; *П.Г. Белов «*О прогнозировании риска внешней военной агрессии на Россию»; *В.В. Бреер* «Модифицированная модель Ланчестера о ведении боевых действий с возможным уклонением агентов от борьбы»; *В.В. Муромцев, С.Р. Немцова* «Информационная безопасность в медийном пространстве»; *С.В. Коврига, Д.И. Макаренко* «Подход к выявлению благоприятных и негативных факторов влияния на безопасное развитие социально-экономической системы на когнитивной модели ситуации»; *А.А. Байбулатов* «Пример обеспечения безопасности информационных баз промышленных систем на этапе эксплуатации»; *Р.П. Агаев, С.В. Никифоров* «О связи между задачей консенсуса при несвязном орграфе коммуникаций и ранжированием страниц в Интернете»; *Л.Е. Мистров* «Метод управления комплексами информационной безопасности социально-экономических организаций».

Ряд интересных работ посвящен проблемам обеспечения информационной безопасности автоматизированных и телекоммуникационных систем на организационном и программнщ-техническом уровне: *Е.А. Курако, В.Н. Лебедев, В.Л. Орлов* «Организация защиты информации как фактор объединения программных комплексов в единую среду»; *А.Е. Алексейчук* «Методологические аспекты оценки безопасности информационных технологий»; *Н.В. Белан* «DLP-системы как механизм управления безопасностью»; *М.Ю. Прус, Ю.И. Ходаренкова* «Некоторые аспекты устойчивости систем инфокоммуникационного обеспечения управления в территориальных системах безопасности»; *В.А. Ведешенков* «О диагностировании неисправных компонентов цифровых систем со структурой минимального квазиполного графа размера 7×7»; *Л.А. Сысоева* «Формирование системы метрик при реализации проекта сервис-ориентированной информационной системы»; *И.А. Лобанов* «К вопросу обеспечения системной безопасности проблемно-ориентированных систем с позиций концепции «Universal System Language» на ранних стадиях их жизненного цикла»; *А.В. Барабанов, А.С. Марков, В.Л. Цирлов* «Управление безопасной разработкой программного обеспечения».

В настоящее время крайне негативное влияние на развитие отечественной экономики оказывают и неблагоприятные тенденции в развитии мировой экономической конъюнктуры, и в первую очередь — процессы устойчивого снижения цен на энергоносители, как следствие, приводящие к высокой волатильности курса рубля к ведущим мировым валютам. В силу этого особую актуальность приобретают проблемы поиска путей решения крайне непростых задач обеспечения поступательного развития национальной экономики, что объясняется как существенным ростом напряженности международной обстановки, так и становящимися все более очевидными кризисными явлениями в мировой экономике, что не могло не отразиться на тематике представленных на конференции докладов. Теоретическим и методологи-

ческим проблемам обеспечения экономической и социальной безопасности на федеральном, региональном и объектовом уровнях, а также поиску путей повышения эффективности управления государственным развитием нашей страны посвящено достаточно большое число представленных на конференции работ, среди которых отметим доклады: *И.Н. Крапчатова, Д.А. Кононов, В.В. Кульба* «Анализ уязвимости управления сложными организационно-экономическими системами»; *Н.А. Абрамова, С.В. Коврига, Р.Ю. Порцев* «О развитии функциональности в технологиях и системах когнитивного моделирования ситуаций»; *И.С. Павловский* «Иерархическая структуризация как метод выявления противоречий в управлении сложными системами»; *Т.М. Алиева, И.М. Поморцева* «Структурная трансформация экономики как фактор обеспечения безопасности развития страны»; *Н.И. Архипова, С.В. Назайкинский, О.Л. Седова* «Управление кадровыми рисками в условиях кризиса»; *С.А. Магарил* «Внешние и внутренние угрозы России: что опасней?»; *Н.В. Овчинникова, О.Ю. Артемов., С.А. Овчинников* «Организационная архитектоника экономической безопасности»; *Д.Н. Халиуллина, С.Н. Малыгина* «Проблемы оценки комплексной безопасности региона»; *А.И. Иванус* «Обеспечение безопасности функционирования экономических систем на основе анализа превентивного режима готовности»; *М.Н. Власенко, Ю.Н. Шедько* «Инновационные подходы к обеспечению экономической безопасности организации, ориентированной на устойчивое развитие»; *Ю.В. Косачев* «Оптимальное управление инвестиционной деятельностью участников интегрированной структуры с учетом факторов риска»; *Н.В. Герасимяк, Е.И. Оксенюк* «Экономическая безопасность региона как фактор повышения конкурентоспособности экономики»; *В.Б. Гусев* «Роль фактора автономности в обеспечении безопасного развития экономической системы»; *М.В. Кротова* «Анализ основных вызовов и угроз ТЭК России в условиях международных санкций»; *С.А. Орехов* «Приоритеты продовольственной безопасности России в условиях санкций»; *Д.Е. Морковкин* «Финансирование инновационного развития реального сектора экономики России в условиях импортозамещения: проблемы и приоритеты»; *Г.В. Горелова, Н.Д. Панкратова, А.В. Масленникова* «Когнитивный анализ качества жизни населения муниципального образования»; *Г.И. Шепелин* «Об обеспечении безопасности сложных объектов экономики с помощью метода анализа риска». *В.В. Павельев* «Метод оценки комплекса моделей обеспечения безопасности в регионе».

В последние десятилетия значительный ущерб экономике и социальной сфере страны наносят чрезвычайные ситуации различного типа, техногенные катастрофы и связанные с глобальными климатическими изменениями природные катаклизмы, которые также требуют адекватного реагирования со стороны системы управления государственным развитием.

Доклад *А.П. Сатина* и *М.М. Айзатуллова* «Некоторые особенности управления системой развития инфраструктуры МЧС России» посвящен комплексу проблем совершенствования управления силами и средствами, а также процессами развития материально-технической базы Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий. В докладе рассмотрен комплекс проблем развития ресурсной базы МЧС России и проведен анализ ее влияния на общий уровень безопасности гражданского населения и территориальных образований. Сформулированы наиболее актуальные направления развития инфраструктуры подразделений МЧС России для обеспечения безопасности городов и населенных пунктов.

Рассматриваемой проблематике посвящены также доклады *С.Ю. Яковлева* «Информационно-аналитическое обеспечение функционирования региональных центров управления безопасностью в чрезвычайных и кризисных ситуациях»; *А.А. Рыженко, Б.Ж. Бердашева* «Моделирование процессов при перегруппировке сил и средств при ликвидации масштабных ЧС и пожаров»; *А.В. Пешкова* «Необходимость обоснования индивидуального пожарного риска для субъекта Российской Федерации (на примере Иркутской области)»; *Б.А. Мавлянкариева, А.Х. Кулдашева, Б.Б. Хатамова, А.Ю. Пен, И.Р. Талибджанова* «Оценка надежности многофункциональной противопожарной техники»; *Н.П. Карпенко* «Комплекс мероприятий и методов по обеспечению безопасной эксплуатации гидротехнических сооружений»; *А.Г. Давыдовского* «Метод вероятностно-энтропийного анализа в управлении комплексной безопасностью критически важных объектов»; *А.А. Соловьева, В.А. Куранцова, А.Л. Федорова, С.В. Мусаевой, Т.М. Зиминой* «О некоторых техногенных геодинамических процессах при недропользовании»; *В.П. Иванова, В.К. Завадского, Е.Б. Кабловой, Л.Г. Кленовой* «Принципы построения эволюционного процесса совершенствования сложных динамических систем путем нововведений и контроля надежности»; *Н.Е. Евдокимовой* «Моделирование влияния чрезвычайных ситуаций на продовольственную безопасность региональных агропродовольственных систем»; *Е.Л. Чернякова* «Российская информационная технология комплексной автоматизации процессов принятия управленческих решений и ее

применение в системах управления безопасностью сложных систем»; *Н.Д. Панкратовой* «Системная согласованность работоспособности безопасности функционирования сложных технических объектов».

Доклад Н.И. Комкова, В.В. Сутягина, Н.Н. Володиной «Вопросы безопасности при освоении Арктической зоны России» посвящен анализу наиболее актуальных проблем, сопутствующих интенсивному освоению природных ресурсов Арктической зоны Российской Федерации (АЗРФ). В докладе подчеркивается, что принятые планы развития АЗРФ на ближайшие десятилетия содержат ряд крупных инвестиционных проектов, связанных с освоением минеральных ресурсов (прежде всего углеводородов) на побережье и шельфе арктических морей, а также с созданием транспортной инфраструктуры и новых промышленных объектов. Одновременно с этим, как отмечается в докладе, природа Арктики чрезвычайно чувствительна к внешнему воздействию, вследствие чего возникает острая необходимость выработки новых требований к судоходству, добыче ресурсов и обеспечению экологической безопасности, а также разработки целевых программ по защите биоресурсов, флоры и фауны АЗРФ. Это, по мнению авторов, определяет в качестве первоочередных задач организацию финансирования и обеспечения компенсаций ущербов и возможных затрат на ликвидацию последствий нефтеразливов и иных чрезвычайных ситуаций.

Решению проблем управления экологической безопасностью посвящена достаточно большая группа докладов, среди которых отметим работы *В.К. Мусаева* «Моделирование аварийного выброса нефти в водной, нефтяной и твердой деформируемой среде»; *А.С. Бурого, А.С. Макаровой* «Методика повышения безопасности применения химических соединений на основе многокритериального выбора»; *М.Ю. Мастушкина* «Новые цели устойчивого развития и критерии экологической безопасности»; *Р.Е. Торгашевой* «Использование методов экологических исследований в управленческой деятельности»; *О.В. Наместниковой* «Мониторинг почвенного покрова в системе обеспечения экологической безопасности города»; *А.В. Вицентия* «Средства информационной поддержки принятия решений в системе регионального радиологического контроля»; *О.Б. Гладких, А.А. Петрова, В.В. Лаухина* «Подход к моделированию экологических и социально-экономических процессов на основе нейроэволюционных самонастраивающихся алгоритмов».

Ряд интересных докладов посвящен вопросам обеспечения безопасности функционирования транспортных систем, объектов и их инфраструктуры (включая космическую отрасль), среди которых можно отметить работы *И.В. Чернова* «Сценарный анализ и управление рисками финансирования космической отрасли. Космическое страхование»; *А.А. Муранова* «Совершенствование методологии анализа работы систем управления расходованием топлива жидкостных ракет при летно-конструкторских испытаниях»; *А.И. Чадаева, Е.И. Троповой* «Повышение безопасности выведения РН «Союз-2» путем расширения возможностей прогнозирования выработки топлива»; *А.А. Кочкарова* «Перспективы и особенности группового применения беспилотных летательных аппаратов малых размеров»; *В.О. Чинакал* «Обеспечение безопасности управления движением группы автономных подводных аппаратов»; *Д.А. Гольдина* «Принципы построения информационно-управляющих систем автономных движущихся объектов»; *С.Е. Бузникова, Д.С. Елкина, Н.С. Шабанова, В.О. Струкова* «Интеллектуальная система обеспечения активной безопасности автомобилей»; *С.В. Прозорова* «Использование методологии УРРАН для оценки состояния железнодорожного пути»; *М.В. Михайлюка, М.А. Торгашева* «Виртуальный полигон для моделирования безопасного управления мобильными роботами».

К сожалению, объективные ограничения на объем данной публикации не позволяют сделать полноценный обзор и тем более раскрыть содержание представленных на конференции разнообразных по тематике и, безусловно, интересных докладов. Более подробно ознакомиться с представленными работами можно в опубликованных материалах конференции[1].

В заключительном слове председательствующий на конференции д-р техн. наук, профессор *В.В. Кульба* сообщил о планах проведения очередной XXIV конференции по данной тематике, которая, по сложившейся традиции, пройдет в декабре 2016 г. в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. Телефон оргкомитета (495) 334-89-59, e-mail: conf20@ipu.ru. Технический секретариат конференции: *Галина Павловна Харькова, Алла Фариссовна Ибрагимова*.

Ученый секретарь Оргкомитета конференции
А.Б. Шелков

Шелков Алексей Борисович — канд. техн. наук,
вед. науч. сотрудник, Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва,
✉ abshelkov@gmail.com.

[1] Проблемы управления безопасностью сложных систем // Труды XXIII Международной конференции. Москва, декабрь 2015 г. — М., РГГУ, 2015. — 503 с.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН осуществляет подготовку (по очной и заочной форме) научных кадров в аспирантуре

Перечень направлений подготовки в аспирантуре ИПУ РАН:

- **01.06.01. Математика и механика**

  Специальность:

  01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

- **09.06.01 Информатика и вычислительная техника**

  Специальности:

  05.13.01 Системный анализ, управление и обработка информации (по отраслям)

  05.13.05 Элементы и устройства вычислительной техники и систем управления

  05.13.06 Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами (по отраслям)

  05.13.10 Управление в социальных и экономических системах

  05.13.11 Математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей

  05.13.12 Системы автоматизации проектирования (по отраслям)

  05.13.15 Вычислительные машины, комплексы и компьютерные сети

  05.13.18 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

- **38.06.01 Экономика**

  Специальности:

  08.00.05 Экономика и управление народным хозяйством (по отраслям и сферам деятельности, в том числе управление инновациями)

  08.00.13 Математические и инструментальные методы экономики

Сроки обучения:

В очной аспирантуре — 4 года (по направлению подготовки 38.06.01 — 3 года); в заочной аспирантуре — 5 лет (по направлению подготовки 38.06.01 — 4 года).

Институт имеет бессрочную лицензию на высшее образование и государственную аккредитацию.

Прием документов в аспирантуру с 1 июля по 30 сентября.
Зачисление в аспирантуру по результатам конкурса до 1 ноября.
Иногородним аспирантам предоставляется общежитие.

В Институте читаются лекции для аспирантов по следующим программам:

- эконометрический анализ экономического развития (д-р экон. наук Р.М. Нижегородцев);
- моделирование систем управления (д-р техн. наук А.Л. Генкин);
- теория робастного управления (д-р техн. наук А.П. Курдюков);
- вычислительные машины, комплексы и компьютерные сети (д-р техн. наук В.М. Вишневский);
- системы автоматизации проектирования (д-р техн. наук А.В. Толок).

Не забудьте подписаться!

Подписку на журнал **«Проблемы управления»** можно оформить в любом почтовом отделении (**подписной индекс 81708** в каталоге Роспечати или **38006** в объединенном каталоге «Пресса России»), а также через редакцию с любого месяца, при этом почтовые расходы редакция берет на себя. Отдельные номера редакция высылает по первому требованию.

СИСТЕМА ОПЕРАТОР

ИПУ РАН

Российская Академия Наук

Продукты и технологии

- программно-технические решения для верхнего уровня АСУТП;
- SCADA (с адаптацией под требования заказчика);
- операционные системы для АСУ (поставка готовых и изготовление по ТЗ);
- технологии интеграции АСУ из разнородных систем автоматики;
- технологии и продукты для разработки и контроля безопасных и защищенных АСУТП;
- простые и сложные пульты управления для АСУ с 1 млн. сигналов и более;
- средства оценки кибербезопасности;
- поддержка работы на процессорах X86 и ARM, RISK;
- разработаны в соответствии с POSIX и ЕСПД.

Особенности:

- собственная разработка;
- "атомное" качество;
- масштабируемость (1 млн. сигналов и более);
- долговременная поддержка российских разработчиков;
- доступные исходные коды;
- кибербезопасность;
- поставки за рубеж.

Разработки внедрены на АЭС "Бушер", Исламская Республика Иран и АЭС "Куданкулам", Республика Индия.

Услуги

- разработка программно-технических компонентов и комплексов: верхний/средний уровень / встраиваемые системы;
- верификация и валидация АСУ, включая исходные тексты, по качеству/информационной безопасности;
- разработка ПО для проектного анализа контролепригодности, технической эффективности, надежности, техногенной безопасности технических систем;
- анализ эксплуатационной готовности технологических комплексов;
- анализ кибербезопасности;
- консультации специалистов;
- обучение.

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ им. В.А. ТРАПЕЗНИКОВА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
ул. Профсоюзная, 65, 117997, Москва, Россия.
телефон: +7 (495) 334-89-10; факс: +7 (495) 334-93-40, +7 (499) 234-64-26
e-mail: ipu31@mail.ru, poletik@inbox.ru http://www.ipu.ru

CONTENTS & ABSTRACTS

GRAPH THEORY METHODS APPLICATION TO STUDYING T-SYNCHRONIZATION OF CHAOTIC SYSTEMS 2

Makarenko A.V.

Developed is the approach to chaotic systems T-synchronization analysis, based on previously proposed by the author novel method of discrete mappings and sequences symbolic CTQ-analysis, on the basis of finite alphabet of symbols encoding three successive samples in the state space. As a further development of the approach considered is the time structure graph of chaotic systems' synchronization, its main features are studied. Basic capabilities of this approach are demonstrated by the example of coupled identical logistic maps. Revealed is the sensitivity of mentioned graph structural characteristics to system attractors rebuilding when establishing various synchronization modes of chaotic oscillations.

Keyword: synchronization, symbolic analysis, intermittency, graph of time structure of synchronization, multidimensional time series, logistic map.

ROBUST CONTROL OF NONLINEAR OBJECTS WITH THE DISTRIBUTED DELAY SINGLE CLASS 16

Tsykunov A.M.

Supposed is that mathematical model parameters are unknown and only output variables can be measured. Taken as a target criterion is a reference signal tracking accuracy. Obtained are control algorithms allowing to compensate the prior uncertainty and to diminish substantially the influence of unmeasured external limited disturbance on output variables. Given are the numerical example and modeling results, demonstrating the efficiency of the tracking algorithm obtained.

Keywords: the distributed delay, robust control, target condition, functional, the reference signal.

COMBINED ADAPTIVE CONTROL SYSTEM FOR STRUCTURALLY AND PARAMETRICALLY UNCERTAIN NONLINEAR PLANT 23

Eremin E.L., Shelenok E.A.

Considered is the problem of combined adaptive control system constructing for structurally and parametrically uncertain nonlinear dynamic periodic action plant with inaccessible for measurement state variables. Popov hyperstability criterion is applied to the problem solution, with control systems L-dissipativity conditions taken into account.

Keywords: periodic mode, adaptive control, combined regulator, nonlinear dynamic object, priory uncertainty, hyperstability criterion, L-dissipativity.

METHODOLOGICAL APPROACH TO COMPOSITE ESTIMATION OF STATUS AND DYNAMICS OF MULTI-DIMENSIONAL OBJECTS OF SOCIAL AND ECONOMIC NATURE 32

Sidorov A.A.

Suggested is the based on functional networks apparatus approach to hierarchical structure forming of generalized measure used for control synthetic categories estimation. Given are the composite indicator construction models, based on initial data of different purpose and nature. Considered are the ways of resulting values interpretation on the basis of positioning maps. Noted is this approach can be used for preparation and decision making within public and corporate control systems.

Keywords: composite indicator, synthetic category, estimation model, positioning map, hierarchical structure, functional network.

RULES OF BANK AND CORPORATE BORROWER FUNDAMENTAL VALUE FORMATION. 41

Rasskazova A.N.

Suggested is the company investment activity simulation model, based on which the behavior of the company fundamental value at various control parameters is investigated. Considered is the mutual effect of bank and corporate borrower cost growth factors. Based on obtained patterns a set of decision rules is formulated, subordinating bank's decisions on expediency of financial resources placement among corporate market customers of banking services, directed at forming the fundamental value of the bank and corporate borrowers.

Keywords: credit interaction, simulation model, banking solution, «image» value, decision rules.

PROBLEMS OF PROGRAMMABILITY, SECURITY AND RELIABILITY OF DISTRIBUTED COMPUTING AND NETWORK-CENTRIC CONTROL. Part 1: PROBLEM ANALYSIS 49

Zatuliveter Yu.S., Fishchenko E.A.

Analyzed are the system-wide problems arising from heterogeneity and global strong connectivity of computer networks. Shown is the effect of heterogeneous network resources functional integration problems combinatorial complexity on creating large systems of distributed computing and network-centric control. Highlighted are computer aspects of sustainable development of social systems in conditions of global information strong connectivity. Considered are common aspects of IT security problems: technical (cybersecurity), social (influence of information superflows) and personal (for example, the phenomenon of «digital dementia»). Matched are the key directions of improving computer environments, including the provision of reliable computing in computer environments with unreliable components.

Keywords: global network, heterogeneity, strong connectivity, heterogeneity, combinatorial complexity, integration, distributed computing, network-centric control, social system, sustainable development, mathematically unified algorithmic space, seamless programming, cybersecurity, reliable computing, digital dementia.

COMPUTER MODEL OF DIDACTIC SYSTEM MANAGEMENT PROCESS: INFORMATION-CYBERNETIC APPROACH 58

Mayer R.V.

Suggested is the computer model of cybernetic «teacher — learner» system taking into account various features of education process. The model is based on the numerical solution of differential equations system and takes into account the student's influence on the teacher that is feedback. Analyzed are various methods of learner activity management.

Keywords: didactics, didactic system, simulation modeling, cybernetics, theory of teaching, management, learning knowledge, learning activity.

«GENERALIZED EXTENDED MULTIRING» SYSTEM AREA NETWORK IN COMPARISON TO «FLATTENED BUTTERFLY» NETWORK 65

Podlazov V.S.

A system area supercomputer network with increased number of nodes and diverse intermodal paths is considered, given the name of generalized extended multiring. The characteristics of such network in comparison to «flattened butterfly» network with the same nodes size and equal network diameter are given.

Keywords: system-area network, multiring, flattened butterfly, generalized hypercube, switching features, size of nodes, number of consumers (processors), network diameter.

PROBLEM OF EVADING DETECTION BY SYSTEM OF HETEROGENEOUS OBSERVERS: ONE SENSOR — GROUP OF DETECTORS 72

Galyaev A.A.

A problem of mobile object evasion from detection by a system of stationary heterogeneous observers consisting of one sensor and the group of detectors is considered. The explicit form of the evasion optimal law is obtained for power function relationship between the level of the radiated signal and the velocity of movement of the mobile object. Trajectories are constructed to bypass system observers and to break through the system.

Keywords: detection of a mobile object; system of heterogeneous observers; optimal evasion control law.

XXIII INTERNATIONAL CONFERENCE «THE PROBLEMS OF COMPLEX SYSTEMS SECURITY MANAGEMENT». . . 78

Кузнецов О. П. Избранные труды: автоматы, языки и искусственный интеллект. — М., 2016. — 464 с.

ISBN 978–5–93273–428–5

В юбилейный том избранных трудов Олега Петровича Кузнецова вошли статьи 1960–2015 гг.

Это статьи по автоматам и языкам логического управления, голографическому кодированию информации в нейронных сетях, общим проблемам искусственного интеллекта и когнитивных наук, графовым динамическим моделям, сложным сетям и распространению активности. Спектр приложений, рассматриваемых в статьях, включает в себя технические, биологические, социальные, экономические и политические системы.

Для широкого круга специалистов по теории автоматов и формальных языков, методам искусственного интеллекта и сетевому моделированию.

Олег Петрович Кузнецов — д-р техн. наук, профессор, зав. лабораторией методов интеллектуализации дискретных процессов Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, председатель Научного совета Российской ассоциации искусственного интеллекта. Председатель секции «Теория и методы разработки программного обеспечения систем управления» Ученого совета ИПУ РАН. Окончил два факультета МГУ — философский и механико-математический. Специалист по теории автоматов, логическому управлению и искусственному интеллекту. Автор около 110-ти научных работ, в том числе двух книг. Член редколлегии журнала «Проблемы управления».

В настоящее время в тесном взаимодействии с нейробиологами автор занимается информационным моделированием гетерохимических процессов, происходящих в нервных системах. Успешно разрабатывается модель ансамбля в гетерогенных нейронных сетях, состоящих из сложных нейронов разных типов.

ISSN 1819-3161 ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ. 2016. №3. 1–84. Индексы: 80508 и 81708 в каталоге Роспечати; 38006 в каталоге «Пресса России»