

УПРАВЛЕНИЕ КАЧЕСТВОМ МАТЕРИАЛОВ СО СПЕЦИАЛЬНЫМИ СВОЙСТВАМИ¹

И.А. Гарькина, А.М. Данилов

Приведена единая концепция создания управляемой разработки материалов со специальными свойствами на основе изучения кинетических процессов формирования структуры и основных физико-механических характеристик материала. Осуществлена оптимизация рецептурно-технологических параметров материала.

Ключевые слова: управление качеством, системный подход, материалы со специальными свойствами.

ВВЕДЕНИЕ

Развитие ядерной энергетики, чернобыльская катастрофа, необходимость решения задач по инженерной защите персонала, населения, оборудования, зданий и сооружений ряда отраслей промышленности, включая хранение высокотоксичных и радиоактивных отходов и материалов, значительно повысили актуальность создания материалов со специальными свойствами с возможностью регулирования их структуры.

Решение этих задач особо важно для отдельных регионов, где в соответствии с международной конвенцией и Федеральной программой планируется создание производств по уничтожению запасов химического оружия.

К работам в этой области проявляет интерес ряд государственных структур, включая аппарат полномочного представителя Президента Российской Федерации в Приволжском Федеральном округе, Международный научно-технический центр (Бельгия, Брюссель), Ядерный центр (Россия, Снежинск), Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Российская академия архитектуры и строительных наук, Федеральная служба специального строительства Российской Федерации, ряд организаций США, Румынии, Израиля, Германии и др.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (грант ТО2-12.2-116, гос. рег. № 01200303812).

1. ИЕРАРХИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ РАДИАЦИОННО-ЗАЩИТНОГО КОМПОЗИТА И КРИТЕРИЕВ ЕГО КАЧЕСТВА

В иерархической структуре критериев эффективности системы (радиационно-защитного композита), на верхнем (первом) уровне находятся следующие основные критерии: полезность системы (выходные характеристики материала, важность, актуальность, перспективность, область применения (критерии второго уровня)); качество функционирования (помехозащищенность, точность, надежность, чувствительность, качество управления); организация системы (совершенство структуры, сложность и т. д.); эволюционная эффективность (осуществимость, ресурсы, возможности модификаций и др.); экономическая эффективность [1].

Декомпозиция системы в рамках этой иерархии продолжается до тех пор, пока на нижнем уровне не будут получены элементы, принадлежащие разработанным типам, или сформулированы технические задачи создания необходимых элементов [1, 2].

При применении каждого критерия в отдельных задачах, возникающих на рассматриваемом этапе разработки материала, определяются характеризующие его количественные показатели, единицы и способы измерения (расчетные, экспериментальные или экспертные оценки).

Зависимости между критериями выявляются методами факторного анализа и математической статистики и другими методами и представляют

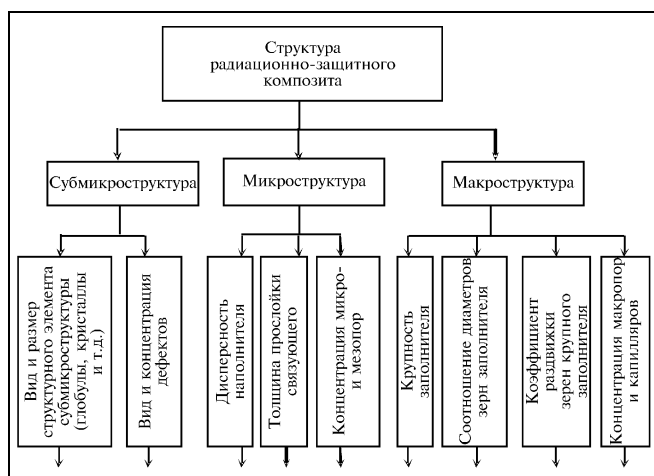


Рис. 1. Иерархическая структура радиационно-защитного композита

собой эмпирические закономерности или получаются на основе процедур оценки гипотез и взвешивания факторов [2].

В соответствии с введенной иерархией критериев и выделенными комплексами решаемых частных задач строилась *иерархическая структура системы — материала — с оценками ее элементов*, которая и служит основой перспективного планирования всего комплекса разработок и отдельных систем.

На рис. 1 приведена ее часть, относящаяся к структуре радиационно-защитного материала. При синтезе указанных систем, связанных с выбором рецептуры, технологии и способов управления качеством, использовались различные способы оптимизации параметров системы, в том числе *векторной оптимизации*.

2. КИНЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ФОРМИРОВАНИЯ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК. ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ

На основе классификации наиболее распространенных видов кинетических процессов строится их *обобщенная модель* [3]. Каждый из рассматриваемых кинетических процессов — частный случай обобщенной модели. Алгоритмы определения параметров моделей составлялись, исходя из характерных точек кинетических процессов [4].

Кинетическая модель набора прочности. Прочность эпоксидных композитов зависит от степени наполнения, дисперсности и физико-химической активности поверхности наполнителя, адгезионной связи в зоне контакта связующего и наполнителя, концентрации полимеризующего вещества, пористости композиции, температуры исходных компонентов, от технологии пригото-

вления и некоторых других факторов. Прочность эпоксидных композитов регулировалась введением комбинированных наполнителей, минеральных и химических модифицирующих добавок, выбором режимов отверждения, обработкой аппретами, механической очисткой поверхности наполнителя.

Обычно кинетика набора прочности эпоксидных композитов представляется в виде $R(t) = R_m(1 - e^{-\lambda t})$.

Кинетика изменения модуля упругости. Для эффективного повышения модуля упругости особенно часто применяются модульные порошки, хорошо смачиваемые связующим.

Существующая наиболее полная кинетическая модель изменения модуля упругости, учитывающая случаи как фрактальности, так и нефрактальности композита имеет вид $E(t) = E_n(1 - e^{-qt^n})$, где $n = 1 - 1/d$, d — структурная размерность композиционной системы.

Кинетика усадки. Формирование структуры композита зависит не столько от величины энергии, аккумулированной или сообщенной системе, сколько от скорости расхода этой энергии [5]. При медленных процессах отверждения получаются образования с плотной упаковкой (свободная поверхностная энергия минимальна); возникают упорядоченные структуры (в идеале — кристаллы). При быстром отверждении, когда к системе подводится избыточная энергия, макромолекулы не успевают ориентироваться, располагаются хаотично, образуя неплотную структуру с большей энергией.

Для регулирования скорости протекания процессов отверждения используются поверхностно-активные вещества (ПАВ): катионоактивные, анионоактивные и неионогенные с концентрацией от 0,25 до 4 % массы смолы.

Существующие модели кинетики усадки имеют вид $K(t) = K_m(1 - e^{-\alpha t^{1/n}})$.

Кинетика изменения внутренних напряжений. Внутренние напряжения связаны с неравномерно протекающими и незавершенными усадочными процессами. Знание механизма возникновения внутренних напряжений дает возможность направленно их изменять (регулированием глубины полимеризации; повышением гибкости макромолекул с увеличением благодаря этому скорости релаксационных процессов; изменением характера надмолекулярных структур из-за влияния на скорость процессов структурообразования и др.). Скорость протекания релаксационных процессов и процессов структурообразования регулируется введением модифицирующих добавок (как правило, ПАВ). Внутренние напряжения в полимеррас-

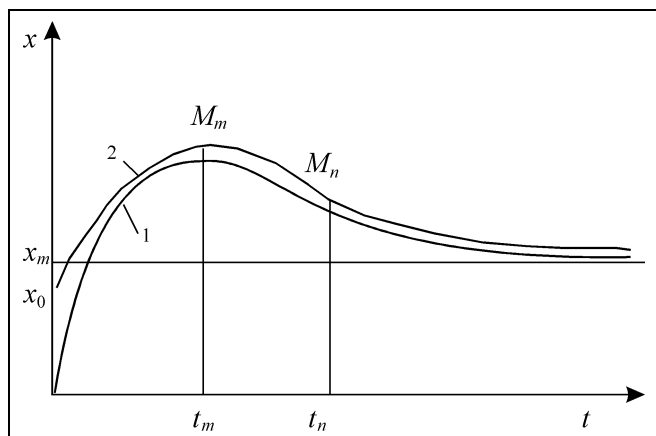


Рис. 2. Вид кинетических процессов изменения внутренних напряжений

творе с добавками ПАВ уменьшаются вследствие изменения надмолекулярной структуры связующего: глобулярная структура связующего превращается в фибриллярную; повышается эластичность и более плотно упаковываются элементы на поверхности наполнителя. Образование надмолекулярных структур приводит к значительному уменьшению внутренних напряжений при увеличении адгезии и прочности композиции на разрыв.

Внутренние напряжения в структуре композита зависят и от вида наполнителя. Так, молотый кварцевый песок и карбонат кальция дают высокие значения внутренних напряжений, а при использовании в качестве наполнителя молотого угля и фторида кальция внутренние напряжения значительно снижаются [6].

Вид кинетических процессов изменения внутренних напряжений (рис. 2) определяется в результате решения задачи Коши

$$\ddot{z} + 2n\dot{z} + \omega_0^2 z = 0, \quad z = x - x_m, \quad x(0) = x_0, \\ \dot{x}(0) = \dot{x}_0.$$

Кинетика тепловыделения. Структура эпоксидного полимера образуется путем присоединения к полимерной цепи каждого нового звена олигомера. Образование каждой новой связи в процессе полимеризации сопровождается выделением теплоты (при отверждении ненаполненных термореактивных смол — от 250 до 580 кДж теплоты на 1 кг смолы), что приводит к значительному самоподогреву изделий. Из-за разности температуры на поверхности изделия и в объеме в конструкциях большого размера возможно появление микро- и макротрещин. Поэтому снижение тепловыделения при полимеризации является важным условием получения бездефектной структуры эпоксидного композита. Кинетика тепловыделения указана на рис. 3, кривая 2.

Максимальная температура отверждения зависит от вида полимера и типа отвердителя, от соотношения их объемных долей в системе, от вида, дисперсности и объемной доли наполнителя, от наличия и количества модифицирующих добавок, от технологии приготовления и отверждения смесей и др.

Химическая стойкость композиций. Повышение химической стойкости композита в агрессивных средах достигается выбором вяжущих и наполнителей, созданием плотной структуры материала, а также введением в материал активных добавок. Используемая обычно экспоненциальная модель химической стойкости также является решением задачи Коши

$$\ddot{z} + 2n\dot{z} + \omega_0^2 z = 0, \quad z = x - x_m, \quad x(0) = x_m, \\ \dot{x}(0) = 0.$$

Водопоглощение и водостойкость. Диффузия воды в композит во многом определяется проницаемостью граничного слоя «полимер—наполнитель», которая и оказывает влияние на водопоглощение и водостойкость композита. Водопоглощение и водостойкость эпоксидных композитов

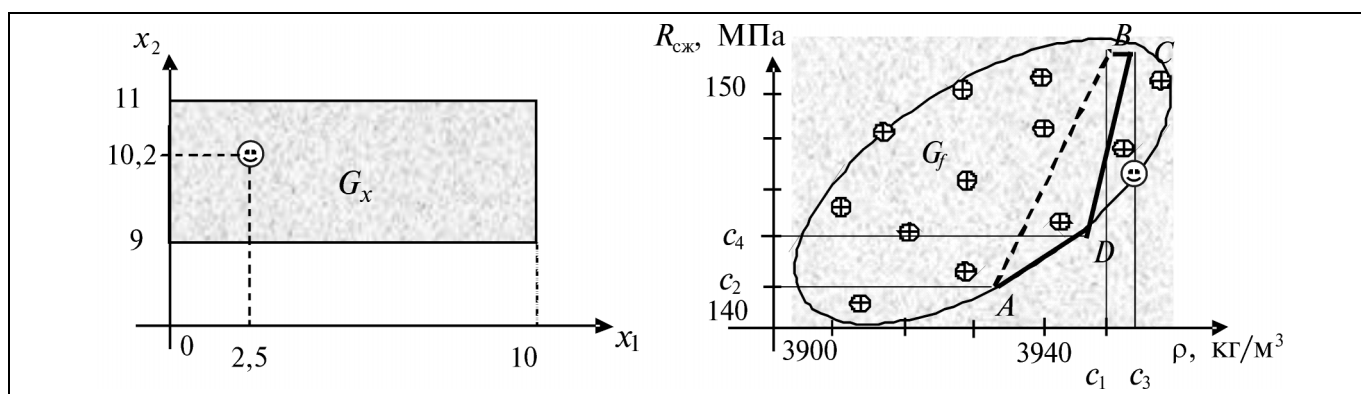


Рис. 3. Области G_x и G_f , множество Парето

носят соответственно экспоненциально возрастающий или убывающий характер; более точно они описываются линейной комбинацией экспоненциальных функций.

Полученные результаты рассмотрения кинетических закономерностей формирования основных физико-механических характеристик композиционных материалов позволяют использовать для их описания *обобщенную* динамическую модель. А именно, кинетический процесс $x(t)$ представляется как решение задачи Коши

$$\ddot{z} + 2n\dot{z} + \omega_0^2 z = 0, \quad z = x - x_m, \quad x(0) = x_0, \\ \dot{x}(0) = \dot{x}_0; \quad n^2 - \omega_0^2 \geq 0,$$

где величины x_0 , \dot{x}_0 и x_m определяются видом исследуемого кинетического процесса.

Модель легко обобщается для полидисперсных и некоторых других систем, кинетические процессы в которых имеют порядок более двух.

Параметрическая идентификация кинетических процессов сводится к определению параметров обобщенной модели (например, корней характеристического полинома) [4].

3. СИНТЕЗ ЭПОКСИДНЫХ КОМПОЗИТОВ ПОВЫШЕННОЙ ПЛОТНОСТИ. МНОЖЕСТВО ПАРЕТО

При двухкритериальном синтезе эпоксидного композита повышенной плотности для защиты от радиации [5] методами планирования эксперимента были получены аналитические зависимости средней плотности ρ , кг/м³, и предела прочности $R_{сж}$, МПа, на сжатие:

$$\rho(X_1, X_2) = 3642,8 - 129,1X_1 + 668,5X_2 + \\ + 53,2X_1X_2 - 513,7X_2^2,$$

$$R_{сж}(X_1, X_2) = 118,5 - 19,5X_1 + 20,9X_2 + 3,2X_2^2.$$

Здесь X_1 и X_2 — кодированные значения соответственно концентрации x_1 пластификатора (в процентах от массы смолы) и степени наполнения x_2 (П : Н по массе); $x_{10} = 25$, $I_1 = 25$; $x_{20} = 1 : 7$, $I_{2H} = 5$.

Строилось множество Парето на основе последовательного решения методом штрафных функций Эрроу—Гурвица задач нелинейного программирования:

$$\rho(x_1, x_2) \rightarrow \max,$$

$$R_{сж}(x_1, x_2) \rightarrow \max,$$

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2) \in G_x, \quad \rho(x_1, x_2) = \text{const},$$

$$R_{сж}(x_1, x_2) = \text{const}.$$

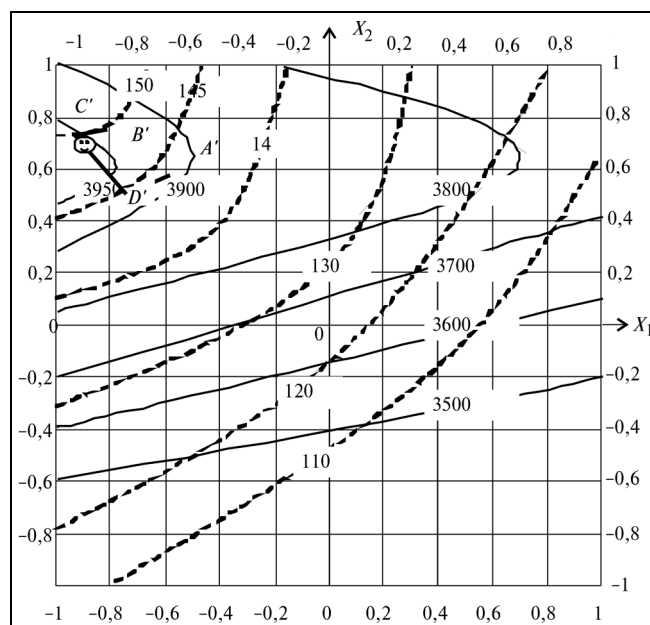


Рис. 4. Линии уровня $\rho(X_1, X_2) = \text{const}$, $R_{сж}(X_1, X_2) = \text{const}$

Здесь $x_1, x_2 \geq 0$ — натуральные значения факторов.

На основе экспериментальных данных в качестве области G_x принят прямоугольник, $-1 \leq X_1 \leq -0,6$; $0,4 \leq X_2 \leq 0,8$. В области G_f (рис. 3): $3900 \leq \rho \leq 3950$, $140 \leq R_{сж} \leq 150$. Отрезок AB — первое приближение границы области Парето.

Принято: $c_1 = 3950$; $c_2 = 142$; второе приближение — ломаная $ADCB$, $c_3 = 3955$; $c_4 = 144$.

На рис. 4 приведены линии уровня $\rho(X_1, X_2) = \text{const}$ (ветвь гиперболы), $R_{сж}(X_1, X_2) = \text{const}$ (парабола), квадратичных моделей целевых функций, позволяющих в качестве оптимальных значений принять $x_1 = 2,5$; $x_2 = 10,2$; соответствующие значения плотности и предела прочности: $\rho = 3950$ кг/м³, $R_{сж} = 145$ МПа.

4. ФУНКЦИОНАЛЫ КАЧЕСТВА

При оптимизации структуры и свойств материала по параметрам кинетических процессов (описывающихся обыкновенными дифференциальными уравнениями) формирования его физико-механических характеристик: радиационной стойкости, набора прочности, тепловыделения, усадки и др., функционал качества принимался в виде

$$\Phi(S) = f\lambda_m + a/\lambda_m + br + c/r,$$

$$\lambda_m = \min_i \{\lambda_i\}, \quad r = \max_i \{\lambda_i/\lambda_m\},$$



где $(-\lambda_i)$ — корни характеристического полинома, $\lambda_i > 0, i = \overline{1, k}; f, a, b$ и c — весовые коэффициенты. В частности, для моделей второго порядка

$$\Phi(S) = (\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_0 + \frac{a}{(\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_0} + b \frac{\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}}{\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}} + c \frac{\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}}{\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}},$$

$$\lambda_1 = n + \sqrt{n^2 - \omega_0^2} < 2n, \quad \lambda_2 = n - \sqrt{n^2 - \omega_0^2} < n, \quad \xi = n/\omega_0, \quad n \geq \omega_0.$$

Качество материала тем выше, чем меньше значение функционала $\Phi(S)$. При решении задачи использовались области равных оценок качества материала $d_{k-1} \leq \Phi(S) < d_k$, где k — класс системы; $k = \overline{1, N}; N$ — балльность шкалы.

Границы областей равных оценок определялись в виде $\Phi(S) = d = \text{const}$. Идентификация областей равных оценок производилась выбором числовых значений d для границ каждого класса на основе сравнения расчетных границ с экспериментальными.

На рис. 5 приведены области равных оценок при значениях весовых коэффициентов $f = a = b = c = 0,25$ и значениях $d_k = 2,5; 5$ и $7,5$. При известных весовых коэффициентах выбор чисел ω_{01} и ω_{02} относит рассматриваемый материал к соответствующему классу в принятой шкале.

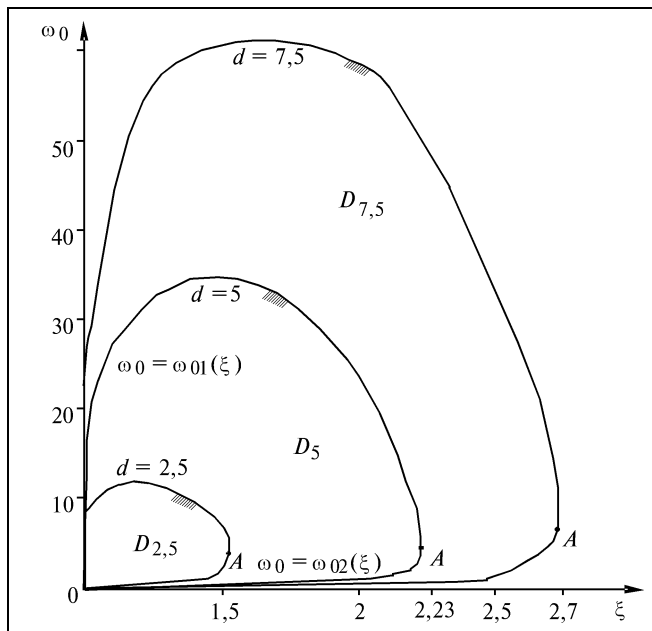


Рис. 5. Вид областей равных оценок в плоскости $\xi\omega_0$

Связь характеристик материала с параметрами модели определялась по экспериментальным данным. При выборе характеристик ингредиентов и материала в целом применялись градиентные методы.

5. ПРИНЦИП ПАРЕТО В УПРАВЛЕНИИ КАЧЕСТВОМ

Принцип Парето наглядно характеризует взаимоотношения «причины—результаты» в системе и является одним из наиболее используемых инструментов принятия решений. Однако авторам неизвестен случай его применения для синтеза материалов.

Рассматривалось применение диаграмм и принципа Парето для управления качеством по виду кинетических процессов формирования требуемых структуры и свойств эпоксидных композитов повышенной плотности на основе отходов стекольной промышленности для защиты от радиации [7]. Предполагалось, что начальные 20 % определяют последующие 80 % времени выхода контролируемого параметра на эксплуатационное значение.

Для оптимизации скалярного управления $y(t)$ использовался функционал

$$I = \int_0^T [\alpha y^2(t) + \beta \dot{y}^2(t)] dt.$$

Учитывая, что структура композита в большей степени зависит от скорости расхода энергии, чем от сообщенной системе ее количества, наряду с

функционалом $I_1 = \int_0^T y^2(t) dt, \alpha = 1, \beta = 0$, для оценки кинетического процесса $x(t)$ использовалась и

кумулятивная кривая $I_2(t) = \int_0^t \dot{x}_2(t) dt.$

Анализ экспериментальных данных показал, что для всех основных кинетических процессов $I(0,2T) \geq 0,8I(T)$ и структура и свойства материала на 80 % определяются начальными 20 % длительности выхода контролируемого параметра на эксплуатационное значение.

Как подтвердили многочисленные исследования, применение принципа Парето значительно облегчает и разработку рецептуры (содержание ингредиентов, гранулометрический состав и т. д.): выделение элементов в рецептуре, определяющих, в основном, эксплуатационные характеристики материала.

Применялся и итеративный способ улучшения качества материала на основе последовательного построения на каждом этапе соответствующих диаграмм Парето.

6. МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ СВЕРХТЯЖЕЛЫХ БЕТОНОВ ДЛЯ ЗАЩИТЫ ОТ РАДИАЦИИ

Далее приведены результаты многокритериального синтеза сверхтяжелых бетонов для защиты от радиации (состав: техническая сера, наполнитель (барит, $S_{уд} = 250 \text{ м}^2/\text{кг}$), модифицирующая добавка (смесь асбестовых волокон, парафина и сажи в соотношении 12,5 : 1 : 2,5), заполнитель (свинцовая дробь, диаметр 4–5 мм)).

При строго упорядоченных по важности критериях q_1, q_2, \dots, q_m синтез сводился к лексикографической задаче оптимизации.

Использовались полученные методами математического планирования эксперимента для указанных материалов зависимости пористости $q_1(x_1, x_2)$, %, прочности на сжатие $q_2(x_1, x_2)$, МПа, и плотности $q_3(x_1, x_2)$, $\text{кг}/\text{м}^3$, от объемных долей $x_1 \in [0,5; 0,6]$, $x_2 \in [0,35; 0,4]$ заполнителя и наполнителя (в последующем оказалось возможным исключить зависимость $q_3(x_1, x_2)$ из рассмотрения):

$$q_1(x_1, x_2) = 196,9 - 1217x_1 + 623,6x_2 - 1064x_1x_2 + 1532x_1^2,$$

$$q_2(x_1, x_2) = -305,3 + 1188x_1 + 57,20x_2 - 1148x_1^2.$$

Минимальное значение пористости достигается в точке $M_1(0,519; 0,35)$, для которой $q_1 = 2,735$ %. Максимум прочности соответствует точке $M_2(0,518; 0,4)$, для которой $q_2 = 25,14$ МПа.

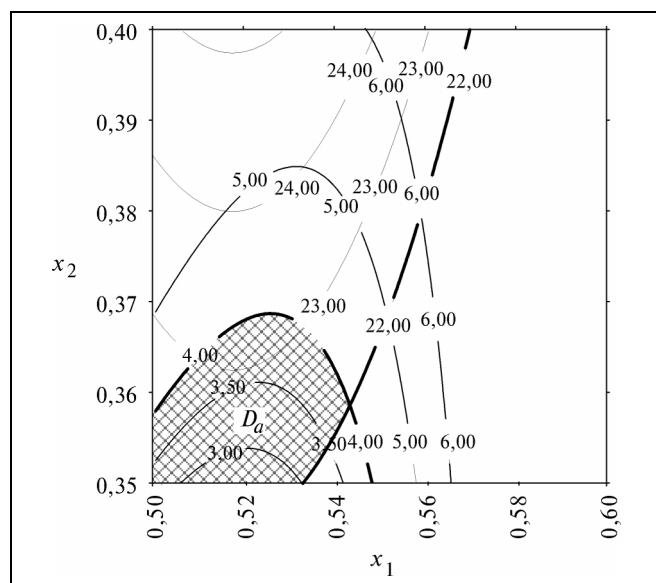


Рис. 6. Область поиска

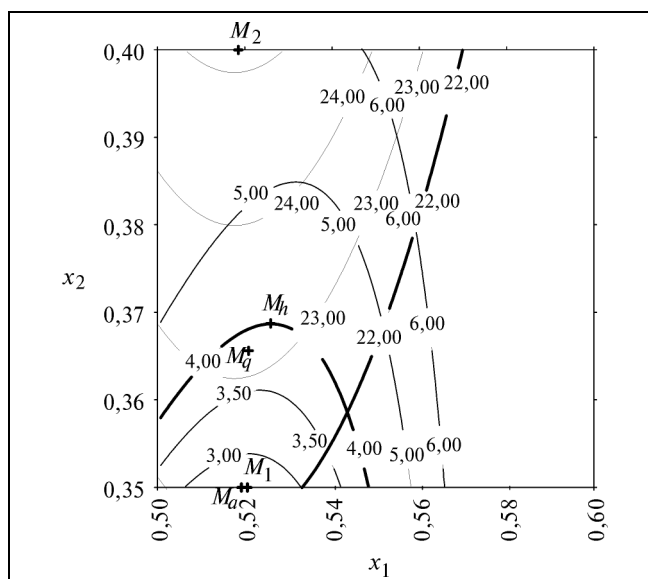


Рис. 7. Расположение точек «максимального качества» M_h , M_g и M_a , полученных с помощью различных методик

Область поиска при решении задачи оптимизации определялась методом последовательных уступок, исходя из условий $q_1 \leq 4$ %, $q_2 \geq 22$ МПа (область D_a , рис. 6).

Результаты векторной оптимизации приводятся на рис. 7.

Точки M_h , M_g и M_a получены с помощью методов скаляризации соответственно:

– введением метрики в пространстве целевых функций

$$h(\mathbf{x}) = \sqrt{\sum_j (q_j(\mathbf{x}) - \hat{q}_j)^2} = \sqrt{(q_1(x_1, x_2) - 2,73)^2 + (q_2(x_1, x_2) - 25,1)^2}$$

(задача нелинейного программирования $h(x_1, x_2) \rightarrow \min$ при ограничениях $0,5 \leq x_1 \leq 0,6$; $0,35 \leq x_2 \leq 0,4$);

– построением глобальной целевой функции на основе контрольных показателей

$$q(\mathbf{x}) = \min_j \{q_j(\mathbf{x})/q_j^*\} = \min\{4/q_1(x_1, x_2), q_2(x_1, x_2)/22\};$$

– применением линейной свертки нормированных частных критериев

$$q(x_1, x_2) = c_1(q_1(x_1, x_2) - \bar{q}_1)/S_{q_1} + c_2(q_2(x_1, x_2) - \bar{q}_2)/S_{q_2},$$



$\bar{q}_1 = \frac{1}{S} \iint_S q_1(x_1, x_2) dx_1 dx_2$, $\bar{q}_2 = \frac{1}{S} \iint_S q_2(x_1, x_2) dx_1 dx_2$ — средние значения q_1 и q_2 в рассматриваемой области, $S_{q_1} = \sqrt{\frac{1}{S} \iint_S (q_1 - \bar{q}_1)^2 dx_1 dx_2}$, $S_{q_2} = \sqrt{\frac{1}{S} \iint_S (q_2 - \bar{q}_2)^2 dx_1 dx_2}$ — средние отклонения значений q_1 и q_2 от средних \bar{q}_1 и \bar{q}_2 ; S — площадь рассматриваемой области ($\bar{q}_1 = 6,457$, $\bar{q}_2 = 21,54$, $S_{q_1} = 2,398$, $S_{q_2} = 2,455$).

При разработке указанных материалов в качестве наполнителя и заполнителя использовались отходы различных производств (стекляной, металлургической и др.), что позволяет улучшить экологическую обстановку во многих регионах России. Технология производства предусматривает возможность рециркуляции отходов производства собственно радиационно-защитных композиционных материалов с регулируемыми параметрами структуры. Материалы — экологически чистые, могут использоваться для подземных захоронений и консервации радиоактивных отходов, для локализации радиоактивного загрязнения в случае радиационных аварий, для создания биологической защиты на радиационно-опасных объектах и связывания потенциально опасных отходов (выработанные урановые рудники и их отвалы). Технология и материалы вызвали интерес на международном рынке защитных материалов и технологии их производств. Полученные материалы удостоены медали ВВЦ, дипломов ярмарок в Нижнем Новгороде, международных выставок (Лейпциг, Астана и др.), не имеют мировых аналогов, удовлетворяют требованиям практического применения в строительстве объектов атомной промышленности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан подход и предложены методологические принципы создания материалов специального назначения с помощью методов системного анализа на основе моделирования кинетических процессов формирования их физико-механических характеристик.

Для рассмотренных материалов предложена обобщенная динамическая модель в классе обыкновенных дифференциальных уравнений, указаны алгоритмы параметрической идентификации кинетических процессов в выбранном классе моделей, разработана процедура однокритериальной оптимизации кинетических процессов по каждой из характеристик материала. Предложены функционалы качества материала в смысле формирования его физико-механических и эксплуатационных характеристик. Осуществлена многокритериальная оптимизация структуры и свойств материала со специальными свойствами.

Разработанные с помощью предложенных методик радиационно-защитные материалы конкурентоспособны и не имеют мировых аналогов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гарькина И.А., Данилов А.М., Королев Е.В.* Строительные материалы как системы // *Строительные материалы.* — 2006. — № 7. — С. 55—58.
2. *Промышленные и аэрокосмические приложения системных методологий, идентификации систем и теории управления / А.И. Еремкин и др.* // *Наука и технологии. Избранные труды.* — М.: РАН, 2005. — С. 556—567.
3. *Разработка и управление качеством строительных материалов с регулируемыми структурой и свойствами для защиты от радиации / А.П. Прошин и др.* // *Идентификация систем и задачи управления SICPRO'03: Тр. II Междунар. конф. / ИПУ РАН.* — М., 2003. — С. 2437—2460.
4. *Гарькина И.А.* Формализация оценки структуры и свойств композиционных материалов специального назначения // *Строительные материалы.* — 2007. — № 1 — С. 69—71.
5. *Теоретические аспекты синтеза полимерных композиционных материалов для защиты от радиации / А.П. Прошин и др.* // *Изв. вузов. Строительство и архитектура.* — 2001. — № 6. — С. 7—9.
6. *Математические методы в строительном материаловедении / А.П. Прошин и др.* — Саратов, Изд-во Саратовского университета, 2001. — 188 с.
7. *Принцип Парето в управлении качеством материалов / А.П. Прошин и др.* // *Изв. вузов. Строительство и архитектура.* — 2002. — № 11.

Статья представлена к публикации членом редколлегии С.Н. Васильевым.

Данилов Александр Максимович — д-р техн. наук, зав. кафедрой,

Гарькина Ирина Александровна — канд. техн. наук, доцент,

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, ☎ (8412) 48-74-76,
e-mail: danilov@gasa.penza.com.ru.

Новая книга

Ширяев В. И. Модели финансовых рынков. Оптимальные портфели, управление финансами и рисками. — М.: КомКнига, 2007. — 216 с.

Рассмотрена теория эффективных портфелей ценных бумаг, основанная на работах Марковица, Тобина и Шарпа. Изложены методы уменьшения риска, выполнено исследование структуры эффективного фронта. Описано применение моделей стоимости опционов в управлении финансами фирмы. Рассмотрены вопросы слияния и разделения фирм, ликвидации проекта, математические задачи управления риском платежных обязательств, портфельного инвестирования.