УДК 681.3.015+621.001.2+715.51

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕСУРСНЫХ СИСТЕМ

С. А. Пиявский

Самарский государственный архитектурно-строительный университет

Доказано свойство потенциальности одного класса оптимальных нелинейных систем с воспроизводимым ресурсом. Предложен численный алгоритм их оптимизации. Приведены полученные с его помощью результаты оптимизации стратегии развития творческих способностей личности в процессе исследовательской деятельности.

ВВЕДЕНИЕ

Задача оптимального распределения ресурсов служит неисчерпаемым источником частных постановок, представляющих большой теоретический и практический интерес и позволяющих получать красивые результаты. Значительный интерес представляет постановка В. Н. Буркова [1], рассмотревшего задачу распределения ресурсов для независимых операций

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(u_i),$$
$$\sum_{i=1}^{n} u_i \leqslant b, \quad i = 1, \ldots, n,$$

где x_i, $i = 1, \ldots, n$ — параметры операций, u_i, $i = 1, \ldots, n$ — выделяемые на соответствующие операции ресурсы, суммарно ограниченные величиной b, t — время, функции $f_i(u_i)$ — вогнутые. В случае, если решается задача о переводе системы из заданного начального в заданное конечное состояние за минимальное время, им показано, что количество ресурса, выделяемое на каждый параметр (операцию) остается постоянным, а все операции начинаются и заканчиваются в одно и то же время.

В рамках модели независимых операций находится и более сложная постановка [2]:

$$\frac{dx_i}{dt} = A_i x_i + B_i u_i,$$
$$\sum_{i=1}^{n} C_i u_i \leqslant b, \quad i = 1, \ldots, n$$

(A_i, B_i, C_i — константы), для которой, в результате глубокого анализа, получены необходимые условия оптимальности в форме принципа максимума Л. С. Понтрягина. В обеих постановках распределяемый ресурс b одинаков в любой момент времени, а дифференциальные уравнения, описывающие процесс, линейны по управлениям и фазовым координатам.

В настоящей статье тоже рассматривается класс динамических, т. е. развивающихся во времени, систем, состояние которых описывается конечномерным вектором параметров $x = \{x_i\}_{i = 1, \ldots, n}$, изменяющимся за счет использования скалярного ресурса M. Скорость изменения каждого параметра возрастает пропорционально направленному на это ресурсу, т. е. линейно, однако нелинейно зависит от текущего значения параметра. Существенно, что в процессе функционирования системы ресурс также изменяется (формируется), т. е. становится одной из фазовых координат. Требуется так распорядиться ресурсом системы, чтобы, затратив его наименьшее количество, перевести систему из одного состояния в другое за заданное время.

Такие системы, оставаясь, в целом, системами с независимыми операциями, имеют ряд существенных особенностей. Они полнее соответствуют реальным условиям, в которых ресурсы носят, по преимуществу, не только экзогенный (внешние вложения), но и эндогенный характер. Даже говоря о внешних вложениях, следует иметь в виду, что кредиты все равно приходится возвращать.

1. ПОТЕНЦИАЛЬНОСТЬ РЕСУРСНЫХ СИСТЕМ

Рассмотрим ресурсные системы следующего вида:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_i)m_i,$$
$$\frac{dM}{dt} = \sum_{i=1}^{n} a_i(x_i)m_i, \tag{1}$$
$$\sum_{i=1}^{n} m_i = M, \quad m_i \geqslant 0, \quad i = 1, \ldots, n,$$
$$x_i(0) = x_{i0}, \quad x_i(T) = x_{ik}, \quad M(0) = M_0.$$

Здесь суммарный ресурс M вырабатывается в процессе функционирования системы и распределяется между ее компонентами i в виде соответствующих управлений m_i, $i = 1, \ldots, n$. Начальные и конечные состояния компонентов системы $x_i(0)$, $x_i(T)$ и начальное значение ресурса $M(0)$ считаются заданными. Критерий оптимальности таких систем отражает требование экономии ресурса и представим в виде

$$I = \int_0^T M dt + c_M M(T) \to \min, \quad c_M \geqslant 0. \qquad (2)$$

Задача (1), (2) является нелинейной задачей оптимального управления с довольно "неприятным" ограничением на управления, зависящим от фазовой координаты. Тем не менее, в ней удается получить достаточно интересные результаты.

Предполагая $M > 0$, введем новые переменные

$$\theta_i = m_i/M. \qquad (3)$$

Тогда выражения (1) примут вид:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_i)\theta_i M,$$
$$\frac{dM}{dt} = \sum_{i=1}^{n} a_i(x_i)\theta_i M, \qquad (4)$$
$$\sum_{i=1}^{n} \theta_i = 1, \quad \theta_i \geqslant 0, \quad i = 1, ..., n.$$

Воспользуемся для получения оптимального решения задачи достаточными условиями оптимальности В. Ф. Кротова [3], сформулированные им в виде основной леммы. Они предусматривают введение некоторой функции φ, зависящей от аргумента t и фазовых координат, которую мы назовем синтезирующей функцией. На ее основе конструируются две функции: функция R, являющаяся некоторым аналогом гамильтониана, и функция Φ, зависящая от граничных значений аргумента t и фазовых координат. Как показано В. Ф. Кротовым, если управления и фазовые координаты доставляют максимум и минимум, соответственно, функциям R и Φ и при этом удовлетворяют всем ограничениям задачи, то они обеспечивают абсолютный оптимум критерия.

Введем синтезирующую функцию в виде $\varphi = \varphi(x, M)$. В условиях рассматриваемой задачи функция R имеет вид

$$R = M\left(-1 + \sum_{i=1}^{n} \theta_i(\varphi_{x_i} f(x_i) + \varphi_M a_i(x_i))\right).$$

Выберем функцию φ из условий $\varphi_{x_i} f(x_i) + \varphi_M a_i(x_i) = 1$, $i = 1, ..., n$, $\varphi_M = \text{const}$, т. е. $\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i(x_i) + \varphi_M M$.

Тогда $\dfrac{\partial\varphi}{\partial x_i} = \dfrac{1 - \varphi_M a_i(x_i)}{f_i(x_i)}$, откуда с точностью до m постоянных можно интегрированием определить вид функции φ. При этой функции, очевидно, $R = 0$, т. е. функция не зависит ни от управлений, ни от фазовых координат, иными словами, любые управления и фазовые координаты доставляют ей абсолютный максимум.

Из условий трансверсальности, т. е. минимума по $M(T)$ выражения $\Phi = \varphi_M M(T) + c_M M(T)$, получаем $\varphi_M = -c_M$.

Таким образом, любые управления оказываются абсолютно оптимальными, если они переводят систему за заданное время из заданного начального состояния в заданное конечное. Это дает возможность выбирать наиболее удобные и простые в реализации законы управления подобными системами. Указанное свойство ресурсных систем можно назвать потенциальностью в том смысле, что различные траектории, соединяющие две точки фазового пространства, определяют одинаковое значение функционала [2] (указано В. Ф. Кротовым).

2. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Примем, что в задаче (1), (2) выполняются ограничения, естественные для многих практических задач:

$$f_i(x_i) > 0, \quad M > 0, \quad c_M = 0.$$

Введем переменную τ, равную текущему значению функционала (2), изменяющуюся в пределах от 0 до $\tau_к$, и новые переменные y_i, $i = 1, ..., n$, уравнениями

$$\tau = \int_0^t M dt,$$
$$y_i = \int_{x_i(0)}^{x_i} \frac{dx_i}{f_i(x_i)} \equiv G_i(x_i), \quad y_{i0} = 0, \qquad (5)$$
$$y_{iк} = \int_{x_i(0)}^{x_i(T)} \frac{dx_i}{f_i(x_i)} \equiv G_i(x_i(T)).$$

Тогда, с учетом первого из уравнений (5), первые два из уравнений (4) примут вид

$$\frac{dy_i}{d\tau} = \theta_i, \quad i = 1, ..., n,$$
$$\frac{dM}{d\tau} = \sum_{i=1}^{n} a_i(G_i^{-1}(y_i))\theta_i.$$

Здесь $G_i^{-1}(y_i)$ — функция, обратная к функции $G_i(y_i)$. Она существует, так как, ввиду $f_i(x_i) > 0$, $G_i(y_i)$ строго монотонна. Будем называть τ и y_i квазивременем и квазикоординатами и обозначим для краткости $b_i(y_i) = a_i(G_i^{-1}(y_i))$.

Тогда $\dfrac{dy_i}{d\tau} = \theta_i$, $i = 1, ..., n$,

$$\frac{dM}{d\tau} = \sum_{i=1}^{n} b_i(y_i)\theta_i \qquad (6)$$

и

$$T = \int_0^{\tau_к} \frac{1}{M} d\tau. \qquad (7)$$

Исходная задача становится теперь задачей на быстродействие по "квазивремени" при связях (6), (7) и фиксированных граничных значениях фазовых координат y_i, T. В ней по-прежнему оптимально любое управление, обеспечивающее выполнение связей и граничных условий. Своеобразие состоит в том, что значение $\tau_к$ известно. Действительно, складывая уравнения первой группы выражений (6) между собой, получаем

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{dy_i}{d\tau} = \sum_{i=1}^{n} \theta_i = 1,$$

откуда, интегрируя и учитывая граничные условия,

$$\tau_к = \sum_{i=1}^{n} y_{iк}.$$

Введем в рассмотрение так называемое *управление первого порядка.* Оно состоит из n участков $[\tau_{i-1}, \tau_i]$, $i = 1, ..., n$, $\tau_0 = 0$, $\tau_n = \tau_к$, и на i-м из них $\theta_i = 1$, $i = 1, ..., n$. Тогда для того, чтобы это управление было допустимым, длина i-го участка должна составлять, в соответствии с выражениями (5), $y_{iк}$. Соответственно вычисляются границы участков $\tau_i = \sum_{j=1}^{i} y_{jк}$, $i = 1, ..., n$ и, в частности, $\tau_к = \sum_{i=1}^{n} y_{iк}$. Если обозначить значение функции M в конце i-го участка через M_i, то

$$M(\tau) = M_{i-1} + \int_{\tau_{i-1}}^{\tau} b_i(\tau)d\tau, \quad \tau \in [\tau_{i-1}, \tau_i], \quad i = 1, ..., n.$$

Последнее соотношение позволяет рассчитать по формуле (7) полное время перехода системы из начального состояния в конечное. Если это время совпадает с заданным, то управление первого порядка является оптимальным.

Обратим внимание, что время перехода системы в конечное состояние зависит от следования участков в управлении первого порядка. Перенумеровав квазикоординаты иным образом и получив соответственно иной порядок следования участков, можно получить иное время перехода и тем самым решить для него задачу оптимизации. Если r — некоторая перестановка из n чисел 1, 2, ..., n, определяющая порядок следования участков в управлении первого порядка, а T_r — соответствующее этому управлению время перехода системы в конечное состояние, то управление первого порядка дает решение задачи оптимизации для $n!$ различных времен перехода, заключенных в диапазоне от $T_{\min} = \min_r T_r$ до $T_{\max} = \max_r T_r$. Подобное зондирование оптимальных возможностей системы имеет достаточное практическое значение.

Используя управления первого порядка, можно легко сконструировать оптимальное управление для любого заданного времени перехода T, заключенного между $T_{\min}$ и $T_{\max}$. Для этого рассмотрим так называемое *смешанное управление с параметром* λ, $0 \leqslant \lambda \leqslant 1$. Оно строится на базе двух управлений первого порядка, отвечающих значениям $T_{\min}$ и $T_{\max}$, следующим образом: левая часть каждого участка первого управления, составляющая по длине его λ-ю долю, заменяется на λ-ю долю соответствующего по порядку следования участка второго управления. Время перехода системы в конечное состояние под действием смешанного управления с параметром λ является, очевидно, непрерывной функцией этого параметра $T(\lambda)$. На границах отрезка [0, 1] эта функция принимает значения $T_{\min}$ и $T_{\max}$, следовательно, по теореме Вейерштрасса, существует значение параметра, при котором смешанное управление приводит к заданному времени перехода T. Найти это значение, решив уравнение $T(\lambda) = T$, можно любым численным методом (например, дихотомии).

Таким образом, получено решение задачи оптимизации ресурсных систем для некоторого диапазона времен перехода в заданное конечное состояние. Вообще говоря, этот диапазон может не охватывать все допустимые времена перехода. Поэтому ниже предлагается эвристический подход, позволяющий получать для ресурсных систем решения, близкие к оптимальным.

3. ЭВРИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Учитывая, что в § 2 найдено оптимальное решение для диапазона $[T_{\min}, T_{\max}]$ времен перехода системы в конечное состояние, интересно соотнести его с диапазоном всех допустимых времен перехода. Для отыскания границ этого диапазона необходимо решить задачу оптимизации (6) по критерию оптимальности (7). Рассмотрим вместо этого близкую по смыслу критерия задачу оптимизации системы, описываемой уравнениями (6), по критерию оптимальности

$$D = \int_{0}^{\tau_к} M d\tau. \tag{8}$$

Она представляется в эвристическом смысле взаимной с исходной в том смысле, что подынтегральные функции функционалов (7) и (8) “разнонаправлены”: увеличение значения одной из них приводит к уменьшению соответствующего значения другой и наоборот. Эта *эвристически взаимная задача* полностью записывается следующим образом: на заданном отрезке $[0, \tau_к]$ найти управления θ_i, $0 \leqslant \theta_i \leqslant 1$, $i = 1, ..., n$, $\sum_{i=1}^{n} \theta_i = 1$, оптимизирующие функционал $D = \int_0^{\tau_к} M d\tau$ при связях (6) и граничных условиях $y_i(0) = 0$, $y_i(\tau_к) = y_{iк}$.

Найдем первый интеграл системы (6). Подставляя в ее последнее уравнение управления из группы уравнений, входящих в первое из выражений (6), получим

$$\frac{dM}{d\tau} = \sum_{i=1}^{n} b_i(y_i)\frac{dy_i}{d\tau}.$$

Введем функции $P_i(\xi) = \int_0^{\xi} b_i(\xi)d\xi$, тогда из полученного уравнения следует

$$M(\tau) = M(0) + \sum_{i=1}^{n} P_i(y_i). \tag{9}$$

С учетом выражения (9) эвристически взаимная задача формулируется так:

$$D = \int_{\tau=0}^{\tau_к} \sum_{i=1}^{n} P_i(y_i)d\tau \to \text{opt}, \tag{10}$$

$$\frac{dy_i}{d\tau} = \theta_i, \quad 0 \leqslant \theta_i \leqslant 1, \quad i = 1, ..., n,$$

$$\sum_{i=1}^{n} \theta_i = 1, \quad y_i(0) = 0, \quad y_i(\tau_к) = y_{iк}.$$

Дальнейшее рассмотрение основано на следующем соображении. Если на достаточно малом участке изменения квазивремени длины ε управления принимают значения $\bar{\theta}_i$, $\sum_{i=1}^{n} \bar{\theta}_i = 1$, $i = 1, ..., n$, то соответствующая траектория с точностью до бесконечно малых высшего порядка будет совпадать с траекторией, на которой этот участок разбит на n подучастков длиной $\varepsilon_i = \bar{\theta}_i\varepsilon$, $i = 1, ..., n$, причем на i-м участке $\theta_i = 1$, $\theta_j = 0$, $\forall j \neq i$, $i = 1, ..., n$. Это позволяет впредь рассматривать траектории, разбитые на большое число достаточно малых участков, на каждом из которых ненулевым является лишь одно управление (соответственно, его значение на этом участке равно единице). Будем называть такие участки ненулевыми для данного управления (и соответствующей квазикоординаты).

Пусть l — достаточно малая конечная величина, такая, что с точностью до бесконечно малых ее можно считать наибольшим кратным делителем чисел $y_{iк}$, $i = 1, ..., n$, т. е. $y_{iк} = n_i l$, где n_i, $i = 1, ..., n$ — целые числа. Разобьем область $[0, y_{iк}]$ требуемого изменения каждой квазикоординаты y_i, $i = 1, ..., n$ на n_i частей (блоков) одинаковой длины l по квазивремени (или квазикоординате, поскольку их масштаб измерения одинаков), на каждом из которых действует моноуправление $\theta_q = 1$, $\theta_j = 0$ $\forall j \neq q$. Общее число введенных таким образом блоков $m = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{n} y_{iк}$. Заметим, что любое подобное разбиение порождает допустимую траекторию системы при отвечающем ему времени перехода, если разместить на оси квазивремени все блоки вплотную друг к другу, не нарушая их последовательности внутри каждой квазикоординаты, что не мешает перемешивать между собой блоки разных квазикоординат, так, чтобы функционал (10) принимал экстремальное значение.

Запишем функционал (10) в виде

$$D = \sum_{i=1}^{n} \int_{\tau=0}^{\tau_к} P_i(y_i)d\tau \to \text{opt} \tag{11}$$

и рассмотрим вклад, вносимый отдельным слагаемым, отвечающим конкретному значению номера i. Функция $P_i(y_i)$ имеет следующий вид: на блоках с единичным значением θ_i она изменяется, на остальных блоках, на которых $\theta_i = 0$, сохраняет постоянное значение. При этом получаемые приращения зависят лишь от порядкового номера ненулевого блока, но не от его расположения на оси квазивремени. Пронумеруем все ненулевые блоки i-й квазикоординаты индексом r, изменяющимся в пределах от 1 до n_i. Тогда приращения интеграла, отвечающего i-й квазикоординате, на каждом r-м блоке, могут быть вычислены заранее. Обозначим их через Δ_{ri}. Отметим, что каждый такой блок вносит "двойной вклад" в критерий (10): во-первых, само приращение интеграла Δ_{ri}, а во-вторых, последующее приращение интеграла до конца отрезка $[0, \tau_к]$, вызванное тем, что подинтегральная функция получила на этом блоке приращение l (в силу простейшего вида дифференциальных уравнений для квазикоординат). Это второе приращение составляет lT, где T — число блоков, оставшихся до конца отрезка $[0, \tau_k]$.

Рассмотрим теперь весь отрезок $[0, \tau_к]$, разбитый на m блоков, пронумерованных индексом s и назовем эту нумерацию единым номером блоков. Введем булевы переменные ξ_{ri}^{s}, $r = 1, ..., n_i$, $i = 1, ..., n$, $s = 1, ..., m$, имеющие следующий смысл: $\xi_{ri}^{s} = 1$, если ненулевой блок с индексом r квазикоординаты i имеет единый номер s.

Наложим на эти переменные следующие условия. Поскольку каждый ненулевой блок должен быть представлен на траектории в точности один раз, $\sum_{s=1}^{m} \xi_{ri}^{s} = 1$, $r = 1, ..., n_i$, $i = 1, ..., n$. Условие, что единый номер может быть присвоен лишь одному ненулевому блоку, запишется в виде $\sum_{i=1}^{n}\sum_{r=1}^{n_i} \xi_{ri}^{s}$, $s = 1, ..., m$. Единый номер u_{ri}, который получает при этом ненулевой блок ri, определяется выражением $u_{ri} = \sum_{s=1}^{m} s\xi_{ri}^{s}$. Поскольку последовательность ненулевых блоков одной квазикоординаты не может быть нарушена, то $u_{r+1,\,i} \geqslant u_{ri} + 1$, $r = 1, ..., n_i - 1$, $i = 1, ..., n$. Функционал (11) запишется теперь в виде

$$D = \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{r=1}^{n_i} \Delta_{ri} + l\sum_{r=1}^{n_i}(m - u_{ri})\right) \to \text{opt}.$$

Таким образом, задача сведена к задаче булева линейного программирования [4] с m^2 переменными (переменные u_{ri} очевидным образом исключаются).

4. ПРИМЕР. ОПТИМИЗАЦИЯ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ТВОРЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ

Рассмотрим задачу об оптимальной стратегии развития творческих способностей личности в процессе ее исследовательской деятельности. Творческие способности можно характеризовать степенью владения девятью основными функциями исследовательской деятельности:

1) поиск тематики;

2) постановка (осознание) темы исследования;

3) формирование ключевой идеи (плана) решения;

4) выбор, освоение и реализация необходимого обеспечения;

5) реализация отдельных элементов исследования (элементов плана решения);

6) синтез решения (собственно исследование);

Таблица 1

Коэффициенты модели развития творческих способностей

Элементы квалификации i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
α_i x_{i0}, %	0,122 0,1	0,033 0,8	0,033 0,3	0,010 2,7	0,010 10,8	0,122 0,3	0,031 2,7	0,108 0,8	0,360 0,1

Таблица 2

Оптимальная стратегия развития творческих способностей

Элементы квалификации	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Начальная квалификация	0,1	0,8	0,3	2,7	10,8	0,3	2,7	0,8	0,1
1								1	
2								4	
3				9					
4								15	
5				25					
6				54					
7					22				
8					41				
9			2						
10			10						
11								80	
12		4							
13		15							
14					62				
15			40						
16				80					
17							9		
18		46							
19							25		
20					80				
21							54		
22			80						
23	1								
24	6								
25		80							
26						2			
27						10			
28	33								
29						40			
30							80		
31	80								
32									1
33									6
34						80			
35									33
36									80
Конечная квалификация	80	80	80	80	80	80	80	80	

7) оформление решения;

8) ввод в научный обиход, защита и сопровождение решения;

9) внутренний критический анализ решения.

Под выбираемой стратегией в этой задаче понимается определение такой методической структуры выполняемых учащимся творческих работ, при которой различные элементы исследовательской деятельности входят в оптимальном для развития творческих способностей сочетании. Разумеется, в любой законченной работе все они имеют место, однако речь идет о том, на какие из них сделать акцент в самостоятельной деятельности учащегося, возложив прочие на научного руководителя или допуская их слабое представление.

Примем уровень включения различных элементов исследовательской деятельности в содержание выполняемой учащимся работы за соответствующие фазовые координаты ресурсной системы. В качестве ресурса выступает время, уделяемое исследовательской деятельности; в зависимости от ее напряженности оно может также изменяться, что описывается уравнением для ресурса. Как показано в работах [5, 6], соответствующие уравнения, с некоторыми упрощениями, на начальной стадии развития молодого исследователя, отвечающей первым курсам вуза, имеют вид:

$$\frac{dx_i}{dt} = \alpha_i x_i(1 - x_i)m_i, \quad i = 1, ..., 9,$$

$$\frac{dM}{dt} = k\sum_{i=1}^{n} m_i,$$

$$\sum_{i=1}^{9} m_i = M,$$

где α_i, k — некоторые постоянные коэффициенты. Значения коэффициентов этой системы и типовые начальные значения элементов квалификации приведены в табл. 1.

Поставим задачу определения оптимальной структуры исследовательской деятельности, при которой при минимальных затратах ресурса (времени на исследования), достигается квалификация, равная 80 % от максимально возможной по всем компонентам квалификации. Применим для решения эвристический алгоритм при разбиении отрезка изменения каждой квазикоординаты на 4 блока, что примерно отвечает семестрам. Соответственно, в рассмотрении находятся 36 блоков.

Результаты решения показаны в табл. 2. В ней по строкам показано изменение квазивремени. В каждый момент квазивремени штриховкой отмечен тот элемент квалификации, на развитие которого направляются максимальные располагаемые усилия. Так, в первые два семестра усилия направлены на элемент квалификации с номером 8 — изложение и сопровождение результатов деятельности (естественно, еще незначительной), в третьем семестре — на освоение новых для учащегося средств исследования и т. д. В соответствующей клетке таблицы указывается, какой становится квалификация по этому элементу в результате деятельности на конец данного участка.

Интерпретация этих результатов позволяет рекомендовать последовательное выполнение четырех исследовательских работ различной методической структуры (отмечены различной штриховкой в правом крайнем столбце табл. 2. В работе № 1 усилия концентрируются на изучении литературных источников, выполнении работ по составленному извне (скорее всего, научным руководителем) плану и защите работы. Работа № 2 должна быть поставлена таким образом, чтобы побудить молодого исследователя освоить методы формализации и стремиться генерировать новые идеи. В работе № 3 к этому добавляется поиск проблем для решения, и, как ни неожиданно, лишь на этом этапе — оформление работы (впрочем, известно, что качественное оформление результатов, в частности, написание статей, представляет для начинающего исследователя значительные трудности). Наконец, в работе № 4 центр тяжести переносится на сугубо творческие моменты, связанные с постановкой проблем и внутреннее осмысление и самокритику выполненных исследований.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, сравнительно простая динамическая система, линейная по управлениям, однако имеющая особенность, связанную с воспроизводимостью ресурса, породила ряд интересных решений. В то же время, эвристическое решение, которое удалось предложить, сведя задачу оптимизации к булеву линейному программированию, не исчерпало всей проблематики хотя бы потому, что имеет размерность порядка квадрата числа элементарных блоков. В случае сотен таких блоков задача становится в вычислительном смысле достаточно сложной. Представляет также интерес рассмотрение подобных систем не с одним, а с несколькими видами воспроизводимых ресурсов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бурков В. Н.* Модели и методы мультипроектного управления. — М.: Ин-т проблем управления, 1997.
2. *Задача* оптимального распределения ресурсов по множеству независимых операций / А. В. Арутюнов, В. Н. Бурков, А. Ю. Заложнев, Д. Ю. Карамзин // Автоматика и телемеханика. — 2002. — №5. — С. 108—119.
3. *Кротов В. Ф., Гурман В. И.* Методы и задачи оптимального управления. — М.: Наука, 1973. — 356 с.
4. *Сергиенко И. В., Лебедев Т. Т., Рощин В. А.* Приближенные методы решения дискретных задач оптимизации. — Киев: Наукова думка, 1980.
5. *Піявский С. А.* Математическое моделирование управляемого развития научных способностей // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2000. — №3. — С. 430—437.
6. *Пиявский С. А.* Управляемое развитие научных способностей молодежи. — М.: Академия наук о Земле, 2001. — 109 с.

☎ *(8462) 42-44-80*

E-mail: spiyav@mail.ru ❑