



СИСТЕМА С ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ МОДЕЛЬЮ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ФОРМОЙ И ТОКОМ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ¹

Ю.В. Митришкин, А.Я. Коростелёв

Представлены результаты синтеза и моделирования системы с прогнозирующей моделью для управления вертикальной скоростью, формой и током плазмы в токамаке-реакторе. Проведено сравнение с системой, содержащей H_∞ -робастный регулятор в цепи обратной связи. Рассмотрены особенности метода управления с прогнозирующей моделью для решения задачи магнитного управления плазмой.

Ключевые слова: управление с прогнозирующей моделью, робастное управление, обратная связь, синтез систем, моделирование, магнитное управление плазмой, токамак.

ВВЕДЕНИЕ

Управляемый термоядерный синтез — один из перспективных источников энергии будущего. Необходимые условия для его осуществления могут быть достигнуты посредством специальных установок, токамаков, позволяющих удерживать высокотемпературную плазму в магнитном поле. Для удержания плазмы внутри камеры токамака необходима система магнитного управления с обратной связью [1]. В данной статье представлены результаты разработки такой системы, основанной на методе управления с прогнозирующей моделью [2]. В качестве исходных данных были взяты параметры проектируемого международного экспериментального термоядерного реактора ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor) — см. www.iter.org.

Системы с прогнозирующей моделью применялись ранее для скалярного управления вертикальным положением плазменного шнура в токамаке COMPASS-D (Culham Science Centre, Великобритания) [3]. Применение систем данного класса для многомерного управления формой и током плазмы в токамаках авторам не известно.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Плазма в токамаке представляет собой многомерный нелинейный объект управления с распределенными параметрами [1, 4]. Ее динамические

характеристики существенно изменяются на протяжении плазменного разряда, однако на определенном его участке, квазистационарной фазе разряда, когда ток плазмы мало изменяется, остаются практически неизменными с некоторой неопределенностью в виде немоделируемой динамики. Задача, которая ставится в данной работе, состоит в синтезе и моделировании системы с прогнозирующей моделью для магнитного управления плазмой в токамаке на квазистационарной фазе разряда. Структурная схема системы управления показана на рис. 1.

Управляющими воздействиями в системе служат 12 напряжений на катушках полоидального магнитного поля, подаваемые от мощных управляемых многофазных тиристорных преобразователей переменного напряжения в постоянное: одного быстрого преобразователя вертикальной стабилизации (*VSC* — Vertical Stability Converter) и 11-ти главных преобразователей *MC* — (Main Converters) для управления формой и током плазмы. Модели преобразователей имеют насыщение, инерционное и транспортное запаздывание. На объект управления действуют два неконтролируемых возмущения $\delta\beta_p$ и δI_i , представляющих собой соответственно вариации отношения β_p газокINETического давления плазмы к давлению внешнего магнитного поля и внутренней индуктивности плазмы I_i [1, 5, 6].

Система диагностики состоит из дифференцирующего фильтра вертикального положения центра плазмы F_d и многомерного фильтра F для сигналов зазоров между сепаратрисой плазмы и первой стенкой токамака, тока плазмы и токов во

¹ Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 06-08-00265).

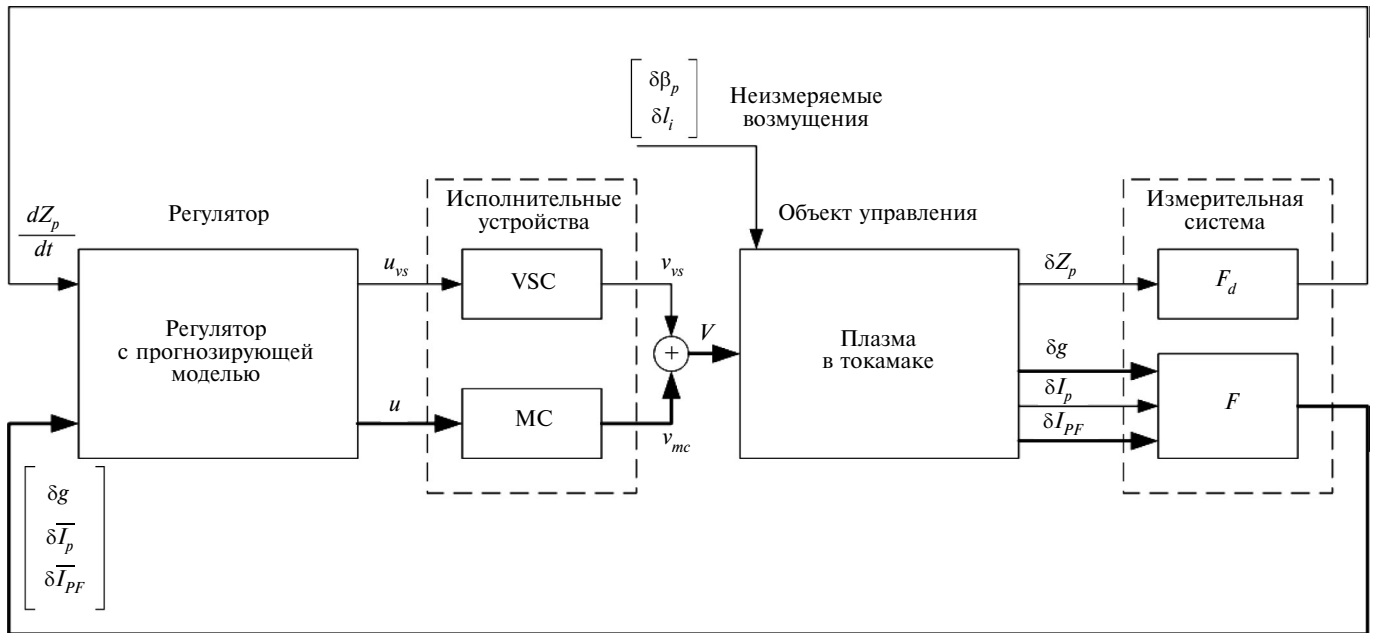


Рис. 1. Структурная схема системы магнитного управления плазмой в токамаке

внешних магнитных обмотках. Выходами объекта управления являются:

- вариации зазоров $\delta g = [\delta g_1, \dots, \delta g_6]^T$ на квазистационарной стадии разряда, характеризующие форму плазмы;
- вертикальная скорость центра плазменного шнура dZ_p/dt ;
- вариация тока плазмы δI_p ;
- вариации токов в катушках полоидального магнитного поля $\delta I_{PF} = [\delta I_{PF1}, \dots, \delta I_{PF11}]^T$.

Под вариациями здесь понимаются отклонения величин от их значений, заранее рассчитанных для данной точки сценария плазменного разряда.

Плазма в токамаке неустойчива по каналу управления вертикальной скоростью. При этом величина обратна неустойчивому полюсу линеаризованной модели $\sim 0,1$ с. Система управления с обратной связью должна обеспечивать стабилизацию вертикальной скорости плазмы относительно нулевого значения на всем протяжении плазменного разряда при действии внешних возмущений типа малого срыва, приводящего к быстрым сбросам (спадам) величин β_p и I_i .

Точность стабилизации формы плазмы на диверторной фазе разряда требуется относительно высокая. Отклонение сепаратрисы (границной поверхности) плазмы при действии возмущений не должно превышать величин порядка 10 см, что составляет примерно 2 % от большого радиуса ITER, равного 6,2 м. Кроме того, при решении задачи управления формой плазмы должны быть учтены ог-

раничения на максимальную мощность управления, которая не должна превышать 100 МВт.

Полное описание технических требований к системе магнитного управления плазмой ITER приведено в работе [5]. В качестве математической модели плазмы в токамаке используется плазмо-физический код ДИНА [7] и линейная стационарная модель, полученная путем его линеаризации в выбранной точке сценария [1, 6].

2. УПРАВЛЕНИЕ С ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ МОДЕЛЬЮ

Выбор метода управления с прогнозирующей моделью для решения поставленной задачи обусловлен тем, что он позволяет систематически учитывать ограничения на управляющие сигналы, а также без дополнительных сложностей реализуется для управления многомерными объектами с запаздыванием.

Для объяснения основной идеи управления с прогнозированием по модели рассмотрим простейшую систему управления объектом, имеющим скалярный вход $u(t)$ и скалярный выход $y(t)$. Через $r(t)$ обозначим желаемую траекторию выходного сигнала. Мы будем рассматривать систему в дискретном времени, т. е. только в моменты времени $t = k\Delta T$, где ΔT — некоторый период квантования, а k — целое число. Для простоты будем считать $\Delta T = 1$. Объект управления предполагается строго реализуемым, т. е. знаменатель всех компонент его

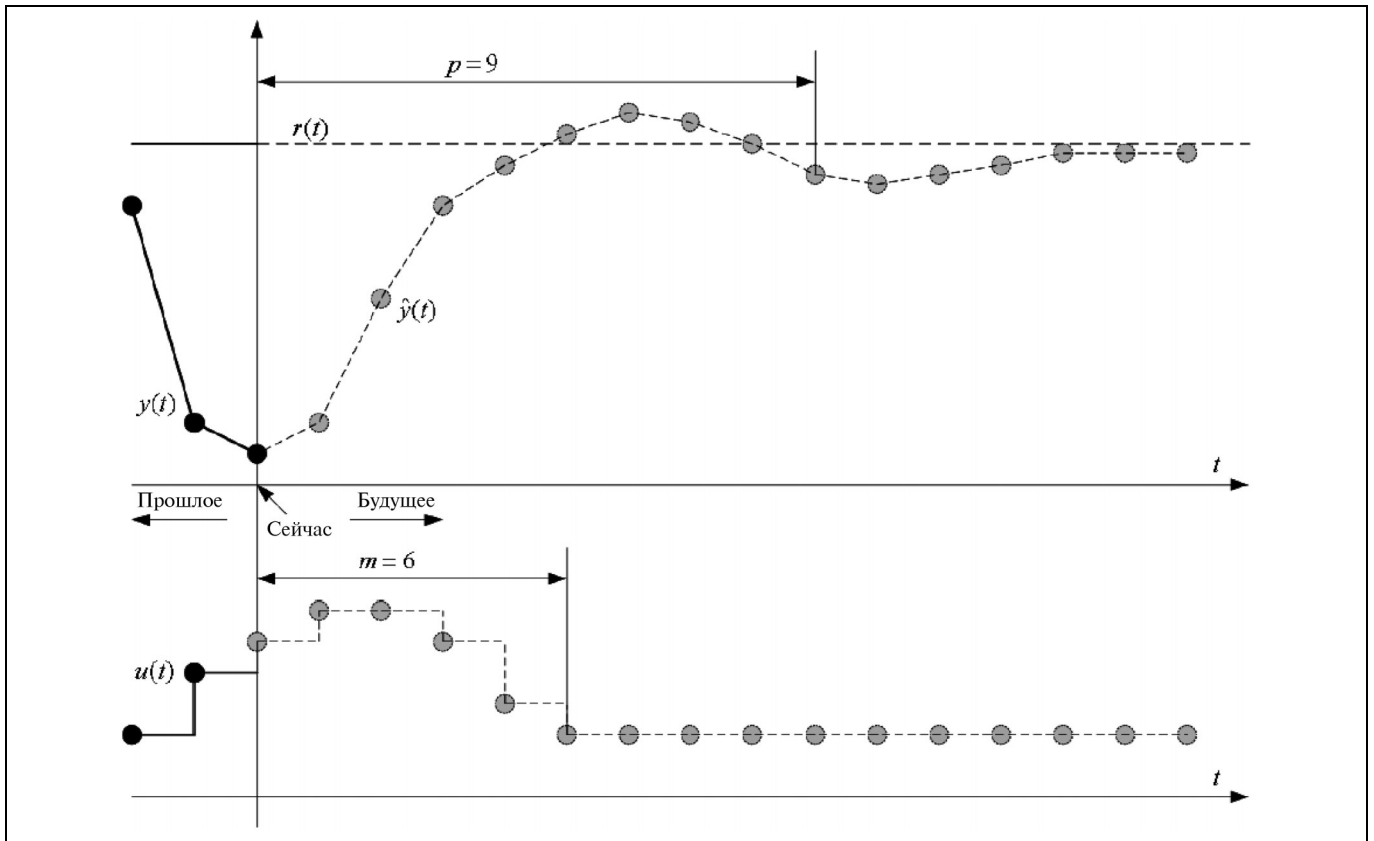


Рис. 2. К пояснению идеи управления с прогнозированием по модели объекта

матричной передаточной функции имеет степень выше, чем степень числителя.

Будем считать, что в алгоритме регулятора используется модель объекта управления, достаточно хорошо описывающая его поведение. В наличии такой модели в алгоритме состоит одна из ключевых особенностей управления с прогнозированием по модели. Имея модель объекта управления, можно прогнозировать значения сигнала $y(t)$ на определенное число шагов вперед (рис. 2).

Будем обозначать данный прогноз как $\hat{y}(k+1|k)$, $\hat{y}(k+2|k)$, ..., $\hat{y}(k+p|k)$, т. е. значения сигнала $y(t)$ в моменты времени $(k+1)$, $(k+2)$, ..., $(k+p)$, предсказанные в момент k . Число тактов p , на которых строится прогноз, называется *горизонтом предсказания*. Прогнозируемая траектория будет зависеть от $u(k|k)$, $u(k+1|k)$, ..., $u(k+m|k)$, т. е. от будущих значений управляющего воздействия $u(t)$. Суть метода заключается в том, чтобы найти некоторую последовательность значений $u(t)$, которая обеспечивает наилучшую в некотором смысле прогнозируемую траекторию $y(t)$. Длина последовательности m является фиксированной величиной и называется *горизонтом управления*. Все последую-

щие значения управляющего воздействия предполагаются неизменными: $u(k+i|k) = u(k+m-1|k)$, $\forall i \geq m$. Искомая последовательность значений входного воздействия определяется в результате решения некоторой задачи оптимизации. Выбор «наилучшей» траектории определяется показателем качества управления. Обычно применяют показатель качества, содержащий квадрат рассогласования между прогнозируемым выходным сигналом объекта $y(t)$ и желаемой траекторией $r(t)$. Кроме того, показатель качества обычно включает в себя слагаемые, учитывающие энергетические затраты на управление. Примером показателя качества может служить функция вида

$$J = Q \sum_{i=1}^p (y(k+i|k) - r(k+i))^2 + R \sum_{i=0}^{m-1} u^2(k+i),$$

где Q и R — весовые коэффициенты.

На первый взгляд, в результате описанных действий получается управление без обратной связи, так как рассчитанная оптимальная последовательность $u(t)$ не будет учитывать возможных будущих возмущений, ошибок моделирования и других факторов. Однако на самом деле это не

так: после того, как на объект подали первый элемент вычисленной оптимальной последовательности $u(k|k)$, на следующем такте вся процедура повторяется заново, с учетом вновь поступившей информации. При этом определяется уже другая оптимальная последовательность $u(k+1|k+1)$, $u(k+2|k+1)$, ..., $u(k+m+1|k+1)$, первый элемент которой поступит на вход объекта управления. Замыкание обратной связи осуществляется именно благодаря повторению процедуры оптимизации на каждом такте с учетом последней поступившей с объекта информации.

Последовательность действий, выполняемых на каждом такте работы алгоритма, можно описать следующим образом.

- Построение прогноза значений выходных сигналов объекта управления на p шагов вперед. Прогноз строится как функция от будущих значений управляющих воздействий на m последующих шагах и известного текущего состояния объекта. Текущее состояние объекта может определяться с помощью наблюдателя состояния.
- Подстановка построенного выражения прогноза в заданный показатель качества управления. В результате определяется зависимость показателя качества от будущих значений управляющего воздействия.
- Нахождение будущей траектории управляющего воздействия, оптимизирующей значение показателя качества управления.
- Подача на объект управления *только первого* управляющего воздействия из найденной траектории на горизонте управления.

3. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВЫХОДА ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

Пусть объект управления, включая исполнительные устройства и систему диагностики, задан линейной системой разностных уравнений

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + B_u u_k, \\ y_k = Cx_k. \end{cases} \quad (1)$$

Для формализации алгоритма управления удобно воспользоваться вектором приращения управляющего воздействия, определяемым как $\delta u_k = u_k - u_{k-1}$. С учетом данного обозначения из уравнений (1) получим:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + B_u u_{k-1} + B_u \delta u_k, \\ y_{k+1} &= Cx_{k+1} = CAx_k + CB_u u_{k-1} + CB_u \delta u_k. \end{aligned} \quad (2)$$

Тогда для момента $k+2$ после подстановки (1) в (2) и преобразований имеем:

$$\begin{aligned} x_{k+2} &= A^2 x_k + (AB_u + B_u)u_{k-1} + (AB_u + B_u)\delta u_k + \\ &\quad + B_u \delta u_{k+1}, \\ y_{k+2} &= Cx_{k+2} = CA^2 x_k + (CAB_u + CB_u)u_{k-1} + \\ &\quad + (CAB_u + CB_u)\delta u_k + CB_u \delta u_{k+1}. \end{aligned}$$

Данные действия можно продолжить на весь горизонт предсказания (на p шагов вперед). Затем полученные уравнения можно представить в компактной форме:

$$Y = S_x x_k + S_{u1} u_{k-1} + S_u \delta U, \quad (3)$$

где $Y = [y_{k+1}, y_{k+2}, y_{k+3}, \dots]^T$, $U = [u_k, u_{k+1}, u_{k+2}, \dots]^T$, $\delta U = [\delta u_k, \delta u_{k+1}, \delta u_{k+2}, \dots]^T$, а S_x , S_{u1} и S_u — матрицы постоянных коэффициентов.

В выражении (3) вектор состояния объекта управления x_k определяется с помощью наблюдателя состояния, а значение управляющего воздействия на предыдущем шаге u_{k-1} содержится в памяти регулятора. Таким образом, для построения прогноза достаточно задать вектор δU , с помощью которого регулятор может воздействовать на качество управления.

4. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРИ ОТСУТСТВИИ ОГРАНИЧЕНИЙ

При решении поставленной задачи используется показатель качества следующего вида:

$$J = (Y - R)^T W_y (Y - R) + \delta U^T W_{\delta u} \delta U + U^T W_u U, \quad (4)$$

где R — желаемая траектория объекта управления, а W_y , $W_{\delta u}$ и W_u — положительно определенные весовые матрицы. Первое слагаемое показателя качества отражает рассогласование между желаемой и действительной траекториями объекта управления. Второе слагаемое позволяет заданием матрицы $W_{\delta u}$ менять плавность регулирования. Третье слагаемое ограничивает абсолютную величину управляющего воздействия. Более выгодными в соответствии с показателем качества будут считаться управляющие воздействия, обладающие меньшей абсолютной величиной.

Подставив выражение прогноза (3) в показатель качества (4) и выразив U через δU и u_{k-1} , можно получить зависимость $J(\delta U)$. Таким образом, цель алгоритма управления заключается в нахождении такого значения δU , которое доставляет минимум функционалу $J(\delta U)$. Для рассматриваемой линей-



ной системы данная зависимость будет квадратичной.

Минимум функционала ищется только по значениям δu на горизонте управления, т. е. для первых m тактов ($\delta u_k, \dots, \delta u_{k+m-1}$), а остальные компоненты вектора δU считаются равными нулю. Горизонт управления всегда назначается существенно меньше горизонта предсказания, чтобы реакция системы на выбранные управляющие воздействия была полностью включена в вектор U и имела влияние на показатель качества. При таком выборе процедура оптимизации будет наиболее эффективна. В противном случае алгоритм будет лишен информации о влиянии последних управляющих воздействий на показатель качества, так как часть переходного процесса не войдет в прогноз, что приведет к неверному определению оптимальной траектории.

Если в постановку задачи не входят ограничения на управляющие воздействия, то решение $J(\delta U) \rightarrow \min$ находится аналитически, что приводит к линейному закону управления:

$$\delta U = K_x x_0 + K_{u1} u_{k-1} + K_r R,$$

где K_x , K_{u1} и K_r — числовые матрицы, полученные в результате решения системы алгебраических уравнений

$$\frac{dJ(\delta U)}{d(\delta U)} = 0.$$

После нахождения оптимальной траектории изменения управляющего воздействия δU на данном такте на объект управления выдается только воздействие $u_k = u_{k-1} + \delta u_k$, а остальные значения отбрасываются, и на следующем такте вся процедура повторяется заново с учетом вновь поступившей информации. Такой подход называется *принципом удаляющегося горизонта*, позволяющим добиться хорошей работоспособности алгоритма при наличии возмущений и несоответствия между реальным объектом управления и его прогнозирующей моделью, встроенной в регулятор.

5. УЧЕТ ОГРАНИЧЕНИЙ НА УПРАВЛЯЮЩИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

В реальной постановке задачи исполнительные устройства обладают насыщением, что приводит к ограничениям на управляющие воздействия. Эти ограничения можно выразить следующим неравенством:

$$\begin{bmatrix} U \\ -U \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} U_{\max} \\ -U_{\min} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где U_{\max} и U_{\min} — заданные векторы (в случае решаемой задачи — векторные константы). Поскольку вектор U может быть выражен через δU и u_{k-1} , то ограничения можно представить в виде

$$M_u \delta U \leq M_{lim}, \quad (6)$$

где M_u и M_{lim} — некоторые известные матрицы. В результате оптимальный вектор δU может быть найден путем решения задачи $J(\delta U) \rightarrow \min$ при ограничениях (6).

6. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

В данной работе для синтеза регуляторов использовались линеаризованные модели, полученные путем линеаризации кода ДИНА в заданной точке сценария плазменного разряда [1, 6]. Линеаризованная модель имеет достаточно высокий порядок (около 150 состояний), что может привести к повышенным затратам вычислительных ресурсов при управлении. Поэтому порядок данных моделей снижен до 30 путем применения процедуры численной редукции [1].

При моделировании работы синтезированного регулятора в замкнутой системе управления использовалась как линеаризованная модель высокой размерности с сосредоточенными параметрами, так и исходная нелинейная модель плазмы ДИНА с распределенными параметрами. Этим была показана возможность работы регулятора с прогнозирующей моделью при несоответствии «реального» объекта управления (в данном случае — нелинейного кода ДИНА) и линейной модели, использованной для синтеза прогнозирующего регулятора.

Результаты моделирования работы регулятора при действии на плазму возмущения типа «малый срыв» в момент времени 0,3 с приведены на рис. 3. Возмущение проявляется в виде одновременных сбросов величин β_p и I_i . Для сравнения на этих же рисунках показаны результаты работы системы управления с H_∞ -регуляторами, предложенными в работе [1]. Видно, что регулятор с прогнозированием по модели приводит вертикальную скорость в окрестность нулевого значения так же быстро, как и H_∞ -регулятор (рис. 3, б). Аналогичная ситуация имеет место и с ликвидацией вариации тока плазмы (рис. 3, в), когда при быстром падении внутренней индуктивности плазмы I_i плазменный ток скачком возрастает вследствие закона сохранения энергии. На графике отклонений размеров зазоров между сепаратрисой плазмы и внутренней стенкой токамака можно видеть (рис. 3, а), что регулятор с прогнозированием по модели показывает заметно меньшее время переходного процесса

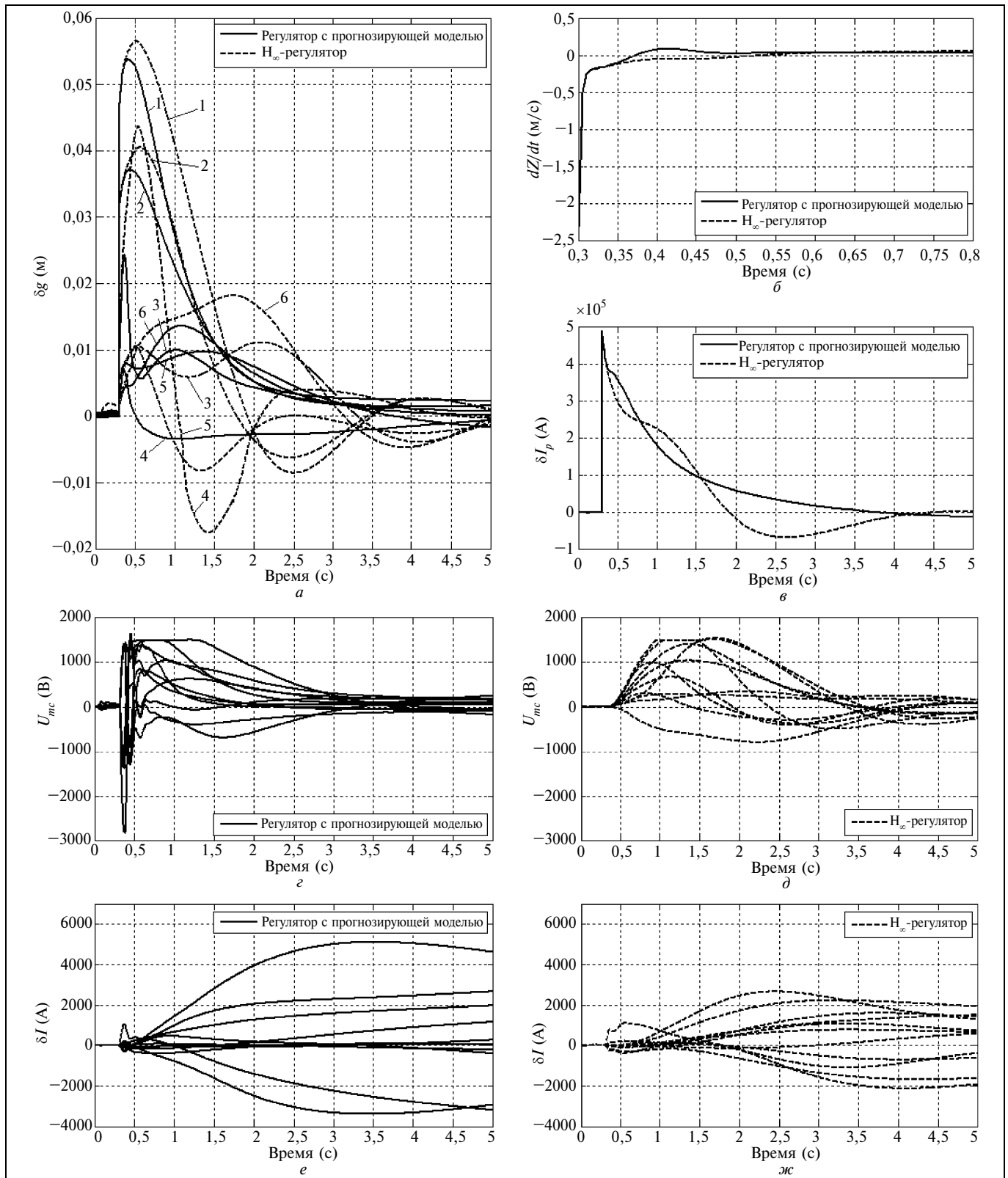


Рис. 3. Результаты моделирования замкнутой системы управления плазмой при малых срывах:

a — вариации зазоров между сепаратрисой и первой стенкой; *б* — вертикальная скорость центра плазменного шнура; *в* — вариация тока плазмы; *г* — напряжения на обмотках управления при работе регулятора с прогнозирующей моделью; *д* — напряжения при работе робастного H_∞ -регулятора; *е* — вариации токов в обмотках управления при работе регулятора с прогнозирующей моделью; *ж* — вариации токов в обмотках управления при работе робастного H_∞ -регулятора



по сравнению с H_∞ -регулятором. Кроме того, прогнозирующий регулятор дает меньшую амплитуду отрицательных отклонений зазоров. Это важно, так как отрицательное отклонение, означающее приближение плазмы к внутренней стенке токамака, может привести к разрушению реактора и выбросу энергии плазмы наружу. Такие возможности по сокращению времени переходного процесса и уменьшению размеров отклонений зазоров обеспечиваются тем, что регулятор с прогнозирующей моделью благодаря получению оптимального управления на каждом шаге управляемого процесса приводит к форсированным процессам управления по сравнению с H_∞ -регулятором (рис. 3, г, д). Управляющие напряжения выходят на насыщение за относительно короткие интервалы времени, что приводит к более быстрым изменениям токов в обмотках, создающих полоидальные магнитные поля (рис. 3, е, ж).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты сравнения моделирования систем магнитного управления плазмой показывают, что при использовании регулятора с прогнозированием по модели достигается меньшее время переходного процесса. Данные результаты объясняются принципиальным отличием управления с прогнозированием по модели от управления посредством любых линейных регуляторов, состоящее в том, что при оптимизации показателя качества (4) явно учитываются ограничения на входные воздействия (5), результатом чего является нелинейный закон управления. Более того, разработанный регулятор с прогнозирующей моделью одновременно обрабатывает весь набор из 19-ти входных сигналов, поступающих от объекта. Это не приводит к традиционному разбиению системы управления на два контура: быстрый скалярный контур для управления вертикальной скоростью плазмы и медленный многомерный контур для управления формой и током плазмы [1]. В этом заключается оригинальность применяемого регулятора с прогнозирующей моделью по сравнению с известными блок-диагональными регуляторами [1, 5], обеспечивающая новое качество управления.

С другой стороны, система управления с прогнозирующей моделью для своей работы требует больше вычислительных затрат в единицу времени по сравнению с любым линейным регулятором, например, H_∞ регулятором. Это связано с тем, что на каждом шаге прогнозирующего управления решается задача оптимизации критерия качества с учетом ограничений и находится оптимальное уп-

равляющее воздействие. Сравнительные оценки производительности линейных и нелинейных регуляторов делать преждевременно, поскольку быстрое действие вычислительной техники постоянно растет, а строительство термоядерного реактора займет время масштаба 10 лет. Поэтому сейчас важно разобраться в тех дополнительных ресурсах, которые имеются в системах магнитного управления плазмой в токамаках и которые важно научиться использовать посредством разработки новых эффективных алгоритмов управления. На этом пути и получены результаты в данной работе.

Кроме того, для нелинейного регулятора с прогнозирующей моделью, который учитывает ограничения на входные воздействия, важно в дальнейшем получить оценки запасов устойчивости замкнутой системы, что представляет собой сложную аналитическую задачу и является предметом дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Синтез и моделирование H_∞ -системы магнитного управления плазмой в токамаке-реакторе* / В.Н. Докука, А.В. Кадулин, Ю.В. Митришкин, Р.П. Хайрутдинов // Автоматика и телемеханика. — 2007. — № 8. — С. 126—145.
2. *Rossiter J.A. Model-Based Predictive Control: A Practical Approach*. — CRC Press LLC, 2003. — 318 p.
3. *Application of Cautious Stable Predictive Control to Vertical Positioning in COMPASS-D Tokamak* / J.R. Gossner, P. Vyas, B. Kouvaritakis, A.W. Morris // IEEE Trans. on Control Systems Technology, 1999. — Vol. 7, N 5. — P. 580—587.
4. *Khayrutdinov R.R., Lukash V.E. Studies of Plasma Equilibrium and Transport in a Tokamak Fusion Device with the Inverse-Variable Technique* // Journal Comp. Physics. — 1993. — Vol. 109. — P. 193—201.
5. *Mitishkin Y.V., Kurachi K., Kimura H. Plasma Multivariable Robust Control System Design and Simulation for a Thermonuclear Tokamak-Reactor* // Int. J. Control. — 2003. — Vol. 76, N 13. — P. 1358—1374.
6. *Mitishkin Y.V., Dokuka V.N., Khayrutdinov R.R. Linearization of ITER Plasma Equilibrium Model on DINA Code* // Proc. of The 32nd EPS Plasma Physics Conference, Tarragona, Spain, ID P5.080. — 2005.
7. *Лукаш В.Э., Докука В.Н., Хайрутдинов Р.П. Программно-вычислительный комплекс ДИНА в системе MATLAB для решения задач управления плазмой токамака* // Вопросы атомной науки и техники / Сер. Термоядерный синтез. — 2004. — Вып. 1. — С. 40—49.

Статья представлена к публикации членом редколлегии С.Д. Земляковым.

Митришкин Юрий Владимирович — д-р техн. наук, вед. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-87-71, e-mail: yvm@mail.ru

Коростелев Александр Яковлевич — аспирант, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, ☎ (495) 725-44-32, e-mail: akorostel@gmail.com