УДК 681.3.057.51-7.311.17

КОНЦЕПЦИЯ БАНКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ ДЛЯ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ. Ч. 2. Интерактивное формирование интуитивных доказательств[1]

А.С. Клещев

Статья завершает цикл из двух статей, посвященных концепции системы компьютерной поддержки научной деятельности в области математики. Приведены модель интуитивного доказательства, требования к средствам поддержки исследователей и интеграторов знаний, а также к системным процессам.

Ключевые слова: интерактивное доказательство теорем, доказательство теорем по аналогии, интуитивное доказательство, правильность интуитивного доказательства, банки знаний.

ВВЕДЕНИЕ

Современные системы интерактивного формирования доказательств вынуждают пользователя строить полные доказательства, что неприемлемо в научной деятельности. В настоящей статье, являющейся продолжением работы [1], вводится модель интуитивного доказательства и рассматриваются механизмы его интерактивного формирования и обеспечения его правильности.

1. МОДЕЛЬ ИНТУИТИВНОГО ДОКАЗАТЕЛЬСТВА

В данной работе выделены следующие типы интуитивных доказательств (ИД), встречающихся в математической (в том числе и учебной) литературе:

— доказательство целевого утверждения с помощью конкретизации (замены переменных на некоторые термы) некоторого другого утверждения («следует из утверждения ..., если положить ... равным ...»);

— доказательство целевого утверждения, имеющего форму импликации («$f_1 \Rightarrow f_2$»), основанное на теореме дедукции («пусть f_1; покажем, что f_2»);

— «доказательство очевидно»;

— вывод целевого утверждения, т. е. последовательность шагов, на каждом из которых в качестве результата получается логическое следствие из уже доказанных утверждений, онтологических знаний и предположений, причем на последнем шаге результатом является целевое утверждение;

— декомпозиция целевого утверждения, т. е. замена целевого утверждения на множество утверждений (компонентов декомпозиции), логическим следствием конъюнкции которых является целевое утверждение, и доказательство этих утверждений («для доказательства данного утверждения достаточно доказать, что ...»);

— декомпозиция предположения, т. е. замена исходного предположения множеством новых предположений (компонентов декомпозиции предположения), дизъюнкция которых равносильна исходному предположению, и доказательство целевого утверждения при каждом из этих новых предположений;

— структурное доказательство, имеющее вид последовательности утверждений вместе с их доказательствами, которые используются для доказательства целевого утверждения («сначала докажем, что ...; затем докажем, что ...; ...; наконец, докажем, что ...»);

— модульное доказательство (множество лемм вместе с доказательствами, которые выносятся из основного доказательства);

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 06-070-89071-а, и ДВО РАН в рамках Программы № 15 ОЭММПУ РАН, проект 06-I-П15-055.

— указание на аналогию с другим доказательством («доказательство аналогично доказательству утверждения ...»);

— указание на аналогию с другим доказательством в качестве эвристики для построения доказательства («рассуждая так же, как и при доказательстве ...»).

Модель ИД — это информация об ИД, по которой можно восстановить полное формальное доказательство. Модель ИД состоит из внешней и внутренней частей, внешняя часть состоит из объектов выбора и формирования, а внутренняя — из вычисляемых и вспомогательных объектов. Кроме того, компонентами модели ИД могут быть другие модели ИД. Интерактивное построение модели ИД состоит в построении ее внешней части (через выбор из списков и формирование с помощью редакторов) и ее компонентов; системные процессы должны вычислять вычисляемые объекты ее внутренней части и (возможно, с участием интеграторов) формировать полные доказательства вспомогательных утверждений.

Если ИД есть «утверждение p_1 следует из утверждения p_2 при подстановке θ», то внешняя часть модели ИД пуста, вычисляемыми объектами ее внутренней части являются p_2 и θ, а вспомогательными — утверждения о том, что значения переменных в подстановке θ входят в области значений этих переменных.

Пример 1. Введем переменные x: последовательности, a, p: R, N: $I[1, \infty)$, n: $I[N, \infty)$. Утверждение

$$\lim x = a \ \& \ a > 0 \Rightarrow \exists\, N{:}\ \forall\, n{:}\ x(n) > 0 \tag{1}$$

следует из утверждения

$$\lim x = a \ \& \ a > p \Rightarrow \exists\, N{:}\ \forall\, n{:}\ x(n) > p, \tag{2}$$

находящегося в базе знаний, при подстановке θ = $(p/0)$. Интуитивное доказательство утверждения (1) строится без участия исследователя: в базе знаний ищется утверждение (2), в процессе поиска вычисляется подстановка θ. Формируется вспомогательное утверждение $0 \in R$. ♦

Модель ИД утверждения вида $f_1 \Rightarrow f_2$ совпадает с моделью ИД утверждения f_2 в предположении, что справедливо f_1.

Пример 2. Первый шаг построения ИД утверждения (2) выполняется без участия исследователя: пусть

$$\lim x = a \tag{3}$$

и

$$a > p; \tag{4}$$

покажем, что

$$\exists\, N{:}\ \forall\, n{:}\ x(n) > p. \tag{5}$$ ♦

Если ИД есть «доказательство утверждения p очевидно», то внешняя часть модели ИД пуста, а p становится вспомогательным утверждением ее внутренней части.

Пример 3. Если при построении ИД утверждения

$$x \to \infty \Leftrightarrow |x| \to +\infty \tag{6}$$

исследователь выбирает альтернативу «доказательство очевидно», то утверждение (6) становится вспомогательным (оно должно быть доказано без участия исследователя). ♦

Если ИД утверждения p есть вывод, то модель ИД есть последовательность моделей шагов этого вывода. Возможны два варианта модели шага вывода.

В первом варианте объектами выбора внешней части модели шага вывода являются пропозициональные тавтологии вида $(v_1{:}\ L) \ldots (v_m{:}\ L)\, f_1 \ \& \ldots \& \ f_k \Rightarrow f$, математические утверждения вида $(v_1{:}\ t_1)\ldots(v_m{:}\ t_m)f_1 \ \& \ldots \& \ f_k \Rightarrow f$ или метаматематические аксиомы вида $(v_1{:}\ t_1)\ldots(v_m{:}\ t_m)MF_1 \ \& \ldots \& \ MF_k \Rightarrow$ $\Rightarrow MF$, а также значения посылок f_1', ..., f_k', вычисляемыми объектами ее внутренней части — f' (результат шага вывода) и θ = $(v_1/tt_1, \ldots, v_m/tt_m)$ (подстановка, при которой выполнялся шаг вывода), а вспомогательными объектами являются утверждения $tt_1 \in t_1$, ..., $tt_m \in t_m$.

Во втором варианте объектами формирования внешней части модели шага вывода являются значения посылок f_1', ..., f_k', и результат шага f', а вспомогательным утверждением ее внутренней части — утверждение $f_1' \ \& \ldots \& \ f_k' \Rightarrow f'$.

Пример 4. Интуитивное доказательство утверждения (5) в предположениях (3) и (4) строится как вывод из двух шагов: 1) (второй вариант шага вывода) из значения первой посылки (3) следует

$$\exists N{:}\ \forall n{:}\ x(n) > a - (a - p) \tag{7}$$

(результат шага); формируется вспомогательное утверждение: предел $(x, a) \Rightarrow \exists N{:}\ \forall n{:}\ x(n) > a - (a - p)$; 2) (первый вариант шага вывода) используем метаматематическую аксиому (принцип замены равных термов в формулах)

$$\boldsymbol{t_1 = t_2 \ \& \ f{\vdash} t_1{\dashv} \Rightarrow f{\vdash} t_2{\dashv}} \tag{8}$$

и утверждение из базы знаний $(r_1{:}\ R,\ r_2{:}\ R)r_1 - (r_1 - r_2) = r_2$ (значение первой посылки). Из значения второй посылки (7) получим утверждение (5) (результат шага). На этом шаге вычисляется подстановка θ = $(\boldsymbol{t_1}/r_1 - (r_1 - r_2),\ \boldsymbol{t_2}/r_2,\ \boldsymbol{f}/\ \exists N{:}\ \forall n{:}\ x(n) > a - (a - p),\ r_1/a,\ r_2/p)$. Вспомогательные утверждения на этом шаге не формируются, поскольку области значений переменных r_1, a, r_2 и p совпадают. ♦

Если ИД утверждения f есть декомпозиция, то возможны два варианта.

В первом варианте объектом выбора внешней части модели ИД являются пропозициональные тавтологии вида $(v_1{:}\ L) \ldots (v_m{:}\ L)\, f_1 \ \& \ldots \& \ f_k \Rightarrow f$, математические утверждения вида $(v_1{:}\ t_1)\ldots(v_m{:}\ t_m)$ $f_1 \ \& \ldots \& \ f_k \Rightarrow f$ или метаматематические аксиомы вида $(v_1{:}\ t_1)\ldots(v_m{:}\ t_m)\ MF_1 \ \& \ldots \& \ MF_k \Rightarrow MF$, вычисляемыми объектами ее внутренней части — утверждения компонентов декомпозиции f_1', ..., f_k' и подстановка θ = $(v_1/tt_1, \ldots, v_m/tt_m)$, а вспомогательными объектами — утверждения $tt_1 \in t_1$, ..., $tt_m \in t_m$.

Во втором варианте объектами формирования внешней части модели ИД являются утверждения компонентов декомпозиции f_1', ..., f_k', а вспомогательным объектом ее внутренней части — утверждение $f_1' \ \& \ ... \ \& \ f_k' \Rightarrow f'$. В обоих вариантах компонентами модели ИД утверждения f' являются модели ИД утверждений $f_1', ..., f_k'$.

Пример 5. Интуитивное доказательство утверждения

$$\text{последовательности} \neq \varnothing \quad (9)$$

строится как декомпозиция из двух шагов: 1) (первый вариант) используется метаматематическая аксиома (8), определение последовательности $= I[1, \infty) \to R$ в качестве значения ее первой посылки, и утверждение (9) в качестве значения ее заключения. На этом шаге вычисляется подстановка $\theta = (\boldsymbol{t_1}$/последовательности, $\boldsymbol{t_2}/I[1, \infty) \to R$, $\boldsymbol{f}$/последовательности $\neq \varnothing$). «Для доказательства утверждения (9) достаточно доказать

$$I[1, \infty) \to R \neq \varnothing;\text{»} \quad (10)$$

2) (второй вариант) для доказательства (10) достаточно доказать $I[1, \infty) \neq \varnothing$ и $R \neq \varnothing$. Формируется вспомогательное утверждение $I[1, \infty) \neq \varnothing \ \& \ R \neq \varnothing \Rightarrow I[1, \infty) \to R \neq \varnothing$. ♦

Если утверждение p доказывается в предположении f, а ИД p состоит в декомпозиции f, то возможны два варианта модели ИД этого типа.

В первом варианте объектом выбора внешней части модели ИД являются пропозициональные тавтологии вида $(v_1: L) \ ... \ (v_m: L) \ f_1 \vee ... \vee f_k \Leftrightarrow f$, математические утверждения вида $(v_1: t_1)...(v_m: t_m) f_1 \vee ... \vee f_k \Leftrightarrow f$ или метаматематические аксиомы вида $(v_1: t_1)...(v_m: t_m) \ MF_1 \vee ... \vee MF_k \Leftrightarrow MF$, вычисляемыми объектами ее внутренней части — утверждения компонентов декомпозиции предположения $f_1', ..., f_k'$ и подстановка $\theta = (v_1/tt_1, ..., v_m/tt_m)$, а вспомогательными объектами — утверждения $tt_1 \in t_1, ..., tt_m \in t_m$.

Во втором варианте объектами формирования внешней части модели ИД являются утверждения компонентов декомпозиции предположения $f_1', ..., f_k'$, а вспомогательным объектом ее внутренней части — утверждение $f_1' \vee ... \vee f_k' \Leftrightarrow f'$. В обоих вариантах компонентами модели ИД утверждения p в предположении f являются модели ИД утверждения p в предположениях $f_1', ..., f_k'$, соответственно.

Пример 6. Введем переменную r: $R(0, \infty)$. Интуитивное доказательство утверждения

$$\lim x = a \ \& \ a \neq 0 \Rightarrow \exists r\text{: } \exists N\text{: } \forall n\text{: } |x(n)| > r$$

после первого шага, имеющего вид: «пусть $\lim x = a$ и

$$a \neq 0; \quad (11)$$

покажем, что

$$\exists r\text{: } \exists N\text{: } \forall n\text{: } |x(n)| > r\text{»}, \quad (12)$$

строится как декомпозиция предположения (11); (первый вариант) используем утверждение из базы знаний $a > 0 \vee a < 0 \Leftrightarrow a \neq 0$. Для доказательства утверждения (12) достаточно доказать его в предположении $a > 0$ и в предположении $a < 0$. ♦

Если ИД утверждения f имеет структуру, состоящую из ИД утверждений $f_1, ..., f_k$, то объектами формирования внешней части модели такого ИД являются утверждения $f_1, ..., f_k$, а внутренняя часть модели ИД пуста. Компонентами модели ИД являются модели ИД утверждений $f_1, ..., f_k, f$.

Пример 7. Интуитивное доказательство утверждения $\lim x = a \Rightarrow \exists r\text{: } \forall N\text{: } |x(N)| \leqslant r$ после первого шага: пусть $\lim x = a$; покажем, что

$$\exists r\text{: } \forall N\text{: } |x(N)| \leqslant r, \quad (13)$$

имеет следующую структуру: сначала покажем, что $\exists N\text{: } \forall n\text{: } |x(n)| \leqslant M$, где M: $R(|a|, \infty)$.... Наконец, покажем (13) ... ♦

Если ИД утверждения f является модульным, т. е. включает в себя леммы $f_1, ..., f_k$, то объектами формирования внешней части модели такого ИД являются утверждения $f_1, ..., f_k$, а внутренняя часть модели ИД пуста. Компонентами модели ИД являются модели ИД утверждений $f_1, ..., f_k, f$.

Пример 8. Введем переменные y: последовательности; b: R. Интуитивное доказательство утверждения $\lim x = a \ \& \ \lim y = b \Rightarrow \Rightarrow \lim(x + y) = a + b$ является модульным, т. е. включает в себя доказательство леммы: $\alpha + \beta \in$ бесконечно малые, где α, β: бесконечно малые. ♦

Если ИД утверждения p_1 есть указание на аналогию с ИД утверждения p_2, то внешняя часть модели такого ИД включает в себя p_2, а внутренняя часть состоит из метадоказательства (обобщения ИД p_2), подстановки вместо глобальных синтаксических переменных, при которой получено полное доказательство p_1, всех математических утверждений из базы знаний, входящих в это полное доказательство, а также полных доказательств всех вспомогательных утверждений (если они есть).

Пример 9. Введем переменные q: R, ε: $R(0, \infty)$. Интуитивное доказательство утверждения

$$\lim x = a \ \& \ a < q \Rightarrow \exists N\text{: } \forall n\text{: } x(n) < q \quad (14)$$

аналогично ИД утверждения (2). Интуитивное доказательство утверждения (2) обобщается (как это делалось в работе [2]) до интуитивного метадоказательства примера 10 (см. далее). Утверждение (14) и его ИД получаются из метадоказательства примера 10 при подстановке $\theta = (\boldsymbol{T_1}$/последовательности, $\boldsymbol{T_2}/R$, $\boldsymbol{T_3}/R$, $\boldsymbol{T_4}/R(0, \infty)$, $\boldsymbol{T_5}/\tau_1 + \tau_2$, $\boldsymbol{T_6}/\tau_2 - \tau_1$, $\boldsymbol{F_1}/\lim x = a$, $\boldsymbol{F_2}/a < p$, $\boldsymbol{F_3}/\exists N\text{: } I[1, \infty) \ \forall n\text{: } I[N, \infty) \ x(n) < \tau$, $p/q)$, если в базе знаний имеется утверждение

$$\lim x = a \Rightarrow \exists N\text{: } \forall n\text{: } x(n) < a + \varepsilon. \quad (15)$$

Внутренняя часть (вспомогательное утверждение): $q - a \in \in R(0, \infty)$. ♦

Пример 10. Обобщение ИД утверждения (2). Метатеорема $(x\text{: } \boldsymbol{T_1}, a\text{: } \boldsymbol{T_2}, p\text{: } \boldsymbol{T_3}) \ \boldsymbol{F_1} \ \& \ \boldsymbol{F_2} \Rightarrow \boldsymbol{F_3}\vdash p\dashv$. Модель интуитивного метадоказательства: внешняя часть ε: $\boldsymbol{T_4}$; пусть $\boldsymbol{F_1}$ и $\boldsymbol{F_2}$. Докажем $\boldsymbol{F_3}\vdash p\dashv$. Используем утверждение $\boldsymbol{F_1} \Rightarrow \boldsymbol{F_3}\vdash\boldsymbol{T_5}\vdash a, \ \varepsilon\dashv\dashv$, положив $\varepsilon = \boldsymbol{T_6}\vdash a, \ p\dashv$. Получим $\boldsymbol{F_3}\vdash\boldsymbol{T_5}\vdash a, \ \boldsymbol{T_6}\vdash a, \ p\dashv\dashv\dashv$; используем метаматематическую аксиому (8) и утверждение $(v_1\text{: } \boldsymbol{T_2}, \ v_2\text{: } \boldsymbol{T_3}) \ \boldsymbol{T_5}\vdash v_1, \ \boldsymbol{T_6}\vdash v_1, \ v_2\dashv\dashv = v_2$. Получим $\boldsymbol{F_3}\vdash p\dashv$. Внутренняя часть (вспомогательные метаутверждения): $\boldsymbol{T_6}\vdash a, \ p\dashv \in \boldsymbol{T_4}$. ♦

Если ИД утверждения p_1 интерактивно строится по аналогии с ИД утверждения p_2, то внешняя часть модели такого ИД включает в себя внешнюю часть модели ИД утверждения p_1, а внутренняя часть состоит из метадоказательства (обобщения ИД p_2), подстановки вместо синтаксических переменных, при которой получено полное доказательство p_1, всех математических утверждений из базы знаний, входящих в это полное доказательство, а также полных доказательств всех вспомогательных утверждений (если они есть).

Пример 11. Если утверждение (15) отсутствует в базе знаний, то ИД утверждения (14) может быть получено из интуитивного метадоказательства примера 10 интерактивно. Автоматически формируется: ε: $R(0, \infty)$. Пусть $\lim x = a$ и $a < q$. Докажем $\exists N$: $I[1, \infty)$ $\forall n$: $I[N, \infty)$ $x(n) < q$. Используем лемму $\lim x = a \Rightarrow \exists N$: $I[1, \infty)$ $\forall n$: $I[N, \infty)$ $x(n) < \boldsymbol{T_5}\vdash a, \varepsilon\dashv$.

Запрос значения $\boldsymbol{T_5}\vdash a, \varepsilon\dashv$. Ответ: $a + \varepsilon$.

Используем лемму $\lim x = a \Rightarrow \exists N$: $I[1, \infty)$ $\forall n$: $I[N, \infty)$ $x(n) < a + \varepsilon$, положив $\varepsilon = \boldsymbol{T_6}\vdash a, p\dashv$.

Запрос значения $\boldsymbol{T_6}\vdash a, p\dashv$. Ответ: $q - a$.

Используем лемму $\lim x = a \Rightarrow \exists N$: $I[1, \infty)$ $\forall n$: $I[N, \infty)$ $x(n) < a + \varepsilon$, положив $\varepsilon = q - a$. Получим $\exists N$: $I[1, \infty)$ $\forall n$: $I[N, \infty)$ $x(n) < a + (q - a)$. Используем метаматематическую аксиому (8) и утверждение $(r_1: R, r_2: R)$ $r_1 + (r_2 - r_1) = r_2$.

Запрос подтверждения справедливости этого утверждения. Ответ да.

Получим $\exists N$: $I[1, \infty)$ $\forall n$: $I[N, \infty)$ $x(n) < q$. ♦

2. ПОДДЕРЖКА ИССЛЕДОВАТЕЛЯ

Исследователю, работающему в Банке математических знаний (БМЗ), должны быть доступны как математические знания, хранящиеся в общей базе знаний, так и вся информация из его персональной базы, где фиксируются все результаты его деятельности. Основной вид такой деятельности состоит в интерактивном построении ИД, ее поддержка основана на модели ИД — исследователь строит только ее внешнюю часть, выбирая тип ИД и объекты выбора для этого типа и формируя объекты формирования.

Последнее требует такой же поддержки, как и редактирование математических знаний (в том числе ввод новых определений и формулировок теорем). Эту поддержку может выполнять редактор, представляющий собой интерпретатор грамматики модели математического диалекта и выполняющий порождение и редактирование текстов по этой грамматике под управлением пользователя. При порождении текста пользователь с помощью формируемых по грамматике интерфейсных элементов должен лишь разрешать альтернативы грамматики, определять моменты выхода из циклов, а также вводить лексемы — термины, константы и т. п. Кроме того, редактор должен допускать и некоторые другие действия, например, копирование синтаксических единиц с возможной их модификацией (при соблюдении синтаксической правильности результирующего текста). Наконец, редактор должен формировать утверждения, справедливость которых необходима и достаточна для соблюдения контекстных условий во вводимом (редактируемом) тексте, и передавать их на обработку системным процессам.

Поскольку математический диалект является расширяемым, у исследователя может возникнуть необходимость модифицировать саму грамматику математического диалекта, в частности, дополнить ее новыми правилами (а также дополнить альтернативы уже существующих правил новыми вариантами). Дополнения к грамматике общей базы знаний должны включаться в персональную базу, при этом вид информации из общей базы знаний определяется грамматикой общей базы знаний, а вид информации из персональной базы — модифицированной грамматикой.

3. СИСТЕМНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Системные процессы предназначены для: выполнения различных операций над математическими утверждениями (символьные преобразования, в том числе дифференцирование, интегрирование и др.); формирования списков предложений при интерактивном построении ИД; поиска полных доказательств вспомогательных математических утверждений; обобщения полных и интуитивных доказательств до метадоказательств; формирования новых теорем на основе метадоказательств.

Операции над математическими утверждениями могут быть реализованы в виде сервисов, либо внешних, либо внутренних по отношению к БМЗ, который должен поддерживать интерфейс с ними в процессе интерактивного построения ИД.

Формирование списков предложений требует специальных способов организации баз знаний, основанной на сходстве синтаксических структур и ориентированной на различные способы формирования таких списков. Можно выделить задачи формирования следующих множеств предложений: утверждений, для которых заданное утверждение является их конкретизацией; метатеорем, для которых заданное утверждение является их конкретизацией; утверждений, имеющих форму импликации, для которых заданное утверждение унифицируемо с их консеквентом.

Поиск полных доказательств (вспомогательных утверждений) может выполняться в четыре этапа. На первом этапе выполняется поиск доказываемого утверждения в базе вспомогательных утверждений, в которой содержатся все ранее доказанные вспомогательные утверждения. В основе этого этапа лежит наблюдение, что при построении разных ИД часто формируются одни и те же вспомогательные утверждения. На втором этапе выполняется поиск такого утверждения в базе знаний, конкретизацией которого является доказываемое утверждение. Если такое утверждение найдено, то доказываемое утверждение помещается в базу вспомогательных утверждений. В основе этого этапа лежит наблюдение, что вспомогательные утверждения часто являются частными случаями более общих утверждений из базы знаний. На третьем этапе выполняется поиск такого метадоказательства, что его конкретизацией является доказательство вспомогательного утверждения. База метатеорем делится на два раздела — являющихся обобщением вспомогательных утверждений и являющихся обобщением основных теорем. Поиск метатеорем выполняется сначала в первом разделе, а затем во втором. В основе этого этапа лежит наблюдение, что многие вспомогательные утверждения доказываются аналогично друг другу. Наконец, на четвертом этапе может лишь выполняться обращение к подсистеме автоматического поиска полных доказательств с указанием интервала времени, в течение которого эта подсистема должна искать полное доказательство. Если поиск закончился успешно, вспомогательное утверждение и его доказательство обобщаются, результат обобщения (метатеорема) помещается в раздел метатеорем, являющихся обобщением вспомогательных утверждений, а само утверждение — в базу вспомогательных утверждений. Если же поиск закончился неудачей, доказываемое утверждение и результаты попыток его доказательства могут быть переданы на рассмотрение интегратору знаний.

Обобщение полных и интуитивных доказательств до метадоказательств выполняется с помощью методов, предложенных в работе [2]. Для каждого интуитивного доказательства обобщаются его внешние и внутренние части. Внешняя часть интуитивных метадоказательств может затем использоваться для интерактивного построения интуитивных доказательств, а внутренняя — для формирования вспомогательных утверждений в рамках этого процесса.

Формирование новых теорем на основе метадоказательств также выполняется с помощью методов, предложенных в работе [2]. Новая теорема формируется в случае, если все математические утверждения, входящие во внешнюю часть формируемого интуитивного доказательства, присутствуют в базе знаний, а все вспомогательные утверждения, входящие в его внутреннюю часть, доказаны.

4. ПОДДЕРЖКА ИНТЕГРАТОРА ЗНАНИЙ

Интегратор знаний БМЗ должен решать две задачи: формирование полных доказательств, которые не были построены системными процессами за отведенное для этого время; формирование общей базы знаний на основе персональных.

Интегратор знаний должен иметь возможность обозреть все вспомогательные утверждения, для которых системными процессами не были построены их полные доказательства. Для каждого такого утверждения он должен либо принять решение о том, что оно неверно, либо интерактивно построить его полное доказательство. В последнем случае это вспомогательное утверждение должно быть включено в базу доказанных вспомогательных утверждений, а построенное доказательство обобщено.

Также интегратор знаний должен видеть изменения в персональных базах, произошедшие после последнего их просмотра. Для теорем и следствий он должен убедиться, что для них построены модели интуитивных доказательств, включая их внутренние части. Те из этих изменений, которые он считает общезначимыми, он может перевести в общую базу знаний (при этом они должны оставаться и в персональной базе знаний). Часть этих изменений он может перевести в базу дискуссионных вопросов. По ним свое мнение (включать ли их в общую базу) должны высказать заинтересованные пользователи БМЗ.

Интегратору знаний также должны быть доступны все новые теоремы, сформированные (и доказанные) системными процессами (на основе базы метадоказательств). Общезначимые теоремы он может перевести в общую базу знаний, а остальные — в базу дискуссионных вопросов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе задача построения доказательств разбивается на две: интерактивного построения интуитивных доказательств и обеспечения их правильности средствами системы. Решение второй задачи могут находить системные процессы либо, в случае неудачи, оно может быть построено интерактивно. При этом важна роль аналогии: при поиске по аналогии полных доказательств вспомогательных утверждений; при интерактивном построении по аналогии интуитивных доказательств; при поиске аналогичных теорем. Поэтому актуальная дальнейшая задача состоит в поиске более глубоких моделей аналогии.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Клещёв А.С.* Концепция банка математических знаний для научных исследований. Ч. 1. Метафора // Проблемы управления. — 2008. — № 4. — С. 2—6.
2. *Клещёв А.С.* Модель аналогии между математическими доказательствами // Проблемы управления. — 2007. — № 1. — С. 20—24.

Статья представлена к публикации членом редколлегии О.П. Кузнецовым.

Клещев Александр Сергеевич — д-р физ.-мат. наук, зав. отделом, Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, ☎ (4232) 31-04-24, e-mail: kleschev@iacp.dvo.ru