УДК 658.314.7:330

МЕХАНИЗМЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ДОГОВОРОВ

М. В. Аржаков

Научно-производственный комплекс «Атомтехнопром», г. Москва

Рассмотрены механизмы выполнения договора между дальновидными агентами, предусматривающие штрафы и санкции за несоблюдение его условий. Для исследования взаимодействия агентов и построения эффективных договорных механизмов применена теория активных систем. Поставлена задача синтеза механизма выполнения договоров. Найдены необходимые и достаточные условия его оптимальности.

Взаимодействие агентов (хозяйствующих субъектов, фирм) на рынке осуществляется на основе договоров. Их действия могут отвечать условиям договора или нарушать их. Для обеспечения их совместного функционирования применяются специальные механизмы выполнения договоров. При нарушении условия договора следуют штрафы и санкции. Поэтому агент должен постоянно оценивать все возможности и на каждом шаге выполнения договора решать, что ему выгоднее. Необходимо создавать эффективные механизмы выполнения условий договоров между агентами, обеспечивающие их четкое и слаженное взаимодействие. В целях теоретического исследования договорных отношений воспользуемся подходом, развитым в теории активных систем.

Для простоты будем рассматривать взаимодействие, в процессе выполнения договора, двух агентов. Предположим, что объектом договора является поставка продукции или услуг. Тогда, для краткости, первого агента будем называть продавцом, а второго — покупателем. Продавец рассматривается как игрок № 1, а покупатель — как игрок № 2. Состояние i-го игрока в периоде $t(c_{it})$ описывается m показателями состояния (c_{lit}, $l = \overline{1, m}$): $c_{it} = (c_{1it}, ..., c_{mit}) \in C_{it} \subset R^m$, $i = 1, 2$, $t = \overline{1, T}$, где T — срок действия договора, исчисляемый в периодах времени, $i = 1, 2$.

Условия договора определяются при его заключении. Обозначим j-е условие договора для i-го игрока в периоде t через y_{jit}, $j = \overline{1, n}$, где n — число условий, $y_{it} = (y_{1it}, ..., y_{nit})$ — вектор условий, $y_{it} \subset R^n$. Совокупность условий для i-го игрока на периоды $t = 1, ..., T$: $y_i = \{y_{it} | t = \overline{1, T}\}$. Совокупность условий для обоих игроков: $Y = \{y_i | i = 1, 2\}$. Выполнение i-м игроком в периоде t условия $y_{it} = (y_{1it}, ..., y_{nit})$ характеризуется с помощью первых n компонент его состояния c_{it} (т. е. с помощью показателей $c_{1it}, ..., c_{nit}$, $n \leqslant m$). Обозначим $b_{it} = (b_{1it}, ..., b_{nit})$ вектор этих показателей состояния i-го игрока. Тогда, при $n < m$, $c_{it} = (b_{it}, d_{it})$, где $d_{it} = (c_{n+1it}, ..., c_{mit})$ — вектор остальных показателей состояния i-го игрока в периоде t. Этот вектор принадлежит множеству D_{it} в $(m - n)$-мерном пространстве: $D_{it} \subset R^{m-n}$.

Штрафы. Важным признаком механизма выполнения договоров является наличие штрафов за невыполнение условий договора. При невыполнении i-м игроком условия y_{it} ($b_{it} \neq y_{it}$), он штрафуется на величину $K_{it}(y_{it}, b_{it}) \geqslant 0$. Если же $b_{it} = y_{it}$, то штраф равен нулю. Обозначим функцию штрафов за нарушение как $k_{it}(y_{it}, c_{it})$. Тогда $k_{it}(y_{it}, c_{it}) = 0$, если $b_{it} = y_{it}$, и $k_{it}(y_{it}, c_{it}) = K_{it}(y_{it}, b_{it}) \geqslant 0$, если $b_{it} \neq y_{it}$. Совокупность $K = \{K_{it}(y_{it}, b_{it}) | i = 1, 2, t = 1, T\}$ называется штрафной процедурой. При постоянной функции штрафов $K_{it}(y_{it}, b_{it})$ не зависит от векторов y_{it} и b_{it}: $K_{it}(y_{it}, b_{it}) = W_{it} \geqslant 0$. Обозначим соответствующую штрафную процедуру через $W = \{W_{it} \geqslant 0 | i = 1, 2, t = \overline{1, T}\}$.

Санкции. На практике, если кто-либо из игроков нарушил условия договора, дальнейшие операции по нему прекращаются. Чтобы учесть это обстоятельство, введем процедуру санкций S, обеспечивающую остановку игры продавца и покупателя при первом же нарушении условий договора. Запрет дальнейших операций по договору в первом же периоде t^S, в котором любой из игроков нарушил его условия, приводит к тому, что прибыли игроков в последующих периодах $t^S + 1$, $t^S + 2$, ..., T равны нулю: $p_{it}[a_{it} = 1] = 0$, $t = \overline{t^S + 1, T}$.

Процедурой стимулирования будем называть совокупность $F = [S, K]$, где S — процедура санкций, а K — штрафная процедура. *Механизм выполнения договоров* (кратко — МВД) представляет собой совокупность условий договора Y и процедуры стимулирования $F = [S, K]$ и обозначается как $\Sigma = (Y, [S, K])$.

Доход i-го игрока в периоде $t(u_{it})$ является функцией выбираемого им состояния: $u_{it} = u_{it}(c_{it})$. *Прибыль* i-го игрока в периоде t определяется как доход $u_{it}(c_{it})$ за вычетом штрафов, определяемых на основе сопоставления состояния i-го игрока c_{it} с условием y_{it}: $p_{it} = p_{it}(y_{it}, c_{it}) = u_{it}(c_{it}) - k_{it}(y_{it}, c_{it})$. Дальновидный игрок заинтересован в получении текущей и будущих прибылей. Его стратегия c_i описывается показателями состояний, выбираемых им на весь срок действия договора T: $c_i = (c_{i1}, ..., c_{iT}) \in C_i = \bigcup_{t=1}^{T} C_{it}$, $i = 1, 2$.

Целевая функция i-го игрока равна сумме его текущей прибыли и будущих прибылей, дисконтированных к текущему периоду, и зависит от выбранной им стратегии c_i:

$$V_i(c_i) = \sum_{\tau=1}^{T} v_i^{\tau-1} p_{i\tau}(y_{i\tau}, c_{i\tau}), \quad i = 1, 2, \tag{1}$$

где v_i — коэффициент дисконтирования, $0 < v_i < 1$.

Подход к исследованию договорных отношений методами теории активных систем предполагает определение решения игры продавца и покупателя, а также решение задач анализа и синтеза МВД, регламентирующих действия сторон. Множество решений игры продавца и покупателя зависит от МВД $\Sigma = (Y, [S, K])$ и имеет вид:

$$M(\Sigma) = \{c_1^*, c_2^* | V_1(c_1^*) = \max_{c_1} V_1(c_1), \\ V_2(c_2^*) = \max_{c_2} V_2(c_2)\}. \tag{2}$$

Будем говорить, что справедлива гипотеза благожелательности игроков, если, при равных прибылях, i-й игрок выбирает состояние, отвечающее условию договора y_{it}: если $y_i = (y_{i1}, ..., y_{iT}) \in M(\Sigma_\Pi)$, то $b_{it}^* = y_{it}$, $i = 1, 2$, $t = \overline{1, T}$.

Рассмотрим двухуровневую систему, на верхнем уровне которой находится Центр, регламентирующий механизмы выполнения договоров (например, государственный орган или общественная организация, выражающая заинтересованность делового сообщества в регулировании деловых отношений), а на нижнем — дальновидные агенты (продавец и покупатель). Пусть $\Psi(\Sigma, c_1, c_2)$ — критерий потерь системы, зависящий от МВД Σ и стратегий игроков c_1 и c_2. Анализ МВД Σ основан на определении множества решений игры продавца и покупателя (2) и максимального значения критерия потерь $\Psi(\Sigma, c_1, c_2)$ на этом множестве: $N(\Sigma) = \max_{c \in M(\Sigma)} \Psi(\Sigma, c_1, c_2)$. Постановка задачи оптимального синтеза МВД Σ имеет вид: $N(\Sigma) \underset{\Sigma}{\to} \min$.

Правильным МВД $\Sigma_\Pi = (Y, F)$ будем называть совокупность условий договора Y и процедуры стимулирования F, обеспечивающей их выполнение. Формально, при построении правильного МВД, потери связываются с несоблюдением условий Y, так что критерий потерь МВД имеет вид: $\Psi_\Pi(\Sigma_\Pi, c_1, c_2) = 0$, если $M(\Sigma) \subseteq L(\Sigma)$, и $\Psi_\Pi(\Sigma_\Pi, c_1, c_2) = 1$, если $M(\Sigma_\Pi) \not\subset L(\Sigma_\Pi)$, где $L(\Sigma_\Pi)$ — множество состояний игроков, при которых они выполняют условия договора: $L(\Sigma_\Pi) = \{c_i, i = 1, 2 | c_i = (c_{i1}, ..., c_{iT}), c_{it} = (b_{1it}, d_{it}), b_{it} = y_{it}, d_{it} \in D_{it}, t = \overline{1, T}\}$. Формально, МВД Σ_Π — правильный, если $b_{it}^* = y_{it}$ для любого $c_i^* \in M(\Sigma_\Pi)$, $i = \overline{1, 2}$, $t = \overline{1, T}$.

Теорема. *Для правильности МВД* $\Sigma = (Y, [S, W])$ *с постоянной функцией штрафов, при гипотезе благожелательности, необходимо и достаточно, чтобы* $W_{it} \geqslant \max_{d_{it} \in D_{it}} u_{it}(1, d_{it}) - U_{it}$, $t = \overline{1, T}$, $U_{i\tau} = \max_{d_{i\tau} \in D_{i\tau}} [u_{i\tau}(0, d_{i\tau}) + vU_{i\tau+1}]$, $\tau = 1, ..., T-1$, $U_{iT} = \max_{d_{iT} \in D_{iT}} u_{iT}(0, d_{iT})$, $i = 1, 2$.

Доказательство. Произведем замену переменных при описании состояния игроков. Обозначим через a_{it} выбор i-го игрока в периоде t, по отношению к соблюдению договорных условий y_{it}: $a_{it} = 0$, если $b_{it} = y_{it}$; $a_{it} = 1$, если $b_{it} \neq y_{it}$. При постоянной функции штрафов и невыполнении i-м игроком в периоде t условия y_{it} ($b_{it} \neq y_{it}$ и $a_{it} = 1$), игрок штрафуется на постоянную величину $W_{it} \geqslant 0$. Если же $b_{it} = y_{it}$ ($a_{it} = 0$), то штраф отсутствует: $k(a_{it}) = 0$, если $a_{it} = 0$, и $k(a_{it}) = W_{it} \geqslant 0$, если $a_{it} = 1$, где $k(a_{it})$ — функция штрафов. Прибыль i-го игрока в периоде t $p_{it}(a_{it}, d_{it}) = u_{it}(a_{it}, d_{it}) - k(a_{it})$, $d_{it} = (c_{n+1it}, ..., c_{mit})$. Вследствие благожелательности игроков, если $p_{it}(0, d_{it}) = p_{it}(1, d_{it})$, то $a_{it} = 0$.

Достаточность доказывается по индукции. Проведем оптимизацию целевой функции i-го игрока (1) по состоянию (a_{iT}, d_{iT}). Очевидно, что от этого состояния зависит лишь слагаемое $v^T p_{iT}(a_{iT}, d_{iT})$. При $t = T$, по условию теоремы, $W_{iT} \geqslant \max_{d_{iT} \in D_{iT}} u_{iT}(1, d_{iT}) - \max_{z_{iT} \in Z_{iT}} u_{iT}(0, d_{iT})$. Используя это неравенство, определение функции p_{iT}, а также то, что $a_{iT} \in A\{0, 1\}$, получаем $\max_{a_{iT} \in A, d_{iT} \in D_{iT}} p_{iT}(a_{iT}, d_{iT}) = \max\{\max_{d_{iT} \in D_{iT}} u_{iT}(0, d_{iT}), \max_{d_{iT} \in D_{iT}} [u_{iT}(1, d_{iT}) - W_{iT}]\} = \max_{d_{iT} \in D_{iT}} u_{iT}(0, d_{iT}) \equiv U_{iT}$. Вследствие благожелательности игроков имеем $a_{iT}^* = 0$, $i = 1, 2$.

Проведем теперь оптимизацию целевой функции i-го игрока по состоянию (a_{iT-1}, d_{iT-1}). Очевидно, что от состояния (a_{iT-1}, d_{iT-1}) зависит лишь слагаемое целевой функции

$v^{T-1}[p_{iT-1}(a_{iT-1}, d_{iT-1}) + vp_{iT}(a_{iT}, d_{iT})]$. При $t = T - 1$, по условию теоремы, $W_{iT-1} \geqslant \max\limits_{d_{iT-1} \in D_{iT-1}} u_{iT-1}(1, d_{iT-1}) - \max\limits_{d_{iT-1} \in D_{iT-1}} u_{iT-1}(0, d_{iT-1}) + v \max\limits_{z_{iT-1} \in Z_{iT-1}} u_{iT}(0, d_{iT})$. Из этого неравенства и определения p_{iT-1}, имеем:

$$\max_{a_{iT-1} \in A, z_{iT-1} \in Z_{iT-1}} \sum_{\tau = T-1}^{T} v^\tau f_{i\tau} =$$
$$= \max\{\max_{z_{iT-1} \in Z_{iT-1}} [u_{iT-1}(0, d_{iT-1}) + vp_{iT}[a_{iT-1} = 0]],$$
$$\max_{z_{iT-1} \in Z_{iT-1}} [u_{iT-1}(1, d_{iT-1}) - W_{iT-1} + vp_{iT}[a_{iT-1} = 1]]\}.$$

Согласно процедуре санкций S, при $a_{iT-1} = 1$ игра прекращается, и прибыли игроков в периоде T равны нулю: $p_{iT}[a_{iT-1} = 1] = 0$, $i = 1, 2$. При $a_{iT-1} = 0$ игра продолжается, и игроки получают прибыли

$p_{iT}[a_{iT-1} = 0] = \max\limits_{z_{iT} \in Z_{iT}} u_{iT}(0, d_{iT}) \cong U_{iT}$. Отсюда $\max\limits_{a_{iT-1} \in A, z_{iT-1} \in Z_{iT-1}} \sum\limits_{\tau = T-1}^{T} v^\tau f_{i\tau} = \max\{\max\limits_{z_{iT-1} \in Z_{iT-1}} [u_{iT-1}(0, d_{iT-1}) + v \max\limits_{z_{iT} \in Z_{iT}} u_{iT}(0, d_{iT})], \max\limits_{z_{iT-1} \in Z_{iT-1}} u_{iT-1}(1, d_{iT-1}) - W_{iT-1}\} = \max\limits_{z_{iT-1} \in Z_{iT-1}} [u_{iT-1}(0, d_{iT-1}) + v \max\limits_{z_{iT} \in Z_{iT}} u_{iT}(0, d_{iT})] \equiv U_{iT-1}$. Учитывая благожелательность игроков, получаем $a^*_{iT-1} = 0$, $i = 1, 2$.

Предположим теперь, что для некоторого t, $a^*_{i\tau} = 0$, $\tau = t + 1, ..., T$, $i = 1, 2$, $\max\limits_{a_{it+1} \in A, d_{it+1} \in D_{it+1}} \sum\limits_{\tau = t+1}^{T} v^\tau f_{i\tau} = U_{it+1}$, и докажем, что $a^*_{it} = 0$, $i = 1, 2$, $\max\limits_{a_{it} \in A, d_{it} \in D_{it}} \sum\limits_{\tau = 1}^{T} v^\tau f_{i\tau} = U_{it}$. Проведем оптимизацию целевой функции i-го игрока по состоянию (a_{it}, d_{it}). Очевидно, что от состояния (a_{it}, d_{it}) зависит лишь слагаемое $v^t\Big[p_{it} + \sum\limits_{\tau = t+1}^{T} v^{\tau - t} f_{i\tau}\Big]$. Из определения p_{it} имеем:

$$\max_{a_{it} \in A, d_{it} \in D_{it}} \Big[p_{it} + \sum_{\tau = t+1}^{T} v^{\tau - t} f_{i\tau}\Big] = \max\Big\{\max_{d_{it} \in D_{it}} \Big[u_{it}(0, d_{it}) + \sum_{\tau = t+1}^{T} v^{\tau - t} f_{i\tau}[a_{it} = 0]\Big], \max_{d_{it} \in D_{it}} \Big[u_{it}(1, d_{it}) - W_{it} + \sum_{\tau = t+1}^{T} v^{\tau - t} f_{i\tau}[a_{it} = 1]\Big]\Big\}. \quad (3)$$

В силу правила остановки, при $a_{it} = 1$ игра прекращается, и прибыли игроков в последующих периодах τ равны нулю: $p_{i\tau}\ [a_{it} = 1] = 0$, $i = 1, 2$, $\tau = \overline{t+1, T}$. При $a_{it} = 0$ игра продолжается, и игроки получают прибыли $\sum\limits_{\tau = t+1}^{T} v^\tau f_{i\tau}[a_{it} = 0] \equiv U_{it+1}$. Отсюда, учитывая выражение (3), получаем:

$$\max_{a_{it} \in A, d_{it} \in D_{it}} \sum_{\tau = t}^{T} v^\tau f_{i\tau} = \max\{\max_{d_{it} \in D_{it}} [u_{it}(0, d_{it}) + vU_{it+1}], \max_{d_{it} \in D_{it}} u_{it}(1, d_{it}) - W_{it}\}. \quad (4)$$

По условию теоремы $\max\limits_{a_{it} \in A, d_{it} \in D_{it}} \sum\limits_{\tau = t}^{T} v^\tau f_{i\tau} = \max\limits_{d_{it} \in D_{it}} [u_{it}(0, d_{it}) + vU_{it+1}] \equiv U_{it}$. В силу первого равенства и благожелательности i-го игрока имеет место $a^*_t = 0$, $i = 1, 2$. Поскольку $1 \leqslant t \leqslant T$, получаем, что $a^*_t = 0$, $t = \overline{1, T}$. Достаточность доказана.

Необходимость доказывается от противного. Предположим, что МВД $\Sigma = (Y, [S, W])$ — правильный (т. е. $s^*_t = 0$, $t = \overline{1, T}$), но найдутся такие i и τ, что

$$W_{i\tau} < \max_{d_{i\tau} \in D_{i\tau}} u_{i\tau}(1, d_{i\tau}) - U_{i\tau}. \quad (5)$$

Выберем наибольшее значение τ, удовлетворяющее неравенству (5), и обозначим его через t. Тогда, учитывая выражение (4), получим $\max\limits_{a_{it} \in A, d_{it} \in D_{it}} \sum\limits_{\tau = t}^{T} v^\tau f_{i\tau} = \max\{\max\limits_{d_{it} \in D_{it}} [u_{it}(0, d_{it}) + vU_{it+1}], \max\limits_{d_{it} \in D_{it}} u_{it}(1, d_{it}) - W_{it}\} = \max\limits_{d_{it} \in D_{it}} u_{it}(1, d_{it}) - W_{it}$. Последнее равенство следует из неравенства (5). Следовательно, $a^*_t = 1$, что противоречит принятому предположению $a^*_t = 0$, $t = \overline{1, T}$. Таким образом, не существует i и τ таких, что имеет место неравенства (5). Полученное противоречие доказывает необходимость. ♦

Данная теорема позволяет определить размеры штрафов и проектировать договорные механизмы, при которых игроки (агенты, хозяйствующие субъекты рынка, фирмы) заинтересованы в выполнении условий заключенных ими договоров. Разработанный подход и полученные результаты позволяют научно обоснованно решать практические задачи выполнения договоров научно-производственного комплекса «Атомтехнопром», заключенных с хозяйствующими субъектами на российском и зарубежном рынках оборудования для атомной энергетики.

☎ *(495) 239-49-37*

e-mail: arzhakov@atomtechnoprom.ru ❑