УДК 004.827

ОСНОВАНИЯ ВЕКТОРИЗАЦИИ ИСТИННОСТИ В ЛОГИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

Л. В. Аршинский

Восточно-Сибирский институт МВД России, г. Иркутск

Обсужден один из возможных подходов к формализации неполных и противоречивых данных, основанный на векторном представлении истинности, когда истинность суждений описывается вектором с компонентами ⟨Истина; Ложь⟩. Рассматриваются возможные основания применения такого представления истинности в задачах компьютерной обработки данных.

ВВЕДЕНИЕ

На протяжении двух с половиной тысячелетий европейская наука развивалась под влиянием идей Аристотеля. Его труды по началам наук послужили толчком к созданию целого ряда дисциплин, почетное место среди которых заняла логика. Особое положение логики обусловлено с одной стороны тем, что она стала важнейшим методом любого научного исследования, претендующего на достоверность, а с другой — сохранилась практически в неизменном виде, чего нельзя сказать о многих других взглядах Аристотеля. Подобный успех обусловлен тем, что ему удалось выявить в сложном, изменчивом и противоречивом мире относительно простые и устойчивые структуры, соотнеся их с конструкциями естественного языка, и построить систему правил, выполнение которых гарантирует сохранение соответствия между языком и объективной реальностью. По существу, он построил одну из первых формальных моделей действительности, которая служит нам по сей день.

Основой эффективности логики Аристотеля стал отказ от анализа нестабильных, изменчивых, неопределенных или многозначных по смыслу объектов. Внешне это облекалось в форму двух базовых принципов: противоречия и исключения третьего. Мир, в котором соблюдаются эти принципы, статичен и однозначен. Даже если речь идет о динамике, то суждения строятся о неизменяемых вещах: пройденном пути, мгновенной скорости, конкретном качестве или количестве на конкретный момент времени и т. п. При этом, как часто бывает, соответствующие принципы вводятся как аксиомы.

Доводы Аристотеля в защиту своих принципов выглядят вполне справедливыми, если иметь дело не с реальностью, а с неким идеальным ее компонентом — *physis*'ом (в терминологии Аристотеля). Однако как только мы переходим к анализу чувственно и «приборно» воспринимаемых вещей, пытаемся описать динамически изменяющийся мир, проанализировать ситуацию, данные по которой приблизительны или неточны, этот постулат оказывается под сомнением. Более того, он оказывается под сомнением и при изучении некоторых вполне абстрактных вещей: парадоксы теории множеств и логика еще не совершившихся событий — примеры этому. Подтверждением также могут служить апории Зенона и многочисленные логические парадоксы, не разрешимые в отведенных Аристотелем границах [1].

Причиной ограниченной пригодности логики Аристотеля для некоторых задач анализа и обработки данных (в первую очередь задач искусственного интеллекта) стала невозможность до конца удовлетворить основному критерию ее применимости: опоре на *physis*. Экспертные системы, распознавание образов, интеллектное управление техническими устройствами, субъективное оценивание, моделирование человеческих рассуждений — в этих и во многих других случаях невозможно говорить ни о каком *physis*'е. Не все в мире укладывается в жесткую схему *Да—Нет*. Собственно, это осознавали еще во времена Аристотеля, и он потратил немало усилий, отстаивая свою позицию [2].

Вообще говоря, представляется, что одним из наиболее существенных результатов развития современной логики стало понимание того, что число возможных логических теорий, пригодных для описания реальности, не ограничивается одной только системой Аристотеля и формальными схемами, построенными на ее основе. Двадцатое столетие, особенно его вторая половина, породили большое число новых логик, охватывающих самый широкий спектр фундаментальных и практических задач. Наиболее существенное влияние на развитие новых (неклассических) логик при этом оказало, пожалуй, развитие такого направления в информационных технологиях, как искусственный интеллект. До появления работ в этой области их изучение носило скорее умозрительный, чем прикладной характер и встречало неоднозначное отношение специалистов. Однако с первыми попытками моделировать на ЭВМ некоторые функции человеческого интеллекта выяснилось, что обычного логического аппарата, даже дополненного мощными формальными средствами классической математической логики, может не хватать. Исследователи обнаружили, что перечень реальных явлений, укладывающихся в традиционные логические исчисления (в первую очередь пропозициональное и предикатов 1-го порядка), достаточно узок. В то же время, люди добиваются неплохих практических результатов там, где классическая логика дает сбой. В XX в. появилось большое число логик как дополняющих и развивающих систему Аристотеля, так и отрицающих ее базовые принципы. Причем наибольшей критике подвергся закон исключения третьего. Исторически это связано с проблемой теоретико-множественных парадоксов и со стремлением избежать их путем отказа от данного принципа для «слишком больших» множеств (Л. Брауэр). Впоследствии это привело к созданию интуиционистской, а затем и конструктивистской математик [3].

Независимо от Брауэра к идее отказа от данного принципа пришел польский логик Я. Лукасевич. Он разрабатывал логику, позволяющую рассуждать не только о настоящих, но и о будущих событиях. Для этого принцип исключения третьего был заменен им на принцип исключения четвертого, а третьим выступила категория «возможного» [4].

Русский логик Н. Васильев осознал полезность введения третьего значения истинности, допуская существование противоречивых суждений. Для него данное значение — это Противоречие, которое может возникнуть, например, если явление воспринимается различными «органами чувств» [5].

Еще одной причиной появления многозначных логик стало стремление доказать независимость систем аксиом обычной логики [6]. Введение новых значений истинности (т. е. фактически замена принципа исключения третьего принципом исключения N-го) в этом случае обусловлено чисто «техническими» соображениями.

Важным направлением развития неклассических логических исчислений стали разнообразные нечеткие логики и их аналоги. Это — теория нечетких множеств Л. Заде, теория свидетельств Г. Шефера, вероятностные модели правдоподобных рассуждений и т. п. [7—12]. Многие логические системы, в том числе неклассические, оказались настолько востребованы для практики, что научное направление, связанное с их применением, было предложено назвать «прикладной логикой» [13]. При этом Я. Лукасевич, например, считал, что «чем более применима и богата логическая система, тем более она имеет истинностных значений» [14].

Все перечисленные логические системы обладают одной общей чертой: истинность в них выражена скалярной величиной. В данной работе делается попытка обосновать целесообразность более общего — векторного представления истинности, когда истинность описывается вектором, компонентами которого могут выступать, например, Истина и Ложь. Соответствующий формализм и следствия из него рассматривались автором ранее (см. например, работы [15—19]).

1. ИСТИНА И ИСТИННОСТЬ

Не будет большим преувеличением сказать, что в основе развития неклассических логических исчислений лежат понятия Истины и истинности. Анализом, что есть истина и истинность, занимались многие известные философы и ученые. Собственно, все человеческое знание вращается вокруг этого вопроса. Еще в Древней Греции он исследовался в трудах Ксенофана (противопоставление истины, иногда открывающейся в процессе познания, и мнения — удела всех), Парменида (идея доказательства, учение о тождестве бытия и мышления), Демокрита (истина как соответствие мыслей чувственной картине мира), древнегреческих софистов: Протагора, Горгия, Антифонта и др. (непознаваемость либо относительность истины), киников: Диогена Синопского, Антисфена (идея противоречия, истинность только единичного), мегариков: Эвклида из Мегары, Эвбулида (истинность только общего) и др. [20]. Уже упоминавшийся Гераклит рассуждал о чувственном и рациональном (логос) познании, подчеркивал диалектичность истины. С точки зрения Аристотеля истина — это соответствие знания вещам (и здесь он согласен с Демокритом). В свою очередь Платон считал, что истина — это вечное и неизменное свойство идеальных объектов. Его взгляды позже разделял Августин. В новое время вопрос о том, что есть истина, обсуждался в трудах Г. В. Лейбница, Д. Юма (истина как соответствие мышления ощущениям субъекта), И. Канта (истина как согласие мышления с самим собой, с его априорными формами) [21]. Из ученых новейшего времени вопросами истинности занимались Г. Фреге, Л. Витгенштейн, Р. Карнап, Дж. Кемени, У. В. Куайн, К. Поппер и др.

В философии, следуя за Лейбницем, Юмом, Кантом понятия истины и истинности разделяют на два: *логическую (аналитическую)* и *фактическую (синтетическую)* истинности (по Лейбницу — истину разума и истину факта). *Логическая истинность* обусловлена формально логической структурой предложения и принятыми при его рассмотрении законами логики, т. е. предложение есть истина, если оно является аксиомой или следует из принятых аксиом в соответствии с правилами вывода. Считается, что логическая истинность есть истина во всех возможных мирах. У Лейбница логическая истинность называлась также *необходимой истинностью. Фактическая истинность* устанавливается из анализа содержания предложения. Например: «Москва — столица России», «$2 \times 2 = 4$», «Атом кислорода двухвалентен» и т. п. Согласно Фреге, предложение аналитически истинно, если в процессе его доказательства использовались только общие логические законы и определения. В свою очередь, оно синтетически истинно, если его доказательство требует также предложений какой-либо специальной науки (в связи с этим Витгенштейн считал, что логическая истинность сводится к простой тавтологии и ничего не дает в понимании мира [22]). По Куайну [23] логическая истинность — это законы логики, а синтетическая истинность — результат подстановок в эти законы. Математика внесла дополнительные представления в этот вопрос. Так, в работах Пирса и Фреге появляются истинностные константы T и F (Истина и Ложь). Тарский вводил металогический предикат истинности $T(a)$ и считал, что предложение a истинно, если в его метатеории доказуема формула $T(a)$. Кемени [24] связывает понятие истинности с понятием логической модели. При этом он уже разделяет аналитически истинные и логически истинные предложения: аналитически истинное предложение выполняется во всех возможных интерпретациях, а логически истинное получается из первого подстановкой нелогических констант вместо свободных переменных (см. работу [25]).

До появления неклассических логических исчислений и проникновения идей математики в логику понятия истины и истинности нередко отождествлялись. Во многих текстах можно легко заменять одно слово на другое без каких-либо смысловых потерь или искажений. Для классической логики отождествление понятно. Она в принципе интересуется только теми предложениями, которые истинны. Собственно нет особой необходимости даже в понятии ложности, поскольку оно выводится из истинности посредством связки «не»: «не-истинность»; ложность есть отсутствие истинности. Положение резко меняется с переходом к многозначным логикам. Здесь «истина» является уже одним из трех или более значений «истинности», под которой будем понимать *выраженное в числовой, лингвистической или какой-либо иной форме свойство суждения, характеризующее соответствие суждения отраженному в нем вещественному или идеальному миру (мирам)*. В многозначных логиках истинность обычно представляется связанной с суждением a переменной величиной $\|a\|$, принимающей значения из некоторого множества чисел или лингвистических выражений (например, «Истина», «Ложь», «Противоречие», «Неопределенность» и др., которые в свою очередь также выразимы числами). При этом если речь идет о числах, точную верхнюю границу соответствующего множества обычно отождествляют с Истиной, а точную нижнюю — с Ложью. Иначе говоря, в существующих логических системах Истина (и Ложь) есть *значения* истинности.

Сохраняя приведенный взгляд на истинность как на свойство суждения, характеризующее соответствие суждения отраженному в нем миру (мирам), в настоящей работе под Истиной (и Ложью) уже будем понимать имена *аспектов* (т. е. сторон) такого соответствия. При этом сами аспекты выражаются числами, значения которых определяется системой аргументов (сведений, свидетельств, мнений и т. п.), подкрепляющих данный аспект. Так аргументы в пользу Истины (аргументы, подтверждающие суждение a) увеличивают значение аспекта Истина, а аргументы в пользу Лжи (опровергающие a) увеличивают аспект Ложь. Ложь становится такой же конструктивно определимой величиной, как и Истина (в части конструктивности Истины и Лжи пересекаемся с точкой зрения Д. Нельсона [26, 27]). Такое представление истинности допускает возможность существования и иных, кроме Истины и Лжи, аспектов истинности (например, «Возможно Да» и «Возможно Нет», если вести речь о будущих случайных событиях, так как говорить об Истине и Лжи еще не произошедших событий затруднительно, и т. п.). Упорядочивая сами аспекты определенным образом, приходим к формализации истинности вектором $\|a\| = \langle a^1, a^2, ..., a^n\rangle$, где $a^1, a^2, ..., a^n \in [0, 1]$ — значения аспектов для суждения a. Векторное представление оценок истинности суждений — главный пункт отличия обсуждаемого здесь и в работах [15—19] подхода от того, что было сделано другими авторами. Подробнее рассмотрим соображения, позволяющие считать эту конструкцию небезынтересной.

2. ОСНОВАНИЯ ВЕКТОРИЗАЦИИ ИСТИННОСТИ. ЛОГИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ И КОНСТРУКТИВНОСТЬ ИСТИННОСТИ

Одна из наиболее интересных особенностей векторного представления истинности заключается в том, что оно позволяет разрабатывать логики, свободные от принципов противоречия и исключенного третьего. Нельзя не признать, что известные многозначные логики, декларируя отказ от данных принципов, тем не менее, сохраняют их, хотя и в ином виде. Так, в конечнозначных логиках принцип исключенного третьего заменяется принципом исключенного n-го. Нельзя в них по-настоящему говорить и об отказе от принципа противоречия. Мысль о том, что какие-то два или более значений истинности могут реализовываться совместно, приводит в них к необходимости увеличивать «значность» истинности, т. е. строить новую логику. Несколько более последовательны в этом смысле нечеткие логики, в которых истинность $\|a\|$ считается принадлежащей интервалу [0, 1], а между истинностями утверждения a и его отрицания $\neg a$ существует связь, выраженная уравнением:

$$\|a\| + \|\neg a\|. \tag{1}$$

Это позволяет суждению быть одновременно и истинным и ложным, однако фактически сохраняет принцип исключенного третьего: все, что не подтверждает Истину (т. е. $\|a\|$) подтверждает Ложь (т. е. $\|\neg a\|$). Более интересной с указанной точки зрения выглядит теория свидетельств Шефера [8], где указанное равенство заменено неравенством $\|a\| + \|\neg a\| \leqslant 1$. Однако там требуется равенство 1 суммы масс всех подмножеств множества окружения Θ, что ведет к показательному росту объема вычислений с ростом мощности множества Θ (множеством окружения в теории Шефера называют полное множество взаимоисключающих гипотез — ответов на некоторый вопрос, свидетельства в пользу которых мы собираем; масса подмножества $X \subseteq \Theta$ есть обусловленное свидетельствами число из интервала [0, 1], показывающее меру доверия к тому, что гипотеза-ответ содержится в подмножестве X).

Векторное представление истинности свободно от данных принципов. Рассуждая, например, о векторе с компонентами ⟨Истина; Ложь⟩ вполне можно допустить существование и каких-то иных аспектов истинности. При этом даже не обязательно знать, сколько их и что они означают. Аргументы в пользу каких-либо аспектов сверх Истины и Лжи не изменят проекцию вектора на плоскость Истина—Ложь и все результаты, полученные с учетом только этих аспектов, сохранят свою силу так сказать «автоматически». Это делает излишним принцип исключения.

Отсутствие принципа противоречия выражается в свою очередь тем, что данное представление позволяет независимым образом аккумулировать в одном (векторном) значении истинности аргументы в пользу каждого из введенных аспектов истинности. Например, совместно как аргументы «за» (аспект Истина), так и аргументы «против» (аспект Ложь), если мы собираемся иметь дело с ними. Аналогично и с другими возможными аспектами. Всякое изменение значения какого-либо из аспектов не обязано затрагивать другие аспекты, а если такая взаимосвязь предполагается, ее можно ввести дополнительно (причем она может даже выглядеть более сложным образом, чем, например, в уравнении (1)).

Последний важный момент связан с конструктивностью истинности. Ни классическая, ни известные многозначные логики не являются до конца конструктивными в том смысле, что недостаток аргументов в пользу одного из значений истинности необходимо рассматривать как аргумент в пользу какого-либо (каких-либо) из оставшихся (например, отсутствие свидетельств в пользу Истины есть свидетельство в пользу Лжи). Это в известной мере относится и к логикам, обеспечивающим конструктивность Истины и Лжи (см. например, работы [4, 26—29]). Здесь же каждый из аспектов аргументируется независимо от других и отсутствие таких аргументов для того или иного аспекта означает лишь, что его значение равно нулю. Таким образом, третий логический принцип — достаточного основания — становится главным и усиливается до принципа «полной конструктивности истинности» (требования конструктивного определения значения каждого из аспектов, образующих вектор). Поскольку в задачах обработки и анализа данных может потребоваться оценка степени их информационной избыточности (приводящей к противоречию) или информационного дефицита (что ведет к невозможности принять аргументированное решение), такая конструктивность векторного подхода может оказаться полезной. Например, это позволяет отличить ситуацию, когда в систему поступили, скажем, свидетельства силой 0,8 в пользу Истины и 0,8 в пользу Лжи (вектор $\langle 0{,}8;\ 0{,}8\rangle$) от ситуации, когда свидетельства имели силу 0,2 — Истина и 0,2– Ложь (вектор $\langle 0{,}2;\ 0{,}2\rangle$). Нечеткая логика в этих случаях предлагает значение истинности 0,5 (так называемый «принцип безразличия»), что методологически неверно. В свою очередь конечнозначные семантики не различат, например, суждения со значениями истинности $\langle 0{,}8;\ 0{,}8\rangle$ и $\langle 1;\ 1\rangle$, занеся их в один и тот же класс противоречивых суждений. Аналогично и с парой векторов $\langle 0;\ 0\rangle$ и $\langle 0{,}2;\ 0{,}2\rangle$, соответствующие суждения также попадут в единый класс «неопределенных» суждений (в паранепротиворечивых логиках в этих случаях говорят, соответственно, о пресыщенной оценке и истиннозначном провале [29]). Векторный подход к формализации истинности свободен от этих недостатков.

3. ОСНОВАНИЯ ВЕКТОРИЗАЦИИ ИСТИННОСТИ. МНОГОФАКТОРНЫЕ СУЖДЕНИЯ

Взгляд на истинность, как на двузначную величину восходит к тезису Аристотеля о том, что «о чем бы то ни было истинно или утверждение, или отрицание» [30], выражающему суть закона исключения третьего. Позже, как уже говорилось, в работах Ч. Пирса и Г. Фреге этот тезис обрел форму двух истинностных констант T и F — Истина и Ложь, исчерпывающих, в силу этого закона, все возможные значения истинности. В свою очередь, уже не раз упоминавшийся закон запрещения противоречия по Аристотелю гласит, что «невозможно, чтобы одно и то же вместе было и не было присуще одному и тому же в одном и том же смысле» [2].

При работе со сложными, плохо формализованными предметными областями нередко возникают ситуации, когда приходится работать с суждениями, истинность которых в классическом понимании неочевидна. В этом случае порой приходится иметь дело с одновременным утверждением и отрицанием каких-либо фактов, свойств и отношений объектов предметной области. Более того, сама природа объектов может быть такова, что они одновременно аккумулируют в себе как утверждение, так и отрицание своих свойств.

Рассмотрим несколько утверждений: «Наши сотрудники — специалисты своего дела», «Анна любит детей», «Петр знает математику», «Степан — хороший человек» и т. п. В попытках объяснить, почему сделаны подобные утверждения, обычно перечисляются примеры, подкрепляющие (Истина), по мнению говорящего, его слова. При этом не исключено, что существует также и серия опровергающих (Ложь) примеров. Ясно, что каждый конкретный пример, равно как и их ограниченная выборка, не исчерпывают сути суждения в целом. Содержание фразы может быть раскрыто только через все (или наиболее значимые для нас) факты или явления, связанные с данным утверждением (если некто «доказывает» подобное заявление специально отобранными фактами мы справедливо говорим об их «подтасовке»).

Рассмотрим еще ряд суждений, которые назовем *оценочными*: «Экзаменуемый освоил предмет», «Устройство отвечает сертификационным требованиям», «Ситуация опасна» и т. п. Основанием для них, как правило, служит набор тестовых испытаний или критериев, оценивающих что-либо на соответствие уровню предъявляемых требований. К этим же суждениям относятся многие виды морально-этических, профессиональных и иных оценок, связанных с нашими поступками (по существу — тестами) в различных обстоятельствах, оценки фактов, событий, явлений и т. д. При желании любое из таких суждений может быть объявлено только истинным или ложным, однако практика заставляет нас пользоваться более сложной системой оценок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «плохо», «высший сорт», «1-й сорт», «2-й сорт» и т. п. Это связано с тем, что обычно объект или субъект удовлетворяет лишь части установленных критериев или удовлетворяет им не в полной мере. Если же наряду с «разрешающими» ввести «запрещающие» критерии, соответствие которым оценивается негативным образом, установить для всех критериев весовые коэффициенты и стремиться учитывать как «правильные», так и «неправильные» «ответы», то двузначные или даже многозначные, но скалярные оценки (которые можно интерпретировать как истинности соответствующих суждений) будут сильно огрублять логику явления. Более выразительным в этом смысле выглядит векторный подход к оцениванию, который может обеспечить независимое накопление оценок в разных аспектах вектора истинности (например, подтверждающие — в аспекте Истина, а опровергающие — в аспекте Ложь).

Обобщая перечисленные примеры, будем говорить о *многофакторных* суждениях, подразумевая под ними такие суждения, *истинность которых определяется комплексом свидетельств (факторов), каждый из которых вносит свой собственный вклад в общее значение истинности всего суждения в целом.* Как представляется, формализация истинности таких суждений в векторной форме обладает более сильными выразительными возможностями по сравнению с традиционными подходами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Векторность истинности означает, что (в общем случае) нет необходимости согласовывать Истину и Ложь (а также возможные другие аспекты истинности) между собой, а значит, более последовательно можно формализовать и учитывать противоречивость и дефицит данных.

В системах обработки данных «автоматически» появляется возможность описывать и исследовать не только *противоречивые,* но также и *«логически-неопределенные»* суждения, т. е. суждения, информация по которым ненадежна или малодостоверна.

Как представляется, это поможет:

— пользоваться системами знаний, не требующими обязательной внутренней непротиворечивости, а, следовательно, не нуждающимися в соответствующих доказательных процедурах;

— разработать средства логического вывода, не критичные к нарушению принципов противоречия и исключения третьего.

В целом, переход к векторному формализму целесообразен, в частности, в том случае, когда Истина и Ложь суждений определяется комплексом свидетельств (факторов) так, что Ложь оказывается не выводимой из отсутствия (недостатка) Истины, а Истина — из отсутствия (недостатка) Лжи.

Автор благодарит д-ра техн. наук, профессора Н. А. Абрамову за ценные советы и замечания, высказанные в ходе работы над статьей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ивин А. А.* Логика. Учебное пособие. — М.: Знание, 1998. — 240 с.
2. *Аристотель.* Сочинения. — М.: Мысль, 1981. — Т. 3. — 613 с.
3. *Математическая* энциклопедия: — М.: Советская энциклопедия, 1979. — Т. 2. — 1104 с.
4. *Карпенко А. С.* Многозначные логики. — М.: Наука, 1997. — 223 с.
5. *Васильев Н. А.* Воображаемая логика. Избранные труды. — М.: Наука, 1989. — 264 с.
6. *Мендельсон Э.* Введение в математическую логику. — М.: Наука, 1984. — 320 с.
7. *Zadeh L. A.* Fuzzy sets // Information and Control. — 1965. — N 8. — P. 338—353.
8. *Shafer G.* A Mathematical Theory of Evidence. — Princeton and London: Princeton University Press, 1976. — 297 p.
9. *Пойа Д.* Математика и правдоподобные рассуждения. — М.: Наука, 1975. — 464 с.
10. *Duda R. O., Hart P. E., Nilsson N.* Subjective Bayesian Methods for Rule-Based Inference Systems // Proc. of the National Computer Conference, AIFIPS. — 1976. — 45. — P. 1075—1082.
11. *Shortliffe E. H., Buchanan B. G.* A model of inexact reasoning in medicine // Mathematical Bioscience. — 1975. — N 23. — P. 351—379.
12. *Искусственный* интеллект. — В 3-х кн. Кн. 2. Модели и методы: Справочник / Под ред. Д. А. Поспелова — М.: Радио и связь, 1990. — 304 с.
13. *Непейвода Н. Н.* Прикладная логика. — Ижевск: Удм. ун-т, 1997. — 385 с
14. *Lukasiewicz J.* Z zagadnien logiki i filozofii. Pisma wybrane. — Warszawa: PWN, 1961.
15. *Аршинский Л. В.* О семантиках классической логики // Logical Studies [Электронный ресурс]. — 2000. — № 5. <http://www.logic.ru/LogStud/05>.
16. *Аршинский Л. В.* Многозначные логики с векторной семантикой / Иркутск: ВСИ МВД России, — 2003.– 46 с. — Деп. в ВИНИТИ 13.02.03, № 281-В2003.
17. *Аршинский Л. В.* Оценка истинности взаимоисключающих свидетельств средствами векторной логики // Тр. Байкальской всеросс. конф. «Информационные и математические технологии». — Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2004. — С. 188—194.
18. *Аршинский Л. В.* Приложение логик с векторной семантикой к описанию случайных событий и оценке риска // Проблемы анализа риска. — 2005. — Т. 2. — № 3. — С. 231—248.
19. *Аршинский Л. В.* Интервальное оценивание истинности в системах автоматизированных рассуждений на основе V^{TF}-логик // Тр. IV междунар. конф. «Идентификация систем и задачи управления». SICPRO'05. Москва 25—28 января 2005 [Электронный ресурс]. — М. 2005. — С. 1061—1074.
20. *Чанышев А. Н.* Курс лекций по древней философии. — М.: Высшая школа, 1981. — 374 с.
21. *Большой* энциклопедический словарь. — М.: Большая российская энциклопедия; СПб.: Норинт, 2000. — 1456 с.
22. *Витгенштейн Л.* Логико-философский трактат / Пер. с нем. — М., 1958.
23. *Quine W. V.* Carnap and logical truth // Synthese. — 1960. — N 2.
24. *Kemeny J.* A new approach to semantics // J. of Symbolic Logic. — 1956. — Vol. 21. — N 1, 2.
25. *Философская* энциклопедия. — М.: Советская энциклопедия, 1964. — Т. 3. — 584 с.
26. *Nelson D.* Constructible falsity // Journal of Symbolic Logic. — 1949. — Vol. 14. — P. 16—26.
27. *Almukdad A., Nelson D.* Constructive falsity and inexact predicates // J. of Symbolic Logic. — 1984. — Vol. 49. — P. 231—233.
28. *Dunn J. M.* Algebra of Intensional Logics. Doctoral Dissertation University of Pittsburg. — Ann Arbor, 1966.
29. *Смирнова Е. Д.* Вопросы семантики паранепротиворечивых логик // Online Journal «Logical Studies» [Электронный ресурс]. — 1999. — № 2. <http://www.logic.ru/LogStud>.
30. *Аристотель.* Сочинения. В 4-х т. Т. 2. — М.: Мысль, 1978. — 687 с.

☎ *(3952) 51-13-65*

e-mail: arsh@esi.irk.ru ❑