

# УПРАВЛЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТЬЮ И СТОЙКОСТЬЮ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ<sup>1</sup>

А. А. Кочкаров, Г. Г. Малинецкий

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша, г. Москва

Построена математическая модель распространения внешних негативных воздействий по структуре сложной системы. Введены качественные и количественные характеристики, оценивающие подверженность элементов системы негативным воздействиям в зависимости от положения элементов в структуре системы. В ходе исследования модели выявлено несколько синергетических эффектов.

## ВВЕДЕНИЕ

Моделирование сложных систем позволяет исследовать особенности их функционирования в различных условиях, наделять их требуемыми характеристиками и снижать риск возникновения *чрезвычайных ситуаций* (ЧС). Закономерен вопрос — возможно ли в построенной математической модели сложной системы учесть каждый из ее многочисленных элементов?

Рассмотрим проблему с позиций теории самоорганизации — синергетики и теории управления рисками. В математической модели исследуемой системы должны быть представлены основные элементы, по поведению, качеству и эффективности функционирования которых можно достоверно судить о всей системе. Такой подход в исследованиях, когда без детального представления сложных систем, процессов и явлений в них протекающих, принято называть *системным синтезом* [1]. О результативности этого подхода можно судить по многим работам [1—4]. Его плодотворность наглядно подтверждает цикл работ научной школы В. В. Кульбы [3], посвященный исследованиям по управлению рисками. В этих работах для моделирования поведения систем со сложной структурой были применены методы теории взвешенных ориентированных графов. Такой подход уже позволил обнаружить ряд синергетических эффектов [4] в поведении систем со сложной структурой.

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 04-01-00510).

В настоящей работе этот подход реализован в виде вероятностно-детерминистической модели, описывающей распространение внешних воздействий (различного характера) по элементам исследуемой системы. В основе модели лежат формализации структуры системы в виде ориентированного графа и внешнего негативного влияния на систему в виде импульсного воздействия.

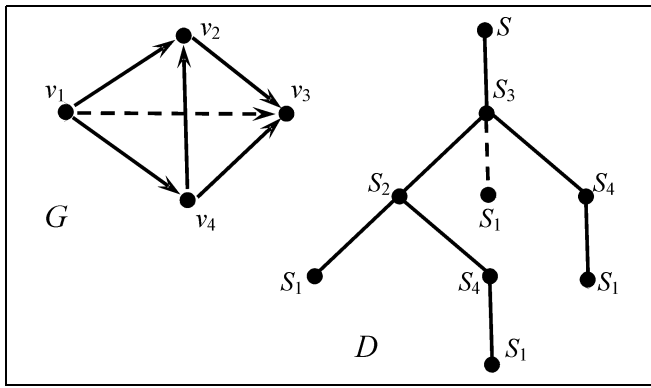
## 1. НАДЕЖНОСТЬ, ЖИВУЧЕСТЬ И СТОЙКОСТЬ

Под *системой* в кибернетике принято понимать объединение любых элементов, рассматриваемых как связанное целое. Факт непосредственного (без посредников) взаимодействия между двумя элементами системы и определяет наличие *связи* между ними. Общую картину связей между всеми элементами системы отражает *структура системы*.

С точки зрения концепции безопасности [5], всякую сложную техническую систему следует изучать с трех основных позиций: *надежности системы, живучести системы и ее безопасности*.

*Надежность* [6] — свойство системы сохранять в течение определенного промежутка времени значения параметров, характеризующих функционирование системы.

Теория надежности использует аппарат теории вероятностей и математической статистики. Как правило, для оценки возможности возникновения опасного для окружающей среды состояния системы используется *дерево событий (отказов)* (рис. 1). *Дерево событий (отказов)* — это диаграммное представление всех событий (отказов), последовательное и (или) совместное появление которых в системе приводит к некоторому главному



**Рис. 1.** Двухполюсный граф  $G$  и дерево отказов  $D$ .

Вершины  $v_1$  и  $v_3$  — полюсные вершины. На вершину  $v_1$  подается сигнал, который должен достичь вершины  $v_3$ . Главное событие  $S$  — недостижение сигнала из вершины  $v_1$  вершины  $v_3$ . Промежуточные события  $S_i, i = \{1, 2, 3, 4\}$ , — недостижение сигналом вершины  $v_i$ . Пунктиром изображены резервное соединение (на графе  $G$ ) и соответствующее ему событие (на дереве  $D$ ). Считая надежность (вероятность безотказной работы в течение некоторого промежутка времени) для всех вершин графа равной 0,9, получаем, что надежность функционирования коммуникационной сети в виде графа  $G$  без резервного соединения равна  $P(\bar{S}) = 1 - (1 - P(S_3 S_4 S_1))(1 - P(S_3 S_2 S_1)) \times (1 - P(S_3 S_2 S_4 S_1)) = 1 - (1 - 0,93)(1 - 0,93)(1 - 0,94) \approx 0,975$ , с резервным —  $P(\bar{S}) = 1 - (1 - P(S_3 S_4 S_1))(1 - P(S_3 S_2 S_1))(1 - P(S_3 S_2 S_4 S_1))(1 - P(S_3 S_1)) = 1 - (1 - 0,93)(1 - 0,93)(1 - 0,94)(1 - 0,92) \approx 0,995$ . Событие  $\bar{S}$  — событие противоположное событию  $S$ , т. е.  $\bar{S}$  — функционирование коммуникационной сети  $G$

событию (возможно, потенциально опасному происшествию).

В сложных многоэлементных системах к потенциально опасному происшествию могут привести последовательные и (или) совместные отказы различных элементов системы. Поэтому для повышения надежности элементов (вероятности безотказной работы) системы, и как следствие, надежности самой системы, применяются различные методы резервирования [6] (см. рис. 1).

*Живучесть*—свойство системы, характеризующее ее способность функционировать под влиянием внешних воздействий (нагрузок), возбуждаемых в окружающей систему среде.

Изучение живучести систем возможно на основе вероятностных моделей, в рамках математической теории надежности [6], и на основе детерминистических, в рамках механики катастроф [5].

Вероятностную модель, описывающую живучесть системы, принято называть *прочностной моделью*. Под действием внешней нагрузки прочность системы постепенно уменьшается до тех пор, пока система не откажет. Внешние нагрузки описываются случайной величиной (функцией), и как правило, не приводят к скачкообразному изменению прочности системы.

Детерминистическая модель живучести системы лежит в основе механики катастроф [5]. Объектом исследования механики катастроф являются системы, испытывающие постоянные внешние воздействия (нагрузки).

Простым примером таких систем служат инженерные конструкции. В рамках механики катастроф исследуются процессы накопления повреждений, достижения предельного (критического) состояния, реакции элементов конструкций на внешние воздействия.

Особое место в механике катастроф занимает изучение процесса закритического поведения элементов конструкций (систем), который и приводит к тем или иным нежелательным событиям (авариям, катастрофам и т. д.).

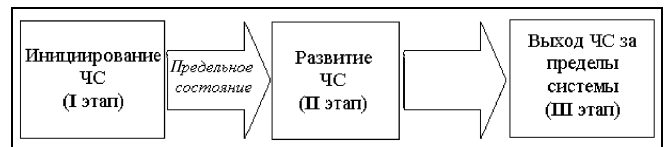
Внешние воздействия делят на воздействия природного [1] и техногенного [5] характера. Ко вторым относятся и воздействия, вызываемые умышленными действиями человека. В зависимости от интенсивности и мощности оказываемых на систему воздействий рассматриваются нормативные (проектные) и экстремальные (сверхнормативные) нагрузки. В первом случае изучается живучесть системы в штатных (нормальных) условиях функционирования, когда переход в аварийное состояние возможен при длительном накоплении системой повреждений и достижении предельного (критического) состояния. Во втором случае изучается живучесть системы, когда возможен относительно быстрый переход в аварийное состояние — форс-мажорные обстоятельства.

Механика катастроф занимается не столько изучением различного рода воздействий, сколько созданием аппарата перехода от воздействий к расчетным действующим нагрузкам.

Живучесть и надежность систем являются теми характеристиками, которые позволяют оценить риск возникновения ЧС при эксплуатации сложных технических систем. Используя эти критерии, можно обеспечить безопасность систем при ЧС или наделить системы необходимыми качественными характеристиками, не допускающими возникновения ЧС. В схеме, представленной на рис. 2, надежность и живучесть описывают переход от первого этапа ко второму. Живучесть системы предполагает тщательное описание поведения систем (в отличие от надежности) при имеющихся внешних воздействиях на систему как в докритической области (до ЧС), так и в закритической (при развитии ЧС). Третий этап предполагает изучение возможных последствий ЧС на окружающую систему среду и лежит в области обеспечения *безопасности* систем.

Согласно рассмотренной схеме безопасность системы можно обеспечить несколькими способами: не допустить развитие ЧС в системе, не допустить выхода ЧС за пределы системы и свести к возможному минимуму влияние аварий на окружающую систему среду.

Напомним, *структура системы* [7] отражает общую картину причинно-следственных взаимосвязей элементов системы. Во многих случаях сложность системы оп-



**Рис. 2.** Схема развития чрезвычайных ситуаций

ределяется сложностью ее структуры. Для подобных технических систем исследование иницирования ЧС (I этап, см. рис. 2) внешними воздействиями имеет особое значение. Важно оценивать, как от структуры системы зависит достижение системой предельного состояния (критического уровня), за чертой которого риск возникновения ЧС резко возрастает.

В рамках модели, предлагаемой в настоящей работе, сложная техническая система считается подвергнутой влиянию внешних воздействий. Это соответствует попаданию системы в зону “форс-мажорных обстоятельств” (под влияние ненормативных нагрузок).

*Стойкостью* системы назовем ее способность противостоять внешним воздействиям и функционировать в штатном режиме на этапе иницирования ЧС, т. е. в докритической области функционирования системы. Другими словами, стойкость — это живучесть системы в докритической области функционирования, под влиянием внешних ненормативных воздействий (нагрузок). Поэтому основной характеристикой стойкости системы будет служить время достижения системой предельного состояния. Увеличение этого промежутка времени будет способствовать уменьшению риска развития ЧС в системе.

## 2. НАДЕЖНОСТЬ КАК ПОКАЗАТЕЛЬ КАЧЕСТВЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЭЛЕМЕНТА СИСТЕМЫ

Существуют различные виды внешних воздействий, оказывающих влияние на систему. Воздействия могут быть механические, термические, электромагнитные, биохимические, радиационные, гидродинамические и др. Как правило, основными считают первые три из перечисленных. Всякое воздействие вызывает повышение нагрузки на те или иные элементы системы. Повышение нагрузки на отдельно взятый элемент системы отражается на состоянии этого элемента выполнять свои функции.

Установление связи между нагрузками  $\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \dots, \sigma_{i_n}$ , вызываемыми воздействиями различного рода, как уже отмечалось, является одной из важных задач механики катастроф. Установление такой связи позволяет ввести функционал

$$\zeta = \Phi(\sigma_{i_1}(t), \sigma_{i_2}(t), \dots, \sigma_{i_n}(t)), \quad (1)$$

задающий зависимость *показателя качественного состояния*  $\zeta$  некоторого элемента системы от нагрузок  $\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \dots, \sigma_{i_n}$ , вызванных внешними воздействиями в момент времени  $t$ . Для механических систем, все элементы которых являются механическими, функционал (1) имеет вид  $\zeta_M = \Phi(\sigma_D(t), \sigma_N(t))$ , где показателем качественного состояния  $\zeta_M$  элементов системы выступают повреждения, накопленные элементом к моменту времени  $t$ . Деформация  $\sigma_D$  и напряжение  $\sigma_N$ , возникающие у элемента системы, служат количественными представлениями полученных при внешних воздействиях нагрузок и поражений.

Как показывает практика, сложные системы состоят из взаимодействующих элементов различной природы (механической, радиоэлектронной и др.). Поэтому не для всех сложных систем удается точно воспроизвести

функционал, определяемый выражением (1), в левой части которого как показатель качественного состояния элемента системы выступают накопленные за время внешнего поражающего воздействия повреждения. В такой ситуации как показатель качественного состояния элемента разумно использовать его *надежность*. Надежность элемента уменьшается при получении им повреждений, вызванных внешними воздействиями.

Функционирование системы предполагает постоянное взаимодействие образующих его элементов. Поэтому внешние воздействия, причинив повреждения одним элементам системы, окажут влияние на показатели качественного состояния (надежности) и элементов, не подвергнувшихся влиянию этого воздействия непосредственно; т. е. повышение нагрузки будет наблюдаться не только у тех элементов системы, которые оказались под влиянием внешних воздействий, но и у элементов, взаимодействующих (связанных) с ними. Это приведет к понижению надежности последних. Надо отметить, что речь идет только о нагрузках, которые не являются нормативными, т. е. учитываемыми при проектировании и эксплуатации системы. Нормативные нагрузки не должны приводить к повреждениям, резко ухудшающим надежность элементов системы.

## 3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОРАЖАЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ ПО СИСТЕМЕ

Следуя известным подходам к повышению надежности систем и их элементов, не представляется возможным продублировать все элементы системы, попадающей под внешнее влияние. Поэтому требуется изучить реакцию системы на “стороннее” влияние, найти наиболее уязвимые “места” системы и рекомендовать их к резервированию.

Опыт исследования многих сложных систем показывает, что на начальном этапе анализа их элементы целесообразно представлять в виде вершин графа, наделенных определенными свойствами, а взаимодействие описывать с помощью ребер. Будем считать тождественными следующие понятия: *граф системы и структура системы, вершина графа и элемент системы, ребро графа и связь между элементами системы*.

Для всякого конечного графа будем пользоваться обозначением —  $G = (V, E)$ , где  $V = \{v_i\}, i = \overline{1, n}$  — множество вершин, а  $E = \{e = (v, u)\}$  — множество его ребер [8].

Распространение воздействия от одного элемента системы к другому будем задавать на графе системы *ориентированным ребром* — ребром с заданными началом и концом. Ориентированное ребро часто называют *дугой*, а граф с дугами — *орграфом* [8]. Орграф структуры моделируемой системы не будет иметь петель (т. е. дуг, конец и начало которых совпадает).

*Надежностью элемента* системы будем считать вероятность  $P(t < T)$  того, что элемент будет работоспособен в течение времени  $T$  с момента начала эксплуатации. Но надежностей элементов, приписываемых соответствующим вершинам графа системы, недостаточно для полного формального представления системы. Воздействие при прохождении от одного элемента к другому теряет свою “силу”. Надежность элемента системы и



долю уменьшения воздействия при переходе от одного элемента к другому можно получить экспериментально или путём экспертного анализа.

Таким образом, на орграфе  $G = (V, E)$  системы для вершины  $v_i \in V, i \in \{1, 2, \dots, n\}$  весом  $w_i(t) = P_{v_i}(t < T)$  является значение надежности элемента системы, соответствующего вершине  $v_i$ . А весом  $w(v_i, v_j) = \varepsilon_{ij}, j \in \{1, 2, \dots, n\}, i \neq j$ , дуги  $(v_i, v_j) \in E$ , причем со знаком “+”, является число  $0 < \varepsilon_{ij} \leq 1$ , равное сохранившейся доле передаваемого воздействия, при переходе от вершины  $v_i$  к вершине  $v_j$ .

Процесс изменения весов вершин графа системы можно отразить следующим правилом, называемым *импульсным воздействием*. Импульсное воздействие определяется импульсом  $imp_j(t), j \in \{1, 2, \dots, n\}$ , в дискретном времени  $t = 0, 1, 2, \dots$ , который задается отношением

$$imp_j(t) = w_j(t)/w_j(t-1) \text{ при } t > 0. \quad (3)$$

Тогда для  $t \geq 0$  для  $i$ -й вершины графа  $G$  определим импульсное воздействие

$$w_i(t+1) = w_i(t) \prod_{k=1}^{\deg v_i} \varepsilon_{ki} imp_k(t), \quad (4)$$

или

$$imp_j(t+1) = \prod_{k=1}^{\deg v_j} \varepsilon_{kj} imp_k(t), \quad (5)$$

полагая, что  $\deg v_i$  — число входящих в вершину  $v_i$  дуг.

Формулы (3)–(5) задают изменения весов вершин графа  $G = (V, E)$ , тем самым определяя динамику распространения внешних воздействий по системе.

*Автономное импульсное воздействие* на взвешенном орграфе  $G$  определим по правилу (3) с вектором начальных значений  $W(0) = (w_1(0), w_2(0), \dots, w_n(0))$  и вектором импульсов

$$Imp(0) = (imp_1(0), imp_2(0), \dots, imp_n(0)), \quad (6)$$

задающим импульс  $imp_j(0)$  в каждой вершине  $v_j$  в момент времени  $t = 0$ . Автономное импульсное воздействие в паре с вектором начальных значений описывает состояние системы в начальный момент времени, когда под влияние внешних поражающих воздействий попадают все элементы системы.

Автономное импульсное воздействие, в котором вектор  $imp(0) = (1, 1, \dots, imp_i(0), \dots, 1), imp_i(0) > 0$ , имеет только  $i$ -ю отличную от единицы компоненту, назовем *простым воздействием с начальной вершиной*  $v_i \in V$ . Простое импульсное воздействие описывает состояние системы в начальный момент времени, когда внешнее воздействие поражает один из элементов системы. А именно тот, который соответствует  $i$ -й вершине графа системы.

В соответствии с описанным импульсным воздействием на орграфе, можно ввести различные критерии (признаки) достижения системой предельного состоя-

ния. К примеру, можно считать, что система находится в предельном состоянии, если надежность хотя бы одного из наиболее значимых элементов системы, например, элемента  $v_i \in V$  ниже некоторого допустимого уровня. Этот уровень будем называть *критическим уровнем* надежности элемента и обозначим его как  $cr(v_i)$ . Введенный критерий четко разделяет докритическое и за-критическое состояния элемента системы. Если надежность элемента ниже критического уровня, то элемент не в состоянии выполнять возложенных на него функций или функционировать требуемое время.

Представление исследуемой системы в виде взвешенного по правилу (2) графа  $G = (V, E)$  и формализация внешнего влияния на систему как автономного импульсного воздействия (3)–(6) определяет *модель распространения поражающих воздействий по системе*.

Исследование построенной модели необходимо для решения важной задачи — выяснить, как внешнее воздействие распространяется по структуре системы и влияет на качественное состояние ее элементов.

Поставленная задача требует введения ряда параметров, отражающих подверженность элемента системы внешним воздействиям в зависимости от “положения” элементов в структуре системы.

*Структурной уязвимостью*  $v(u)$  вершины  $u \in V$  назовем число путей, концом которых является вершина  $u$ .

Структурная уязвимость элемента дает качественную оценку его расположения в структуре системы. Она позволяет судить о том, насколько безопасно расположение элемента в структуре системы относительно других элементов во время поражающих воздействий.

Важно знать, как к окончанию времени распространения импульсного воздействия по графу системы изменились надежности элементов системы. *Предельной надежностью вершины*  $u$  назовем значение надежности соответствующего ей элемента системы на момент окончания времени воздействия и обозначим ее через  $br(u)$ .

Можно подсчитать сумму длин всех путей, концом которых является вершина  $u$ . Обозначим эту сумму через  $ps(u)$  и назовем её *мерой структурной уязвимости* вершины  $u$ .

*Конденсацией* [9] графа  $G = (V, E)$  будем называть граф  $G^* = (V^*, E^*)$  полученный из графа  $G$  стягиванием в некоторую вершину каждого контура.

**Теорема 1.** *Предельная надежность  $br(u)$  вершины  $u \in E$  графа  $G^* = (V^*, E^*)$  с равными весами  $\varepsilon$  для всех ребер из  $E^*$  при автономном импульсном воздействии с начальным импульсом  $imp_0$ , одинаковым для всех вершин из  $V^*$ , определяется формулой*

$$br(u) = w_u imp_0^{v(u)+1} \varepsilon^{ps(u)}, \quad (7)$$

где  $w_u$  — надежность вершины  $u$  в начальный момент автономного импульсного воздействия.

**Доказательство.** Предельная надежность вершины  $u \in V^*$  графа  $G^* = (V^*, E^*)$  определяется импульсными воздействиями, отходящими от вершин его множества уязвимости (множества вершин, от которых импульсное воздействие доходит до вершины  $u$ ). Каждое импульсное воздействие, проходя путь от вершины  $v \in V^*$  (важно, что таких путей может быть несколько) до вершины  $u$ , уменьшается в  $\varepsilon^{l(v, u)}$  раз,  $l(v, u)$  — длина пути

$(v, u)$ , и становится равным  $imp_0 \varepsilon^{l(v, u)}$ . По этому же принципу высчитываются значения всех импульсных воздействий, подходящих в вершине  $u$ . А их число, как известно, равно  $vl(u)$  — числу путей, концом которых является вершина  $u$ . Перемножив, в соответствии с выражением (4), значения всех импульсных воздействий, подходящих к вершине  $u$ , получим искомую предельную надежность  $br(u) = w_u imp_0 imp_0^{vl(u)} \varepsilon^{ps(u)} = w_u imp_0^{vl(u)+1} \varepsilon^{ps(u)}$ .

Показатель степени  $ps(u)$  множителя  $\varepsilon^{ps(u)}$  появляется в произведении (7) как результат сложения длин всех путей, концом которых является вершина  $u$ . Множитель  $imp_0$  появляется в произведении (7) без уменьшающего его сомножителя  $\varepsilon$ , поскольку одно импульсное воздействие подходит к вершине  $u$  непосредственно. ♦

#### 4. ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ПОСТРОЕННОЙ МОДЕЛИ

Контуры обратной связи графа  $G = (V, E)$  из модели (2)—(6) потребовали отдельного рассмотрения по следующей причине. Использование конденсации  $G^*$  модели (2)—(6) позволило заметить, что веса вершины конденсации, соответствующие контурам самого графа  $G$  системы, изменяются при отсутствии внешних импульсных воздействий. Это позволило считать контуры графа системы *внутренними источниками импульсных воздействий*. “Зацикливание” импульсного воздействия в контуре графа системы приводит к повторному изменению весов вершин самого контура и может оказать влияние на веса других вершин графа системы (рис. 3). Внутренние источники импульсных воздействий на графах систем приводят к появлению *остаточного эффекта*. Для произвольного графа  $G = (V, E)$  эффект выхода из строя элементов системы по происшествию  $t = l(S)$  шагов распространения импульсного воздействия по структуре системы в виде графа  $G$  назовем *остаточным*, где  $S \subseteq G$  — путь максимальной длины.

“Затухание” внутреннего источника возмущений возможно в двух случаях. Первый — выход из строя контурообразующего элемента остановит циркуляцию импульсного воздействия по контуру. Второй происходит, когда нагрузки, вызываемые импульсными воздействиями, уменьшаются до нормативных, т. е. не будут приводить к резкому снижению надежностей элементов системы. Пример (см. рис. 3) показывает, что если нейтрализация контура не производится искусственно — путем изменения структуры системы, то контур перестанет быть источником импульсных воздействий с момента выхода из строя одного из контурообразующих элементов системы. При этом важно знать, как долго контур будет внутренним источником возмущений.

Началом и окончанием действия контура  $S_{con}$  как внутреннего источника возмущений на графе  $G$  будем считать момент первого и, соответственно, последнего изменения надежности вершин (или вершины) образующих контур  $S_{con}$ . *Время действия контура  $S_{con}$*  в качестве внутреннего источника возмущений будем обозначать как  $T(S_{con})$ .

Простой контур [9]  $S_{con}$ , вершины которого не являются началами дуг, не входящих в его образование, назовем *изолированным*.

**Теорема 2.** *Время действия изолированного контура  $S_{con}$  в качестве внутреннего источника возмущений на графе  $G = (V, E)$  с равными весами  $\varepsilon$  для всех ребер из  $E$  и равными весами  $w_0$  для всех вершин контура  $S_{con}$  при простом импульсном воздействии  $imp_0$ , приложенном к одной из вершин контура  $S_{con}$ , определяется формулой*

$$T(S_{con}) = \frac{\ln \frac{cr(S_{con})}{w_0 p_0}}{K \ln \varepsilon},$$

где  $cr(S_{con})$  — критический уровень надежности вершин контура,  $(K - 1)$  — число полных обходов импульсного воздействия по всем вершинам контура.

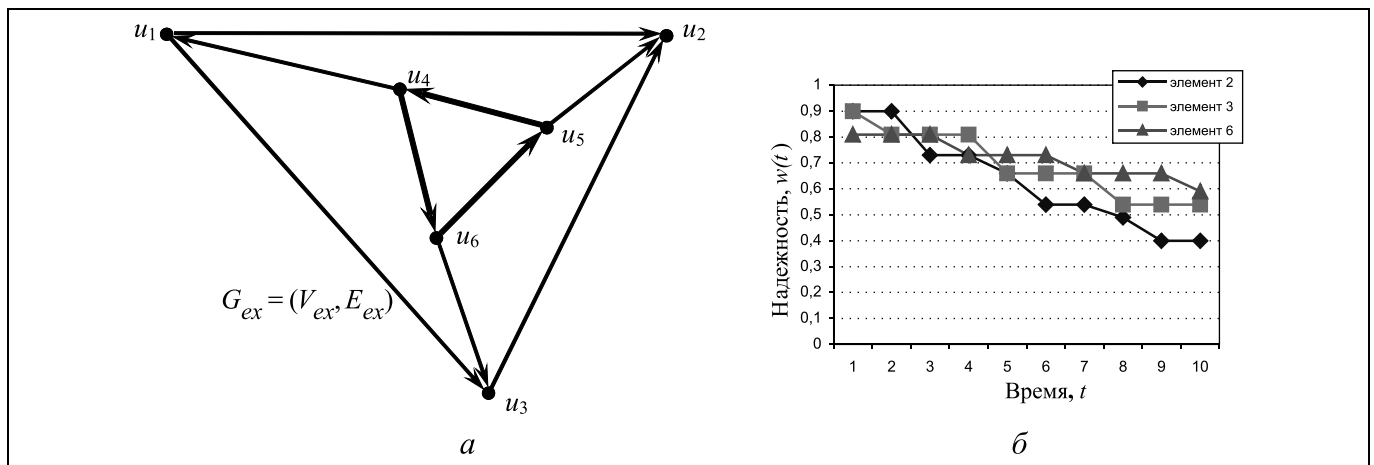


Рис. 3. Граф  $G_{ex}$  с единственным контуром, образуемым вершинами  $\{u_4, u_5, u_6\}$  (а); изменение (б) весов нескольких вершин графа  $G_{ex}$  при простом импульсном воздействии  $Imp(0) = (1; 1; 1; 1; 1; 0,9)$ .

При установленном критическом уровне надежности  $cr(u) = 0,6$ , одинаковым для всех  $i = \overline{1, 6}$  элементов системы со структурой, соответствующей графу  $G_{ex}$ , из строя сначала выйдут элементы  $u_2$  и  $u_3$ , только затем контурообразующий элемент  $u_6$ , при том, что в начальный момент времени надежность первых элементов была выше



Доказательство. Рассмотрим оргграф  $G = (V, E)$  с изолированным контуром  $S_{con} \subseteq G$ , удовлетворяющий условиям настоящей теоремы. Поскольку простое импульсное воздействие будет приложено к одной из вершин изолированного контура  $S_{con}$ , то оно будет распространяться только по вершинам контура. А это позволяет исследовать процесс распространения импульсного воздействия по контуру  $S_{con}$ , пренебрегая остальными вершинами и дугами графа  $G$ .

Благодаря структурным особенностям контура  $S_{con}$ , простое импульсное воздействие, приложенное к одной из вершин этого контура, будет распространяться только в одном направлении: к вершине, смежной с вершиной, уже достигнутой воздействием. Это, напомним, позволяет легко проследить изменение уровня распространяющегося по контуру импульсного воздействия. В момент времени  $t$  величина импульсного воздействия при передаче от одной вершины к другой, согласно условию теоремы, будет уменьшена в  $\varepsilon$  раз, а по отношению к начальному моменту времени — в  $\varepsilon^t$  раз, и будет равна  $\varepsilon^t imp_0$ . При этом вес каждой вершины контура зависит от того, сколько раз эта вершина испытала на себе влияние импульсного воздействия. Таким образом, можно вывести зависимость

$$w(t) = w_0 \varepsilon^t imp_0^{k(t)}, \quad (8)$$

где  $k(t) = [t/l(S_{con})] + 1$  — число импульсных воздействий, испытанных вершиной контура к моменту времени  $t$  (квадратными скобками обозначена целая часть числа), а  $l(S_{con})$  — длина контура  $S_{con}$ . Вообще говоря, слагаемое  $[t/l(S_{con})]$  показателя степени в правой части зависимости (8) есть число полных обходов зависимости [9] импульсного воздействия по всем вершинам контура  $S_{con}$ , а  $[t/l(S_{con})] + 1$  — соответственно, номер текущего обхода.

Подставив в зависимость (8) значение критического уровня вершин контура, получим формулу

$$cr(S_{con}) = w_0 \varepsilon^{T(S_{con})} imp_0^K \quad (9)$$

для определения времени окончания распространения простого импульсного воздействия по контуру  $S_{con}$ . Выразим из формулы (9) время  $T(S_{con})$  действия контура как внутреннего источника возмущений:

$$T(S_{con}) = \frac{\ln \frac{cr(S_{con})}{w_0 imp_0^K}}{K \ln \varepsilon}. \quad (10)$$

Формула (10) определяет время действия изолированного контура в качестве внутреннего источника возмущений для исследуемой системы. ♦

### 5. АЛГОРИТМ ПОВЫШЕНИЯ СТОЙКОСТИ СИСТЕМЫ

Рассмотрим систему со структурой в виде ориентированного графа  $G = (V, E)$ . Предельное состояние системы определяется предельным состоянием некоторого

множества его элементов  $\tilde{v}_i \in V, i \in \{1, 2, \dots, \tilde{n}\}$ . Пусть система попадает под влияние импульсного воздействия  $Imp(0)$ . Для предотвращения перехода системы в предельное состояние необходимо над каждым из элементов  $\tilde{v}_i$  проделать следующие операции.

1. Подсчитать предельную надежность  $br(\tilde{v}_i)$  (см. теорему 1). В случае если среди элементов  $\tilde{v}_i, i \in \{1, 2, \dots, \tilde{n}\}$ , есть элементы контуров обратной связи или элементы, смежные с контурами, подсчет величины  $br(\tilde{v}_i)$  необходимо вести с учетом времени действия этих контуров.

2. Повысить надежность элемента  $\tilde{v}_i$  на разницу  $w_i(0) - br(\tilde{v}_i)$ . Повысить надежность элемента  $\tilde{v}_i$  можно любым из известных методов резервирования [6].

К примеру, для графа системы, изображенного на рис. 1, предельным будем считать состояние, когда надежность элемента  $v_3$  опустится ниже отметки 0,4. Тогда предельное состояния этой системой достигается при импульсном воздействии  $Imp_1(0) = (1; 0,75; 1; 0,75)$  за время  $t_1 = 3$ , а при  $Imp_2(0) = (0,75; 1; 1; 1)$  за время  $t_1 = 3$  (учитывая и резервное соединение). И в первом, и во втором случаях время, определяющее стойкость системы, равно трем единицам, но во втором случае система переходит в предельное состояние при меньшем воздействии по сравнению с первым. Для предотвращения перехода системы в предельное состояние под влиянием импульсного воздействия  $Imp_1(0)$  достаточно повысить надежность элемента  $v_3$  до 0,95.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная математическая модель распространения внешних воздействий по системе позволяет объяснить ряд явлений, наблюдаемых в сложных технических системах при попадании их в условия внешних воздействий (форс-мажорные обстоятельства). В частности, становится ясно, как при внешних воздействиях выходят из строя (достигают предельного состояния) элементы, не получавшие импульсного воздействия непосредственно. Показано, что причиной выхода из строя элементов системы вне зоны форс-мажорных обстоятельств (после окончания влияния внешних воздействий) являются *внутренние источники возмущений*. Существенная особенность построенной модели состоит в демонстрации возможности выхода из строя (перехода в предельное состояние) при распространении импульсных воздействий по системе наиболее надежных элементов. Этот факт красноречиво подчеркивает *прямую зависимость надежности элемента от его положения в структуре, а также зависимость стойкости всей системы от выбранной при проектировании структуры*. Обнаруженные в ходе исследования модели явления относятся к классу синергетических эффектов [9], прогнозирование которых на начальных этапах исследования нетривиально.

Использование предложенных в работе характеристик (структурная уязвимость, предельная надежность) для оценки состояния элементов при внешних воздействиях, позволяет, с одной стороны, решить оптимизационную задачу — резервирование наиболее подверженных

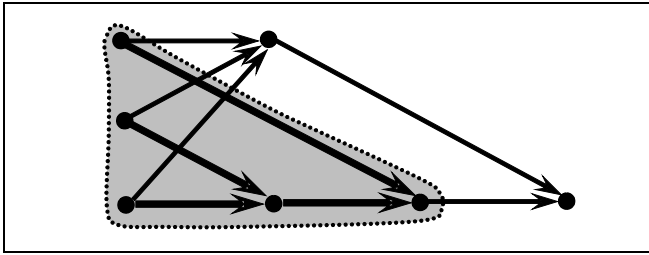


Рис. 4. Множество уязвимости и граф уязвимости вершины  $v_3$  графа  $G$

Граф уязвимости  $J = (U, W)$  вершины  $v_3$  на графе  $G$  нарисован жирными стрелками. Множество уязвимости  $U = \{u_1, u_2, u_3, v_2, v_3\}$  вершины  $v_3$  очерчено пунктирной линией. Внешние воздействия, приложенные ко всем или некоторым элементам множества уязвимости вершины  $v_3$  в состоянии привести к выходу из строя элемента системы, соответствующего этой вершине

внешнему влиянию элементов системы. С другой стороны, искусственно направленными воздействиями на множество уязвимости (рис. 4) некоторого элемента системы можно вывести его из строя.

Руководствуясь предложенной моделью, можно говорить о стойкости системе к конкретным воздействиям. В случае, когда класс воздействий за время их распространения по структуре системы не переводит ее в предельное состояние, система можно считать *абсолютно стойкой* к этому классу воздействий.

Модель позволяет предложить рекомендации по надделению системы требуемым уровнем стойкости к внешним поражающим воздействиям с целью уменьшения риска [10] возникновения ЧС в системах, предназначенных для работы в условиях внезапных внешних воздей-

ствий, а при заданных внешних воздействиях — определить значение стойкости с целью предупреждения возможности возникновения ЧС.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г. Синергетика и системный синтез // Новое в синергетике: взгляд в третье тысячелетие. — М.: Наука, 2002.
2. Новое в синергетике: взгляд в третье тысячелетие / Под ред. Г. Г. Малинецкого, С. П. Курдюмова. — М.: Наука, 2002.
3. Методы формирования сценариев развития социально-экономических систем // В. В. Кульба, Д. А. Кононов С. А. Косяченко, А. Н. Шубин. — М.: СИНТЕГ, 2004.
4. Нестационарные структуры и диффузионный хаос // Т. С. Ахромеева, С. П. Курдюмов, Г. Г. Малинецкий, А. А. Самарский. — М.: Наука, 1992.
5. Безопасность России. Правовые, социально-экономические и научно-технические аспекты. Функционирование и развитие сложных народнохозяйственных, технических, транспортных систем, систем связи и коммуникаций / Под ред. К. В. Фролова. — М.: МГФ "Знание", 1998.
6. Острейковский В. А. Теория надежности. — М.: Высшая школа, 2003.
7. Архипова Н. И., Кульба В. В. Управление в чрезвычайных ситуациях. — М.: РГГУ, 1998.
8. Малинецкий Г. Г. Хаос. Структуры. Вычислительный эксперимент: Введение в синергетику. — М.: Наука, 1997.
9. Лекции по теории графов // В. А. Емеличев, О. Н. Мельников, В. И. Сарванов, Р. И. Тышкевич. — М.: Наука, 1990.
10. Управление риском / В. А. Владимиров, В. В. Кульба, Г. Г. Малинецкий и др. — М.: Наука, 2000.

☎ (095) 250-79-71; 250-79-16

E-mail: Azret\_Kochkarov@mail.ru

GMalin@keldysh.ru



## ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЕЙ

Статья представляется в редакцию по электронной почте или в одном экземпляре на бумаге, к которому необходимо приложить дискету с текстом, идентичным напечатанному. Аннотация, название статьи и фамилии авторов желательно перевести на английский язык. Объем оригинальной статьи не должен превышать 12, обзорной — 18 страниц текста. Текст печатается через полтора интервала с одной стороны бумаги формата А4, страницы нумеруются. В электронной форме текст должен быть набран в редакторе не ниже Word 97 шрифтом Times New Roman, 12 пунктов.

Рисунки должны иметь расширение, совместимое с Word 97 (Рисунок MS Word (толщина линий — не менее 3 пкс), редакторы CorelDraw, Photoshop, Illustrator и т.п.).

Фотографии должны быть предельно четкими, на глянцевой бумаге или в формате TIFF с разрешением 300 dpi (цветовая кодировка CMYK). Все буквенные обозначения на рисунках необходимо пояснить в основном или подрисовочном текстах.

Математические формулы следует набирать в формульном редакторе MathTypes 5.0 Equation или MS Equation 3.0, греческие и русские буквы набирать прямым шрифтом, латинские — курсивом. Нумеровать следует только те формулы, на которые есть ссылки в последующем изложении.

Список литературы составляется в порядке цитирования и оформляется в соответствии с действующим ГОСТом. Ссылки на литературу в тексте отмечаются порядковыми номерами в квадратных скобках.

Перед заголовком статьи желательно указать индекс УДК, а в ее конце — номер контактного телефона и электронный адрес.

