

# ИТЕРАЦИОННЫЙ СИНТЕЗ РОБАСТНОГО МНОГОМЕРНОГО ПИД-РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ РЕАКЦИОННО-РЕКТИФИКАЦИОННОЙ КОЛОННОЙ

А. Ю. Торгашов

Предложен метод синтеза робастных многомерных регуляторов, имеющих ПИД-структуру, на основе оценки взаимного влияния контуров регулирования в виде мультипликативной формы представления неопределенности модели объекта управления. На каждой итерации корректируются критерии робастного качества связанных одноконтурных систем управления. Приведены результаты промышленных испытаний робастного многомерного ПИД-регулятора для управления режимами реакционно-ректификационной колонны.

## ВВЕДЕНИЕ

Для улучшения качества регулирования многомерных химико-технологических объектов довольно широко применяются пакеты программ, реализующие прогнозирующее управление (RMPCT “Honeywell”, DMC “Aspen” и др.) [1]. Однако их применение требует осуществления режима непосредственного цифрового управления исполнительными механизмами, для чего необходимо определенное коммутационное оборудование, которое не всегда доступно в производственных условиях. В связи с этим возникает задача определения оптимальных параметров локальных регуляторов, часто имеющих ПИД-структуру.

В работах [2–4] предложено рассматривать задачу синтеза робастного многомерного ПИД-регулятора как оптимизационную и применять для ее решения метод последовательного квадратичного программирования или линейные матричные неравенства. Такие пути решения характеризуются высокой размерностью вектора оптимизируемых параметров и ведут к усложнению анализа, если учитывать неопределенность или транспортные запаздывания моделей перекрестных каналов. Альтернативный итерационный подход более практичен [5], так как требует меньших вычислительных затрат благодаря независимому расчету одноконтурных систем управления. Он базируется на оценке частотного диапазона полос пропускания каждого контура и нахождении таких значений параметров регуляторов, при которых структуриро-

ванное сингулярное число системы управления меньше единицы. Недостатком исследований, посвященных итерационному методу, является отсутствие оценок взаимного влияния контуров регулирования, из которых бы исходили требования к робастной устойчивости и качеству для отдельно взятых одноконтурных систем управления, а также эвристическое руководство по выбору диапазонов частот полос пропускания контуров.

В настоящей работе развивается итерационный метод параметрического синтеза робастных многомерных ПИД-регуляторов, гарантирующих устойчивость и заданное качество функционирования системы управления в условиях взаимного влияния контуров регулирования, неточности и нелинейности модели управляемого процесса на примере производственной реакционно-ректификационной колонны.

## 1. МОДЕЛЬ РЕАКЦИОННО-РЕКТИФИКАЦИОННОЙ КОЛОННЫ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ

В промышленности все больше появляется так называемых совмещенных химико-технологических процессов. Их преимущество состоит в низких энергопотреблении и капитальных затратах благодаря организации одновременного протекания нескольких физико-химических процессов в одном аппарате. Например, совмещение химического преобразования веществ и их ректификации осуществляется в реакционно-ректификационных колоннах [6]. Такие химико-технологические



объекты существенно нелинейны и нестационарны в силу своей природы (дрейф скоростей химических реакций при колебаниях температуры и давления, изменение активности катализаторов, непостоянство гидродинамического режима и др.), что является мотивацией синтеза робастного управления. Кроме этого, аналитическое конструирование нелинейного регулятора ограничено высокой размерностью динамической модели процесса ректификации, которая может описываться системой из нескольких сотен нелинейных дифференциальных и алгебраических уравнений [7]. Поэтому в условиях производства для синтеза систем управления применяют эмпирические динамические модели [8].

На рис. 1 представлена реакционно-ректификационная колонна производства диметилацетамида. Она представляет собой объект управления с тремя входами  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)^T$  и тремя выходами  $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3)^T$ . Давление  $P$  (выход  $y_1$ ) регулируют изменением молярного соотношения (FRC — вход  $u_1$ ) потоков-реагентов  $S_1$  (уксусная кислота) и  $S_2$  (диметиламин). Температура  $T$  (выход  $y_2$ ) поддерживается путем манипуляции расходом греющего водяного пара  $V$  (вход  $u_2$ ), используемого для создания паров внутри колонны. Часть этих паров направляют обратно в колонну после конденсации наверху, а оставшейся частью конденсата — потоком  $D$  (вход  $u_3$ ) — контролируют уровень жидкости  $L$  (выход  $y_3$ ) в нижней части аппарата. Внутри колонны на специальных контактных устройствах (тарелках) осуществляются взаимодействие встречно-направленных потоков жидкости пара (ректификация) и химическое преобразование веществ потоков  $S_1$  и  $S_2$  в диметилацетамид.

После обработки результатов промышленных тестов получена следующая передаточная матрица (ПМ) колонны для номинального режима:

$$\mathbf{G}(s) = \begin{pmatrix} \frac{0,82s + 0,026}{9,61s^2 + s} e^{-3s} & \frac{5,8s + 0,14}{109s^2 + 20,8s + 1} e^{-2s} & \frac{-3,6s^2 - 0,1s - 0,006}{116s^3 + 26,9s^2 + s} e^{-2s} \\ \frac{-0,17}{23,1s^2 + 12,4s + 1} e^{-5s} & \frac{-3,66s - 0,2}{193s^2 + 21,6s + 1} e^{-5s} & \frac{0,207}{37,4s + 1} e^{-2s} \\ \frac{0,003}{30,9s^3 + 11,1s^2 + s} e^{-6s} & \frac{0,015s - 0,0003}{6s^2 + 4s + 1} e^{-s} & \frac{-0,1s - 0,007}{40,1s^2 + s} e^{-5s} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Реализация ПИД-регуляторов осуществлялась на промышленных микропроцессорных контроллерах, поэтому матрица (1) содержит элементы в виде передаточных функций (ПФ) с отмасштабированными коэффициентами усиления для диапазона изменения значений выходов от 0 до 100 %, а постоянные времени указаны в минутах.

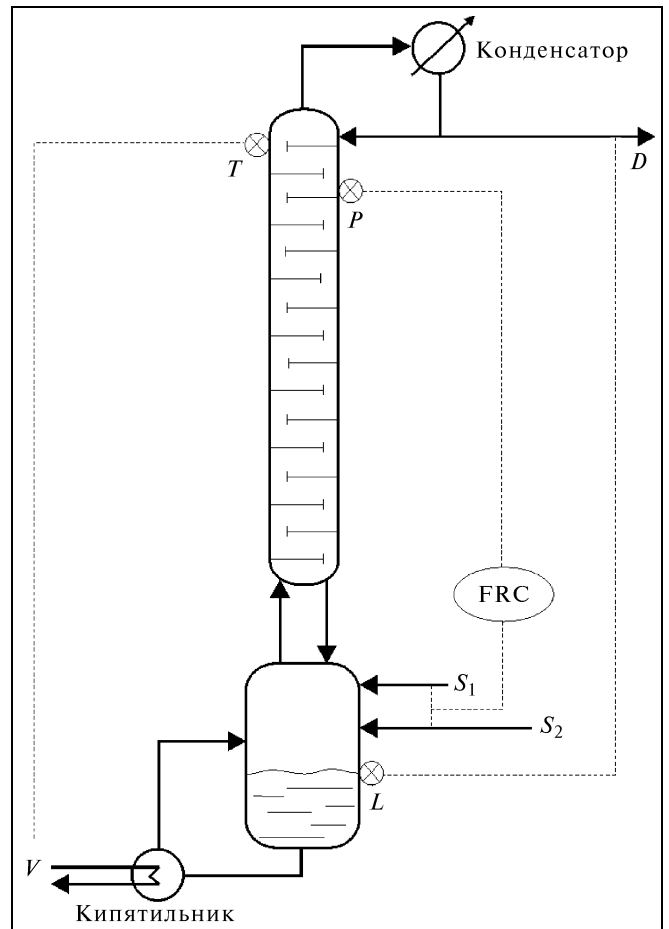


Рис. 1. Конфигурация многоконтурной системы управления реакционно-ректификационной колонной

Конфигурация системы управления (см. рис. 1) выбрана, исходя из анализа составляющих матрицы относительных коэффициентов усиления  $\Lambda(j\omega) = \mathbf{G}(j\omega) \cdot (\mathbf{G}(j\omega))^{-1T}$  [9]. Модули диагональных элементов матрицы  $\Lambda(j\omega)$  имеют значения в пределах единицы, за исключением диапазона частот от 0,1 до 1,0 рад/мин, в котором проявляется взаимовлияние каналов регулирования, т. е. модули внедиагональных элементов  $\Lambda_{ij}^{i \neq j}(j\omega)$  приближаются к единице (рис. 2). В том же диапазоне частот число обусловленности матрицы  $\mathbf{G}(j\omega)$  возрастает с 15 до 97 ( $\approx 6,5$  раз), а в высокочастотной области колеблется около 55 (рис. 3), что указывает на наличие чувствительности процесса управления к неидеальности модели и обосновывает целесообразность синтеза робастного регулятора для данного примера.

Мультипликативная форма представления неидеальности (неопределенности) модели является удобным инструментом для вывода условий робастной устойчивости и качества систем управления

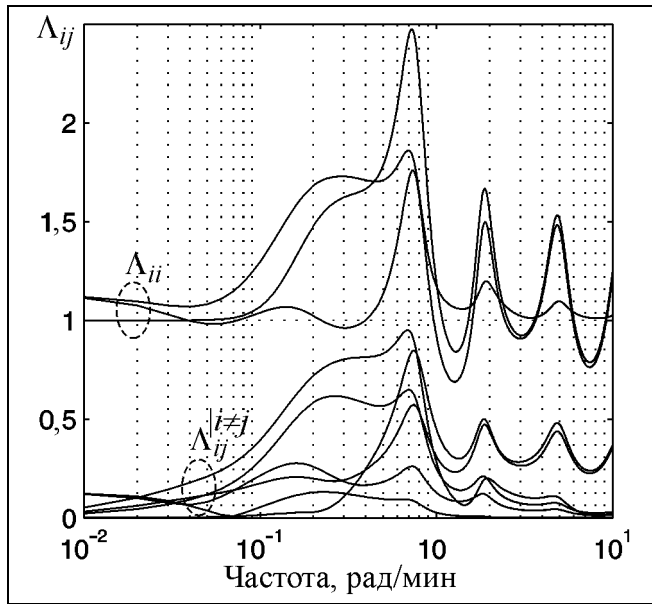


Рис. 2. Зависимости элементов матрицы относительных коэффициентов усиления от частоты ( $i, j = 1, 2, 3$ )

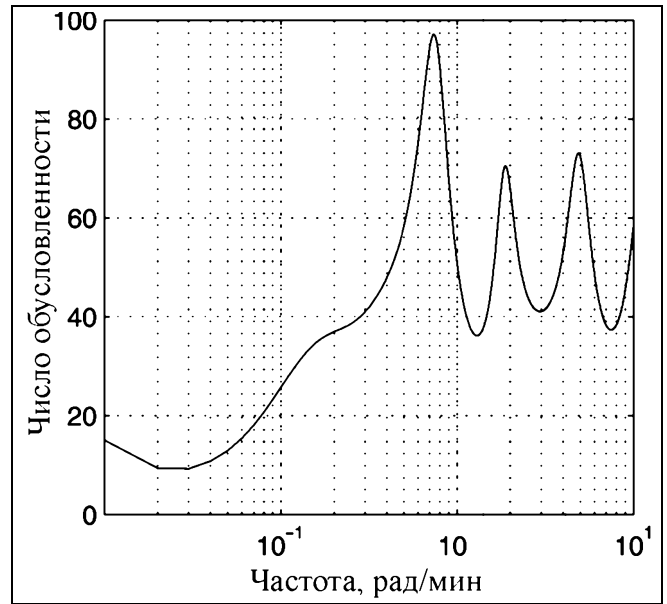


Рис. 3. Зависимость числа обусловленности матрицы (1) от частоты

[9]. Для диагональных элементов матрицы (1) выбраны следующие весовые ПФ для описания их неопределенности в мультипликативной форме:

$$W_1^1(s) = \frac{s+0,01}{0,18s+0,02}; \quad W_1^2(s) = \frac{s+0,02}{0,29s+0,06};$$

$$W_1^3(s) = \frac{s+0,009}{0,2s+0,03}. \quad (2)$$

Выражения (2) получены из условий реальной области параметрической и структурной неопределенности матрицы  $\mathbf{G}(j\omega)$ ; верхний индекс соответствует номеру диагонального элемента матрицы (1).

Задача синтеза робастного  $H_\infty$ -оптимального ПИД-регулятора для  $i$ -й одноконтурной системы формулируется следующим образом.

Найти

$$\max_{C_1^i, C_2^i \in K} \gamma_i \quad (3)$$

при ограничениях

$$\|\gamma_i W_p^i(s) S_{ii}(s)\|_\infty < 1, \quad (4)$$

$$\|W_u^i(s) T_{ii}(s)\|_\infty < 1, \quad (5)$$

где  $C_1^i$  и  $C_2^i$  — ПФ, описывающие  $i$ -й ПИД-регулятор для контроллеров типа “Yokogawa” [10];  $K$  — область допустимых значений функций  $C_1^i$  и  $C_2^i$ ;  $S_{ii}(s)$  — функция чувствительности  $i$ -й однокон-

турной системы, являющаяся элементом матрицы  $\mathbf{S} = (\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{C}_1)^{-1}$ ;  $W_p^i$  — весовая ПФ, задающая желаемую динамику  $i$ -го замкнутого контура;  $T_{ii}(s)$  — дополнительная функция чувствительности;  $\mathbf{T} = \mathbf{S}\mathbf{G}\mathbf{C}_2$ ;  $\mathbf{C}_1$  и  $\mathbf{C}_2$  — диагональные матрицы, элементами которых являются ПФ  $C_1^i$  и  $C_2^i$ ;  $\gamma_i$  — вещественные числа, характеризующие степень приближения к желаемой динамике;  $i = 1, \dots, n$ ;  $n$  — размерность вектора управлений  $\mathbf{u}$  и регулируемых переменных  $\mathbf{y}$ ;  $W_u^i(s)$  — ПФ, выбираемая на каждой итерации синтеза из условия:

$$W_u^i(s) = \begin{cases} W_1^i(s), & \text{если } |\eta^i(j\omega)| > 1, \quad \forall \omega \\ W_2^i(s), & \text{если } |\eta^i(j\omega)| < 1, \quad \forall \omega, \end{cases} \quad (6)$$

где  $|\eta^i(j\omega)| = \frac{|W_1^i(j\omega)|}{|W_2^i(j\omega)|}$ .

Отличие постановки задачи итерационного робастного синтеза (3)—(5) от известных ранее [9] состоит в непосредственном рассмотрении взаимного влияния одноконтурных систем как мультипликативной неопределенности элементов  $G_{ii}(s)$  в виде (6). Это позволяет выполнять расчет параметров  $i$ -го регулятора независимо, так как влияние остальных контуров учитывается с помощью ПФ  $W_u^i(s)$ . Метод получения ПФ  $W_u^i(s)$  описан в § 2.



## 2. ОЦЕНКА ВЗАИМНОГО ВЛИЯНИЯ КОНТУРОВ НА ОСНОВЕ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ ФОРМЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ МОДЕЛИ

Воздействие многоконтурной системы на  $i$ -й разомкнутый контур будем оценивать с помощью матриц  $\mathbf{R}^i$ ,  $\mathbf{M}^i$  и  $\mathbf{D}^i$  размерностью  $n \times n$  (рис. 4). Значения их элементов зависят от номера выбранного контура и равны нулю, за исключением элементов  $D_{j1}^i = -1$ ,  $R_{j1}^i = 1$ ,  $M_{i1}^i = 1$  для  $i, j = 1, \dots, n$ . Например, если  $i = 2$ , то

$$\mathbf{D}^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{R}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{M}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Матрицы  $\mathbf{R}^i$ ,  $\mathbf{M}^i$  и  $\mathbf{D}^i$  выбраны, исходя из возможного наибольшего воздействия на  $i$ -ю одноконтурную систему остальными системами в условиях противоположной направленности возмущений и задающих сигналов. Матрицы (7) являются гибким инструментом для исследования динамического поведения системы в условиях реального расположения источников возмущений. Таким образом, робастный регулятор становится менее консервативным по сравнению с настройкой на минимизацию наибольших сингулярных чисел взвешенных матриц  $\mathbf{S}$  и  $\mathbf{T}$  [9], учитывающих наихудшую направленность возмущений и задающих сигналов, которая может и не встречаться в условиях функционирования системы управления химико-технологического объекта.

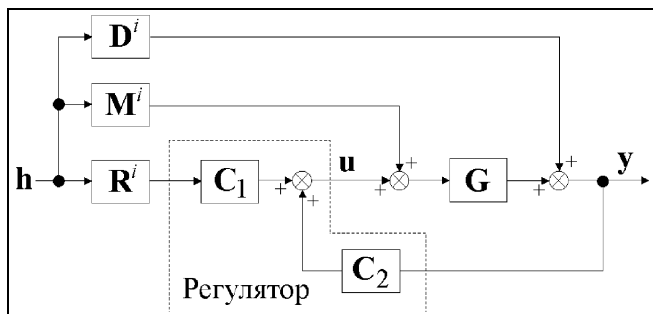


Рис. 4. Многоконтурная система управления для оценки  $W_2^i(s)$ ;  $\mathbf{h}$  — вектор внешних входов

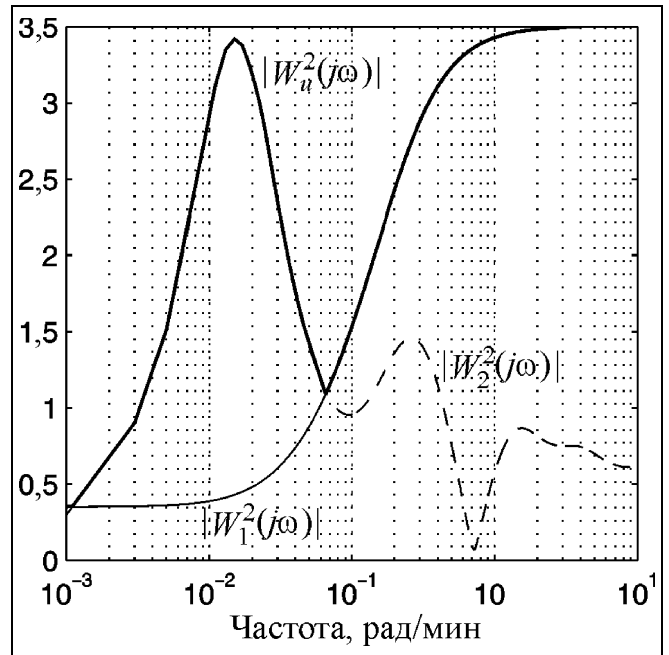


Рис. 5. Пример получения функции  $W_u^2(j\omega)$

Задавшись начальными значениями элементов матриц  $\mathbf{C}_1$ ,  $\mathbf{C}_2$ ,  $\mathbf{R}^i$ ,  $\mathbf{M}^i$  и  $\mathbf{D}^i$ , найдем ПМ системы (см. рис. 4):

$$\Phi^i(s) = \frac{\mathbf{y}(s)}{\mathbf{h}(s)} = \mathbf{T}\mathbf{R}^i + \mathbf{S}\mathbf{G}\mathbf{M}^i + \mathbf{S}\mathbf{D}^i. \quad (8)$$

Здесь ПФ  $\Phi_{ii}^i(s)$  есть приведенное взаимное влияние многоконтурной системы, оказываемое на  $i$ -й контур. Для того чтобы выразить ее в виде мультипликативной неопределенности к функции  $G_{ii}(s)$ , выполним следующие вычисления:

$$W_2^i(s) = \frac{\Phi_{ii}^i(s) - G_{ii}(s)}{G_{ii}(s)}. \quad (9)$$

Пример получения выражения (6) по формуле (9) для матриц (1) и (7) представлен на рис. 5, из которого следует, что область неопределенности для модели объекта одноконтурной системы расширяется, благодаря воздействию 1-го и 3-го контуров.

## 3. ИТЕРАЦИОННЫЙ СИНТЕЗ РОБАСТНОГО МНОГОМЕРНОГО ПИД-РЕГУЛЯТОРА

Перед тем, как приступить к синтезу многомерного ПИД-регулятора, необходимо решить задачу  $H_\infty$ -оптимизации для отдельных одноконтурных систем без рассмотрения их взаимовлияния, учи-

тывая только функции  $W_1^i(s)$  ( $i = 1, \dots, n$ ). Это позволит получить приемлемые начальные значения элементов матриц  $C_1$  и  $C_2$  и сформировать желаемую динамику для  $i$ -го контура в виде ПФ

$$W_p^i(s) = \frac{T_{cl}^i s + 1}{T_{cl}^i s + 10^{-5}}, \text{ где } T_{cl}^i \text{ — постоянная времени замкнутого контура.}$$

Опишем итерационный синтез по шагам.

**Шаг 0.** Задаются значения элементов матриц  $C_1$

и  $C_2$ , функции  $W_1^i(s)$  и желаемая динамика для каждой  $i$ -й одноконтурной системы,  $N = 1$  ( $N$  — номер итерации).

**Шаг 1.** Определяется ПМ для системы (см. рис. 4) по выражению (8).

**Шаг 2.** Рассчитывается функция  $W_u^i(s)$  по формуле (6).

**Шаг 3.** Решается поставленная задача синтеза  $i$ -го робастного регулятора (3)—(6).

**Шаг 4.** Одна итерация синтеза считается законченной, если шаги 1—3 выполнены для всех  $i$  от 1 до  $n$ . Значение  $N$  увеличивается на единицу.

**Шаг 5.** Если величины  $\|C_1^N(j\omega) - C_1^{N-1}(j\omega)\|_\infty$  и  $\|C_2^N(j\omega) - C_2^{N-1}(j\omega)\|_\infty, \forall \omega$  меньше заданного малого положительного числа, то итерационный синтез завершается.

Таблица позволяет сравнить результаты применения вышеизложенной процедуры итерационного синтеза. В верхней строке (первый вариант системы) указаны элементы матриц регулятора, полученные на основе метода минимизации структурированного сингулярного числа  $\mu$  [9], которое дает оценку робастного качества функционирования системы управления (см. рис. 1). В ниж-

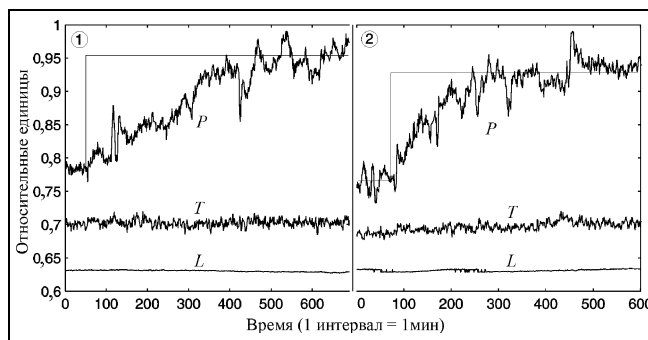


Рис. 6. Экспериментальное сравнение характеристик первого (слева) и второго (справа) вариантов системы управления

ней строке отражены результаты применения подхода, предложенного в данной работе. В обоих случаях значения  $T_{cl}^i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) принимались равным 120 мин. Как ожидалось, значение  $\mu$  для второго варианта системы (см. нижнюю строку таблицы) оказалось больше ввиду его явного отсутствия в оптимизационной задаче (3)—(6), и это означает, что система управления менее робастна, но обладает более высоким быстродействием. Такой результат получен потому, что не учитывалась реакция системы в случае наихудшей направленности воздействий на значения элементов матриц  $S$  и  $T$ , традиционно выражаемая через их максимальные сингулярные числа. Была принята во внимание только та направленность, которая имеет место в реальных условиях, посредством матриц  $R^i$  и  $D^i$  (см. рис. 4).

В целях проверки результатов вычислений были проведены эксперименты для выяснения характеристик исследуемой системы управления реакционно-ректификационной колонной (см. рис. 1).

#### Параметры робастных регуляторов

$C_1$	$C_2$	$\max\{\mu\}, \forall \omega$
$\begin{bmatrix} \frac{0,22s-0,0014}{s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1,11s+0,044}{s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{33,3s+0,02}{s} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1,16 \cdot 10^{-5}s-0,0014}{s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-0,00037s+0,044}{s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-0,00017s-0,02}{s} \end{bmatrix}$	1,86
$\begin{bmatrix} \frac{-s-0,011}{s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1,516s+0,101}{s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2,22s+0,015}{s} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{9,26 \cdot 10^{-5}s+0,011}{s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-0,0008s-0,101}{s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-0,00013s-0,015}{s} \end{bmatrix}$	2,36





Давление  $P$  в колонне является основным и самым чувствительным к возмущениям параметром, который характеризует массообмен и скорость протекающих химических реакций. Технологи-операторы наиболее часто изменяют задающее воздействие  $P$ . Желаемые значения величин  $T$  и  $L$  практически не изменяются. На рис. 6 представлены отклики многоконтурной системы управления на ступенчатое изменение задания по выходной переменной  $P$  приблизительно при одинаковых начальных условиях. В обоих случаях наблюдалось успешное подавление взаимного влияния контуров. Высокое быстродействие и одинаковая робастность (по отношению к неточности модели и действующим высокочастотным возмущениям) получены с помощью предложенного второго варианта системы управления.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Найденные значения элементов матриц (см. таблицу) соответствуют структуре ПИ-регулятора. Это связано с тем, что дифференциальная составляющая в алгоритме управления приводит к снижению робастности системы из-за увеличения коэффициентов усиления функций чувствительности (4), (5) в высокочастотной области. Данный факт согласуется с результатами исследований в работе [2].

Предложенная процедура итерационного синтеза позволяет рассчитывать каждую одноконтурную систему независимо, используя формализованную меру воздействия на нее других контуров в виде выражения (9). Проведенные промышленные испытания свидетельствуют об обоснованнос-

ти подхода, при котором исключается из рассмотрения наихудшая комбинация направленности действующих возмущений и задающих сигналов.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Qin S. J., Badgwell T. A. A survey of industrial model predictive control technology // Control Eng. Practice. — 2003. — Vol. 11, N 7. — P. 733–764.
2. Bao J., Forbes J. F., McLellan P. J. Robust multiloop PID controller design: a successive semidefinite programming approach // Ind. Eng. Chem. Res. — 1999. — Vol. 38, N 9. — P. 3407–3419.
3. Zheng F., Wang Q.-G., Lee T. H. On the design of multivariable PID controllers via LMI approach // Automatica. — 2002. — Vol. 38, N 3. — P. 517–526.
4. Huang, X., Huang B. Multi-loop decentralized PID control based on covariance criterion: an LMI approach // ISA Transactions. — 2004. — Vol. 43, N 1. — P. 41–52.
5. Hovd M., Skogestad S. Sequential design of decentralized controllers // Automatica. — 1994. — Vol. 30, N 10. — P. 1601–1607.
6. Model-based design, control and optimization of catalytic distillation processes / C. Noeres, K. Dadhe, R. Gesthuisen, et al. // Chemical Engineering and Processing. — 2004. — Vol. 43, N 3. — P. 421–434.
7. Кривошеев В. П., Торгашов А. Ю. Управление процессом ректификации на основе обратной нелинейной модели при воздействии возмущений // Изв. АН ТиСУ. — 2002. — Т. 41, № 5. — С. 127–135.
8. Engell S., Fernholz G. Control of a reactive separation process // Chemical Engineering and Processing. — 2003. — Vol. 42, N 3. — P. 201–210.
9. Skogestad S., Postlethwaite I. Multivariable feedback control — analysis and design. — Chichester: Wiley, 1996.
10. Astrom K. J., Hagglund T. PID controllers: theory, design and tuning. — North Carolina: Instrument Society of America, Research Triangle Park, 1995.

☎ (4232) 31-02-02

e-mail: [torgashov@iacp.dvo.ru](mailto:torgashov@iacp.dvo.ru)



## Журнал «Информатика и системы управления»

Приглашаем Вас принять участие в работе журнала «Информатика и системы управления», в котором публикуются новые теоретические и практические результаты ученых высших учебных заведений и научных организаций по следующим тематическим направлениям: организация баз данных; системы передачи данных; моделирование систем; медицинская информатика; геоинформационные системы; управление в социально-экономических системах; надежность и техническая диагностика; интеллектуальные системы; многопроцессорные вычислительные системы; адаптивные и робастные системы; микропроцессорные и цифровые системы; автоматизированные системы.

Единственный на Дальнем Востоке рецензируемый периодический журнал в области информатики, вычислительной техники и управления, зарегистрирован Министерством Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовой коммуникации (свидетельство ПИ № 77-11796 от 04.02.02), выходит 2 раза в год (1 номер в полугодие), ISSN 1814-2400. В печатном виде он поступает в крупнейшие библиотеки и распространяется только по подписке. Авторы получают бесплатный экземпляр журнала, его подписной индекс в дополнительном каталоге «Роспечати» — 46123.

**Наш адрес:**

Амурский государственный университет, Игнатьевское шоссе, 21. Благовещенск Амурской обл., 675027.

Электронная версия журнала: [http://www.amursu.ru/ics/index\\_ics.htm](http://www.amursu.ru/ics/index_ics.htm).

Справки по телефону (4162)39-46-50; e-mail: [eremin@amursu.ru](mailto:eremin@amursu.ru).