

# ЛОГИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ

В. И. Левин

*Пензенская государственная технологическая академия*

Показана возможность аналитического моделирования разрывных функций с помощью операций непрерывной логики. Отмечено, что линейный относительно числа разрывов функции рост трудоемкости моделирования позволяет синтезировать разрывные кривые в виде логической суперпозиции простых непрерывных кривых.

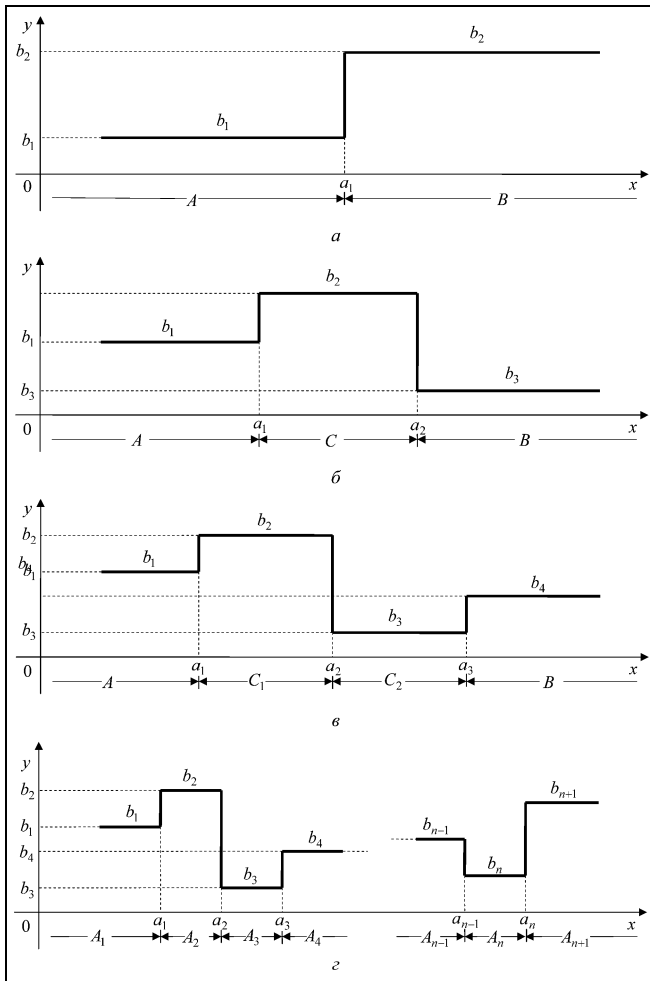
## ВВЕДЕНИЕ

Последние 50 лет большое внимание исследователей привлекает так называемая непрерывная логика (НЛ). Сфера применения НЛ очень широка, она охватывает технические, экономические, социальные и иные системы. С помощью НЛ решаются весьма разнородные задачи: аппроксимация функций, синтез функциональных генераторов и преобразователей формы информации, расчет нелинейных цепей, изучение динамики автоматов и их диагностика, анализ надежности систем, распознавание образов и сцен, построение теории нечетких множеств и принятие решений в условиях неопределенности, обработка информации, анализ систем обслуживания, дискретная оптимизация и теория расписаний, математическое моделирование социальных, экономических и исторических процессов и др. [1–3]. Особое значение для техники имеет возможность решения с помощью НЛ обратных задач аналитической геометрии, т. е. аналитическое представление с помощью соответствующих уравнений НЛ заданных кривых, поверхностей и объемов. Применение в этой области аппарата НЛ позволяет описывать в аналитической форме нелинейные, ломаные и многозначные кривые и поверхности, а также объемы и их границы. Это дает возможность аналитического представления различных характеристик систем управления и других систем, с последующим их формализованным синтезом. Однако для одного, практически очень важного класса задач, аппарат НЛ до последнего времени не применялся, а именно, для аналитического представления разрывных кривых и поверхностей. Многие исследователи и сегодня считают, что для решения указанного класса задач аппарат НЛ в принципе не применим. Эта точка зрения привела к разработке альтернативных математических аппаратов, направленных на решение указанных задач [4].

В настоящей статье показано, что НЛ вполне применима к решению задач аналитического моделирования разрывных кривых, в виде которых часто представляются характеристики систем управления и других технических систем. При этом аппарат НЛ оказывается совершенно естественным средством решения указанных задач.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть имеется некоторая разрывная кривая с одним, двумя или несколькими разрывами первого рода, в которой участки между соседними точками разрыва образованы отрезками горизонтальных прямых (см. рисунок). Рассмотрение только разрывных кривых простейшего вида, показанных на рисунке (стандартных разрывных кривых), не ограничивает общности, поскольку хорошо известно, что произвольные разрывные кривые с разрывами первого рода всегда можно выразить через стандартные кривые с такими разрывами [1, 2]. Например, разрывную кривую  $f(x)$ , описываемую при  $x < a$  выражением  $f_1(x)$ , а при  $x > a$  — выражением  $f_2(x)$  (т. е. терпящую в точке  $a$  разрыв первого рода), аналитически можно представить в виде  $f(x) = f_1(x)I(a - x) + f_2(x)I(x - a)$ , где  $I(a)$  — стандартная разрывная кривая простейшего вида, определяемая как  $I(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x > 0 \\ 0 & \text{при } x < 0 \end{cases}$  (единичная функция). Таким образом, нашу задачу, без ограничения общности, можно сформулировать как задачу аналитического моделирования стандартных разрывных кривых, типа показанных на рисунке, с использованием операций НЛ. Эти операции вводятся следующим образом [1–3]. Пусть  $C = [A, B]$  — отрезок на оси вещественных чисел, с серединой в точке  $M = (A + B)/2$ .


**Простейшие разрывные кривые:**

*a* — с двумя участками непрерывности и одним разрывом;  
*б* — с тремя участками непрерывности и двумя разрывами;  
*в* — с четырьмя участками непрерывности и тремя разрывами;  
*г* — с  $(n + 1)$  участками непрерывности и  $n$  разрывами

Тогда базовые операции НЛ — дизъюнкция, конъюнкция и отрицание — вводятся в виде

$$a \vee b = \max(a, b), \quad a \wedge b = \min(a, b), \\ \bar{a} = 2M - a, \quad a, b \in C. \quad (1)$$

Другие возможные операции НЛ вводятся через базовые операции (1). Это: включение  $a \supset b = (B - a + b) \wedge B$ ; импликация  $a \rightarrow b = \bar{a} \vee b$ ; эквивалентность  $a \sim b = (a \vee \bar{b}) \wedge (\bar{a} \vee b)$ ; неэквивалентность (исключающая дизъюнкция)  $a \nabla b = (a \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge b)$ ; операция Шеффера  $a|b = \overline{a \wedge b}$ ; операция Вебба  $a \downarrow b = \overline{a \vee b}$ ; противоречие  $a \neq b = a \wedge \bar{a}$ ; тавтология  $(a = b) = a \vee \bar{a}$ ; запрет  $a \rightarrow b = a \wedge \bar{b}$ .

Поскольку все введенные операции НЛ выражаются через базовые операции НЛ (1), можно ожидать, что решение поставленной задачи, если оно существует, может быть получено в терминах только базовых операций НЛ — дизъюнкции, конъюнкции и отрицания.

**2. ИДЕЯ РЕШЕНИЯ**

Идея решения поставленной задачи проста и заключается в следующем. Рассмотрим стандартную разрывную кривую простейшего вида (см. рис. *a*) с двумя участками непрерывности и одним разрывом между ними. Ее уравнение можно записать в виде совокупности двух уравнений, соответствующих двум участкам кривой

$$f_A(x, y) = 0 \text{ на участке } A; \\ f_B(x, y) = 0 \text{ на участке } B, \quad (2)$$

где  $f_A(x, y)$  и  $f_B(x, y)$  — функции, соответствующие участкам *A* и *B* кривой.

В общем случае произвольная точка  $M = (x, y)$  на рис. *a* может находиться: 1) на участке *A* кривой; 2) на участке *B* кривой; 3) вне кривой. Между этими тремя возможными положениями точки *M* и соответствующими значениями функций  $f_A(x, y)$  и  $f_B(x, y)$  имеется следующее взаимнооднозначное соответствие:

$$\begin{aligned} \text{случай 1: } f_A(x, y) = 0, f_B(x, y) \neq 0; \\ \text{случай 2: } f_A(x, y) \neq 0, f_B(x, y) = 0; \\ \text{случай 3: } f_A(x, y) \neq 0, f_B(x, y) \neq 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Предположим, что функции  $f_A(x, y)$  и  $f_B(x, y)$ , с помощью которых записываются уравнения (2) участков *A* и *B* кривой (см. рис. *a*), удовлетворяют более определенным, чем выше, условиям:

$$f_A(x, y) > 0 \text{ вне участка } A; \\ f_B(x, y) > 0 \text{ вне участка } B. \quad (4)$$

Условия (4) означают, что указанные функции, которые, будучи приравненными нулю, описывают — каждая на своем участке (см. уравнения (2)) — кривую на рис. *a*, в любых других точках рис. *a*, находящихся вне этого участка, имеют положительное значение. С учетом условий (4) соответствие (3) принимает вид:

$$\begin{aligned} \text{случай 1: } f_A(x, y) = 0, f_B(x, y) > 0; \\ \text{случай 2: } f_A(x, y) > 0, f_B(x, y) = 0; \\ \text{случай 3: } f_A(x, y) > 0 \text{ или } f_A(x, y) < 0, f_B(x, y) > 0 \\ \text{или } f_B(x, y) < 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Из выражений (5) видно, что функция  $f(x, y)$ , обращающаяся в нуль на кривой (см. рис. *a*) и не равная нулю вне этой кривой, имеет вид

$$f(x, y) = f_A(x, y) \wedge f_B(x, y), \quad (6)$$

где  $\wedge$  — операция конъюнкции НЛ. Таким образом, уравнение кривой записывается с помощью введенной функции  $f(x, y)$  как

$$f(x, y) = 0. \quad (7)$$

После подстановки в уравнение (7) выражения этой функции (6) получим явную форму искомого уравнения кривой:

$$f_A(x, y) \wedge f_B(x, y) = 0, \quad (8)$$

выраженную через уравнения (2) обоих участков этой кривой. Как видно из уравнения (8), если функции  $f_A(x, y)$  и



$f_B(x, y)$  с помощью которых записываются уравнения (2) участков  $A$  и  $B$  разрывной кривой, удовлетворяют условиям (4), эти частные уравнения можно “сшить” в единое уравнение (8) кривой с помощью операции конъюнкции НЛ. Таким образом, для получения уравнения разрывной кривой (см. рис. *a*) надо представить участки  $A$  и  $B$  такими уравнениями (2), в которых представляющие функции  $f_A$  и  $f_B$  удовлетворяют условию (4).

Описанный “метод сшивания” пригоден для получения не только уравнения простейшей разрывной кривой с двумя участками, но и уравнений любых стандартных разрывных кривых. Так, для кривой (см. рис. *b*) с тремя участками непрерывности и двумя разрывами между ними описывающее ее уравнение можно представить по участкам в виде совокупности трех уравнений, соответствующих трем участкам кривой:

$$f_A(x, y) = 0 \text{ на участке } A; f_B(x, y) = 0 \text{ на участке } B; f_C(x, y) = 0 \text{ на участке } C, \quad (9)$$

где  $f_A(x, y)$ ,  $f_B(x, y)$  и  $f_C(x, y)$  — функции, соответствующие участкам  $A$ ,  $B$  и  $C$  кривой. Если эти функции удовлетворяют условиям типа (4)

$$\begin{aligned} f_A(x, y) &> 0 \text{ вне участка } A; \\ f_B(x, y) &> 0 \text{ вне участка } B; \\ f_C(x, y) &> 0 \text{ вне участка } C, \end{aligned} \quad (10)$$

то имеется следующее взаимнооднозначное соответствие между различными возможными положениями произвольной точки  $M(x, y)$  на рис. *b* и значениями функций  $f_A$ ,  $f_B$  и  $f_C$ :

- случай 1:  $M$  находится на участке  $A$  кривой,  
 $f_A(x, y) = 0, f_B(x, y) > 0, f_C(x, y) > 0$ ;
- случай 2:  $M$  находится на участке  $B$  кривой,  
 $f_B(x, y) = 0, f_A(x, y) > 0, f_C(x, y) > 0$ ; (11)
- случай 3:  $M$  находится на участке  $C$  кривой,  
 $f_C(x, y) = 0, f_A(x, y) > 0, f_B(x, y) > 0$ ;
- случай 4:  $M$  находится вне кривой,  $f_A(x, y) > 0$   
или  $f_A(x, y) < 0$  или  $f_B(x, y) < 0, f_C(x, y) > 0$   
или  $f_C(x, y) < 0$ .

Как видно из выражений (11), функция  $f(x, y)$ , равная нулю на кривой (см. рис. *b*) и отличная от нуля вне этой кривой, имеет вид:  $f(x, y) = f_A(x, y) \wedge f_B(x, y) \wedge f_C(x, y)$ .

Таким образом, если функции  $f_A$ ,  $f_B$  и  $f_C$ , которые описывают уравнения (9) участков  $A$ ,  $B$  и  $C$  кривой рис. *b*, удовлетворяют условиям (10), то явная форма уравнения кривой в терминах операций НЛ такова:

$$f_A(x, y) \wedge f_B(x, y) \wedge f_C(x, y) = 0. \quad (12)$$

Таким образом, и в случае разрывной кривой (см. рис. *b*) с тремя участками непрерывности, если функции  $f_A(x, y)$ ,  $f_B(x, y)$  и  $f_C(x, y)$ , с помощью которых записываются уравнения (9) участков  $A$ ,  $B$  и  $C$  кривой, удовлетворяют условиям (10), эти частные уравнения “сшиваются” в общее уравнение (12) кривой с помощью операции конъюнкции НЛ.

Аналогично, уравнение разрывной кривой (см. рис. *в*) с четырьмя участками непрерывности (и тремя разрывами между ними), которые описываются уравнениями

$$\begin{aligned} f_A(x, y) &= 0 \text{ на участке } A; f_B(x, y) = 0 \text{ на участке } B; \\ f_{C_1}(x, y) &= 0 \text{ на участке } C_1; \\ f_{C_2}(x, y) &= 0 \text{ на участке } C_2 \end{aligned} \quad (13)$$

с функциями  $f(\cdot)$ , удовлетворяющими условиям

$$\begin{aligned} f_A(x, y) &> 0 \text{ вне участка } A; f_B(x, y) > 0 \text{ вне участка } B; \\ f_{C_1}(x, y) &> 0 \text{ вне участка } C_1; \\ f_{C_2}(x, y) &> 0 \text{ вне участка } C_2, \end{aligned} \quad (14)$$

записываются с помощью операций НЛ в виде  $f_A(x, y) \wedge f_B(x, y) \wedge f_{C_1}(x, y) \wedge f_{C_2}(x, y) = 0$ .

Вообще, если имеется разрывная кривая общего вида (см. рис. *г*) с произвольным числом  $n + 1$  участков  $A_1, \dots, A_{n+1}$  (и  $n$  разрывами между ними), описываемых уравнениями

$$f_A(x, y) = 0, \quad A \in \{A_1, \dots, A_{n+1}\}, \quad (15)$$

с функциями  $f(\cdot)$ , удовлетворяющими условиям

$$f_A(x, y) > 0 \text{ вне участка } A, \quad A \in \{A_1, \dots, A_{n+1}\}, \quad (16)$$

то уравнение этой кривой можно записать с помощью операций НЛ в виде

$$\bigwedge_{A \in \{A_1, \dots, A_{n+1}\}} f_A(x, y) = 0.$$

Из изложенного следует, что поставленная задача аналитического моделирования стандартных разрывных кривых (типа показанных на рисунке) с помощью НЛ сводится к гораздо более простой задаче аналитического моделирования отдельных непрерывных участков таких кривых, имеющих вид отрезков горизонтальных прямых, с помощью той же НЛ. При этом функции, с помощью которых описываются указанные участки (см. уравнения (2), (9), (13) и (15)), должны быть положительными на всех других участках (см. условия (4), (10), (14) и (16)), что, как мы увидим далее, легко достижимо.

### 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ УЧАСТКОВ СТАНДАРТНЫХ РАЗРЫВНЫХ КРИВЫХ

Как следует из рисунка, имеются всего три типа горизонтальных непрерывных участков стандартных разрывных кривых. Участок первого типа представляет собой ограниченный слева и неограниченный справа горизонтальный отрезок  $B$ , задаваемый в виде системы уравнений и неравенств

$$\left. \begin{aligned} y &= b \\ x &> a \end{aligned} \right\}. \quad (17)$$

Перепишем эту систему в виде

$$\left. \begin{aligned} y - b &= 0 \\ a - x &< 0 \end{aligned} \right\}. \quad (18)$$

В терминах операции НЛ — дизъюнкции — систему (18) можно представить как одно уравнение

$$f_B(x, y) \equiv (y - b) \vee (a - x) = 0. \quad (19)$$

Итак, любая точка  $(x, y)$  на изучаемом отрезке (17) удовлетворяет уравнению (19). С другой стороны, любая точка  $(x, y)$ , находящаяся вне отрезка (17), удовлетворяет хотя бы одному из условий:  $y > b$ ,  $y < b$ ,  $x < a$ , вследствие чего для нее не выполняется уравнение (19). Таким образом, уравнение (19) является уравнением ограниченного слева и неограниченного справа горизонтального отрезка типа (17), записанным с помощью операции дизъюнкции НЛ. При этом за пределами отрезка, т. е. при  $x < a$ , левая часть уравнения (19) положительна, т. е. выполнено условие (16).

Горизонтальный участок второго типа представляет собой ограниченный справа и неограниченный слева горизонтальный отрезок  $A$ , задаваемый системой уравнений и неравенств

$$\left. \begin{array}{l} y = b \\ x < a \end{array} \right\}. \quad (20)$$

Переписав систему (20) в виде

$$\left. \begin{array}{l} y - b = 0 \\ x - a < 0 \end{array} \right\},$$

аналогично представляем ее единым логическим уравнением

$$f_A(x, y) \equiv (y - b) \vee (a - x) = 0 \quad (21)$$

и убеждаемся, что любая точка  $(x, y)$  на изучаемом отрезке (20) удовлетворяет уравнению (21), а любая точка вне этого отрезка не удовлетворяет ему, т. е. уравнение (21) есть уравнение ограниченного справа и неограниченного слева горизонтального отрезка типа (20), записанное с помощью операции дизъюнкции НЛ. Причем за пределами отрезка, т. е. при  $x > a$ , левая часть уравнения (21) положительна, т. е. выполнено условие (16).

Наконец, горизонтальный участок третьего типа является ограниченным слева и справа горизонтальным отрезком  $C$ , который можно задать в виде системы уравнений и неравенств

$$\left. \begin{array}{l} y = b \\ x > a \\ x < c \end{array} \right\}, \quad a < c. \quad (22)$$

Систему (22) можно переписать в виде

$$\left. \begin{array}{l} y - b = 0 \\ a - x < 0 \\ x - c < 0 \end{array} \right\}, \quad a < c. \quad (23)$$

Системе (23) соответствует единое логическое уравнение вида

$$f_C(x, y) \equiv (y - b) \vee (a - x) \vee (x - c) = 0. \quad (24)$$

Убеждаемся, что любая точка  $(x, y)$  на отрезке (22) удовлетворяет уравнению (24), а любая точка вне этого отрезка не удовлетворяет ему. Поэтому уравнение (24) и

есть нужное нам уравнение ограниченного слева и справа горизонтального отрезка типа (22), записанное с помощью операции дизъюнкции НЛ. При этом опять за пределами отрезка, т. е. при  $(x < a) \cup (x > c)$ , левая часть уравнения (24) положительна, т. е. выполнено условие (16).

Итак, все три возможных типа горизонтальных непрерывных участков стандартных разрывных кривых, показанных на рисунке, можно аналитически моделировать соответствующими логическими уравнениями (19), (21) и (24) со специальной (удовлетворяющей дополнительно свойству (16)) левой частью.

#### 4. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ СТАНДАРТНЫХ РАЗРЫВНЫХ КРИВЫХ

Как показано в § 3, любой горизонтальный непрерывный участок  $A$  стандартной разрывной кривой, типа представленных на рисунке, можно промоделировать аналитически в виде уравнения (15) с помощью некоторой функции  $f_A(x, y)$ , сформированной с помощью операций вычитания и непрерывно-логической дизъюнкции и удовлетворяющей условию (16). Это открывает возможность общего логико-аналитического моделирования указанных разрывных кривых путем “сшивания” уравнений их отдельных непрерывных горизонтальных участков в единое уравнение всей разрывной кривой (см. § 2).

Начнем с вывода логического уравнения простейшей стандартной разрывной кривой с двумя участками непрерывности и одним разрывом между ними (см. рис. *a*). Согласно § 2, общий вид уравнения этой кривой есть уравнение (8), при условии, что уравнения первого ( $A$ ) и второго ( $B$ ) ее участков имеют вид (2) и входящие в эти уравнения функции — левые части  $f_A(x, y)$  и  $f_B(x, y)$  — удовлетворяют условиям (4). Но, согласно § 3, уравнение участка  $A$  есть уравнение (21) при  $b = b_1$ ,  $a = a_1$ , уравнение участка  $B$  — это уравнение (19) при  $b = b_2$ ,  $a = a_1$ . При этом оба уравнения имеют вид (2), а их левые части  $f_A(x, y)$  и  $f_B(x, y)$  удовлетворяют условиям (4). Следовательно, уравнение кривой (см. рис. *a*) имеет вид (8). Подставив в уравнение (8) конкретизированные согласно указанному левые части уравнений участков  $A$  и  $B$  — функции  $f_A(x, y)$  и  $f_B(x, y)$ , получим искомое уравнение кривой с двумя участками непрерывности и одним разрывом между ними в форме

$$[(y - b_1) \vee (x - a_1)] \wedge [(y - b_2) \vee (a_1 - x)] = 0. \quad (25)$$

Как видно, наше уравнение содержит в левой части четыре алгебраические операции вычитания, две логические операции дизъюнкции НЛ и одну логическую операцию конъюнкции НЛ, т. е. две операции вычитания и одну операцию дизъюнкции на один участок и одну операцию конъюнкции на один разрыв кривой.

Воспользуемся тем же приемом для вывода логического уравнения следующей по сложности стандартной разрывной кривой, имеющей три участка непрерывности и два разрыва между ними (см. рис. *b*). Общий вид уравнения этой кривой есть (12), при условии, что уравнения первого ( $A$ ), второго ( $C$ ) и третьего ( $B$ ) ее участков имеют вид (9); входящие в эти уравнения функции — левые части  $f_A(x, y)$ ,  $f_B(x, y)$  и  $f_C(x, y)$  — удовлетворяют



условиям (10). Согласно § 3, уравнение участка  $A$  есть уравнение (21) при  $b = b_1$ ,  $a = a_1$ , уравнение участка  $C$  — уравнение (24) при  $b = b_2$ ,  $a = a_1$ ,  $c = a_2$ , уравнение участка  $B$  — уравнение (19) при  $b = b_3$ ,  $a = a_2$ . При этом все три уравнения имеют вид (9), а их левые части  $f_A(x, y)$ ,  $f_B(x, y)$  и  $f_C(x, y)$  удовлетворяют условиям (10). Следовательно, уравнение кривой (см. рис. б) имеет вид (12). Подставив в уравнение (12) конкретизированные, как сказано ранее, левые части уравнений участков  $A$ ,  $B$  и  $C$ , т. е. функции  $f_A(x, y)$ ,  $f_B(x, y)$  и  $f_C(x, y)$ , получим нужное уравнение кривой с тремя участками непрерывности и двумя разрывами между ними в форме

$$[(y - b_1) \vee (x - a_1)] \wedge [(y - b_2) \vee (a_1 - x) \vee (x - a_2)] \wedge [(y - b_3) \vee (a_2 - x)] = 0. \quad (26)$$

Уравнение содержит семь алгебраических операций вычитания, четыре логические операции дизъюнкции НЛ и две логические операции конъюнкции НЛ. На один участок (разрыв) кривой в ее уравнении приходится: две операции вычитания на каждый из двух крайних участков плюс три такие операции на средний участок; одна операция дизъюнкции на каждый из двух крайних участков плюс две такие операции на средний участок; одна операция конъюнкции на каждый разрыв кривой.

Описанная методика остается в силе и для произвольных кривых этого класса, содержащих произвольное число участков непрерывности и разрывов между ними. Необходимо лишь учитывать, что последовательное усложнение этих кривых проявляется только в увеличении числа их средних участков, при постоянстве числа крайних участков, равного двум. Этим путем, например, для кривой с четырьмя участками непрерывности (два крайних и два средних) и тремя разрывами между ними (см. рис. в) получим уравнение

$$[(y - b_1) \vee (x - a_1)] \wedge [(y - b_2) \vee (a_1 - x) \vee (x - a_2)] \wedge [(y - b_3) \vee (a_2 - x) \vee (x - a_3)] \wedge [(y - b_4) \vee (a_3 - x)] = 0. \quad (27)$$

Оно содержит десять алгебраических операций вычитания, шесть логических операций дизъюнкции НЛ и три логические операции конъюнкции НЛ. Таким образом, на один участок (разрыв) кривой в ее уравнении приходится: две операции вычитания на каждый из двух крайних участков и три операции вычитания на каждый средний участок; одна операция дизъюнкции на каждый из двух крайних участков и две операции дизъюнкции на каждый средний участок; одна операция конъюнкции на каждый разрыв кривой.

В общем случае для произвольной стандартной разрывной кривой с  $n + 1$  участками непрерывности и  $n$  разрывами между ними,  $n \geq 1$  (см. рис. г), уравнение имеет вид:

$$[(y - b_1) \vee (x - a_1)] \wedge \left\{ \bigwedge_{i=1}^{n-1} [(y - b_{i+1}) \vee (a_i - x) \vee (x - a_{i+1})] \right\} \wedge [(y - b_n) \vee (a_n - x)] = 0. \quad (28)$$

На один участок (разрыв) приходится такое же число различных операций, как и для кривой с четырьмя уча-

сками и тремя разрывами между ними (см. пояснения к уравнению (27)). Это позволяет легко сосчитать общее число различных операций, необходимых для логического моделирования произвольной стандартной разрывной кривой с  $n + 1$  участками непрерывности и  $n$  разрывами между ними с помощью уравнения (28). Обозначив через  $N_{\circ}(n)$  число операций типа “О”, а через  $N(n)$  — общее число операций всех типов, получим

$$N_{-}(n) = 2 + 2 + 3(n - 1) = 3n + 1,$$

$$N_{\vee}(n) = 1 + 1 + 2(n - 1) = 2n,$$

$$N_{\wedge}(n) = 1 + 1 + (n - 2) = n,$$

$$N(n) = N_{-}(n) + N_{\vee}(n) + N_{\wedge}(n) = 6n + 1.$$

Как видно из этих оценок, трудоемкость логического моделирования стандартных разрывных кривых уравнениями вида (25)—(28), измеряемая числом операций различного вида в этих уравнениях, а также суммарным числом этих операций, растет линейно относительно числа  $n$  разрывов кривой. Это позволяет моделировать с помощью указанных уравнений кривые практически неограниченной сложности (с практически неограниченным числом разрывов).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье показана возможность аналитического моделирования произвольных разрывных кривых, практически неограниченной сложности, с использованием операций непрерывной логики. Таким образом, теперь можно говорить о логическом моделировании разрывных кривых. Это открывает возможность последующего формализованного логического синтеза таких кривых, с использованием хороших конструктивных качеств языка алгебры логики (в данном случае — непрерывной логики), позволяющего, как видно из изложенного, выражать разрывные функции в виде логико-алгебраической суперпозиции непрерывных функций. Последние, как хорошо известно, могут быть легко реализованы как схемным, так и программным путем и, таким образом, могут быть взяты за элементарные функции при указанном логическом синтезе разрывных кривых.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург С. А. Непрерывная логика и ее применения // Автоматика и телемеханика. — 1967. — № 2. — С. 115—132.
2. Левин В. И. Непрерывная логика и ее применение. I, II // Там же. — 1990. — № 8. — С. 3—22; № 9. — С. 3—26.
3. Левин В. И. Методы непрерывной логики в задачах управления // Там же. — 2003. — № 3. — С. 28—51.
4. Волгин Л. И. Предикатная алгебра выбора и ее модификации // Опыт, результаты, проблемы повышения конкурентоспособности радиоэлектронной аппаратуры. — Таллинн: Валгус, 1986. — Вып. 4. — С. 64—104.

☎ (8412) 49-61-56

E-mail: levin@pti.ac.ru

