УДК 330.34.014.2.519.86

МОДЕЛИРОВАНИЕ СМЕНЫ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО УКЛАДА

В. А. Колемаев, А. Е. Бережной

Государственный университет управления, г. Москва

Поставлена задача оптимального управления процессом смены одного технологического уклада другим, получено ее решение и модельно показано, что влияние научно-технического прогресса в долгосрочном периоде, протекающее путем смены технологического уклада, при определенных условиях может приводить к образованию экономических циклов.

ВВЕДЕНИЕ

Задача повышения уровня жизни населения, увеличения национального богатства и объемов производства, особенно актуальная в современной России, неразрывно связана с проблемой модернизации системы управления, переходом к более совершенным способам производства, к новейшим технологиям в массовом порядке. Поэтому такая задача носит не столько количественный, сколько качественный характер и сопряжена с проблемами научно-технического развития страны.

Следуя работам российских ученых С. Ю. Глазьева и Д. С. Львова [1, 2], научно-техническое развитие в долгосрочном периоде протекает путем смены технологических укладов. Под технологическим укладом понимают некоторую совокупность производств, находящихся примерно на одном и том же уровне технического развития и образующих такую экономическую систему, которая способна осуществлять процессы производства продукции и собственного расширения преимущественно за счет внутренних ресурсов.

Из концепции научно-технического прогресса как процесса смены одного технологического уклада другим естественно вытекает необходимость математического моделирования этого процесса. В настоящей статье представлена модель смены технологического уклада, поставлена задача оптимального управления процессом смены технологического уклада, получено ее решение в элементарных функциях и приведены результаты верификации модели на числовых данных.

В рамках данной работы будем различать уходящий традиционный технологический уклад, который находится на заключительном этапе своего развития, и замещающий его инновационный технологический уклад, который только начинает внедряться в экономическую систему. Будем считать, что все сбережения, на которые уменьшается непроизводственное потребление, направляются на инвестиции в производство соответствующего уклада, т. е. значения сбережений и инвестиций равны.

Инновационный технологический уклад в своем развитии проходит этап накопления и этап отдачи от накоплений, которые будут рассмотрены далее.

1. ЭТАП НАКОПЛЕНИЯ

На этом этапе существует всего лишь один уклад, способный осуществлять производство продукции. Мы будем придерживаться допущений, характерных для модели Солоу [3]. Согласно этой модели одноукладная экономика в долгосрочном периоде достигает своего стационарного состояния, при котором все удельные показатели постоянны, а норма накопления в традиционный уклад равна эластичности выпуска по капиталу.

Инвестиции в инновационный технологический уклад в таком случае целесообразно, на наш взгляд, осуществлять за счет уменьшения непроизводственного потребления, так как уменьшение инвестиций в традиционный уклад, который служит донором экономики страны, может негативно сказаться на экономике в случае неудачного внедрения новых технологий.

Норма накопления $\rho_1(t)$ в инновационный технологический уклад и продолжительность τ этапа накопления определяется, исходя из программы технико-экономического развития страны, в которой будут отражены стадии разработки необходимой проектной документации, создания производственных мощностей и инфраструктуры инновационного технологического уклада. В общем случае норма накопления может быть переменной.

Таким образом, за τ лет общий объем инвестиций в инновационный технологический уклад $K_1^1 = \int_0^\tau \eta\rho_1(t)X_0 dt.$

Параметр η характеризует неизбежные потери, связанные с использованием старого оборудования для создания техники инновационного уклада.

Основные обозначения:

Экзогенные переменные

L — численность рабочей силы во всей экономике

μ_0, μ_1 — нормы выбытия фондов

ρ_0, ρ_1 — нормы накопления укладов

$\rho_1^{\min}$, $\rho_1^{\max}$ — пороговые значения нормы накопления в инновационный уклад

w_1 — ставка заработной платы

p_0 — цена единицы продукции традиционного уклада

τ — длина этапа накопления

Эндогенные переменные

X_0, X_1 — валовые выпуски укладов[1]

L_0, L_1 — численность рабочей силы укладов

K_0, K_1 — объемы основных фондов укладов

C — непроизводственное потребление

w_0 — ставка заработной платы традиционного уклада

$k_0 = K_0/L_0$, $k_1 = K_1/L_1$ — фондовооруженность укладов

$\theta_0 = L_0/L$, $\theta_1 = L_1/L$ — доли работающих в укладах

c — удельное непроизводственное потребление

$x_0 = X_0/L_0$, $x_1 = X_1/L_1$ — удельные выпуски укладов в расчете на одного занятого

T — длина этапа отдачи от накоплений

$\tilde{T} = T + \tau$ — момент окончания этапа отдачи от накоплений

t^* — момент переключения управления, т. е. перехода нормы накопления с одного экстремального значения на другое.

Индексом “0” будем обозначать показатели, относящиеся к традиционному укладу, “1” — к инновационному. Верхним индексом “E” будем обозначать стационарные показатели, верхним индексом “1” — начальные условия. Так, например, стационарную и начальную фондовооруженности традиционного уклада будем соответственно обозначать k_0^E и k_0^1.

2. ЭТАП ОТДАЧИ ОТ НАКОПЛЕНИЙ

На рассматриваемом этапе лаг капиталовложений в инновационный уклад отсутствует. Связь выпуска традиционного уклада с затратами труда и капитала будем считать подчиненной зависимости, выражаемой с помощью производственной функции Кобба—Дугласа:

$$X_0 = A_0 K_0^{\alpha_0} L_0^{1-\alpha_0}. \qquad (1)$$

В связи с тем, что на начальном этапе появления новой технологии наблюдается постоянная отдача от увеличения использования факторов производства, которая связана напрямую с обучением рабочей силы в производственном процессе, для отражения взаимосвязи объемов выпуска с затратами труда и капитала будем пользоваться производственной функцией Леонтьева.

Такая производственная функция более адекватно, чем линейная, отражает производственный процесс, так как последняя допускает абсолютную взаимозаменяемость между трудом и капиталом, что противоречит тому факту, что именно капитал в виде материализованных инноваций является носителем новых технологий.

Другие, широко распространенные в экономическом анализе производственные функции, такие как постоянной эластичности замещения, в том числе производственная функция Кобба—Дугласа, также менее предпочтительны для описания поведения инновационного уклада на рассматриваемом этапе, так как для них характерна убывающая отдача от увеличения использования какого-либо фактора производства.

Будем считать, что в силу большей привлекательности инновационного уклада (более высокая оплата труда, новое оборудование, перспективность работы в высокотехнологичном секторе, лучшие экологические условия и т. п.), рабочая сила будет избыточным фактором, а ограничивающим расширение новых технологий фактором будет капитал (в том смысле, что $\alpha_K K_1 \leqslant \alpha_L L_1$).

Поэтому производственная функция в таком случае примет следующий вид:

$$X_1 = \min(a_K K_1,\ a_L L_1) = a_K K_1, \qquad (2)$$

где a_K и a_L — некоторые неотрицательные коэффициенты. Численность рабочей силы будем считать неизменной:

$$L = L_1 + L_0 = \text{const}. \qquad (3)$$

Кроме того, упомянутая привлекательность будет служить мотивом перехода рабочей силы из традиционного уклада в инновационный. Скорость этого перехода будет напрямую зависеть от соотношения ставок заработной платы в традиционном и инновационном укладах, поэтому вместе с учетом соотношения (3) получаем:

$$-\frac{dL_0}{dt} = \frac{dL_1}{dt} = \beta\frac{w_1}{w_0}, \qquad (4)$$

где β — коэффициент, характеризующий скорость перераспределения трудовых ресурсов из традиционного уклада в инновационный при равных ставках заработной платы, он показывает, на сколько уменьшится численность рабочей силы традиционного уклада в единицу времени, если ставки заработных плат укладов будут равны.

Чем больше ставка заработной платы, тем меньше будет желающих сменить место работы. Напомним, что в экономической теории ставку заработной платы принято считать в долгосрочном периоде равной стоимости предельного продукта на одного занятого. Ставка заработной платы для работников инновационного уклада в таком случае будет постоянна.

Предельный продукт на одного занятого в традиционном укладе выражается как $\frac{\partial X_0}{\partial L_0} = A_0(1-\alpha_0)k_0^{\alpha_0}$, где A_0 и α_0 — неотрицательные константы.

Однако на практике ставку заработной платы часто занижают по сравнению со стоимостью предельного продукта, поэтому для традиционного уклада:

$$w_0 = \zeta p_0 \frac{\partial X_0}{\partial L_0} = \zeta p_0 A_0 (1-\alpha_0) k_0^{\alpha_0},$$

где ζ, $0 < \zeta < 1$, — коэффициент занижения.

[1] В момент времени t. Здесь и далее, кроме случаев, когда это особенно необходимо подчеркнуть, для простоты аргумент t будет опускаться.

Отсюда получим:

$$\frac{dL_0}{dt} = -\Gamma\frac{w_1}{A_0(1-\alpha_0)k_0^{\alpha_0}}, \quad L_0(\tau) = L_0^1, \quad \Gamma = \frac{\beta}{\zeta p_0}. \quad (5)$$

Из выражений (3) и (5) нетрудно получить:

$$\frac{dL_1}{dt} = \Gamma\frac{w_1}{A_0(1-\alpha_0)k_0^{\alpha_0}}, \quad L_1(\tau) = L_1^1. \quad (6)$$

Ввиду высокой эффективности инновационного уклада будем полагать, что все инвестиции целесообразно направлять в этот уклад:

$$\frac{dK_0}{dt} = -\mu_0 K_0, \quad K_0(\tau) = K_0^1, \quad (7)$$

$$\frac{dK_1}{dt} = -\mu_1 K_1 + \rho_1(t)(X_1 + \eta X_0), \quad K_1(\tau) = K_1^1. \quad (8)$$

Параметр η, $0 < \eta < 1$, как и прежде, отражает тот факт, что на новом оборудовании процесс воспроизводства фондов инновационного уклада происходит эффективнее, чем на старом, и без дополнительных потерь. Он также служит и для сопоставления продукции укладов по качеству с точки зрения непроизводственного потребления, т. е. X_0 единиц продукции традиционного уклада эквивалентны для потребителя X_1 единиц продукции инновационного уклада, если $X_1 = \eta X_0$.

Рассмотрим теперь вопрос о значениях величин K_0 и K_1 в момент τ. Значение K_1^1 определяется на предыдущем этапе развития уклада. В начальный момент времени для запуска производства будет нанято некоторое число людей. Управляющий орган будет стремиться к тому, чтобы рабочая сила не была, с одной стороны, ограничивающим фактором, а с другой — ее не должно быть чрезмерно много. Иными словами, должно выполняться равенство

$$X_1^1 = \min(a_K K_1^1, a_L L_1^1) = a_K K_1^1 = a_L L_1^1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow L_1^1 = a_K K_1^1/a_L. \quad (9)$$

Из соотношений (3) и (9) получаем $L_0^1 = L - a_K K_1^1/a_L$. В момент времени τ размер основных фондов традиционного уклада $K_0^1 = Lk_0^E$.

Поставим теперь задачу оптимального управления [4] процессом смены технологического уклада. В качестве управляющего параметра в данном случае будет выступать норма накопления $\rho_1(t)$. Отметим, что варьировать нормой накопления в инновационный уклад можно не только в экономической системе с плановой экономикой. В экономической системе с рыночной экономикой у государства есть целый ряд гибких рыночных инструментов для регулирования этого параметра. В России таким инструментом может выступать ставка рефинансирования Центрального Банка.

Роль фазовых переменных будут выполнять фондовооруженность укладов и доля занятых в традиционном укладе, траектории их движения описываются нижеприведенной системой уравнений (11), функционалом будет выступать функция интегрального потребления за рассматриваемый период T, которую необходимо максимизировать:

$$\int_{\tau}^{T+\tau}(1-\rho_1(t))(X_1+\eta X_0)dt + \delta K_1(T) \xrightarrow[\rho_1(t)\in[\rho_1^{\min},\rho_1^{\max}]]{} \max, \quad (10)$$

где δ, $0 \leqslant \delta \leqslant 1$, — заранее заданная константа, характеризующая наше предпочтение настоящего будущему.

Запишем функцию (10) в относительных показателях, поделив ее на константу L:

$$\int_{\tau}^{T+\tau}(1-\rho_1(t))(x_1(1-\theta_0)+\eta x_0\theta_0)dt + \delta k_1(T) \xrightarrow[\rho_1(t)\in[\rho_1^{\min},\rho_1^{\max}]]{} \max.$$

Уравнения эволюции системы (1)—(8) нетрудно преобразовать в систему нелинейных дифференциальных уравнений относительных показателей:

$$\begin{cases} \dfrac{dk_0}{dt} = -\mu_0 k_0 + k_0\dfrac{b_0}{k_0^{\alpha_0}\theta_0}, \; k_0(\tau) = k_0^1 \\ \dfrac{dk_1}{dt} = \rho_1(t)\Big(x_1 + \dfrac{\theta_0}{1-\theta_0}\eta x_0\Big) - k_1\dfrac{b_0}{(1-\theta_0)k_0^{\alpha_0}} - \mu_1 k_1, \\ \qquad k_1(\tau) = k_1^1 \\ \dfrac{d\theta_0}{dt} = -\dfrac{b_0}{k_0^{\alpha_0}}, \; \theta_0(\tau) = \theta_0^1, \end{cases} \quad (11)$$

где $x_0 = X_0/L_0 = A_0 k_0^{\alpha_0}$ и $x_1 = X_1/L_1 = a_k k_1$ — производительности труда традиционного и инновационного укладов, $\gamma = \Gamma/L$ и $b_0 = \dfrac{\gamma w_1}{A_0(1-\alpha_0)}$ — константы.

Начальные условия можно записать в виде:

$$\begin{cases} k_1^1 = \dfrac{a_1}{a_k} \\ \theta_0^1 = 1 - \dfrac{K_1^1}{k_1^1 L} = 1 - \dfrac{a_K}{a_L}\dfrac{K_1^1}{L} \\ k_0^1 = k_0^E\dfrac{1}{\theta_0^1} = k_0^E\dfrac{1}{1 - \dfrac{a_K}{a_L}\dfrac{K_1^1}{L}}. \end{cases}$$

Для облегчения последующего решения задачи сдвинем начало координат по оси времени из точки τ в точку 0. Перепишем начальные условия в новых координатах:

$$\begin{cases} k_1(0) = k_1^1 \\ k_0(0) = k_0^1 \\ \theta_0(0) = \theta_0^1. \end{cases}$$

Условия трансверсальности для сопряженных функций зададим следующим образом [5]: $\psi_1(T) = \dfrac{\partial(\delta k_1(T))}{\partial k_0}$, $\psi_2(T) = \dfrac{\partial(\delta k_1(T))}{\partial k_1}$, $\psi_3(T) = \dfrac{\partial(\delta k_1(T))}{\partial \theta_0}$, откуда

$$\psi_1(T) = 0, \quad \psi_2(T) = \delta, \quad \psi_3(T) = 0. \tag{12}$$

Гамильтонова функция примет вид:

$$\begin{aligned} H &= \psi_0[(1-\rho_1)(x_1(1-\theta_0) + \eta x_0\theta_0)] + \\ &+ \psi_1(t)\left[k_0\frac{\gamma w_1}{A_0(1-\alpha_0)k_0^{\alpha_0}\theta_0} - \mu_0 k_0\right] + \\ &+ \psi_2(t)\left[\rho_1\left(x_1 + \frac{\theta_0}{1-\theta_0}\eta x_0\right) - k_1\frac{\gamma w_1}{A_0(1-\alpha_0)(1-\theta_0)k_0^{\alpha_0}} - \right. \\ &\left. - \mu_1 k_1\right] - \psi_3(t)\frac{\gamma w_1}{A_0(1-\alpha_0)k_0^{\alpha_0}}. \end{aligned}$$

Как видно, она линейна относительно управляющего параметра $\rho_1(t)$, следовательно, он будет принимать только свои экстремальные значения, в зависимости от знака ее производной по этому параметру:

$$\begin{cases} \rho_1 = \rho_1^{\max}, \dfrac{\partial H}{\partial \rho_1} > 0 \\ \rho_1 = \rho_1^{\min}, \dfrac{\partial H}{\partial \rho_1} < 0 \\ \rho_1 \text{ изменяет свое значение, } \dfrac{\partial H}{\partial \rho_1} = 0. \end{cases} \tag{13}$$

Таким образом, $\rho_1(t) = \rho_1 = \text{const}$ для всех t, при которых $\dfrac{\partial H}{\partial \rho_1} \neq 0$ и только когда $\dfrac{\partial H}{\partial \rho_1} = 0$, управляющий параметр скачкообразно изменяет свое значение, т. е. $\rho_1(t)$ — ограниченная кусочно-непрерывная справа функция времени.

Приведем строгую постановку задачи оптимального управления:

$$\int_0^T (1-\rho_1)(x_1(1-\theta_0) + \eta x_0\theta_0)dt + \delta k_1(T) \xrightarrow[\rho_1 \in [\rho_1^{\min}, \rho_1^{\max}]]{} \max.$$

Уравнения эволюции системы:

$$\begin{cases} \dfrac{dk_0}{dt} = -\mu_0 k_0 + k_0\dfrac{b_0}{k_0^{\alpha_0}\theta_0}, \; k_0(0) = k_0^1 \\ \dfrac{dk_1}{dt} = \rho_1\left(x_1 + \dfrac{\theta_0}{1-\theta_0}\eta x_0\right) - k_1\dfrac{b_0}{(1-\theta_0)k_0^{\alpha_0}} - \mu_1 k_1, \\ \qquad k_1(0) = k_1^1 \\ \dfrac{d\theta_0}{dt} = -\dfrac{b_0}{k_0^{\alpha_0}}, \; \theta_0(0) = \theta_0^1, \end{cases} \tag{14}$$

Сопряженная система:

$$\begin{cases} \dfrac{d\psi_1}{dt} = -\dfrac{\partial H}{\partial k_0}, \; \psi_1(T) = 0 \\ \dfrac{d\psi_2}{dt} = -\dfrac{\partial H}{\partial k_1}, \; \psi_2(T) = \delta \\ \dfrac{d\psi_3}{dt} = -\dfrac{\partial H}{\partial \theta_0}, \; \psi_3(T) = 0. \end{cases} \tag{15}$$

Начальные условия системы (14) принадлежат некоторой замкнутой области $D : \{\theta_0 \in [\underline{\theta}_0; \bar{\theta}_0] \subset (0; 1)$, $k_0 \in [\underline{k}_0; \bar{k}_0] \subset (0; \infty)$, $k_1 \in [\underline{k}_1, \bar{k}_1] \subset (0; \infty)\}$, причем правые части дифференциальных уравнений этой системы непрерывны и ограничены вместе со своими частными производными на области D. Отсюда следует, что решение системы (14) существует и единственно.

Решим теперь систему (14). Поделив каждую часть первых двух ее уравнений на соответствующие части третьего уравнения, получим:

$$\begin{cases} \dfrac{dk_0}{d\theta_0} + \dfrac{k_0}{\theta_0} = \dfrac{\mu_0 A_0(1-\alpha_0)}{\gamma w_1}k_0^{\alpha_0+1} \\ \dfrac{dk_1}{d\theta_0} + \left[\dfrac{(\rho_1 a_K - \mu_1)A_0(1-\alpha_0)}{\gamma w_1}k_0^{\alpha_0} - \dfrac{1}{1-\theta_0}\right]k_1 = \\ \qquad = -\rho_1\dfrac{\theta_0}{1-\theta_0}\dfrac{A_0^2(1-\alpha_0)\eta}{\gamma w_1}k_0^{2\alpha_0}. \end{cases} \tag{16}$$

Общее решение первого уравнения (уравнения Бернулли) системы (16):

$$k_0^{-\alpha_0} = -\frac{\alpha_0\mu_0 A_0}{\gamma w_1}\theta_0 + B_0\theta_0^{\alpha_0},$$

$$k_0 = \left(B_0\theta_0^{\alpha_0} - \frac{\alpha_0\mu_0 A_0}{\gamma w_1}\theta_0\right)^{-\frac{1}{\alpha_0}}, \tag{17}$$

где B_0 — константа, определяемая из начальных условий; можно показать, что $B_0 > 0$.

Если решение (17) подставим во второе уравнение системы (16), то получим следующее решение:

$$\begin{aligned} k_1 &= \rho_1\frac{\gamma w_1\eta}{\alpha_0\mu_0}\left[\frac{1}{(\rho_1\alpha_k - \mu_1)(1-\theta_0)} - \right. \\ &\left. - \frac{B_0\theta_0^{\alpha_0}}{(\rho_1\alpha_k - \mu_1 + \alpha_0\mu_0)(1-\theta_0)\left(B_0\theta_0^{\alpha_0} - \dfrac{\alpha_0\mu_0 A_0}{\gamma w_1}\theta_0\right)}\right] + \\ &+ \frac{B_1}{1-\theta_0}\left|\frac{B_0\theta_0^{\alpha_0}}{B_0\theta_0^{\alpha_0} - \dfrac{\alpha_0\mu_0 A_0}{\gamma w_1}\theta_0}\right|^{\frac{\mu_1 - \rho_1 a_k}{\alpha_0\mu_0}}. \end{aligned}$$

Здесь B_1 также некоторая константа при фиксированном ρ_1, но так как ρ_1 — варьируемый параметр, то $B_1 = B_1(\rho_1)$.

Решение третьего уравнения системы (14):

$$\theta_0 = \left[B_\theta e^{\alpha_0\mu_0 t} + \frac{\gamma w_1 B_0}{A_0\alpha_0\mu_0}\right]^{\frac{1}{1-\alpha_0}}, \tag{18}$$

где B_θ — константа, определяемая из начальных условий; можно показать, что $B_\theta < 0$.

По окончании этапа отдачи от накоплений инновационный технологический уклад полностью вытеснит традиционный, т. е. $\theta_0(T) = \left[B_\theta e^{\alpha_0\mu_0 t} + \frac{\gamma w_1 B_0}{A_0\alpha_0\mu_0}\right]^{\frac{1}{1-\alpha_0}} = 0$, откуда

$$T = \frac{1}{\alpha_0\mu_0}\ln\left[-\frac{\gamma w_1 B_0}{A_0\alpha_0\mu_0 B_\theta}\right]. \tag{19}$$

Найдем теперь момент переключения. Согласно условиям (13), его можно найти из уравнения:

$$\frac{\partial H}{\partial\rho_1} = -\psi_0[x_1(1-\theta_0) + \eta x_0\theta_0] + \left(x_1 + \frac{\theta_0}{1-\theta_0}\eta x_0\right)\psi_2(t) = 0. \tag{20}$$

Константу $\psi_0 \geqslant 0$ принимают равной единице для задачи на максимум, а функция $\psi_2(t)$ определяется в результате решения соответствующего уравнения сопряженной системы (15), т. е. $\frac{d\psi_2}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial k_1} = -\psi_0 a_k(1-\theta_0) \times (1-\rho_1) + \psi_2(t)\left[\frac{\gamma w_1}{A_0(1-\alpha_0)(1-\theta_0)k_0^{\alpha_0}} + \mu_1 - \rho_1 a_k\right]$.

Поделим это уравнение на третье уравнение системы (14):

$$\frac{d\psi_2}{d\theta_0} = \frac{\psi_0 a_k(1-\theta_0)(1-\rho_1)}{\gamma w_1}A_0(1-\alpha_0)k_0^{\alpha_0} + \psi_2\left[\frac{\rho_1 a_k - \mu_1}{\gamma w_1}A_0(1-\alpha_0)k_0^{\alpha_0} - \frac{1}{1-\theta_0}\right].$$

Решение полученного уравнения имеет вид:

$$\psi_2(\theta_0) = \frac{-\psi_0 a_k(1-\rho_1)}{\rho_1 a_k - \mu_1}(1-\theta_0) + B_\psi\left|\frac{B_0\theta_0^{\alpha_0}}{B_0\theta_0^{\alpha_0} - \frac{\alpha_0\mu_0 A_0}{\gamma w_1}\theta_0}\right|^{\frac{\rho_1 a_k - \mu_1}{\alpha_0\mu_0}}(1-\theta_0). \tag{21}$$

Константа B_ψ определяется из условия (12).

Экономическое содержание двух слагаемых выражения (20) состоит в следующем: первое слагаемое характеризует ценность для общества увеличения потребления в момент времени t с отрицательным знаком, так как чем больше эта полезность, тем меньше должны быть сбережения (напомним, что в рамках настоящей работы инвестиции и сбережения приняты равными). Второе слагаемое неотрицательно и характеризует общественную полезность сбережений в текущий момент времени. Чем выше эта полезность, тем выше должна быть норма накопления. Отсюда трактовка функции $\psi_2(t)$ как теневой цены прироста фондов.

Из уравнения (20) получим:

$$\psi_2(t^*) = \psi_2(\theta_0^*)\psi_0(1-\theta_0^*), \quad \theta_0^* = \theta_0(t^*) \tag{22}$$

Подставив в выражение (22) функцию (21), получим

$$\theta_0^* = \left\{\frac{\gamma w_1 B_0}{\alpha_0\mu_0 A_0}\left[1 - \left(\frac{(\mu_1 - a_K)\psi_0}{B_\psi(\mu_1 - \rho_1 a_K)}\right)^{\frac{\alpha_0\mu_0}{\mu_1 - \rho_1 a_K}}\right]\right\}^{\frac{1}{1-\alpha_0}}. \tag{23}$$

Разрешив соотношение (18) относительно t и подставив в полученное выражение формулу (23), найдем момент переключения

$$t^* = \frac{1}{\alpha_0\mu_0}\ln\left(-\frac{\gamma w_1 B_0}{B_\theta\alpha_0\mu_0 A_0}\right) - \frac{1}{\rho_1 a_k - \mu_1}\ln\left(\frac{(a_K - \mu_1)\psi_0}{B_\psi(\rho_1 a_K - \mu_1)}\right). \tag{24}$$

В выражении для t^* первое слагаемое, согласно формуле (19), — это период T, а второе слагаемое равно $(-\Delta T)$, где $\Delta T = \frac{1}{\rho_1 a_k - \mu_1}\ln\left(\frac{(a_K - \mu_1)\psi_0}{\psi_0 a_K + (\delta - \psi_0)a_K\rho_1 - \delta\mu_1}\right)$.

Величина ΔT — убывающая функция от δ. Если $\delta = 1$, то $\Delta T = 0$ и $t^* = T$, поэтому в течение всего планируемого периода T управляющий параметр будет принимать только одно экстремальное значение.

При других значениях δ на отрезке от 0 до 1 $\Delta T > 0$, а управляющий параметр может принимать как минимальное, так и максимальное значения.

Можно также показать, что момент переключения t^* единственен, а управляющий параметр будет принимать вначале наибольшее значение, а затем, в случае $t^* < T$, наименьшее; т. е. управление будет носить следующий характер: вначале норма накопления максимальна, затем в момент t^*, определяемый выражением (24), ее значение переключается на минимальное.

Учитывая единственность решения системы (14), можно утверждать, что найденное управление, удовлетворяющее принципу максимума Понтрягина, оптимально.

3. ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ НА ЧИСЛОВЫХ ДАННЫХ

На числовых данных была проведена верификация полученных результатов. Производственная функция Кобба—Дугласа соответствовала производственной функции России с 1970 по 1990 г., начальные условия — статистическим данным по России за 2000 г. Значения параметра γ, характеризующего скорость перераспределения рабочей силы из уклада в уклад, варьировались.

Интересна экономическая интерпретация параметра γ. С ним связан функциональной зависимостью параметр $\beta/L = \gamma\zeta$, который выражает долю рабочей силы, перешедшей из традиционного уклада в инновационный уклад в течение года, если ставки заработной платы укладов были равны. Естественно, что при равных ставках заработных плат из уклада в уклад будут переходить

Основные результаты моделирования на числовых данных

T	t^*	γ	Доля инноваторов $\beta/L = \gamma\zeta$	Динамика удельного потребления
4,4	3,1	1,1	0,286	Спад
4,8	3,5	1,0	0,260	Цикл
5,3	4,0	0,9	0,234	Рост

инноваторы[2], тогда как консерваторы предпочтут остаться в своем укладе. Таким образом, β/L — показатель инновационной активности в экономике, т. е. как бы доля инноваторов среди занятых.

В результате верификации оказалось, что динамика удельного непроизводственного потребления в зависимости от доли инноваторов в экономике может принимать циклический характер (начальный спад сменяется последующим ростом), монотонно возрастающий и убывающий характер в течение всего периода этапа отдачи от накоплений. Таким образом, было модельно показано, что научно-технический прогресс в рамках процесса смены технологического уклада может быть источником экономических циклов (см. таблицу).

Отметим, что, несмотря на небольшую продолжительность периода T вытеснения традиционного уклада, речь идет о длинных волнах Кондратьева, так как после смены традиционного уклада будет длительный период господства инновационного уклада, вытеснение которого и завершит этот цикл; т. е. продолжительность цикла следует измерять с момента возникновения уклада до момента его вытеснения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках проведенной работы было показано, что управление перевооружением экономики должно носить релейный характер: вначале норма накопления принимает максимальное значение, затем в момент (24) она должна быть переключена на минимальное значение.

Процесс смены технологического уклада может носить циклический, равномерный и убывающий характер в зависимости от перераспределения ресурсов из одного уклада в другой. При плавном, постепенном перераспределении рабочей силы из уклада в уклад наблюдается равномерность процесса, однако излишняя инертность кадров может сильно растянуть этот процесс во времени, занизив при этом темпы научно-технического развития. Резкий перелив ресурсов в инновационный уклад, что часто бывает на практике, может привести к цикличности процесса, т. е. вначале будет спад, а затем подъем, или к обвальному падению удельного непроизводственного потребления.

Равномерность перераспределения рабочей силы в рамках предложенной модели зависит от двух составляющих: отношения ставок заработной платы укладов и от доли инноваторов в экономике. Расчеты показали, что если число инноваторов среди рабочей силы превышает некоторый пороговый уровень, то тогда прогресс будет носить циклический характер. Увеличение числа инноваторов сверх этого уровня может привести к кризису. Снижение — к равномерному ходу научно-технического прогресса, но при увеличенных сроках. Здесь, на наш взгляд, важной является стабилизирующая роль консерваторов.

Таким образом, модельно продемонстрировано, что научно-технический прогресс в долгосрочном периоде может приводить к появлению экономических циклов, а при некоторых условиях и к экономическим кризисам, что указывает на необходимость государственного воздействия на этот процесс.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Глазьев С. Ю.* Теория долгосрочного технико-экономического развития. — М.: ВлаДар, 1993. — 310 с.
2. *Глазьев С. Ю.* Экономическая теория технического развития. — М.: Наука, 1990. — 232 с.
3. *Колемаев В. А.* Математическая экономика. — М.: ЮНИТИ, 1998. — 240 с.
4. *Математическая* теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. — М.: Наука, 1983. — 392 с.
5. *Афанасьев В. Н., Колмановский В. Б., Носов В. Р.* Математическая теория конструирования систем управления. — М.: Высш. шк., 1998. — С. 176.

☎ *(095) 371-11-65*

E-mail: al_berej@pochta.ru ❑

[2] Под инноваторами здесь понимается та часть рабочей силы, которая согласна сменить свое место работы в традиционном технологическом укладе на новое в инновационном технологическом укладе при равных ставках заработной платы в укладах в течение года. Консерваторы, в отличие от инноваторов, несклонны к такой смене места работы.