УДК 510.6+512.57+681.51.011

ИМПЛИКАТИВНАЯ АЛГЕБРА ВЫБОРА КАК ОСНОВА ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ В КОНТИНУАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

Л.И. Волгин, А.Б. Климовский

Ульяновский государственный технический университет, г. Ульяновск

Рассмотрены новые направления в теоретической информатике и математической кибернетике (континуальные алгебраические логики — специальные алгебры и общие логики), в аналоговой вычислительной технике (реляторная схемотехника), ориентированные на решение вычислительных задач управления на базе универсального логико-алгебраического аппарата импликативной алгебры выбора.

Классическая двузначная алгебра логики Дж. Буля (1815—1864) охватывает весь двоично-дискретный (виртуальный) мир, в котором переменные формул принимают значения из двухэлементного множества {1, 0}. «Ноль и единица от Бога, всё остальное дело рук человеческих» (Л. Кронекер (1823—1891)). По объему и многообразию применений булевой алгебры в информационных технологиях и во многих других областях науки и техники XX век можно назвать булевым.

Но физический макромир, технологии производства и управления, технические объекты, измеряемые и контролируемые параметры в подавляющем большинстве случаев сопровождаются и описываются континуальными (непрерывными, аналоговыми) процессами, что приводит к известным противоречиям применения двузначной булевой алгебры логики в континуальной области [1]. Указанное обусловливает необходимость смены парадигмы логико-алгебраического обеспечения континуальных информационных технологий.

Многие проблемы в информационных технологиях и системах искусственного интеллекта относятся к классу задач (естественнонаучных, научно-технических, экономических, социальных и др.) оптимального многокритериального (векторного) управления в континуальной области [2].

Исторически первой задача оптимизации при нескольких противоречивых критериях была поставлена и решена итальянским экономистом и социологом В. Парето (1848—1923) и опубликована в его учебнике по экономике в 1896 г. [3]. Парето предложил использовать в качестве критерия оптимизации равенство нулю якобиана оптимизируемой вектор-функции, компонентами которого являются частные критерии оптимальности исследуемого объекта, когда в пространстве переменных управления существуют точки, в каждой из которых хотя бы один критерий оптимизации превосходит другие. В математической экономике парето-оптимизация была развита Л.Н. Волгиным, сформулировавшим «принцип согласованного оптимума» [4].

Большой вклад в развитие теории оптимального управления внес Л.С. Понтрягин (1908—1988) [5].

Вопросы оптимального управления тесно связаны с задачами разработки алгоритмов обработки, синтеза логико-алгебраических моделей и сопутствующих им программной, аппаратурной или аппаратурно-программной реализаций.

Самостоятельное направление в теоретической информатике, математической кибернетике, в математической (символической) логике и, соответственно, в информационных технологиях, системах искусственного интеллекта и управления представляют собой рассматриваемые в настоящей работе континуальные алгебраические логики (специальные алгебры и общие логики), входящие в разработанную логико-алгебраическую метасистему взаимоотношений алгебраических логик и сопутствующих им логических исчислений [6]. Предметными переменными (аргументами) упомянутых логик изначально являются различного типа математические объекты.

Наиболее широкими функциональными, управляющими, вычислительными, алгоритмическими, адаптационными и комбинационными возможностями обладает импликативная алгебра выбора (ИАВ), логико-алгебраические модели которой синтезируются через операции предметной и предикатной суперпозиций в базисе бинарных операций ИАВ-конъюнкции ($\wedge$) и ИАВ-дизъюнкции ($\vee$):

$$Z_1 = \wedge_I(y_1, y_2) = y_1 I(x_2 - x_1) + y_2 I(x_1 - x_2), \quad (1)$$

$$Z_2 = \vee_I(y_1, y_2) = y_1 I(x_1 - x_2) + y_2 I(x_2 - x_1),$$

где $I(x)$ – единичная функция, равная нулю при $x < 0$ и единице при $x > 0$, $I(0) \in \{0, 1\}$; $I = (I_{12}, I_{21})$ – кортеж (вектор) весовых коэффициентов $I_{12} = I(x_1 - x_2)$ и $I_{21} = \bar{I}_{12} = 1 - I_{12} = I(x_2 - x_1)$; $I_{12} + I_{21} = 1$ (условие комплементарности); y_1 и y_2 – предметные переменные (в общем случае любые физические величины и математические объекты, удовлетворяющие условиям мультипликативного выделения $y_i \cdot 1 = y_i$ и поглощения $y_i \cdot 0 = 0$), x_1 и x_2 – предикатные переменные (действительные числа). При этом предметные переменные y_1 и y_2 могут быть объектами любой физической природы и различной размерности.

При отождествлении в выражениях (1) предметных и предикатных переменных ($y_1 = x_1$ и $y_2 = x_2$) операции ИАВ-конъюнкции и ИАВ-дизъюнкции вырождаются в базовые бинарные операции непрерывной логики [7, 8]:

$$Z_1 = \wedge(x_1, x_2) = \min(x_1, x_2),$$
$$Z_2 = \vee(x_1, x_2) = \max(x_1, x_2). \quad (2)$$

Если континуальные переменные в выражениях (2) принимают k разрешенных уровней, то приходим к бинарным операциям многозначных (k-значных) логик, которые при $k = 2$ вырождаются в конъюнкцию $Z_1 = x_1 \wedge x_2$ и дизъюнкцию $Z_2 = x_1 \vee x_2$ двузначной булевой алгебры логики.

В свою очередь, ИАВ-операции (1) являются частными реализациями бинарных операций предикатной алгебры выбора (в публикациях до 2002 г. ИАВ, как подалгебра предикатной алгебры выбора, также называлась предикатной алгеброй выбора) [9, 10]:

$$Z_1 = \wedge_A(y_1, y_2) = y_1\alpha_2 + y_2\alpha_1,$$
$$Z_2 = \vee_A(y_1, y_2) = y_1\alpha_1 + y_2\alpha_2, \quad (3)$$

где $\alpha_i \in \{0, 1\}$, $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ (условие комплементарности весовых коэффициентов α_1 и α_2), $A = (\alpha_1, \alpha_2)$ – кортеж весовых коэффициентов α_1 и α_2.

Выражения (1)–(3) воспроизводят различного типа операции альтернативного выбора. Выражения (3) при выполнении условия комплементарности $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ описывают бинарные операции континуальной комплементарной алгебры (условие двузначности весовых коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2 \in \{0, 1\}$ не накладывается) [11].

Путем введения вместо единичных функций операторов отношения предпочтения (доминирования) $p(x_1, x_2)$ и $\bar{p}(x_1, x_2)$, где $p + \bar{p} = 1$, разработано теоретико-множественное обобщение бинарных операций ИАВ [2].

Из всех алгебраических логик метасистемы [6] наиболее содержательна ИАВ. Это обусловлено тем, что n-арные ИАВ-функции

$$Z = W_A(y_1, y_2, ..., y_n) =$$
$$= y_1a_1 + y_2a_2 + ... + y_na_n \quad (4)$$

определены на двух задающих множествах – предметных $Y = \{y_1, y_2, ..., y_n\}$ и предикатных $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ переменных.

В выражении (4) операция W либо конъюнкция $\wedge$, либо дизъюнкция $\vee$; $a_i \in \{0, 1\}$ – составные (суперпозиционные) весовые коэффициенты, являющиеся функциями элементарных весовых коэффициентов I_{ij}; $I_{ij} + I_{ji} = 1$; $i, j \in \{1, 2, ..., n\}$, $i \neq j$. Для весовых коэффициентов a_i выполняется условие $a_1 + a_2 + ... + a_n = 1$ (свойство суперпозиционной инвариантности условия комплементарности).

Универсальность, многофункциональность и многообразие применений ИАВ [2, 9] также определяется наличием двух различных по целевому назначению задающих множеств X и Y переменных, обслуживающих, соответственно, области управления (предикатные переменные) и исполнения (предметные переменные).

В области информационных технологий построение соответствующей поставленной задаче алгебраической логики (логико-алгебраической модели) начинается назначением (или поиском) подходящих базовых алгебраических операций, образующих полную систему исходных функций, через суперпозиции которых в заданной предметной области строятся необходимые логико-алгебраические модели. Таким образом, от алгебры формул классической логики, логики высказываний и событий приходим к алгебрам функций.

Известна также обобщенная трактовка понятия функциональной системы (P, Ω), где P — множество отображений, реализуемых управляющими системами из некоторого класса, а множество Ω состоит из операций, используемых при построении новых управляющих систем из заданных [12] и ориентированных на построение оптимальных логико-алгебраических моделей.

Следует выделять, как считает О.П. Кузнецов, два компонента науки об управлении — вычислительный и концептуальный. Соответственно различаются и два типа исполнителей: руководители конкретных разработок (проекты, стройки и пр.) и руководители с гораздо более общим ареалом деятельности (министры, мэры и пр.). Если первые из них должны профессионально владеть вычислительным компонентом науки, то для вторых достаточно компетентности в области ее концептуальных аспектов [13]. Формальная логико-алгебраическая теория управления начинается с элементарных (бинарных) операций альтернативного выбора (1)—(3) в континуальном (трехмерном) пространстве предикатных (управляющих) и предметных (исполняющих) переменных (вычислительный подход) или с использованием логико-концептуального подхода [14].

Аппаратурно ИАВ-модели реализуются в элементном базисе реляторов — универсальных логических схемных элементов, воспроизводящих бинарные операции ИАВ, непрерывной логики, многозначных и двузначной логик [10, 15—18].

Принципиальное отличие аналоговых реляторных электронно-вычислительных сетей и реляторных процессоров от цифровых заключается в том, что элементами задающих множеств являются аналоговые сигналы. Здесь в роли одного двоичного разряда выступает аналоговое число, т. е. необходимость двоично-поразрядного сканирования слов в последовательности кодовых комбинаций при вводе и считывании информации устраняется. Тем самым изначально обеспечивается глобальный параллелизм обработки и преобразования формы представления информации без промежуточного преобразования в цифровой код.

В элементном базисе реляторов возможно построение широкой номенклатуры аналоговых управляющих, коммутационных, логических, вычислительных, функциональных, нейронных, измерительных преобразователей и реляторных управляющих спецпроцессоров.

Континуальные алгебраические логики [2, 6—22] и реляторная схемотехника [15—21] являются самостоятельным и эффективным направлением в теоретической информатике, математической кибернетике и, соответственно, в информационных технологиях и континуальных системах управления.

Многочисленные практические применения ИАВ в различных областях науки и техники приведены в работах [18—21] и др. Применение логико-математического аппарата ИАВ для решения прикладных задач (в том числе интеллектуальных) в различных предметных областях непрерывно расширяется. Это подтверждается географией возникновения новых научных направлений и школ в России, пользующихся логико-математическим аппаратом ИАВ, ИАВ-моделями и реляторной схемотехникой для решения задач в аналоговой области [20].

В частности, на кафедре «Конструирование и производство радиоаппаратуры Пензенского государственного университета логико-алгебраический аппарат ИАВ применяется для синтеза формы теплонагруженных элементов конструкций радиоэлектронных средств и построения их ИАВ-моделей на основе эволюционной оптимизации. Тем самым заложены основы теории вычисления элементов конструкций радиоэлектронной аппаратуры.

На кафедре вычислительной техники Курского государственного технического университета логико-алгебраический аппарат ИАВ применяется для построения алгоритмов, ИАВ-моделей структурных схем реляторных ячеек и устройств управления клеточной самоорганизацией мультимикроконтроллеров с программированным резервом, что позволяет устранить необходимость преобразования континуальной формы представления информации в цифровую [20]. Разработаны синхронные и асинхронные варианты клеточно-нейронной среды с различными механизмами образования репродуцируемой логической структуры. Результаты моделирования подтвердили корректность предложенного подхода и перспективность его развития и применения. При этом элементы управляющей системы подобны эмбриональной клетке, выполняющей функцию в зависимости от места ее расположения. Для синтеза клеточной и клеточно-нейронной сред применен аппарат ИАВ и реляторный элементный базис [23].

На кафедре «Сервис бытовой радиоэлектронной аппаратуры» Тольяттинского государственного института сервиса развивается новое направление в области силовой электроники на основе информационных [17] и силовых [2, 20, 24] реляторов, переключательный канал которых построен на полевых транзисторах с изолированным затвором или на биполярных транзисторах с изолированной базой; коммутируемые токи составляют более сотни ампер. Разработаны ИАВ-модели и соответствующие им реляторные структуры интеллектуальных устройств электропитания с высокой концентрацией типов энергетических преобразований и процедур управления.

На кафедре «Электронные измерительные системы» Московского инженерно-физического института для сокращения сроков проектирования и снижения финансовых затрат разработан аналоговый базовый матричный кристалл. На его основе реализованы реляторные микросхемы, в частности, в одном корпусе микросхемы можно разместить три релятора (ограничивающим фактором является допустимое число контактных площадок, равное 24) [20].

Направление, связанное с реляторной схемотехникой и ее логико-алгебраическими основами, традиционно развивается на кафедре измерительно-вычислительных комплексов Ульяновского государственного технического университета [2, 6—11, 15—22, 25, 26].

Развиваемое направление полностью соответствуют концепциям Г. Башлара (1884—1962) «Мир культуры требует изменения логических ценностей, ... необходимо разработать столько логик, сколько существует типов объектов любой природы» [27] и В.А. Смирнова (1931—1996) «Цель науки — создание типовых методов, позволяющих стандартным образом решать целые классы задач» [28].

Авторы надеются, что реферативность изложенного компенсируется ссылками на соответствующие публикации.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Волгин Л.И., Мишин В.А.* Будущее за цифровыми или аналоговыми технологиями? // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике // Матер. II Всеросс. НТК.— Чебоксары, 1998. — С. 86—89.
2. *Алгебраические* логики, импликативная и предикатная алгебры выбора в задачах науки и техники: Тр. междунар. конф. «Континуальные алгебраические логики, исчисления и нейроинформатика в науке, технике и экономике» / Под ред. Л.И. Волгина. — Ульяновск: УлГТУ, 2003. — Т. 2. — 138 с.
3. *Теория* автоматического управления / Под ред. А.В. Нетушила. — М.: Высшая школа, 1983. — 432 с.
4. *Волгин Л.Н.* Принцип согласованного оптимума. — М.: Сов. радио, 1977. — 144 с.
5. *Понтрягин Л.С.* Принцип максимума в оптимальном управлении. — М.: Наука, 1989. — 64 с.
6. *Волгин Л.И.* Метасистема взаимоотношений алгебраических логик и сопутствующих исчислений, порождаемых функцией-аксиомой взвешенных степенных средних // Инфор. технологии. — 2002. — № 7. — С. 20—26.
7. *Волгин Л.И.* Алгебраические логики: взаимоотношения, законы и свойства. — М., 2003. — 24 с. — (Б-ка журн. «Информ. технологии», прилож. к № 6/2003).
8. *Волгин Л.И., Левин В.И.* Непрерывная логика и её применения. — Таллинн: АН Эстонии, 1990. — 210 с.
9. *Волгин Л.И.* Комплементарная алгебра и предикатная алгебра выбора. — Ульяновск: УлГТУ, 1996. — 68 с.
10. *Волгин Л.И.* Предикатная алгебра выбора и её модификации // Опыт, результаты, проблемы: Повышение конкурентоспособности радиоэлектронной аппаратуры. — Таллинн, 1986. — Вып. 4. — С. 64—104.
11. *Волгин Л.И.* Свойства и законы комплементарной алгебры // Изв. АН ЭССР. Физика. Математика. — 1988. № 4. — С. 417—427.
12. *Карпенко А.С.* Многозначные логики. — М.: Наука, 2000. — 223 с.
13. *Мандель А.С.* Вторая международная конференция по проблемам управления // Проблемы управления. — 2003. — № 2. — С. 60—64.
14. *Шоломов Л.А.* Логические методы исследования дискретных моделей выбора. — М.: Наука, 1989. — 288 с.
15. *Волгин Л.И., Зарукин А.И.* Развитие элементного базиса реляторной схемотехники // Датчики и системы. — 2002. — № 3. — С. 2—8.
16. *Волгин Л.И., Зарукин А.И., Климовский А.Б.* Классификация реляторов по доминантным признакам // Проектирование и технология электронных средств. — 2002. — № 3. — С. 32—38.
17. *Волгин Л.И.* Элементный базис реляторной схемотехники. — Тольятти: Поволж. технол. ин-т сервиса, 1999. — 70 с.
18. *Волгин Л.И.* Синтез устройств для обработки и преобразования информации в элементном базисе реляторов. — Таллинн: Валгус, 1989. — 210 с.
19. *Волгин Л.И.* Реляторные процессоры на основе графа Паскаля для адресно-ранговой идентификации, селекции и ранжирования аналоговых сигналов. — Тольятти: ТГИС, 2000. — 81 с.
20. *Волгин Л.И.* Релятор и реляторная схемотехника: логико-алгебраические основы и применения: Темат. библиогр. указ., комментарий и приложения. — Тольятти: ТГИС, 2003. — 213 с.
21. *Волгин Л.И.* Аналоговые реляторные сети для преобразования структуры данных с адресно-ситуационной идентификацией // Телекоммуникации. — 2002. — № 12. — С. 5—11.
22. *Волгин Л.И.* Алгебраические логики как основа интеллектуальных информационных технологий в континуальной области // Там же. — С. 3—7.
23. *Колосков В.А., Медведева М.В.* Синергетический подход к обеспечению отказоустойчивости процессорных систем // Импликативная алгебра выбора и непрерывная логика в прикладных задачах науки и техники: Тр. междунар. конф. «Континуальные алгебраические логики, исчисления и нейроматематика в науке, технике и экономике» / Под ред. Л.И. Волгина. — Ульяновск, 2002. — Т. 2. — С. 59—60.
24. *Абрамов Г.Н., Кувшинов А.А.* Однофазный инвертор AC-DC с коррекцией коэффициента мощности на базе силового релятора // Там же. — С. 61—65.
25. *Волгин Л.И.* Теоретико-множественная интерпретация бинарных операций импликативной алгебры выбора // Там же. — С. 8, 9.
26. *Персональный* библиографический указатель публикаций Л.И. Волгина: Юбил. изд. к 70-летию. — Ульяновск: УлГТУ, 2002. — 142 с.
27. *Bachlard G.* Le nouvel esprid scientifique.— Paris: Press Universitaires, 1934. Рус. пер.: Башляр Г. Новый рационализм: Пер. с фр. — М.: Прогресс, 1987. — 276 с.
28. *Смирнов В.А.* Творчество, открытие и логические методы поиска доказательства// Природа научного открытия. — М.; 1986. — С. 101—115.

☎ *(8422)-431312*
E-mail: volgin@ulstu.ru