

МУЛЬТИФРАКТАЛЬНОСТЬ, ДИССИПАЦИЯ И УСТОЙЧИВОСТЬ СРЕДНЕСРОЧНЫХ ТРЕНДОВ НА ФОНДОВОМ РЫНКЕ¹

В.Г. Клепарский, В.А. Ефремов

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова, г. Москва

Исследованы основные закономерности переключательной активности в процессе возврата системы фондового рынка в исходное русло эволюции. Обнаружено, что характерные особенности интервалов возврата заключаются в минимизации фрактальной размерности траектории эволюции системы и в минимизации показателя перемежаемости.

ВВЕДЕНИЕ

Длительное наблюдение за графиками биржевых котировок позволяет выделить на фоне хаотичных краткосрочных (минуты, часы) ценовых изменений достаточно протяженные (до нескольких недель) среднесрочные участки траектории с установившейся усредненной скоростью роста (или спада) биржевого курса. Эволюция динамической системы фондового рынка может быть представлена поэтому в виде последовательности временно (на период реализации соответствующих среднесрочных ожиданий и прогнозов) устойчивых динамических состояний, перемежаемых достаточно короткими участками переключательной активности. Такой подход позволяет пользоваться для прогнозирования изменений биржевого курса основными положениями нелинейной динамики, связанными с понятиями русла эволюции и переключательной перемежаемости (см., например, работу [1]). Исследование особенностей превращения исходной зоны аттракции системы в зону отталкивания (и обратно) в процессе переключения тренда приобретает при этом не только большое прикладное значение, но и фундаментальную значимость, поскольку направлено на решение проблемы устойчивости (воспроизводимости) динамических систем с мультифрактальным руслом аттракции. Особый интерес представляет изучение особенностей изменения фрактальной размерности d_f зоны аттракции и потерь (диссипации) в системе для случаев выхода траектории биржевого курса на старое

русло. Такое изучение позволяет оценить «память» системы и выявить опорные точки среднесрочных трендов траектории биржевого курса.

ИСХОДНЫЕ МОДЕЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Явление переключательной перемежаемости (on-off intermittency), когда динамическая система в процессе самоподстройки под новые реалии осуществляет переход к новому этапу эволюции, обычно ассоциируется с неустойчивостью положения системы в русле решений — состоянии исходного инвариантного многообразия (invariant manifold) (см., например, работы [1, 2]). Система начинает выбрасывать (blow-out) траектории в направлении, перпендикулярном к исходному руслу эволюции. Для реальных систем, т.е. для систем с диссипацией, реализуемые траектории будут стягиваться в новую зону аттракции, которая локализована на некоторой поверхности русла решений достаточно малой размерности — поверхности инерционного многообразия (inertial manifold) по терминологии нелинейной динамики (см., например, работы [2, 3]). При этом основной физической характеристикой формирующегося русла решений должно быть, согласно основным положениям теории динамических каскадных структур А.Н. Колмогорова (см., например, работы [4, 5]), достижение минимума плотности диссипации.

На асимптотической стадии поведения системы инерционное многообразие (русло решений) минимальной размерности d_N совпадает с аттрактором системы, если сам аттрактор асимптотически устойчив и является многообразием. Определение фрактальной размерности d_f аттрактора динамической системы позволяет, следовательно,

¹ Рекомендована к печати Программным комитетом Второй международной конференции по проблемам управления (Москва, 17–19 июня 2003 г.).



получить оценку снизу минимальной размерности d_N русла решений инерционного многообразия. Увеличение фрактальной размерности d_f свидетельствует об увеличении степени хаоса в системе. Определение d_f и плотности диссипации в процессе переключения можно считать поэтому вполне достаточным для сравнительной оценки происходящих при этом изменений устойчивости русла решений.

Для интересующего нас случая хаотически самоподобного временного движения биржевого курса фрактальная размерность определяется, следуя работе [6], значением масштабного показателя (self-affine scaling exponent) α самосходных изменений траектории биржевых котировок: $d_f = 2 - \alpha$.

Значение показателя α , в свою очередь, может быть определено, следуя модернизированной теории динамических каскадных структур А.Н. Колмогорова [4, 5], моментами высокого порядка M_n плотности вероятности для временных изменений биржевого курса $\Delta R(\Delta t)$ в соответствии с выражением

$$M_n(\Delta t) \equiv \langle (\Delta R(\Delta t))^n \rangle \sim (\Delta t)^{\xi_n + \gamma_n}. \quad (1)$$

Здесь Δt – интервал наблюдения за графиком котировок, n – порядок (четный) момента, $\xi_n = \alpha n + \gamma_n$ – структурный показатель масштабирования, γ_n – показатель мультифрактальности.

Значение показателя γ_n определялась, следуя работам [4, 5], с помощью выражения $\gamma_n = \mu n(3 - n)/18$, где μ – показатель перемежаемости, значение которого обусловлено временной неоднородностью (перемежаемостью) локальной диссипации в динамической структуре.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Для экспериментального выявления основных закономерностей переключательной активности в процессе выхода системой на старое русло эволюции были изучены статистические характеристики стохастической траектории изменения курса акций Сбербанка России в период с августа 2002 г. по июль 2003 г. (рис. 1). В работе использовался поток внутрисуточных биржевой информации по торгам акциями Сбербанка на ММВБ с разбиением на интервалы 15 мин. Основные вычисления выполнены с помощью разрабатываемой нами оригинальной программы исследования рынков GAZOVIK.

Для каждого дня исследуемых этапов эволюции определялись моменты $M_n(\Delta t) = \langle (\Delta R(\Delta t))^n \rangle$ плотности вероятности распределения изменений биржевого курса $\Delta R(\Delta t)$ при $n = 2, 4, 6$ и при длительности интервалов наблюдения $\Delta t = 15 \dots 120$ мин. При расчете моментов по формуле (1) применялась средняя цена для каждого зарегистрированного временного интервала. Затем строились соответствующие (для $n = 2, 4, 6$) графики (в двой-



Рис. 1. Изменение стоимости акций (в рублях) Сбербанка России с июля 2002 г. по июль 2003 г.

ном логарифмическом масштабе) временных зависимостей $M_n(\Delta t)$, по наклону которых определялись значения структурного показателя ξ_n для заданных порядков n (см., например, работу [7]). Построение графиков $\lg M_n(\lg \Delta t)$ для заданных порядков n позволяло выделить монофрактальные сегменты, подтверждавших наличие в динамической системе фондового рынка краткосрочных динамических подсистем с различным временем эффективного существования. Длительность монофрактальных сегментов графиков $\lg M_n(\lg \Delta t)$ интерпретировалась как длительность $\Delta \theta$ эффективного существования обнаруживаемых краткосрочных динамических структур.

Первый период роста биржевого курса (начало августа – конец декабря 2002 г.) имеет усредненную скорость роста $\sim 23,4$ руб./день. При этом в пределах канала роста имели место колебания курса в пределах $4\sigma = 352$ руб. Затем (с конца декабря 2002 г. и до начала мая 2003 г.) имел место следующий участок эволюции рынка с усредненной скоростью роста биржевого курса $\sim 14,6$ руб./день и колебаниями внутри канала $4\sigma = 352$ руб. Однако 12 мая 2003 г. в связи с изменением кредитного рейтинга эмитента произошел резкий положительный выброс курса Сбербанка (7350...8000 руб. за акцию в течение двух торговых дней). После этого система трижды (15.05, 28.05 и 16.06) выходила на осевую линию первоначального (август–декабрь 2002 г.) канала. При этом каждый раз в момент выхода на осевую линию канала имело место существенное снижение как фрактальной размерности d_f , так и показателя перемежаемости μ .

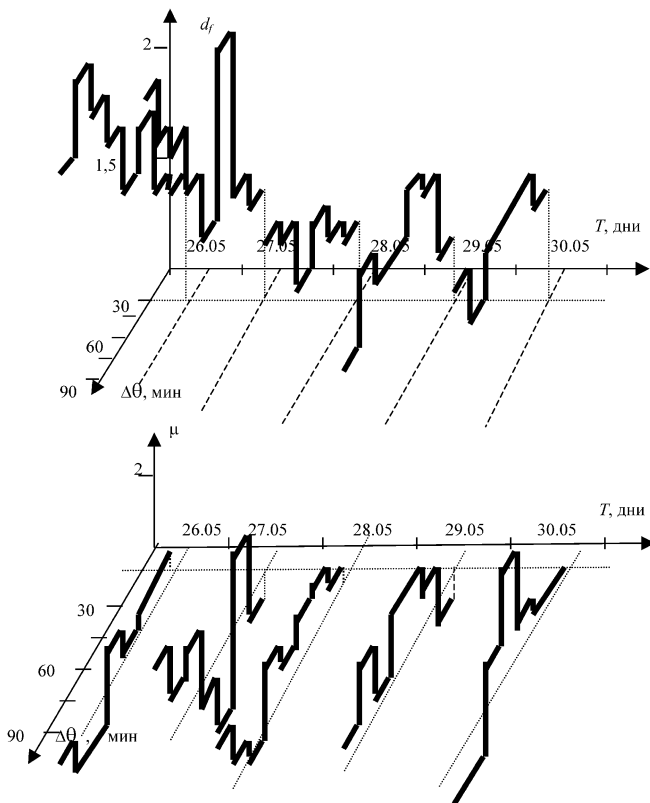


Рис. 2. Деформация мультифрактальной зоны аттракции в процессе выхода траектории на ось исходного среднесрочного тренда эволюции

В качестве примера на рис. 2 представлены результаты экспериментального выявления особенностей формирования канала аттракции биржевого курса в период с 26.05.03 по 30.05.03 (второй выход на ось исходного (август–декабрь 2002 г.) канала роста).

Представленные на рис. 2 графики позволяют заметить, что 26.05 и 27.05 динамическая система находилась в неустойчивом состоянии (рост фрактальной размерности d_f с нарастанием длительности $\Delta\theta$ эффективного существования динамических подструктур, существенный разброс значений показателя перемежаемости μ). 28.05 биржевой курс практически весь день находился на уровне оси исходного канала аттракции. В этот же день было отмечено значительно снижение фрактальной размерности d_f . Одновременно показатель перемежаемости μ снизился до минимальных значений, что позволяет предполагать снижение до минимума плотности диссипации в системе. Следуя работам [4, 5], можно говорить о выходе самоподстраивающейся динамической системы биржевого курса на наиболее узкие уровни русла решений малой размерности (inertial manifold), в режим, достаточно близкий к режиму «инерционного» интервала каскадных динамических структур по мо-

дели А.Н. Колмогорова. Состояние это оказалось, однако, устойчивым лишь в течение одного дня 28.05 (для $\Delta\theta > 105$ мин значение d_f заметно нарастает). Уже в первые часы 29.05 началось падение курса, сопровождаемое соответствующим нарастанием значений фрактальной размерности и нарушением однородности диссипации в системе.

Аналогичное состояние «дна» канала аттракции (с минимальными значениями фрактальной размерности d_f и минимальными и однородными значениями показателя перемежаемости μ) было достигнуто 16.06.03, когда траектория биржевого курса вновь вышла на осевую линию исходного (август–декабрь 2002 г.) русла эволюции системы.

Таким образом, как 28.05, так и 16.06 – траектория биржевого курса дважды выходила в опорные точки (с минимальной фрактальной размерностью зоны аттракции и минимальной плотностью диссипации) – на осевую линию исходного (август–декабрь 2002 г.) канала эволюции системы.

Максимум биржевого курса (8700 руб./акция) был достигнут в начале июля 2003 г., после чего начался спад. Как видно из графика биржевых цен (см. рис. 1), спад этот оказался необратимым, сигнализируя о переходе на следующий этап развития системы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обнаружено возвращение траектории биржевого курса акций Сбербанка на исходное русло развития по истечении достаточно длительного периода нахождения системы на другом среднесрочном тренде эволюции. Характерные особенности точек возврата (опорных точек сложной траектории) заключаются в минимизации фрактальной размерности d_f , достижении минимума и однородности для значений показателя перемежаемости μ . Резкое нарастание значений d_f и выбросы показателя перемежаемости μ , свидетельствующие о переходе от диссипации к аккумуляции, соответствуют участкам эволюции с высокой переключающей активностью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Современные проблемы нелинейной динамики. – М.: Эдиториал УРСС, 2000.
2. Temam R. Infinite-dimensional dynamical systems in mechanics and physics. – N.-Y.: Springer, 1988.
3. Ott E., Sommerer J.C. Blowout bifurcations: the occurrence of riddled basins and on-off intermittency // Phys. Letters. A. – 1994. – Vol. 188. – P. 39–47.
4. Фриш У. Турбулентность. Наследие А.Н. Колмогорова. – М.: Фазис, 1998.
5. Nelkin M. Universality and scaling in fully developed turbulence // Adv. Phys. – 1994. – Vol. 43. No. 2. – P. 143–181.
6. Федер Е. Фракталы. – М.: Мир, 1991.
7. Клепарский В.Г. Мультифрактальность и самоподстройка канала аттракции фондового рынка // Автоматика и телемеханика. – 2001. – № 4. – С. 109–119.

☎ (095) 334-92-50

E-mail: kleparvg@ipu.rssi.ru

