УДК 62-506

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ АДАПТАЦИИ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА ДЛЯ ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ МНОГОСВЯЗНЫМИ ОБЪЕКТАМИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО СОСТОЯНИЮ

Е.А. Паршева

Астраханский государственный технический университет

Предложен модифицированный алгоритм адаптации высокого порядка многосвязным объектом в условиях параметрической неопределенности при наличии запаздывания во внутреннем канале связи. Для формирования управляющих воздействий используются только измеряемые переменные локальных подсистем, т. е. осуществляется полностью децентрализованное управление. Обоснована работоспособность синтезированных систем управления при действии на объект управления неизмеряемых ограниченных возмущений.

ВВЕДЕНИЕ

Задача адаптивного управления со скалярными входом — выходом стала одной из классических задач современной теории управления [1—3]. Для решения этой задачи предложены и исследованы различные способы: метод расширенной ошибки, алгоритмы высокого порядка, метод шунтирования и др. По принципу построения алгоритмы адаптации высокого порядка [4—6] следует разделить на два класса. В алгоритмах обоих классов применяются такие же вспомогательные фильтры, как в методе расширенной ошибки. А вместо генерации сигнала расширения в алгоритмах одного класса оцениваются производные настраиваемых параметров, а в алгоритмах другого — производные от ошибки, для чего применяются различные фильтры оценки. При этом порядок замкнутой системы во втором случае меньше, чем в первом.

В настоящей работе исследуется задача адаптивного управления многосвязными объектами, причем измерению доступны только скалярные входные и выходные сигналы локальных подсистем, и предлагается применять модифицированный алгоритм высокого порядка [7], в котором оцениваются производные управляющего воздействия, что позволяет существенно понизить порядок замкнутой системы путем исключения вспомогательных фильтров. Для формирования управляющих воздействий и в алгоритмах настройки используются только измеряемые переменные локальных подсистем вместе с сигналами локальных эталонных моделей, т. е. осуществляется полностью децентрализованное управление.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим взаимосвязную систему, динамические процессы в локальных подсистемах которой описываются уравнениями

$$Q_i(P)y_i(t) + G_{1i}(P)y_i(t - \tau_i) = k_iR_i(P)u_i(t) + \\ + G_{2i}(P)f_i(t) + \sum_{j=1,\, i \neq j}^{k} S_{ij}(P)y_j(t), \quad i = \overline{1, k}, \quad (1)$$

где $y_i(t)$ и $u_i(t)$ — измеряемые скалярные выход и вход i-й локальной подсистемы, $f_i(t)$ — неизвестное ограниченное возмущающее воздействие, τ_i — известное время запаздывания, $P = d/dt$ — оператор дифференцирования, $Q_i(P)$, $R_i(P)$, $G_{1i}(P)$, $G_{2i}(P)$ и $S_{ij}(P)$ — линейные дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами, $\deg Q_i = n_i$, $\deg R_i = m_i$, $\deg G_{1i} = n_{1i}$, $\deg G_{2i} = n_{2i}$, $\deg S_{ij} = n_{ij}$, k_i — неизвестный коэффициент.

Децентрализованное адаптивное управление для таких систем определяется как задача нахождения таких k локальных блоков адаптивного управления, каждому из которых доступна только текущая информация о системе [8]. Требуемое качество переходных процессов в подсистемах задается уравнениями локальных эталонных моделей

$$Q_{mi}(P)y_{mi}(t) = k_{mi}R_{mi}(P)r_i(t), \quad i = \overline{1, k}, \qquad (2)$$

где $Q_{mi}(P)$ и $R_{mi}(P)$ — линейные дифференциальные операторы порядков n и m соответственно, $r_i(t)$ — скалярные ограниченные задающие воздействия.

Необходимо спроектировать систему управления, для которой будет выполнено условие

$$\overline{\lim_{t\to\infty}}\,|e_i(t)| = \overline{\lim_{t\to\infty}}\,|y_i(t) - y_{mi}(t)| < \delta, \qquad (3)$$

где δ — достаточно малая величина. При этом в локальных подсистемах управления не допускается использования измеряемых величин других подсистем.

Предположения.

А.1. Полиномы $R_i(\lambda)$, $Q_{mi}(\lambda)$ и $R_{mi}(\lambda)$ — гурвицевы (λ — комплексная переменная в преобразовании Лапласа).

А.2. Известны порядки полиномов n_i и m_i, относительная степень подсистем $\gamma_i = n_i - m_i > 1$.

А.3. Известны знаки коэффициентов k_i, будем считать, что $k_i > 0$ и известно предельное значение $k_i < \tilde{k}_i$.

А.4. Задающие и возмущающие воздействия являются ограниченными функциями.

А.5. Не допускается использовать производные сигналов $y_i(t)$, $u_i(t)$ и $r_i(t)$.

2. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Представим операторы $Q_i(P)$ и $R_i(P)$ в виде $Q_i(P) = Q_{mi}(P) + \Delta Q_i(P)$ и $R_i(P) = R_{mi}(P) + \Delta R_i(P)$, где $\deg\Delta Q_i = n_i - 1$, $\deg\Delta R_i = m_i - 1$, преобразуем уравнение объекта управления (1)

$$y_i(t) = \frac{k_i R_{mi}(P)T_i(P)}{Q_{mi}(P)}\left(\frac{1}{T_i(P)}u_i(t) - \frac{\Delta Q_i(P)}{k_i M_i(P)}y_i(t) + \frac{G_{1i}(P)}{k_i M_i(P)}y_i(t-\tau_i) + \frac{\Delta R_i(P)}{M_i(P)}u_i(t) + \frac{G_{2i}(P)}{k_i M_i(P)}f_i(t)\sum_{j=1,\, i\neq j}^{k}\frac{S_{ij}(P)}{k_i M_i(P)}y_j(t)\right), \qquad (4)$$

где $M_i(P) = R_{mi}(P)T_i(P)$, $T_i(P)$ — линейные дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами такие, что полиномы $T_i(\lambda)$ — гурвицевы, $\deg T_i = n_i - m_i - 1$, выбираются таким образом, чтобы было выполнено равенство

$$\frac{k_{mi}R_{mi}(\lambda)T_i(\lambda)}{Q_{mi}(\lambda)} = \frac{k_{mi}}{\lambda + a_{mi}}, \text{ где } a_{mi} > 0.$$

Для вывода основного результата воспользуемся известным подходом [3, 7], когда измерению доступны производные входного и выходного сигналов. Выберем закон управления в виде

$$u_i(t) = T_i(P)\vartheta_i(t), \qquad (5)$$

где $\vartheta_i(t)$ — дополнительное управляющее воздействие. Составим уравнение для ошибки $e_i(t) = y_i(t) - y_{mi}(t)$, вычитая уравнение (2) из уравнения (4) и принимая во внимание закон уравнения (5):

$$e_i(t) = \frac{k_i}{P + a_{mi}}\left(\vartheta_i(t) - \frac{\Delta Q_i(P)}{k_i M_i(P)}y_i(t) + \frac{G_{1i}(P)}{k_i M_i(P)}y_i(t-\tau_i) + \frac{\Delta R_i(P)}{R_{mi}(P)}\vartheta_i(t) - \frac{k_{mi}}{k_i M_i(P)}r_i(t) + \frac{G_{2i}(P)}{k_i M_i(P)}f_i(t) + \sum_{j=1,\, i\neq j}^{k}\frac{S_{ij}(P)}{k_i M_i(P)}(e_j(t) + y_{mj}(t))\right). \qquad (6)$$

Введем на каждой подсистеме фильтры

$$\begin{aligned}\dot V_{yi} &= F_{1i}V_{yi} + b_{0i}y_i, \quad \eta_{yi} = d_{0i}y_i + d_{1i}^T V_{yi},\\ \dot V_{ui} &= F_{2i}V_{ui} + b_{0i}\vartheta_i, \quad \eta_{ui} = d_{2i}^T V_{ui}, \qquad (7)\\ \dot V_{ri} &= F_{3i}V_{ri} + b_{0i}r_i, \quad \eta_{ri} = L_{ri}V_{ri},\end{aligned}$$

где $V_{yi} \in R^{n_i - 1}$, $V_{ui} \in R^{m_i}$, $V_{ri} \in R^{n_i - m_i - 1}$, F_{1i}, F_{2i} и F_{3i} — гурвицевы числовые матрицы, сопровождающие полиномы $M_i(\lambda)$, $R_{mi}(\lambda)$ и $T_i(\lambda)$ соответственно и заданные в форме Фробениуса; $L_{ri} = [1, 0, ..., 0]$; $b_{0i}^T = [0, ..., 0, 1]$ — в каждом из уравнений имеют соответствующий порядок.

Введем вектор регрессии

$$\omega_i = \mathrm{col}(y_i, V_{yi}, y_i(t-\tau_i), V_{yi}(t-\tau_i), V_{ui}, \eta_{ri})$$

и вектор неизвестных параметров, зависящий от коэффициентов полиномов $\Delta Q_i(\lambda)$, $G_{1i}(\lambda)$, $R_i(\lambda)$, $M_i(\lambda)$, $S_{ij}(\lambda)$ и параметра k_i: $C_{0i} = \mathrm{col}\Big(d_{0i}, d_{1i}, \tilde d_{0i}, d_{3i},$

$d_{2i}, \frac{k_{mi}}{k_i}\Big)$, тогда из выражения (6) получим уравнение ошибки

$$e_i(t) = \frac{k_i}{P + a_{mi}}\Bigg(\vartheta_i(t) - C_{0i}^T\omega_i(t) + \varphi_i(t) + + \sum_{j=1,\, i\neq j}^{k}\frac{S_{ij}(P)}{k_iM_i(P)}e_j(t)\Bigg), \quad i = \overline{1, k}, \tag{8}$$

где $\varphi_i(t) = \frac{G_{2i}(P)}{k_iM_i(P)}f_i(t) + \sum_{j=1,\, i\neq j}^{k}\frac{S_{ij}(P)}{k_iM_i(P)}y_{mj}(t)$ — ограниченные функции, так как $M_i(\lambda)$ — гурвицевы полиномы, а $r_i(t)$ и $f_i(t)$ удовлетворяют предположению А.4.

Рассмотрим выражение, стоящее под знаком суммы в уравнении (8), введем переменные $\eta_{sij} = \frac{S_{ij}(P)}{k_iM_i(P)}e_j$, s_{ij} и векторы $\eta_{si} = \mathrm{col}(\eta_{si1}, ..., \eta_{sik})$, $s_i = \mathrm{col}(s_{i1}, ..., s_{ik})$ и получим уравнения $\dot{s}_{ij} = F_{1i}s_{ij} + B_{sij}e_j$, $\eta_{sij} = d_{sij}e_j + L_{sij}s_{ij}$, где $s_{ij} \in R^{n_i - 1}$, $\eta_{sij} \in R$, F_{1i}, B_{sij}, L_{sij}, d_{sij} — матрицы минимальной реализации в пространстве состояний передаточной функции $\frac{S_{ij}(\lambda)}{k_iM_i(\lambda)}$, $L_{sij} = [1, 0, ..., 0]$. Введем в рассмотрение вектор $e = \mathrm{col}(e_1, ..., e_k)$ и матрицы

$$F_{1i} = \mathrm{diag}\{F_{1i}, ..., F_{1i}\}, \quad L_{si} = \mathrm{diag}\{L_{si1}, ..., L_{sik}\},$$
$$d_{si} = \mathrm{diag}\{d_{si1}, ..., d_{sik}\}, \quad B_{s1} = \mathrm{diag}\{0, B_{s12}, ..., B_{s1k}\},$$
$$B_{s2} = \mathrm{diag}\{B_{s21}, 0, ..., B_{s2k}\},$$
$$B_{si} = \mathrm{diag}\{B_{si1}, B_{si2}, ..., B_{si,\, i-1}, 0, B_{si,\, i+1}, ..., B_{sik}\}$$

и получим следующее уравнение:

$$\dot{s}_i = F_is_i + B_{si}e, \quad \eta_{si} = d_{si}e + L_{si}s_i. \tag{9}$$

Зададим закон изменения вспомогательного управляющего воздействия в виде [7]:

$$\vartheta_i(t) = C_i^T(t)\omega_i(t),$$
$$\frac{dC_i}{dt} = -\rho_i\omega_i(t)e_i - \alpha_ie_i^2(t)C_i(t), \tag{10}$$

где C_i — вектор настраиваемых параметров, структура которого аналогична структуре вектора C_{0i}; $\rho_i > 0$, $\alpha_i > 0$. Таким образом, закон управления полностью децентрализованный, поскольку в нем используются сигналы только локальных подсистем. Тогда из уравнения ошибки (8) получим уравнение замкнутой системы

$$\dot{e}_i = -a_{mi}e_i(t) + k_i(C_i(t) - C_{0i})^T\omega_i(t) + + k_i\varphi_i(t) + k_iE_i\eta_{si}(t), \quad i = \overline{1, k}, \tag{11}$$

где E_i — матрица строка порядка $(1\times k)$, у которой все элементы равны единице.

Покажем, что система (7), (9)—(11) диссипативна и существует число ρ_{0i} такое, что при $\rho_i \geqslant \rho_{0i}$ выполнено целевое условие $\overline{\lim_{t\to\infty}}\, e_i(t) < \delta$. Возьмем функцию Ляпунова

$$V_1 = \sum_{i=1}^{k}\Big(h_ie_i^2(t) + s_i^T(t)P_Ss_i(t) + + \frac{k_i}{\rho_{1i}}(C_i(t) - C_{0i})^T(C_i(t) - C_{0i})\Big), \; h_i > 0, \; \rho_i = h_i\rho_{1i},$$

где P_s — положительно-определенная симметричная матрица $P_s = \mathrm{diag}\{P_{s1}, ..., P_{sk}\}$. Вычислим полную производную функции Ляпунова в силу уравнений (9) и (11), определив алгоритмы настройки параметров локальных регуляторов согласно выражениям (10),

$$\dot{V}_1 = \sum_{i=1}^{k}\Big(-2a_mh_ie_i^2 + 2h_ie_ik_iE_i\eta_{si} + 2h_ie_ik_i\varphi_i(t) + + s_i^T(P_sF_i + F_i^TP_s)s_i + 2s_i^TP_sB_{si}e - - \frac{2\alpha_ik_i}{\rho_{1i}}((C_i - C_{0i})^Te_i^2C_i\Big). \tag{12}$$

Принимая во внимание, что матрицы P_s и F_i блочно-диагональные, получим, что для каждой подсистемы положительно-определенные матрицы P_{si} должны удовлетворять условиям $P_{si}F_{1i} + F_{1i}^TP_{si} = -2Q_{si} - \rho_{si}I$, где Q_{si} — произвольные положительно-определенные симметричные матрицы; $\rho_{si} > 0$; I — единичные матрицы соответствующего порядка.

Учитывая блочную диагональность всех матриц, воспользуемся оценками:

$$-2(C_i - C_{0i})^TC_i \leqslant -(C_i - C_{0i})^T(C_i - C_{0i}) + \|C_{0i}\|^2,$$
$$2e_ih_ik_i\varphi_i \leqslant 2h_i\tilde{k}_i|e_i|\,|\varphi_i|,$$
$$2e_ih_iE_i\eta_{si} \leqslant 2h_i|e_i|\,\|\eta_{si}\| \leqslant 2h_i|e_i|\,\|s_i\|,$$
$$-s_i^TQ_ss_i \leqslant -\lambda_{\min}(Q_s)\|s_i\|^2 \leqslant -\frac{\lambda_{\min}(Q_s)}{\lambda_{\max}(P_s)}s_i^TP_ss_i,$$
$$-s_i^T\rho_ss_i \leqslant -\lambda_{\min}(\rho_s)\|s_i\|^2,$$

$$s_{ij}Q_{si}s_{ij} \geqslant \frac{|s_{ij}^T P_{si} B_{sij}|^2}{B_{sij}^T P_{si} Q_{si}^{-1} P_{si} B_{sij}} = \chi_{sij}|s_{ij}^T P_{si} B_{sij}|^2,$$

$$\chi_{sij} = \frac{1}{B_{sij}^T P_{si} Q_{si}^{-1} P_{si} B_{sij}},$$

$$2s_{ij}^T P_{si} B_{sij} e_j \leqslant 2|s_{ij}^T P_{si} B_{sij}||e_j|,$$

где $\lambda_{\min}$ и $\lambda_{\max}$ — минимальное и максимальное собственные числа соответствующих матриц, $Q_s = \mathrm{diag}\{Q_{s1}, ..., Q_{sk}\}$, $\rho_s = \mathrm{diag}\{\rho_{s1}, ..., \rho_{sk}\}$. Тогда из уравнения (12), дополняя соответствующие слагаемые правой части до полного квадрата, получим:

$$\dot V_1 \leqslant -\sigma_1 V_1 + \sum_{i=1}^{k}\Bigg(-a_{mi}h_i e_i^2 + \frac{\alpha_i k_i}{\rho_{1i}} e_i^2 \|C_{0i}\|^2 - $$
$$- h_i\left(\sqrt{0{,}5a_{mi}}e_i - \frac{\tilde k_i|\varphi_i|}{\sqrt{0{,}5a_{mi}}}\right)^2 + \frac{h_i \tilde k_i^2|\varphi_i|^2}{0{,}5a_{mi}} -$$
$$- \left(\sqrt{\lambda_{\min}(\rho_s)}\|s_i\| - \frac{k_i h_i|e_i|}{\sqrt{\lambda_{\min}(\rho_s)}}\right)^2 -$$
$$- \sum_{j=1}^{k}\left(\sqrt{\chi_{sij}}|s_{ij}^T P_{si} B_{sij}| - \frac{|e_j|}{\sqrt{\chi_{sij}}}\right)^2 -$$
$$- |e_i|^2\left(0{,}5h_i a_{mi} - \frac{k_i^2 h_i^2}{\lambda_{\min}(\rho_2)} - \sum_{j=1}^{k}\frac{1}{\chi_{sji}}\right)\Bigg),$$

где $\sigma_1 = \min\left\{\alpha_i;\ 0{,}5a_{mi};\ \frac{\lambda_{\min}(Q_s)}{\lambda_{\max}(P_s)}\right\}$, откуда, выбрав $0{,}5h_i a_{mi} - \frac{k_i^2 h_i^2}{\lambda_{\min}(\rho_2)} - \sum_{j=1}^{k}\frac{1}{\chi_{sji}} > 0$, обеспечим положительность последнего слагаемого. Тогда производная от функции Ляпунова

$$\dot V_1 \leqslant -\sigma_1 V_1 - \sum_{i=1}^{k} e_i^2\left(0{,}5a_{mi}h_i - \frac{\alpha_i k_i}{\rho_{1i}}\|C_{0i}\|^2\right) + \sigma_2, \quad (13)$$

где $\sigma_2 = \sup_t\left(\frac{h_i\tilde k_i^2|\varphi_i|^2}{0{,}5a_{mi}}\right)$. Если выбрать h_i и ρ_{1i} из условия $0{,}5a_{mi}h_i - \frac{\alpha_i k_i}{\rho_{1i}}\|C_{0i}\|^2 > 0$, то, решив последнее неравенство, получим $\lim\limits_{t\to\infty} V_1 \leqslant \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$, а поскольку $\sum\limits_{i=1}^{k} h_{i\min} e_i^2 \leqslant V_1$, то и $|e_i|^2 < \frac{\sigma_2}{h_{i\min}\sigma_1}$, тогда $\overline{\lim\limits_{t\to\infty}}\, |e_i(t)| < \delta$.

Необходимо показать, что все переменные в (7) являются ограниченными функциями. Принимая во внимание условия А.1 и А.4 и гурвицевость матриц F_{1i} и F_{3i}, получим, что векторы V_{yi}, V_{ri} и $(C_i(t) - C_{0i})^T\omega_i$ ограничены. Преобразуем второе уравнение (7):

$$\dot V_{ui} = (F_{ui} + b_{0i}d_{2i}^T)V_{ui} + b_{0i}(C_i(t) - C_{0i})^T\omega_i +$$
$$+ b_{0i}\Big(d_{0i}y_i(t) + d_{1i}^T V_{yi} + \tilde d_{0i}\, y_i(t-\tau_i) +$$
$$+ d_{3i}^T V_{yi}(t-\tau_i) + \frac{k_{mi}}{k_i}\eta_{ri}(t)\Big).$$

Характеристический многочлен $R_i(\lambda)$ матрицы $F_{ui} + b_{0i}d_{2i}^T$ в соответствии с предположением А.1 гурвицев, а следовательно, $V_{ui}(t)$ — ограниченный вектор, т. е. весь вектор $\omega_i(t)$ ограничен. Но тогда из второго из уравнений (10) следует ограниченность вектора $C_i(t)$, и из уравнений (7) и (10) следует ограниченность векторов $\dot\omega_i(t)$ и $\dot C_i(t)$. Это значит, что если система начинает работать из некоторой области Ω_0, то существует область

$$\Omega = \{e_i(t),\ \omega_i(t),\ C_i(t),\ \dot\omega_i(t),\ \dot C_i(t){:}\ |\omega_i(t)| \leqslant k_1,$$
$$|C_i(t)| < k_2,\ |\dot\omega_i(t)| < k_3,\ |\dot C_i(t)| < k_4\} \quad (14)$$

с некоторой областью притяжения Ω_1, для которой справедливо условие $\lim\limits_{t\to\infty} e_i(t) = 0$.

В связи с тем, что по условию сформулированной задачи измерение производных недопустимо, то сформулируем локальный закон управления (5) и (10) в виде

$$u_i(t) = T_i(P)\bar\vartheta_i(t), \quad \vartheta_i(t) = C_i^T(t)\omega_i(t),$$
$$\frac{dC_i}{dt} = -\rho_i\omega_i(t)e_i - \alpha_i e_i^2(t)C_i(t), \quad (15)$$

где $\bar\vartheta_i(t)$ — оценка функции $\vartheta_i(t)$. Для реализации закона управления (15) требуется получить оценку $\bar\vartheta_i(t)$ и ее $\gamma_i - 1$ производных, для чего воспользуемся наблюдателем [8]

$$\dot\zeta_i = F_{0i}\zeta_i + H_i(\vartheta_i - \bar\vartheta_i),\quad \bar\vartheta_i = L_{0i}\zeta_i,\quad i = \overline{1,k}. \quad (16)$$

Здесь $\zeta_i \in R^{\gamma_i - 1}$, $L_{0i} = [1, 0, ..., 0]$, $H_i^T = \left[\frac{h_{1i}}{\mu}, ..., \frac{h_{\gamma_i-1}}{\mu^{\gamma_i-1}}\right]$, $F_{0i} = \begin{bmatrix} 0 & I_{\gamma_i-2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, вектор H_i выбирается таким образом, чтобы матрица $F_i = F_{0i} + \bar H_i L_i$ была гурвицевой, где $\bar H_i^T = [-h_{1i}, ..., -h_{\gamma_i-1}]$; $\mu > 0$ — малое число. Очевидно, что теперь закон управления технически реализуем, так как содержит известные или измеряемые величины.

Введем два вектора $\theta_i^T(t) = \left[\vartheta_i(t), \dot{\vartheta}_i(t), ..., \overset{(\gamma_i-1)}{\vartheta_i}\right]$, $\eta_i(t) = \Gamma_i^{-1}(\zeta_i(t) - \theta_i(t))$, где блочно-диагональная матрица $\Gamma_i = \mathrm{diag}\{\mu^{\gamma_i-2}, \mu^{\gamma-1}, ..., \mu, 1\}$, и из уравнения (16) получим уравнение для нормированных отклонений $\eta_i(t)$

$$\dot{\eta}_i(t) = \Gamma_i^{-1}(F_{0i} - H_iL_{0i})\Gamma_i\eta_i(t) + \Gamma_i^{-1}b_{0i}\overset{(\gamma_i)}{\vartheta_i}(t).$$

Структура матриц F_{0i}, b_{0i}, Γ_i и H_i такова, что $\Gamma_i^{-1}(F_{0i} - H_iL_{0i})\Gamma_i = \frac{1}{\mu}F_i$, $\Gamma_i^{-1}b_{0i} = b_{0i}$, и с учетом равенства $\zeta_i(t) - \theta_i(t) = \Gamma_i\eta_i(t)$ последнее уравнение примет вид

$$\dot{\eta}_i(t) = \frac{1}{\mu}F_i\eta_i(t) + b_{0i}\overset{(\gamma_i)}{\vartheta_i}(t),$$
$$\Delta\vartheta_i(t) = \bar{\vartheta}_i(t) - \vartheta_i(t) = \mu^{\gamma-2}L_{0i}\eta_i(t).$$

Преобразуем это уравнение в эквивалентное относительно выхода $\Delta\vartheta_i(t)$:

$$\dot{\bar{\eta}}_i(t) = \frac{1}{\mu}F_i\bar{\eta}_i(t) + \tilde{b}_{0i}\dot{\vartheta}_i(t),$$
$$\Delta\vartheta_i(t) = \mu^{\gamma-2}L_{0i}\bar{\eta}_i(t), \qquad (17)$$

где $\tilde{b}_{0i} = [1/\mu^{\gamma_i-2}, 0, ..., 0]$, $\bar{\eta}_{i1}(t) = \eta_{i1}(t)$. Принимая во внимание, что управление формируется в виде (15), преобразуем уравнение (11) к виду

$$\dot{e}_i = -a_{mi}e_i(t) + k_i(C_i(t) - C_{0i})^T\omega_i(t) +$$
$$+ \mu^{\gamma_i-2}k_iL_{0i}\bar{\eta}_i(t) + k_i(\varphi_i(t) + E_i\eta_{si}(t)),\ i = \overline{1, k}. \quad (18)$$

Утверждение. *Если выполнены предположения А.1—А.5, то существует число* μ_0 *такое, что при* $\mu \leqslant \mu_0$ *система* (7), (15), (17) *и* (18) *диссипативна, если движение системы начинается в области* Ω_0 *и выполнено целевое условие* (3).♦

Доказательство. Запишем уравнения (17), (9) и (18) в виде

$$\dot{e}_i = -a_{mi}e_i(t) + k_i(C_i(t) - C_{0i})^T\omega_i(t) +$$
$$+ \mu^{\gamma_i-2}k_iL_{0i}\bar{\eta}_i(t) + k_i(\varphi_i(t) + E_i\eta_{si}(t)), \quad i = \overline{1, k},$$
$$\dot{s}_i = F_1s_i(t) + B_{si}e(t), \quad \eta_{si}(t) = L_{si}s_i(t),$$
$$\mu_1\dot{\bar{\eta}}_i(t) = F_i\bar{\eta}_i(t) + \mu_2\tilde{b}_{0i}\dot{\vartheta}_i(t),$$
$$\dot{C}_i = -\rho_i\omega_i(t)e_i - \alpha_ie_i^2(t)C_i(t), \qquad (19)$$

где $\mu_1 = \mu_2 = \mu$. Воспользуемся леммой.

Лемма [10]. *Если система описывается уравнением* $\dot{x} = f(x, \mu_1, \mu_2)$, $x \in R^{m_1}$, *где* $f(t)$ *— непрерывная функция, липшицева по* x, *и при* $\mu_2 = 0$ *имеет ограниченную замкнутую область диссипативности* $\Omega_1 = \{x|F(x) < \tilde{C}\}$, *где* $F(x)$ *— положительно-определенная, непрерывная кусочно-гладкая функция, то существует* $\mu_0 > 0$ *такое, что при* $\mu_2 \leqslant \mu_0$ *исходная система имеет ту же область диссипативности* Ω_1, *если для некоторых чисел* $\tilde{C}_1$ *и* $\bar{\mu}_1$ *при* $\mu_2 = 0$ *выполнено условие*

$$\sup_{|\mu_1| \leq \bar{\mu}_1}\left(\left(\frac{\partial F(x)}{\partial x}\right)^T f(x, \mu, 0)\right) \leqslant -\tilde{C}_1,$$
$$\text{при } F(x) = \tilde{C}.\blacklozenge \qquad (20)$$

Возьмем функцию Ляпунова $V_2 = \sum_{i=1}^{k}\bar{\eta}_i^TH_{2i}\bar{\eta}_i$, где $H_{2i} = H_{2i}^T > 0$ определяется из решения уравнения $H_{2i}F_i + F_i^TH_{2i} = -Q_{2i}$, где $Q_{2i} = Q_{2i}^T > 0$, тогда учитывая уравнения (19), получим

$$\dot{V}_2 = -\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\mu_1}\bar{\eta}_i^TQ_{2i}\bar{\eta}_i \text{ при } \mu_2 = 0.$$

Таким образом, при $\mu_2 = 0$ имеем исходную систему уравнений (9) и (11), к которой добавляется независимое уравнение $\mu_1\dot{\bar{\eta}}_i(t) = F_i\bar{\eta}_i(t)$ с асимптотически устойчивой переменной $\bar{\eta}_i(t)$. Следовательно, имеем область диссипативности Ω с областью притяжения Ω_1.

Выберем в качестве функции $F(x)$ функцию Ляпунова

$$F = \sum_{i=1}^{k}\Big(h_{1i}e_i^2(t) + s_i^TP_ss_i(t) +$$
$$+ \frac{k_i}{\rho_i}(C_i(t) - C_{0i})^T(C_i(t) - C_{0i}) + V_{yi}^T(t)H_{3i}V_{yi}(t) +$$
$$+ V_{ui}^T(t)H_{4i}V_{ui}(t) + \bar{\eta}_i^T(t)H_{2i}\bar{\eta}_i(t)\Big),$$

где $h_{1i} > 0$, H_{2i}, H_{3i} и H_{4i} — положительно-определенные симметричные матрицы. Выберем число $\tilde{C}$ так, чтобы ограниченная замкнутая поверхность $F(x) = \tilde{C}$, где $x^T(t) = [y_i, s_i^T, \bar{\eta}_i^T, V_{yi}^T$ и $V_{ui}^T]$, совпала с границей области Ω по переменным $x(t)$, а поскольку множество притяжения Ω_1 лежит в открытой области $V(x) < \tilde{C}$, система диссипативна. Поэтому переменные $x(t)$ будут стремиться к области притяжения Ω_1, а следовательно существует число $\tilde{C}_1$, для которого выполнено условие (20). При этом только переменные $\bar{\eta}_i(t)$, а точнее, скорость их сходимости к нулю будет зависеть от выбора μ_1. Таким образом, в соответствии с леммой [10], существует $\mu_0 > 0$ такое, что при $\mu < \mu_0$ областью диссипативности системы (7), (15), (17) и (18) остается область Ω. Но необходимо отметить, что сохранение области диссипативности не гарантирует, что множество притяжения Ω_1 останется в сингулярно возмущенной системе тем же.

Пусть в уравнениях (19) $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$. Будем считать, что движение системы начинается во множестве начальных условий Ω_0, следовательно, все траектории системы будут находиться в области диссипативности Ω. Возьмем функцию Ляпунова $V = V_1(e_i, s_i, (C_i - C_{0i})) + V_2(\bar{\eta}_i)$ и определим матрицу $Q_{2i} = 3I$. Вычислим полную производную от функции Ляпунова в силу уравнений (19), учитывая выражение (13),

$$\dot{V} \leqslant -\sigma_1 V_1 + \sigma_2 + \sum_{i=1}^{k}\Big(-e_i^2\Big(0{,}5a_{mi}h_i - \frac{\alpha_i k_i}{\rho_{1i}}\|C_{0i}\|^2\Big) + 2e_i(t)h_i\mu_0^{\gamma_i - 1}L_{0i}\bar{\eta}_i(t) - \frac{3}{\mu_0}\|\bar{\eta}_i(t)\|^2 + 2\bar{\eta}_i^T H_{2i}\tilde{b}_{0i}(\dot{C}_i^T(t)\omega_i(t) + C_i^T(t)\dot{\omega}_i(t))\Big). \quad (21)$$

Так как траектории системы находятся в области Ω (14), а именно:

$$\Omega = \{e_i(t),\ \omega_i(t),\ C_i(t),\ \dot{\omega}_i(t),\ \dot{C}_i(t)\colon |\omega_i(t)| \leqslant k_1,\ |C_i(t)| < k_2,\ |\dot{\omega}_i(t)| < k_3,\ |\dot{C}_i(t)| < k_4\},$$

то справедливы оценки

$$2\bar{\eta}_i^T H_{2i}\tilde{b}_{0i}(\dot{C}_i^T\omega_i(t) + C_i^T\dot{\omega}_i(t)) \leqslant 2\|\eta_i(t)\|K_{0i},$$
$$2e_i(t)h_i k_i\mu_0^{\gamma_i - 2}L_{0i}\bar{\eta}_i \leqslant 2|e_i(t)|h_i\tilde{k}_i\mu_0^{\gamma_i - 2}\|\bar{\eta}_i(t)\|,$$

где $K_0 = \|H_{2i}\tilde{b}_{0i}\|(k_4k_1 + k_2k_3)$. Подставив эти оценки в производную (21), получим

$$\dot{V} \leqslant -\sigma_3 V + \sigma_2 + \sum_{i=1}^{k}\Big(-e_i^2\Big(0{,}25a_{mi}h_i - \frac{\alpha_i k_i}{\rho_{1i}}\|C_{0i}\|^2\Big) - \Big(\frac{1}{\sqrt{\mu_0}}\|\bar{\eta}_i(t)\| - \sqrt{\mu_0}K_{0i}\Big)^2 + \mu_0^2K_{0i}^2 - \Big(0{,}25a_{mi}h_i e_i^2(t) - 2|e_i(t)|h_i\tilde{k}_i\mu_0^{\gamma_i - 2}\|\bar{\eta}_i(t)\| + \frac{1}{\mu_0}\|\bar{\eta}_i(t)\|^2\Big)\Big),$$

где $\sigma_3 = \min\left\{\sigma_1, \dfrac{1}{\mu_0}\right\} = \min\left\{\{\alpha_i;\ 0{,}5a_{mi};\ \dfrac{\lambda_{\min}(Q_s)}{\lambda_{\max}(P_s)};\ \dfrac{1}{\mu_0}\right\}$. Если выбрать μ_0, h_i и ρ_{1i} из условия

$$\frac{0{,}25a_{mi}h_i}{\mu_0} - h_i^2\tilde{k}_i^2\mu_0^{2(\gamma_i - 2)} > 0,$$
$$\rho_{2i} = 0{,}25a_{mi}h_i - \frac{\alpha_i k_i}{\rho_{1i}}\|C_{0i}\|^2 > 0, \quad (22)$$

обеспечивая положительность второго слагаемого. Тогда справедливо неравенство

$$\dot{V} \leqslant -\sigma_3 V + \sum_{i=1}^{k}(-\rho_{2i}e_i^2 + \sigma_2 + \mu_0^2K_{0i}^2),$$

откуда следует, что в области, где выполнено условие $|e_i(t)| > \sqrt{(\sigma_2 + \mu_0^2K_{0i}^2)/\rho_{2i}}$, имеем $\dot{V} < -\sigma_3 V$, т. е. переменные $e_i(t)$ и $\bar{\eta}_i(t)$ ограничены. Следовательно $|e_i(t)| < \sqrt{(\sigma_2 + \mu_0^2K_{0i}^2)/\rho_{2i}}$, при $\mu \leqslant \mu_0$, изменяя ρ_{1i} и μ в выражениях (22), можно получить требуемую величину δ в целевом условии (3).♦

3. ПРИМЕР

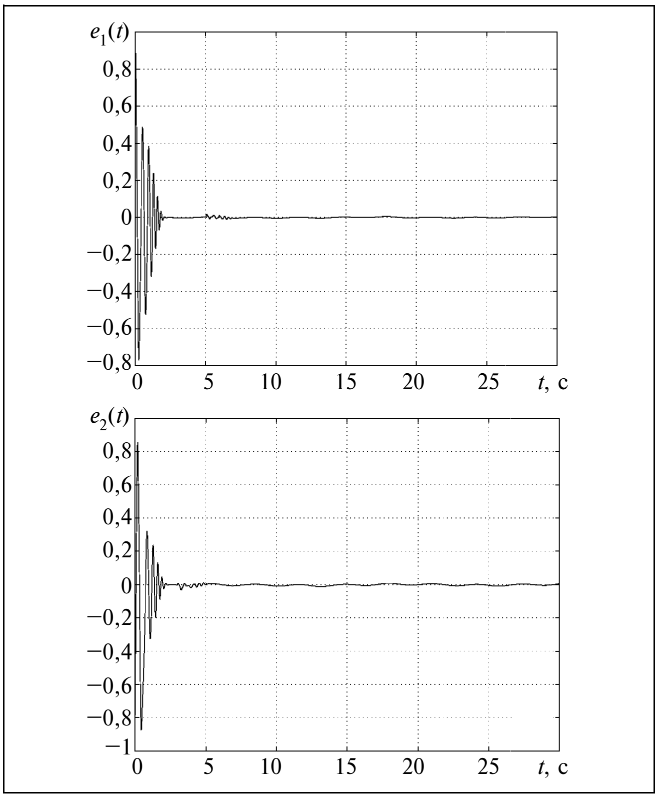
Рассмотрим объект управления, динамические процессы в котором описываются уравнениями

$$(P^3 + a_1P^2 + a_2P + a_3)y_1(t) + (g_1P^2 + g_2P + g_3) \times y_1(t - \tau_1) = b_1u_1(t) + (s_1P + s_2)y_2(t),$$
$$(P^3 + a_4P^2 + a_5P + a_6)y_1(t) + (g_4P^2 + g_5P + g_6) \times y_2(t - \tau_2) = b_2u_2(t) + (s_3P + s_2)y_1(t).$$

Параметры локальных эталонных моделей $Q_{mi}(P) = (P + 1)^3$, $R_{mi}(P) = 1$. Задающие воздействия $r_1(t) = 1 + \sin t$, $r_2(t) = 1 + 2\sin 0{,}5t$. Оператор $T_i(P) = P^2 + 2P + 1$, тогда число $a_{mi} = 1$ в уравнении (11), а фильтры (7) принимают вид

$$\dot{V}_{yi} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}V_{yi} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}e_i(t),\ \dot{V}_{ri} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}V_{ri} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}r_i(t),$$
$$\eta_{ri} = [1\ 0]V_{ri}, \quad i = 1, 2,$$

при этом один фильтр исключается, поскольку $\deg R_{mi}(P) = 0$. Вектор регрессии принимает вид



Траектории ошибок

$\omega_i(t) = \mathrm{col}(y_i, V_{yi}, y_i(t-\tau_i), V_{yi}(t-\tau_i), \eta_{ri})$. Наблюдатель (16) и закон управления имеют вид

$$\dot{\zeta}_i = \begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}\zeta_i + \begin{bmatrix}3 & 3\\ \mu & \mu^2\end{bmatrix}^T (\vartheta_i(t) - \bar{\vartheta}_i),\ \bar{\vartheta}_i = [1\ 0]\zeta_i,$$

$$i = 1, 2,$$

$$u_i(t) = (P^2 + 2P + 1)\bar{\vartheta}_i(t), \quad \vartheta_i(t) = C_i^T(t)\omega_i(t),$$

$$\frac{dC_i}{dt} = -\rho_i\omega_i(t)e_i - \alpha_i e_i^2(t)C_i(t).$$

На рисунке приведены результаты моделирования при следующих исходных данных:

$$a_l = -5,\quad g_l = 2,\quad l = 1, 2, 3;\quad \tau_1 = 5,\ c;$$

$$s_1 = s_2 = 2;\quad b_1 = 3;$$

$$a_l = -4,\quad g_l = -3,\quad l = 4, 5, 6;\quad \tau_2 = 3,\ c;$$

$$s_3 = s_4 = 3;\quad b_2 = 2;\quad \alpha_i = 5,\quad \rho_i = 20,\quad \mu = 0{,}01,$$

$$y_1(0) = \dot{y}_1(0) = \ddot{y}_1(0) = 1,$$

$$y_2(0) = \dot{y}_2(0) = \ddot{y}_2(0) = -1,$$

все остальные начальные условия нулевые.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена задача адаптивного управления с эталонной моделью для многосвязного объекта с неизвестными параметрами, когда измерению недоступны производные входных и выходных сигналов локальных подсистем. Предложено и обосновано применение модифицированного адаптивного алгоритма высокого порядка, в котором по сравнению с известными алгоритмами адаптации высокого порядка исключены фильтры, через которые пропускаются все компоненты вектора регрессии, благодаря чему существенно уменьшается порядок замкнутой системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Фрадков А.Л.* Синтез адаптивной системы стабилизации линейного динамического объекта // Автоматика и телемеханика. — 1974. — № 12.
2. *Narendra K.S., Valavani L.S.* Stable adaptive controller design — direct control // IEEE Trans. on Automatic Control. — 1978. — Vol. 23, N 4.
3. *Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л.* Нелинейное адаптивное управление сложными динамическими системами. — СПб.: Наука, 2000.
4. *Morse A.S.* High-order parameter tuners for adaptive control of nonlinear systems // Syst. Models ant Feedbach: Theory Appl. Birkhausor. — 1992. — P. 339—364.
5. *Nikiforov V.O.* Robust high — order tuner of simplified structure // Automatica. — 1999. — Vol. 35, N 8. — P. 1409—1415.
6. *Khalil H.K.* Adaptive output feedtach control of nonlinear systems represented by input — output models // IEEE Trans. on Automatic Control. — 1996. — Vol. 41, N 2. — P. 177—188.
7. *Цыкунов А.М.* Модифицированный адаптивный алгоритм высокого порядка для управления линейным объектом по выходу // Автоматика и телемеханика. — 2006. — № 8. — С. 143—153.
8. *Миркин Б.М., Цой Ман-Су.* Адаптивное децентрализованное управление динамическими системами. — Бишкек: Илим, — 1991.
9. *Atassi A.N., Khalil H.H.* A separation princi ple for the stabilization of a class of nonlinear systems // IEEE Trans. on Automatic Control. —1999. — Vol. 44, N 9. — P. 1672—1687.
10. *Брусин В.А.* Об одном классе сингулярно возмущенных адаптивных систем. I // Автоматика и телемеханика. — 1995. — № 4. — С. 119—127.

e-mail: parsheva-el@yandex.ru

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Ю. Рутковским. ❑