сколькими участниками. Сеансы могут включать в себя телефонные звонки и мультимедиа-конференции, а также задействовать другие мультимедийные ресурсы. <http://www.ietf.org/rfc/rfc3261.txt>.

VXML 2.0 — Voice Extensible Markup Language.

Разработан для создания голосовых меню, использующих синтез и распознавание речи, тональный набор DTMF, запись разговора из диалога и других телефонных функций. Основная цель стандарта — обеспечить доступ к web-информации в системах интерактивного речевого взаимодействия. <http://www.w3.org/TR/voicexml20/>.

MRCP: Media Resource Control Protocol.

Протокол, обеспечивающий интеграцию средств распознавания речи и преобразования текста в речь с голосовой платформой. <http://www.ietf.org/internet-drafts/draft-shanmugham-mrcp-07.txt>.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Самолюбова А. Б.* Call Center на 100 %. — М.: Альпина Бизнес Букс, 2004. — 308 с.
2. *Survey* of the State of the Art in Human Language Technology <http://cslu.cse.ogi.edu/HLTsurvey/HLTsurvey.html>.
3. *Жожикашвили В. А., Билик Р. В., Вертлиб В. А.* и др. Открытые системы массового обслуживания // Проблемы управления. — 2003. — № 4. — С. 55—62.
4. *Жожикашвили В. А., Жожикашвили А. В., Петухова Н. В., Фархадов М. П.* Применение распознавания речи в автоматизированных системах массового обслуживания // Автоматизация и современные технологии. — 2003. — № 11. — С. 22—28.
5. *The first* voice recognition applications in Russian language for use in the interactive information systems // V. A. Zhozhikashvili, M. P. Farkhadov, N. V. Petukhova and A. V. Zhozhikashvili // Proc. of the Ninth International Conf. «Speech and Computer» SPECOM'2004, Saint-Petersburg. — 2004. — P. 304—307.
6. *Долотин И.* Цикл статей «Технологии web-сервисов». <http://www.ubs.ru/ws/ws_basics1.html>.
7. *Ньюкомер Э.* Web-сервисы. XML, WSDL, SOAP и UDDI. Для профессионалов. — СПб: Питер, 2003. — 256 с.
8. <http://www.ipu.ru/labs/lab17/frame17.htm>.

☎ *(495) 334-87-10, 334-90-60, e-mail: mais@ipu.ru*

Статья представлена к публикации членом редколлегии А. Г. Бутковским. ❑

УДК 621. 396

СИСТЕМЫ МНОГОСКОРОСТНОЙ ОБРАБОТКИ МНОГОМЕРНЫХ СИГНАЛОВ. Ч. II[1]

М. К. Чобану

Московский энергетический институт (технический университет)

Рассмотрены методы полиномиального синтеза многомерных неразделимых многоскоростных систем. Приведены основные требования, которым должны удовлетворять синтезируемые цифровые фильтры. Предложены три подхода к синтезу, основанные на применении полиномов Бернштейна, метода лифтинга и метода достройки матрицы.

ВВЕДЕНИЕ

В первой части работы рассмотрены приложения, в основе которых лежит применение многомерных (ММ) неразделимых многоскоростных систем [1]. Известно достаточно много различных методов синтеза ММ цифровых фильтров для многоскоростных систем. Среди них можно отметить два подхода к синтезу фильтров — аналитический и численный. Такое деление весьма условное, так как при аналитическом синтезе в полученной структуре могут оставаться свободные параметры, которые определяются обычно численными методами, путем минимизации того или иного численного критерия.

В настоящей статье описываются методы аналитического синтеза неразделимых цифровых фильтров с конечной импульсной характеристикой (КИХ) для ММ многоскоростных систем.

1. ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ, ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ К СИНТЕЗИРУЕМЫМ ФИЛЬТРАМ

За 30 лет развития теории и методов многоскоростной обработки сигналов было предложено много подходов к синтезу ММ цифровых фильтров для банков анализа и синтеза.

[1] Работа выполнена при поддержке РФФИ и японского общества JSPS, грант № 06-07-91751-ЯФ_а.

Исторически первыми были разработаны методы синтеза одномерных цифровых фильтров. Характеристики ММ фильтров сначала рассматривались как произведение характеристик одномерных фильтров по каждой из координат. Позже стали появляться уже неразделимые фильтры, которые нельзя было представить в виде таких произведений.

В данной работе рассматриваются методы синтеза ММ неразделимых фильтров для многомерных многоскоростных систем. Синтез одномерных фильтров хорошо описан в работах [2—4].

Многомерные фильтры для ММ многоскоростных систем, должны обладать:

— свойством точного восстановления сигнала (ТВС);

— свойством линейности ММ фазы (ЛФ);

— действительной многомерной КИХ;

— заданной ММ полосой пропускания/задержки;

— заданной гладкостью;

— свойством ортогональности/биортогональности.

Синтезируемые фильтры могут быть неразделимыми, и метод аналитического синтеза должен позволять строить такие фильтры.

Некоторые другие свойства также желательно учитывать при разработке банков фильтров (БФ). Требования заданного числа производных, равных нулю, и заданной регулярности происходят из теории вейвлетов. Число нулевых производных одномерных вейвлет-функций равно числу нулей АЧХ низкочастотного фильтра, которое она имеет на граничных частотах. Если из БФ можно получить вейвлет-базис, то фильтр будет регулярным. Низкочастотный фильтр регулярен, если он имеет, по крайней мере, один нуль на граничных частотах. Гладкость вейвлетов влияет на точность аппроксимации сигналов и на коэффициент сжатия ММ сигналов.

2. МНОГОМЕРНЫЕ ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ ПОЛИФАЗНЫЕ МАТРИЦЫ

В общем случае многоскоростная система состоит из банка анализа (БА) и банка синтеза (БС) [1]. Банк анализа состоит из фильтров $H_i(z_1, ..., z_D)$ и дециматоров $\downarrow\mathbf{M}$, банк синтеза — из интерполяторов $\uparrow\mathbf{M}$ и фильтров $F_i(z_1, ..., z_D)$, $i = 0, 1, ..., m - 1$, где $\mathbf{M}$ — матрица децимации, D — число измерений сигнала, а число каналов многоскоростной системы $m = |\det\mathbf{M}|$.

В БА сигнал разбивается на различные частотные поддиапазоны, а в БС восстанавливается первоначальный сигнал из сигналов поддиапазонов. Если восстановленный сигнал идентичен первоначальному, не считая задержки и масштабирования, то система анализа-синтеза называется БФ со свойством ТВС, которое записывается как $\hat{x}(\mathbf{z}) = \mathbf{z}^{\mathbf{s}}x(\mathbf{z})$, где $\mathbf{z} = (z_1, ..., z_D)$, $\mathbf{z}^{\mathbf{s}}$ — пространственный сдвиг $\mathbf{z}^{\mathbf{s}} = (z_1^{s_1}, ..., z_D^{s_D})$.

Многоскоростная система может быть представлена ее эквивалентной, эффективной схемой через полифазные полиномиальные матрицы [5]. В z-области фильтры БА записываются через полифазные составляющие как $H_i(\mathbf{z}) = \sum_{j=0}^{m-1} \mathbf{z}_j^{\mathbf{c}} H_{ij}(\mathbf{z}^{\mathbf{M}})$, $\mathbf{c}_j \in N(\mathbf{M})$, N — множество классов смежности матрицы $\mathbf{M}$ и полифазная полиномиальная матрица фильтров БА имеет вид $\mathbf{H}_p(\mathbf{z}) = \begin{bmatrix} H_{0,0}(\mathbf{z}) & ... & H_{0,\,m-1}(\mathbf{z}) \\ ... & ... & ... \\ H_{m-1,\,0}(\mathbf{z}) & ... & H_{m-1,\,m-1}(\mathbf{z}) \end{bmatrix}$. Аналогичные соотношения записываются для БС. Свойство ТВС теперь будет иметь вид $\mathbf{F}_p(\mathbf{z})\mathbf{H}_p(\mathbf{z}) = \mathbf{I}\times\mathbf{z}^{\mathbf{s}}$. Эффективность такой системы объясняется тем, что фильтруется не входной сигнал, а сигнал после децимации, число отсчетов которого в m раз меньше. Если многоскоростная система реализуется на параллельных структурах, то требования к быстродействию каждого вычислителя в m раз меньше, чем при прямой реализации на одном вычислителе.

3. ПОЛИНОМИАЛЬНЫЙ ПОДХОД

Всего выделено пять групп методов синтеза ММ цифровых фильтров: структурные методы; представление в пространстве состояний; оптимизационные методы; преобразование переменных; полиномиальные методы.

Необходимо отметить, что речь идет о синтезе фильтров, являющихся частью БФ многоскоростных систем.

В данной работе применяется полиномиальный подход. Это объясняется многими причинами. Прежде всего, ММ цифровые фильтры, входящие в состав БФ, являются линейными инвариантными к сдвигу системами и описываются в z-области с помощью ММ многочленов (для КИХ-систем, рассматриваемых в данной работе) и ММ дробно-рациональных функций (для систем с бесконечной импульсной характеристикой). Аппарат ММ многочленов служит естественным инструментом для синтеза ММ цифровых фильтров. Далее, для наиболее удобного представления БФ через их полифазные составляющие и полифазные матрицы, используются ММ полиномиальные матрицы в качестве основного средства работы. Наконец, в последние годы получены многие теоретические результаты и алгоритмы (в теории компьютерной алгебры это теоремы Суслина, базисы Грёбнера и др.), позволившие эффективно применять их в работе с ММ многочленами и ММ полиномиальными матрицами и тем самым успешно решать задачу синтеза ММ многоскоростных систем.

Краткая история развития полиномиальных методов. Синтез ММ цифровых фильтров требует развития теории ММ полиномов, поскольку именно с помощью полиномов формируются передаточные функции цифровых фильтров в комплексной z-области и частотной области. В пространственной области фильтры характеризуются ММ импульсными характеристиками. Если импульсные характеристики одномерных систем зависят обычно от времени, то импульсные характеристики ММ систем зависят от пространственных и временной координат. Подчеркнем, что переход от одномерного к ММ случаю носит не только количественный, но и, в первую очередь, качественный характер. Многие проблемы, с которыми приходится сталкиваться при обработке ММ сигналов, просто не существуют при обработке одномерных сигналов. Можно выделить несколько этапов развития теории систем обработки сигналов, тесно связанных с развитием теории полиномов.

Первые исследования были связаны с изучением полиномов одной переменной. Затем изучались одномерные системы с несколькими входами и выходами и изучались матрицы, элементами которых служат многочлены. В одномерном случае анализ систем связан с исследованием матричных многочленов одной переменной. Важные обобщающие результаты для систем со многими входами и многими выходами (для одномерного случая) были получены в конце 1980-х—начале 1990-х гг. [5].

Возникнув в начале 1960-х гг., связанные с ММ многочленами задачи к настоящему времени приобрели особое значение в связи с необходимостью развивать технику цифровой фильтрации в ММ случае. При переходе от многочленов одной переменной к многочленам нескольких переменных резко возрастают математические трудности. Это объясняется тем, что многочлен нескольких переменных в общем случае нельзя факторизовать (т. е. разложить на одномерные простые сомножители), в то время как в случае с одной переменной это всегда возможно (основная теорема алгебры). Еще одно существенное и важное отличие состоит в том, что если особенности уравнения $F(\mathbf{z}) = 0$ всегда являются изолированными точками, то для уравнения $F(z_1, z_2, ..., z_n) = 0$ решениями являются ММ поверхности или многообразия. Эффективное решение подобных задач возможно с помощью базисов Грёбнера, которые были впервые предложены Б. Бухбергером в 1966 г. [6]. С тех пор теория получила развитие, а ее многочисленные применения можно найти и в математике, и во многих технических приложениях. Базисы Грёбнера являются мощным средством, так как они позволяют эффективно осуществлять различные вычисления с ММ многочленами. Алгоритм Бухбергера для построения базисов Грёбнера ММ полиномиального идеала обобщает и алгоритм Евклида для одномерных многочленов, и алгоритм Гаусса приведения матриц к треугольному виду для линейных систем.

Теория матриц, элементами которых служат ММ многочлены, получила существенное развитие в начале 1990-х гг. Получены обобщающие результаты, позволяющие разложить некоторые классы ММ полиномиальных матриц в произведение элементарных матриц, достроить матрицы до полного размера при наличии одной (или нескольких) ее строк (или столбцов) [7, 8].

Теория идеалов и модулей (проективных и конечно сгенерированных) над полиномиальными кольцами и кольцами полиномов Лорана применяется во многих приложениях. Геометрически такие идеалы и модули соответствуют аффинным и торическим многообразиям и, соответственно, пучкам векторов над ними. Алгебро-геометрические результаты, связанные с пучками алгебраических векторов над алгебраическим тором, напрямую оказывают влияние на теорию банков КИХ-фильтров, так как конечно сгенерированные проективные модули над кольцами полиномов Лорана представлены именно такими пучками векторов. Вычислительная сторона этой теории, однако, имеет довольно короткую историю, и базисы Грёбнера лежат в ее основании.

В 1955 г. Серре высказал гипотезу о тривиальности пучков алгебраических векторов над аффинным пространством. В 1976 г. независимо друг от друга А. А. Суслин и Д. Куилин доказали, что конечно сгенерированные проективные модули над кольцами полиномов свободны [9, 10]. Приведенные ими доказательства были неконструктивными. Алгоритмические доказательства были приведены позже [11—15].

Рассмотрим кратко существующие в рамках полиномиального подхода три основных методики синтеза многомерных БФ, предполагающие применение полиномов Бернштейна, лифтинга, и метода достройки матрицы до полной по заданной ее части.

Полиномы Бернштейна. Применение ММ полиномов (подобных полиномам Бернштейна или другим типам полиномов) позволяет получать фильтры с максимальным числом нулевых производных и с другими полезными свойствами [16—18]. Теория и методы синтеза разработаны для проектирования БФ, в которых импульсные характеристики фильтра, шкалирующие функции и вейвлет-функции имеют прямоугольную опорную область. Фильтры, разработанные с помощью полиномов Бернштейна, обладают свойством ЛФ и заданным числом нулевых производных [16]. Банк фильтров может быть разработан на основе многозвенной структуры таким образом, что сохраняется свойство ТВС и при квантовании [19]. Другой подход заключается в применении сплайнов на решетках в качестве шкалирующей функции [17, 18]. В этих и других работах с помощью такого подхода были синтезированы только двух- и четырехканальные биортогональные БФ и для случая двух и трех измерений.

Оператор Бернштейна, действующий на двумерную функцию $f(x, y)$ в области $[0, 1] \times [0, 1]$, имеет вид

$$B_N f(x, y) = \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N} f(i/N, j/N)\, b_{i,j}^{N}(x, y).$$

Для шахматной матрицы децимации необходимо выбирать функцию $f(i/N, j/N)$, имеющую носитель в виде ромба [20]:

$$f(i/N, j/N) = \begin{cases} 1 & i + j < N - 1, \\ 0{,}5 & i + j = N, \\ 0 & \text{в других случаях.} \end{cases}$$

Наиболее общий результат, позволяющий правильно выбирать данные коэффициенты для двухканальных систем произвольной размерности формулируется следующей теоремой.

Теорема 1 [21]. Фильтр H_0 $(z_1, ..., z_D)$ *является полуполосовым, имеет гладкость не более N и аппроксимирует* *двухканальную неразделимую низкочастотную полосу, если*

$$f(i, j, ...) =$$
$$= \begin{cases} 1, \text{ если } i = j = ... = 0, \\ \theta_{i+j+...}, \text{ если } 0 < i+j+... < DN/2, \\ 1/2, \text{ если } i+j+... = DN/2 \text{ (когда } DN \text{ четно)}, \\ 1-\theta_{DN-(i+j+...)}, \text{ если } DN/2 < i+j+... < DN, \\ 0, \text{ если } i = j = ... = N. \end{cases}$$

Данная теорема позволяет ввести параметризацию ММ фильтра H_0 с помощью свободных параметров θ_i. Это дает возможность оптимизировать характеристики фильтра в соответствии с заданным критерием качества.

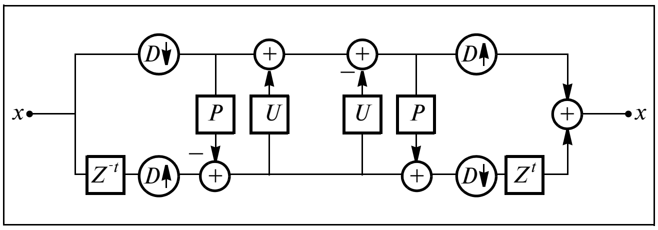
Более общее применение полиномиальных методов на основе полиномов Бернштейна позволило синтезировать БФ, удовлетворяющие требованию заданной гладкости [21—23].

Методика подъема (лифтинга) появилась недавно, обеспечив новый угол зрения для рассмотрения и изучения БФ и генерируемых на их основе вейвлетов [24, 25]. Причиной ее создания было желание синтезировать меняющиеся во времени БФ с ТВС или так называемое второе поколение вейвлетов. Получаемые с помощью лифтинга реализации имеют лестничный вид [19].

В работе [25] предложен метод, основанный на лифтинге, для формирования БФ и вейвлетов для заданной решетки и заданного числа нулевых производных. Это построение включает в себя два шага подъема: предсказание и уточнение, где уточнение получается из сопряжения оператора предсказания и деления его на 2. Предсказывающий фильтр принадлежит к новому классу фильтров и создается с помощью специального алгоритма для ММ полиномиальной интерполяции. Данная конструкция обладает многими преимуществами лифтинга, такими, как замещение при вычислении, преобразование «целое число в целое число» (отсутствие ошибок квантования).

Автором разработан существенно упрощенный по сравнению с известными метод синтеза ММ БФ с помощью методики лифтинга, а также методика синтеза на основе ММ ряда Тейлора новых фильтров с дробным сдвигом, имеющих заданное число моментов. Лифтинг-схему можно представить в виде классического двухканального БФ со свойством ТВС (см. рисунок). По внешнему виду такое представление очень близко к полифазной реализации. Полифазная матрица для БА имеет вид $\mathbf{H_p} = \begin{bmatrix} H_{00} & H_{01} \\ H_{10} & H_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & U \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -P & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-UP & U \\ -P & 1 \end{bmatrix}$. Полифазная матрица для БС равна присоединенной матрице по отношению к матрице $\mathbf{H_p}$ (знак * означает транспонирование, комплексное сопряжение и замену $z_i \to z_i^{-1}$):

$$\mathbf{F_p} = \mathbf{H_p^{*-1}} = \begin{bmatrix} F_{00} & F_{01} \\ F_{10} & F_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & P^* \\ -U^* & 1-U^*P^* \end{bmatrix}.$$



Представление лифтинг-схемы в виде двухканального банка фильтров

Исходя из этих матриц, можно найти традиционные НЧ и ВЧ фильтры анализа и синтеза H_0, H_1, F_0 и F_1. Операторы P и U определяются следующим образом. Пусть $\tilde{N} \leqslant N$. Тогда можно построить банк фильтров с $\tilde{N}$ первичными нулевыми моментами и N вторичными (дуальными) нулевыми моментами так: в качестве оператора предсказания следует выбрать интерполяционный фильтр $P^{(N)}$ порядка N, реализующий аппроксимацию (для шахматной матрицы) в точке с координатами $\tau = (1/2, 1/2)$.

Метод достройки матрицы состоит в том, чтобы создать многомерный БФ со свойствами ТВС и ЛФ, зная только его подмножество или один из фильтров БФ [14, 26, 27]. В терминологии БФ, задается один из фильтров, удовлетворяющий свойству ЛФ (и свойству, что полифазные компоненты банка анализа не имеют общих нулей), и проблема состоит в том, чтобы достроить БФ с ЛФ до полного.

Условия для ТВС заданы как для банков анализа/синтеза (кодеры подполосы [14, 27]), так и для банков синтеза/анализа (трансмультиплексоры [27]) БФ. Для решения задачи использовались результаты, полученные в теории модулей и алгебраической K-теории. Показано, что для БФ с тремя или большим числом каналов набор всех решений может быть параметризован и что любая прямоугольная унимодулярная матрица всегда может быть преобразована в подматрицу квадратной унимодулярной матрицы (для случая БФ с неполной децимацией) [14, 27].

Теорема 2 [9, 10]. *Пусть* $\mathbf{A}$ *— унимодулярная матрица* $p \times q$, $p \geqslant q$, *с полиномиальными элементами из* $k[\mathbf{x}] := k[x_1, ..., x_m]$. *Тогда матрица* $\mathbf{A}$ *может быть достроена до квадратной унимодулярной матрицы* $\bar{\mathbf{A}} \in GL_p(k[\mathbf{x}])$ *путем добавления* $p - q$ *столбцов к матрице* $\mathbf{A}$.

Эту же теорему можно переформулировать иначе: при тех же заданных условиях существует унимодулярная $p \times p$ матрица $\mathbf{C}$ над $k[\mathbf{x}]$, такая, что $\mathbf{CA} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_q \\ \mathbf{0}_{q \times (p-q)} \end{bmatrix}$.

Если соблюдение свойства ЛФ не является обязательным, то построение БФ с ТВС может быть получено с помощью теоремы Суслина [10]. В случае БФ с ЛФ, так как свойство ЛФ диктует некоторую симметрию, применение метода достройки матрицы сильно ограничивается, но все еще остается возможным [28].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе (ч. I и II) рассмотрены вопросы, связанные с разработкой и применением новаторских аналитических и вычислительных технологий в цифровой обработке многомерных сигналов.

Переход от обработки сигналов с помощью разделимых операторов к неразделимой обработке возможен только при использовании самых последних достижений в теории многомерного вейвлет-преобразования, теории аппроксимации, теории цифровой обработки сигналов и компьютерной алгебры. Полученные результаты в области синтеза многомерных неразделимых вейвлет-функций и соответствующих им многоскоростных систем показывают, что арсенал средств их синтеза может быть существенно расширен и тем самым получены новые возможности для представления многомерных сигналов с целью их сжатия, архивирования, удаления шумов, решения задач распознавания и др.

Опираясь на представленные результаты, в будущем необходимо развивать методы синтеза многомерных вейвлет-функций, адаптированных под заданные пространственные или частотные свойства сигнала, или позволяющих удовлетворить требования алгоритма обработки сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чобану М. К.* Системы многоскоростной обработки многомерных сигналов. Ч. I. // Проблемы управления. — 2006. — № 1. — С. 40—45.
2. *Рабинер Л., Гоулд Б.* Теория и применение цифровой обработки сигналов. — М.: Мир, 1978. 848 с.
3. *Mitra S.* Digital Signal Processing: A Computer-Based Approach. — 3rd ed. — Santa Barbara: Mc Graw Hill, 2006. — 960 p.
4. *Saramäki T.* Chapter 4. Finite impulse response filter design / In book: Mitra S., Kaiser J. Handbook for Digital Signal Processing. — N.-Y.: Wiley-Interscience, 1993. — P. 1312.
5. *Vaidyanathan P. P.* Multirate Systems and Filter Banks. — Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1993.
6. *Buchberger B.* Ein Algorithmus zum Auffinden der Basis Elemente des Restklassenringes nach einem nulldimensionalen Polynomideal.: Ph. D. thesis / University of Innsbruck, Austria. — 1965.
7. *Tchobanou M., Woodburn C.* Design of M-D filter banks by factorization of M-D polynomial matrices // Proc. 3rd International Conference on Information, Communications, and Signal Processing — ICICS'2001. — Singapore, 2001. — P. 111.
8. *Tchobanou M., Woodburn C.* The Quillen-Suslin theorem and the design and implementation of multi-dimensional filter banks // Proc. 3rd Intern. Conf. and Exhib. — Digit. Sign. Proc. and its Applic. — DSPA-2000. — Moscow, 2000.
9. *Quillen D.* Projective modules over polynomial rings // Invent. Math. — 1976. — Vol. 36. — P. 167—171.
10. *Суслин А. А.* Проективные модули над полиномиальным кольцом свободны // Докл. АН СССР. — 1976. — Т. 229. — С. 1063—1066.
11. *Fitchas N.* Algorithmic aspects of Suslin's proof of Serre's conjecture // Comput. Complexity. — 1993. — Vol. 3. — P. 31—55.
12. *Logar A., Sturmfels B.* Algorithms for the Quillen-Suslin theorem // J. Algebra. — 1992. — Vol. 145. — P. 231—239.
13. *Park H., Woodburn C.* An algorithmic proof of Suslin's stability theorem for polynomial rings // Journ. of Algebra. — 1995. — Vol. 178. — P. 277—298.
14. *Park H.* A computational theory of Laurent polynomial rings and multidimensional FIR systems: Ph. D. thesis / Univ. of California. — 1995.
15. *Woodburn C.* An algorithm for Suslin's stability theorem: Ph. D. thesis / New Mexico State University. — 1994.
16. *Multidimensional* two-channel linear phase FIR filter banks and wavelet bases with vanishing moments / T. Cooklev, A. Nishihara, Y. Toshiyuki, M. Sablatash // Multidimens. Syst. and Sign. Proc. — 1998. — Vol. 9. — P. 39—76.
17. *He W., Lai M.-J.* Construction of bivariate compactly supported biorthogonal box spline wavelets with arbitrarily high regularities // Journal of Appl. and Comput. Harmonic Analysis. — 1999. — Vol. 6, N 1. — P. 53—74.
18. *Ayache A.* Construction of nonseparable dyadic compactly supported orthonormal wavelet bases for L^2 (R^2) // Revista Matem. Iberoamericana. — 1999. — Vol. 15, N 1. — P. 37—58.
19. *Bruekers F., van de Enden A.* New networks for perfect inversion and perfect reconstruction // IEEE Journ. on Sel. Areas in Commun. — 1992. — Vol. 10, N 1. — P. 130—137.
20. *Большакова О. В., Чобану М. К.* Синтез трехмерных банков фильтров с заданными свойствами на основе полиномов Бернштейна // Тр. Междунар. конф. «Информационные средства и технологии» (ITS—2002). — М.: СТАНКИН, 2002. — Т. 1. — С. 153—156.
21. *Tchobanou M.* Design of multidimensional multirate systems and orthogonal and biorthogonal wavelets (in English) // Тр. 2-й Междунар. конф. «Автоматизация, управление и информационные технологии» — ACIT'2005. — Новосибирск, 2005. — P. 262—267.
22. *Tchobanou M.* Design of multi-dimensional filter banks // Proc. 14th International Symposium of Mathematical Theory of Networks and Systems MTNS-2000. — Perpignan, France, 2000.
23. *Tchobanou M.* Polynomial methods for multi-dimensional filter banks' design // Proc. 10th European Signal Processing Conference EUSIPCO-2000. — Tampere, Finland, 2000.
24. *Sweldens W.* The lifting scheme: A construction of second generation wavelets // SIAM Journ. on Math. Anal. — 1998. — Vol. 29, N 2. — P. 511—546.
25. *Kovačević J., Sweldens W.* Wavelet families of increasing order in arbitrary dimensions // IEEE Trans. Image Proc. — 2000. — Vol. 9, N 3. — P. 480—496.
26. *Park H., Kalker T., Vetterli M.* Gröbner bases and multidimensional multirate filter banks // Multidimens. Syst. and Sign. Proc. — 1997. — Vol. 8. — P. 11—30.
27. *Coulombe S., Dubois E.* Nonuniform perfect reconstruction filter banks over lattices with application to transmultiplexers // IEEE Trans. Signal Proc. — 1999. — Vol. 47, N 4. — P. 1010—1023.
28. *Большакова О. В., Чобану М. К.* Синтез многомерных банков фильтров с помощью метода достройки матрицы // Тр. Междунар. конгресса Академии информатизации ITS-2004 / МЭИ (ТУ). — М.:СТАНКИН, 2004. — Т. 3. — С. 10—12.

☎ *(495) 362-74-63; e-mail: cmk2@orc.ru*

Статья представлена к публикации членом редколлегии Л. П. Боровских. ❑