

ИДЕНТИФИКАЦИЯ СОСТОЯНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РЕГИОНАЛЬНОГО РЫНКА

К. Е. Афанасьева, В. И. Ширяев

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск

Рассмотрена задача моделирования региональных рынков в целях выявления общих закономерностей поведения и построения прогноза. Предложен алгоритм идентификации параметров модели и текущего состояния регионального рынка, учитывающий информацию о траекториях аналогичных («родственных») рынков в условиях изменения тенденций развития на региональном рынке.

ВВЕДЕНИЕ

При прогнозировании регионального рынка нередко возникает ситуация, когда тенденции развития событий претерпевают серьезные изменения, то есть характер тенденций всегда меняется в рамках одного глобального тренда, поэтому построение прогноза с учетом произошедших изменений является актуальной задачей. В случае, когда имеется множество аналогичных рынков, но опережающих по развитию событий рассматриваемый рынок, предлагается использовать информацию об их развитии в качестве дополнительной. Один из способов прогнозирования с использованием информации об аналогичных региональных рынках состоит в прогнозировании на основе поиска ближайшего аналога.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается задача моделирования и прогнозирования регионального рынка, описываемого S-образной кривой [1], по поведению множества аналогичных региональных рынков. Анализируется совокупность траекторий всех рынков с целью выявления общих закономерностей, построения модели и прогноза. В качестве региональных рынков рассматриваются рынки сотовой связи, под состоянием рынка понимается процент проникновения сотовой связи в регионе (рис. 1).

В работе [2] построена математическая модель регионального рынка в виде:

$$f(t) = \sum_{j=1}^m x_j(t - t_j), \quad (1)$$

где $\tau = t - t_j$, $\tau \in [0, \infty]$, $x_j(\tau)$ — решения нелинейного дифференциального уравнения вида

$$\frac{dx_j}{d\tau} = (\alpha_j + \beta_j x_j)(P_j - x_j), \quad (2)$$

где $t_j > 0$ — моменты времени, когда добавляется новое j -е слагаемое, учитывающее прошедшие изменения на региональном рынке, m — число членов разложения,

$$f(t) \rightarrow P = \sum_{j=1}^m P_j \text{ при } t \rightarrow \infty, P \text{ — емкость рынка, } \alpha_j,$$

$\beta_j > 0$ — коэффициенты, учитывающие интенсивность рекламной компании и скорость распространения информации о товаре соответственно.

Модель (1), (2) учитывает особенности развития регионального рынка и позволяет обновлять прогнозы при существенных отклонениях реального хода событий от моделируемого. Особенность разложения (1) заключается в том, что члены разложения вводятся не с момента времени, равного нулю, т. е. начала развития процесса, а по мере необходимости, по мере накопления информации. Таким образом, по ходу развития процес-

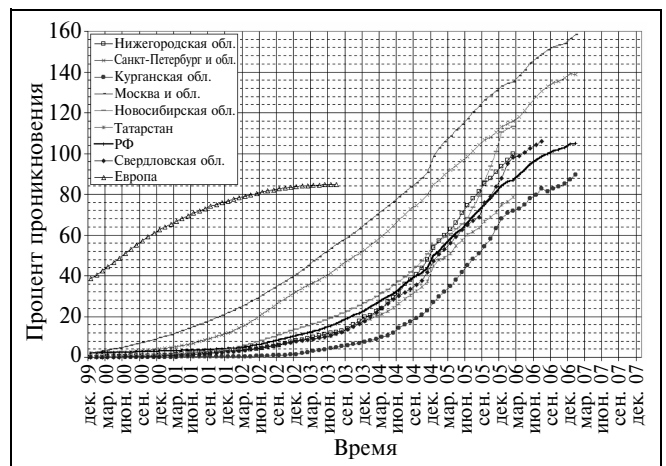


Рис. 1. Множество траекторий региональных рынков

са обеспечивается необходимая аппроксимация на всем временном интервале и поддерживается требуемая точность. В работах [3–5] предложены другие подходы к моделированию.

Требуется уточнить процент проникновения регионального рынка в текущий момент времени, используя статистические данные и информацию о траекториях региональных рынков, развивающихся подобным с рассматриваемым рынком образом. Идентификация объектов по различным критериям рассмотрена в работе [6].

2. ПОИСК «РОДСТВЕННЫХ» РЕГИОНАЛЬНЫХ РЫНКОВ

Для анализа поведения нескольких регионов используется групповая обработка посредством выявления «родственного» региона. Регион называется «родственным» рассматриваемому региону на временном интервале шириной 2ε , если выполнено условие

$$\sum_{t=-\varepsilon}^{\varepsilon} (x(t) - x^j(t - \tau^j))^2 \rightarrow \min, \quad (3)$$

где J — множество региональных рынков, τ^j — сдвиг по оси времени для наложения траектории j -го регионального рынка на траекторию рынка, для которого ищутся «родственники».

Поиск опережающих региональных рынков по отношению к рассматриваемому происходит следующим образом (далее под словом объект подразумевается региональный рынок): задается значение ε , траекториям всех объектов присваивается номер j . Для момента времени t_c определяются и запоминаются номера объектов, для которых $x^j(t_c) > x(t_c)$, новый массив индексов обозначается i . На следующем этапе для каждого объекта i определяется момент времени t^i для которого $x^i(t^i) = x(t_c) \pm \eta$, где η — ошибка, которая тоже может быть задана пользователем, тогда $\tau^i = t_c - t^i + 1$; далее вычисляется сумма квадратов отклонений при сдвиге траектории $x^i(t)$ на τ^i на интервале ε или 2ε в зависимости от того, как выбран момент времени t_c по критерию (3). Таким образом, имеем массив ошибок, состоящий из i элементов, минимальный элемент массива и соответствующий ему индекс, обозначим его i_1 , является номером первого «родственного» объекта. Для определения второго «родственного» объекта удалим из массива индексов элемент, отвечающий i_1 , и вновь определим минимальную ошибку в массиве и соответствующий ей индекс объекта i_2 и т. д.

Следовательно, используя критерий (3), получаем группу регионов, которые можно рассматривать как образцы в том смысле, что рынок рассматриваемого региона будет в ближайшей перспективе развиваться так же.

3. ОЦЕНИВАНИЕ СОСТОЯНИЯ РЕГИОНАЛЬНОГО РЫНКА

Для оценивания состояния регионального рынка применяются алгоритмы фильтрации, основанные на вероятностной природе ошибок измерений. Известна статистическая информация о состоянии регионального рынка y_k , $k = 1, \dots, n$. На первоначальной стадии про-

цесса распространения товара на рынке накапливается информация о развитии всех региональных рынков, поэтому для оценивания текущего состояния рынка и идентификации параметров модели (1), (2) используется один расширенный фильтр Калмана, для которого уравнения имеют следующий линеаризованный вид:

$$s_{k+1} = A_k s_k + c_k, \quad y_{k+1} = s_{k+1} + \eta_{k+1}, \quad k = 0, 1, \dots, \quad (4)$$

где $s_k = [x_k, \alpha_k, \beta_k, P_k]^T$ — расширенный вектор состояния и параметров, матрица $A_k = \left[\frac{\partial \varphi(s)}{\partial s} \right]_{s=s_k}$, $c_k = \varphi(s_k) - A_k s_k$, функция $\varphi(s) = (\alpha + \beta x)(N - x)$. Считаем, что для ошибок η_k математическое ожидание равно нулю и известна матрица ковариаций.

Если с момента времени t_k наблюдается расхождение поступающих реальных данных от прогнозируемых с помощью модели (1), (2), т. е. если при $t > t_k$

$$f(t) = \sum_{i=1}^s x_i(t - t_i) + \Delta x(t), \quad (5)$$

то полагаем $t_{s+1} = t_k$. Обозначим $\Delta x(t) = \tilde{x}(t)$ — новое слагаемое или новый член разложения, который необходимо ввести в правую часть уравнения (1), т. е. $\tilde{x}(t) = x_{s+1}(t - t_{s+1})$. Далее определяются «родственные» регионы, по критерию (3). Благодаря траекториям «родственных» регионов получаем различные варианты дальнейшего развития событий, каждый из которых будем использовать для уточнения текущего положения. Для этого вычисляем возможные очередные слагаемые с момента времени t_i — обнаружения изменения $\tilde{x}^j(t) = x^j(t) - f(t)$, $j = 1, 2, \dots$, здесь $x^j(t)$ — состояние j -го «родственного» региона, функция $f(t)$ описывается уравнением (5). Под индексом номер 1 будем понимать первый «родственный» регион, у которого ошибка минимальна. Для отслеживания текущего состояния рынка и обнаружения изменений в дальнейшем оценивается не вся сумма вида (5), а вновь введенное слагаемое $\tilde{x}(t)$ в соответствии с моделью

$$\frac{d\tilde{x}^j}{dt} = f(\tilde{x}^j, \alpha^j, \beta^j, P^j), \quad \tilde{y} = \tilde{x}^j + \eta, \quad (6)$$

здесь $f = (\alpha^j + \beta^j \tilde{x}^j)(P^j - \tilde{x}^j)$, а в качестве измерений выступают $\tilde{y}(t) = y(t - \sum_{i=1}^s x_i(t - t_i))$, где $y(t)$ — фактические данные о состоянии рынка. В дискретном линеаризованном виде система (6) принимает вид (4), где $s_k = \tilde{s}_k$, а $\tilde{s}_k = [\tilde{x}_k^j, \alpha_k^j, \beta_k^j, P_k^j]^T$.

Имея возможные направления развития траектории, используются несколько фильтров Калмана параллельно, следуя идеологии разделенного адаптивного оценивания [7]. Обработывается информация не об одном ближайшем «родственнике», а о нескольких «родственных» регионах. Уравнения для каждого фильтра имеют вид (6) и отличаются параметрами модели движения.



Каждое из уравнений движения линеаризуется согласно уравнению (4). Результирующая оценка состояния рынка

вычисляется как $\hat{x}_k = \sum_{i=1}^q \hat{x}_k(H_i)p(H_i|k)$, где q — число проверяемых гипотез H_i , которое равно числу рассматриваемых траекторий «родственных» рынков; $p(H_i|k)$ — апостериорные вероятности этих гипотез, рассчитываемые в соответствии с выражением

$$p(H_i|k) = L(k|H_i)p(H_i) / \sum_{j=1}^q p(H_j)L(k|H_j),$$

в котором $p(H_i)$ — априорные вероятности соответствующих гипотез; полагаем $\sum_{i=1}^q p(H_i) = 1$, и

$$L(k|H_i) = |P_z(k|k-1, H_i)|^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} z^T(k|k-1, H_i) \times \right. \\ \left. \times P_z^{-1}(k|k-1, H_i) z(k|k-1, H_i) \right\},$$

где $z(k)$ — невязка или обновляющий процесс.

4. ПРИМЕР ИДЕНТИФИКАЦИИ

Рассмотрим пример работы алгоритма оценивания для рынка сотовой связи Курганской области (рис. 2) за период с августа 2003 г. по октябрь 2004 г. Выбор числа «родственных» регионов определялся из условия, чтобы среднеквадратическая ошибка на интервале 2ϵ не превышала 1,15; таким образом были определены три «родственных» региона и, соответственно, три траектории для направления дальнейшего развития. «Родственными» регионами на июнь 2004 г. являются Нижегородская область — первый «родственный» регион, Санкт-Петербург и область — второй, Татарстан — третий (рис. 2). В результате работы алгоритма (см. табл.) во взвешен-

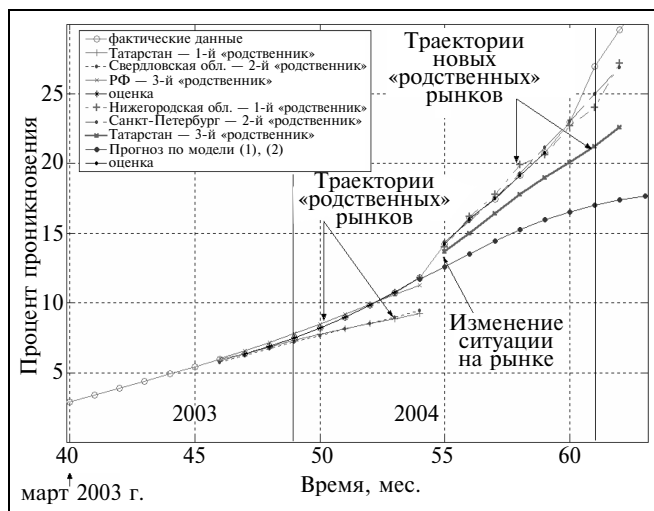


Рис. 2. Оценивание состояния рынка (на примере Курганской области)

Изменение апостериорных плотностей вероятности и оценка процента проникновения для рынка Курганской области

Время	6,04	7,04	8,04	9,04	10,04
$p(H_1 k)$	0,39	0,48	0,39	0,59	0,56
$p(H_2 k)$	0,33	0,4	0,11	0,3	0,31
$p(H_3 k)$	0,28	0,1	0,5	0,11	0,13
\hat{x}_k	14,2	16,0	17,5	19,1	20,8
Ошибка $y_k - \hat{x}_k$	-0,01	0,016	-0,023	-0,01	0,007

ную оценку процента проникновения рынка Курганской области больший вклад вносят оценки, полученные путем моделирования по траектории Санкт-Петербурга и области.

Ошибка алгоритма оценивания не превышает 2,4 %. Смена и поиск новых траекторий «родственных» рынков происходит в моменты изменения ситуаций на рынке либо когда траектории «родственных» рынков перестают быть «родственными», возникает задача обнаружения изменений, которая решается на основе алгоритмов кумулятивных сумм.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен алгоритм оценивания при изменении ситуации на рынке путем выбора траекторий «родственных» рынков. Алгоритм обеспечивает непрерывное уточнение параметров модели (1), (2) и оценку текущего состояния рынка. Использование траекторий «родственных» рынков позволяет строить веер прогноза вместе с прогнозом по модели (1), (2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Нижегородцев Р. М. Логистическое моделирование экономической динамики. Ч. I и II // Проблемы управления. — 2004. — № 1. — С. 46–53; № 2. — С. 52–58.
2. Ширяев В. И., Афанасьева К. Е. Моделирование региональных рынков // Тр. междунар. конф. «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'06 / Ин-т пробл. упр. — М., 2006. — С. 549–558.
3. Бочаров Р. В., Тихвинский В. О. Экономическое прогнозирование развития сотовой подвижной связи в регионах России // Электросвязь. — 2001. — № 9. — С. 23–26.
4. Казанцев С. Ю., Фролов И. Э. Состояние и потенциал развития инфокоммуникационного комплекса России // Проблемы прогнозирования. — 2005. — № 4. — С. 17–40.
5. Акаев А. А. Анализ экономических циклов с помощью тематической модели марковских случайных процессов // Экономика и математические методы. — 2007. — Т. 43, № 1. — С. 27–37.
6. Дургарян И. С., Пащенко Ф. Ф. Сложные статистические критерии и модели, оптимальные на классе критериев // Проблемы управления. — 2003. — № 2. — С. 27–34.
7. Лайнотис Д. Г. Разделение — единый метод построения адаптивных систем. I. Оценивание // ТИИЭР. — 1976. — Т. 64, № 8. — С. 8–27.

☎ (351) 267-91-74; e-mail: vis@prima.susu.ac.ru, afanasyeva@prima.susu.ac.ru

Статья представлена к публикации членом редколлегии Р. М. Нижегородцевым. □