



# СИСТЕМНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФИНАНСОВО-ХОЗЯЙСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ

Л.А. Кузнецов

*Липецкий государственный технический университет*

Получено формальное математическое описание финансово-хозяйственной деятельности предприятия над полем бухгалтерского учета. Разработан математический аппарат, дающий возможность описать результаты финансово-хозяйственной деятельности конкретного предприятия в форме и в терминах, общепринятых в математической теории решения задач условной оптимизации. Проиллюстрирована технология автоматизации процедур решения задач управления, финансового анализа и исследования идеологии управления предприятием.

## ВВЕДЕНИЕ

Задача менеджмента состоит в выработке рациональных управлений организацией. Качество управления определяется полнотой учета факторов, которые могут влиять на конечный результат, и правильностью представления характера их влияния. Особую трудность представляет последнее: корректное и эффективное, в смысле задачи принятия решения описание причинно-следственных связей между управленческим решением и его влиянием на результат. Совершенно очевидно, что эффективным может быть только такое представление причинно-следственных связей, которое позволяет просчитать всю цепочку зависимостей от принимаемого решения (изменения выбранных производственных или финансовых характеристик) до конечного результата (например, изменения прибыли или активов предприятия).

Возможность получения количественного результата для различных вариантов управления позволяет их оценить, сравнить и определить предпочтительные варианты. В работах по менеджменту (см., например, работу [1]) можно найти массу красиво исполненных схем, иллюстрирующих взаимосвязи различных управленческих структур и задач управления, советов куда двигаться и какие решения следует получать. Однако в них нельзя найти инструменты, позволяющие решать постав-

ленные задачи без отрыва от финансового состояния конкретного предприятия, формально (математически) описать эти задачи в структурах и терминах, позволяющих применить для конкретного предприятия какие-либо результативные методы отыскания оптимальных решений. Часто приводятся математические модели, взятые из книг по исследованию операций. В работах по исследованию операций имеется множество постановок и решений задач по управлению ресурсами и запасами, планированию производства, управлению инвестициями и т. д., и т. п., но описание предметной области в них таково, что оно не может быть связано с состоянием конкретного предприятия. Поэтому применение результатов этих работ для решения проблем конкретного предприятия представляет собой задачу весьма сложную.

Цель данной работы — устранение бреши между реально существующей системой учета результатов финансово-хозяйственной деятельности хозяйствующего субъекта и существующими формальными математическими методами системного анализа результатов деятельности и определения оптимальных решений для конкретного предприятия. Предполагаются известные принципы бухгалтерского учета. В работе дается формальная интерпретация бухгалтерских операций, алгебраическое описание финансово-хозяйственной деятельности предприятия над полем бухгалтерского учета и методология решения разнообразных задач анализа и

оптимального управления деятельностью предприятия. Благодаря переходу к описанию бухгалтерских операций математическими уравнениями, открывается возможность построения в общепринятых в теории систем терминах математической модели результатов финансово-хозяйственной деятельности предприятия. Её, в отличие от традиционного бухгалтерского учета, можно использовать не только для ретроспективного анализа результатов деятельности предприятия, но и для решения задач перспективного характера: прогноза, планирования и управления.

### КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СОДЕРЖАНИЯ БУХГАЛТЕРСКОГО УЧЕТА

Фундаментальная, системная важность данных бухгалтерского учета следует из того, что любое результативное исследование деятельности конкретного предприятия, независимо от вида и цели, фактически может осуществляться только на данных его бухгалтерского учета, в которых находят объективное и однозначное отражение все принятые в ретроспективе управленческие решения и полученный в итоге результат. Анализ задач, решаемых в менеджменте, маркетинге и управлении финансами и производством, показывает, что все они базируются на данных бухгалтерского учета, отражающих состояние предприятия, и данных, отражающих прогнозируемое состояние рынка. В конечном итоге все задачи, решаемые предприятием, направлены на получение прибыли, на увеличение его активов.

Известно, что словесное (вербальное) описание не является однозначным и минимальным. Чтобы получить исчерпывающие сведения об операциях, операндах и их свойствах, необходимы формулы, однозначно и полно отражающие технологию выполнения бухгалтерских операций и получения характеристик. Бухгалтерский учет, его операции здесь затрагиваются в объеме, минимально необходимом для пояснения аналитической модели финансово-хозяйственной деятельности хозяйствующего субъекта и её соотношения с его бухгалтерским учетом. По этой же причине основной упор делается на разъяснение формально-математических аспектов, включая обозначения, которые не являются традиционными для литературы по бухгалтерскому учету, менеджменту, финансовому анализу и управлению и т. п.

### ФОРМАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОПЕРАЦИЙ БУХГАЛТЕРСКОГО УЧЕТА

Операции бухгалтерского учета [2] для целей данной работы переписываются в виде уравнений, отражающих все возможные перемещения ресур-

сов предприятия в денежном выражении. Обозначим через  $N$  общее количество счетов, используемых предприятием (оно всегда известно для конкретного предприятия). Занумеруем их в порядке, удобном для последующего использования в системе управления, например, сгруппировав некоторым упрощающим представлением комплексных показателей функционирования предприятия образом. При этом, естественно, устанавливается взаимно однозначное соответствие номеров счетов внутренней бухгалтерии предприятия их аналогам в типовом Плане счетов бухгалтерского учета и Инструкции по его использованию, утвержденными Минфином РФ. Далее для краткости употребляются названия План и Инструкция.

Номера счетов обозначим буквами  $I$  и  $J$ , которые могут принимать значения из множества натуральных чисел от единицы до  $N$ :  $I, J \in [1, N]$ . Для субсчетов счета  $I$  введём дополнительные номера, которые указываются в виде индекса к основному номеру и обозначаются неявно строчными буквами  $i, j$ , т. е.  $I_i$  или  $I_j$ .

Буквы  $x, y, z, v$  и  $w$  будем использовать для обозначения *переменных*, означающих количество финансовых средств на счетах или различных их комбинациях. Эти переменные могут принимать произвольные значения из множества положительных действительных чисел. Буквы  $a, b, c, d$  и  $g$  будем использовать для обозначения *фиксированных значений*, которые принимают *переменные*. Финансовые средства измеряются в денежных единицах.

Бухгалтерия оперирует с ретроспективной информацией, т. е. фиксирует результат состоявшихся операций, когда все суммы средств известны. В введенных обозначениях им соответствуют значения  $a, b, c, d$  и  $g$ .

Количество финансовых средств на счете  $J$  обозначается буквой  $a$  с индексом  $J$ . Стандарт бухгалтерского учета устанавливает двойную запись результатов хозяйственных операций — по дебету и кредиту соответствующих счетов. При этом всегда должны быть сделаны две записи: по кредиту одного счета и по дебету другого. Для простоты и наглядности номер счета  $J$  по кредиту будем указывать нижним индексом, а по дебету — верхним, т. е.  $a_j$  — обозначает сумму по кредиту  $J$ -го счета, а  $a^J$  — сумму по дебету  $J$ -го счета. Если сумма связана с двумя счетами, то будем указывать оба индекса — и по кредиту и по дебету.

С учетом принятых обозначений факт выполненной проводки записывается в виде

$$a_I = a^J, \quad (1)$$

где  $I$  и  $J$  — номера корреспондирующих счетов, по которым осуществлена проводка.



Конкретный  $I$ -й счет корреспондирует по дебету с кредитом некоторого подмножества счетов Плана и аналогично по кредиту с дебетом подмножества счетов Плана. Назовем корреспонденцию корреспонденцией с соподчиненностью, если сумма, записываемая по одному счету, является следствием суммы, записанной по другому счету: НДС – следствие выручки, налог на прибыль – следствие прибыли, пеня – суммы просроченного платежа и т. п. Формально разрешенные корреспонденции обозначаются так:

$$\delta_I^J = \begin{cases} 1, & \text{если счета } I \text{ и } J \text{ корреспондируют} \\ & \text{без соподчиненности,} \\ \lambda, & \text{если счета корреспондируют} \\ & \text{с соподчиненностью,} \\ 0, & \text{если счет } I \text{ не корреспондирует} \\ & \text{со счетом } J, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\lambda \leq 1$  обозначает ставку НДС, налога на прибыль, пеню и т. п.

Для отражения корреспонденций счета  $I$  по кредиту соберем все символы  $\delta_I^J$ , имеющие одинаковый нижний индекс  $I$ , в вектор  $\delta_I$ . Для отражения корреспонденций счета  $I$  по дебету с кредитами всех других счетов соберем символы  $\delta_I^J$  с верхним индексом  $I$  в вектор  $\delta^I$ .

При вычислении оборотов и сальдо (и, в дальнейшем, записи уравнений для оборотов и сальдо) приходится суммировать по всем корреспондирующим счетам. Оборот по дебету  $J$ -го счета можно записать в виде

$$b^J = \sum_I \delta_I^J a_I^J, \quad J \in [1, N]; \quad (3, a)$$

аналогично, оборот по кредиту счета  $J$

$$b^J = \sum_I \delta_I^J a_I^J, \quad J \in [1, N]. \quad (3, б)$$

Значения сальдо по активному счету  $c^J$  и по пассивному счету  $c_J$  определяются в виде

$$c^J = c_0^J + b^J - b_J, \quad (4, a)$$

$$c_J = c_0^J + b_J - b^J, \quad J = 1, 2, \dots, N, \quad (4, б)$$

где  $c_0^J$  – начальное сальдо  $J$ -го счета.

Дебетовое сальдо по всем счетам определяется суммированием (4, а) по всем  $J \in [1, N]$ , т. е.

$$c^{\Delta} = \sum_{J \in [1, N]} c^J, \quad (5, a)$$

кредитовое – аналогичным суммированием (4, б):

$$c_K = \sum_{J \in [1, N]} c_J. \quad (5, б)$$

Наконец, баланс записывается в виде

$$\sum_{J \in [1, N]} c^J = \sum_{J \in [1, N]} c_J \text{ или } c^{\Delta} = c_K. \quad (6)$$

Формулы для записи оборотов, сальдо и баланса в несколько ином виде приведены в работе [3]. Кроме перечисленных операций при исчислении налогов, платежей в фонды, за кредиты и т. п., их значения определяются как производные от некоторых сумм на счетах в виде:

$$a_J = \lambda a^I, \quad (7)$$

где  $\lambda$  определяет, например, ставку НДС ( $a^I$  – объем продаж), налог с прибыли ( $a^I$  – объем прибыли) и т. п.

Формулы (1) – (7) описывают получение всех характеристик в бухгалтерском учете. Они не являются математической моделью, позволяющей в замкнутом виде сформулировать задачи управления организацией, но дают однозначное и полное представление обо всех объектах и математических операциях, используемых в бухгалтерском учете.

#### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ФИНАНСОВО-ХОЗЯЙСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ

Математическое описание объекта служит фундаментом для решения разнообразных задач анализа и управления. Оно должно формально отражать причинно-следственные связи в объекте и позволять по предполагаемым входным воздействиям (начальным условиям) прогнозировать значения выходных величин. Это дает возможность исследовать влияние входов на выходы. Такое исследование (без детализации целей) обычно включает в себя этапы:

1) вычисления значений выходных величин и (или) заданных на них характеристик при различных вариантах сочетаний входных воздействий (начальных условий);

2) сравнение (упорядочение) полученных вариантов решений по некоторому критерию и выбор лучшего из них.

Реализация вычислений требует формального описания или модели объекта. Первый этап позволяет реализовать любую формальную модель, записанная в виде каких-либо формул, с помощью которых выходные величины выражаются через входные величины. Проблема в том, что в обычном случае возможных вариантов сочетаний входных воздействий весьма много, и перебрать их все «вручную» не представляется возможным. Поэтому важно автоматизировать второй этап, часто именуемый процедурой принятия решения.

Анализ формул (1)–(7) позволяет полностью охарактеризовать объекты, операции и их свойства в бухгалтерском учете. Объектами являются:

- величины  $a_J, a^J, b_J, \dots$  – суммы денежных средств, которые являются действительными, положительными числами и могут быть объединены в векторы  $x, y, \dots$ ;
- величины типа  $\delta, \lambda$  – коэффициенты, на которые умножаются величины  $a_J, a^J, b_J, \dots$  и которые по своим значениям не превосходят единицы.

Других объектов нет.

В формулах (1)–(7) используются две математические операции: величины  $a_J, a^J, b_J, \dots$  могут суммироваться и умножаться на скалярные коэффициенты  $\delta$  и  $\lambda$ . Для используемых операций выполняются свойства: 1)  $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$ ; 2)  $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$ ; 3)  $\lambda(\mu x) = (\lambda\mu)x$ ; 4)  $1 \cdot x = x$ , где  $x$  и  $y$  – векторы, составленные из величин  $a_J, a^J, b_J, \dots$ , выражаемых в денежных единицах;  $\lambda, \mu$  и  $1$  – коэффициенты (ставки налогов, процентные ставки, пеня и т. п.) – вещественные числа.

Это дает основания с математической точки зрения [4, 5] трактовать векторы  $x, y$ , как элементы векторного пространства над полем вещественных чисел и сформулировать следующую теорему.

**Теорема 1.** *Над полем бухгалтерского учета может быть построено векторное пространство, позволяющее однозначно в виде системы линейных уравнений отобразить финансово-хозяйственную деятельность хозяйствующего субъекта.*

Доказательство следует непосредственно из соответствия объектов и операций, используемых в бухгалтерском учете, объектам и операциям, определенным для модели векторного пространства над полем вещественных чисел, и из того, что операции бухгалтерского учета обладают свойствами 1–4, которые определяют и векторное пространство.

Из теоремы следует, что могут быть записаны не только формулы (1)–(7), но и система уравнений, связывающая все переменные, фигурирующие в бухгалтерском учете. Различные критерии эффективности деятельности предприятия, используемые в менеджменте, финансовом анализе и т. п., представляют собой суперпозицию показателей, взятых из бухгалтерского учета.

**Теорема 2.** *Критерии, характеризующие эффективность, и условия, регламентирующие деятельность предприятия, могут быть записаны в виде линейных функций от данных бухгалтерского учета.*

Доказательство следует из того, что если допустить противное, то в результате решения могут быть получены переменные в степени, отличной от первой. Но это невозможно, так как переменные выражаются в денежных единицах и нельзя

представить математическую функцию от денежной единицы, например, рубль в квадрате, синус тугрика или доллар в степени  $1/2$ .

**Следствие.** *В рамках линейной алгебры могут быть корректно поставлены задачи управления хозяйствующим субъектом, допускающие их решение современными математическими методами.*

Представляется целесообразным акцентировать внимание на разнице между формулами – инструментом констатации свершившихся фактов и уравнениями – инструментом прогнозирования будущих результатов и решения задач оптимального управления для организации: оптимальных планов производства, рациональной структуры запасов, резервов ресурсов, оценки эффективности инвестиций и т. п.

Уравнения, связывающие в единую систему различные платежи, различные суммы на разных счетах, позволяют построить универсальную модель финансово-хозяйственной деятельности хозяйствующего субъекта. Модель финансово-хозяйственной деятельности предприятия над полем бухгалтерского учета в соответствии с теоремой 1 получается заменой формул (1)–(7) адекватными им уравнениями. Для этого вместо фиксированных величин  $a, b, c, d$  и  $g$  следует использовать переменные  $x, y, v, z$  и  $w$ , значения которых заранее неизвестны и находятся в результате решения задачи с учетом этих систем уравнений.

Записав все возможные для счетов Плана проводки, получим систему уравнений, которая увязывает каждую сумму через все разрешенные хозяйственные операции с суммами средств на всех счетах организации. Эти уравнения имеют одинаковую структуру, следующую из структуры векторов символов  $\delta^J$  и  $\delta_J$ , описывающих схемы проводок:

$$x^J = \delta^J x_J, \quad J = 1, 2, \dots, N, \quad (8, \text{а})$$

$$x_J = \delta_J^I x^I, \quad J = 1, 2, \dots, N. \quad (8, \text{б})$$

Вместо формул (3) получим уравнения для оборотов по счетам:

$$y^J = \sum_{I=1}^N \delta_I^J x^I, \quad J = 1, 2, \dots, N, \quad (9, \text{а})$$

$$y_J = \sum_{I=1}^N \delta_J^I x^I, \quad J = 1, 2, \dots, N. \quad (9, \text{б})$$

Уравнения (8) описывают проводки – возможную взаимосвязь между хозяйственными операциями или разрешенную систему потоков движения финансовых средств в финансовой структуре хозяйствующего субъекта и при взаимодействии субъекта с внешним миром. Этим уравнений много. Так как на любой счет средства могут поступать и с него списываться, то он будет иметь, по край-



ней мере, одну проводку по дебету и кредиту, следовательно, уравнений каждого вида – и (8, а), и (8, б) – будет не меньше числа счетов  $N$ . Для нашего подхода не существенно их общее число – важно, что из их структуры следует выражаемое через  $N$  соотношение между числом переменных  $x_j$ ,  $x^j$  и числом уравнений, которые связывают эти переменные.

Переменные  $x_I^J$  и  $x_J^I$ ,  $I, J \in [1, N]$ , связаны не только уравнениями проводок (8) и оборотов (9), но и уравнениями сальдо, которые принимают вид

$$v^J = v_0^J + \sum_I \delta_I^J x_I^J - \sum_I \delta_I^J x_J^I, \quad J \in [1, N], \quad (10, \text{а})$$

$$v_J = v_{J0} + \sum_I \delta_I^J x_I^J - \sum_I \delta_I^J x_J^I, \quad J \in [1, N]. \quad (10, \text{б})$$

Заметим, что в общем случае будет  $N$  уравнений (10, а) и (10, б), так как сальдо записывается либо по дебету, либо по кредиту счета. В правых частях этих уравнений будет по две суммы из переменных  $x_I$  и  $x^I$ , для которых  $\delta_I^J = \delta_J^I = 1$ .

Принципиальная разница между формулами (4) и уравнениями (10) состоит в том, что в формулы (4) подставляются известные заранее значения  $a_j$ , по которым однозначно вычисляются значения  $b_j$ .

В уравнениях (10) величины  $x_I$  и  $x^I$  являются переменными, значения их заранее неизвестны, и задача состоит в отыскании таких значений этих переменных, которые удовлетворяли бы всем уравнениям системы (10) и, возможно, некоторым дополнительным условиям.

Из сальдо по всем счетам получается уравнение баланса

$$\sum_J v^J = \sum_J v_J \quad (11, \text{а})$$

или, более подробно,

$$\begin{aligned} \sum_J \left( v_0^J + \sum_I \delta_I^J x_I^J - \sum_I \delta_I^J x_J^I \right) = \\ = \sum_I \left( v_{J0} + \sum_I \delta_I^J x_I^J - \sum_I \delta_I^J x_J^I \right). \end{aligned} \quad (11, \text{б})$$

Подчеркнем, что выражение (11) действительно уравнение в математическом смысле этого слова. Оно связывает переменные и одни ставит в зависимость от других. Естественно, что оно используется в общей системе уравнений, моделирующих финансовую деятельность организации, и его выполнение обеспечивает определение только таких решений (совокупностей значений переменных  $x^I$  и  $x_I$ ), которые удовлетворяют и уравнению (11).

Таким образом, получена следующая система линейных уравнений [6]:

$$y^J = \sum_{I=1}^N \delta_I^J x_I^J, \quad J = 1, 2, \dots, N, \quad (12, \text{а})$$

$$y_J = \sum_{I=1}^N \delta_I^J x_I^J, \quad J = 1, 2, \dots, N. \quad (12, \text{б})$$

$$v^J = v_0^J + \sum_I \delta_I^J x_I^J - \sum_I \delta_I^J x_J^I, \quad J \in [1, N], \quad (12, \text{в})$$

$$v_J = v_{J0} + \sum_I \delta_I^J x_I^J - \sum_I \delta_I^J x_J^I, \quad J \in [1, N]. \quad (12, \text{г})$$

$$\begin{aligned} \sum_J \left( v_0^J + \sum_I \delta_I^J x_I^J - \sum_I \delta_I^J x_J^I \right) = \\ = \sum_I \left( v_{J0} + \sum_I \delta_I^J x_I^J - \sum_I \delta_I^J x_J^I \right). \end{aligned} \quad (12, \text{д})$$

Система уравнений (12) формально в полном объеме описывает все связи, существующие в бухгалтерском учете, все разрешенные финансовые операции и все возможные потоки финансовых средств внутри субъекта и на его входах-выходах. Число уравнений в системе (12) более, чем в три раза превышает число переменных, поэтому часть уравнений можно не использовать. Например, в международной системе бухгалтерского учета [2] не выделяются дебетовый и кредитовый обороты, поэтому уравнения (12, а) и (12, б) можно опустить. Кроме выписанных в системе (12) уравнений, имеются проводки (8), которые связывают переменные по дебету и кредиту, и общее число независимых переменных сокращается в два раза. Возможны и иные варианты в зависимости от задач, которые предполагается решать с помощью модели.

Важно, что система уравнений (12) в аналитическом виде отображает все связи между переменными бухгалтерского учета, т. е. всю финансовую структуру хозяйствующего субъекта, и поэтому может служить реальным фундаментом для синтеза процедур принятия управленческих решений.

#### МЕТОДОЛОГИЯ АВТОМАТИЗАЦИИ ЗАДАЧ АНАЛИЗА И УПРАВЛЕНИЯ

Уравнения системы (12) позволяют описать самые различные задачи анализа результатов деятельности предприятия, формирования идеологии и синтеза оптимального управления. Можно выделить следующие важные классы задач:

- традиционного бухгалтерского учета;
- исследования внутренних резервов повышения эффективности хозяйствования;
- финансового анализа;
- формирования идеологии и принципов учетной политики;

- объемного и календарного планирования;
- оптимального управления:
  - производственным процессом;
  - запасами различных ресурсов;
  - инвестициями.

Собственно уравнения (12) не определяют значений сумм финансовых средств  $x_J$  на счетах  $I = 1, 2, \dots, N$ , они лишь гарантируют, что суммы на счетах обязательно будут соответствовать разрешенной схеме корреспонденций, и каждая из них будет находиться в строгом соответствии по отношению ко всем остальным составляющим баланса. Это отвечает месту и роли бухгалтерского учета, который существует не сам по себе, а лишь в связи с финансово-хозяйственными операциями организации, результаты которых он отслеживает.

Система уравнений (12) должна быть адаптирована к условиям конкретного предприятия. При этом останутся лишь те проводки, которые отражают операции, свойственные предприятию. Важно, что адаптация (настройка системы) на данные конкретного предприятия естественна и опирается лишь на данные бухгалтерского учета, фиксируемые любой автоматизированной бухгалтерской системой. В системе (12) уравнений больше, чем переменных. Для отыскания оптимального решения – значений переменных – целесообразно воспользоваться методами линейного программирования.

Теорема 2 и следствие из неё дают основания применять для формализации и решения перечисленных классов задач методы линейного программирования ([7, 8] и др.), в рамках которых разработаны эффективные процедуры отыскания оптимальных решений.

Линейное программирование обладает широким набором инструментов, пригодных для конструирования задач анализа ретроспективных решений, исследования влияния принимаемых решений на конечный результат и синтеза на этой основе перспективных вариантов управления. Модификация задач и адаптация их к особенностям конкретного предприятия обеспечиваются ограничениями, а цели решения отражаются соответствующим критерием или критерием совместно с ограничениями. Ниже даются иллюстрации применения ограничений и критерия для конструирования алгоритмов решения отдельных задач.

**Ограничения.** В задаче линейного программирования на переменные и произвольные их комбинации могут быть наложены ограничения в виде равенств

$$x_J = a_J, \quad (13, \text{а})$$

$$x_{J_1} + x_{J_2} + \dots + x_{J_q} = a_J, \quad J \in [1, N]. \quad (13, \text{б})$$

Так как  $a_J$  – число, то равенство (13, а) означает, что сумма по кредиту на счете  $J$  должна быть

фиксированной и равной  $a_J$ . Выполнение равенства (13, б) гарантирует, что сумма записей по кредитам счетов  $J_1, J_2, \dots, J_q$  будет равна значению  $a_J$ .

Ограничения (13) в виде равенств являются «жесткими». Их можно «смягчить», заменив равенствами, определяющими разрешенные диапазоны, в которых должны находиться представляющие интерес суммы средств, т. е.

$$a'_J \leq x_J \leq a''_J, \quad (14, \text{а})$$

$$a'_J \leq x_{J_1} + x_{J_2} + \dots + x_{J_q} \leq a''_J, \\ J, J_1, J_2, \dots \in [1, N], \quad (14, \text{б})$$

где наименьшее  $a'_J$  и наибольшее  $a''_J$  – разрешенные значения платежа (14, а) или суммы платежей (14, б), которые определяются финансовым состоянием организации. Ограничения типа равенств (13) или неравенств (14) могут быть наложены на любые счета или комбинации счетов по дебету и кредиту. Разумеется, должны соблюдаться правило двойной записи и корреспонденция счетов.

Обороты по отдельным счетам, являющиеся суммой средств, также могут быть ограничены равенствами

$$b_J = \sum_{I=1}^N \delta_I^J x_I^J, \quad J \in [1, N], \quad (15, \text{а})$$

или неравенствами

$$b^{*K} \leq \sum_{I=1}^N \delta_I^K x_I^K \leq b^{**K}, \quad K \in [1, N]. \quad (15, \text{б})$$

Первое из приведенных ограничений гарантирует, что оборот по кредиту счета  $J$  будет равен  $b_J$ , а выполнение неравенств (15, б) обеспечивает нахождение оборота по дебету счета  $K$  в пределах между значениями  $b^{*K}$  и  $b^{**K}$ . Конечно, значения  $b_J$ ,  $b^{*K}$  и  $b^{**K}$  задаются в соответствии с целями управления.

Такие же ограничения могут быть введены на сальдо по некоторым активным и пассивным счетам, т. е.

$$d^J = v_0^J + \sum_I \delta_I^J x_I^J - \sum_I \delta_I^J x_I^J, \quad J \in [1, N], \quad (16, \text{а})$$

$$d'_K \leq v_{K0} + \sum_I \delta_I^K x_I^K - \sum_I \delta_I^K x_I^K \leq d''_K, \\ K \in [1, N]. \quad (16, \text{б})$$

Ограничение (16, а) гарантирует равенство сальдо по  $J$ -му активному счету заданному значению  $d^J$ , а выполнение неравенств (16, б) обеспечивает нахождение сальдо на  $K$ -м пассивном счете в предписанных значениях.

Для ясности добавим к системе ограничений соотношение (12, д) – баланс организации, кото-



рое должно выполняться в любой момент времени. Кроме прочего, оно используется на всех этапах для контроля правильности и постановки, и решения задачи.

Видно, что уже модификация системы ограничений на переменные (объемы хозяйственных операций) и любые их комбинации доставляет широкие возможности для вариации условий в рамках задачи линейного программирования. Конечно, нельзя наложить жесткие ограничения на все переменные и нельзя требовать, чтобы переменные приняли нереальные, выходящие за пределы финансовых возможностей организации значения. Поставленные таким образом задачи не будут решены.

В теории линейного программирования разработаны формальные средства выявления подобных ситуаций и их идентификации. Поэтому в систему, реализующую задачи исследования и принятия решений методами линейного программирования, могут быть встроены средства, автоматически выявляющие некорректную формулировку условий и предлагающие пути их исправления.

С помощью ограничений на переменные и их комбинации определяется область определения задачи, т. е. очерчивается множество возможных, по мнению руководства организации, взаимосвязанных значений распределения средств по счетам (задачам, целям и пр.). В контексте бухгалтерского учета это означает (примерно) прогноз объемов поступления средств по различным каналам (из различных источников – реализация, займы и т. п.) и назначение наиболее целесообразного распределения этих средств по актуальным платежам (расчеты с поставщиками, зарплата, перечисления в бюджет и т. п.). Эти решения, определяющие область определения задачи – прерогатива верхнего уровня руководства организации, которое может сказать, по каким долгам следует платить в первую очередь и где взять эти деньги. Важно подчеркнуть, что практически не существует ситуаций, которые было бы нельзя отразить с помощью инструмента ограничений.

**Критерий оптимальности.** Кроме ограничений, существуют широкие возможности настройки задачи на конкретные цели с помощью критерия оптимальности, называемого в линейном программировании линейной формой. Он позволяет из бесконечного множества допустимых решений выбрать одно, в наибольшей степени соответствующее поставленной цели.

Для сходимости алгоритмов линейного программирования и достижения оптимальных решений важно, чтобы переменные были положительными (лежали в первом квадранте  $2N$ -мерного пространства, где  $N$  – число переменных, в нашем случае – число счетов по дебету и кредиту, т. е.

сумма предельных значений верхних и нижних индексов у переменных). В бухгалтерии нет понятия отрицательных денег, и требование положительности всегда выполняется. В этой ситуации критерий может включать в себя требования приближения характеристик финансово-хозяйственной деятельности: оборотов по дебету и кредиту различных счетов, сальдо по некоторым активным и (или) пассивным счетам и других характеристик, построенных на них, к заданным значениям.

Самый простой, иллюстративный вариант состоит в том, что платежи не структурируются, а исполняются с равной долей ответственности. Суммы платежей известны и их фиксированные значения обозначаются начальными буквами латинского алфавита, т. е., например,  $a_j$ . Поэтому, предполагая оборотные средства организации ограниченными, может быть принято, что реальные платежи будут по мере возможности приближаться к необходимым платежам.

Отражение такого варианта обеспечивается заданием ограничений по дебету и кредиту в виде:

$$x^J \leq a^J, \quad x_j \leq a_j, \quad J \in [1, N] \quad (17)$$

и одновременным введением в задачу критерия

$$\sum_{J \in [1, N]} x_J \rightarrow \max. \quad (18)$$

В результате будет получено решение, обеспечивающее выполнение всех ограничений (17) и максимально приближающее платежи к заданным значениям. В пределе, если средств достаточно, то будет получено решение  $x^J = a^J, x_j = a_j, J \in [1, N]$ .

Приоритеты одних обязательств по отношению к другим могут быть отражены введением в критерий (18) весовых коэффициентов.

Комбинацией ограничений и критерия могут быть отражены цели, выражающиеся через обороты по отдельным счетам, комбинации оборотов по группам счетов, через сальдо по счетам и по группам счетов.

В общем случае полученную задачу линейного программирования можно записать кратко в виде:

$$Q = Q\{x_j, x^j, y_j, y^j, v_j, v^j; \alpha_j, \alpha^j, \beta_j, \beta^j, \gamma_j, \gamma^j, J \in [1, N]\} \rightarrow \text{extr}, \quad (19, \text{а})$$

$$x_j \in A_j, \quad x^j \in A^j, \quad y_j(x_j) \in B_j, \quad y^j(x^j) \in B^j, \\ v_j(x_j, x^j) \in D_j, \quad v^j(x_j, x^j) \in D^j, \quad (19, \text{б})$$

где  $y_j(x_j), y^j(x^j), v_j(x_j, x^j), v^j(x_j, x^j)$  – простейшие линейные функции от переменных  $x_j$  и  $x^j$  – сумм денежных средств на счетах предприятия;  $\alpha_j, \alpha^j, \beta_j, \beta^j, \gamma_j, \gamma^j$  – весовые коэффициенты;  $A_j, A^j, B_j, B^j, D_j, D^j$  – области разрешенных значений пере-

менных, определяемые заданными величинами, которые в ограничениях (14, б), (15, б) и (16, б) обозначены через  $a', a'', b', b'', d', d''$  и находятся по данным бухгалтерского учета. Варьируя значения весовых коэффициентов, можно не только изменять приоритеты, но и исключать требования из критерия, т. е. получать частные варианты, соответствующие перечисленным выше задачам. Для этого соответствующие им значения весовых коэффициентов достаточно принять равными нулю. В качестве иллюстрации наметим пути получения алгоритмов решения некоторых обозначенных выше задач.

### ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ БУХГАЛТЕРСКОГО УЧЕТА ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЕМ

Традиционный бухгалтерский учет получается уже на основании формул (1)–(7), в которых необходимо определить для конкретной организации множество счетов и проводок, т. е. задать значения индексов в векторах  $a^J$  и  $a_j$ . Необходимо также конкретизировать формулы для исчисления налогов и иных производных платежей, указав в них реальные значения коэффициентов  $\lambda$ .

После настройки вводимые из первичных документов данные будут распространяться по системе проводок и обрабатываться по формулам (4)–(7).

**Исследования внутренних резервов повышения эффективности хозяйствования** может осуществляться ретроспективно по результатам деятельности предприятия в предыдущие периоды и уже имеющимся данным бухгалтерского учета.

Чтобы исследовать влияние на конечный результат различных условий деятельности предприятия, можно воспользоваться подходом, аналогичным применяемому в вариационном исчислении. В данном случае задача состоит в исследовании влияния вариации функций  $\delta u$  или (и)  $\delta v$  на вариацию функционала  $\delta Q$ . В данном контексте функционал  $\delta Q$  может означать прибыль, увеличение активов, снижение кредиторской задолженности и т. п., а функции — это платежи, обороты, сальдо по выбранным счетам. Цель исследования состоит, например, в выяснении вопроса можно ли было улучшить значения представляющих интерес характеристик, включенных в функционал, и, если да, то за счет каких изменений финансовой политики.

В качестве начального приближения можно использовать данные бухгалтерского учета организации за последний отчетный период. Значения соответствующих переменных рассматриваются как номинальные. Обозначим их  $a_j^0, a^{0j}, b_j^{0j}, b_j^0$  и т. д. На их основе формируются допустимые диапазо-

ны вариации выбранных переменных и функций, например, следующим образом:

$$\begin{aligned} a_j' &= [1 - v(a_j')]a_j^0, & a_j'' &= [1 + v(a_j'')]a_j^0; \\ b_j' &= [1 - v(b_j')]b_j^0, \\ b_j'' &= (1 + v(b_j''))b_j^0 \text{ и т. д.,} \end{aligned} \quad (20)$$

где  $v(a_j'), v(a_j'')$ , — некоторые меньшие единицы числа, определяющие возможный диапазон варьирования переменных и их линейных комбинаций (сумм, оборотов, сальдо). Они могут быть различными для различных переменных или равными в зависимости от целей исследования.

Значения диапазонов варьирования, полученные по алгоритму (20), подставляются в ограничения задачи линейного программирования (19) и осуществляется её решение. В результате решения будут получены взаимосвязанные значения всех переменных — сумм средств на счетах, оборотов, сальдо, при которых результаты деятельности в предыдущий период в наибольшей степени соответствовали бы выбранной стратегии (19) и ограничениям на ресурсы, заданным с учетом выражений (20).

Изменяя значения весовых коэффициентов в критерии (19, а), можно задавать другие показатели, а вариацией значений  $v$  в выражениях (20) можно изменять средства влияния на результат и диапазоны этого влияния. Для каждого варианта сочетаний критерия и разрешенных диапазонов варьирования (20) будет получено оптимальное решение. Сравнив значение критерия для номинального варианта, который был фактически реализован, со значениями критерия для вариантов, синтезированных с помощью выражений (20), можно выяснить, была ли возможность найти решения лучшие, чем реализованные в действительности.

**Финансовый анализ.** Воспользуемся некоторыми критериями финансового анализа для внешней и внутренней оценок эффективности деятельности организации, которые выражаются через суммы средств на различных счетах организации, т. е. через значения определенных выше переменных и их функций  $x_j, x^{j'}, y_j(x_j), y^{j'}(x^{j'}), v_j(x_j, x^{j'}), v^{j'}(x_j, x^{j'})$ .

В анализе состояния организации значительное место занимают показатели платежеспособности и финансовой устойчивости, прибыльности и активности, инвестиционной привлекательности, оценки и восстановления платежеспособности и пр. [9]. Все эти показатели имеют вид коэффициентов, представляющих собой частные от деления сумм средств на одних счетах (например, активов) на суммы средств на других счетах (например, пассивов).

Платежеспособность предприятия определяется коэффициентами текущей, промежуточной и абсолютной ликвидности. Они характеризуют возможность предприятия расплатиться с кредиторами, соответственно, за счет оборотных средств ( $B = 1$ ),





за счет дебиторской задолженности и денежных средств ( $B = 2$ ), за счет денежных средств предприятия ( $B = 3$ ). Все коэффициенты имеют вид дроби, в числителе которой указаны текущие активы, а в знаменателе – краткосрочные пассивы. В обозначениях, используемых в данной работе, все коэффициенты имеют вид:

$$K_B = \frac{\sum_{J \in J_B} c^J}{\sum_{J \in J_K} c_J}, \quad (21)$$

где  $J_B$ ,  $B = 1, 2, 3$  – множества счетов, на которых учитываются соответствующие коэффициенту текущие активы;  $J_K$  – множество счетов, учитывающих краткосрочные пассивы.

В числителе дроби (21) стоит дебетовое сальдо по множеству  $J_B$  активных счетов, а в знаменателе – кредитовое сальдо по счетам  $J \in J_K$ . Таким же образом записываются формулы для вычисления коэффициентов оценки платежеспособности, финансовой устойчивости, маневренности, рентабельности и пр.

Для менеджмента большую ценность представляет возможность исследовать влияние управленческих решений на значения показателей в прошлые периоды и определять на их основе такую стратегию управления на будущее, которая приближала бы показатели организации к желаемым значениям. Содержательный экономический смысл этих коэффициентов достаточно прозрачен, поэтому выбрать их предпочтительные для организации значения не составляет особого труда; более того, критические значения некоторых, наиболее важных при оценке «финансового здоровья» организации показателей регламентируются постановлениями Правительства. Технология исследования одинакова для разных показателей, поэтому достаточно проиллюстрировать её на одном, например, показателе (21).

Обозначим предпочтительное значение коэффициента (21)  $K_B^*$ . Очевидно, требование к показателю (21) всегда можно записать в виде:

$$K_B \leq K_B^*. \quad (22)$$

Вместо фиксированных значений подставим в правую часть (21) соответствующие переменные модели (12). Объединим формулы (21) и (22) и запишем в строку:

$$\sum_{J \in J_B} v^J \leq K_B^* \left( \sum_{J \in J_K} v_J \right). \quad (23)$$

Подставим сюда  $v^J$  и  $v_J$  в соответствии с формулами (12, в) и (12, г) и перенесем все слагаемые в правую часть. В результате получаем:

$$0 \leq K_B^* \left\{ \sum_{J \in J_K} (\delta_J^I x^I - \delta_J^I x_I) \right\} - \sum_{J \in J_B} (\delta_J^I x_I - \delta_J^I x^I), \quad (24)$$

где во всех слагаемых в правой части предполагается суммирование по индексу  $I$ .

Все три неравенства (22)–(24) равносильны. Они отражают требование (25): фактическое значение показателя  $K_B$  не должно превышать заданного значения  $K_B^*$ , но теперь это требование наложено на совокупность сумм финансовых средств на счетах, входящих в ограничение (24), которое вводится в условия задачи (19).

Дополним ограничения (24) требованием

$$K_B^* \left\{ \sum_{J \in J_K} (\delta_J^I x^I - \delta_J^I x_I) \right\} - \sum_{J \in J_B} (\delta_J^I x_I - \delta_J^I x^I) \rightarrow \min, \quad (25)$$

при выполнении которого достигается полное отражение принципа выбора управлений, приближающих текущее значение выбранного коэффициента ликвидности к заданному значению. Если в задаче (19) в качестве критерия оптимальности принять требование (25), то будет получено решение, обеспечивающее возможное увеличение активов и одновременно гарантирующее, что текущие активы не превысят увеличенных в  $K_B^*$  раз краткосрочных пассивов.

**Формирования идеологии и принципов учетной политики.** Идеология управления и учетная политика отражаются при формальном описании финансово-хозяйственной деятельности определением приоритетов, которые задаются весовыми коэффициентами. Вернемся к критерию оптимальности (19, а), в котором на равных правах указаны переменные и весовые коэффициенты, которые отражают идеологию управления. С помощью коэффициентов упорядочиваются приоритеты целей хозяйствующего субъекта и находящихся в его распоряжении ресурсов. Когда целей и вариантов использования ресурсов много, то задача их упорядочивания и структуризации не является тривиальной, а её решение может представлять интерес в рамках общей задачи экономического анализа. Разработанное представление результатов финансово-хозяйственной деятельности позволяет перейти к решению и таких задач.

Действительно, пусть все входящие в критерий (19, а) весовые коэффициенты в совокупности нормированы к некоторой величине  $P$ , т. е.

$$\sum_{J \in [1, N]} (\alpha^J + \alpha_J + \beta^J + \beta_J + \gamma^J + \gamma_J) = P. \quad (26)$$

Это условие вводится в задачу линейного программирования в качестве ограничения на значения весовых коэффициентов. Кроме (26) в состав

ограничений (19, б) вводятся условия положительности весовых коэффициентов:

$$\alpha^J, \dots, \gamma_J \geq 0. \quad (27)$$

При наличии некоторых предварительных соображений у руководства организации о приоритетах целей могут быть записаны ограничения на значения диапазонов для групп отдельных коэффициентов в виде

$$\sum_{J \in [1, N]} \alpha^J \leq P^\alpha, \quad (28)$$

$$\sum_{J \in [1, N]} \alpha^J \leq P_\alpha, \quad (29)$$

$$\sum_{J \in J^\alpha} \alpha^J + \sum_{J \in J_\gamma} \gamma_J \leq P_\gamma^\alpha, \quad J^\alpha, J_\gamma \subseteq [1, N], \quad (30)$$

при условии

$$P^\alpha + P_\alpha + \dots + P_\gamma^\alpha = P. \quad (31)$$

Кроме ограничений (26)–(30) на значения коэффициентов в некоторых совокупностях, для отдельных коэффициентов могут быть записаны требования вида (15, а) или (16, а), обеспечивающие придание им заданных значений, а также требования, чтобы в заданной паре только один коэффициент был ненулевым.

Теперь постановка задачи линейного программирования (19) может быть изменена. Величинам, которые ранее были переменными, присваиваются значения, полученные ими в предыдущем периоде хозяйствования. Выше они были обозначены  $a_0^J, a_{0J}, b_0^J, b_{0J}, d_0^J, d_{0J}$ . Подстановкой этих значений вместо соответствующих им переменных  $x, y$  и  $v$  во все уравнения (связи) переменные переводятся в разряд параметров. А коэффициенты  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$  становятся переменными, вариацией значений которых обеспечивается экстремальное значение критерия  $Q$ . Область их определения задается условиями (27)–(31).

В этом случае решением задачи (19) будут значения  $\alpha^*, \beta^*$  и  $\gamma^*$  весовых коэффициентов, при которых  $Q(\alpha^*, \beta^*, \gamma^*) = Q^*$ , где  $Q^*$  – экстремальное значение критерия. Соотношение весовых коэффициентов, полученное в результате решения сформулированной задачи линейного программирования, характеризует степень влияния отдельных показателей, входящих в критерий, на его значение. Подобное исследование не лишено смысла для столь многосвязной задачи, каковой является синтез оптимального управления организацией.

Приведенные примеры требований не охватывают всех возможных вариантов, а лишь иллюстрируют

открывающиеся перспективы автоматизации процедур принятия решения в задаче исследования приоритетов и структуризации целей при управлении хозяйствующим субъектом.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Бухгалтерский учет предприятия, естественно, существует не сам по себе, а только в связи с деятельностью предприятия, и в общей структуре управления предприятием должно быть представлено описание реальных задач планирования и управления ресурсами. Представленное математическое описание финансово-хозяйственной деятельности над полем бухгалтерского учета позволяет задачи управления производством связать с реальными финансовыми возможностями организации. Большая часть подобных задач управления и календарного планирования опирается на процессы, происходящие во времени, и требует в качестве основы динамическую модель эволюции предприятия. Эволюция предприятия наиболее объективно может быть отражена динамической моделью его финансово-хозяйственной деятельности, которая получается введением времени в модель, представленную в данной статье. Однако это является предметом отдельного рассмотрения, равно как и более детальное изложение методики решения частных задач, затронутых здесь в качестве иллюстрации возможностей предлагаемой методологии.

## ЛИТЕРАТУРА

1. 7 нот менеджмента. – М.: ЗАО «Журнал Эксперт»: ООО «Изд-во ЭКСМО», 2002. – 656 с.
2. Астахов В. П. Теория бухгалтерского учета. – Ростов н/Д: Изд. центр «МарТ», 2002. – 448 с.
3. Кузнецов Л. А., Глизуцин В. Е., Глизуцина Е. С. Введение бухгалтерской информации в задачи оперативного управления организацией // Датчики и системы. – 2000. № 10. – С. 71–76.
4. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1988. – 552 с.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1970. – 720 с.
6. Кузнецов Л. А. Теоретические основы системного менеджмента // Сб. науч. тр. междунар. конф. «Современные сложные системы управления». – Воронеж, 2003. – С. 25–30.
7. Юдин Д. Б., Гольштейн Е. Г. Линейное программирование. – М.: Физматгиз, 1963.
8. Исследование операций: В 2 т.: пер. с англ./ Под ред. Дж. М о у д е р а, С. Э л м а г р а б и. – М.: Мир, 1981. Т. 1. – 712 с. Т. 2. – 677 с.
9. Кузин Б. И., Юрьев В. Н., Шахдинаров Г. М. Методы и модели управления фирмой. – СПб.: Питер, 2001. – 432 с.

☎ (0742) 32-80-44

E-mail: kuznetsov@stu.lipetsk.ru

