

ОПТИМАЛЬНЫЕ ПО СТЕПЕНИ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

С.В. Гуляев, Т.И. Черепова, А.А. Шубладзе, А.М. Шубладзе

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова, г. Москва

Найдены оптимальные по степени устойчивости решения задачи управления аperiodическими объектами, поведение которых аппроксимируется динамическими моделями, представляющими собой последовательное соединение инерционных звеньев и инерционного звена с запаздыванием. Представлены переходные процессы в следящих системах максимальной степени устойчивости при управлении неустойчивыми колебательными объектами с запаздыванием.

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа продолжает ряд публикаций [1–5], в которых представлены исследования по синтезу систем максимальной степени устойчивости на основе ПИ- [1, 2] и ПИД- [1, 3] законов управления. В работе [4] были даны достаточные условия оптимальности, а в работе [5] приведены условия и структуры оптимальных по степени устойчивости решений при произвольном порядке управления, характеризующихся наличием как действительных, так и комплексно-сопряженных пар корней характеристических полиномов. Условия оптимальности задавались в виде систем нелинейных алгебраических уравнений, решение которых для систем управления высоких порядков связано с большими вычислительными трудностями.

В данной работе для аperiodических объектов будут рассмотрены случаи синтеза систем максимальной степени устойчивости, когда среди крайних правых корней их характеристических полиномов одновременно присутствуют действительные корни и комплексно-сопряженная пара корней. Кроме того, будут представлены результаты моделирования переходных процессов в следящих системах максимальной степени устойчивости при управлении неустойчивыми колебательными объектами с запаздыванием.

Постановка задачи

Задачу синтеза оптимальных по степени устойчивости ПИД-регуляторов будем решать для объектов управления, поведение которых хорошо аппроксимируется динамическими моделями, представляющими собой последовательное соединение инерционных звеньев или инерционного и запаздывающего звеньев.

В случае конечномерного объекта связь между его выходным сигналом и управляющим сигналом определяется дифференциальным уравнением вида

$$x^{(n)}(t) + \sum_{i=1}^n a_i x^{(i-1)}(t) = k_0 u(t), \quad (1)$$

где $x^{(m)}(t)$ ($i = 0, \dots, n$) – фазовые координаты, a_i и k_0 – параметры, $u(t)$ – ПИД-управление вида

$$u(t) = k_{\text{П}} \varepsilon(t) + k_{\text{И}} \int_0^{\tau} \varepsilon(\tau) d\tau + k_{\text{Д}} \frac{d\varepsilon(t)}{dt}, \quad \text{где } n \geq 3, \quad (2)$$

$\varepsilon(t) = g(t) - x(t)$, $g(t)$ – задающее воздействие.

Оптимизируемыми являются параметры $k_{\text{П}}$, $k_{\text{И}}$ и $k_{\text{Д}}$, при которых имеет место максимальная степень устойчивости

$$I_{\text{оп}} = -\min \max \operatorname{Re} \lambda_j(b_i), \quad (3)$$



где λ_j – корни характеристического полинома

$$D_{n+1}(\lambda) = \lambda^{n+1} + \sum_1^n a_i \lambda^i + k_0(k_D \lambda^2 + k_{\Pi} \lambda + k_{И}), \quad (4)$$

который после замены λ на $\lambda_1 - I_{\text{оп}}$ при $k_{\Pi} = k_{\text{Поп}}$, $k_{И} = k_{\text{Иоп}}$ и $k_D = k_{\text{Доп}}$ принимает вид

$$D_n^*(\lambda_1, b_{i\text{оп}}) = \lambda_1^{n_g} \prod_{j=1}^{n_k} (\lambda_1^2 + \omega_j^2)^{\gamma_j} D_{n-n_g-n_k}^*(\lambda_1, b_{i\text{оп}}). \quad (5)$$

Требуется определить оптимальные значения $k_{\text{Поп}}$, $k_{\text{Иоп}}$ и $k_{\text{Доп}}$ и соответствующие им значения $I_{\text{оп}}$, n_g , n_k , ω_i и γ_i ($i = 1, \dots, n_k$).

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ КОНЕЧНОМЕРНЫМ ДИНАМИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ

Задачу (1)–(5) будем решать сначала для апериодических объектов, задаваемых передаточной функцией вида

$$W(p) = \frac{k_0}{(T_1 p + 1)^{n-1} (T_2 p + 1)}, \quad T_2 > 10 T_1. \quad (6)$$

Передаточной функцией (6) можно с высокой точностью аппроксимировать поведение большинства промышленных динамических процессов, поэтому поиск оптимальных по степени устойчивости решений для модели (6) может иметь большое практическое значение.

Нетрудно видеть, что передаточной функции (6) при ПИД-управлении (2) соответствует характеристический полином вида

$$D_{n+1}(\lambda) = \lambda(T_1 \lambda + 1)^{n-1} (T_2 \lambda + 1) + k_0(k_D \lambda^2 + k_{\Pi} \lambda + k_{И}) \quad (7)$$

или при замене λ на $\lambda_1 - I$

$$D_{n+1}(\lambda_1) = (\lambda_1 - I)(T_1 \lambda_1 + 1 - T_1 I)^{n-1} \times (T_2 \lambda_1 + 1 - T_2 I) + k_0(k_D (\lambda_1 - I)^2 + k_{\Pi} (\lambda_1 - I) + k_{И}). \quad (8)$$

Покажем с помощью исследования годографа $D_{n+1}(i\omega)$ (8), что структура корней оптимального по степени устойчивости решения (3) зависит только от значений отношения $T_2/T_1 = g$ и n . При этом для любого значения отношения g существуют такие n_{g_i} ($i = 1, \dots, 4$), что при $n < n_{g_i}$ крайними правыми корнями полинома (7) оптимального решения являются четыре кратных действительных корня, при $n_{g_1} < n < n_{g_2}$ – три кратных действительных корня и комплексно-сопряженная пара корней, при $n_{g_2} < n < n_{g_3}$ – два кратных

действительных корня и комплексно-сопряженная пара корней, которым соответствует годограф $D_{n+1}(i\omega)$ (8), касающийся действительной оси, при $n_{g_3} < n < n_{g_4}$ – один действительный корень и кратная комплексно-сопряженная пара корней, при $n > n_{g_4}$ – кратная комплексно-сопряженная пара корней, которой соответствует годограф $D_{n+1}(i\omega)$ (8), касающийся действительной оси.

Рассмотрим каждый из указанных случаев в представлении (5).

Случай 1. $n_g = 4, n_k = 0, n < n^*$.

В этом случае при обратной замене в выражении (5) λ_1 на $\lambda + I_{\text{оп}}$ получим для оптимальной системы характеристический полином вида

$$D_{n+1}(\lambda) = \lambda^{n+1} + \sum_{i=1}^n a_i \lambda^i + k_0(k_D \lambda^2 + k_{\Pi} \lambda + k_{И}) = (\lambda + I_{\text{оп}})^4 D_{n-3}^*(\lambda + I_{\text{оп}}), \quad (9)$$

в котором полином $D_{n-3}^*(\lambda + I_{\text{оп}})$ имеет корни левее прямой $\lambda = -I_{\text{оп}}$.

Из выражения (9) следует, что третья производная полинома $D_{n+1}(\lambda)$ не зависит от параметров управления (2), поэтому ее крайний правый корень также не зависит от этих параметров. Значение этого корня и определяет степень устойчивости, т. е. $\max \text{Re} \lambda_i = -I_{\text{оп}}, i = 1, \dots, n - 2$, где λ_i –

$$\text{корни полинома } D_{n-2}(\lambda) = \frac{d^3 D_{n+1}(\lambda)}{d\lambda^3}.$$

При известном значении $I_{\text{оп}}$, уменьшая порядок дифференцирования, можно последовательно определить параметры управления $k_{\text{Доп}}$, $k_{\text{Поп}}$ и $k_{\text{Иоп}}$. Указанный процесс сводится к следующим формулам

$$\begin{aligned} I_{\text{оп}} &= -0,5 T_1^{-1} + 0,25 T_2^{-1}, \quad \text{при } n = 2, \\ I_{\text{оп}} &= -0,5(-b + (b^2 - 4ac)^{0,5})a^{-1}, \quad \text{при } n > 2, \\ a &= n(n+1)(n+2) T_1^3 T_2, \\ b &= n(n+1)((n-1)T_1 + 6T_2) T_1^2, \\ c &= 3n((n-1)T_1 + 2T_2) T_1 \end{aligned} \quad (10)$$

для определения степени устойчивости $I_{\text{оп}}$ и к формулам

$$\begin{aligned} k_D &= -0,5(-T_1 I_{\text{оп}} + 1)^{n-2} ((n+1)(n+2) T_1^2 T_2 I_{\text{оп}}^2 - (n+1)(n T_1 + 4 T_2) T_1 I_{\text{оп}} + 2(n T_1 + T_2)) k_0^{-1}, \\ k_{\Pi} &= -((-T_1 I_{\text{оп}} + 1)^{n-1} ((n+2) T_1 T_2 I_{\text{оп}}^2 - ((n+1) T_1 + 2 T_2) I_{\text{оп}} + 1) - 2 k_D k_0 I_{\text{оп}}) k_0^{-1}, \quad (11) \end{aligned}$$

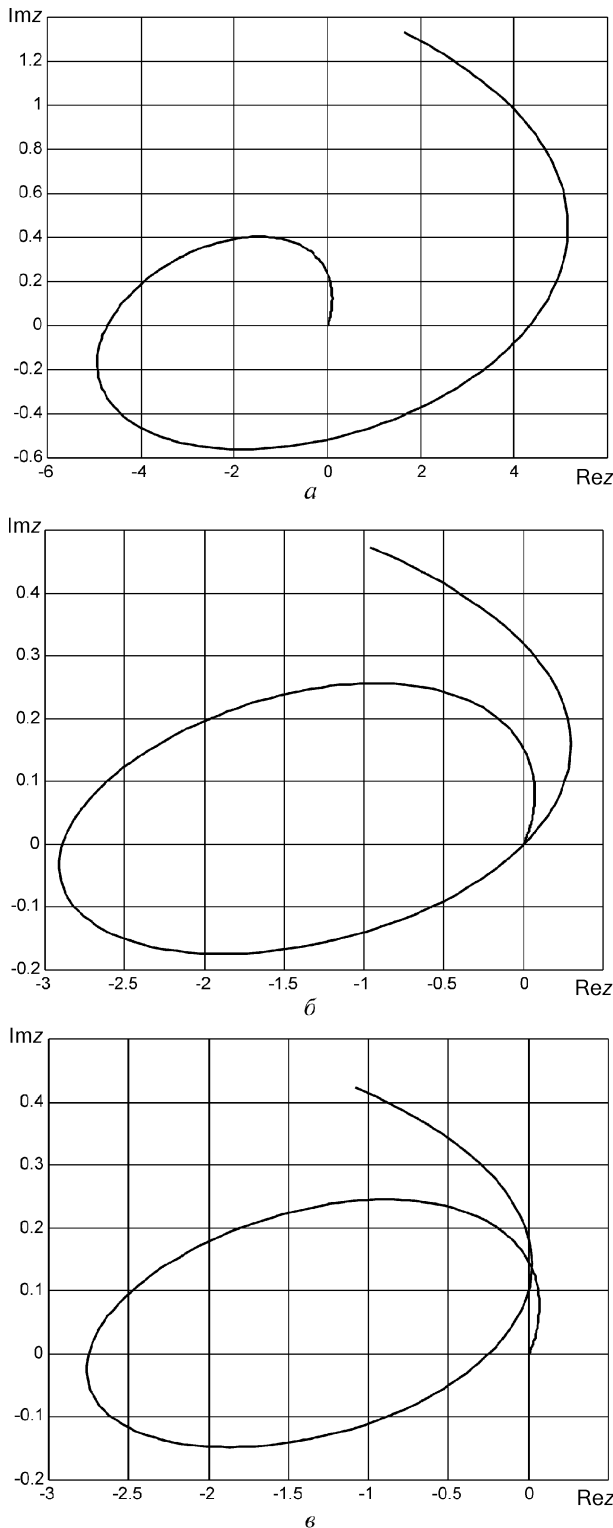


Рис. 1. Годографы характеристического полинома $z(i\omega) = D_{n+1}(i\omega - I)$ при $T_2 = 20/n$, $T_1 = 1/n$:

$a - n = 50$, $k_D = 0,0573$, $k_{II} = 0,3611$, $k_{III} = 0,5452$, $I = 2,0828$; $b - n = 80$, $k_D = 0,0404$, $k_{II} = 0,2978$, $k_{III} = 0,5661$, $I = 2,3321$; $v - n = 85$, $k_D = 0,0390$, $k_{II} = 0,2928$, $k_{III} = 0,5695$, $I = 2,3623$

$$k_{III} = -((-T_1 I_{оп} + 1)^n (T_2 I_{оп} - 1) I k_0^{-1} + k_D I_{оп}^2 - k_{II} I_{оп})$$

для определения параметров $k_{Доп}$, $k_{Поп}$ и $k_{Иоп}$.

Проведенные рассуждения показали, что необходимым и достаточным условием оптимальности в рассмотренном случае 1 является наличие всех $(n - 3)$ -х корней полинома $D_{n-3}^*(\lambda + I_{оп})$ из выражения (9) левее прямой $\lambda = -I_{оп}$ или устойчивость полинома $D_{n-3}^*(\lambda_1)$ при $\lambda = \lambda_1 - I_{оп}$.

При $n = n^*$ структура корней оптимального решения, как было отмечено, меняется. Строя годографы этого полинома $D_{n+1}(i\omega)$ (8) при $\omega > 0$ в зависимости от T_2/T_1 и n , можно для любого значения этого отношения найти такое $n = n^*$, при котором в оптимальном решении к нулевому корню кратности четыре добавится еще комплексно-сопряженная пара корней. Это значение n^* является граничным в структуре крайних правых корней оптимального решения.

На рис. 1, a , b и v показано, как выглядят годографы при $n < n^*$, $n = n^*$ и $n > n^*$, соответственно. При $n > n^*$, как следует из рис. 1, v , система управления является неустойчивой, что противоречит утверждениям работы [1].

Приведём таблицу зависимости значений n^* от отношения T_2/T_1 :

T_2/T_1	10	20	30	40	50	100
n^*	53	80	105	128	151	260

Найденные условия локального экстремума для $n < n^*$ являются и условиями глобального экстремума, так как крайний правый корень полинома совпадает с крайним правым корнем его третьей производной.

Как отмечалось, случай соответствующий рис. 1, v , не может быть оптимальным при $n > n^*$. Покажем, что при таких n крайними правыми корнями оптимального решения будут действительный корень кратности три и комплексно-сопряженная пара корней. Для этого рассмотрим следующую структуру корней оптимального решения.

Случай 2. $n_g = 3$, $n_k = 1$, $\gamma_1 = 1$.

Здесь крайними правыми корнями полинома (8) являются три нулевых кратных корня и одна мнимая комплексно-сопряженная пара корней с частотой ω_1 , а полином (7) имеет вид

$$D_{n+1}(\lambda) = (\lambda + I_{оп})^3 ((\lambda + I_{оп})^2 + \omega_1^2) \times D_{n-4}^*(\lambda + I_{оп}), \quad (12)$$

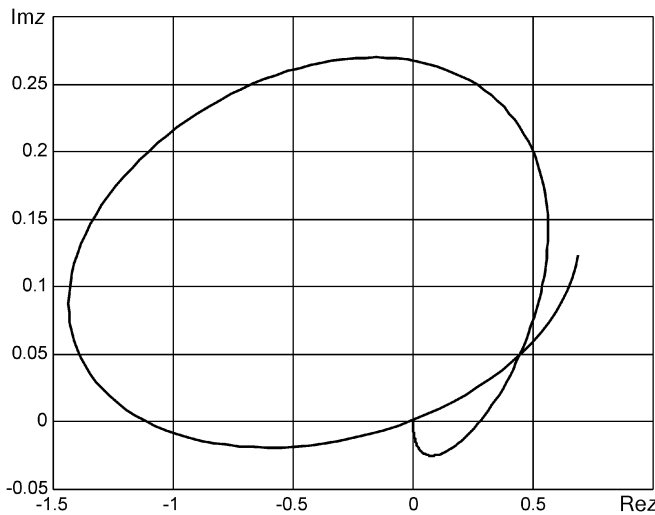


Рис. 2. Годограф характеристического полинома $z(i\omega) = D_{n+1}(i\omega - I)$ для граничного случая при $T_2 = 20/n$, $T_1 = 1/n$, $n > n^*$, $n = 300$, $k_D = 0,0122$, $k_{II} = 0,1851$, $k_{II} = 0,5543$, $I = 2,0500$

в котором полином $D_{n-4}^*(\lambda + I_{оп})$, как и в предыдущем случае, имеет корни левее прямой $\lambda = -I_{оп}$. В плоскости $\lambda_1 = \lambda + I_{оп}$ полином (12) становится равным

$$D_{n+1}(\lambda_1) = \lambda_1^3(\lambda_1^2 + \omega_1^2)D_{n-4}(\lambda_1). \quad (13)$$

Как показано в работах [7, 8], полиному (13) соответствуют условия

$$\Delta_{n-3}^{(0)}(I_{оп}) = 0, \Delta_j^{(0)}(I_{оп}) > 0, j = 1, \dots, n - 4, \quad (14)$$

где $\Delta_j^{(0)}(I_{оп})$ ($j = 1, \dots, n - 3$) – определители Гурвица полинома (13), которые зависят от $I_{оп}$ и не зависят от параметров управления (2). Поэтому равенство в выражениях (14) определяет значение $I_{оп}$, для которого справедливы все условия (14). При известном значении $I_{оп}$ находятся параметры $k_{Доп}$, $k_{Поп}$ и $k_{Иоп}$ так, как это было сделано в случае 1, т. е. по формулам (14), или, что то же самое, по формулам

$$\frac{d^{i-1}D_n(\lambda)}{d\lambda^{i-1}} = 0 \text{ при } \lambda = -I_{оп}, i = 1, 2, 3, \quad (15)$$

где $D_n(\lambda)$ определяется из выражения (7).

На рис. 2 показан годограф полинома $D_{n+1}(i\omega)$ (13) при $i\omega = \lambda_1$ и $n = 300 > n^*$, $T_1 = 1/n$, $T_2 = 20T_1$. С помощью этого годографа можно доказать, что полученные условия локального экстремума (14) и (15) являются также и условиями глобального экстремума.

Как следует из результатов моделирования, при $T_2 = 20T_1$ рассмотренную структуру оптимального решения для модели (6) можно применять приблизительно до значения $n = 800$, но при таких высоких порядках сложно вычисляются оптимальные параметры, вследствие чего годографы теряют наглядность. Теоретически следующим возможным случаем оптимального решения являются два нулевых кратных корня и одна мнимая комплексно-сопряженная пара корней, но показать его методами машинного моделирования практически невозможно.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Рассмотренная динамическая модель (6) при $n \rightarrow \infty$ превращается в динамическую модель вида

$$W(p) = \frac{k_0 e^{-p\tau}}{Tp + 1}, \quad (16)$$

где τ – время запаздывания запаздывающего звена, T – постоянная времени инерционного звена. Будем рассматривать случай, когда $k_0 = 1$ и $\tau = 1$.

При управлении (2) модели (16) соответствует характеристический полином вида

$$D_\tau(\lambda) = e^{\lambda\tau}(T\lambda + 1) + k_0(k_D\lambda^2 + k_{II}\lambda + k_{II}) = e^{\lambda}(T\lambda + 1)k_D\lambda^2 + k_{II} + k_{II} \quad (17)$$

или при замене λ на $\lambda_1 - I$

$$D_\tau(\lambda_1) = e^{\tau(\lambda_1 - I)}(\lambda_1 - I)(T\lambda_1 + 1 - TI) + k_0(k_D(\lambda_1 - I)^2 + k_{II}(\lambda_1 - I) + k_{II}) = e^{(\lambda_1 - I)}(\lambda_1 - I)(T\lambda_1 + 1 - TI) + k_D(\lambda_1 - I)^2 + k_{II}(\lambda_1 - I)^2 + k_{II}. \quad (18)$$

Покажем, что при достаточно малых значениях отношения

$$g > \tau/T, \quad (19)$$

как и в случае модели (6), максимальная степень устойчивости полинома (17) имеет место, когда крайним правым корнем является действительный корень кратности четыре. В этом случае максимальная степень устойчивости $I_{оп}$ и оптимальные настроечные параметры k_D , k_{II} и k_{II} находятся из формул, аналогичных формулам (10) и (11), т. е.

$$I_{оп} = \frac{3}{\tau} + \frac{1}{2T} - \sqrt{\frac{3}{\tau^2} + \frac{1}{4T^2}},$$

$$k_D = \frac{1}{2k_0}(\tau^2(I_{оп} - TI_{оп})^2 - 2\tau(1 - 2TI_{оп}) - 2T)e^{-\tau I_{оп}}, \quad (20)$$

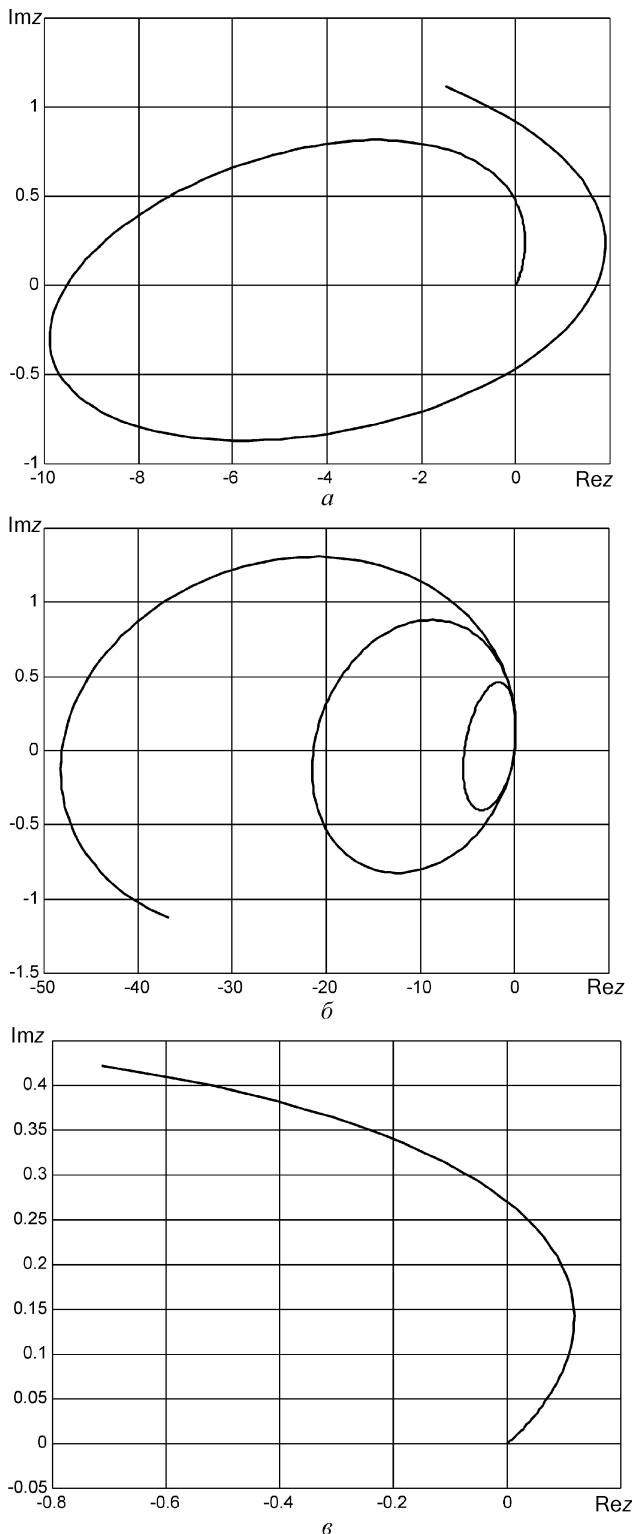


Рис. 3. Годографы характеристического полинома $z(i\omega) = D(i\omega - I)$ оптимальной системы с запаздыванием:
 $a - T = 0,8, I = 1,7836, k_D = 0,1131, k_{II} = 0,5870, k_{II} = 0,5591 (T < T^*)$; $b - T = 0,5, I = 2,000, k_D = 0,0677, k_{II} = 0,4060, k_{II} = 0,5413 (T < T^*), \omega \in [0; 20]$; $c -$ то же, но $\omega \in [0; 4]$

$$k_{II} = \frac{1}{k_0} (-\tau^2 T I_{оп}^3 + (\tau^2 + 3\tau T) I_{оп}^2 - \tau I_{оп} - 1) e^{-\tau I_{оп}},$$

$$k_{II} = \frac{1}{2k_0} (-\tau^2 T I_{оп}^4 + (\tau^2 + 2\tau T) I_{оп}^3 + 4T I_{оп}^2 - 4I_{оп}) e^{-\tau I_{оп}}.$$

Методами машинного моделирования можно показать, что структура корней оптимального по степени устойчивости решения зависит от отношения (19), т. е. существует определенное значение g^* такое, что при $T^* = 1/g^*$ ($\tau = 1$), $I_{оп}(T^*)$, $k_D(T^*)$, $k_{II}(T^*)$, и $k_{II}(T^*)$ имеет место система максимальной степени устойчивости, задаваемая уравнениями (20). А при $T > T^*$ структура оптимального решения меняется и, подобно рассмотренному случаю модели (6), необходимо применять другой метод для нахождения оптимальных решений.

Учитывая, что в нашем случае $k_0 = 1$ и $\tau = 1$, построим годографы для объекта с запаздыванием при различных значениях постоянной времени T . Для начала возьмём $T = 0,8$ и, рассчитав оптимальные коэффициенты по формулам (20), построим годограф (рис. 3, *a*), из которого видно, что этот случай оптимальный по степени устойчивости, но не является граничным, когда одна структура корней оптимального решения переходит в другую.

Уменьшая постоянную времени T до значения $T^* = 0,5$, получаем граничный случай перехода одной структуры корней в другую. Годограф $D(i\omega)$ (18) для этого значения T изображен на рис. 3, *b* для частот $\omega \in [0; 20]$ и для большей наглядности при относительно малых частотах $\omega \in [0; 4]$ на рис. 3, *в*. На рис. 4 показан годограф при $T = 0,4$. Из этого годографа видно, что найденное с помощью выражений (20) значение степени устойчивости и соответствующие ему настроечные коэффициенты не являются оптимальными. Это, как и в случае модели (6), также противоречит утверждениям работы [1].

При $T < T^*$ крайними правыми корнями полинома (18) являются три нулевых кратных корня и одна мнимая комплексно-сопряженная пара корней. Для этого случая можно применить те же необходимые и достаточные условия оптимальности, как и при рассмотрении объектов (6). Действуя подобным образом, получаем годограф оптимальной системы при $T = 0,05$, изображенный на рис. 5.

На рис. 6 приведен годограф для критического случая, когда три действительных и пара комплексно-сопряженных корней распадаются на два действительных корня и одну пару комплексно-сопряженных корней.

Действуя аналогично в случае двух действительных корней, варьируя коэффициенты I и k_D и находя значения коэффициентов k_{II} и k_{II} , получим годограф, изображенный на рис. 7.

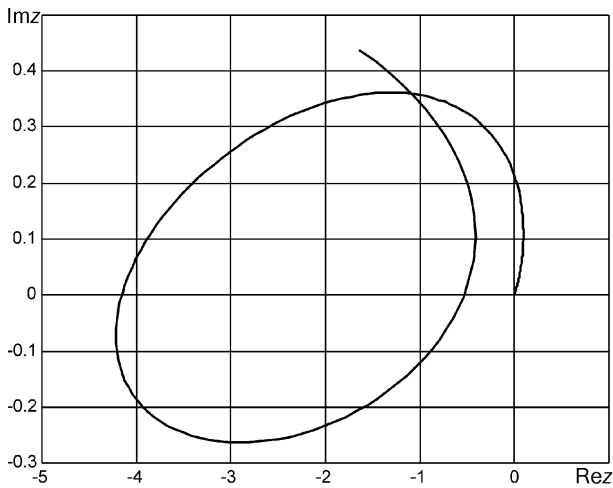


Рис. 4. Годограф характеристического полинома $z(i\omega) = D(i\omega - I)$ при $T = 0,4, I = 2,1140, k_D = 0,0549, k_{PI} = 0,3549, k_I = 0,4656 (T > T^*)$

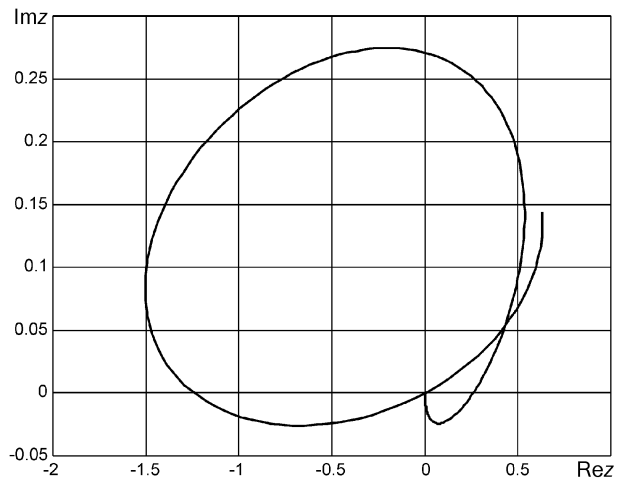


Рис. 5. Годограф характеристического полинома $z(i\omega) = D(i\omega - I)$ оптимальной системы с запаздыванием при $T = 0,1, I = 2,00, k_D = 0,0135, k_{PI} = 0,1895, k_I = 0,5413$

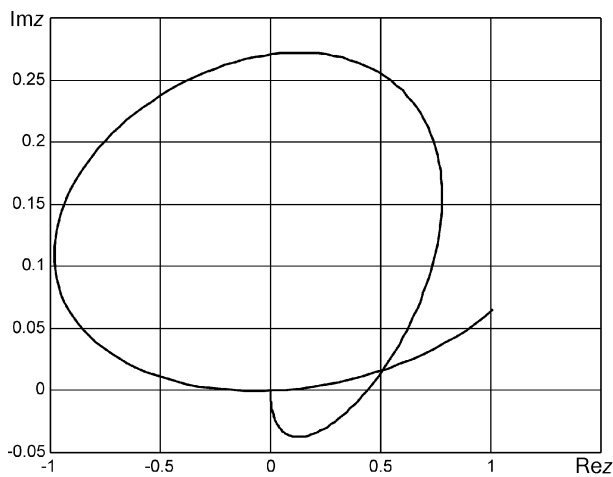


Рис. 6. Годограф характеристического полинома $z(i\omega) = D(i\omega - I)$ оптимальной системы с запаздыванием при $T = 0,03, I = 2,00, k_D = 0,0041, k_{PI} = 0,1516, k_I = 0,5412$

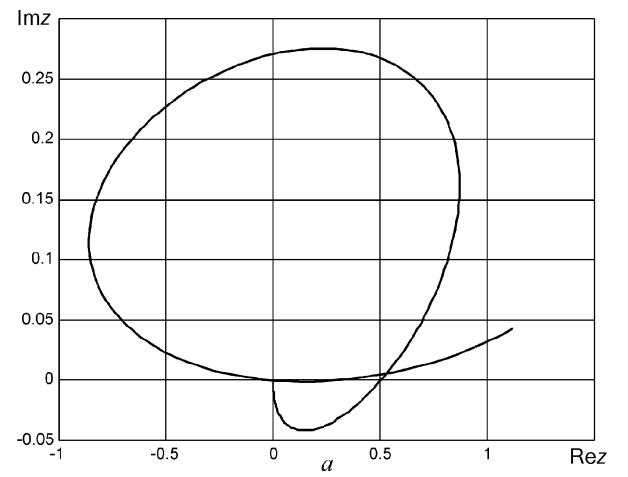


Рис. 7. Годографы характеристического полинома $z(i\omega) = D(i\omega - I)$ оптимальной системы с запаздыванием при $T = 0,01, I = 2,00, k_D = 0,0014, k_{PI} = 0,1409, k_I = 0,5415$: $a - \omega \in [0; 10]; \delta - [0; 0,1]$

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ПО СТЕПЕНИ УСТОЙЧИВОСТИ СЛЕДЯЩЕЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ НЕУСТОЙЧИВЫМ КОЛЕБАТЕЛЬНЫМ ОБЪЕКТОМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Представим результаты моделирования работы оптимальной по степени устойчивости системы при управлении неустойчивым колебательным объектом с запаздыванием с ПИ- и ПИД-регуляторами.

Из изложенного следует, что при синтезе системы максимальной степени устойчивости определяются не только значения оптимальных настраиваемых параметров указанных выше законов управления и значение степени устойчивости, которая при этих значениях достигается, но и значе-

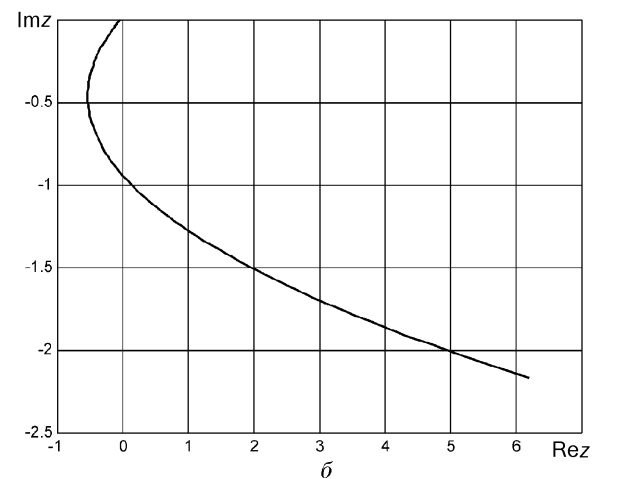


Рис. 7. Годографы характеристического полинома $z(i\omega) = D(i\omega - I)$ оптимальной системы с запаздыванием при $T = 0,01, I = 2,00, k_D = 0,0014, k_{PI} = 0,1409, k_I = 0,5415$: $a - \omega \in [0; 10]; \delta - [0; 0,1]$



Рис. 8. Структура оптимальной по степени устойчивости следящей системы

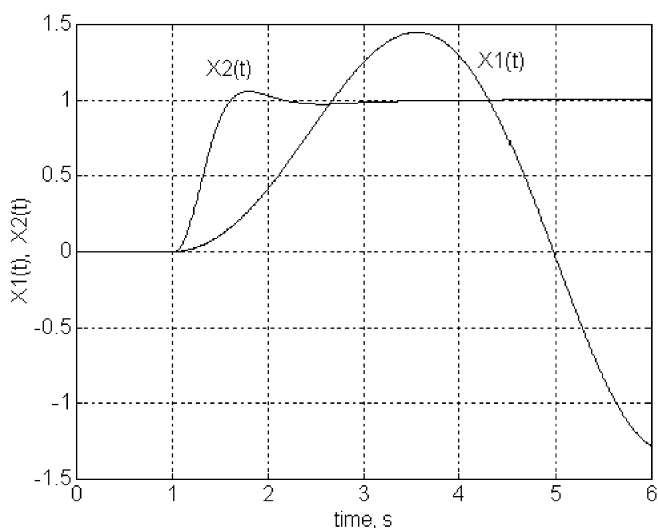


Рис. 9. Переходные процессы в объекте управления и оптимальной следящей системе с ПИ-управлением

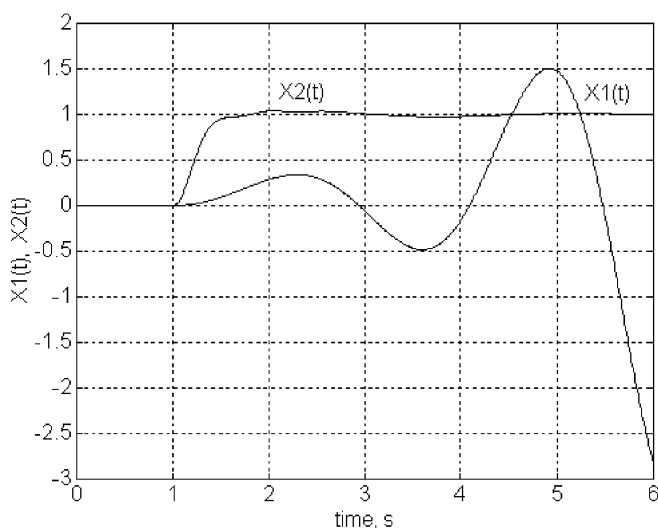


Рис. 10. Переходные процессы в объекте управления и оптимальной следящей системе с ПИД-управлением

ния крайних правых, самых «медленных» корней оптимальных характеристических полиномов замкнутых систем управления.

Зная значения этих корней, можно обеспечить их влияние на работу следящих систем сколь угодно малым с помощью преобразования задающего воздействия линейным динамическим оператором, полином числителя передаточной функции которого имеет тот же порядок и те же корни, что и известные. Полином знаменателя может быть того же или более высокого порядка, что и полином числителя, причем корни полинома знаменателя должны располагаться существенно левее значения, определяющего степень устойчивости оптимального характеристического полинома.

На рис. 8 изображена структура системы управления максимальной степени устойчивости.

В качестве примера рассмотрим задачу управления неустойчивым колебательным объектом с запаздыванием, передаточная функция которого

$$W_0(p) = \frac{ke^{-p\tau}}{T^2 p^2 - 2\xi Tp + 1}.$$

Пусть в первом случае $T = 0,8$, $\xi = 0,2$, $\tau = 1$ и $k = 1$. Система обрабатывает ступенчатое единичное воздействие $g(t)$. В качестве регулятора используется ПИ-регулятор. Параметры этого регулятора и входного формирующего фильтра $W_f(p)$ оптимизируются по критерию максимальной степени устойчивости. На рис. 9 изображены начальная часть реакции $x_1(t)$ рассматриваемого объекта на ступенчатое воздействие амплитуды 0,5 и реакция $x_2(t)$ системы управления (см. рис. 8) на единичное ступенчатое воздействие $g(t)$.

Во втором случае $T = 0,4$, $\tau = 1$ и $\xi = 0,27$. При этих значениях максимальная степень устойчивости с ПИ-управлением не может быть сделана положительной, поэтому решает задачу управления в этом случае ПИД-управление.

На рис. 10 изображены начальная часть реакции $x_1(t)$ рассматриваемого неустойчивого объекта на ступенчатое воздействие амплитуды 0,2 и реакция системы (см. рис. 8) с ПИД-регулятором при единичном ступенчатом воздействии $g(t)$.

Видно, что при управлении такими проблемными динамическими объектами с помощью оптимальных по степени устойчивости ПИ- и ПИД-регуляторов можно обеспечить не только устойчивость, но и высокое быстродействие следящих систем управления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе для аperiodических конечномерных объектов и объектов с запаздыванием найдены оптимальные по степени устойчивости ре-



шения задач синтеза систем управления, которые определяются крайними правыми корнями характеристических полиномов этих систем. Причем для рассмотренных классов объектов такими корнями являются действительный корень кратности не более четырех и комплексно-сопряженная пара корней. Приведенные в заключительной части работы результаты моделирования оптимальных следящих систем показывают, что применение разработанной теории в задачах построения быстродействующих систем управления сложными, проблемными динамическими объектами может быть весьма эффективным. Поэтому предложенные в работе способы построения оптимальных систем могут иметь большое практическое значение при управлении подвижными объектами, объектами топливно-энергетического комплекса, объектами черной и цветной металлургии и др.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гурецкий Х. Анализ и синтез систем управления с запаздыванием. — М.: Машиностроение, 1974.
2. Шубладзе А. М. Методика расчета оптимальных по степени устойчивости ПИ-законов управления. I // Автоматика и телемеханика. — 1987. — № 4. — С. 16–25.
3. Шубладзе А. М. Методика расчета оптимальных по степени устойчивости ПИД-законов управления. II // Автоматика и телемеханика. — 1987. — № 6. — С. 50–59.
4. Шубладзе А. М. Достаточные условия оптимальности структур в системах максимальной степени устойчивости. II. // Автоматика и телемеханика. — 1997. — № 8. — С. 67–79.
5. Шубладзе А. М. Достаточные условия оптимальности структур в системах максимальной степени устойчивости произвольного вида // Автоматика и телемеханика. — 1999. — № 8. — С. 43–57.

☎ (095) 334-88-81

E-mail: shub@ipu.rssi.ru □

ABSTRACTS

Gulyaev S.V., Cherepova T.I., Shubladze A.A., Shubladze A.M.

DYNAMIC OBJECT CONTROL SYSTEMS OPTIMAL WITH RESPECT TO THE DEGREE OF STABILITY

The paper gives the solutions, which are optimal with respect to the degree of stability, to the problem of aperiodic objects control. The behavior of such objects is described by dynamic models that consist of several inertial elements and an inertial delay element. The transients in servosystems with maximum degree of stability that control unstable oscillating delay objects are presented. — P. 2.

21

Одиннадцатая международная конференция

«ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТЬЮ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ»

(декабрь 2003 г.)

Предполагается рассмотреть: проблемы и методы оценки безопасности различного типа; механизмы управления безопасностью; правовое регулирование вопросов безопасности; формирование структур систем управления безопасностью; теория и методы принятия решений, связанные с безопасностью; прогнозирование и моделирование процессов управления безопасностью; планирование и стратегическое управление в системах обеспечения безопасности; методы построения средств информационной поддержки принятия решений в системах управления безопасностью; системы управления силами и средствами при управлении безопасностью.

Конференция состоится в Институте проблем управления РАН по адресу: Москва, ул. Профсоюзная, д. 65. Официальные языки конференции – русский, английский. Продолжительность работы конференции – 1 день.

Заявки на участие в конференции без доклада будут приниматься до 1-го декабря 2003 г.

Адрес для переписки:
Москва, В-342, ГСП-7, 117997
ул. Профсоюзная, д. 65.
Институт проблем управления, лаб. 20.
Оргкомитет международной конференции.

Тел.: (095) 334-89-59

E-mail: Conf20@ipu.rssi.ru