

# СИНТЕЗ ПРОГНОЗИРУЮЩЕГО АЛГОРИТМА ПРОГРАММНОГО РАЗВОРОТА БОЛЬШОЙ КОСМИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИИ С ИЗМЕНЯЮЩИМИСЯ ПАРАМЕТРАМИ<sup>1</sup>

А.Б. Шубин, Е.Г. Александров, Г.Г. Харченков

*Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН, г. Москва*

Предложен алгоритм программного управления ориентацией упругой конструкции, обеспечивающий прогнозирование конечного состояния и его последовательную коррекцию. Показано, что дискретное управление обеспечивает быстрый разворот объекта на заданный угол и удерживает его в данном положении с одновременным гашением упругих колебаний конструкции благодаря подаче импульсов управления, формируемых с учетом необходимости удержания углового положения объекта в области допустимых отклонений. Приведен пример реализации предложенного алгоритма.

## ВВЕДЕНИЕ

Существует большой класс задач управления техническими устройствами, в которых управляющее воздействие принимает дискретные значения, например  $-1, 0, +1$ . С помощью такого управления можно обеспечивать максимальное быстродействие, применяя для вычисления управления принцип максимума Понтрягина [1]. Известен также ряд других методов формирования кусочно-непрерывного управления, например, метод динамического программирования [2] или методы оптимального управления [3].

В данной статье описывается применение алгоритмов программного управления (АПУ) для решения задачи управления угловым движением большой космической конструкции (БКК) с изменяющимися в процессе сборки параметрами ее математической модели. Предложенный в работе [4] алгоритм управления ориентацией БКК можно после некоторой доработки применить для синтеза системы управления собираемой на орбите

БКК, модель которой представляет собой последовательность «сшитых» по краям линейных моделей, отличающихся друг от друга значениями коэффициентов, дискретно изменяющихся в крайних точках. При данном способе управления используется принцип прогнозирования конечного состояния и его последовательной коррекции с целью минимизации отклонения вектора регулируемых координат от требуемого значения в конечной точке.

Введение интервалов нулевого управления позволяет экономить ресурс управления при гашении упругих колебаний. Кроме того, модификация исходного алгоритма [4] предусматривает введение процедуры подстройки коэффициентов модели БКК на отдельных этапах ее сборки.

В соответствии с АПУ вычисляется воздействие на объект кусочно-постоянного управления, переводящего его из известной точки фазового пространства в заданное конечное состояние. Реализация АПУ осуществляется на ЦВМ и предполагает знание дифференциального уравнения или системы уравнений, описывающих объект, а также возможность моделирования таких уравнений на ЦВМ с достаточной точностью. В том случае, когда параметры объекта плохо определены или из-

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 05-08-18175.



меняются во времени, возможно применение соответствующих методов идентификации.

По-видимому, особенно эффективно применять АПУ для управления движением механических конструкций, соединенных упругими связями, в случае, когда управляющее воздействие прилагается только к одному, обычно главному, элементу конструкции, роль которого выполняет корпус [5, 6]. В конце цикла управления фазовые координаты элементов должны принимать заданное значение.

Алгоритмы программного управления позволяют решать такие задачи при управлении  $\pm 1$ . Однако простейшее двухпозиционное управление с числом интервалов, равным сумме порядков дифференциальных уравнений, описывающих динамику конструкции, часто приводит к большим затратам ресурса управления. Модифицированные трехпозиционные АПУ, содержащие интервалы нулевого управления, минимизируют суммарную длительность участков активного управления и позволяют учесть значения фазовых координат, определяющих колебания, в целях выбора благоприятных моментов начала интервалов активного управления.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА ПРОГРАММНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Пусть объект описывается уравнением

$$x^{(n)} + G(x^{(n-1)}, \dots, x) = u(t), \quad u(t) = \pm 1. \quad (1)$$

Обозначим  $x = x_1, x^{(1)} = x_2, \dots, x^{(n-1)} = x_n$ . Всю совокупность координат обозначим  $\bar{X}$ . Задача заключается в том, чтобы найти управление  $u(t)$   $0 \leq t \leq T$  с  $n$  участками постоянства такое, что при подстановке его в уравнение (1) решение последнего, имеющее в момент  $t = 0$  координаты  $\bar{X}_0$ , в некоторый момент  $t = T$  будет иметь заданные значения координат  $\bar{X}_*$ .

Предполагается, что  $\bar{X}_* \in DX_*$ , где  $DX_*$  — область достижимости, т. е. существует управление  $u(t)$ , решающее данную задачу. Очевидно, что область  $DX_*$  зависит как от вида дифференциального уравнения, так и от  $\bar{X}_0$ . Определение области достижимости  $DX_*$  — задача чрезвычайно сложная, АПУ прост и может служить вычислительным инструментом определения  $DX_*$ .

Управляющее воздействие на объект, вычисляемое в соответствии с АПУ, представляет собой некоторую знакопеременную функцию на интервале времени управления, причем число перемен знака равно  $n - 1$ , где  $n$  — порядок уравнения,

описывающего объект. В простейшем случае управление может принимать два значения, например,  $\pm 1$ . В этом случае получаем управление, имеющее  $n$  участков постоянства знака и значения управления.

Большое число технических объектов, описываемых дифференциальными уравнениями  $n$ -го порядка, обладают достаточно эффективными органами управления, позволяющими приводить фазовые координаты объектов в требуемое состояние путем подачи на органы управления некоторой знакопеременной функции (программы), имеющей  $n$  интервалов постоянства. Разумеется, есть некоторое небольшое число состояний объекта, из которых объект приводится в заданное состояние путем управления, содержащим меньшее, чем  $n$ , число участков постоянства.

Основной принцип, заложенный в АПУ, описан в работе [4]. Кратко напомним его и введем обозначения. Каждой функции  $u(t)$  с  $n$  участками постоянства соответствует вектор  $\bar{S}$  с компонентами  $\{s_1, s_2, \dots, s_k, \dots, s_n\}$  размерностью  $n$  такой, что на  $k$ -м участке постоянства продолжительность  $k$ -го участка равна  $\tau_k = |s_k|$ , а значение управления  $u(t) = \text{sign}(s_k)$ . Таким образом, вектор  $\bar{S}$  полностью определяет функцию  $u(t)$  на отрезке  $0 \leq t \leq T$ , где

$$T = \sum_{i=1}^n |s_i|. \quad (2)$$

Компоненты  $s_k$  вектора  $\bar{S}$  назовем координатами управления. Фазовые координаты  $x_i(t)$  зависят от управления  $u(t)$ , но нас будут интересовать только значения координат в момент  $T$ , а также их зависимость от координат управления. Поэтому целесообразно ввести функции

$$F_{i,j}(\bar{S}) = \frac{\partial x_i(T)}{\partial s_j} \approx \frac{\Delta x_i(T)}{\Delta s_j}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Аналитические выражения для  $x_i(T)$ , тем более для функций (3), неизвестны. Однако современный уровень вычислительной техники позволяет путем решения уравнения (1) получать за короткий промежуток времени как значения  $x_i(T)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , так и оценки значений функций (3).

Согласно работе [4], итеративная процедура АПУ состоит в следующем. Пусть на шаге итерации  $m$  имеется совокупность координат управления  $\bar{S}^{(m)}$ , определяющая уравнение  $u^{(m)}(t)$ . В конце решения (2) уравнения (1) получим конечные значения фазовых координат  $x_i(T)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Обозначим заданные значения координат  $x_{*i}$ ,  $i = 1, 2,$

...,  $n$ . Вычислим значения ошибок попадания фазовых координат в заданную точку:

$$D_i^{(m)} = x_{*i} - x_i(T), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

Заметим, что при таком определении  $D_i$  согласно выражениям (3) и (4)

$$\frac{dD_i}{ds_j} = -F_{i,j}$$

Вычислим следующее приближение координат управления:

$$s_i^{(m+1)} = s_i^{(m)} + \frac{\alpha_i}{F_{i,i}} D_i^{(m)}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

где коэффициенты  $\alpha_i < 1$ ,  $\alpha_i < \alpha_{i+1}$ . В случае небольшого порядка уравнения (1)  $n = 2 \dots 4$ ,  $\alpha_i$  можно принять постоянными. При  $n = 5 \dots 12$  лучшую сходимость алгоритма обеспечивают переменные коэффициенты  $\alpha_i$ , причем  $\alpha_i \leq 1$  и  $\alpha_i = \alpha_i(D_{i+1}, D_{i+2}, \dots, D_n)$ , где  $\alpha_i$  — монотонно убывающие функции от ошибок  $|D_i|$ , причем  $\alpha_{i-1} < \alpha_i$ ,  $\alpha_i(0, 0, \dots, 0) = 1$ . Назначение коэффициентов  $\alpha_i$  — обеспечить более быструю настройку к заданным конечным значениям высших производных в уравнении (1), т. е. чем выше производная  $x_i$ , тем быстрее она настраивается на заданное конечное значение путем изменения координаты  $s_i$  управления.

Подставляя в уравнение (1) новое значение управления  $u(t)$ , определяемое величиной  $\bar{S}^{(m+1)}$ , аналогичным образом проведем решение на ЦВМ и получим новые значения  $x_i(T)$ . Индексы итераций ( $m+1$ ) у величин  $x_i(T)$ ,  $u(t)$ ,  $T$  для простоты опущены. Произведя несколько десятков или сотен итераций (5), получим значения  $|D_i^{(m)}|$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , требуемой малости. Число итераций зависит от сложности задачи: размерности  $n$ , наличия нелинейностей, устойчивости решения и др. Обычно для контроля хода решения и определения момента окончания решения задачи для каждой итерации вычисляется мера отклонения конечных значений фазовых координат от заданных:

$$Q^{(m)} = \sum_{i=1}^n |D_i^{(m)}|.$$

Решение задачи целесообразно начинать с вектора  $S_i = 0$ ,  $i = 1, \dots, n$ . При этом разность  $\Delta = Q^{(m)} - Q^{(m+1)}$  может менять знак. Однако, начиная с некоторого шага, величина  $\Delta$  становится положительной и уменьшается со скоростью геометрической прогрессии.

## 2. ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ РАЗВОРОТОМ КОСМИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИИ

Разворот БКК в одной плоскости можно с достаточной точностью описать в форме сложного переносного («жесткого») и относительного («упругого») движений. Каждое движение описывается своим дифференциальным уравнением, однако управляющее воздействие у них общее, но с разными коэффициентами [5]. Поэтому эти движения можно представить в виде отдельных блоков. Обычно замеру доступно только суммарное движение, однако существуют эффективные методы определения отдельных его составляющих [8].

Для подобных сложных объектов можно предложить алгоритмы вычисления управлений, которые решают задачи приведения всех координат нескольких блоков в заданное состояние. В таких случаях целесообразно применение АПУ, так как легко просчитать варианты: если один блок привести в заданное состояние, то в какое состояние придут другие блоки. Рассмотрим структурную схему, изображенную на рис. 1.

Пусть блок  $X$  описывается уравнением

$$\dot{x} = au, \quad (6)$$

блок  $Y$  — уравнением

$$\ddot{y} + b_1 y = b_2 u. \quad (7)$$

В данном случае для двух дифференциальных уравнений с произвольными начальными значениями координат необходимо сформировать управление  $u(t)$ , которое приводит координаты объекта к нулевым значениям. Управление может принимать три значения:  $+1$ ,  $0$ ,  $-1$ .

В рассматриваемом случае, когда управление поступает одновременно на несколько блоков, на-

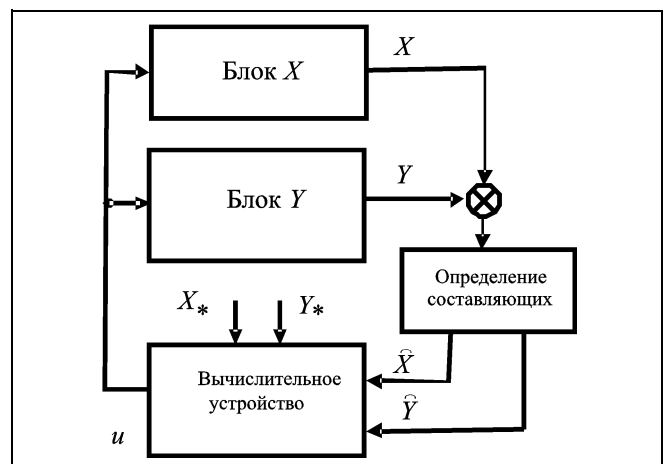


Рис. 1. Структурная схема задачи

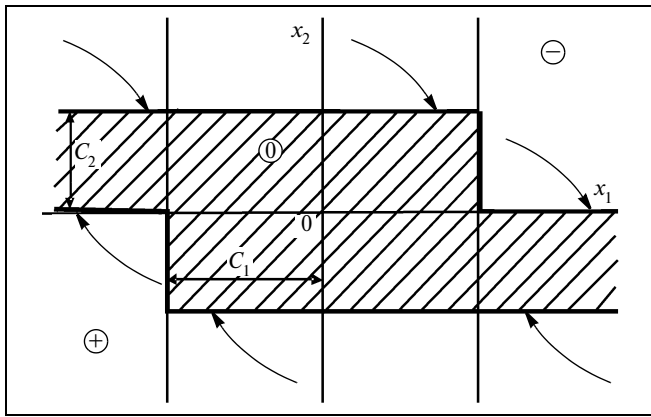


Рис. 2. Фазовая плоскость с областями значений управления

личие нулевого управления весьма целесообразно, поскольку дискретное двухпозиционное управление имеет большой коэффициент влияния, а нулевые участки управления позволяют уменьшить колебания фазовых координат при движении в заданную область, а также при пребывании в ней.

Введем следующие обозначения:  $x_1 = x, x_2 = \dot{x}, y_1 = y, y_2 = \dot{y}$ . Пусть заданная область определяется зоной нечувствительности по выходным координатам  $-c_1 < x < c_1, -c_2 < y_1 < c_2$ .

Область нулевого управления целесообразно выбрать как заштрихованную область на рис. 2. Эта область определяется отрезками вертикальных и  $x_1 = c_1$  и  $x_1 = -c_1$  и горизонтальных прямых  $x_2 = c_2$  при  $x_1 > -c_1$  и  $x_2 = -c_2$  при  $x_1 < c_1$ . В этой области координаты блока  $X$  при нулевом управлении движутся к заданной области. Координаты блока  $Y$  при нулевом управлении движутся на фазовой плоскости по замкнутому эллипсу вокруг нулевой точки.

В дальнейшем будем искать управление на достаточно малых дискретных интервалах времени  $\Delta t$ . Для определения управления в произвольной точке  $(\bar{X}^0, \bar{Y}^0)$  на временном интервале квантования вычисляются производятся следующие операции.

1. При помощи АПУ на модели вычисляется программное управление  $S_y$ , которое приводит блок  $Y$  в заданное нулевое положение. Вычисляется состояние  $\bar{X}(S_y)$ , в которое приходит блок  $X$  при реализации управления  $S_y$ . Если это состояние попадает в зону нулевого управления с дополнительным условием

$$u(\bar{X}(S_y)) = 0 \text{ и } |x_1^0| \geq |x_1(S_y)|, \quad (8)$$

то реализуется управление  $S_y$ .

2. Если условие (8) не выполняется, то значение управления на интервале  $\Delta t$  определяется по положению координат блока  $X$  согласно рис. 2.

3. Если координаты блока  $X$  находятся в зоне нулевого управления, а координаты блока  $Y$  значительно отличаются от заданных значений, т. е.

$$|y_1^0| + |y_2^0| > c_3,$$

то вычисляется критерий наибольшего эффекта управления для блока  $Y$ . Для этого вычисляется посредством АПУ управление  $S_y$ , приводящее блок  $Y$  в нулевое состояние, по которому вычисляется критерий

$$k = \min\{s_1(y_1^0, y_2^0), s_2(y_1^0, y_2^0)\} / \max\{s_1(y_1^0, y_2^0), s_2(y_1^0, y_2^0)\}.$$

Очевидно, что при  $k \approx 0$  блок  $Y$  находится в таком состоянии, что за один интервал управления он приходит в заданное положение. Практически выполнение условия  $k < c_4$  можно считать достаточным для реализации управления, приближающего координаты блока  $Y$  заданному значению:

$$s = s_1(y_1^0, y_2^0),$$

$$s = s_2(y_1^0, y_2^0) \text{ при } |s_1(y_1^0, y_2^0)| < c_5,$$

$$u = \text{sign}(s).$$

Это управление действует только на интервале времени  $\Delta t$  после чего операции 1—3 повторяются.

При нулевом управлении координаты блока  $Y$  описывают на фазовой плоскости замкнутый эллипс. Посредством АПУ легко вычисляется управление (координаты управления), которое переводит координаты блока  $Y$  в нуль. Можно вычислить множество точек, в которые при этом переходит блок  $X$ . На диаграмме (рис. 3) изображены множество координат блока  $Y$ , координаты управления  $S$  и множество точек  $X$ . Для удобства соотнесения отдельных точек кривых одноименные точки помечены одинаковыми цифрами. Отметим, что подобная методика может применяться и для объектов, описываемых более сложными дифференциальными уравнениями, в том числе и нелинейными.

Анализ диаграммы позволяет сделать следующие выводы. В процессе колебаний координат блока  $Y$  существуют два значения координат таких, что управление, переводящее блок  $Y$  в заданное положение, переводит блок  $X$  в состояния  $\{x_m, 0\}$  и  $\{-x_m, 0\}$ . Таким образом, существуют такие значения координат блока  $Y$ , при которых управление  $S_y$

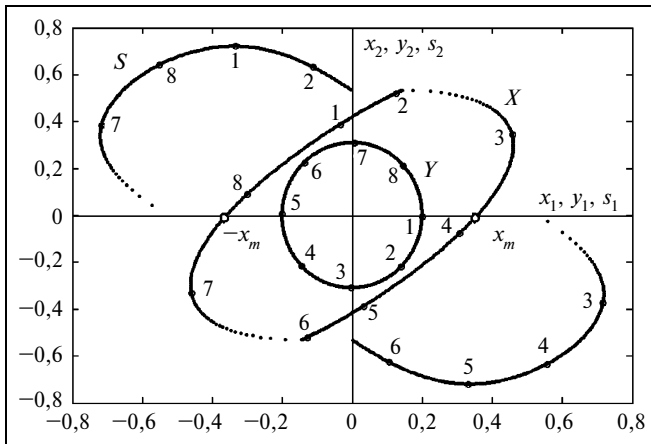


Рис. 3. Диаграмма взаимного расположения начальных точек блока  $Y$ , конечных координат блока  $X$  и соответствующих координат управления

не выводит блок  $X$  из состояния, соответствующего нулевому управлению.

Кроме того, существуют два положения блока  $Y$ , при которых длительность управления, переводящего его в нулевое положение, имеет минимальное значение. Это именно те точки, в которых це-

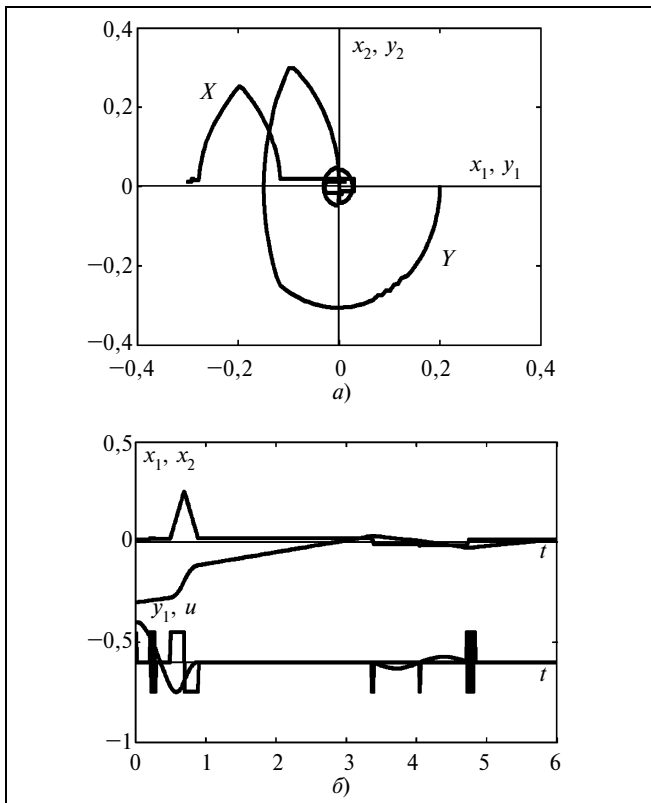


Рис. 4. Фазовые траектории (а) и переходный процесс (б) блоков при больших начальных значениях координат блока  $X$

лесообразно уменьшать или гасить колебания, поскольку при этом блок  $X$  испытывает наименьшие возмущения.

Реализация алгоритма показала хорошую сходимость координат обоих блоков  $X$  и  $Y$  к заданным значениям. На рис. 4, а приведены траектории  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  и  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$  на фазовой плоскости для случая, когда большое отклонение от заданного значения у блока  $X$  и малое у блока  $Y$ . На рис. 5, а то же, но при малом отклонении начальных условий блока  $X$  и большом у блока  $Y$ . Моделирование проводилось при значениях констант алгоритма  $c_1 = 0,03$ ,  $c_2 = 0,05$ ,  $c_3 = 0,2$ ,  $c_4 = 0,15$ ,  $c_5 = 0,005$ .

Аналогичные два варианта переходных процессов из тех же начальных условий, но развернутых по времени, представлены на рис. 4, б и 5, б.

### 3. ПОДСТРОЙКА ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РЕАЛЬНОГО ОБЪЕКТА

Решение задач управления реальными объектами с высоким быстродействием требует знания коэффициентов дифференциального уравнения, описывающего изменение координат объекта. Часто эти коэффициенты известны лишь приблизительно-

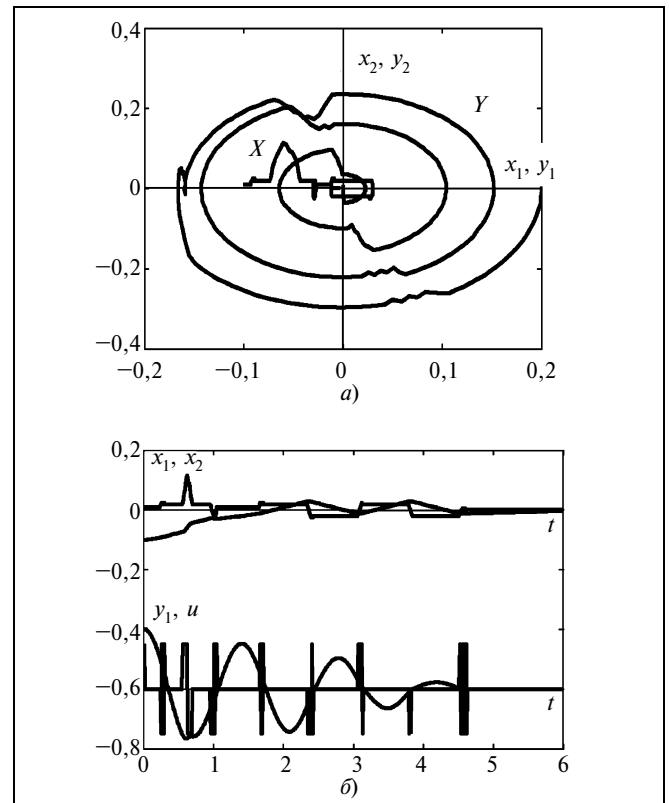


Рис. 5. Фазовые и траектории (а) и переходный процесс (б) блоков при малых начальных значениях координат блока  $X$





но, и для эффективной работы управляющего алгоритма требуется уточнение математической модели объекта. Иногда в процессе работы по тем или иным причинам изменяются параметры описания объекта. Разработаны различные методы идентификации коэффициентов дифференциальных уравнений фазовых координат объектов [7, 8].

Для рассмотренной задачи параллельного управления блоками, описываемыми линейными дифференциальными уравнениями второго порядка (6) и (7) были промоделированы простейшие алгоритмы идентификации параметров, использующие коэффициенты чувствительности фазовых координат от параметров.

Обозначим соответствующие фазовые координаты модели как

$$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{a}, \bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{b}_1 \text{ и } \bar{b}_2.$$

Тогда уравнения подстройки параметров модели по интервалам коррекции можно записать в виде

$$\Delta \bar{a} = k_1(x_2 - \bar{x}_2)u(t),$$

$$\Delta \bar{b}_1 = -k_2(y_2 - \bar{y}_2)y_1,$$

$$\Delta \bar{b}_2 = k_3(y_2 - \bar{y}_2)u(t).$$

В конце интервала коррекции целесообразно у модели устанавливать координаты объекта  $\bar{x}_1 = x_1$ ,  $\bar{x}_2 = x_2$ ,  $\bar{y}_1 = y_1$ ,  $\bar{y}_2 = y_2$ .

Коэффициенты  $k_1$ ,  $k_2$  и  $k_3$  выбираются с учетом длины интервала коррекции и обеспечения устойчивости процесса идентификации.

Моделирование показало устойчивую подстройку коэффициентов модели при начальном отклонении их значений на 20–30 % от значений коэффициентов объекта.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные алгоритмы управления могут эффективно применяться для управления конструкциями, движение которых описывается системой дифференциальных уравнений. Единственное управление входит с разными коэффициентами в правые части этих уравнений. Такая модально-физическая модель удовлетворительно описывает угловое движение большой космической конструк-

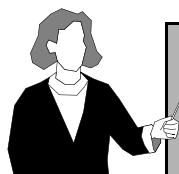
ции. Число уравнений, описывающих движение отдельных элементов или блоков общей конструкции, может быть увеличено, и алгоритмы программного управления легко прогнозируют движение всех элементов. Рассмотренные алгоритмы могут применяться также и для решения задач управления блоками, описываемыми нелинейными дифференциальными уравнениями, а также уравнениями с переменными во времени коэффициентами, что делает их эффективным средством при построении сложных интеллектуальных систем управления.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Математическая теория оптимальных процессов* / Л.С. Понtryгин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе и др. — М.: Наука, 1976. — 270 с.
2. *Беллман Р.* Динамическое программирование. — М.: Изд-во иностр. лит., 1960. — 195 с.
3. *Габасов Р., Кириллова Ф.М., Ружицкая Е.А.* Решение классической задачи регулирования методами оптимального управления // Автоматика и телемеханика. — 2001. — № 6. — С. 18–29.
4. *Харченков Г.Г., Шубин А.Б.* Алгоритмы программного управления ориентацией космического модуля в режиме транспортировки нежесткого груза с прогнозированием движения // Тр. X междунар. науч.-техн. семинара «Современные технологии в задачах управления, автоматизации и обработки информации». — Алушта, 2001. — С. 253–254.
5. *Модально-физическая модель пространственного углового движения деформируемого космического аппарата и ее свойства* / В.М. Глузов, С.Д. Земляков, В.Ю. Рутковский, В.М. Суханов // Автоматика и телемеханика. — 1998. — № 12. — С. 38–50.
6. *Рутковский В.Ю., Суханов В.М.* Модель деформируемого космического аппарата и общие характеристики динамики конструкции // Изв. РАН. Техн. кибернетика. — 1994. — № 1. — С. 198–206.
7. *Харченков Г.Г., Шубин А.Б.* Методы идентификации параметров гибкой космической конструкции и алгоритм программного управления этой конструкцией // Тез. докл. III междунар. симп. «Интеллектуальные системы». — М., 1998. — С. 266.
8. *Харченков Г.Г., Шубин А.Б.* Вычислительный метод определения частот и амплитуд гармоник сигнала по наблюдению короткой реализации // Тр. междунар. конф. «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO-2000 / Ин-т пробл. упр-я. — М., 2000. — С. 2126–2130.

☎ (495) 334-87-20

Статья представлена к публикации членом редколлегии С.Д. Земляковым. □



### Читайте в следующем номере статью

**Клепарского В.Г., Клепарской Ек.В.** Оценка капитализированной стоимости изменений адекватности управления при переходе на траекторию интенсивного развития