

# ОБ ОДНОЙ ДЕСКРИПТИВНО-ОПТИМИЗАЦИОННОЙ МОДЕЛИ СРЕДНЕСРОЧНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

А.Г. Лосев, М.В. Радчик

*Волгоградский государственный университет*

Предложена математическая модель среднесрочного планирования для промышленного предприятия, применяющего поперечный или попроцесный методы калькуляции себестоимости, в целях максимизации получаемой им прибыли. Установлена линейность функции прибыли относительно объемов выпуска, что позволяет применять методы линейного программирования для ее максимизации.

## ВВЕДЕНИЕ

Неотъемлемой частью управления промышленными предприятиями традиционно является планирование себестоимости. Этот показатель хозяйственной деятельности выражает в денежной форме затраты, возникающие при производстве продукции и ее реализации. Он служит для текущей оценки результатов работы предприятий и одновременно базой для установления цен и исчисления налогов. Общепринятыми методами калькуляции себестоимости являются нормативный, позаказный, поперечный и попроцесный (однопеределный). Для эффективного управления производством процесс калькулирования объективно необходим — он позволяет оценить целесообразность дальнейшего выпуска продукции, установить оптимальную цену и ширину ассортиментного ряда, спрогнозировать необходимость обновления действующей технологии и выявить качество работы управленческого аппарата. Система калькулирования себестоимости должна соответствовать характеру основных производственных процессов, типу выпускаемой продукции и устанавливается из соображений наиболее рациональной организации работы предприятия.

В современных условиях производства на территории России наиболее активно применяется поперечный метод учета затрат и калькулирования себестоимости продукции. Он преимущественно востребован в массовом и крупносерийном производстве с комплексным использованием сырья, предусматривающим несколько фаз обработки, в частности в нефтеперерабатывающей, метал-

лургической, химической, целлюлозно-бумажной и текстильной отраслях, в условиях однородного непрерывного и, как правило, краткого технологического процесса или ряда последовательных процессов [1].

В данной работе предложена математическая модель управления промышленным предприятием, применяющим попроцесный метод калькуляции себестоимости при среднесрочном планировании, в целях максимизации получаемой им прибыли. Изложенные в статье рассуждения легко могут быть распространены и на случай поперечного метода калькуляции себестоимости.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

### 1.1. Оптимизационная модель

Один из главных мотивов деятельности любого предприятия состоит в максимизации прибыли. В конкретных случаях (при завоевании новых сегментов рынка, товарной экспансии, конкурентной борьбе и др.) предприятие готово идти на снижение уровня своих доходов и даже работать в убыток, но длительное время так существовать на рынке оно не сможет.

Очевидно, что для планирования прибыли необходимо знать себестоимость продукции до начала выпуска, а она, как правило, известна только по факту изготовления. В таком случае можно было бы воспользоваться ее прогнозным значением, но при некоторых методах калькуляции себестоимости (нормативном и позаказном) и это не имеет смысла. Нормативный метод необходим для предупреждения нерационального использования ре-



сурсов и выявления резервов на основе отклонения от нормативной себестоимости: если бы все затраты на предприятии соответствовали действующим нормам, а объем производства — запланированному, то фактическая себестоимость была бы равна нормативной [2]. Задача планирования не имеет смысла и в позаказном методе, поскольку учет затрат ведется на каждый индивидуальный заказ. Таким образом, планирование себестоимости оказывается актуальным только в случае поперекладного и, в частности, однопеределного (попроцессного) методов.

Опишем порядок вычисления функции себестоимости в последнем случае. Всюду далее будем считать, что предприятие выпускает  $n$  видов продукции, и решается задача планирования на период  $[T_1, T_2]$ . В рамках модели, описываемой в данной работе, цены на материалы, сырье, готовые изделия и прочее будем считать известными функциями времени. В действительности ситуация обстоит несколько иначе: при планировании себестоимости точные ценовые показатели отсутствуют, поэтому вместо них, как правило, используют прогнозные значения.

При попроцессном методе значительное влияние на себестоимость оказывает сортament выпускаемой продукции, т. е. набор, состоящий из упорядоченных пар  $(i, t_i)$ , где  $i$  — вид (номер) изделия,  $t_i(\tau)$  — планируемый объем выпуска продукции данного вида в момент времени  $\tau$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Иначе говоря, себестоимость продукции зависит не только от ценовых  $z(\tau)$  и технологических  $\gamma(\tau)$  показателей, но и от объемов выпуска различных видов продукции —  $\tilde{s}_i(z(\tau), \gamma(\tau), t_1(\tau), t_2(\tau), \dots, t_n(\tau))$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $\tau \in [T_1, T_2]$ . В данной модели вектор-функции  $z(\tau)$  и  $\gamma(\tau)$  предполагаются известными. Можно считать, что себестоимость является функцией сортамента —  $s_i(t_1(\tau), t_2(\tau), \dots, t_n(\tau))$ ,  $i = \overline{1, n}$ , а прибыль предприятия за период планирования  $[T_1, T_2]$  можно представить в виде:

$$\pi = (1 - \beta) \sum_{i=1}^n \int_{T_1}^{T_2} D(\tau)(c_i(\tau) - s_i(t_1(\tau), \dots, t_n(\tau)))t_i(\tau)d\tau, \quad (1)$$

где  $\beta$  — суммарная ставка налоговых отчислений, выплачиваемых предприятием с прибыли;  $t_i(\tau)$ ,  $s_i(t_1(\tau), t_2(\tau), \dots, t_n(\tau))$  и  $c_i(\tau)$  — объем выпуска, себестоимость и цена реализации  $i$ -го,  $i = 1, \dots, n$  вида продукции в момент времени  $\tau$ ;  $D(\tau)$  — дефлятор, позволяющий свести стоимостные выражения к начальному моменту, учитывая прогнозируемый уровень инфляции на момент времени  $\tau$  [3].

Таким образом, рассчитать себестоимость прежде, чем известен сортament выпуска проблематично, а без нее нельзя вычислить прибыль. Предлагается две эти задачи — максимизацию прибыли и планирование себестоимости продукции — решать совместно, поскольку прибыль (1) — функционал от сортамента. Задача планирования сводится к определению объемов выпуска для максимизации прибыли и последующим вычислениям значений себестоимости. Обратим внимание, что рассматриваемая задача оптимизации не зависит от методики, применяемой для расчета себестоимости.

В управлении промышленным предприятием планирование разделяют на краткосрочное, среднесрочное и долгосрочное. Будем считать, что суть их различий состоит в возможности изменений уровня цен и производственных мощностей. В рамках краткосрочного периода ценовые показатели на ресурсы и выпускаемую продукцию постоянны, а факторы производства фиксированы: ввести в строй новые производственные мощности невозможно, но повысить степень использования существующих — вполне по силам. В среднесрочном периоде варьируются все вводимые факторы производства и цены, но базовые технологии остаются неизменными. В пределах долгосрочного периода может меняться все: и объем производственной инфраструктуры, и ее организация. В настоящей модели рассматривается среднесрочный вариант. На самом деле цены на материалы и сырье, используемые в производстве, как и цены, по которым готовая продукция реализуется, являются кусочно-постоянными функциями времени. Поэтому, независимо от длительности периода планирования, можно выделить  $v$  временных отрезков, где прогнозные значения цен (ресурсов, реализации) и уровня инфляции неизменны — в среднесрочном периоде планирования выделяются  $v$  интервалов краткосрочного характера. Таким образом, учитывая замену точных значений (цен, уровней инфляции и т. д.) на прогнозные и фиксируя сортament на каждом из интервалов постоянства цен, прибыль предприятия за весь период планирования можно определить в виде:

$$\begin{aligned} \pi = & (1 - \beta) \sum_{i=1}^n \int_{T_1}^{T_2} D(\tau)(c_i(\tau) - s_i(t_1(\tau), \dots, t_n(\tau)))t_i(\tau)d\tau + \\ & + \dots + (1 - \beta) \sum_{i=1}^n \int_{\tau_{v-1}}^{T_2} D(\tau)(c_i(\tau) - s_i(t_1(\tau), \dots, \\ & \dots, t_n(\tau)))t_i(\tau)d\tau = (1 - \beta) \sum_{i=1}^n \left( D_1(c_i^1 - s_i^1) \int_{T_1}^{\tau_1} t_i(\tau)d\tau + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \dots + D_r(c_i^r - s_i^r) \int_{\tau_{r-1}}^{\tau_r} t_i(\tau) d\tau + \dots \\
 & \dots + D_v(c_i^v - s_i^v) \int_{\tau_{v-1}}^{T_2} t_i(\tau) d\tau,
 \end{aligned}$$

где  $D_r$ ,  $r = 1, \dots, v$  — индивидуальный дефлятор,  $c_i^r$  и  $s_i^r$  — значения цены реализации и себестоимости  $i$ -го вида продукции в  $r$ -м интервале, соответственно.

Введем обозначения:

$$t_i^1 = \int_{T_1}^{\tau_1} t_i(\tau) d\tau, \dots, t_i^r = \int_{\tau_{r-1}}^{\tau_r} t_i(\tau) d\tau, \dots, t_i^v = \int_{\tau_{v-1}}^{T_2} t_i(\tau) d\tau,$$

где  $t_i^r$  — объем выпуска  $i$ -го вида продукции на  $r$ -м участке,  $r = 1, \dots, v$ . Тогда размер прибыли предприятия за весь период планирования

$$\pi = (1 - \beta) \sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^v D_r(c_i^r - s_i^r(t_1^r, t_2^r, \dots, t_n^r)) t_i^r. \quad (2)$$

Таким образом, исходная задача состоит в нахождении сортамента, максимизирующего функцию прибыли:

$$\pi = (1 - \beta) \sum_{r=1}^v D_r \pi_r(t_1^r, t_2^r, \dots, t_n^r) \rightarrow \max_{t_1^r, \dots, t_n^r},$$

где  $\pi_r$  — функция прибыли на  $r$ -м участке и в последующем вычислении значений себестоимости.

## 1.2. Эконометрический анализ

В отечественной практике состав и классификация затрат, включаемых в себестоимость продукции, определяются на основании нормативных документов [4].

Важный аспект описываемой модели — это способы включения затрат в себестоимость выпускаемой продукции: непосредственный (прямой) и косвенный. Прямым образом учитываются лишь те затраты, для которых известны коэффициенты расхода — сколько какого материала необходимо для производства единицы каждого вида продукции. В тех случаях, когда коэффициенты расхода точно не известны, их значения корректируются с помощью специально рассчитываемых коэффициентов, так называемых коэффициентов трудоемкости  $f_i$ , посредством которых косвенно учитываются затраты в себестоимости продукции.

В рассматриваемой модели к издержкам, допускающим прямое отнесение на себестоимость вы-

пуска, относятся только расходы на материалы; остальные затраты (сырьевые, реализационные и др.), прямое отнесение которых на себестоимость конкретного изделия невозможно, учитываются косвенно: пропорционально экономически обоснованному базису.

Таким образом, структура совокупных затрат производства, учитываемых при расчете себестоимости продукции, может быть представлена в виде [4]

$$Cost = M + R + C + Fa + Fi - W,$$

где  $M$  — затраты на материалы;  $R$  — затраты на сырье;  $C$  — расходы на реализацию готовой продукции [4, п. 40];  $Fa$  — затраты, связанные с управлением предприятием и организацией производства в целом [4, п. 37];  $W$  — отходы производства, в том числе и возвратные; прочие затраты заключаем в категорию постоянных издержек  $Fi$ .

Будем предполагать, что для производства  $n$  видов продукции предприятие использует  $m$  типов материалов и  $k$  видов сырья. Кроме того, известны прогнозные цены за единицу  $j$ -го типа материала и  $l$ -го вида сырья, а также матрицы затрат материалов  $A = (a_{ij})$ , и сырья  $B = (b_{il})$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $l = 1, \dots, k$ . Заметим, что нормы расхода материалов обычно задаются для единицы каждого вида выпускаемой продукции, а аналогичные показатели для сырья чаще всего известны только под конкретный сортмент. Именно по этой причине сырьевые затраты, как уже было отмечено, перераспределяются по отдельным видам продукции с помощью коэффициентов трудоемкости. Кроме того, для каждого вида материала и сырья существуют нормируемые коэффициенты их использования —  $km_j$  и  $kr_l$ ,  $j = 1, \dots, m$ ,  $l = 1, \dots, k$  [5].

## 2.3. Функция прибыли на интервале постоянства цен

При введенных в п. 1.2 обозначениях себестоимость  $i$ -го вида продукции выглядит так:

$$\begin{aligned}
 s_i = & \sum_{j=1}^m a_{ij}[z_j - (1 - km_j)z_{mj}] + \\
 & + \frac{f_i}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^k b_{il}[zb_l - (1 - kr_l)zr_l] t_i + \\
 & \sum_{i=1}^n f_i t_i \\
 & + \frac{f1_i}{n} Fi + \frac{f2_i}{n} C + \frac{f3_i}{n} Fa, \\
 & \sum_{i=1}^n f1_i t_i \quad \sum_{i=1}^n f2_i t_i \quad \sum_{i=1}^n f3_i t_i
 \end{aligned}$$

где  $f_i$ ,  $f1_i$ ,  $f2_i$  и  $f3_i$  — коэффициенты трудоемкости продукции  $i$ -го вида для сырьевых  $R$ , постоянных



$F_i$ , реализационных  $C$  и общехозяйственных  $Fa$  затрат, соответственно (см. также работу [6]);  $z_j$  — ожидаемые (прогнозные) цены за единицу  $j$ -го типа материала;  $z b_l$  — прогнозные цены за единицу  $l$ -го вида сырья;  $(1 - km_j)$  и  $(1 - kr_l)$  — «коэффициенты не использованных сырья и материалов»;  $zm_j$  и  $zr_l$  — планируемые цены на отходы материалов  $j$ -го вида и сырья  $l$ -го типа;  $j = 1, \dots, m, l = 1, \dots, k$ .

Причем  $zm_j > 0$  и  $zr_l > 0$ , если предприятие может продать или переработать отход сырья и материалов (возвратные отходы);  $zm_j < 0$  и  $zr_l < 0$ , если отходы безвозвратные и необходимы затраты на их утилизацию [7, с. 254].

Таким образом, прибыль как функционал от сортамента приобретает вид:

$$\begin{aligned} \pi_r = & \sum_{i=1}^n (c_i - s_i(t_1, \dots, t_n)) t_i = \\ = & \sum_{i=1}^n c_i t_i - \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^m a_{ij} [z_j - (1 - km_j) zm_j] + \right. \\ & + \frac{f_i}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^k b_{il} [z b_l - (1 - kr_l) zr_l] t_i + \\ & \left. \sum_{i=1}^n f_i t_i \right) \\ & + \frac{f1_i}{n} F_i + \frac{f2_i}{n} C + \frac{f3_i}{n} F_a \Big) t_i \end{aligned}$$

**Утверждение 1** ([6]). В краткосрочном периоде планирования функция прибыли  $\pi_r$  линейна относительно объемов выпуска продукции  $t_1, t_2, \dots, t_n$ :

$$\begin{aligned} \pi_r = & \sum_{i=1}^n c_i t_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} [z_j - (1 - km_j) zm_j] t_i - \\ - & \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^k b_{il} [z b_l - (1 - kr_l) zr_l] t_i - (F_i + C + F_a). \diamond \end{aligned}$$

#### 1.4. Итоговая формулировка проблемы

В силу утверждения 1 функция прибыли для среднесрочной модели имеет вид:

$$\begin{aligned} \pi = & \sum_{r=1}^v \pi_r = \sum_{r=1}^v \left( \sum_{i=1}^n c_i t_i^r - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} [z_j - (1 - \right. \\ & - km_j) zm_j] t_i^r - \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^k b_{il} [z b_l - (1 - kr_l) zr_l] t_i^r - \\ & \left. - (F_i + C_r + F_a) \right), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\pi_r$  — прибыль предприятия на  $r$ -м участке,  $t_i^r$  — объем выпуска  $i$ -го вида продукции на  $r$ -м временном промежутке.

Вполне естественно полагать наличие некоторых ограничений, обусловленных особенностями промышленного производства, использования ресурсов и др.

- *Логические ограничения*, связанные с природой экономических переменных — неотрицательность цен, объемов затрат ресурсов и др.

- *Производственные ограничения*, обусловленные возможностью выпустить определенное количество продукции, располагая фиксированным набором ресурсов (материалов, сырья, основных производственных фондов, персонала определенной квалификации, фондом рабочего времени и т. д.). К таким могут быть отнесены ограничения на:

- общий производственный выпуск

$$q \leq \sum_{r=1}^v \sum_{i=1}^n t_i^r \leq Q, \quad (4)$$

ограниченный снизу объемом выпуска  $q$  в режиме «технологический минимум», а сверху максимально возможным, предельным объемом  $Q$ ;

- материальные и сырьевые ресурсы

$$\sum_{r=1}^v \sum_{i=1}^n a_{ij} t_i^r \leq A_j^*, \quad \forall j = \overline{1, m}, \quad (5)$$

$$\sum_{r=1}^v \sum_{i=1}^n b_{il} t_i^r \leq B_l^*, \quad \forall l = \overline{1, k},$$

определяемое числом  $j$ -го типа материала и  $l$ -го вида сырья, необходимого для выпуска  $n$  видов продукции с учетом объемов выпуска и норм расхода.

- *Рыночные (сбытовые) ограничения* объемов выпуска  $i$ -го вида продукции, обусловленные уровнем спроса на изделия конкретного вида в соответствующем временном отрезке:

$$\min t_i^r \leq t_i^r \leq \max t_i^r, \quad \forall i = \overline{1, n}, \quad \forall r = \overline{1, v}, \quad (6)$$

где  $\min t_i^r$  — объем выпуска, оговоренный в уже заключенных предприятием контрактах;  $\max t_i^r$  — объем выпуска, востребованный рынком (доля рынка в натуральном выражении). Данное условие может быть наложено и на совокупный объем выпуска:

$$\begin{aligned} v m_i = & \sum_{r=1}^v \min_{t_i^1, \dots, t_i^v} t_i^r \leq \sum_{r=1}^v t_i^r \leq \sum_{r=1}^v \max_{t_i^1, \dots, t_i^v} t_i^r = v M_i, \\ & \forall i = \overline{1, n}, \end{aligned}$$



или

$$\begin{aligned}
 (v-1)m_i &= \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq \theta}}^v \min_{t_i^1, \dots, t_i^{\theta-1}, t_i^{\theta+1}, \dots, t_i^v} t_i^r \leq \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq \theta}}^v t_i^r \leq \\
 &\leq \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq \theta}}^v \max_{t_i^1, \dots, t_i^{\theta-1}, t_i^{\theta+1}, \dots, t_i^v} t_i^r = (v-1)M_i, \\
 \forall i &= \overline{1, n}, m_\theta = \min t_i^\theta \leq t_i^\theta \leq \max t_i^\theta = M_\theta.
 \end{aligned}$$

Список приведенных ограничений при необходимости может быть расширен.

Перечисленные условия и ограничения зависят от срока планирования (сутки, месяц, полгода и более), а специфика рассматриваемой задачи заключается в присутствии фактора времени как в объемах выпускаемой продукции, так и в самих ограничениях модели.

Учитывая сформулированное утверждение, можно заметить, что во всем периоде планирования функция прибыли кусочно-линейная. Более того, на каждом из выделенных промежутков «ценопостоянства» она линейна. Исходную задачу, казалось бы, естественно разбить на  $v$  подзадач, учитывая согласованность прогнозов среднесрочного и краткосрочного характера, но на практике оказывается, что это не всегда возможно. Дело в том, что при планировании производства естественные ограничения могут на некоторых интервалах постоянства отсутствовать либо для нескольких участков быть общими. В то время как для рассмотрения  $v$  подзадач необходимо наличие независимых граничных условий на каждом из сегментов.

Таким образом, задача состоит в нахождении объемов выпуска при ограничениях (4)–(6), максимизирующих функцию прибыли (3), и последующем вычислении значений себестоимости.

## 2. МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ

### 2.1. Модель без использования складов

Рассмотрим ситуацию максимизации прибыли, когда вся выпускаемая продукция реализуется на том же временном участке, что и производится (т. е. дополнительные затраты на хранение отсутствуют). Такие производства, как правило, имеют собственные, находящиеся в непосредственной близости от цехов, специализированные складские помещения, в которых сосредоточен небольшой запас материалов, необходимых для обеспечения непрерывности производственного процесса, и случайный избыток продукции. Расходы по содержанию и эксплуатации такого рода объектов включаются в общехозяйственные затраты  $Fa$ .

Других (внешних арендуемых) складов, предназначенных для хранения готовой продукции, не имеется (в рамках данной модели).

Предлагается следующий метод решения задачи. Переобозначая  $i$ -й вид продукции ( $i = 1, \dots, n$ ), выпускаемый на 2-м временном отрезке, на  $(n+i)$ -й, а на  $r$ -м — на  $((r-1)n+i)$ -й и так до  $v$ -го участка включительно:

$$\begin{aligned}
 t_i^1 &= t_i, t_i^2 = t_{n+i}, \dots, t_i^r = t_{(r-1)n+i}, \dots, \\
 t_i^v &= t_{(v-1)n+i}
 \end{aligned}$$

представим выражение (2) в виде

$$\begin{aligned}
 \pi &= (1-\beta) \sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^v D_r(c_i^r - s_i^r(t_{(r-1)n+i}, \dots, t_m)) \times \\
 &\quad \times t_{(r-1)n+i}.
 \end{aligned}$$

Полученная функция линейна относительно объемов выпуска  $t_1, \dots, t_m$ . Таким образом, для ее максимизации могут применяться методы линейного программирования, что существенно упрощает задачу оптимизации.

### 2.2. Модель с использованием складов

В настоящее время аренда внешних складов крупными промышленными предприятиями с целью хранения готовой продукции от момента ее выпуска до полной реализации приобретает особый интерес. Наличие склада позволяет, управляя объемами хранения, влиять на разницу между ценой и себестоимостью продукции — например, в ожидании увеличения затрат на выпуск или более высокой рыночной цены готового изделия. Производства такого типа, как правило, не ограничиваются внутренним складом и довольно активно прибегают к эксплуатации дополнительных (внешних) помещений. Затраты предприятий на целевое хранение готовой продукции учитываются в рамках реализационных затрат  $C$ . При этом количество арендуемых под склад площадей напрямую зависит от количества изделий, подлежащих хранению.

В условиях использования внешних складских помещений в постановке задачи — (3), (4)–(6) — происходят изменения. В функции прибыли в качестве составляющей  $C$ , наряду с прочими расходами на реализацию  $C_0$ , возникают затраты  $K$  на хранение готовой продукции  $C = C_0 + K$ , и в системе ограничений появляется дополнительное условие на затраты  $k_i$ , обусловленные хранением единицы  $i$ -го вида продукции:  $k_i \geq 0$ . Рассмотрим  $i$ -й вид продукции  $t_i$ . Пусть  $t_i^1$  — количество  $i$ -го вида продукции, произведенное в первом времен-



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

ном промежутке. Обозначим продукцию  $i$ -го вида, которая будет реализована в первом временном отрезке через  $t_i^{1,1}$ , а проданную во втором — через  $t_i^{1,2}$  и так далее до  $t_i^{1,v}$  включительно. Тогда объем  $i$ -го вида продукции, выпущенного за весь период планирования, можно представить в виде:

$$t_i = \sum_{r=1}^v \sum_{p=1}^r t_i^{p,r}.$$

С учетом этого выражения совокупные издержки на производство  $i$ -го вида продукции в течение всего периода планирования

$$s_i t_i = \sum_{r=1}^v \sum_{p=1}^r s_i^p t_i^{p,r},$$

совокупные затраты на хранение

$$K = \sum_{r=1}^v \sum_{p=1}^r (r-p) k_i t_i^{p,r},$$

выручка предприятия от реализации  $i$ -го вида выпущенной продукции

$$c_i t_i = \sum_{r=1}^v c_i^r \sum_{p=1}^r t_i^{p,r} = \sum_{r=1}^v \sum_{p=1}^r c_i^r t_i^{p,r}.$$

Функция прибыли за весь период планирования принимает вид:

$$\pi = (1 - \beta) \sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^v \sum_{p=1}^r D_r(c_i^r - s_i^p(t_i^{p,r}, \dots, t_n^{p,r})) t_i^{p,r}.$$

В данном случае метод, применяемый ранее для решения задачи максимизации прибыли в модели, где эксплуатация внешних складских помещений не учитывалась, требует определенной модернизации. Переобозначая  $i$ -й вид продукции, реализуемый только в  $r$ -м, а выпускаемый в первом временном промежутке на  $(r(r-1)n/2 + i)$ -й, выпускаемый на  $p$ -м, и реализуемый лишь в  $r$ -м — на  $(r(r-1)/2 + p - 1)n + i$ -й:

$$\begin{aligned} t_i^{1,1} &= t_i, \dots, t_i^{1,v} = t_{(1+2+\dots+v-1)n+i} = \\ &= t_{v(v-1)/2(n+i)}, \dots, t_i^{v,v} = t_{(1+2+\dots+v-1+v-1)n+i} = \\ &= t_{(v(v-1)/2+v-1)n+i} \end{aligned}$$

Получаем:

$$\begin{aligned} \pi &= (1 - \beta) \sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^v \sum_{p=1}^r D_r(c_i^r - s_i^p(t_{(r(r-1)/2+p-1)n+i}, \\ &\dots, t_{(r(r-1)/2+pn)})) t_{(r(r-1)/2+p-1)n+i} \end{aligned}$$

Построена математическая модель управления промышленным предприятием, применяющим попроцессный метод калькуляции себестоимости при среднесрочном планировании, в целях максимизации прибыли. Выявлена линейность функции прибыли относительно объемов выпуска, что позволяет применять методы линейного программирования для ее максимизации. Модель может быть легко распространена и на случай предприятия с несколькими переделами.

Безусловно, возможна дальнейшая оптимизация, например по времени, затрачиваемом на переналадку оборудования на каждом из участков «ценопостоянства». Эта задача представляет особый интерес, поскольку расходы на переналадку могут составлять существенную долю в совокупных затратах производства. В предложенной модели затраты на переналадку технологических процессов были включены в постоянные издержки на каждом из интервалов постоянства цен, так как оптимизация по времени не осуществлялась.

Авторы не претендуют на всеобъемлемость данной модели, так как, надо полагать, возможны и иные пути оптимизации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Слабинский В.Т. Попроцессный учет и анализ затрат на производство. — М.: Финансы и статистика, 1982. — 144 с.
2. Бухгалтерский учет / Е.П. Козлова и др. — М.: Финансы и статистика, 1994. — 464 с.
3. Райзберг Л.А., Лозовский Л.Ш., Стародубцева Е.Б. Современный экономический словарь. — М., 2006.
4. Основные положения по планированию, учету и калькулированию себестоимости продукции на промышленных предприятиях // Экономика и жизнь. 1996. — № 52.
5. Калькуляция себестоимости продукции в промышленности / В.А. Белобородова и др. — М.: Финансы и статистика, 1989. — 279 с.
6. Ларина И.А., Лосев А.Г. Об одной дескриптивно-оптимизационной модели планирования себестоимости продукции // Вестник ВолГУ. — 2003 — 2004. — Сер. 9. Вып. 3. — Ч. 2. — С. 29—35.
7. Налоговый кодекс Российской Федерации. — М.: ТК Велби, Изд-во «Проспект», 2004. — 600 с.

e-mail: alexander.losev@volsu.ru, romanovamv@yandex.ru

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.С. Манделем. □