22. *Коган М. М., Неймарк Ю. И.* Идентификация рекуррентным методом наименьших квадратов при невыполнении условий теоремы Гаусса — Маркова // Изв. РАН. Техн. кибернетика. — 1993. — № 4. — С. 29—34.
23. *Коган М. М., Неймарк Ю. И.* Идентифицируемость локально-оптимальных адаптивных законов управления при косвенных наблюдениях // Автоматика и телемеханика. — 1990. — № 1. — С. 65—75.
24. *Барабанов А. Е.* Критериальная сходимость МНК в адаптивной системе управления // Доклады АН СССР. — 1982. — Т. 358, № 1. — С. 32—34.
25. *Бунич А. Л.* Пассивная и активная идентификация линейного дискретного объекта с ограниченной помехой // Автоматика и телемеханика. — 2003. — № 11. — С. 60—73.
26. *Бунич А. Л.* Идентификация дискретных линейных объектов с большим отношением сигнал/шум // Автоматика и телемеханика. — 2001. — № 3. — С. 53—62.
27. *Казаринов Ю. Ф., Фомин В. Н.* Линейно-квадратичная задача стохастического управления. Часть III. Нелинейные оптимальные регуляторы // Автоматика и телемеханика. — 1993. — № 5. — С. 94—99.
28. *Якубович В. А.* Оптимизация и инвариантность линейных стационарных систем управления // Автоматика и телемеханика. — 1984. — № 8. — С. 5—45.
29. *Олевский А. М.* Представление функций экспонентами с положительными частотами // Успехи мат. наук. — 2004. — Т. 59, вып. 1 (355). — С. 169—178.
30. *Цыпкин Я. З.* Скользящая аппроксимация и принцип поглощения // Доклады РАН. — 1997. — Т. 357, № 6. — С. 750—752.
31. *Лундквист А., Якубович В. А.* Универсальные регуляторы для оптимального отслеживания сигналов в линейных дискретных системах // Доклады РАН. — 1998. — Т. 361, № 2. — С. 177—180.
32. *Г. В. Щипанов* и теория инвариантности / Под ред. Э. М. Солнечного. — М.: Наука, 2004.
33. *Методы* классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егупова. — М.: Из-во МГТУ им. Баумана, 2004. — Т. 3. Синтез регуляторов систем автоматического управления.
34. *Бунич А. Л.* Вырожденные задачи синтеза системы управления линейным дискретным объектом // Автоматика и телемеханика. — 2005. — № 11. — С. 35—45.
35. *Хермандер Л.* Введение в теорию функций нескольких комплексных переменных. — М.: Мир, 1968.

☎ *(495) 334-87-59*

E-mail: bunfone@ipu.ru ❑

УДК 62-50

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ СТРУКТУРЫ СТОХАСТИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

С. В. Соколов[1], В. А. Погорелов[2]

[1] *Ростовский государственный университет путей сообщения;*
[2] *Ростовский военный институт Ракетных войск, г. Ростов-на-Дону*

Предложено решение задачи идентификации текущей структуры стохастического нелинейного многоструктурного процесса при измерениях его вектора состояния. Проанализирована возможность практической реализации предложенного подхода, приведен численный пример, иллюстрирующий его эффективность.

ВВЕДЕНИЕ

Изменение этапов жизненного цикла подвижных объектов различного назначения, работающих в условиях действия как внутренних, так и внешних возмущений, приводит к априорно неопределенным трансформациям структуры уравнений их состояния. Как правило, число возможных работоспособных структур объекта ограничено и известно. Данное множество структур обусловлено либо нормальными процессами "жизнедеятельности" подвижного объекта, например, отделением ступеней ракет, сбросом обтекателя, раскрытием антенн, либо возникающими неисправностями. Возникает проблема идентификации структуры объекта из совокупности структур, известных априори. Существующие методы непараметрической идентификации обеспечивают решение задачи определения на заданном интервале наблюдения только вектора состояния неизменной структуры, что не позволяет применять их для решения проблемы идентификации стохастических динамических систем с переменной структурой [1, 2]. В связи с этим ниже предлагается один из возможных подходов к решению проблемы структурной идентификации.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть нелинейная динамическая система со случайной структурой, в общем случае [3] описываемая в l-м состоянии векторным уравнением вида

$$\dot{\xi} = f^{(l)}(\xi, t) + f_0^{(l)}(\xi, t)\, n_t^{(l)}, \quad \xi(t_0) = \xi_0, \tag{1}$$

где $l = \overline{1, S}$ — номер состояния (структуры); $f^{(l)}(\xi, t)$, $f_0^{(l)}(\xi, t)$ — нелинейные векторные и матричные функции соответствующей размерности $n^{(l)} \leqslant N$ и $m^{(l)} \times n^{(l)}$, $N = \max(n^{(l)}, ..., n^{(S)}$; $\xi(t)$ — вектор состояния размерности N в любой структуре; $n_t^{(l)}$ — белый гауссовский вектор-шум размерности $m^{(l)} \leqslant N$ с нулевым средним и матрицей интенсивностей $D_n^l(t)$, наблюдается нелинейным измерителем, который описывается, в свою очередь, уравнением

$$Z = H^l(\xi, t) + w_t^l, \tag{2}$$

где Z представляет собой $M \leqslant N$-мерный вектор выходных сигналов измерителя; $H^l(\xi, t)$ — вектор-функция наблюдения l-й структуры размерности M; w_t — белый гауссовский вектор-шум с нулевым средним и матрицей интенсивностей $D_n^l(t)$.

Плотность апостериорного распределения ρ процесса ξ может быть представлена в виде [3]

$$\rho(\xi, Z, t) = \sum_{l=1}^{s} \omega(\xi, Z, l, t) = \sum_{l=1}^{s} \omega_Z^{(l)}(\xi, t),$$

где $\omega_Z^{(l)}(\xi, t)$ — апостериорная плотность вероятности (АПВ) расширенного вектора $\begin{vmatrix} \xi \\ l \end{vmatrix}$ (l — номер состояния).

В наиболее характерном для практики случае непрерывного процесса ξ, когда восстановленные значения l-го состояния совпадают с конечными значениями процесса r-го состояния, функции $\omega_Z^{(l)}(\xi, t)$, $l = \overline{1, S}$, описываются следующей системой обобщенных уравнений Стратоновича [3]:

$$\frac{\partial \omega_Z^{(l)}(\xi, t)}{\partial t} = L[\omega_Z^{(l)}(\xi, t)] + Q[\omega_Z^{(l)}(\xi, t)] -$$

$$- \sum_{r=1}^{s} \nu_{lr}(\xi, t)\, \omega_Z^{(l)}(\xi, t) + \sum_{r=1}^{s} \nu_{rl}(\xi, t) \omega_Z^{(r)}(\xi, t), \quad l = \overline{1, s},$$

$$Q[\omega_Z^{(l)}(\xi, t)] = -\frac{1}{2}\, \omega_Z^{(l)}(\xi, t) \times$$

$$\times \left[\gamma(\xi, Z, t) - \sum_{k=1}^{s} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(\xi, Z, t)\, \omega_Z^{(k)}(\xi, t) d\xi \right],$$

$$\gamma(\xi, Z, t) = \sum_{i,j=1}^{M} \frac{\widehat{D}^l_{w_{ij}}(t)}{\left|D_w^l(t)\right|} [Z_i - H_i^l(\xi, t)][Z_j - H_j^l(\xi, t)],$$

$$L[\omega_Z^{(l)}(\xi, t)] = - \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial}{\partial \xi_i} [a_i^l(\xi, t)\, \omega_Z^{(l)}(\xi, t)] +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \frac{\partial^2}{\partial \xi_i \partial \xi_j} [b_{i,j}^l(\xi, t) \omega_Z^{(l)}(\xi, t)],$$

$$a_i^l(\xi, t) = f_i^l(\xi, t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} D_{n_i}^l f_{0_{i,j}}^l(\xi, t) \frac{\partial}{\partial \xi_j} f_{0_{i,j}}^l(\xi, t),$$

$$b_{i,j}^l(\xi, t) = \sum_{i=1}^{N} D_{n_i}^l f_{0_{i,j}}^l(\xi, t) f_{0_{i,j}}^l(\xi, t), \tag{3}$$

где $\nu_b(\xi, Z, t)$ — интенсивность переходов из состояния l в состояние r, $\widehat{D}^l_{w_{ij}}(t)$ алгебраическое дополнение ij-го элемента в определителе $|D_w^l(t)|$ матрицы $D_w^l(t)$; ij — индексы соответствующих компонентов векторов.

Очевидные и известные трудности вычислительной реализации приведенной системы уравнений привели к разработке многочисленных приближенных методов, решающих данную проблему в соответствии с требованиями, обусловленными той или иной практической ситуацией [3].

В рассматриваемом ниже методе идентификации для обеспечения компромисса между требуемой точностью процедуры идентификации (минимума квадрата ошибки) и объемом вычислительных затрат при аппроксимации решения исследуемого векторного уравнения плотности распределения воспользуемся подходом, предложенным в работе [3] и позволяющим записать для многоструктурной системы уже обыкновенные дифференциальные уравнения для полной системы параметров плотности, аппроксимирующей исходную. При этом следует учитывать особенность аппроксимации, возникающую только в многоструктурной системе — аппроксимируются только нормированные плотности векторов состояния каждой структуры (без учета вероятностей существования самих структур).

В этом случае функция плотности распределения ρ вектора состояния ξ может быть представлена как [3]

$$\rho(\xi, Z, t) = \sum_{l=1}^{S} P_l \rho_l(\xi, Z, t),$$

где P_l — вероятность l-й структуры; $\rho_l(\xi, Z, t)$ — плотность распределения ξ в l-й структуре.

Учитывая, что для рассматриваемых объектов отношение шум/сигнал не превышает 40 % и, как следствие, форма АПВ близка к дельтообразной, применим предложенный в работе [3] подход, использующий гауссовскую аппроксимацию ρ_l. Последняя приводит к заданию параметров, определяющих $\tilde{\rho}_l$, — вектора математического ожидания $\widehat{\xi}^{(l)}$ и ковариационной матрицы $R^{(l)}$, в виде известной системы дифференциальных уравнений, имеющих для системы (3) следующий вид [3]:

$$\dot{\widehat{P}}_l = -\sum_{r=1}^{S}(\widehat{P}_l\nu_{lr}(\widehat{\xi}^{(l)}, R^{(l)}, t) - \widehat{P}_r\nu_{rl}(\widehat{\xi}^{(r)}, R^{(r)}, t)) + $$
$$+ \frac{1}{2}\widehat{P}_l\sum_{r=1}^{S}\widehat{P}_r b^{(r)}(\widehat{\xi}^{(r)}, Z, t),$$

$$\dot{\widehat{\xi}}^{(l)} = f^{(l)}(\widehat{\xi}^{(l)}, t) + \sum_{r=1}^{S}\frac{\widehat{P}_r(t)}{\widehat{P}_l(t)}\nu_{rl}(\widehat{\xi}^{(r)}, R^{(r)}, t)[\widehat{\xi}^{(r)} - \widehat{\xi}^{(l)}] + $$
$$+ R^{(l)}h^T(\widehat{\xi}^{(l)}, t)D_w^{-1}(Z - H(\widehat{\xi}^{(l)}, t)),$$

$$\dot{R}^{(l)} = R^{(l)}\frac{\partial f^{(l)^T}}{\partial\widehat{\xi}}(\widehat{\xi}^{(l)}, t) + \frac{\partial f^{(l)^T}}{\partial\widehat{\xi}}(\widehat{\xi}^{(l)}, t)R^{(l)} + $$
$$+ f_0^{(l)}(\widehat{\xi}^{(l)}, t)f_0^{(l)^T}(\widehat{\xi}^{(l)}, t) + R^{(l)}h^T(\widehat{\xi}^{(l)}, t) \times \qquad (4)$$
$$\times D_w^{-1}h(\widehat{\xi}^{(l)}, t)R^{(l)} + \sum_{r=1}^{S}\frac{\widehat{P}_r(t)}{\widehat{P}_l(t)}\nu_{rl}(\widehat{\xi}^{(r)}, R^{(r)}, t) \times$$
$$\times (R^{(r)} - R^{(l)} + (\widehat{\xi}^{(r)} - \widehat{\xi}^{(l)})(\widehat{\xi}^{(r)} - \widehat{\xi}^{(l)})^T),$$

$$b^{(r)}(\widehat{\xi}^{(r)}, Z, t) = \sum_{p,q=1}^{M}\frac{\widehat{D}_{pq}(t)}{|D_w(t)|}\{(Z_p - H_p(\widehat{\xi}^{(r)}, t)) + $$
$$+ \sum_{m,k=1}^{N}h_{pm}(\widehat{\xi}^{(r)}, t)R_{mk}^{(r)}\},$$

$$h(\widehat{\xi}, t) = \frac{\partial H(\widehat{\xi}, t)}{\partial\widehat{\xi}}, \quad l = \overline{1, S},$$

где $R_{mk}^{(r)}$ — элементы матрицы $R^{(r)}$, $\widehat{P}_l$ — вероятность l-й структуры процесса при гауссовской аппроксимации, остальные обозначения соответствуют системе уравнений (3).

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Для возможности дальнейшего поиска искомого решения в общем виде преобразуем приведенную систему уравнений (4) следующим образом.

Введем векторы $\widehat{P} = |\widehat{P}_1 \dots \widehat{P}_S|^T$, $\widehat{\xi} = |\widehat{\xi}^{(1)T} \dots \widehat{\xi}^{(S)T}|^T$ и предварительно запишем уравнения параметров $\tilde{\rho}$, разделяя составляющие, зависящие и не зависящие от интенсивностей ν_{rl} (при этом для векторного представления матричного уравнения для R используем операцию преобразования матрицы A размерности $m \times n$ в вектор $A^{(\nu)} = |a_{11}a_{21}\dots a_{m1}a_{12}a_{22}\dots a_{m2}\dots a_{1n}a_{2n}\dots a_{mn}|^T$, где a_{ij} — элементы матрицы A):

$$\dot{\widehat{P}} = \alpha(\widehat{P}, \widehat{\xi}, R^{(\nu)}, Z, t) + \left|\begin{array}{c}\sum_{r=1}^{S}(\widehat{P}_r\nu_{rl} - \widehat{P}_l\nu_{lr}) \\ \hdashline \sum_{r=1}^{S}(\widehat{P}_r\nu_{rS} - \widehat{P}_S\nu_{Sr})\end{array}\right|,$$

$$\dot{\widehat{\xi}} = \beta(\widehat{\xi}, R^{(\nu)}, Z, t) + \left|\begin{array}{c}\sum_{r=1}^{S}G_{rl}\nu_{rl} \\ \hdashline \sum_{r=1}^{S}G_{rS}\nu_{rS}\end{array}\right|,$$

$$\dot{R}^{(\nu)} = \psi(\widehat{\xi}, R^{(\nu)}, t) + \left|\begin{array}{c}\sum_{r=1}^{S}Q_{rl}\nu_{rl} \\ \hdashline \sum_{r=1}^{S}Q_{rS}\nu_{rS}\end{array}\right|, \qquad (5)$$

$$R^{(\nu)} = \left|\begin{array}{c}R^{(l)^{(\nu)}} \\ \hdashline R^{(S)^{(\nu)}}\end{array}\right|, \; G_{rl} = G_{rl}(\widehat{\xi}, \widehat{P}) = \frac{\widehat{P}_r}{\widehat{P}_l}(\widehat{\xi}^{(r)} - \widehat{\xi}^{(l)}),$$

$$Q_{rl} = Q_{rl}(\widehat{\xi}, R^{(\nu)}, \widehat{P}) = $$
$$= (R^{(r)} - R^{(l)} + (\widehat{\xi}^{(r)} - \widehat{\xi}^{(l)})(\widehat{\xi}^{(r)} - \widehat{\xi}^{(l)})^T)^{(\nu)}\frac{\widehat{P}_r}{\widehat{P}_l},$$

также объединив далее векторы $\widehat{\xi}$ и $R^{(\nu)}$ в обобщенный вектор $\widehat{X} = \left|\begin{array}{c}\widehat{\xi} \\ R^{(V)}\end{array}\right|$.

Вводя вектор интенсивностей смены состояния [3]

$$\nu(\widehat{P}, X, t) = |0\,\nu_{21}(\widehat{P}, X, t)\dots\nu_{S1}(\widehat{P}, X, t) \times$$
$$\times \nu_{12}(\widehat{P}, X, t)\,0\,\nu_{32}(\widehat{P}, X, t)\,\dots\,\nu_{S2}(\widehat{P}, X, t) \times$$
$$\times \nu_{13}(\widehat{P}, X, t)\nu_{23}(\widehat{P}, X, t)\,0\,\nu_{43}(\widehat{P}, X, t)\,\dots\,\nu_{(S-1)S}(\widehat{P}, X, t)\,0|^T$$

(а так как вектор ν содержит нулевые компоненты, то в дальнейшем будем использовать не сам вектор ν, а вектор ν_0, связанный с ним соотношением $\nu = E_0\nu_0$, где ν_0 — вектор, образованный из вектора υ исключением нулевых компонент; E_0 — матрица, образованная из единичной добавлением нулевых строк для формирования соответствующих нулевых элементов в векторе ν), данную систему представим далее в более компактном общем виде:

$$\dot{\widehat{P}} = \alpha(\widehat{P}, X, t) + [(E \otimes \widehat{P}^T) - \widehat{P}(E \otimes I_S)E_1]E_0\nu_0,$$
$$\dot{X} = \varphi(X, t) + T(\widehat{P}, X)\,E_0\nu_0,$$

где $$E_1 = \left|\begin{array}{l}100 \quad \dots \; 0 \\ \underbrace{0\dots0}_{S}10 \quad \dots \; 0 \\ \underbrace{0\dots0}_{2S}10 \quad \dots \; 0 \\ \quad\quad\quad \dots \\ \underbrace{0\dots0}_{S\times(S-1)}10 \quad \dots \; 0 \\ 010 \quad \dots \; 0 \\ 0\underbrace{0\dots0}_{S}1 \quad \dots \; 0 \\ 0\underbrace{0\dots0}_{2S}10 \quad \dots \; 0 \\ \quad\quad\quad \dots \\ \underbrace{0 \quad\quad \dots \; 01}_{S\times S-1}\end{array}\right|,$$

$$T(\widehat{P}, X) = \begin{vmatrix} G_{11}\dots G_{S1} & & \\ & G_{12}\dots G_{S2} & 0 \\ 0 & & \ddots \\ & & G_{1S}\dots G_{SS} \\ Q_{11}\dots Q_{S1} & & \\ & Q_{12}\dots Q_{S2} & 0 \\ 0 & & \ddots \\ & & Q_{1S}\dots Q_{SS} \end{vmatrix},$$

$\otimes$ — символ кронекеровского произведения; I_S — единичная строка размерности S; $\varphi(X, t) = \begin{vmatrix}\beta(X, t)\\ \psi(X, t)\end{vmatrix}$, E — единичная матрица, или окончательно в канонической форме:

$$\begin{vmatrix}\dot{\widehat{P}}\\ \dot{X}\end{vmatrix} = A(\widehat{P}, X, t) + B(\widehat{P}, X)\nu_0, \quad A(\widehat{P}, X, t) = \begin{vmatrix}\alpha(\widehat{P}, X, t)\\ \varphi(X, t)\end{vmatrix},$$

$$B(\widehat{P}, X) = \begin{vmatrix}(E\otimes \widehat{P})^T - \widehat{P}(E\otimes I_S)E_1\\ T(\widehat{P}, X)\end{vmatrix} E_0. \qquad (6)$$

Анализ системы уравнений (6) показывает, что сам факт перехода объекта (1) из одной структуры в другую — т. е. смены структур, полностью определяется только вектором ν_0. Это обстоятельство позволяет сделать вывод, что процедура идентификации номера текущей структуры объекта должна представлять собой поиск такого вектора ν_0, который доставлял бы оптимум заданному функционалу качества (т. е. обеспечивал бы адекватность модели (1) реальному состоянию объекта), с последующим определением номера максимальной компоненты вектора вероятностей состояний $\widehat{P}(t)$ [3] — т. е. наиболее вероятной в текущий момент времени структуры объекта. В качестве критерия оптимальности идентификации вектора состояния объекта по измерениям (2), полученным на текущем интервале времени, можно использовать критерий минимума классического квадратичного функционала [4]

$$\min J = \min \int_{\xi_*} [Z - H(\xi, t)]^T D_W^{-1}[Z - H(\xi, t)]\rho(\xi, Z, t)d\xi,$$

где ξ_* — область существования вектора состояния системы (1), дополнительно потребовав в качестве ограничения на искомый вектор ν_0 (для обеспечения физической реализуемости системы (6) в силу так называемого “принципа Ферма”) текущего минимума его квадратичной формы, т. е.

$$\min \int_{t_0}^{t} \nu_0^T(\widehat{P}, X, t)\nu_0(\widehat{P}, X, t)dt.$$

Учитывая, что при гауссовской аппроксимации выражение аппроксимированной плотности $\tilde{\rho}$ имеет вид

$$\tilde{\rho}(\xi, Z, t) = \sum_{l=1}^{S} \widehat{P}_l(t)\tilde{\rho}_l(\xi, X) = \widehat{P}^T\tilde{\rho},$$

где $\tilde{\rho} = |\tilde{\rho}_1\tilde{\rho}_2\dots\tilde{\rho}_s|^T$, $\tilde{\rho}_l$ — гауссовская функция, минимизируемый функционал представим далее как

$$J = \int [Z - H(\xi, t)]^T D_W^{-1}[Z - H(\xi, t)\widehat{P}^T\tilde{\rho}d\xi +$$

$$+ \int_{t_0}^{t} \nu_0^T(\widehat{P}, X, t)\nu_0(\widehat{P}, X, t)dt. \qquad (7)$$

Тогда окончательно поставленную задачу можно сформулировать как задачу поиска вектора ν_0, доставляющего минимум функционалу (7), существующему на множестве решений системы (6), с последующим формированием оптимального вектора $\begin{vmatrix}\widehat{P}\\ X\end{vmatrix}$, немедленно позволяющим решить задачу идентификации (выбора) искомой структуры путем определения максимальной компоненты вектора вероятностей состояний объекта (1) $\widehat{P}(t)$.

Для поиска решения данной задачи воспользуемся известным фактом, что при неотрицательно определенной критериальной функции (как в рассматриваемом случае) для обеспечения ее минимального значения в каждый момент времени достаточно, чтобы производная ее по времени, взятая с обратным знаком имела максимум [3].

В исследуемом случае для функционала (7) это приводит к следующему условию:

$$\min_{\nu_0} J = \max_{\nu_0}(-\dot{J}) =$$

$$= \max_{\nu_0}\left\{-\int_{\xi_*}\left(\left\{\left[\dot{Z} - \frac{\partial H(\xi, t)}{\partial t}\right]^T D_w^{-1}[Z - H(\xi, t)] +\right.\right.\right.$$

$$\left. + [Z - H(\xi, t)]^T\left(\dot{Z} - \frac{\partial H(\xi, t)}{\partial t} - \dot{D}_w[Z - H(\xi, t)]\right)\right\}\widehat{P}^T\tilde{\rho} +$$

$$\left. + [Z - H(\xi, t)]^T[Z - H(\xi, t)]\cdot\left|\tilde{\rho}^T \;\vdots\; \widehat{P}^T\frac{\partial\tilde{\rho}}{\partial X}\right|\begin{vmatrix}\dot{\widehat{P}}\\ \dot{X}\end{vmatrix}\right)d\xi -$$

$$\left. - \nu_0^T(\widehat{P}, X, t)\nu_0(\widehat{P}, X, t)\right\},$$

где учтено соотношение

$$\frac{d}{dt}(\widehat{P}^T\tilde{\rho}) = \tilde{\rho}^T\dot{\widehat{P}} + \widehat{P}^T\dot{\tilde{\rho}} = \tilde{\rho}^T\dot{\widehat{P}} + \widehat{P}^T\frac{\partial\tilde{\rho}}{\partial X}X =$$

$$= \left|\tilde{\rho}^T \;\vdots\; \widehat{P}^T\frac{\partial\tilde{\rho}}{\partial X}\right|\begin{vmatrix}\dot{\widehat{P}}\\ \dot{X}\end{vmatrix},$$

или, принимая во внимание правые части уравнений (6),

$$\max_{\nu_0}\left\{-\int_{\xi_*}\left(\left\{\left[\dot{Z} - \frac{\partial H(\xi, t)}{\partial t}\right]^T D_w^{-1}[Z - H(\xi, t)] +\right.\right.\right.$$

$$\left. + [Z - H(\xi, t)]^T\left(\dot{Z} - \frac{\partial H(\xi, t)}{\partial t} - \dot{D}_w[Z - H(\xi, t)]\right)\right\}\widehat{P}^T\tilde{\rho} +$$

$$+ [Z - H(\xi, t)]^T[Z - H(\xi, t)]\cdot\left|\tilde{\rho}^T \;\vdots\; \widehat{P}^T\frac{\partial\tilde{\rho}}{\partial \dot{X}}\right|(A(\widehat{P}, X, t) +$$

$$\left. + B(\widehat{P}, X)\nu_0))d\xi - \nu_0^T(\widehat{P}, X, t)\nu_0(\widehat{P}, X, t).\right.$$

Из условия максимума полученного выражения имеем исходное уравнение для определения вектора $\nu_0^*(\widehat{P}, X, t)$:

$$\int_{\xi_*}[Z - H(\xi, t)]^T D_w^{-1}[Z - H(\xi, t)]\left|\tilde{\rho}^T \,\vdots\, \widehat{P}^T\frac{\partial\tilde{\rho}}{\partial\dot{X}}\right| d\xi B(\widehat{P}, X) + {}$$

$$+ 2\nu_0^{*T} = 0,$$

откуда искомый вектор

$$\nu_0^* = -\frac{1}{2}B^T(\widehat{P}, X)\int_{\xi_*}[Z - H(\xi, t)]^T \times$$

$$\times D_w^{-1}[Z - H(\xi, t)]\begin{vmatrix}\tilde{\rho}^T \\ \left(\dfrac{\partial\tilde{\rho}}{\partial\dot{X}}\right)^T\widehat{P}\end{vmatrix} d\xi.$$

Подстановка полученного выражения ν_0^* в систему (6) позволяет сформировать искомую систему уравнений, описывающую идентифицированные вектор вероятностей состояний структур объекта (1) и векторы оценок параметров состояния каждой структуры:

$$\begin{vmatrix}\dot{\widehat{P}} \\ \dot{X}\end{vmatrix} = A(\widehat{P}, X, t) - \frac{1}{2}B(\widehat{P}, X)B^T(\widehat{P}, X) \times$$

$$\times \int_{\xi_*}[Z - H(\xi, t)]^T D_w^{-1}[Z - H(\xi, t)]\begin{vmatrix}\tilde{\rho}^T \\ \left(\dfrac{\partial\tilde{\rho}}{\partial\dot{X}}\right)^T\widehat{P}\end{vmatrix} d\xi. \quad (8)$$

Очевидно, что интегрирование системы (8), при современном развитии вычислительных средств не представляющее трудностей даже в реальном масштабе времени, полностью исчерпывает теоретическое решение задачи нахождения максимальной компоненты вектора $\widehat{P}$, т. е. определения номера идентифицированной структуры.

Для иллюстрации реальной возможности применения разработанного подхода рассмотрим следующий

Пример. Для нелинейного стохастического процесса со случайной структурой, описываемого уравнением

$$\dot{\xi} = f^{(l)}(\xi, t) + n_t,$$

где $l = 1, 2$; $f^{(1)}(\xi, t) = -\xi^2$, $f^{(2)}(\xi, t) = -\xi + 0{,}01\xi^3$, n_t — нормированный белый гауссовский шум, уравнение наблюдателя имеет вид

$$Z = H(\xi, t) + w_t,$$

где $H(\xi, t) = 0{,}5\xi^2$, w_t — нормированный белый гауссовский шум.

Требуется идентифицировать структуру процесса ξ по наблюдениям, осуществленным на текущем интервале времени на основе минимизации критерия (7), где

$$\nu_0 = \begin{vmatrix}\nu_{12} \\ \nu_{21}\end{vmatrix}; \ \rho(\xi, \widehat{P}, X, t) = \sum_{i=1}^{2}\widehat{P}_i\tilde{\rho}_i(\xi, X),$$

$$\tilde{\rho}_i(\xi, X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R^{(i)}}}\exp\left[-\frac{(\xi - \widehat{\xi}^{(i)})^2}{2R^{(i)}}\right].$$

Векторы α, β и ψ, определяющие правые части уравнений (5) и (6), в данном случае представляются следующим образом:

$$\alpha(\widehat{P}, X, Z, t) = \frac{1}{2}\begin{vmatrix}\widehat{P}_1 \\ \widehat{P}_2\end{vmatrix}\sum_{r=1}^{2}\widehat{P}_r\left[\left(Z - 0{,}5\widehat{\xi}^{(r)^2}\right)^2 + \widehat{\xi}^{(r)^2}R^{(r)}\right],$$

$$\beta(X, Z, t) = \begin{vmatrix}-\widehat{\xi}^{(1)^2} + R^{(1)}\widehat{\xi}^{(1)}\left(Z - 0{,}5\widehat{\xi}^{(1)^2}\right) \\ -\widehat{\xi}^{(2)} + 0{,}01\widehat{\xi}^{(2)^3} + R^{(2)}\widehat{\xi}^{(2)}\left(Z - 0{,}5\widehat{\xi}^{(2)^2}\right)\end{vmatrix},$$

$$\psi(X, t) = \begin{vmatrix}1 - 4R^{(1)}\widehat{\xi}^{(1)} - (R^{(1)}\widehat{\xi}^{(1)})^2 \\ 1 + 2R^{(2)}\left(-1 + 0{,}03\widehat{\xi}^{(2)^2}\right) - (R^{(2)}\widehat{\xi}^{(2)})^2\end{vmatrix}.$$

Задача оптимального выбора номера структуры в приведенном примере решалась на основе уравнений (8), интегрируемых на временном интервале [0; 300 с] методом Рунге—Кутта в масштабе времени поступления измерений при вычислении интеграла в правой части методом прямоугольников с шагом $\Delta\xi = 0{,}05$ для $\xi_* = [-15; 10]$. По завершении интегрирования и формирования приближенных значений функций $\widehat{P}_1$ и $\widehat{P}_2$ номера структур, выбранных по признаку максимальной вероятности состояния в текущий момент времени, оказались распределенными на соответствующих интервалах времени следующим образом:

— [0; 62 с] — вторая структура;
— [62; 118 с] — первая структура;
— [118; 300 с] — вторая структура.

Погрешность идентификации всех полученных временных интервалов (после сравнения с заданными в процессе моделирования) не превысила 10 %.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренная методика позволяет не только получить принципиальное теоретическое решение задачи определения текущей структуры на множестве состояний стохастической многоструктурной динамической системы, но и обеспечить компромисс между требуемой точностью и необходимым объемом вычислительных затрат на идентификацию. Это позволяет сделать вывод о возможности практического применения предложенного подхода для структурной идентификации реальных динамических нелинейных объектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Справочник* по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. — М.: Наука, 1987. — 712 с.
2. *Войтенков И. Н.* Методы и средства дифференциального оценивания и идентификации моделей. — Киев: Наукова думка, 1989. — 345 с.
3. *Казаков И. Е., Артемьев В. М.* Оптимизация динамических систем случайной структуры. — М.: Наука, 1980. — 386 с.
4. *Сейдж Э., Мелс Дж.* Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. — М.: Связь, 1976. — 496 с.

E-mail: vadim-pva@narod.ru ❑