УДК 519.711

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПОРЯДКА НЕСТАЦИОНАРНЫХ ОБЪЕКТОВ МЕТОДОМ ТЕСТОВЫХ СИГНАЛОВ[1]

А. А. Ромащев, Ю. И. Арефьев

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова, г. Москва

Предложена процедура идентификации порядка нестационарных линейных объектов методом тестовых сигналов — сначала определяется порядок левой части, а затем порядок правой части уравнения объекта. Рассмотрены вопросы уменьшения влияния помех.

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1, 2] предложены и исследованы методы помехоустойчивого оценивания параметров уравнений нестационарных линейных объектов дискретного действия в предположении, что порядок объекта известен (задан). Вместе с тем, на практике часто порядок объекта заранее не известен, что характерно, например, при идентификации объектов типа "черного ящика". Ранее был предложен достаточно эффективные и легко реализуемые способы оценивания порядка модели стационарных объектов [3, 4], в том числе и методом тестовых сигналов (ТС) [5]. Однако в случае нестационарных объектов оценивание порядка модели требует специального исследования.

В настоящей работе сделана попытка развития теории помехоустойчивого оценивания порядка объектов методом ТС, применимой и к нестационарным объектам.

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Придерживаясь терминологии и обозначений, принятых в работах [1, 2], будем исследовать линейные нестационарные объекты дискретного действия (далее — просто объекты). Рассмотрим некоторый объект и обозначим через $x(t)$ и $y^*(t)$ функции, описывающие, соответственно, наблюдаемые сигналы на его входе и выходе, где $t = 0$, 1, 2, ... — дискретное безразмерное время, связанное с реальным $t_р$ соотношением $t_р = t\Delta t$, Δt — интервал дискретизации.

Будем предполагать, что помехи приложены к выходу объекта, поскольку этот случай наиболее характерен при практической реализации метода идентификации с помощью ТС, и наблюдаемое значение выходной переменной объекта описывать аддитивной моделью

$$y^*(t) = y(t) + \xi(t), \tag{1}$$

где $y(t)$ — детерминированная функция, описывающая реакцию объекта на входной сигнал $x(t)$ *в отсутствие помех*, $\xi(t)$ — характеризующая помехи случайная функция с нулевым математическим ожиданием (м. о.) и ограниченной дисперсией. Далее предполагается, что начало отсчета времени t совпадает с началом отсчета времени наблюдения.

Если функция $y(t)$ удовлетворяет линейному разностному неоднородному уравнению порядка n с переменными коэффициентами $A_0^1(t)$, ..., $A_n^1(t)$, ... $a_0^1(t)$, ... $a_m^1(t)$ вида

$$\sum_{i=0}^{n} A_i^1(t)y(t-i) = \sum_{j=0}^{m} a_j^1(t)x(t-j), \tag{2}$$

причем $A_0^1(t) \neq 0$, $A_n^1(t) \neq 0$, $a_0^1(t) \neq 0$, $a_m^1(t) \neq 0$ при всех t, то будем говорить, что объект является нестационарным линейным объектом порядка (n, m). Величины n и m будем называть, соответственно, порядками *левой* и *правой* частей уравнения объекта. Далее без ограничения общности будем считать, что уравнение (2) объекта приведено к виду

$$y(t) = \sum_{j=0}^{m} a_j(t)x(t-j) - \sum_{i=0}^{n} A_i(t)y(t-i). \tag{3}$$

---

[1] Работа доложена на III Международной конференции "Идентификация систем и задачи управления" SICPRO'04, Москва, 2004.

Предположим, что задан некоторый класс функций с неизвестными параметрами, описывающих коэффициенты уравнения (3). Ограничимся, как и в работах [1, 2], двумя классами функций: классом линейных и классом экспоненциальных (показательных) функций. Во многих практических случаях подобные функции характеризуют дрейф параметров нестационарных объектов.

Для первого и второго классов функций при описании моделей коэффициентов уравнения (3) будем пользоваться, соответственно, соотношениями:

$$\begin{cases} A_i(t) = b_i^0 + k_i t,\ i = 1, ..., n \\ a_j(t) = c_j^0 + l_j t, j = 0, 1, ..., m, \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} A_i(t) = R_i^0 r_i^{-t},\ i = 1, ..., n,\ r_i > 0 \\ a_j(t) = Q_j^0 q_j^{-t}, j = 0, 1, ..., m,\ q_j > 0, \end{cases} \quad (5)$$

где b_i^0, k_i, c_j^0, l_j, R_i^0, r_i, Q_j^0, q_j — постоянные параметры моделей.

Модели (4) и (5) как частный случай включают в себя модели коэффициентов стационарных объектов, так как при $k_i = l_j = 0$ и $r_i = q_j = 1$ функции $A_i(t)$, $a_j(t)$, $i = 1, ..., n$; $j = 0, 1, ..., m$, являются постоянными величинами.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОРЯДКА ОБЪЕКТА

Пусть порядок (n, m) объекта неизвестен. Предположим, что доступными для измерений являются сигналы $x(t)$ и $y^*(t)$, соответственно, на входе и выходе объекта при $t = t_н, t_н + 1, t_н + 2, ...$, где $t_н$ — начальный момент. Будем считать, что $y^*(t)$ определяется в соответствии с принятой моделью (1). Поставим задачу следующим образом: путем анализа выходной наблюдаемой величины $y^*(t)$ при известных значениях входного сигнала $x(t)$ найти статистически достоверную оценку (n^*, m^*) порядка (n, m) объекта. Эту задачу будем решать методом ТС в два этапа. На первом этапе определим оценку n^* величины n, а на втором этапе с учетом полученной оценки n^* найдем оценку m^* величины m.

Допустим, что значения входного сигнала $x(t)$ и соответствующие значения выходного сигнала $y^*(t)$ объекта известны (измерены) в моменты времени $t \geqslant t_н + s$, $s = 0, 1, 2, ...$ Принимая за начало наблюдения момент $t_н$, будем исследовать объект в моменты времени $s = t - t_н$, $s = 0, 1, 2, ...$ При этом $x(t) = x(t_н + s)$, $y^*(t) = y^*(t_н + s)$. Обозначим

$$\begin{cases} x_н(s) = x(t_н + s), \\ y_н^*(s) = y^*(t_н + s),\ s = 0, 1, ... \end{cases} \quad (6)$$

Для упрощения записи при использовании новой переменной s, соответствующей сдвигу начала отсчета времени t на величину $t_н$, будем опускать индекс "н" у переменных x, y, y^* и применять запись $x(s)$, $y(s)$, $y^*(s)$, имея, однако, всегда в виду равенства (6).

В пп. 2.1 и 2.2 будем предполагать, что помехи отсутствуют, т. е. $\xi(t) = 0$ и $y = y^*$. Определение порядка объекта при наличии помех рассматривается в § 3.

2.1. Определение порядка левой части уравнения объекта

Запишем уравнение объекта с учетом принятых соглашений (6) в виде

$$y(s) = \sum_{j=0}^{m} a_j(s)x(s-j) - \sum_{i=0}^{n} A_i(s)y(s-i),$$
$$s = 0, 1, ... \quad (7)$$

Подадим в момент s = 0 на вход объекта *апериодический* тестовый сигнал $\gamma_\mu(s)$ [1, 5] порядка $\mu = 0$:

$$x(s) = \gamma_0(s) = k_0\delta_0(s), \quad (8)$$

где k_0 — константа; $\delta_0(s) = 1$ при $s = 0$, $\delta_0(s) = 0$ при $s \neq 0$. В этом случае наблюденные значения $y(s)$ выходной переменной объекта, соответствующие его реакции на сигнал $\gamma_0(s)$ при $s = s_0 + 1, s_0 + 2, ...$, где $s_0 = \max(n, m)$, будут, согласно уравнению (7), удовлетворять однородному разностному уравнению

$$y(s) + \sum_{i=0}^{n} A_i(s)y(s-i) = 0. \quad (9)$$

Для линейной модели (4) переменных коэффициентов уравнения объекта равенство (9) принимает вид

$$y(s) + \sum_{i=0}^{n} (b_i + k_i s)y(s-i) = 0 \quad (10)$$

или

$$y(s) + \sum_{i=0}^{n} b_i y_i(s-i) + \sum_{i=0}^{n} k_i s y(s-i) = 0,$$
$$s = s_0 + 1, s_0 + 2, ..., \quad (11)$$

где $b_i = b_i^0 + k_i t_н$, $i = 1, ..., n$.

Взяв значения (результаты измерений) $y(s)$, $s > s_0$, удовлетворяющих уравнению n-го порядка (10), составим прямоугольную матрицу Y_{NL} размера $N \times L$, где $L \geqslant N$ (N — число столбцов, L — число строк),

$$N = 2n + 1, \quad (12)$$

вида

$$Y_{NL} = \\ = \begin{bmatrix} y(s) & y(s-1) & 1y(s-1) & \dots & y(s-n) & 1y(s-n) \\ y(s+1) & y(s) & 2y(s) & \dots & y(s-n+1) & 2y(s-n+1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y(s+L-1) & y(s+L-2) & Ly(s+L-2) & \dots & y(s-n+L-1) & Ly(s-n+L-1) \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Согласно уравнению (11), первый столбец матрицы Y_{NL} есть линейная комбинация всех остальных ее столбцов. Следовательно, определитель Δ_N порядка N, составленный из N любых попарно различных строк матрицы Y_{NL}, равен нулю.

Если из определителя Δ_N исключить последние два столбца и две строки, то получившийся определитель Δ_{N-2} порядка $N - 2$ станет отличным от нуля, так как его первый столбец уже не будет линейной комбинацией остальных столбцов.

Очевидно, что в общем случае определители Δ_I порядка $I = 2i + 1$, $i = 1, 2, ...$, построенные в соответствии со структурой матрицы (13), удовлетворяют следующим условиям:

$$\begin{cases} \Delta_I = 0, \text{если } I \geq N \\ \Delta_I \neq 0, \text{если } I < N, \end{cases} \quad (14)$$

где N определяется формулой (12).

Рассмотрим теперь случай, когда коэффициенты $A_i(t)$ описываются нелинейной моделью вида (5), т. е. $A_i(t) = R_i^0 r_i^{-t}$, $i = 1, ..., n$. Линеаризуя эту модель по r_i в некоторой точке r_0, получим:

$$A_i(t) \cong R_i^0 [r_0^{-t} - (r_i - r_0) t r_0^{-t-1}], \ i = 1, ..., n. \quad (15)$$

Поскольку величины r_i на практике *весьма близки* к единице, то рационально выбрать $r_0 = 1$. При этом из выражения (15) вытекает, что $A_i(t) \cong \cong b_i' + k_i' t$, где $b_i' = R_i^0$, $k_i' = (1 - r_i) R_i^0$, $i = 1, ..., n$. Следовательно, при $r_i \approx 1$ для ограниченного множества значений $y(s)$, $s = s_0 + 1, s_0 + 2, ..., s_0 + S$ имеет место, согласно уравнению (11), приближенное равенство

$$y(s) + \sum_{i=0}^{n} b_i' y_i(s-i) + \sum_{i=0}^{n} k_i' s y(s-i) \approx 0, \\ s = s_0 + 1, s_0 + 2, ..., S,$$

причем чем ближе r_i к единице, $i = 1, ..., n$, тем больше может быть величина S.

Таким образом, и при нелинейной модели коэффициентов матрица Y_{NL} вида (13) обладает приближенно теми же свойствами, что и в случае линейной модели коэффициентов уравнения, а определители Δ_I удовлетворяют приближенным условиям

$$\begin{cases} \Delta_I \approx 0, \text{если } I \geq N \\ \Delta_I \neq 0, \text{если } I < N. \end{cases} \quad (16)$$

Условиями (14) или (16) можно воспользоваться для определения порядка n левой части уравнения объекта и при линейной, и при нелинейной моделях коэффициентов в соответствии с правилом:

Если при некотором i соответствующие определители $\Delta_{2i+1} \cong 0$, $\Delta_{2i-1} \approx 0$, *то порядок* $n = i$.

2.2. Определение порядка правой части уравнения объекта

Подход, аналогичный рассмотренному, может быть применен для определения порядка m правой части уравнения (2) объекта.

Запишем уравнение (7) объекта следующим образом:

$$y(s) + \sum_{i=0}^{n} A_i(s) y(s-i) - \sum_{j=0}^{m} a_j(s) x(s-j) = 0, \\ s = 0, 1, ... \quad (17)$$

В случае линейной модели (4) коэффициентов $A_i(s)$ и $a_j(s)$ уравнение (17) принимает вид

$$y(s) + \sum_{i=0}^{n} b_i y_i(s-i) + \sum_{i=0}^{n} k_i s y(s-i) - \\ - \sum_{j=0}^{m} c_j x(s-j) - \sum_{j=0}^{m} l_j s x(s-j) = 0, \quad (18)$$

где

$$\begin{cases} b_i = b_i^0 + k_i t_{\text{н}}, i = 1, ..., n \\ c_j = c_j^0 + l_j t_{\text{н}}, j = 0, 1, ..., m. \end{cases}$$

Предположим, что порядок n левой части уравнения известен, и требуется путем анализа известных (измеренных) значений реакции $y(s)$ объекта на заданный ТС $x(s)$, $s \geqslant s_0$, определить порядок m правой части уравнения, где $s_0 = \max(n, m)$.

Построим *расширенную* матрицу A_{PL}, воспользовавшись значениями $y(s)$ и $x(s)$ при $s \geq s_0$, по следующему правилу. Рассмотрим имеющие одинаковое число L строк матрицу Y_{NL} вида (13) и матрицу X_{ML} вида

$$X_{ML} = \\ = \begin{bmatrix} x(s) & 1x(s) & \dots & x(s-m) & 1x(s-m) \\ x(s+1) & 2x(s+1) & \dots & x(s-m+1) & 2x(s-m+1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x(s+L-1) & Lx(s+L-1) & \dots & x(s-m+L-1) & Lx(s-m+L-1) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

число столбцов которой $M = 2(m + 1)$.

Присоединим матрицу X_{ML} справа к матрице Y_{NL}. В результате получим расширенную матрицу A_{PL} размера $P \times L$ с числом столбцов

$$P = N + M = 2(n + m + 1) + 1, \qquad (20)$$

которую символически запишем как

$$A_{PL} = [Y_{NL}, X_{\text{ML}}]. \qquad (21)$$

Пример. Пусть $n = 1$ и $m = 0$. Тогда $P = 5$, и расширенная матрица размера $5 \times L$ имеет вид

$$A_{5 \times L} =$$

$$= \begin{bmatrix} y(s) & y(s-1) & 1y(s-1) & x(s) & 1x(s) \\ y(s+1) & y(s) & 2y(s) & x(s+1) & 2x(s+1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y(s+L-1) & y(s+L-2) & Ly(s+L-2) & x(s+L-1) & Lx(s+L-1) \end{bmatrix},$$

где первые три столбца образуют матрицу $Y_{3,\ L}$, а последние два — матрицу $X_{2,\ L}$.

Замечание. В последующих рассуждениях будем предполагать, что соблюдается условие: векторы-столбцы $[x(s-\nu), x(s-\nu+1), ..., x(s-\nu+L-1)]^T$, $\nu = 0, 1, ..., m$, где T — знак транспонирования, при заданном L линейно независимы. Это условие всегда можно удовлетворить выбором соответствующего ТС.

Нетрудно заметить, что в случае линейной модели (4) коэффициентов $A_i(s)$ и $a_j(s)$ первый столбец матрицы A_{PL} вида (21) в силу уравнения (18) есть линейная комбинация всех остальных ее столбцов. Следовательно, определитель Δ'_P расширенной матрицы A_{PL} равен нулю.

Будем теперь изменять число столбцов матрицы A_{PL}, принадлежащих только матрице X_{ML}.

Рассуждая так же, как и в п. 2.1, приходим к выводу, что определители Δ'_J порядка $J = N + 2(j + 1)$, $j = 0, 1, ...,$ построенные в соответствии со структурой расширенной матрицы (21), удовлетворяют условиям:

$$\begin{cases} \Delta'_J = 0, \text{если } J = P \\ \Delta'_J \neq 0, \text{если } J < P, \end{cases} \qquad (22)$$

где P определяется равенством (20).

Если коэффициенты $A_i(s)$ и $a_j(s)$ описываются нелинейной моделью (5), то условия (22) принимают форму

$$\begin{cases} \Delta'_J \approx 0, \text{если } J = P \\ \Delta'_J \neq 0, \text{если } J < P, \end{cases}$$

Таким образом, при известном порядке n левой части уравнения порядок m правой части уравнения объекта может быть определен в соответствии с правилом:

если при некотором j соответствующие определители $\Delta'_{N+2(j+1)} \cong 0$, $\Delta'_{N+2j} \neq 0$, *где* $N = 2n + 1$, *то порядок* $m = j$.

Рассмотренные правила определения порядков n и m левой и правой частей уравнения, как будет показано в § 3, могут быть положены в основу алгоритма оценивания порядка (n, m) уравнения объекта и при наличии помех.

3. ОЦЕНИВАНИЕ ПОРЯДКА ОБЪЕКТА ПРИ НАЛИЧИИ ПОМЕХ

Рассмотрим метод, позволяющий при наличии помех получить статистически достоверную оценку (n^*, m^*) искомого порядка (n, m) объекта.

Вначале исследуем процедуру определения оценки n^* порядка n левой части уравнения объекта при воздействии на него ТС вида (8). Будем считать, что доступными для измерений на фоне помех являются значения y^*, описываемые моделью (1).

Определитель Δ_N, построенный с использованием первых N строк матрицы (13), при отсутствии помех является детерминированной функцией от $3n + 1$ значений величины y, а именно: $y(s - n)$, ..., $y(s - n + i)$, ..., $y(s - 1)$, $y(s)$, ..., $y(s + 2n)$. Обозначим $y_i = y(s - n + i)$, $i = 0, 1, ..., 3n$, Тогда

$$\Delta_N = \Delta_N(y_0, y_1, ..., y_{3n}),\ N = 2n + 1. \qquad (23)$$

Например, при $n = 1$ значение $N = 3$, и определитель Δ_3 имеет вид:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} y_1 & y_0 & 1y_0 \\ y_2 & y_1 & 2y_1 \\ y_3 & y_2 & 3y_2 \end{vmatrix} = \Delta_3(y_0, y_1, y_2, y_3).$$

При наличии помех элементы определителя (23) будут случайными величинами. Следовательно, определитель вида (23) будет также случайной величиной

$$\Delta_N^* = \Delta_N(y_0^*, y_1^*, ..., y_l^*), \qquad (24)$$

где $\Delta_N = \Delta_N(y_0, y_1, ..., y_l)$ — детерминированная функция $l = 3n + 1$ переменных, вид которой можно установить путем раскрытия определителя Δ_N. В частности, при $n = 1$

$$\Delta_3 = y_0 y_1 y_3 - 2y_0 y_2^2 + y_1^2 y_2. \qquad (25)$$

Принять по полученному значению Δ_I^* решение о том, что определитель $\Delta_I = 0$ или $\Delta_I \neq 0$, где $I = 2i + 1$, $i = 1, 2, ...,$ можно только в вероятностном смысле, например, методом проверки статистических гипотез [6]. Рассмотрим этот метод применительно к нашей задаче.

Допустим, что с использованием случайной последовательности y_k^*, $k = 0, 1, ...,$ вычислен определитель (случайная величина) Δ_I^* вида (24). Рассмотрим две альтернативные гипотезы H_0 и H_1: гипотеза H_0 состоит в том, что неизвестное значение $\Delta_I = 0$, а гипотеза H_1 — в том, что $\Delta_I \neq 0$. Требуется по значению Δ_I^* принять или отклонить гипотезу H_0.

Метод проверки статистических гипотез предполагает знание распределения (на практике — оценки распределения) случайной величины Δ_I^*. Будем предполагать, что помеха $\xi(t)$, имеющая, согласно модели (1), нулевое м. о. и конечную дисперсию σ_ξ^2, распределена нормально. В указанных условиях случайная величина Δ_I^* будет распределена приблизительно нормально.

Обозначим через m_I и σ_I^2, соответственно, м. о. и дисперсию случайной величины Δ_I^*, $I = 3, 5, ...$ Пусть α — заданный уровень значимости (вероятность) отклонения гипотезы H_0, β_α — $\alpha \cdot 100$ % — точка стандартного нормального распределения случайной величины β, определяемая вероятностным соотношением $P[\beta > \beta_\alpha] = \alpha$.

Введем пороговое значение $\Delta_{I\text{п}} = \beta_{\alpha/2}\sigma_I$ определителя Δ_I^*. Тогда, согласно методу проверки статистических гипотез [6], если

$$|\Delta_I^*| > \Delta_{I\text{п}}, \qquad (26)$$

тогипотеза H_0 отклоняется как маловероятная при уровне значимости α и принимается гипотеза H_1. При $|\Delta_I^*| \leqslant \Delta_{I\text{п}}$ принимается гипотеза H_0. При этом вероятность отклонения верной гипотезы (ошибки первого рода) равна α.

Применение решающего правила (26) предполагает знание численного значения величины σ_I или ее оценки σ_I^*. Определим значение дисперсии σ_I^2 как явную функцию от числовых характеристик описывающей помеху случайной последовательности ξ_k, $k = 0, 1, 2, ...$, и элементов y_k определителя Δ_I.

При достаточно малой дисперсии последовательности ξ_k для нахождения величины σ_I^2 $(I = 2i + 1;$ $i = 1, 2, ...)$ функцию вида (24) можно разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $Y_l = (y_0, ..., y_l)$, ограничиваясь линейным приближением. При этом

$$\Delta_I^* \approx \Delta_I + \sum_{p=0}^{l} C_{Ip}\xi_p, \qquad (27)$$

где коэффициенты

$$C_{Ip} = \left.\frac{\partial \Delta_I}{\partial y_p}\right|_{Y_l}, \; p = 0, 1, ..., l. \qquad (28)$$

Например, при $i = 1$ величина $I = 3$ и, согласно выражению (25), для четырехмерного вектора $\vec{C}_3^T = (C_{31}, ..., C_{34})$, компонентами которого являются коэффициенты C_{Ip} вида (28), справедливо равенство

$$\vec{C}_3^T = (y_1y_3 - 2y_2^2,\; y_0y_3 + 2y_1y_2,\; y_1^2 - 4y_0y_2,\; y_0y_1).$$

Обозначим через $K_{pq} = M[\xi_k\xi_q]$ корреляционные моменты величин ξ_k и ξ_q $(p, q = 0, 1, ..., l$, где M — оператор м. о. При этом дисперсия σ_I^2 случайной величины Δ_I^* вида (27) определяется известной формулой

$$\sigma_I^2 = \sum_{p=0}^{l} C_{Ip}^2\sigma_\xi^2 + 2\sum_{p<q} C_{Ip}C_{Iq}K_{pq} = \vec{C}_I^T[K_{pq}]\vec{C}_I. \qquad (29)$$

На практике для вычисления компонентов вектора $\vec{C}_I$ используются полученные на фоне помех измерения y_0^*, y_1^*, ..., представляющие собой, по существу, соответствующие оценки неизвестных величин y_0, y_1, ... Решающее правило (26) позволяет при заданном объеме $l + 1$ выборки y_0^*, ..., y_l^* уменьшать вероятность α ошибки первого рода. Но при этом растет вероятность β принять неверную гипотезу (совершить ошибку второго рода). Уменьшить вероятность β при заданной вероятности α возможно лишь путем увеличения объема $l + 1$ выборки y_0^*, ..., y_l^*.

Как показали исследования, существенное уменьшение ошибки второго рода может быть достигнуто, в частности, с помощью метода наименьших квадратов (МНК). При этом проверка гипотезы о равенстве нулю определителя Δ_I^* сводится к проверке гипотезы о равенстве нулю определителя $|B_I^*|$ квадратной и симметричной относительно главной диагонали матрицы B_I^* размера $I \times I$ вида

$$B_I^* = Y_{NL}^{*T}\,Y_{NL}^* = \begin{bmatrix} b_{11}^* & b_{12}^* & \dots & b_{1I}^* \\ b_{21}^* & b_{22}^* & \dots & b_{2I}^* \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{I1}^* & b_{I2}^* & \dots & b_{II}^* \end{bmatrix},\; b_{ij}^* = b_{jl}^*, \qquad (30)$$

где $I = N = 2i + 1$, $L \geqslant 2i + 1$, $i = 1, 2, ...$

Пример. Пусть $i = 1$; тогда $I = N = 3$, и матрица Y_{3L}^* согласно выражению (13) принимает вид:

$$Y_{3L}^* = \begin{bmatrix} y^*(s) & y^*(s-1) & 1y^*(s-1) \\ y^*(s+1) & y^*(s) & 2y^*(s) \\ \dots & \dots & \dots \\ y^*(s+L-1) & y^*(s+L-2) & Ly^*(s+L-2) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} y_1^* & y_0^* & 1y_0^* \\ y_2^* & y_1^* & 2y_1^* \\ \dots & \dots & \dots \\ y_L^* & y_{L-1}^* & Ly_{L-1}^* \end{bmatrix},$$

где

$$y_k^* = y^*(s - 1 + k), \quad k = 1, ..., L.$$

Отличные друг от друга элементы матрицы B_3^* обозначим z_j^*, $j = 1, ..., 6$. Тогда

$$B_3^* = \begin{bmatrix} z_1^* & z_2^* & z_3^* \\ z_2^* & z_4^* & z_5^* \\ z_3^* & z_5^* & z_6^* \end{bmatrix},$$

где, согласно выражению (30),

$$\begin{cases} z_1^* = b_{11}^* = \sum\limits_{i=0}^{L-1} y_{i+1}^{*2}; \quad z_2^* = b_{12}^* = \sum\limits_{i=0}^{L-1} y_i^* y_{i+1}^*; \\ z_3^* = b_{13}^* = \sum\limits_{i=0}^{L-1} (i+1) y_i^* y_{i+1}^*; \quad z_4^* = b_{22}^* = \sum\limits_{i=0}^{L-1} y_i^{*2}; \\ z_5^* = b_{23}^* = \sum\limits_{i=0}^{L-1} (i+1) y_i^{*2}; \quad z_6^* = b_{33}^* = \sum\limits_{i=0}^{L-1} (i+1)^2 y_i^{*2}. \end{cases} \quad (31)$$

Элементы z_k^* матрицы B_3^* в соответствии с моделью помех (1) могут быть представлены в виде суммы

$$z_k^* = z_k + \varepsilon_k, \quad k = 1, ..., 6, \quad (32)$$

где z_k — величины, вычисляемые по формулам (31), в которых y_i^* заменены на y_i; ε_k — аддитивная помеха. При этом согласно формуле (32), $\varepsilon_k = z_k^* - z_k$.

В частности,

$$\varepsilon_1 = \sum_{i=0}^{L-1} (y_{i+1}^{*2} - y_{i+1}^2) = \sum_{i=0}^{L-1} (2y_{i+1}\xi_{i+1} + \xi_{i+1}^2).$$

Пренебрегая величинами ξ_{i+1}^2, получим приближенное равенство:

$$\varepsilon_1 \approx 2\sum_{i=0}^{L-1} y_{i+1}\xi_{i+1} \approx 2\sum_{i=0}^{L-1} y_{i+1}^* \xi_{i+1}.$$

Аналогично могут быть получены приближенные выражения для величин $\varepsilon_2, ..., \varepsilon_6$, на основе которых можно определить приближенные значения корреляционных моментов $K_{pq} \approx M[\varepsilon_p\varepsilon_q]$, где $p, q = 1, ..., 6$.

Обозначим корреляционную матрицу помех $[K_{pq}]$. Тогда дисперсия σ_3^2 определителя $|B_3^*|$ матрицы B_3^* может быть вычислена с учетом выражения (29) по формуле

$$\sigma_3^2 \approx \sum_{p=1}^{6}\sum_{q=1}^{6} C_{3p}C_{2q}K_{pq} = \vec{C}_3^T [K_{pq}]\vec{C}_3,$$

в которой компоненты вектора $\vec{C}_3^T$ определяются соотношениями

$$\vec{C}_{3i} = \left.\frac{\partial |B_3^*|}{\partial z_i^*}\right|_{Z^*}, \quad i = 1, ..., 6,$$

где $Z^* = (z_1^*, ..., z_6^*)$.

Аналогичным образом может быть найдена оценка m^* порядка m правой части уравнения объекта. При этом достаточно проверить статистическую гипотезу о равенстве нулю определителя $\Delta_p'^*$, соответствующего расширенной матрице A_{PL}^* ($L \geqslant P$) вида (21). Для уменьшения влияния помех также можно применить МНК.

Анализ показывает, что для обеспечения линейной независимости столбцов матрицы X_{ML} вида (19), имеющей $M = 2(i + 1)$ столбцов, $i = 0, 1, 2, ...$, достаточно выбрать квазипериодический тестовый сигнал [1, 5] $x(s) = u_\mu(s)$ порядка $\mu = 1$ с полупериодом t_0, удовлетворяющим условию

$$i + 1 \leqslant t_0 \leqslant [L/2],$$

где $i \geqslant 1$, $[x]$ — целая часть x. При $i = 0$ величина t_0 может быть произвольной, т. е. $1 \leqslant t_0 \leqslant \infty$.

Моделирование на ЭВМ показало эффективность предложенного метода оценивания порядка (n, m) уравнения объекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ромащев А. А., Арефьев Ю. И.* Применение тестовых сигналов для идентификации нестационарных объектов // Тр. II междунар. конф. “Идентификация систем и задачи управления” SICPRO’03. Москва, 29—31 янв. 2003 г. / Ин-т пробл. упр. — М., 2003. — С. 1587—1601.
2. *Ромащев А. А., Арефьев Ю. И.* Оценивание параметров уравнений нестационарных объектов методом тестовых сигналов // Тр. междунар. конф. “Параллельные вычисления и задачи управления” PACO’2001. Москва, 2—4 окт. 2001 г. Ин-т пробл. упр. — М., 2001. — С. 124—132.
3. *Chow J. C.* On estimating the orders of an autoregressive moving-average process with uncertain observations // IEEE Trans. Automat. Contr. — 1997. — Vol. AC-17, Oct. — P. 707—709.
4. *Inagaki M.* On estimating the orders of an autoregressive process // Ibid. — 1981. — Vol. AC-26, April. — P. 570—571.
5. *Ромащев А. А.* Разработка алгоритмов и синтез процедур идентификации объектов методом тестовых сигналов // Тр. междунар. конф. “Идентификация систем и задачи управления” SICPRO’2000”. Москва, 26—28 сент. 2000 г. Ин-т пробл. упр. — М., 2000. — С. 1841—1911.
6. *Бендат Дж., Пирсол А.* Прикладной анализ случайных данных. — М.: Мир, 1989. — 544 с.

E-mail: romashaa@ipu.rssi.ru ❑