УДК 62-506

АДАПТИВНОЕ ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПО ВЫХОДУ МНОГОСВЯЗНЫМИ ОБЪЕКТАМИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ С НЕМИНИМАЛЬНОЙ РЕАЛИЗАЦИЕЙ ЭТАЛОННОЙ МОДЕЛИ

Е. А. Паршева

Астраханский государственный технический университет

Рассмотрена задача построения адаптивной системы управления с эталонными моделями локальных подсистем для многосвязных объектов с запаздыванием по состоянию, когда измерению доступны только регулируемая переменная и скалярное управляющее воздействие. Обоснована работоспособность синтезированных систем управления при действии на объект управления неизмеряемых ограниченных возмущений. Для формирования управляющих воздействий взяты только измеряемые переменные локальных подсистем, т. е. осуществлено полностью децентрализованное управление.

ВВЕДЕНИЕ

Большое теоретическое и прикладное значение задачи децентрализованного управления объясняется стремлением разработчиков систем управления сложными многосвязными объектами построить локальные подсистемы без обмена информации между ними [1—9]. Переход к системам с децентрализованной структурой обусловлен структурной и функциональной сложностью современных объектов автоматизации, включающих в себя набор взаимодействующих подсистем, имеющих большую размерность и рассредоточенных в пространстве. Модели объектов содержат нелинейности, запаздывания, характеризуются неопределенностью в описании и предъявляют жесткие требования к качеству управления. Кроме того, обновление технической базы систем управления, связанное с бурным прогрессом в технологии микропроцессорной техники и распределенной обработкой данных [10], и новые компьютерные технологии, основанные на мультипроцессорной архитектуре и параллельных конвейерных вычислениях, хорошо адаптированы к системам с децентрализованной структурой. При децентрализованном управлении общая задача управления декомпозируется на подзадачи, каждая из которых имеет меньшую размерность, что позволяет получить более качественные и надежные системы управления и значительно упростить структуру системы [2].

Проблема управления со скалярным входом-выходом стала одной из классических задач современной теории управления. В работе [11] был определен класс динамических моделей, для которых настройка параметров управляющего устройства может быть осуществлена без измерения производных входных и выходных сигналов. Передаточная функция этих моделей должна быть строго положительно-вещественной. Для систем стабилизации с неявной эталонной моделью аналогичный результат был получен в работе [12]. Дальнейшие работы исследователей были направлены на преодоление этого ограничения [13—22]; при этом для систем с явной эталонной моделью использовалась ее минимальная реализация.

В данной работе предлагается способ построения системы децентрализованного управления многосвязными объектами с запаздыванием по состоянию, позволяющий преодолеть ограничения

[11] и свести задачу синтеза алгоритмов настройки параметров локальных управляющих устройств к хорошо известным и изученным различными авторами. Принцип построения систем очень простой. Применяются два фильтра состояния на каждой локальной подсистеме, которые присутствуют во всех системах [2, 11—22]. Векторы состояния этих фильтров и скалярный выход подсистемы образуют вектор выхода объекта управления, и используется неминимальная реализация локальных эталонных моделей. В результате этих изменений получается обобщенный настраиваемый объект, для которого уже имеется много различных алгоритмов настройки параметров управляющего устройства.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим взаимосвязную систему, динамические процессы в локальных подсистемах которой описываются дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом

$$Q_i(P)y_i(t) + k_{1i}D_i(P)y_i(t - \tau_i) = k_iR_i(P)u_i(t) + G_i(P)f_i(t) + \sum_{i=1,\, i\neq j}^{k} S_{ij}(P)y_j,\ i = \overline{1, k}. \qquad (1)$$

Здесь y_i, u_i — измеряемые скалярные выход и вход i-й локальной подсистемы; f_i — неизвестное ограниченное возмущающее воздействие; τ_i — неизвестное время запаздывания; $G_i(P)$, $S_{ij}(P)$ — дифференциальные операторы с неизвестными постоянными коэффициентами; $Q_i(P)$, $R_i(P)$, $D_i(P)$ — нормированные линейные дифференциальные операторы с неизвестными постоянными коэффициентами, зависящими от вектора неизвестных параметров $\xi \in \Xi$, где Ξ — известное множество возможных значений вектора ξ; $P = d/dt$ — оператор дифференцирования; k_i, k_{1i} — неизвестные коэффициенты; $\deg Q_i = n_i$; $\deg R_i = m_i$; $\deg D_i = n_{1i}$; $\deg G_i = n_{2i}$; $\deg S_{ij} = n_{ij}$.

Децентрализованное адаптивное управление для таких систем определяется как решение задачи построения таких k локальных блоков адаптивного управления, каждому из которых доступна только текущая информация о системе. Требуемое качество переходных процессов в подсистемах задается уравнениями локальных эталонных моделей

$$Q_{mi}(P)y_{mi}(t) = k_{mi}R_{mi}(P)r_i(t), \quad i = \overline{1, k}, \qquad (2)$$

где $Q_{mi}(P)$ и $R_{mi}(P)$ — линейные дифференциальные операторы; $r_i(t)$ — скалярные ограниченные задающие воздействия; k_{mi} — известный коэффициент.

Необходимо спроектировать систему управления, для которой будет выполнено условие

$$\overline{\lim_{t\to\infty}}|e_i(t)| = \overline{\lim_{t\to\infty}}|y_i(t) - y_{mi}(t)| < \delta. \qquad (3)$$

Здесь δ — положительная величина, и желательно, чтобы ее можно было сделать достаточно малой. При этом в локальных подсистемах управления не допускается использования информации об измеряемых величинах других подсистем.

Сделаем следующие *предположения*.

А.1. Полиномы $R_i(\lambda)$, $Q_{mi}(\lambda)$ и $R_{mi}(\lambda)$ — гурвицевы (λ — комплексная переменная преобразования Лапласа), причем операторы $Q_i(\lambda)$, $R_i(\lambda)$, $Q_{mi}(\lambda)$ и $R_{mi}(\lambda)$ нормированы, т. е. коэффициенты при старших производных равны единице.

А.2. Известны порядки полиномов n_i, m_i и относительная степень $n_i - m_i > 1$.

А.3. Ограниченные возмущающие $f_i(t)$ и задающие $r_i(t)$ воздействия имеют ограниченные производные $|f_i^{l_1}(t)| \leqslant \text{const}$, $l_1 = \overline{1, n_{2i}}$; $|r_i^{l_1}(t) \leqslant \text{const}$, $l_2 = \overline{1, n_i}$.

А.4. Известен знак коэффициента k_i, будем считать, что $k_i > 0$.

А.5. Известно множество Ξ.

2. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Введем два фильтра состояния на каждой локальной подсистеме, которые присутствуют во всех системах [11—22]:

$$\dot\theta_{yi} = F_i\theta_{yi} + b_{0i}y_i;\quad \dot\theta_{ui} = F_i\theta_{ui} + b_{0i}u_i, \qquad (4)$$

где $\theta_{yi} \in R^{n_i-1}$; $\theta_{ui} \in R^{n_i-1}$; F_i — гурвицева матрица в форме Фробениуса; $b_{0i} = [0, 0, ..., 1]'$.

В отличие от традиционных способов выбора порядков полиномов $Q_{mi}(\lambda)$ и $R_{mi}(\lambda)$в уравнениях (2), в данном случае они могут быть произвольными, если выполнены условия предположения А.3 и целевое условие задано в виде (3). Кроме того, в данном случае возьмем неминимальную реализацию локальных эталонных моделей, заданных уравнениями

$$y_{mi}(t) = \frac{k_{mi}}{P + a_{mi}}r_i(t);\quad \dot\theta_{1i} = F_i\theta_{1i} + b_{0i};$$
$$\dot\theta_{2i} = F_i\theta_{2i}, \qquad (5)$$

где $a_{mi} > 0$. Третье из уравнений (5) необходимо только для вычислений, а технически оно не реализуется. Составим уравнения ошибок, вычитая из уравнений (1) и (4) выражение (5):

$$e_i(t) = \frac{k_i R_i(P)}{Q_i(P)}\Big[u_i(t) - \frac{k_{1i}D_i(P)}{k_i R_i(P)}y_i(t-\tau_i) + \frac{G_i(P)}{k_i R_i(P)}f_i(t) - \frac{k_{mi}Q_i(P)}{k_i R_i(P)(P+a_{mi})}r_i(t) + \sum_{j=1}^{k}\frac{S_{ij}(P)}{k_i R_i(P)}y_j\Big],$$

$$\frac{d(\theta_{yi}-\theta_{1i})}{dt} = F_i(\theta_{yi}-\theta_{1i}) + b_{0i}(y_i - y_{mi}), \quad (6)$$

$$\frac{d(\theta_{ui}-\theta_{2i})}{dt} = F_i(\theta_{ui}-\theta_{2i}) + b_{0i}u_i.$$

Выделив в выражении $\frac{k_{mi}Q_i(P)}{k_i R_i(P)(P+a_{mi})}$ целую часть, получим

$$e_i(t) = \frac{k_i R_i(P)}{Q_i(P)}\Big[u_i(t) - \frac{k_{1i}D_i(P)}{k_i R_i(P)}(e_i(t-\tau_i) + y_{mi}(t-\tau_i)) + \frac{G_i(P)}{k_i R_i(P)}f_i(t) - \frac{k_{mi}}{k_i}r_i(t) - \frac{k_{mi}\Delta Q_i(P)}{k_i R_i(P)(P+a_{mi})}r_i(t) - \sum_{l=1}^{n_i-m_i-1}q_{il}P^l r_i(t) + \sum_{j=1}^{k}\frac{S_{ij}(P)}{k_i R_i(P)}(e_j + y_{mj})\Big], \quad (7)$$

где $\deg\Delta Q_i = m_i$. Так как $R_i(\lambda)$ — гурвицевы полиномы, то в соответствии с предположениями А.3 функция $\varphi_i(t) = -\frac{k_{mi}\Delta Q_i(P)}{k_i R_i(P)(P+a_{mi})}r_i(t) - \sum_{l=1}^{n_i-m_i-1}q_{il}P^l r_i(t) + \frac{G_i(P)}{k_i R_i(P)}f_i(t) - \frac{k_{1i}D_i(P)}{k_i R_i(P)}y_{mi}(t-\tau_i) + \sum_{j=1}^{k}\frac{S_{ij}(P)}{k_i R_i(P)}y_{mj}$ является ограниченной. Преобразуем уравнение (7) в каноническую векторно-матричную форму

$$\frac{d\varepsilon_i}{dt} = A_i\varepsilon_i + k_i b_i\Big[u_i(t) - \frac{k_{mi}}{k_i}r_i(t) + \varphi_i(t)\Big] + d_i e_i(t-\tau_i) + \sum_{j=1,\, i\neq j}^{k}\alpha_{ij}e_j, \quad e_i = L_i\varepsilon_i,$$

где $\varepsilon_i \in R^{n_i}$; A_i, b_i, d_i, α_{ij} — соответствующие матрицы перехода от модели “вход — выход” к модели “вход — состояние — выход”; $L_i = [1, 0, ..., 0]$.

Введем расширенный вектор состояния ошибки $\varepsilon_{pi} = \mathrm{col}(\varepsilon_i, \theta_{yi} - \theta_{1i}, \theta_{ui} - \theta_{2i})$ и выхода $e_{pi} = \mathrm{col}(e_i, \theta_{yi} - \theta_{1i}, \theta_{ui} - \theta_{2i})$. Тогда, принимая во внимание выражения (6), получим следующее уравнение:

$$\dot\varepsilon_{pi} = A_{pi}\varepsilon_{pi} + b_{pi}\Big[u_i(t) - \frac{k_{mi}}{k_i}r_i(t)\Big] + b_{1i}\varphi_i(t) + b_{2i}r_i(t) + d_{pi}e_i(t-\tau_i) + \sum_{j=1}^{k}\alpha_{pij}e_j, \; e_{pi} = L_{pi}\varepsilon_{pi}, \quad (8)$$

где $\varepsilon_{pi} \in R^{3n_i-2}$; $e_{pi} \in R^{2n_i-1}$; числовые матрицы A_{pi}, b_{pi}, b_{1i}, b_{2i}, d_{pi}, L_{pi}, α_{pij} имеют вид

$$A_{pi} = \begin{bmatrix} A_i & 0 & 0 \\ b_{0i}L_i & F_i & 0 \\ 0 & 0 & F_i \end{bmatrix}, \quad L_{pi} = \begin{bmatrix} L_i & 0 & 0 \\ 0 & I_{n_i-1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{n_i-1} \end{bmatrix},$$

$$b_{pi} = \begin{bmatrix} k_i b_i \\ 0 \\ b_{0i} \end{bmatrix}, \quad b_{1i} = \begin{bmatrix} k_i b_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad b_{2i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_{mi}}{k_i}b_{0i} \end{bmatrix},$$

$$d_{pi} = \begin{bmatrix} d_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \alpha_{pij} = \begin{bmatrix} \alpha_{ij} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Зададим закон управления в виде

$$u_i = C_i' e_{pi} + \mu_i r_i, \quad (9)$$

где C_i и μ_i — настраиваемые вектор и скаляр. Тогда уравнение (8) преобразуется к виду

$$\dot\varepsilon_{pi} = (A_{pi} + b_{pi}C_{0i}'L_{pi})\varepsilon_{pi} + b_{pi}(C_i - C_{0i})'e_{pi} + b_{pi}(\mu_i - k_{mi}/k_i)r_i + b_{1i}\varphi_i(t) + b_{2i}r_i(t) + d_{pi}e_i(t-\tau_i) + \sum_{j=1}^{k}\alpha_{pij}e_j, \; e_{pi} = L_{pi}\varepsilon_{pi}, \quad (10)$$

где C_{0i} — некоторый вектор, обеспечивающий гурвицевость матрицы $A_{0i} = A_{pi} + b_{pi}C_{0i}'L_{pi}$. В работе [19] было показано, что такой вектор существует. Таким образом, в результате введения расширенного вектора выхода e_{pi} задача синтеза алгоритмов настройки параметров управляющего устройства свелась к уже исследованной в ряде работ [11—14] задаче.

Введем блочно-диагональные матрицы

$$\begin{aligned}
&A_0 = \mathrm{diag}\{A_{01}, ..., A_{0k}\}; \quad B_p = \mathrm{diag}\{b_{p1}, ..., b_{pk}\};\\
&B_1 = \mathrm{diag}\{b_{11}, ..., b_{1k}\}; \quad C = \mathrm{diag}\{C_1, ..., C_k\};\\
&C_0 = \mathrm{diag}\{C_{01}, ..., C_{0k}\}; \quad B_2 = \mathrm{diag}\{b_{21}, ..., b_{2k}\};\\
&L_p = \mathrm{diag}\{L_{p1}, ..., L_{pk}\}; \quad D = \mathrm{diag}\{d_{p1}, ..., d_{pk}\};\\
&\mu = \mathrm{diag}\{\mu_1, ..., \mu_k\}; \quad \mu_0 = \mathrm{diag}\{k_{m1}/k_1, ..., k_{mk}/k_k\}
\end{aligned}$$

и векторы

$$\begin{aligned}
&\varepsilon_p = \mathrm{col}(\varepsilon_{p1}, ..., \varepsilon_{pk}); \quad u = \mathrm{col}(u_1, ..., u_k);\\
&e = \mathrm{col}(e_1, ..., e_k); \quad e_p = \mathrm{col}(e_{p1}, ..., e_{pk});\\
&\varphi = \mathrm{col}(\varphi_1, ..., \varphi_k); \quad r = \mathrm{col}(r_1, ..., r_k);\\
&e(t-\tau) = \mathrm{col}(e_1(t-\tau_1), ..., e_k(t-\tau_k)),
\end{aligned}$$

тогда уравнение системы (10) в составной форме примет вид

$$\begin{aligned}
\dot\varepsilon_p = A_0\varepsilon_i + B_p(C - C_0)^T e_p + B_p(\mu - \mu_0)r + B_1\varphi(t) +\\
+ B_2 r + De(t-\tau) + \alpha_p e, \quad e_p = L_p\varepsilon_p, \quad (11)
\end{aligned}$$

где $\varepsilon_p \in R^{3n-2}$, $e_p \in R^{2n-1}$; $n = \sum_{i=1}^{k} i$; α_p — блочная матрица с блоками α_{pij}:

$$\alpha_p = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_{p12} & ... & \alpha_{p1M}\\ \alpha_{p21} & 0 & ... & \alpha_{p2M}\\ ... & ... & ... & ...\\ \alpha_{pM1} & \alpha_{pM2} & ... & 0 \end{bmatrix}.$$

В соответствии с работами [12, 13] для системы (9), (11) справедливо

Утверждение. *Пусть выполнены условия А.1—А.5. Тогда алгоритмы адаптации*

$$\dot C_i = -\rho g_i^T e_{pi}\Gamma_{1i}e_{pi} - \gamma C_i,$$

$$\dot\mu_i = -\rho g_i^T e_{pi}\gamma_{2i}r_i - \gamma\mu_i, \quad (12)$$

где $\rho > 0$; $\gamma > 0$; $\gamma_{2i} > 0$; Γ_{1i} *— положительно определенные симметричные матрицы, обеспечивают выполнение целевых условий* (3), *если число* $n > 0$ *выбрано так, что* $n > d_{pi}^T H_i d_{pi}$, *где положительно определенные симметричные матрицы* H_i *удовлетворяют условиям*

$$H_iA_{0i} + A_{0i}^T H_i + H_i < -Q_i - nL_{0i}^T L_i^T L_i L_{0i},$$

$$H_ib_{pi} = L_{pi}^T g_i, \; L_{0i} = [I_{n_i}, \; O_{n_i\times n_i-1}, \; O_{n_i\times n_i-1}], \quad (13)$$

где Q_i *— произвольные положительно определенные симметричные матрицы и выполнены неравенства* $\tilde\rho > \dfrac{1}{g_{1j}^2\chi_3}$, $\rho_2 > 4\tilde\rho|g_{1i}|\|\tilde g_i\|$, *где* g_{1i} *— первая компонента вектора* g_i; $\tilde g_i$ *— оставшиеся компоненты того же вектора;* $\tilde\rho > 0$, $\rho_2 > 0$ *— произвольные числа. При этом справедлива оценка*

$$|e_i| < \frac{1}{|g_{1i}|}\sqrt{\frac{\chi}{\tilde\rho}}, \text{ где } \chi = \frac{\gamma}{\rho}(\lambda_{\max}(\Gamma_{1i}^{-1})\|C_{0i} - \tilde\rho g_i\|^2 +$$

$$+ \gamma_{2i}^{-1}|\mu_{0i}|^2) + \frac{|\varphi_i|^2}{\chi_1} + \frac{|r_i|^2}{\chi_2}. \quad (14)$$

Замечание 1. В соответствии с теоремой П3.1 в работе [13], для существования положительно определенной симметричной матрицы H_i, удовлетворяющей матричным условиям (13), необходимо и достаточно, чтобы полином $\beta_i(\lambda) = \sigma_i(\lambda)g_i^T L_{pi}(\lambda I - A_{pi} - 0{,}5I)^{-1}b_{pi}$, $i = \overline{1, k}$, был гурвицев с положительными коэффициентами для любых $\xi \in \Xi$ и имел порядок на единицу меньше, чем полином $\sigma_i(\lambda) = \det(\lambda I - A_i - 0{,}5I)\det(\lambda I - F_i)$.

Замечание 2. В случае, когда все компоненты вектора g_i не равны нулю, порядок полинома $\beta_i(\lambda)$ всегда на единицу меньше, чем порядок полинома $\sigma_i(\lambda)$. Это связано со структурой матриц A_{pi}, L_{pi}, b_{pi}, которая такова, что $g_i^T L_{pi}(\lambda I - A_{pi} - 0{,}5I)^{-1}b_{pi} = \beta_i(\lambda)/\sigma_i(\lambda)$.

Из уравнений (1) и (4) имеем $\theta_u(\lambda) = \dfrac{R_1(\lambda)}{Q_1(\lambda)}u$, $\theta_y(\lambda) = (\lambda I - F)^{-1}b_0\dfrac{kR(\lambda)}{Q(\lambda)}u = \dfrac{R_1(\lambda)kR(\lambda)}{Q_1(\lambda)Q(\lambda)}u$, где $R_1(\lambda) = (\lambda I - F)^{+}b_0$, где $(\lambda I - F)^{+}$ — присоединенная матрица матрицы $(\lambda I - F)$;

$$\beta_i(\lambda) = [g_1 \; ... \; g_{2n_i-1}]\left(\frac{kR(\lambda)}{Q(\lambda)}; \left(\frac{R_1(\lambda)kR(\lambda)}{Q_1(\lambda)Q(\lambda)}\right)^T; \left(\frac{R_1(\lambda)}{Q_1(\lambda)}\right)^T\right)^T = \frac{(g_1, ..., g_{m_i})kR(\lambda)}{Q(\lambda)} + \frac{(g_{m_i+1}, ..., g_{n_i})R_1(\lambda)kR(\lambda)}{Q_1(\lambda)Q(\lambda)} +$$

$$+ \frac{(g_{n_i+1}, ..., g_{2n_i-1})R_1(\lambda)}{Q_1(\lambda)} = \frac{(g_1, ..., g_{mi})kR(\lambda)Q_1(\lambda) + (g_{m_i+1}, ..., g_{n_i})R_1(\lambda)kR(\lambda) + Q(\lambda)(g_{n_i+1}, ..., g_{2n_i-1})R_1(\lambda)}{Q_1(\lambda)Q(\lambda)}.$$

Поэтому остается только выбрать вектор g_i из условия гурвицевости полинома $\beta_i(\lambda)$, а увеличение коэффициента ρ в алгоритме позволяет получить достаточно малую величину δ в целевом условии (3).

Замечание 3. Еще одно достоинство предлагаемого подхода заключается в том, что число настраиваемых параметров можно свести до двух (в каждой подсистеме), если закон управления задать в виде $u_i = \tau_i g_i^T e_{pi} + \mu_i r_i$, а параметры τ_i и μ_i настраивать по следующему алгоритму $\dot\tau_i = -k_{1i}(g_i^T e_{pi}) - \gamma\tau_i$, $\dot\mu_i = -k_{2i} g_i^T e_{pi} r_i - \gamma\mu_i$, где $k_{1i} > 0$, $k_{2i} > 0$. Работоспособность этих алгоритмов доказывается точно так же, как и утверждение (см. Приложение), поэтому здесь не приводится.

3. ПРИМЕР

Рассмотрим динамическую систему шестого порядка, которую представим в виде двух подсистем

$$\dot x_1(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} x_1(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix} x_1(t-2) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} u_1(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} f_1(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} y_2(t),$$

$$\dot x_2(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & 4 \end{bmatrix} x_2(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} x_1(t-1) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} u_2(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} f_2(t) + \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} y_1(t).$$

Параметры локальных эталонных моделей $Q_{mi}(P) = P + 1$, $R_{mi}(P) = 1$. Возмущающее и задающее воздействия, соответственно,

$$f_1(t) = \sin t + \sin 0{,}5t, \qquad r_1(t) = 1 + 0{,}5\sin 0{,}8t,$$

$$f_2(t) = \sin 0{,}5t + \sin 0{,}8t, \qquad r_2(t) = 1 + \sin 0{,}7t.$$

Представим рассматриваемый объект в виде (1), где $R_i(P) = k_i$, $D_i(P) = 1$, $Q_i(P) = P^3 + a_{1i}P^2 + a_{2i}P + a_3$. Класс неопределенности задан неравенствами $-4 \leqslant a_{li} \leqslant 4$, $l = 1, 2, 3$; $2 \leqslant k_i \leqslant 10$. Выберем фильтры (4) с матрицей $F_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -8 & -6 \end{bmatrix}$, тогда полиномы $\sigma_i(\lambda)$и $\beta_i(\lambda)$примут вид $\sigma_i(\lambda) = (\lambda^3 + a_{1i}\lambda^2 + a_{2i}\lambda + a_{3i})(\lambda^2 + 6\lambda + 8)$,

$$\beta_i(\lambda) = g_{5i}\lambda_4 + (g_{4i} + g_{5i}a_{1i})\lambda^3 + (g_{4i}a_{1i} + g_{5i}a_{2i} + g_{1i}k_i)\lambda^2 + (g_{4i}a_{2i} + g_{5i}a_{3i} + 6g_{1i}k_i + g_{3i}k_i)\lambda + 8g_{1i}k_i + g_{2i}k_i + g_{4i}a_{3i}.$$

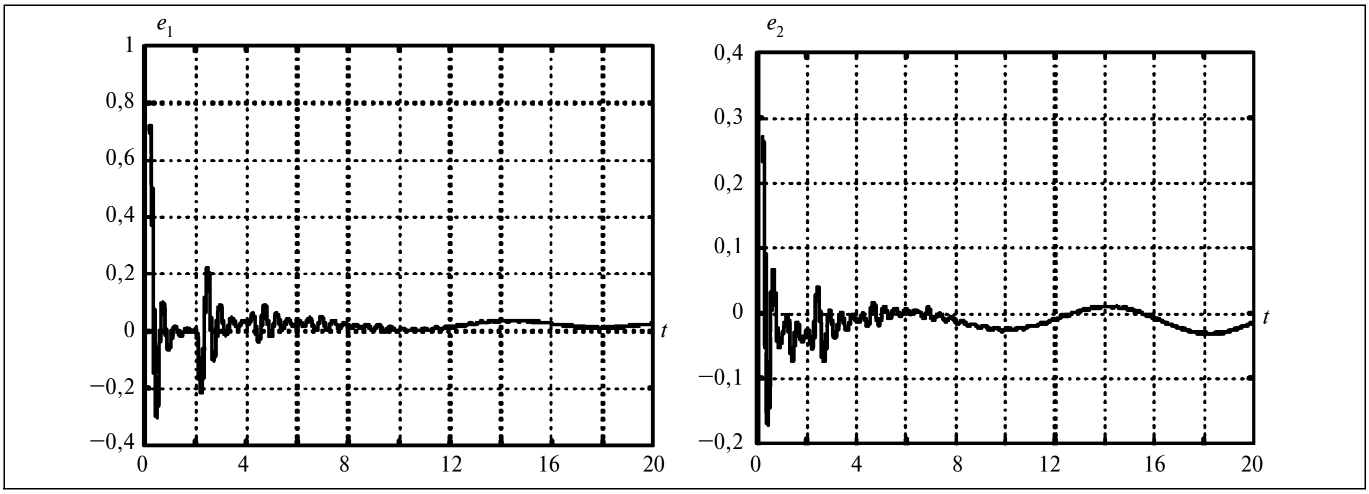
Взяв $g_i^T = [10 \;\; 10 \;\; 10 \;\; 2 \;\; 0{,}1]$, получим

$$\beta_i(\lambda) = 0{,}1\lambda^4 + (2 + 0{,}1a_{1i})\lambda^3 + (2a_{1i} + 0{,}1a_{2i} + 10k_i)\lambda^2 + (2a_{2i} + 0{,}1a_{3i} + 70k_i)\lambda + 90k_i + 2a_{3i}.$$

Нетрудно проверить, что полином гурвицев для любых параметров a_{li} и k_i из заданного класса неопределенности.

Траектории ошибок

Моделирование на ЭВМ показало хорошую работоспособность синтезированных систем. На рисунке приведены результаты моделирования алго-



Траектории ошибок

ритмов (12) при следующих значениях параметров: $\Gamma_{1i} = \mathrm{diag}\{40\}$, $\gamma_{2i} = 40$, $\gamma_i = 0{,}1$, $\rho_i = 10$, $i = 1, 2$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен способ построения адаптивной системы управления многосвязными объектами с запаздыванием по состоянию со скалярными входом и выходом, который позволяет выбирать произвольный порядок многочленов в передаточной функции эталонной модели. Работа алгоритмов осуществляется непосредственно на основании информации об ошибке, а число настраиваемых параметров можно свести в системах с эталонной моделью до двух. При этом структура регулятора полностью децентрализованная.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство утверждения. Выберем функционал Ляпунова—Красовского [23] в виде

$$V = \varepsilon_p^T H\varepsilon_p + \sum_{i=1}^{k}\Big(\frac{1}{\rho}(C_i - C_{0i} + \tilde\rho g_i)^T\Gamma_{1i}^{-1}(C_i - C_{0i} + \tilde\rho g_i) + \frac{1}{\rho}\gamma_{2i}^{-1}(\mu_i - \mu_{0i})^2 + n\int\limits_{t-\tau_i}^{t} e_i^2(s)ds\Big),$$

где H — положительно определенная симметричная матрица $H = \mathrm{diag}\{H_1, ..., H_M\}$. Вычислим полную производную от функционала Ляпунова—Красовского на траекториях системы (11):

$$\dot V = \varepsilon_p^T(HA_0 + A_0^T H)\varepsilon_p + 2\varepsilon_p^T HB_p(C - C_0)^T e_p + 2\varepsilon_p^T HB_p(\mu - \mu_0)r + 2\varepsilon_p^T H(B_1\varphi(t) + B_2 r + De(t-\tau) + \alpha_p e) + \sum_{i=1}^{k}\frac{2}{\rho}((C_i - C_{0i} + \tilde\rho g_i)^T\Gamma_{1i}^{-1}\dot C_i + \gamma_{2i}^{-1}(\mu_i - \mu_{0i})\dot\mu_i + ne_i^2(t) - ne_i^2(t-\tau_i)). \quad (15)$$

Воспользуемся оценкой $2\varepsilon_p^T HDe(t-\tau) \leqslant \varepsilon_p^T H\varepsilon + e^T(t-\tau)D^T HDe(t-\tau)$. Принимая во внимание, что матрицы H, A_0 и D являются блочно-диагональными, получим, что для каждой подсистемы положительно определенные симметричные матрицы H_i должны удовлетворять условиям (13), а число $n > d_{pi}^T H_i d_{pi}$.

Добавим и вычтем в формуле (15) выражение $2\tilde\rho\, e_{pi}^T g_i g_i^T e_{pi} = 2\tilde\rho\,\varepsilon_{pi}^T H_i b_{pi} b_{pi}^T H_i\varepsilon_{pi}$ и, определив алгоритмы настройки локальных регуляторов согласно выражениям (12), получим

$$\dot V = -\varepsilon_p^T Q\varepsilon_p + 2\varepsilon_p^T H(B_1\varphi(t) + B_2 r + \alpha_p e) - \sum_{i=1}^{k}\Big[2\tilde\rho\, e_{pi}^T g_i g_i^T e_{pi} + \frac{2}{\rho}(C_i - C_{0i} + \tilde\rho g_i)^T\Gamma_{1i}^{-1}\gamma C_i + \frac{2}{\rho}\gamma_{2i}^{-1}(\mu_i - \mu_{0i})\gamma\mu_i\Big], \quad (16)$$

где $Q = \mathrm{diag}\{Q_1, ..., Q_M\}$. Учитывая блочную диагональность всех матриц, за исключением α_p, воспользуемся оценками

$$-\frac{2}{\rho}(C_i - C_{0i} + \tilde\rho g_i)^T\Gamma_{1i}^{-1}\gamma C_i \leqslant \frac{\gamma}{\rho}\lambda_{\max}(\Gamma_{1i}^{-1})\|C_{0i} - \tilde\rho g_i\|^2 - \frac{\gamma}{\rho}(C_i - C_{0i} + \tilde\rho g_i)^T\Gamma_{1i}^{-1}(C_i - C_{0i} + \tilde\rho g_i),$$

$$-\frac{2}{\rho\gamma_{2i}}(\mu_i - \mu_{0i})\gamma\mu_i \leqslant -\frac{\gamma}{\rho\gamma_{2i}}(\mu_i - \mu_{0i})^2 + \frac{\gamma}{\rho\gamma_{2i}}|\mu_{0i}|^2,$$

$$-0{,}5\varepsilon_p^T Q\varepsilon_p \leqslant -0{,}5\lambda_{\min}(Q)\|\varepsilon_p\|^2 \leqslant -\frac{0{,}5\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\min}(H)}\varepsilon_p^T H\varepsilon_p,$$

$$2\varepsilon_{pi}^T H_i b_{1i}\varphi_i \leqslant 2|\varepsilon_{pi}^T H_i b_{1i}||\varphi_i|,$$
$$2\varepsilon_{pi}^T H_i b_{2i} r_i \leqslant 2|\varepsilon_{pi}^T H_i b_{2i}||r_i|,$$
$$2\varepsilon_{pi}^T H_i\alpha_{pij} e_j \leqslant 2|\varepsilon_{pi}^T H_i\alpha_{pij}||e_j|,$$

$$\varepsilon_{pi}^T Q_{3i}\varepsilon_{pi} \geqslant \frac{|\varepsilon_{pi}^T H_i\alpha_{pij}|^2}{\alpha_{pij}^T H_i Q_{3i}^{-1} H_i\alpha_{pij}},$$

$$\varepsilon_{pi}^T Q_{1i}\varepsilon_{pi} \geqslant \frac{|\varepsilon_{pi}^T H_i b_{1i}|^2}{b_{1i}^T H_i Q_{1i}^{-1} H_i b_{1i}},\quad \varepsilon_{pi}^T Q_{2i}\varepsilon_{pi} \geqslant \frac{|\varepsilon_{pi}^T H_i b_{2i}|^2}{b_{2i}^T H_i Q_{2i}^{-1} H_i b_{2i}},$$

$$-\tilde\rho\, e_{pi}^T g_i g_i^T e_{pi} \leqslant -\tilde\rho(e_i g_{1i})^2 + 2\tilde\rho|g_{1i}|\|\tilde g_i\|\|e_i\|\|e_{pi}\| \leqslant -\tilde\rho(e_i g_{1i})^2 + 2\tilde\rho|g_{1i}|\|\tilde g_i\|\|\varepsilon_{pi}\|^2,$$

где $0{,}5Q_i = Q_{1i} + Q_{2i} + Q_{3i} + \rho_2 I_{n_i}$, g_{1i} — первая компонента вектора g_i, $\tilde g_i$ — оставшиеся компоненты того же вектора. Тогда из выражения (16) получим

$$\dot V < -\eta_1 V + \sum_{i=1}^{k}\Big(\frac{\gamma}{\rho}(\lambda_{\max}(\Gamma_{1i}^{-1})\|C_{0i} - \tilde\rho g_i\|^2 + \gamma_{2i}^{-1}|\mu_{0i}|^2) - |\varepsilon_{pi}^T H_i b_{1i}|^2\chi_1 - |\varepsilon_{pi}^T H_i b_{2i}|^2\chi_2 + 2|\varepsilon_{pi}^T H_i b_{1i}||\varphi_i| + 2|\varepsilon_{pi}^T H_i b_{2i}||r_i| +$$

$$+ 4\tilde{\rho}|g_{1i}|\|\tilde{g}_i\|\|\varepsilon_p\|^2 - \rho_2\|\varepsilon_p\|^2 + \sum_{j=1}^{k}[2|\varepsilon_{pi}^T H_i\alpha_{pij}|e_i -$$

$$- |\varepsilon_{pi}^T H_i\alpha_{pij}|^2\chi_3 - 2\tilde{\rho}(g_{1i}e_i)^2]\Big),$$

где $\eta_1 = \min\left\{\gamma, \dfrac{0{,}5\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(H)}\right\}$, $\chi_1 = \dfrac{1}{b_{1i}^T H_i Q_{1i}^{-1} H_i b_{1i}}$,

$\chi_2 = \dfrac{1}{b_{2i}^T H_i Q_{2i}^{-1} H_i b_{2i}}$, $\chi_3 = \dfrac{1}{\alpha_{pij}^T H_i Q_{2i}^{-1} H_i \alpha_{pij}^T}$. Дополняя соответствующие слагаемые правой части до полного квадрата, получим

$$\dot{V} < -\eta_1 V + \sum_{i=1}^{k}\Big(\frac{\gamma}{\rho}(\lambda_{\max}(\Gamma_{1i}^{-1})\|C_{0i} - \tilde{\rho}g_i\|^2 +$$

$$+ \gamma_{2i}^{-1}|\mu_{0i}|^2) - \tilde{\rho}(g_{1i}e_i)^2 - \Big(\sqrt{\chi_1}|\varepsilon_{pi}^T H_i b_{1i}| - \frac{|\varphi_i|}{\sqrt{\chi_1}}\Big)^2 +$$

$$+ \frac{|\varphi_i|^2}{\chi_1} - (\sqrt{\chi_2}|\varepsilon_{pi}^T H_i b_{2i}| - \frac{|r_i|}{\sqrt{\chi_2}}\Big)^2 +$$

$$+ \frac{r^2}{\chi_2} - \sum_{j=1}^{k}[e_j\varepsilon_{pi}^T H_i\alpha_{pij}]\begin{bmatrix}\tilde{\rho}g_{1j}^2 & -1\\ -1 & \chi_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}e_j\\ \varepsilon_{pi}^T H_i\alpha_{pij}\end{bmatrix} -$$

$$- (\rho_2 - 4\tilde{\rho}|g_{1i}|\|\tilde{g}_i\|)\|\varepsilon_{pi}\|^2\Big). \qquad (17)$$

Выберем ρ_2 из условия $\rho_2 > 4\tilde{\rho}|g_{1i}|\|\tilde{g}_i\|$, обеспечив положительность последнего слагаемого в выражении (17), а $\tilde{\rho}$ — из условия $\tilde{\rho} > \dfrac{1}{g_{1j}^2\chi_3}$, обеспечив положительную определенность матрицы по критерию Сильвестра. Тогда получим

$$\dot{V} < -\eta_1 V + \sum_{i=1}^{k}\Big(\frac{\gamma}{\rho}(\lambda_{\max}(\Gamma_{1i}^{-1})\|C_{0i} - \tilde{\rho}g_i\|^2 +$$

$$+ \gamma_{2i}^{-1}|\mu_{0i}|^2) + \frac{|\varphi_i|^2}{\chi_1} + \frac{|r_i|^2}{\chi_2} - \tilde{\rho}(g_{1i}e_i)^2\Big),$$

откуда следует ограниченность $e_i(t)$, $C_i(t)$ и $\mu_i(t)$, так как если $|e_i| \geq \dfrac{1}{|g_1|}\sqrt{\dfrac{\chi}{\tilde{\rho}}}$, то $\dot{V} < -\eta_1 V$. Следовательно, справедлива оценка (14).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Миркин Б. М.* Адаптивное децентрализованное управление с модельной координацией // Автоматика и телемеханика. — 1999. — № 1. — С. 90—100.
2. *Паршева Е. А., Цыкунов А. М.* Адаптивное децентрализованное управление многосвязными объектами // Автоматика и телемеханика. — 2001. — № 2. — С. 135—148.
3. *Фрадков А. Л.* Адаптивное управление в сложных системах. — М.: Наука, 1990.
4. *Ядыкин И. Б., Шумский В. М., Овсепян Ф. А.* Адаптивное управление непрерывными технологическими процессами. — М.: Энергоатомиздат, 1985.
5. *Ioannou P. A., Kokotovich P.* Adaptive systems with reduced models. — Berlin: Springer Verlag, 1983.
6. *Ioannou P. A.* Decentralized adaptive control of interrconnected systems // IEEE Trans. on Automat. Control. — 1983. — Vol. 31, No. 4. — P. 362—367.
7. *Gavel D. T., Siljak D. D.* Decentralized adaptive control: structural conditions for stability // IEEE Trans. on Automat. Control. — 1989. — Vol. 34, No. 3. — P. 413—426.
8. *Ortega P., Herrera A.* A solution to the decentralized adaptive control: A new model reference scheme // IEEE Trans. on Automat. Control. — 1993. — Vol. 38, No. 2. — P. 1717—1727.
9. *Mirkin B. M.* Commentson “Exact Output Trackingin Decentralized Adaptive Control” // IEEE Trans. on Automat. Control. — 2003. — Vol. 48, No. 2. — P. 348—350.
10. *Прангишвили И. В., Подлазов В. С., Стецюра Г. Г.* Локальные микропроцессорные вычислительные сети. — М.: Наука, 1984.
11. *Parks P. C.* Liapunov redesign of model reference adaptive control systems // IEEE Trans. on Automat. Control. — 1966. — Vol. 11, No. 3. — P. 363—367.
12. *Фрадков А. Л.* Синтез адаптивной системы стабилизации линейного динамического объекта // Автоматика и телемеханика. — 1974. — № 12. — С. 96—103.
13. *Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л.* Нелинейное адаптивное управление сложными динамическими системами. — СПб.: Наука, 2000.
14. *Никифоров В. О., Фрадков А. Л.* Схемы адаптивного управления с расширенной ошибкой (обзор) // Автоматика и телемеханика. — 1994. — № 9. — С. 3—22.
15. *Feuer A., Morse A. S.* Adaptive control of single-input, single-output linear systems // IEEE Trans. on Automat. Control. — 1978. — Vol. 23, No. 4. — P. 557—569.
16. *Monopoli R. V.* Model reference adaptive control with an augmented signal // IEEE Trans. on Automat. Control. — 1974. — Vol. 19, No. 5. — P. 474—484.
17. *Morse A. S.* Global stability of parameter — adaptive control systems // IEEE Trans. on Automat. Control. — 1980. — Vol. 25, No. 3. — P. 433—439.
18. *Morse A. S.* High-order parameter tuners for adaptive control of nonlinear systems // A. Isidori, T. J. Tarh (eds). Systems, Models ant Feedbach: Theory and Applications. — Birkhausor, 1992. — P. 339—364.
19. *Narendra K. S., Valavani L. S.* Stable adaptive controller design — direct control // IEEE Trans. on Automat. Control. — 1978. — Vol. 23, No. 4. — P. 570—583.
20. *Narendra K. S., Lin Y. H., Valavani L. S.* Stable adaptive controller design. Part. 2. Proof of stability // IEEE Trans. on Automat. Control. — 1980. — Vol. 25, No. 3. — P. 440—448.
21. *Narendra K. S., Annaswamy A. M., Singh R. P.* A general approach to the stability analysis of adaptive systems // Jnt. J. Control. — 1985. — Vol. 41, No. 1.
22. *Nikiforov V. O.* A stable gradient algorithm of adaptation using an output signal // Jnt. J. Adaptive Control and Signal Processing. — 1992. — Vol. 6, No. 3. — P. 265—269.
23. *Красовский А. А.* Некоторые задачи теории устойчивости движения. — М.: Физматгиз, 1959.

☎ *(8512) 55-92-31*

E-mail: parsheva-el@yandex.ru ❑