УДК 512.8

ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕЧЕТКО-ОКРЕСТНОСТНЫХ СИСТЕМ

С. Л. Блюмин, А. М. Шмырин, О. А. Шмырина

Липецкий государственный технический университет

Рассмотрены классы окрестностных и нелинейных нечетко-окрестностных систем, алгоритмы линеаризации и адаптивной идентификации параметров.

Окрестностные динамические системы введены в рассмотрение [1, 2] с целью дальнейшего развития теории дискретно-аргументных систем. Они являются обобщением классических дискретных систем и их моделей (сингулярных моделей, моделей линейных клеточных машин, дискретно-аргументных моделей различных видов и др.) и позволяют адекватно моделировать сложные дискретные системы, имеющие многочисленные, произвольной структуры, связи между подсистемами с аргументом произвольной природы и размерности.

В качестве примера "окрестностного" определения, предшествующего основным определениям [1, 2], напомним определение марковского случайного поля [3]. Пусть A — носитель — конечное или счетное множество значений системного аргумента, не наделенное какой-либо структурой, кроме используемой далее окрестной структуры; пусть a, b, ... — элементы из множества A; пусть $x[a]$ — состояние элемента a; пусть T, S, ... — подмножества множества A; пусть $x[T]$ — совокупность состояний элементов подмножества T. В соответствии с работой [3] состояниями элементов $a \in A$ являются случайные величины, поэтому $\{x[a], a \in A\}$ — случайное поле. Предполагается заданным согласованное семейство конечномерных распределений его вероятностей, из которого, в частности, могут быть найдены условные вероятности $P(x[a]/x[A/a])$. Это случайное поле $O[a]$ называется марковским, если для каждого $a \in A$ существует конечное множество $O(a) \subset A/a$ — окрестность элемента a — такое, что условные вероятности $P(x[a]/x[A/a]) = P(x[a]/x[O(a)])$ зависят лишь от $x[a]$ и $x[b]$ при $b \in O(a)$. В работе [3] наряду с $O[a]$ употребляется и понятие расширенной окрестности $O[a] = O(a) \cup \{a\}$.

Перейдем от марковских случайных полей на счетных множествах к детерминированным динамическим системам с дискретным (счетным) аргументом. Стандартное описание таких сосредоточенных систем, для которых аргументом является время, в случае конечных алфавитов, трактуемых как конечные автоматы, и имеющее вид

$$\begin{cases} x[t] = \varphi(x[t-1], v[t]), x[0] = x_0 \\ y[t] = \psi(x[t]), t \in Z_0 = \{0, 1, 2, ...\}, \end{cases}$$

где $v[t]$ — входы, $x[t]$ — состояния, $y[t]$ — выходы, подсказывает следующее общее описание окрестностных динамических систем:

$$\begin{cases} x[a] = \Phi(x[O_x(a)], v[O_V[a]]) \\ y[a] = \Psi(x[O_y[a]]). \end{cases}$$

Для класса симметричных систем [1] первое уравнение принимается в виде

$$\Phi_x(x[O_x[a]]) = \Phi_v(v[O_v[a]]).$$

Для класса смешанных систем [1] уравнения объединяются:

$$F(\Phi_x([O_x[a]]), \Phi_v(v[O_v[a]]), \Psi(x[O_y[a]])) = 0.$$

В предшествующей работе [1] для линейных систем указанного вида были решены задачи идентификации и оптимального управления. К окрестностным системам относится класс многоразмерностных MD-систем, простейшими представителями которых являются $2D$-системы — распределенные системы, наиболее близкие по свойствам к сосредоточенным. К окрестностным системам относится также класс конечных (конечно-аргументных) систем (систем на конечных носителях), моделирующих процессы компьютерной обработки конечных многомерных массивов информации.

Изучение нелинейных окрестностных систем начато с распространения на них подхода [4], связывающего билинейные дискретно-временные системы — простейшие нелинейные системы, наиболее близкие по свойствам к линейным — с $2D$-системами [5].

Понятие нечеткой системы [6—8] может быть введено уже в контексте общей теории систем как нечеткое соответствие между нечетким входным и выходным объектами, причем функционализация такой системы приводит к нечетким внутреннему объекту и реакции. В контексте аргументно-алфавитных систем, детализирующих общие системы, нечеткими могут быть как множество значений аргумента, так и алфавиты.

Формализация некоторых понятий, связанных с введением нечеткости по аргументу для линейных окрестностных систем, рассмотрена в работах [6, 7].

Нелинейная смешанная нечётко-окрестностная система описывается уравнением [8]

$$\Phi(g;\ \{\mu_v,\ v(\alpha),\ \alpha \in O_v[g]\};\ \{\mu_x,\ x(\beta),\ \beta \in O_x[g]\};\ \{\mu_y,\ y(\gamma),\ \gamma \in O_y[g]\};\ a) = 0, \tag{1}$$

где $g \in A = \{g_1, g_2, ...\}$, $O_v[g]$, $O_x[g]$ и $O_y[g]$ — окрестности узла g системы по входу v, состоянию x и выходу y, соответственно; a — вектор параметров; $\alpha, \beta, \gamma \in A$, $\mu_v, \mu_x, \mu_y \in [0, 1]$ — функции принадлежности по входу, состоянию, выходу и являются элементами матриц инциденций по входу $F_v = \{\mu_v\}$, состоянию $F_x = \{\mu_x\}$, выходу $F_v = \{\mu_v\}$ и характеризуют степень нечёткого влияния друг на друга элементов окрестностей O_v, O_x и O_y. В задаче идентификации задан массив N_M наборов "вход — состояние — выход" $v_u, x_u, y_u, \mu_v, \mu_x, \mu_y$, $1 \leqslant u \leqslant M$, во всех вершинах g, включенных в окрестности. Для отыскания вектора параметров a следует решить систему уравнений (1) для $1 \leqslant u \leqslant M$. Задача может быть решена при помощи итерационного алгоритма нелинейного метода наименьших квадратов, использующего линеаризацию функции Φ по вектору a в окрестности текущей точки a_u, что приводит к оценке $\hat{a}^{(M)}$ вектора параметров a. При поступлении нового набора данных

$$N_{M+1} = \{(\mu_v,\ v_{M+1}(\alpha),\ \alpha \in O_v(g));\ (\mu_x,\ x_{M+1}(\beta))\},\ \beta \in \{O_x(g);\ (\mu_y,\ y_{M+1}(\gamma),\ \gamma \in O_\gamma(g))\}$$

пересчет оценки $\hat{a}^{(M)}$ в оценку $\hat{a}^{(M)} = \theta\hat{a}^{(M)}, N_{M+1})$ осуществляется при помощи рекуррентно-итерационной процедуры нелинейного метода наименьших квадратов, что решает задачу адаптивной идентификации параметров для систем данного нечетко-окрестностного класса.

Одним из способов представления систем являются ряды Вольтерра, продолжающие линейный оператор свертки $y[t] = \sum\limits_{s \in \{0, ..., t\}} h[t, s]v[s]$ нелинейными однородными операторами степеней 2, ..., n, ...:

$$y[t] = v_0[t] + \sum_{s \in \{0, ..., t\}} h[t, s]v[s] + \sum_{s_2, s_2 \in \{0, ..., t\}} \sum h_2[t, s_1, s_2]v[s_1]v[s_2] + ... \; ... \sum_{s_1, s_n \in \{0, ..., t\}} ... \sum h_n[t, s_1, ..., s_n]v[s_1]v[s_2]...v[s_n] + ...$$

Это может быть обобщено в виде

$$y[a] = v_0[a] + \sum_{b \in N_v[a]} h[a, b]v[b] + \sum_{b_1, b_2 \in N_v[a]} \sum h[a, b_1, b_2]v[b_1]v[b_2] + ... \; ... \sum_{b_1 ... b_n \in N_v[a]} ... \sum h[a, b_1, ..., b_n]v[b_1]v[b_2]...v[b_n] + ...$$

Частным случаем является билинейная система

$$y[a] = \sum_{b_1, b_2 \in N_v[a]} \sum h[a, b_1, b_2]v[b_1]v[b_2].$$

Рассмотрим в этом случае нечетко-окрестностную систему Σ. Пусть заданы ее носители [8]: аргументный A и алфавитные X, Y, Z (общее обозначение Z); определены сигналы в системе $s : A \to X$ (входы $v : A \to V$, состояния $x : A \to X$, выходы $y : A \to Y$). Пусть дискретный носитель A наделен окрестностной структурой по отношению к системе Σ, т. е. для каждого элемента $a \in A$ и каждого сигнала s задана окрестность $N_s[a]$ (в дальнейшем это может быть $N_v[a]$, $N_x[a]$, $N_y[a]$), состоящая из $n_s[a]$ элементов (соответственно $n_v[a]$, $n_x[a]$, $n_y[a]$). Заданы вспомогательные алфавиты MS.

Элементарный нелинейный нечетко-окрестностный s-блок определяется как заданное для сигнала s и каждого элемента $a \in A$ отображение $f_s : A \times S(n_s[a], \mu_s)$ в MS, т. е. $m_s[a] = f_s(a, \{\mu_s, s[b], b \in N_s[a]\})$, $\mu_s \in MS$, где $\mu_s \in [0, 1]$ — функция принадлежности. В предположении о наличии необходимых алгебраических структур в алфавитах в соответствии с разложением Вольтерра можно записать

$$m_s[a] = s_0[a] + \sum_{b \in N_S[a]} \mu_1 h_1[a, b]s[b] + \sum_{b_1, b_2 \in N_S[a]} \sum \mu_2 h_2[t, b_1, b_2]s[b_1]s[b_2] + ... + \sum_{b_1 ... b_n \in N_S[a]} ... \sum \mu_n h_n[a; b_1, ..., b_n]s[b_1]s[b_2] ... \; ... s[b_n] + ...,$$

где $\mu_1, \mu_2, ..., \mu_n, ... \in [0, 1]$ — функции принадлежности.

Такие блоки могут быть использованы в теории систем следующим образом. Если s трактуется как системный вход v, а MS совпадает с Y, то $y[a] = m_v[a, \mu_v]$ определяет систему "вход — выход" в известном смысле. Если s трактуется как системное состояние, а MS совпадает с X, то уравнение $x[a] = m_v[a, \mu_v]$ определяет "автономную" (без входов и выходов, "свободную") систему "в пространстве состояний" и служит ее уравнением состояний. При этом удобно допустить, что a не входит в $N_x[a]$; так определяемая система несингулярна. С другой стороны, если a входит в $N_x[a]$, то уравнение состояний $m_x[a, \mu_x] = 0$ определяет, вообще говоря, сингулярную систему.

Два блока, для одного из которых s трактуется как v, а для другого — как x, при условиях $MV = MX$ и $a \in N_x[a]$ определяют симметричную систему уравнением $m_v[a, \mu_v] = m_x[a, \mu_x]$, вообще говоря, сингулярную; если из $x[b]$, $b \in N_x[a]$ можно выделить $s[a]$ и переписать последнее уравнение в виде

$$x[a] = -f_x^*(a; \{\mu_x, x[b], b \in N_x[a] \backslash a\}) + \\ + f_v(a; \{\mu_v, v[c], c \in N_v[a]\}),$$

то эта система не сингулярная.

Наконец, три блока, в которых s трактуется, соответственно, как v, x и y, объединенные общей системной функцией $F : A \times MV \times MX \times MY \to M$, где M — общий системный алфавит, определяют смешанную нечетко-окрестностную систему, уравнение которой удобно записать в виде $mF[a, \mu] = 0$ или

$$F(a, f_v(a; \{\mu_v, v[c], c \in N_v[a]\}), \\ f_x(a; \{\mu_x, x[b], b \in N_x[a]\}), \\ f_y(a; \{\mu_y, y[d], d \in N_y[a]\})) = 0, \quad (2)$$

что соответствует уравнению (1). В зависимости от возможности выразить из уравнения (2) те или иные члены, можно получить тот или иной специальный класс систем.

Рассмотрим частный случай общей системы (1), явную разностную нечетко-окрестностную нелинейную систему по состоянию

$$x_{i+1} = f(x_i, ..., x_{i-p}, \mu_{x_i}; a) + N\xi_i, \\ i = 0, 1, ..., l, 1 \leqslant p \leqslant i,$$

где $x_i \in R^n$, f — матрица известных нелинейных функций, $f \in R^{n \times m}$, $a \in R^m$ — вектор неизвестных параметров, N — квадратная матрица известных коэффициентов, ξ_k — гауссов шум с характеристиками $M(\xi_k) = 0$, $M(\xi_k \xi_j^T) = I\delta_{k-j}$, где M — оператор математического ожидания, δ — символ Кронекера; T — знак транспонирования. Оценку $\hat{a}^{(M+1)} = \theta(\hat{a}^{(M)}, N_{M+1})$ параметров получаем из нелинейного алгебраического уравнения, которое является развитием результатов работы [9] на случай нечетко-окрестностных систем:

$$\sum_{i=0}^{M} \left(\frac{\partial f(x_i, \hat{a}^{(m+1)}, \mu_{x_i})}{\partial a} \right)^T R^{-1} \times \\ \times (x_{i+1} - f(x_i, \mu_{x_i}, \hat{a}^{(m+1)})) = 0,$$

где $R = NN^T$. Для его решения применяем алгоритм линеаризации [8]:

$$a^{j+1} = a^j + \left[\sum_{i=0}^{M} \left(\frac{\partial f(x_i, \mu_{x_i}, a^j)}{\partial a} \right)^T R^{-1} \frac{\partial f(x_i, \mu_{x_i}, a^j)}{\partial a} \right]^{-1} \times \\ \times \sum_{i=0}^{M} \left(\frac{\partial f(x_i, \mu_{x_i}, a^j)}{\partial a} \right)^T R^{-1} (x_{i+1} - f(x_i, \mu_{x_i}, a^j)), \\ j = 0, 1, 2, ...$$

Данную постановку можно расширить считая, что структура системы известна не полностью, т. е. некоторые из элементов матриц инциденций требуют определения. Включая эти неизвестные значения μ_v, μ_x, μ_v в число неизвестных параметров, применяем описанный подход.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены вопросы обоснования окрестностного подхода в теории систем в случае, когда носитель дискретной сосредоточенной или распределенной системы наделен окрестностной структурой.

Исследуется также вопрос об учете нечеткостей, возникающих во множестве значений аргумента системы. Во многих прикладных задачах окрестности как подмножества множества значений аргумента оказываются нечеткими. Уже в случае простейших дискретно-временных систем это приводит к необходимости учета зависимости текущего состояния от всей предыстории. В работе развивается подход к учету нечеткости окрестностей по состоянию дискретно-временных систем применительно к нелинейным смешанным нечетко-окрестностным системам.

Одно из возможных направлений применения нечетко-окрестностных систем состоит в трактовке функции принадлежности как входных воздействий системы, что может представлять интерес при решении проблем управления нечеткими системами. Подход к учету нечеткости окрестностей по состоянию дискретно-временных систем позволяет расширить класс нечетких систем до более общего класса систем с изменяющейся структурой.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Блюмин С. Л., Шмырин А. М., Шмырин Д. А.* Смешанное управление смешанными системами. — Липецк: ЛГТУ, 1998. — 80 с.
2. *Блюмин С. Л., Шмырин А. М.* От систем на графах к окрестностным системам // Математическое моделирование систем: методы, приложения и средства: Сб. науч. тр. / ВГУ. — Воронеж, 1999. — С. 33—41.
3. *Ставская О. Н.* Достаточные условия единственности случайного поля и оценки для корреляций // Математические заметки. — 1975. — Т. 18, № 4. — С. 609—620.
4. *Kamen E.* On the relationship between bilinear maps and linear 2D maps // Nonlin. Anal., Theor., Meth. & Appl. — 1979. — Vol. 3, No 4. — P. 467—481.
5. *Блюмин С. Л., Шмырин А. М., Шмырина О. А.* Алгоритмы преобразования m-линейных окрестностных систем в линейные $(n_1 + ... + n_m)$-аргументные системы // Электротехнические комплексы и системы управления: Сб. науч. тр. / ВГТУ. — Воронеж, 2002. — С. 81—86.
6. *Блюмин С. Л., Шмырин А. М.* Нечеткие окрестностные системы: модельный пример // Современные проблемы информатизации в непромышленной сфере и экономике: Сб. тр. — Воронеж, 2003. — Вып. 8. — С. 93, 94.
7. *Шмырин А. М.* Дискретные нечетко-окрестностные системы // Датчики и системы. — 2004. — № 1. — С. 18—20.
8. *Блюмин С. Л., Шмырин А. М., Шмырина О. А.* Нелинейные нечетко-окрестностные системы // III Международная конференция “Идентификация систем и задачи управления” SICPRO-04/ИПУ. — М., 2004.
9. *Рубан А. И.* Идентификация одного класса стохастических нелинейных дискретных объектов // Автоматика и вычислительная техника. — 1973. — № 3. — С. 64—70.

☎ *(0742) 32-81-33*

E-mail: amsh@lipetsk.ru ❑

УДК 681.3

ИНТЕРВАЛЬНАЯ ЛОГИКА И СВЕРХНЕЧЕТКИЕ МНОЖЕСТВА

В. И. Левин

Пензенская государственная технологическая академия

Предложено обобщение нечеткого множества Заде на случай, когда само базовое понятие — мера принадлежности элемента множеству — характеризуется некоторой неопределенностью. Для обобщения принята интервальная неопределенность и применена интервальная логика.

ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что использование вместо булевых логических операций операций непрерывной логики (НЛ) — дизъюнкции $a \vee b = \max(a, b)$, конъюнкции $a \wedge b = \min(a, b)$ и отрицания $\bar{a} = 1 - a$; $a, b \in [0, 1]$, совершаемых над мерами принадлежности $M_A(x)$ и $M_B(x)$ элемента x различным множествам A и B, где $0 \leqslant M(\cdot) \leqslant 1$, — позволяет обобщить стандартные операции объединения, пересечения и дополнения обычных (канторовых) множеств на случай так называемых нечетких множеств [1]. При этом дизъюнкции мер принадлежности соответствует объединение, их конъюнкции — пересечение, а отрицанию — дополнение нечетких множеств. Далее, те или иные обобщения операций НЛ позволяют вводить различные обобщения указанных стандартных операций для нечетких множеств. Так, использование логической операции упорядоченного выбора позволило ввести операцию r-композиции нечетких множеств [2], а использование линейной комбинации дизъюнкции и конъюнкции НЛ позволяет аналогичным образом ввести операцию λ-композиции таких множеств [3]. При этом исходной для