



# ЛОГИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ. Ч. II<sup>1</sup>

Р.М. Нижегородцев

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова, г. Москва

Рассмотрены логистические модели анализа и прогнозирования экономической динамики макросистем. Обсуждены нелинейные модели краткосрочного прогнозирования динамики товарных рынков, основанные на различных типах жесткости рыночной среды. Предложена логистическая модель оптимизации пенсионного обеспечения. Обоснована логистическая модель эффекта сверхмалых воздействий, характеризующая динамику устойчивости сложных систем к факторам медленного накопления энтропии.

## КРАТКОСРОЧНАЯ ДИНАМИКА РЫНКОВ

Прогнозирование динамики рынков предполагает исследование взаимодействия колебаний предложения и спроса. Построение любой модели такого рода неизбежно сталкивается с рядом противоречивых взаимосвязей и тенденций, характеризующих современное состояние рыночной среды. Одно из наиболее глубоких и фундаментальных противоречий такого рода состоит в противоречии между "мгновенными" (дифференциальными) и "совокупными" (интегральными) закономерностями динамики спроса и предложения [1].

Рассмотрим равновесное состояние рынка, в котором спрос и предложение на определенный товар в начальный момент времени совпадают. Предположим, что в момент  $t = t_0$  спрос на данный вид товара скачкообразно изменился с уровня  $d_0$  до уровня  $d_1$ . В этом случае предложение данного товара будет изменяться с некоторым запаздыванием и, тем самым, представляет собой функцию от времени:

$$s(t) = \Omega(t)d_0 + (1 - \Omega(t))d_1, \quad (1)$$

где  $\Omega(t)$  — параметр сопротивления, изменяющийся между 1 и 0. В начальный момент  $t = t_0$   $\Omega(t) = 1$ , и предложение товара совпадает со старым спро-

сом  $d_0$ , а в момент, когда  $\Omega(t) = 0$ , предложение совпадает с новым спросом  $d_1$ , и рынок вновь приходит в состояние равновесия.

Формула (1) показывает замедленную реакцию производителей на скачкообразное (импульсное, мгновенное) изменение совокупного спроса. Причины такого замедления весьма разнообразны и определяются как общим конкурентным характером рынка, так и структурой соответствующих рыночных ниш. Например, на монополистическом ("всасывающем") рынке приспособление к спросу стимулируется слабо. В частности, монополии отвечают на падение общественного спроса не снижением цен, а сокращением объемов производства, что особенно сильно отражается на экономике, пребывающей в состоянии спада физических объемов производства.

Однако ряд факторов, замедляющих реакцию хозяйствующих субъектов на резкое изменение спроса, действует и в традиционной конкурентной экономике. В частности, переориентация производства, иногда предполагающая структурную реорганизацию фирмы-производителя, занимает определенное время.

Продолжительность периода запаздывания реакции производителей на изменение спроса определяется разностью  $\tau = t_1 - t_0$ , где  $t_0$  — момент начала изменения  $\Omega(t)$ , а  $t_1$  — момент его окончания:

$$t_0 = \sup\{t: \Omega(t) = 1\}; \quad t_1 = \inf\{t: \Omega(t) = 0\}.$$

Показателем того, сколь велико совокупное сопротивление рыночной среды (как внешней среды, так и внутренней структуры самих предприятий), замедляющее реакцию производителей на

<sup>1</sup> Статья рекомендована к печати Программным комитетом Второй международной конференции по проблемам управления (Москва, 2003 г.).

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект № 03-06-80083а).



мгновенное колебание спроса, служит так называемый *коэффициент жесткости*:

$$\zeta = \frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_1} \Omega(t) dt.$$

Жесткость рыночной среды может быть различной по своему типу в зависимости от характера запаздывания реакции производителей.

Первый тип жесткости среды — *реактивный*. Резкое изменение спроса вызывает немедленную обвальную реакцию производителей, которая затем несколько замедляется по мере ослабевания факторов, стимулирующих изменение предложения, и постепенно приводит это предложение в соответствие с новым совокупным спросом (рис. 1).

Этот тип чаще наблюдается в отраслях, где рынок имеет наиболее конкурентный характер, а взаимодействие предложения и спроса наименее искажено перераспределяющим воздействием монополий, в том числе государственных.

Второй тип жесткости среды — *инертный*, при котором резкое изменение спроса вызывает медленную и постепенно ускоряющуюся реакцию хозяйствующих субъектов, которая неуклонно усиливает давление на совокупное предложение товара до тех пор, пока оно не сравняется с изменившимся спросом (рис. 2). Этот тип чаще встречается в отраслях, сильно монополизированных или подверженных жесткому государственному регулированию, где решения об изменении предложения принимаются осознанно, а их реализация целенаправленно доводится до логического завершения.

Практика показывает, что в реальной ситуации современного рынка все чаще встречается третий тип жесткости — *инновационный*, при котором логика изменения параметра  $\Omega(t)$  описывается логистической кривой (рис. 3). В самом деле, факторы, блокирующие реакцию производителей на изменение спроса, обычно сильнее всего действуют в начале адаптационного периода, когда инерция внешних и внутренних структур еще велика, и в конце его, когда предложение уже близко к новому уровню спроса, и их окончательное сближение является лишь делом времени. Поэтому естественно, что кривая, выражающая зависимость параметра сопротивления от времени, медленнее всего убывает вблизи точек  $t_0$  и  $t_1$ .

В частности, инновационный тип жесткости часто характеризует реакцию на изменение спроса со стороны производителей средств производства, а также научноемких потребительских товаров, поскольку производство этих групп товаров означает вместе с тем овеществление некоторого слоя научно-технической информации и связано с замеще-

нием технологических укладов, со вступлением в производственный процесс новых кластеров нововведений.

В этом кроется основная причина того факта, что эффективное управление жизненными циклами технологических инноваций предполагает понимание характера и логики действия инновационного типа жесткости, а также знание (хотя бы приблизительное) технологических пределов замещаемых технологий. В данном случае именно знание пределов дает ключ к расчету коэффици-

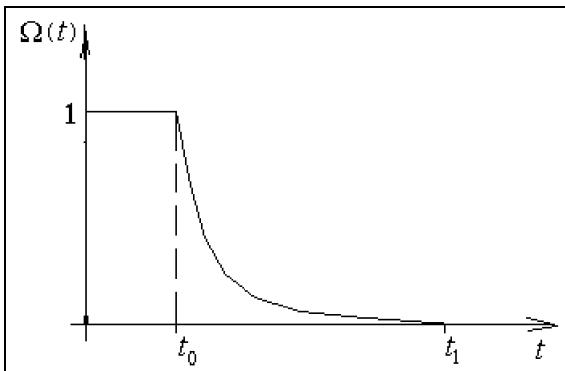


Рис. 1. Реактивный тип жесткости рыночной среды

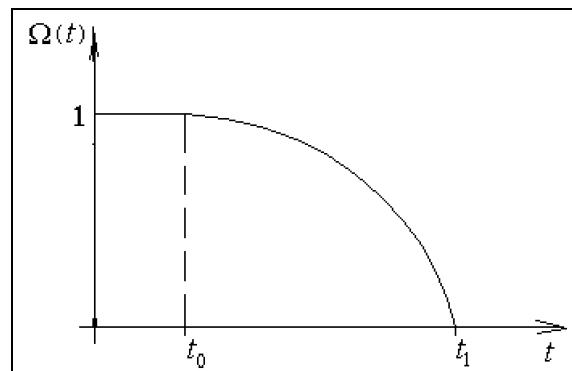


Рис. 2. Инертный тип жесткости

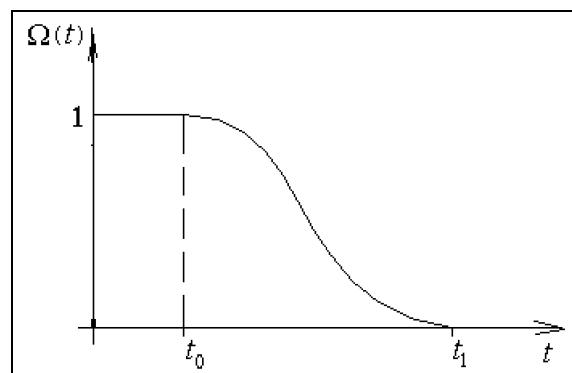


Рис. 3. Инновационный тип жесткости

ента жесткости и к достоверным оценкам вероятного времени запаздывания  $\tau$ , чрезвычайно важным для правильного выбора момента выхода на рынок с принципиально новым товаром, конструктивная новизна которого основана на применении технологических нововведений.

### ГОСУДАРСТВЕННАЯ СТРАТЕГИЯ ПЕНСИОННОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Одна из типовых задач, связанных с социальной проблематикой, — это задача выбора правил начисления пенсий, относительно хорошо формализуемая и содержащая достаточно понятные и естественно возникающие ограничения. Изложим некоторые принципы моделирования этой задачи, разработанные в работе [2].

Рассмотрим функцию  $f(t)$ , неотрицательную и непрерывную на достаточно большом промежутке  $[0, N]$ . Игроку № 1 задается константа  $T$ ,  $0 < T < N$ . Его задача — зная функцию  $f(t)$ , вы-

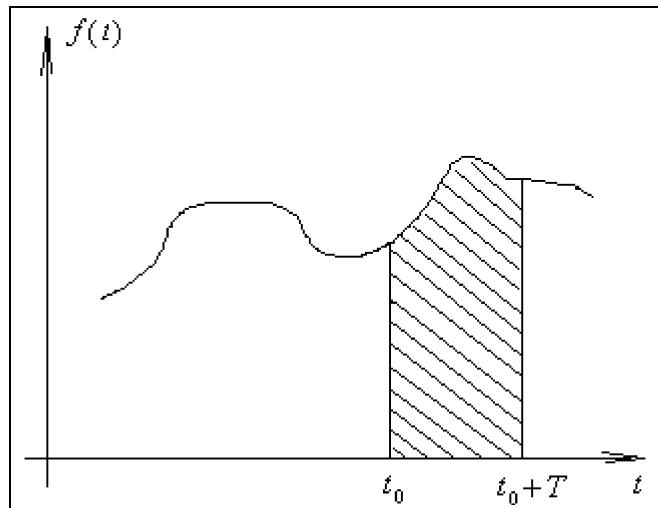


Рис. 4. Максимизация средних значений

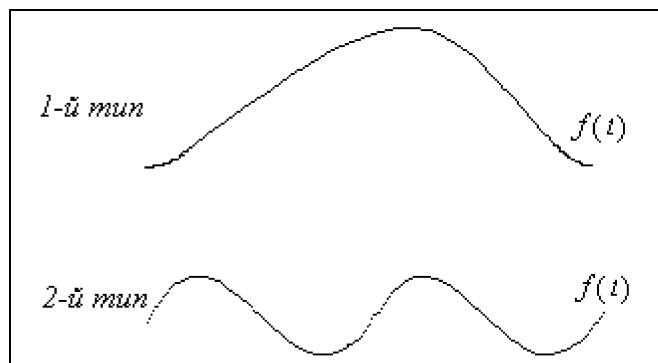


Рис. 5. Два типа функции заработной платы

брать  $t_0$  ( $0 \leq t_0 \leq N - T$ ), для которого максимально значение выражения

$$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0 + T} f(t) dt.$$

Иными словами, его задача в том, чтобы выбрать интервал *заранее заданной* длины, на котором среднее значение функции  $f(t)$  было бы максимальным (рис. 4).

Если предположить, что  $t$  — параметр времени (возраст), а  $f(t)$  — функция заработной платы, то задача приобретает ясный экономический смысл: найти промежуток времени заданной длины, в течение которого средняя зарплата была максимальной. Эта задача носит весьма прикладной характер; в частности, она была актуальна в нашей стране для работников, вышедших на пенсию в течение последнего десятилетия: согласно прежнему законодательству, размер пенсии работника (игрока № 1) зависел от объема доходов, полученных им за пять наиболее высоко оплачиваемых лет подряд в его трудовом стаже. Легко понять, что значение  $T$  в данном случае равно пяти годам.

В рассматриваемой задаче интересно встать на позицию государства и задаться вопросом: какой должна быть эта заданная длина промежутка ( $T$ )? Предположим, что игрок № 2 (государство) варьирует  $T$  с целью минимизации пенсионных выплат; в этом случае “совокупные” усилия двух игроков реализуют минимаксную стратегию:

$$\min_T \max_{t_0} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0 + T} f(t) dt.$$

Ясно, что, независимо от вида функции  $f(t)$ , слишком малое  $T$  невыгодно игроку № 2: в этом случае задача игрока № 1 сводится к поиску глобального максимума функции  $f(t)$ , и близкое к нему значение будет объявлено средним значением  $f(t)$  за “очень короткий” промежуток времени. Если  $T$  велико (сопоставимо с  $N$ ), то максимальная средняя зарплата приближается к средней за всю жизнь. Выгодна ли такая ситуация игроку № 2? Ответ зависит от вида функции  $f(t)$ .

Функция зарплаты от возраста на самом деле может иметь различный вид, но наиболее типичны и распространены функции двух типов (рис. 5).

Первый тип — функция, близкая к параболической, с единственной точкой максимума, приходящейся (в среднем) на конец третьей четверти трудовой биографии работника. Такая функция зарплаты характерна для государственных служащих, для работников высокой квалификации (инженеров, ученых), а также для тружеников, формально гарантированных от потери рабочего места независимо от текущего состояния экономической конъюнктуры (большинство занятых в плановой



экономике; работники, охваченные системой по-жизненного найма в современной Японии).

Второй тип — функция, близкая к периодической, минимумы и максимумы которой чередуются с частотой, близкой к продолжительности промышленного цикла, выступающего общественной формой движения индустриальных технологий. Такая функция зарплаты характерна для низкоквалифицированных работников частного сектора, подверженных фрикционной или циклической безработице, для дискриминируемых слоев трудящихся, а также для некоторых типов мелких предпринимателей, работающих на условиях самозанятости и в силу структурных причин подверженных колебаниям экономической конъюнктуры.

В любой экономике можно найти работников как первого, так и второго типов, однако в целом чем сильнее социальная политика государства, чем глубже патерналистские традиции функционирования рынка труда, чем эффективнее антициклическое регулирование экономики, тем выше технологический уровень производственных процессов, тем выше доля работников первого типа по сравнению со вторым. Между тем, было бы неверно утверждать, что увеличение доли государственных расходов в ВВП автоматически приводит к росту доли работников первого типа.

Если предположить, что у большинства работников функция зарплаты первого типа, то увеличение  $T$  выгодно игроку № 2. Идеальной для него была бы ситуация, когда размер пенсии определяется объемом трудового дохода, полученного работником в течение всей его жизни. Именно такой вариант исчисления размеров пенсий предусмотрен вступившим в силу пенсионным законодательством. Причина этого факта в том, что большинство работников, выходящих на пенсию в ближайшие годы, имеет функцию зарплаты первого типа.

Если предположить, что в обществе преобладают работники с периодической функцией зарплаты, то игрок № 2 окажется в выигрыше, когда значение  $T$  близко к периоду. Так, если  $f(t) = \sin t + R$ , константа  $R > 1$ , то, каково бы ни было  $t_0$ ,

$$\frac{1}{2\pi} \int_{t_0}^{t_0+2\pi} (\sin t + R) dt = R.$$

Если же значение  $T$  чуть больше или чуть меньше периода, то игрок № 1 может увеличить искомый результат по сравнению с математическим ожиданием значения  $f(t)$ . Иначе говоря,  $T = 2\pi$  есть точка локального минимума функции

$$V_f(t) = \max_{t_0} \left( \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt \right).$$

Приведем более общий пример. Пусть  $f(t)$  — гармоническая функция с периодом  $\omega$ :

$$f(t) = A \cos(\omega t + \varphi) + R,$$

константы  $\omega \neq 0$ ,  $R > A > 0$ . Тогда

$$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt = \frac{2A}{\omega T} \sin \frac{\omega T}{2} \cos \left( \frac{\omega T}{2} + \omega t_0 + \varphi \right) + R.$$

Поскольку область изменения  $t_0$  намного превосходит период функции  $f(t)$ , то за счет подходящего выбора  $t_0$  можно добиться, чтобы косинус в последнем равенстве равнялся 1 или -1 в зависимости от знака  $\sin(\omega T/2)$ . Таким образом,

$$V_f(T) = \frac{2A}{\omega T} \left| \sin \frac{\omega T}{2} \right| + R.$$

Локальные минимумы функции  $V_f(T)$ , равные  $R$ , будут периодически повторяться в точках  $T_{\min} = 2\pi/\omega$  при целых  $n$ . Локальные максимумы этой функции непериодически повторяются, монотонно убывая с бесконечным ростом  $T$ . Таким образом, и при периодической функции  $f(t)$  существенное увеличение  $T$ , во всяком случае, не противоречит эффективной стратегии игрока № 2, хотя близость  $T$  к периоду функции  $f(t)$  также соответствует его интересам.

В свете отмеченных закономерностей можно обнаружить, что значение  $T$ , равное пяти годам, отнюдь не выглядит случайностью. Как показывает мировая статистика, в последние 30 лет именно такова средняя продолжительность промышленного цикла в большинстве стран, обнаруживающих отчетливые среднесрочные колебания экономической конъюнктуры. В качестве примеров укажем, что в экономике ФРГ за период 1971—1989 гг. (до ее объединения с ГДР в октябре 1990 г.) четко прослеживаются, причем по всем видам конъюнктурных индикаторов, три хозяйственных цикла продолжительностью 4—7 лет [3]. С 1978 по 1998 г. китайская экономика пережила 4 цикла, каждый продолжительностью 4—5 лет [4]. Естественно, что таков же и период функции  $f(t)$  для большинства работников второго типа в соответствующих странах, поскольку периодичность функции зарплаты в решающей степени обусловлена циклическим характером экономической динамики.

Пусть теперь  $N \rightarrow +\infty$ , а функция  $f(t)$  такова, что существует конечный предел

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{N} \int_0^N f(t) dt,$$

равный  $k_1$ , и пусть  $k_2 = \max f(t)$  по всем  $t \in [0; +\infty)$ . Вообще говоря, в случае разрывной измеримой функции  $f(t)$   $k_2$  есть ее существенный супремум. Введем параметр  $\theta = -\ln T$  и обозначим  $y(\theta) = V_f(T)$ .

В ряде случаев закон роста этой функции удается представить в виде дифференциального уравнения

$$\frac{dy(\theta)}{d\theta} = w(\theta)(y - k_1)(k_2 - y)$$

при некоторой ограниченной на  $\mathbb{R}$  функции  $w(\theta)$ , положительной при  $w \rightarrow \pm\infty$ . Скорость роста функции  $y(\theta)$  замедляется пропорционально близости ее значений как к верхнему пределу  $k_2$ , так и к нижнему  $k_1$ . Эта функция есть обобщенная логистическая кривая с двумя горизонтальными асимптотами и достаточно сложным поведением, предопределенным видом функции  $w(\theta)$ , зависящим от функции  $f(t)$ . В частности, обобщенная логистика может не быть монотонной функцией и даже иметь бесконечное множество экстремумов. Тем не менее, свойства некоторых классов обобщенных логистических кривых достаточно хорошо изучены, что позволяет применить известный аналитический аппарат к исследованию данной задачи.

В приведенном выше примере с функцией  $f(t) = A\cos(\omega t + \varphi) + R$  существует и конечен предел

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{N} \int_0^N f(t) dt &= \\ &= R + \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{2A}{\omega N} \cos\left(\frac{\omega N}{2} + \varphi\right) \sin\frac{\omega N}{2} = R, \end{aligned}$$

поэтому  $k_1 = R$ , а максимальное значение  $f(t)$ , как легко видеть, равно  $k_2 = R + A$ . Однако функция  $V_f(T)$  недифференцируема в своих точках минимума. В частности, как нетрудно убедиться,

$$V'_f\left(\frac{2\pi}{\omega} \pm 0\right) = \pm \frac{A\omega}{2\pi}.$$

Следовательно, соответствующая функция

$$y(\theta) = \frac{2Ae^\theta}{\omega} \left| \sin \frac{\omega}{2e^\theta} \right| + R$$

не может быть решением дифференциального уравнения, определяющего обобщенную логистическую кривую. Тем не менее,

$$\lim_{N \rightarrow -\infty} y(\theta) = R, \quad \lim_{N \rightarrow +\infty} y(\theta) = R + A,$$

и асимптотика функции  $y(\theta)$  вполне соответствует поведению обобщенной логистической кривой.

К сказанному добавим, что в целом предположение относительно “минимаксной” стратегии государства является достаточно сильным упрощением. На самом деле государство преследует множество целей, важнейшая из которых заключается в том, чтобы уравновесить задачи реализации социальных гарантий (обеспечение работнику прожиточного минимума независимо от реального вклада в национальный доход страны, сделанного им в течение жизни) и задачи стимулирования труда (соответствие большего размера пенсий более

высокому уровню трудового дохода). Соотношение между этими целями может меняться (иногда достаточно быстро) в зависимости от общего объема распределяемых средств, находящихся в распоряжении органов пенсионного обеспечения.

## ЭФФЕКТ СВЕРХМАЛЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Качественные исследования различных сложных систем на предмет их устойчивости к внешним воздействиям демонстрируют так называемый эффект сверхмалых воздействий. Его суть заключается в том, что сверхмалые внешние воздействия на динамическую систему приводят к сильному разрушительному эффекту (участок *A* на рис. 6), тогда как малые воздействия сравнительно легко компенсируются этой системой (участок *B*). Достаточно сильные воздействия вновь вызывают разрушительный эффект (участок *C*), внутренние защитные механизмы системы с ними не справляются.

Ряд медиков и биологов описывает эффект сверхмалых воздействий на примерах реакции живых организмов на действие некоторых поражающих факторов [5]. Зависимость поражающего эффекта от дозы или концентрации соответствующего фактора выглядит примерно так, как показано на рис. 6.

Эффект сверхмалых воздействий обычно объясняется тем, что защитные механизмы системы имеют некий ненулевой порог чувствительности, так что при внешних воздействиях, не превышающих этого порога, защита не включается. С одной стороны, это разумно, так как иначе случайные сверхмалые воздействия будут вызывать слишком много “ложных тревог”, поэтому снижение порога чувствительности защитных механизмов способно расстроить всю систему или, во всяком случае, сделать ее функционирование неэффективным. С другой стороны, именно наличие высокого порога не позволяет защитным механизмам распознать закономерные, устойчиво повторяющиеся сверхмалые воздействия и принять адекватные меры, что приводит к наличию эффекта сверхмалых воздействий. При нагрузках, превышающих порог чувствительности, защита начинает функционировать и способна скомпенсировать внешнее воздействие (участок *B* на рис. 6). При больших нагрузках компенсация оказывается неполной или защита ломается (участок *C*).

Эффект сверхмалых воздействий отнюдь не редкость в динамике сложных социально-экономических систем. В качестве примера внешнего воздействия возьмем параметр, характеризующий объем потока иммигрантов, незаконно въезжающих на территорию определенного региона или страны (численность в единицу времени). Эффект от данного воздействия — это угроза националь-

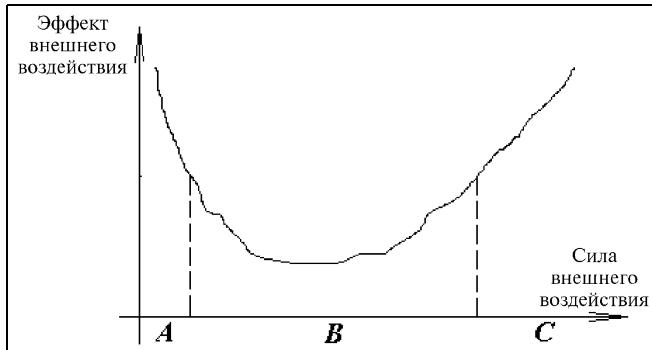


Рис. 6. Эмпирическая иллюстрация эффекта сверхмальных воздействий

ной безопасности страны. Против организованного вооруженного вторжения через государственную границу неизбежно будут приняты адекватные меры, тогда как постепенное заселение территории мигрантами создает впечатление ненужности и неэффективности ответных действий. В результате угроза национальной безопасности, вызванная “тихой экспансиеи” такого рода, способна превысить угрозу, исходящую от вооруженного вторжения, и даже привести к тому, что часть территории суверенной страны de facto окажется под контролем другого государства. В работах [6, 7] данная проблема обсуждается с позиций сценарного подхода и исследуются траектории соответствующей системы, возникающие в результате применения различных способов управления нелегальными миграционными потоками.

Подавляющее большинство техногенных аварий и катастроф происходит не в результате действия каких-то неизвестных или неожиданно возникающих факторов, а вследствие протекания хорошо известных и ожидаемых процессов, которым не придают должного значения, считая их влияние слабым и безвредным, тогда как на самом деле их стабильное действие приводит к накоплению в функционирующей системе некомпенсируемых и необратимых изменений.

Те же закономерности касаются защищенности человеческого организма от поражающего воздействия вредоносных бактерий и отправляющих веществ: иммунная система человека реагирует лишь на определенную их концентрацию, а более слабые воздействия, не превышающие порога чувствительности, воспринимает как “белый шум”. В результате этого факта влияние сверхмальных доз и концентраций оказывается намного более разрушительным, чем действие концентраций, в несколько раз превышающих этот порог, поскольку с ними организм успешно справляется.

В работе [8] предложена модель, которая хорошо объясняет происхождение эффекта сверхмальных воздействий. Обозначим через  $X$  силу или интен-

сивность опасных внешних воздействий, а через  $Y$  — силу внутренней защиты системы от соответствующего разрушительного фактора. Зависимость  $Y = Y(X)$  представляет собой логистическую кривую (рис. 7). Существует некий “нулевой”, фоновый уровень защищенности любой динамической системы, который работает в самоподдерживающемся режиме даже в отсутствии внешних воздействий. Этому уровню в данной модели соответствует значение  $Y(0)$ . Далее с ростом воздействий растет и уровень защиты, причем более быстрыми темпами — вплоть до точки перегиба ( $X_{\text{пер}}$ ,  $Y_{\text{пер}}$ ). При дальнейшем повышении интенсивности воздействий система начинает “уставать”, защитные функции срабатывают медленнее, чем растет сила внешних влияний. Сколь бы интенсивным ни было разрушительное воздействие, защитные механизмы системы не могут выработать силу защиты, превышающую некий постоянный предел  $k$ , уровень которого обусловлен внутренним устройством данной системы (как ее “генотипом”, так и индивидуальными особенностями ее развития).

Следовательно, зависимость силы внутренней защиты от силы внешнего воздействия подчиняется логистическому закону

$$\frac{dY}{dX} = \alpha Y(k - Y) \quad (2)$$

при положительных константах  $\alpha$  и  $k$ . Это уравнение с разделяющимися переменными, и оно легко интегрируется:

$$Y(X) = \frac{k}{1 + C_0 e^{-\alpha k X}} \quad (3)$$

$C_0 > 0$ . Легко видеть, что  $Y(X) > 0$  и  $dY/dX > 0$  при всех значениях  $X$ . Чтобы отыскать точку перегиба функции  $Y(X)$ , продифференцируем уравнение (2):

$$\frac{d^2Y}{dX^2} = \alpha(k - Y) \frac{dY}{dX} - \alpha Y \frac{d^2Y}{dX^2} = \alpha(k - 2Y) \frac{dY}{dX}.$$

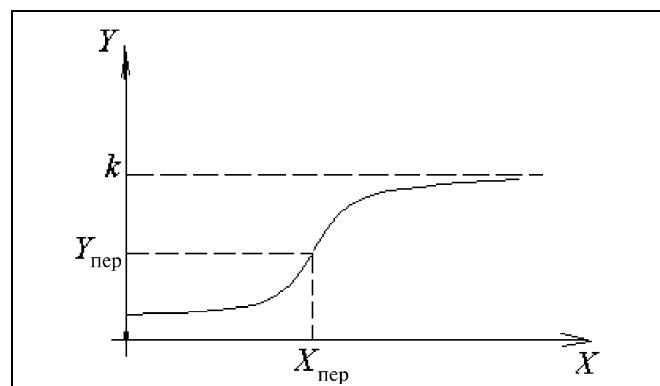
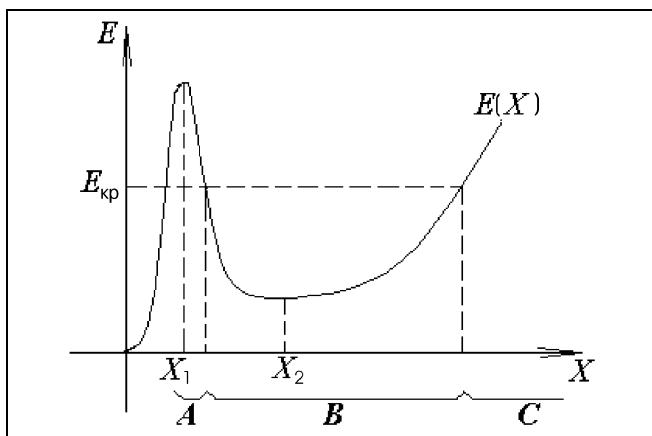


Рис. 7. Зависимость силы внутренней защиты от силы внешнего воздействия



**Рис. 8. Схематический вид функции  $E(X)$**

Приравнивая правую часть к нулю, получаем, что  $Y_{\text{пер}} = k/2$ , а из выражения (3) находим, что

$$X_{\text{пер}} = \ln C_0 / \alpha_k.$$

Таким образом, нас интересуют лишь значения  $C_0 > 1$ , при которых  $X_{\text{пер}}$  попадает на положительную полуось абсцисс. Вообще говоря, фоновый уровень защиты  $Y(0) = k/(1 + C_0)$  должен быть достаточно мал по сравнению со значением  $Y_{\text{пер}} = k/2$ , при котором система защиты проявляет первые признаки утомления, а для этого значение  $C_0$  должно быть достаточно велико, насколько это позволяет “физический” смысл задачи.

Разрушительный эффект  $E(X)$ , производимый внешним воздействием  $X$ , пропорционален степенной функции от силы этого воздействия и обратно пропорционален интенсивности защиты от него. Таким образом,

$$E(X) = \frac{rX^\beta}{Y} = \frac{rX^\beta}{k} (1 + C_0 e^{-\alpha_k X}), \quad (4)$$

где все константы положительны. Легко видеть, что  $E(0) = 0$  и  $E(X) > 0$  при всех  $X > 0$ .

Выясним, при каких значениях параметров функция  $E(X)$  определяет зависимость, сходную с графиком на рис. 6. В работе [8] показано, что при  $C_0 > \beta e^{1+\beta}$  (и только при этом условии) уравнение  $dE/dX = 0$  имеет два различных корня. Меньший из них соответствует точке  $X_1$  локального максимума функции  $E(X)$ , а больший — точке  $X_2$  локального минимума этой функции. При весьма больших значениях  $C_0$  значение  $E(X_1)$  оказывается очень велико, и тем отчетливее проявляется эффект сверхмальных воздействий.

Схематический вид функции  $E(X)$  изображен на рис. 8. Критическое для функционирования системы значение эффекта от внешнего воздей-

ствия удовлетворяет условию  $E(X_2) < E_{kp} < E(X_1)$ . Значение  $E_{kp}$  — это и есть критический уровень эффекта внешних воздействий, превышение которого приводит к разрушению системы.

Предложенная модель не просто объясняет происхождение эмпирически наблюдаемой закономерности, выражаемой рис. 6, но и позволяет прогнозировать ход развития событий в критических ситуациях, возникающих на практике. Параметр  $X$  часто можно трактовать как силу или интенсивность разрушительных воздействий либо как скорость роста опасных, неблагоприятных внешних возмущений, накапливающихся в системе.

Как правило, на практике лучше всего изученным оказывается поведение системы вблизи границы между участками  $B$  и  $C$ , т. е. пограничные состояния системы при наличии внешних воздействий, которые следует трактовать как “слабые” или как “сильные” в зависимости от реакции системы. Статистические данные о поведении системы (или определенного класса исследуемых систем) позволяют выделить трендовую зависимость  $E = E(X)$ , описанную уравнением (4). На основании этого тренда можно прогнозировать разрушительный эффект при достижении системой пограничных состояний, разделяющих участки  $A$  и  $B$ . Из практических соображений в целях эффективного управления сложной системой часто бывает необходима хотя бы приблизительная количественная оценка значений наиболее разрушительных сверхмальных воздействий  $X_1$  и вероятного ущерба от них  $E(X_1)$ . Эту оценку также можно получить при помощи выделенного тренда.

## ЛИТЕРАТУРА

- Нижегородцев Р.М. Информационная экономика. Кн. 2. Управление беспорядком: Экономические основы производства и обращения информации. — М.; Кострома, 2002. — 173 с.
- Нижегородцев Р. М. Моделирование государственной стратегии пенсионного обеспечения // Управление большими системами: Сб. тр. молодых ученых. Вып. 3 / Общ. ред. Д. А. Новиков. — М., 2003. — С. 76—81.
- Мировая экономика / Под ред. А. С. Булатова. — М.: Юристъ, 1999. — С. 430—431.
- Линь Ифу, Цай Фан, Ли Чжоу. Китайское чудо: стратегия развития и экономическая реформа. — М.; 2001. — С. 38.
- Управление риском: Риск. Устойчивое развитие. Синергетика. — М.: Наука, 2000. — С. 61.
- Кульба В. В., Кононов Д. А., Ковалевский С. С., Косяченко С. А., Нижегородцев Р. М., Чернов И. В. Сценарный анализ динамики поведения социально-экономических систем. — М.: Ин-т проблем управления РАН, 2002.
- Нижегородцев Р. М. Импульсное моделирование миграционных процессов // Проблемы управления безопасностью сложных систем: Матер. IX междунар. конф. — М., 2001. — С. 150—155.
- Нижегородцев Р. М. Информационная экономика. Кн. 1. Информационная Вселенная: Информационные основы экономического роста. — М.; Кострома, 2002. — 163 с.

☎ (095) 334-89-59

E-mail: bell44@rambler.ru