



МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ФИНАНСОВОЙ СИСТЕМЫ СУБЪЕКТА ХОЗЯЙСТВОВАНИЯ

Л.А. Кузнецов

Липецкий государственный технический университет

Получено формальное описание динамики финансово-хозяйственной деятельности предприятия, позволяющее совместить существующие в теории управления методы решения задач с реальными данными его финансового состояния, отражаемыми в бухгалтерском учете. Показана возможность формирования автоматизированных процедур принятия решений при управлении финансовым состоянием предприятия. Задачи управления финансово-хозяйственной деятельностью предприятия интерпретированы в терминах известных методов линейного программирования.

ВВЕДЕНИЕ

При финансово-хозяйственной деятельности (ФХД) предприятия в нем постоянно протекают различные как производственные, так и поддерживающие производство процессы: управление ресурсами, планирование и учет производства, приобретение сырья и материалов, сбыт готовой продукции и др. Важнейшая задача любого предприятия состоит в управлении этими процессами — последовательностью значений параметров изменяющихся во времени состояний. Для ее решения необходимо иметь возможность по актуальному состоянию предприятия и внешним условиям прогнозировать будущие состояния при различных вариантах управления. Из множества вариантов управления требуется выбирать тот, который наилучшим образом приближает предприятие к поставленной цели. Математическая теория управления обладает широким набором формальных методов определения управлений объектами, описанными аналитически.

Математическое описание ФХД предприятия, полученное в работе [1], служит основой для аналитического описания соотношений между финансовыми операциями и различными показателями эффективности хозяйствования. Эти показатели выражаются через данные бухгалтерского учета, которые определяют постоянно изменяющееся состояние организации в любой фиксированный момент времени.

Организация является системой, выдающей на выходе некоторую продукцию или услуги, которые создаются из поступающих на вход ресурсов различного типа. Все процессы, происходящие в организации при создании продукции (услуг), сопряжены с финансовыми затратами и находят отражение в денежном выражении в бухгалтерском учете. Поэтому параллельно с процессами производственными идут процессы финансовые, отражающие поступление, расходование и перемещение денежных средств по счетам предприятия.

Процессы производственные и финансовые идут по принципу противотока: за поступающие на вход ресурсы (материальные, энергетические, трудовые, интеллектуальные) предприятие платит — выдает финансовые ресурсы, наоборот, за выдаваемую продукцию получает финансовые ресурсы. Можно сказать, что в системном смысле финансовая структура, поддерживаемая бухгалтерским учетом, служит обратной связью в общей системе предприятия.

ЭЛЕМЕНТЫ СИСТЕМНОГО ПОДХОДА

Чтобы иметь возможность анализировать процессы, происходящие на предприятии, и управлять ими, необходимо описать его как эволюционирующую систему. Для этого целесообразно воспользоваться результатами теории систем. Отличительная особенность теории систем и, в частности, теории управления (см., например, работы [2, 3])

состоит в фундаментальном характере полученных в ней результатов, которые не связаны с содержательной спецификой конкретных систем — технических, производственных, экономических, социальных и др. Конечно, в каждом конкретном случае систему следует надлежащим образом описать в терминах и с помощью математического аппарата теории систем. Достаточно общее определение системы гласит: *система есть обособленное от окружающей среды множество взаимосвязанных объектов, в совокупности выполняющих определенные функции.*

Вопросы технологии анализа систем и синтеза управлений всегда составляли содержание математической теории управления [2]. В ней получены обширнейшие результаты, позволяющие всесторонне анализировать системы, исследовать их устойчивость, управляемость, наблюдаемость, обоснованно определять управление системой, удовлетворяющее некоторым заданным требованиям. Большая часть этих результатов распространяется на системы, описываемые определенными классами математических моделей.

В современной теории систем широко применяется метод пространства состояний. В его рамках в качестве системы координат, в которой отражается и исследуется поведение объекта, используется непосредственно множество состояний — функций времени, которые характеризуют состояния объекта. В теории управления [2–4] разработаны разнообразные методы анализа дискретных динамических систем и синтеза для них управлений в рамках метода пространства состояний. Можно заметить, что дискретное описание формально проще, опирается на алгебраический аппарат и ориентировано на систематическое применение цифровой вычислительной техники.

При описании систем пользуются обычно векторно-матричным представлением в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{u}(k) + \mathbf{C}(k)\mathbf{w}(k), & (1) \\ \mathbf{z}(k+1) &= \mathbf{D}(k+1)\mathbf{x}(k+1), & k = 0, 1, 2, \dots, \\ \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0, & (2) \end{aligned}$$

где $\mathbf{x}(k)$ — вектор состояний; $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ — заданное начальное состояние; $\mathbf{u}(k)$ — вектор управлений; $\mathbf{w}(k)$ — вектор возмущений; $\mathbf{z}(k)$ — вектор выходных (управляемых) величин; $k = 0, 1, 2, \dots$ — дискретное время; $\mathbf{A}(k)$, $\mathbf{B}(k)$, $\mathbf{C}(k)$ и $\mathbf{D}(k)$ — матрицы, размеры которых согласуются с размерностью векторов; если элементы матриц не зависят от времени k , то система стационарная.

Разностное уравнение (1) описывает динамику системы — изменение состояний во времени, алгебраическое уравнение (2) определяет выходные величины через состояния.

При описании объекта управления основная задача заключается в получении уравнений (1) и (2),

т. е. получении матриц $\mathbf{A}(k)$, $\mathbf{B}(k)$, $\mathbf{C}(k)$ и $\mathbf{D}(k)$ на основании содержательных сведений об объекте. Наличие описания объекта (его модели (1) и (2)) позволяет исследовать поведение объекта (характер изменения состояний и выходов во времени) при различных начальных состояниях и различных входных воздействиях. Поведение объекта может быть скорректировано вариацией его параметров, т. е. элементов матриц уравнения (1). Описание объекта (1) и (2) дает возможность определить последовательность управлений $\mathbf{u}(0)$, $\mathbf{u}(1)$, $\mathbf{u}(2)$, ..., обеспечивающую при заданном начальном состоянии $\mathbf{x}(0)$ желательную последовательность будущих значений выходных величин $\mathbf{z}(k)$, $k = 1, 2, 3, \dots$ и (или) состояний $\mathbf{x}(k)$, $k = 1, 2, 3, \dots$ с учетом условий функционирования объекта.

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ХОЗЯЙСТВУЮЩЕГО СУБЪЕКТА

Эффективное решение задач управления предприятием может быть получено на базе его полного описания, отражающего процессы, направленные на создание продукции или услуг, и — обеспечивающие их протекание — процессы преобразования всех, включая финансовые, ресурсов. Описание предприятия как динамической системы желательно привести к виду, близкому по форме к модели (1) и (2) и открывающему возможность распространения на объект управления “хозяйствующий субъект” результатов теории систем.

Необходимость взаимосвязанного описания производственных и финансовых процессов следует и из очевидных соображений: все управленческие решения в конечном итоге сводятся к привлечению или перераспределению денежных ресурсов — приобретение оборудования или сырья, привлечение рабочей силы, организация хранения запасов и множество других действий требуют финансовых средств, и все исходно разнородные составляющие отражаются в бухгалтерии в едином масштабе денежных единиц.

Множество задач анализа результатов хозяйствования и управления деятельностью организации можно разделить на статические и динамические. К статическим задачам относятся такие, в которых исследуются возможные изменения состояния системы в определенный момент времени или на определенном временном интервале, когда и состояния системы, и внешние воздействия соотносятся только с этим моментом времени и предыстория может игнорироваться. Некоторые задачи такого рода сформулированы в работе [1].

Многие задачи управления организацией не могут быть решены удовлетворительно без учета предыстории. В них управленческие решения, принятые на предыдущих этапах функционирования предприятия, отражаются на его финансовом со-



стоянии и решениях в будущие периоды. Такие задачи должны опираться на описание динамики ФХД предприятия, отражающей переход системы во времени из одного состояния в другое.

В работе [1] получено математическое описание ФХД предприятия над полем бухгалтерского учета в виде следующей системы линейных уравнений:

$$y^J = \sum_{I=1}^N \delta_I^J x_I^J, \quad J = 1, 2, \dots, N, \quad (3a)$$

$$y_J = \sum_{I=1}^N \delta_I^J x_I^J, \quad J = 1, 2, \dots, N, \quad (3б)$$

$$v^J = v_0^J + \sum_{I=1}^N \delta_I^J x_I^J - \sum_{I=1}^N \delta_I^J x_I^J, \quad J \in [1, N], \quad (3в)$$

$$v_J = v_{J0} + \sum_{I=1}^N \delta_I^J x_I^J - \sum_{I=1}^N \delta_I^J x_I^J, \quad J \in [1, N], \quad (3г)$$

$$\begin{aligned} & \sum_J \left(v_0^J + \sum_{I=1}^N \delta_I^J x_I^J - \sum_{I=1}^N \delta_I^J x_I^J \right) = \\ & = \sum_J \left(v_{J0} + \sum_{I=1}^N \delta_I^J x_I^J - \sum_{I=1}^N \delta_I^J x_I^J \right). \end{aligned} \quad (3д)$$

где x_I^J — сумма финансовых средств по дебету счета J , в корреспонденции с кредитом счета I ; x_J^I — сумма по кредиту счета J в корреспонденции с дебетом счета I ; N — общее число счетов, включая субсчета, которыми покрываются задачи бухгалтерского учета предприятия; y^J и y_J — соответственно, обороты по дебету и кредиту счета J ; v^J и v_J — дебетовое или кредитовое исходящие сальдо счета J ; v_0^J и v_{J0} — дебетовое или кредитовое входящие сальдо счета J ;

$$\delta_I^J = \begin{cases} 1, & \text{если счета } I, J \text{ корреспондируют} \\ & \text{без соподчиненности} \\ \lambda, & \text{если счета корреспондируют} \\ & \text{с соподчиненностью} \\ 0, & \text{если счет } I \text{ не корреспондирует} \\ & \text{со счетом } J, \end{cases} \quad (4)$$

где $\lambda \leq 1$ — ставка НДС, налога на прибыль, пени и т. п.

Здесь под корреспонденцией с соподчиненностью понимается корреспонденция, когда сумма, записываемая по одному счету, является следствием суммы, записанной по другому счету. Это имеет место при определении НДС — следствия выручки, налога на прибыль — следствия прибыли, пени

и т. п. Ниже, как и в работе [1], фиксированные значения переменных x , y , v обозначаются буквами a , b , c с соответствующими индексами.

Для синтеза целостного описания хозяйствующего субъекта как системы необходимо объектам, связям и ограничениям, фигурирующим в моделях производственного процесса, поставить в соответствие объекты и связи, отражающие в бухгалтерском учете все перемещения и преобразования финансовых средств внутри предприятия и на его границах с внешней средой при осуществлении производственной деятельности. Такое отображение производственной деятельности на финансовое поле предприятия может быть получено с помощью модели (3) и (4).

Наиболее объективная и исчерпывающая характеристика состояния организации может быть выражена через суммы финансовых средств на счетах. Все активы предприятия, включая основные средства, запасы сырья, готовой продукции, материалов, и все пассивы имеют денежную оценку, которая отражается на счетах предприятия. Важно, что эта оценка постоянно уточняется с учетом различных процессов, происходящих в структуре предприятия и за его пределами (амортизация, производственный процесс, инфляция и др.). Поэтому суммы средств на счетах предприятия — сальдо, обозначенные как v^J и v_J , действительно являются характеристикой актуального состояния предприятия и могут быть приняты за переменные — *состояния*.

Приняв суммы средств на счетах предприятия за характеристики его состояния и отразив формально изменение состояний во времени в результате выполнения хозяйственных операций, можно получить математическое описание динамики ФХД хозяйствующего субъекта. Вследствие большого числа переменных целесообразно воспользоваться, как и при записи модели (1) и (2), компактным векторно-матричным представлением. Состояния могут быть «собраны» в вектор состояний x . Состояния (и другие переменные) всегда соотносятся с моментом времени. При описании динамики хозяйствующего субъекта, деятельность и обязательства которого всегда связаны с календарными сроками и датами, представляется естественным использование дискретного времени $k \leftrightarrow \Delta t_k$, $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$, $k = 1, 2, \dots$, $t_0 = 0$. Здесь t_0 — начальный момент времени, t_{k-1} — окончание $(k-1)$ -х (предыдущих) суток в системе, t_k — окончание k -х (текущих) суток в системе, Δt_k — длительность k -х суток в системе. Если используется одна стандартная временная шкала с общепринятыми границами суток, то k означает просто календарную дату.

Применительно к ФХД организации в качестве *управлений* могут быть приняты результаты (сум-

мы) хозяйственных операций, выполняемых по инициативе руководства организации. По аналогии с общепринятыми обозначениями вектор переменных, составленный из таких сумм средств, можно обозначить, как и в выражении (1), $u(k)$. В качестве *возмущений* в системе, отражающей динамику деятельности организации, могут быть приняты результаты хозяйственных операций (суммы средств), выполняемых не по инициативе руководства организации. В бухгалтерском учете это будут денежные суммы, заносимые на счета или списываемые с них в порядке исполнения обязательств перед бюджетом, кредиторами, поставщиками и т. п. Чтобы отличать эти суммы от сумм, отнесенных к управлениям, их вектор можно обозначить $w(k)$.

Ясно, что разделение входных воздействий на векторы $u(k)$ и $w(k)$ условно. Оно позволяет отнести результаты некоторых хозяйственных операций к возмущениям — финансовым операциям, возникновение и исход которых слабо зависят от руководства хозяйствующего субъекта. Это, например, начисление обязательных платежей в бюджет, заработной платы персоналу, процентов на заемные средства и т. п. Другие финансово-хозяйственные операции, решения об объеме и сроках исполнения которых принимаются руководством организации с учетом ее актуального состояния и с надеждой достижения некоторых выгод, отнесены к управлениям. Разумеется, выделение управлений зависит от рода деятельности хозяйствующего субъекта, актуального состояния субъекта, рынка и иных условий, влияющих на эффективность деятельности. Набор переменных, включаемых в управления, может изменяться во времени.

Необходимые отличительные черты переменных, включаемых в состав управлений: их физическая (практическая) *реализуемость*, т. е. некоторая, находящаяся в компетенции руководства хозяйствующего субъекта, возможность вариации объемов и сроков исполнения финансово-хозяйственных операций этого вида; *эффективность*, означающая, что вариация объема и сроков исполнения управляющих операций влияет на объем выгоды организации, т. е. критерии эффективности деятельности субъекта должны быть чувствительны к операциям-управлениям; *обучаемость* — критерии эффективности деятельности субъекта должны формально выражаться через управляющие переменные и должна существовать возможность уточнять эти формальные выражения по результатам, полученным на их основе в предыдущие периоды хозяйствования. Подчеркнем, что здесь, как и в работе [1], компонентами векторов $v(k)$, $u(k)$ и $w(k)$ являются не фиксированные прошлые данные бухгалтерского учета, а переменные, значения которых определяются в соответствии с решаемой задачей планирования или управления.

Более того, цель решения задач управления состоит именно в определении значений вектора $u(k)$, которые в наибольшей степени соответствуют достижению поставленной цели.

Уравнения, описывающие изменение состояния произвольного счета за промежуток времени $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$, $k = 1, 2, \dots$, $t_0 = 0$ (на конец k -го рабочего дня), могут быть получены из уравнений для сальдо (3в) и (3г). Действительно, начальное состояние счета определяется входящим сальдо, которое в зависимости от типа счета записывается либо по дебету, либо по кредиту, либо и по дебету, и по кредиту. Добавлением к входящему сальдо соответствующей разности оборотов для данного счета за день (или иной оговоренный период Δt_k) будет получено исходящее на конец периода сальдо. Таким образом, динамика финансового состояния предприятия (его счетов) может быть отражена уравнениями (3в) и (3г), записанными с учетом изменения фактора времени:

$$v^J(k) = v^J(k-1) + \sum_{I=1}^N \delta_I^J x_I^J(k) - \sum_{I=1}^N \delta_I^J x_I^J(k), \quad J \in [1, N], \quad (5a)$$

$$v_J(k) = v_J(k-1) + \sum_{I=1}^N \delta_I^J x_I^J(k) - \sum_{I=1}^N \delta_I^J x_I^J(k), \quad J \in [1, N], \quad (5b)$$

где $v^J(k-1) = v_0^J$, $v_J(k-1) = v_{J0}$ входящие для k -го дня дебетовое или кредитовое сальдо J -го счета; $\sum_{I=1}^N \delta_I^J x_I^J(k)$ и $\sum_{I=1}^N \delta_I^J x_I^J(k)$ — обороты по дебету и кредиту J -го счета; $v^J(k)$ и $v_J(k)$ — исходящие сальдо по дебету или кредиту J -го счета.

В системе управления может применяться внутренняя нумерация счетов, однозначно связанная со стандартной нумерацией, следующей из Плана счетов. Эта внутренняя нумерация может быть продиктована, например, целесообразностью разделения переменных на управляющие и возмущения, отличительные особенности которых определены выше. Пусть счета занумерованы так, что вначале идут счета, используемые для управления, а затем счета, на которых фиксируются средства, отнесенные к возмущениям. Из первых формируется вектор $u(k)$, а из вторых — $w(k)$. В эти векторы, как видно из уравнений (5), могут войти переменные с разными знаками. Для каждой переменной $x_I^J(k)$ в соответствии с выражением (4) определены значения символов δ_I^J , отражающие возможность корреспонденции с переменной $x_I^J(k)$. Чтобы учесть операцию вычитания, появляющуюся в уравнениях (5) при определении сальдо, из



символов δ_J^I формируются символы $\mu_J^I(k)$; они получаются умножением символов δ_J^I на -1 , если корреспондирующая операция уменьшает сумму на счете; их значения могут изменяться с изменением k .

В системе уравнений (5) с учетом возможности записи сальдо и по дебету, и по кредиту для некоторых активно-пассивных счетов будет содержаться не менее N уравнений. Для конкретной организации их число известно и выражается через N . Пусть оно равно N' . С учетом принятых соглашений и обозначений теперь систему уравнений (5) можно записать в виде

$$\mathbf{v}(k) = \mathbf{A}(k)\mathbf{v}(k-1) + \mathbf{B}(k)\mathbf{u}(k) + \mathbf{C}(k)\mathbf{w}(k), \quad (6)$$

где $\mathbf{v}(k)$ — N' -мерный вектор состояний, отражающий суммы финансовых средств организации на конец k -го периода (вектор исходящих сальдо); $\mathbf{v}(k-1)$ — вектор входящих сальдо; $\mathbf{u}(k)$ — вектор управлений, отражающий суммы финансовых операций за k -й период, выполняемых по инициативе руководства организацией; $\mathbf{w}(k)$ — вектор возмущений, отражающий суммы финансовых операций за k -й период, выполняемых в порядке исполнения обязательств организации; $\mathbf{A}(k)$ — единичная матрица, размера $N' \times N'$, которая может оказаться полезной в дальнейшем, например, при исследовании управляемости; $\mathbf{B}(k)$ и $\mathbf{C}(k)$ — матрицы, составленные из векторов-строк $\mu_J^I(k)$, обрванных значениями символов $\mu_J^I(k)$ и отражающих корреспонденции счета J со счетами $I \in [1, N]$.

Общая размерность векторов $\mathbf{u}(k)$ и $\mathbf{w}(k)$ не превышает $2N$, что следует непосредственно из уравнений (5). Размерность каждого из них зависит от распределения счетов на управления и возмущения в конкретной ситуации. Размеры матриц $\mathbf{B}(k)$ и $\mathbf{C}(k)$ согласуются с размерностью векторов. Векторы по умолчанию предполагаются столбцами. В правой части уравнения (6) содержится не более $2N$ слагаемых.

Уравнение (6) описывает изменение состояний во времени, т. е. эволюцию финансовых средств на счетах организации, или переход системы из одного состояния в другое.

В качестве *выходных (управляемых) величин* целесообразно принять различные показатели, характеризующие эффективность деятельности предприятия (прибыль, рентабельность и пр.) и его финансовое состояние (платежеспособность, ликвидность и т. п.). В конечном итоге цель управления состоит в достижении этими характеристиками заданных значений или обеспечении некоторой целесообразной, в соответствии с менеджментом организации, тенденции их изменения. Все они однозначно выражаются через суммы средств на счетах,

обороты и сальдо [5]. Для текущего анализа и управления также могут использоваться непосредственно сальдо и обороты по счетам или производные от них, которые тоже могут быть включены в вектор выходных величин. Пусть общее число характеристик ФХД предприятия равно S . Все они могут быть “собраны” в S -мерный вектор $\mathbf{z}(k)$. Предлагаемая методика и реализующие её формальные средства не накладывают никаких ограничений на набор выходных величин, и в их число могут быть включены любые актуальные, согласно менеджменту, характеристики, базирующиеся на данных бухгалтерского учета.

В результате для выходных величин можно записать следующее уравнение:

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{D}(k)\mathbf{v}(k), \quad \mathbf{v}(k) = (v^J(k), v_J(k), J \in [1, N]),$$

где $\mathbf{z}(k)$ — S -мерный вектор выходных величин, включающий в себя показатели (характеристики) финансового состояния организации, выражающиеся через компоненты вектора состояний $\mathbf{v}(k)$; S — количество используемых показателей; $\mathbf{D}(k)$ — матрица размера $S \times N'$, состоящая из коэффициентов, отражающих выражение выходных величин $z_s(k)$, $s = 1, 2, \dots, S$, через активы и пассивы организации — сальдо $v^J(k)$, $v_J(k)$ счетов $J \in [1, N]$.

Полное описание хозяйствующего субъекта как динамической системы, содержащее и управляемые величины — показатели эффективности её функционирования, приобретает вид

$$\mathbf{v}(k) = \mathbf{A}(k)\mathbf{v}(k-1) + \mathbf{B}(k)\mathbf{u}(k) + \mathbf{C}(k)\mathbf{w}(k), \quad (7a)$$

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{D}(k)\mathbf{v}(k), \quad (7b)$$

где уравнение (7a) описывает динамику организации, а уравнение (7b) определяет выходные величины через состояния, причем должно быть задано начальное состояние $\mathbf{v}(0)$.

ПРОГНОЗ БУДУЩИХ СОСТОЯНИЙ

Во многих ситуациях руководство предприятия может прогнозировать поступление средств от реализации продукции, услуг, выданных кредитов и т. п. При этом возникает возможность предполагаемые поступления использовать различными способами. Представляет интерес исследование (просчет) финансово-хозяйственных состояний организации при различных вариантах будущей деятельности.

Такое исследование можно выполнить с помощью динамической модели (7). В зависимости от целей исследования в качестве временного интервала $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k$ может быть выбран любой промежуток времени: год, квартал, месяц, сутки. Пусть менеджмент прогнозирует поступление средств, которые в соответствии с их происхождением ассоциируются с вполне определенными счетами, на которых они должны будут учитывать-

ся. Чтобы прогнозируемые величины отличать от переменных и действительных значений, которые будут получены в будущем после реализации прогнозируемых операций, обозначим их греческими буквами: $\beta_I^j(k)$ — предполагаемые в k -й период поступления в кредит счета I в корреспонденции с дебетом счетов $J \in [1, N]$; $\beta_I^j(k)$ — поступления в дебет счета J в корреспонденции с кредитом счетов $I \in [1, N]$; $\alpha_I^j(k)$, $J \in [1, N]$ и $\alpha_I^j(k)$, $I \in [1, N]$ — аналогично, планируемые в k -й период руководством организации финансовые операции; $v^j(k-1)$ и $v_j(k-1)$ — соответственно, начальное для k -го периода дебетовое и кредитовое сальдо по счету J , $J \in [1, N]$; $v^j(k)$ и $v_j(k)$ — конечные для k -го периода дебетовое и кредитовое сальдо по счету J , $J \in [1, N]$. Сохраняя принятый порядок нумерации счетов, из значений $\beta_I^j(k)$, $\beta_I^j(k)$ формируется вектор $\beta(k)$, из значений $\alpha_I^j(k)$, $\alpha_I^j(k)$ — вектор $\alpha(k)$; аналогично формируются векторы $v(k)$ и $v(k-1)$. В результате подстановки этих векторов значений вместо переменных в уравнение (7а) получим разностное уравнение для вычисления вектора $v(k)$ в виде:

$$v(k) = A(k)v(k-1) + B(k)\alpha(k) + C(k)\beta(k), \quad (8)$$

где все величины в правой части известны и, следовательно, зная начальное состояние, можно просчитать все последующие.

ФОРМУЛА ПОЛНОЙ РЕАКЦИИ

Модель (7) позволяет достаточно просто получить формулу полной реакции ФХД предприятия на внешние воздействия. Нетрудно видеть, что, обозначив начальный момент k_0 , с помощью этой модели можно исключить все промежуточные состояния и определить переход финансовой системы из начального состояния $v(k_0)$ в конечное $v(k)$. Соответствующая формула полной реакции может быть получена простой подстановкой и имеет вид:

$$v(k) = \Phi(k, k_0)v(k_0) + \sum_{j=k_0+1}^k \Psi_u(k, j)u(j) + \sum_{j=k_0+1}^k \Psi_w(k, j)w(j), \quad (9)$$

где $\Phi(k, k_0) = \prod_{j=k}^{k_0+1} A(j) = A(k)A(k-1)\dots A(k_0+2) \times A(k_0+1)$;

$$\Psi(k, j) = \begin{cases} \prod_{i=k}^{j+1} A(i)B(j), & j < k \\ B(k), & j = k. \end{cases}$$

Из уравнений (7б) и (9) следует уравнение для характеристик финансового состояния предприятия:

$$z(k) = D(k) \left\{ \Phi(k, k_0)v(k_0) + \sum_{j=k_0+1}^k \Psi_u(k, j)u(j) + \sum_{j=k_0+1}^k \Psi_w(k, j)w(j) \right\}. \quad (10)$$

Уравнения (9) и (10) образуют полную модель ФХД предприятия, позволяющую определить по начальному состоянию (входящему сальдо $v(k_0)$) и последовательности входных воздействий исходящее сальдо (9) по счетам и состояние внешних и внутренних характеристик (10) эффективности деятельности предприятия.

УПРАВЛЕНИЕ ФИНАНСОВО-ХОЗЯЙСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ ПРЕДПРИЯТИЯ

Описание (9) ФХД хозяйствующего субъекта соответствует общепринятому представлению дискретных динамических систем в переменных пространствах состояния. Это дает основания применить системный подход и разработанные методы теории управления для исследования различных аспектов деятельности организации и формирования процедур принятия решений при планировании и управлении производством с учетом её актуального финансового состояния.

Большой интерес представляет задача управления. Существо её детерминированного варианта состоит в следующем. Предстоящие обязательные платежи (связанные с расчетами с бюджетом, обслуживанием кредитов, расчетами за ресурсы и др.) известны с достаточно высокой точностью. Известна целесообразная временная дисциплина их исполнения и экономические последствия отклонения от неё. Модель (7) или (9) и (10) может быть применена для решения задачи управления ФХД предприятия в постановке, весьма близкой стандартной для теории управления.

Обычно рассматриваются задачи управления состояниями или выходными величинами системы. В данном контексте управление состояниями означает управление значениями исходящих сальдо по подмножеству множества всех счетов предприятия. Решение задачи управления состояниями может опираться на уравнения (7а) или (9), описывающие их изменение во времени. Роль выходных величин, как отмечалось, могут играть общепринятые и любые оригинальные характеристики финансового состояния организации, которые определяются выражениями (7б) или (10) и служат основой для решения задачи управления значениями выходных переменных.



Собственно задача управления может иметь достаточно разнообразные постановки. В технических системах весьма распространено управление с обратной связью по ошибке и оптимальное в определенном смысле управление. Рассмотрим возможность построения алгоритмов, реализующих подобные концепции управления ФХД предприятия, производящего товары или услуги при ограничениях на ресурсы, имеющие денежное выражение.

Управление с обратной связью

Суть управления с обратной связью состоит в том, что задается желаемое (эталонное) значение управляемой величины и надлежит определить такое значение управляющей переменной, чтобы под её влиянием фактическое значение управляемой величины максимально приближалось к эталонному значению. В общем случае задается траектория или последовательность эталонных значений и требуется найти такое управление, при котором траектория управляемой величины максимально близка эталонной.

Вследствие линейности модели для иллюстрации получения закона управления с обратной связью применительно к ФХД предприятия исследуется перевод системы из текущего состояния k в следующее $(k + 1)$ -е состояние. Управляемыми величинами могут быть приняты сальдо по счетам или выражающиеся через них характеристики финансового состояния предприятия, которые обозначены $z(k)$ и описываются уравнением (10). Обозначим $d(k + 1)$ — заданное (эталонное) значение выходных характеристик. Тогда отклонение

$$\varepsilon(k + 1) = z(k + 1) - d(k + 1). \quad (11)$$

В общем случае, как следует из модели (7), состояние характеризуется значениями сальдо по счетам, в которых отражена структура всех активов и пассивов предприятия. Начальное состояние $v(k)$ известно: это то состояние, в котором предприятие находится. Состояние $d(k + 1)$ определяется менеджментом предприятия и отражает предпочтительное направление развития (грубо говоря, динамику изменения сальдо по счетам). При этом целесообразное направление изменения сальдо известно: суммы средств на некоторых счетах должны увеличиваться, а на других, наоборот, уменьшаться. Это означает, что знаки компонент вектора разности, получаемого из выражения (8), построчно известны. Подставив в формулу (11) величину $z(k + 1)$ в соответствии с выражением (10), получим

$$\varepsilon(k + 1) = D(k + 1)\{A(k + 1)v(k) + B(k)u(k) + C(k)w(k)\} - d(k + 1). \quad (12)$$

В вектор $w(k)$ включены суммы средств, которые подлежат уплате по обязательствам предприятия и определяются внешними условиями. Эти долги (обязательства) известны и, следовательно, являются не переменными, а фиксированными величинами, которые обозначаются буквами a_j или a^j ; вектор, составленный из них, $a(k)$, т. е.

$$w(k) = a(k). \quad (13)$$

Входящее сальдо по счетам также известно, обозначим его $b(k)$:

$$v(k) = b(k). \quad (14)$$

Подставив формулы (13) и (14) в выражение (12), получим:

$$\varepsilon(k + 1) = D(k + 1)\{A(k + 1)b(k) + B(k)u(k) + C(k)a(k)\} - d(k + 1), \quad (15)$$

где переменными являются только компоненты вектора $u(k)$.

Цель заключается в определении значений управлений, обеспечивающих выполнение условия

$$|\varepsilon(k + 1) = F\{u(k)\}| \rightarrow \min. \quad (16)$$

Умножением соответствующих строк на -1 все строки системы уравнений (15) могут быть приведены к одному знаку, например, сделаны неотрицательными, и на совокупность переменных, записанных в ее правой части, наложены соответствующие ограничения. Собственно переменные — суммы финансовых средств — отрицательными быть не могут, поэтому для формализации процедуры нахождения решения, обеспечивающего достижение минимума (16), может быть применено линейное программирование. В результате подстановки заданных величин система (15) приводится к виду:

$$\varepsilon(k + 1) = D(k + 1)B(k)u(k) - d^*(k + 1).$$

Значения $u_0(k)$, обеспечивающие максимизацию экономии средств, возникающей благодаря своевременному исполнению платежей (минимизации штрафных санкций при просрочке платежей), могут быть найдены решением следующей задачи линейного программирования:

$$u_0(k) = \{u(k) | c^T(k)u_0(k) \rightarrow \max, D(k + 1)B(k)u(k) - d^*(k + 1), u_0(k) \in U\}.$$

Подстановкой найденного оптимального значения $u_0(k)$ платежей в выражение (10) получаем значения выходных характеристик, которые являются (в существующих условиях) наилучшими в смысле выбранного критерия:

$$z_0(k + 1) = D(k + 1)\{A(k + 1)b(k) + B(k)u_0(k) + C(k)a(k)\}.$$

Процедура может повторяться для приближения к желательным значениям на следующих периодах управления.

Оптимальное многошаговое управление

Другая, часто встречающаяся задача заключается в определении последовательности управлений, переводящих систему из заданного начального состояния в заданное конечное. Подобная задача представляется актуальной и для финансово-хозяйственной деятельности предприятия. Действительно, начальное состояние характеризуется входящим сальдо $\mathbf{v}(0)$, конечное может быть определено руководством предприятия в виде исходящего сальдо $\mathbf{v}(K)$ после K -го периода деятельности. Учитывая, что бухгалтерский учет соответствует модели действительного векторного пространства, можно двигаться и наоборот: из конечного состояния в начальное. Обычно желательно, чтобы количество шагов K , необходимое для перевода системы из одного состояния в другое, было минимальным. При этом целесообразное направление изменения сальдо известно: суммы средств на некоторых счетах должны увеличиваться, а на других, наоборот, уменьшаться. Взаимосвязь между начальным и конечным сальдо и перемещение финансовых средств описываются уравнением

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(K) - \Phi(K, 0)\mathbf{v}(0) &= \\ &= \sum_{j=1}^K \Psi_u(K, j)\mathbf{u}(j) + \sum_{j=1}^K \Psi_w(K, j)\mathbf{w}(j). \end{aligned} \quad (17)$$

Так как матрица $\Phi(K, 0)$ единичная, то слева стоят разности вида

$$\mathbf{v}^j(K) - \mathbf{v}^j(0) \text{ или } v_j(K) - v_j(0).$$

После подстановки в уравнение (17) $\mathbf{w}(j) = \mathbf{a}(j)$ переменными будут только компоненты вектора $\mathbf{u}(j)$, которые и подлежат определению.

Уравнение (17) можно записать для любого шага k . Так, при $k = 1$ оно имеет вид

$$\mathbf{v}(1) - \Phi(1, 0)\mathbf{v}(0) = \mathbf{B}(1)\mathbf{u}(1) + \mathbf{C}(1)\mathbf{a}(1), \quad (18a)$$

при $k = 2$

$$\mathbf{v}(2) - \Phi(2, 0)\mathbf{v}(0) = \mathbf{A}(2)\mathbf{B}(1)\mathbf{u}(1) + \mathbf{B}(2)\mathbf{u}(2) + \mathbf{A}(2)\mathbf{C}(1)\mathbf{a}(1) + \mathbf{C}(2)\mathbf{a}(2) \quad (18б)$$

и так далее до $k = K$, когда оно принимает вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(K) - \Phi(K, 0)\mathbf{v}(0) &= \\ &= \sum_{j=1}^K \Psi_u(K, j)\mathbf{u}(j) + \sum_{j=1}^K \Psi_w(K, j)\mathbf{a}(j). \end{aligned} \quad (18в)$$

В модель (18) входят все переменные (в соответствии с уравнениями (5) это суммы финансовых средств на различных счетах предприятия), выбором целесообразных значений которых менеджмент предприятия может влиять на его финансовое состояние. На значения этих переменных и произвольных комбинаций из них могут быть наложены ограничения в виде двухсторонних или односторонних неравенств или в виде равенств.

Произвольная j -я строка в уравнении (18a) имеет вид:

$$\begin{aligned} v_j(1) - v_j(0) &= \mathbf{b}_j^T(1)\mathbf{u}(1) + \mathbf{c}_j^T(1)\mathbf{a}(1), \\ j &\in [1, N], \end{aligned} \quad (19a)$$

где $\mathbf{b}_j^T(1)$, $\mathbf{c}_j^T(1)$ — соответственно, j -е строки матриц $\mathbf{B}(1)$, $\mathbf{C}(1)$.

Аналогично, произвольная j -я строка в модели (18) для некоторого шага k может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} v_j(k) - v_j(0) - \sum_{i=1}^k \Psi_{w_j}^T(k, i)\mathbf{a}(i) &= \sum_{i=1}^k \Psi_{u_j}^T(k, i)\mathbf{u}(i), \\ j &\in [1, N], \end{aligned} \quad (19б)$$

где обозначения величин подобны принятым в уравнении (18).

В реальной ситуации из-за дефицита ресурсов точное выполнение равенств (19) для всех j при $k = 1, 2, \dots$ может оказаться невозможным, и задача управления на каждом k -м шаге, начиная с первого ($k = 1$), состоит в определении значений векторов $\mathbf{u}(i)$, $i = 1, 2, \dots, k$, которые в максимальной степени приближают выражения (19) к равенствам.

Левые части в выражениях (19) могут быть вычислены. Для каждого k и j можно определить знак правой части, и ограничения могут быть рассортированы. Если

$$v_j(k) \geq v_j(0) + \sum_{i=1}^k \Psi_{w_j}^T(k, i)\mathbf{a}(i), \text{ то обозначим}$$

$$\Delta_j^*(k) = v_j(k) - v_j(0) - \sum_{i=1}^k \Psi_{w_j}^T(k, i)\mathbf{a}(i). \quad (20a)$$

Множество счетов, удовлетворяющих условию (20a), обозначим J^* .

$$\text{Если } v_j(k) < v_j(0) + \sum_{i=1}^k \Psi_{w_j}^T(k, i)\mathbf{a}(i), \text{ то обозначим}$$

$$\Delta_{*j}(k) = v_j(0) + \sum_{i=1}^k \Psi_{w_j}^T(k, i)\mathbf{a}(i) - v_j(k). \quad (20б)$$



Множество счетов, удовлетворяющих условию (20б), обозначим J_* .

Теперь, воспользовавшись знакоопределенностью, можно записать ограничения на управления

$$\sum_{i=1}^k \Psi_{uj}^T(k, i) \mathbf{u}(i) \leq \Delta_j^*(k), \quad j \in J^*, \quad (21a)$$

$$\sum_{i=1}^k \Psi_{uj}^T(k, i) \mathbf{u}(i) \leq \Delta_{*j}(k), \quad j \in J_*. \quad (21б)$$

Подобные ограничения можно записать для всех шагов, т. е. для $k = 1, 2, \dots, K$. Кроме них, могут быть сформулированы дополнительные ограничения, выражающие разнообразные интересы предприятия, опирающиеся на структуризацию финансовых средств и регламентацию временной дисциплины исполнения платежей. Они задаются вариацией значений k и проводок, которые отражаются в описании (3), а с учетом фактора времени — в уравнениях (5).

Матрицы в уравнениях (18) зависят от времени, что позволяет ввести в модель учет изменения внешних условий и финансовой политики предприятия.

Ограничения (21) можно записать непосредственно через суммы средств на счетах предприятия. В соответствии с уравнениями (5) выражения под знаком суммы в формулах (21) представляют обороты по дебету и кредиту соответствующих счетов за l -й период. Поэтому им можно придать вид

$$\sum_{l=1}^k \left\{ \sum_i^N \delta_i^j(l) x_i^j(l) \right\} \leq \Delta_j^*(k), \quad j \in J^*,$$

$$\sum_{l=1}^k \left\{ \sum_i^N \delta_i^j(l) x_i^j(l) \right\} \leq \Delta_{*j}^*(k), \quad j \in J_*.$$

В конечном итоге, как уже отмечалось, цель управления состоит в увеличении активов и уменьшении пассивов, что определяется значениями разности по счетам в левой части уравнений (19). Критерий оптимальности, отражающий тенденции приближения неравенств (21) к равенствам (19), может быть представлен в виде

$$Q(K) = \sum_{k=1}^K \left\{ \sum_{j \in J^*} \rho_j \sum_{i=1}^N \delta_i^j(k) x_i^j - \sum_{j \in J_*} \sigma_j \sum_{i=1}^N \delta_i^j(k) x_i^j(k) \right\} \rightarrow \max,$$

где $\rho_j, j \in J^*, \sigma_j, j \in J_*$ — весовые коэффициенты, определяющие приоритеты счетов (видов накопления и затрат средств).

Задача определения последовательности управлений, переводящих систему из состояния, характеризуемого начальными сальдо $v_j(0), j = 1, 2, \dots, N$, в конечное, заданное значениями $v_j(K), j = 1, 2, \dots, N$, является многошаговой. Возможность перевода проверяется для $K = 1, 2, \dots, K_*$, где K_* — наименьшее число шагов, при котором достигается удовлетворительное приближение $v_j(K), j = 1, 2, \dots, N$.

Заметим, что вопрос о числе шагов K_* , может быть исследован в рамках предложенной формальной модели традиционными средствами теории управления.

ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ФИНАНСОВО-ХОЗЯЙСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Может показаться, что полученная модель динамики ФХД хозяйствующего субъекта чрезмерно абстрактна и не может быть связана с конкретным производством. Чтобы развеять подобные подозрения, дадим краткую интерпретацию основных переменных, используемых традиционно в теории исследования операций при исследовании различных задач управления предприятием и производственными процессами (см., например работу [6]).

Рассмотрим в качестве примера задачу планирования производства с целью извлечения максимальной прибыли. В ней фигурируют сущности:

- вид выпускаемой продукции $\pi_m, m = 1, 2, \dots, M$;
- технологические операции, образующие технологию, $n = 1, 2, \dots, N$;
- ресурсы $q_r, r = 1, 2, \dots, R$; цена единицы ресурса c_r ;
- периоды $k = 1, 2, \dots, K$, на которые разбивается весь горизонт планирования.

Объем ресурса r -го вида на n -й операции при производстве в k -й период единицы продукции вида m обозначим как $q_{rnm}(k)$. Тогда затраты на произвольный (сырьевой, энергетический, трудовой и др.) ресурс в k -й период составят

$$x_{Irrnm}^{Jrnm}(k) = c_r(k) q_{rnm}(k) \pi_m(k), \quad (22)$$

где $\pi_m(k)$ — объем производства продукции вида m в k -й период.

Здесь от периода планирования зависят все величины, что позволяет планировать объемы производства различных видов продукции $\pi_m, m = 1, 2, \dots, M$, оптимизирующие заданные показатели.

Зависимость от k значений параметров позволяет исследовать в дальнейшем методами теории чувствительности зависимость результатов деятельности предприятия на планируемом горизонте от изменения цен на ресурсы и от возможного изменения технологии, которая определяет потребность в ресурсе. Ясно, что если этот вопрос не представляет интереса, то цены и технологии можно принять фиксированными.

После выполнения операции n над продукцией π_m сумма денежных средств, определяемая формулой (22), учитывается по дебету счетов J и кредиту счетов I . Индексы r , n и m в этой формуле могут трактоваться как дополнительные субсчета, дающие возможность детализировать анализ деятельности предприятия. Ясно, что, во-первых, сами по себе значения (22) дают распределения затрат в денежном выражении в условиях конкретного предприятия по всем видам продукции, всем ресурсам и операциям. Во-вторых, суммирование затрат (8) по $r = 1, 2, \dots, R$ дает стоимость операции n при производстве продукта типа m , а дополнительное суммирование по n дает стоимость производства продукта типа m .

Важно подчеркнуть, что в предлагаемом формальном описании ФХД предприятия все переменные имеют прозрачный смысл бухгалтерских данных конкретного предприятия. Так как движение средств описывается уравнениями проводок [1], составленными в соответствии с корреспонденцией счетов и по форме подобными уравнениям (3а) и (3б), то в полной модели предприятия потокам физических ресурсов различного вида, проходящим через последовательности складов и технологических агрегатов (преобразователей ресурсов), соответствуют потоки финансовых средств, необходимых для обеспечения функционирования предприятия. Благодаря этому все ограничения и требования к производству могут быть представлены и через физические, и через финансовые переменные, включая дебиторские и кредиторские задолженности, обслуживание кредитов и др.

Например, в тех же задачах планирования часто вводятся ограничения на объем полупродуктов (емкость складов). Уравнения состояния складов имеют вид, подобный уравнениям (5), если суммы средств в них заменить объемами продукции. Такие уравнения позволяют описать дефицит или перепроизводство отдельных видов продукции, согласовать работу преобразователей с различной скоростью обработки за счет их параллельного включения, варьирования времени функционирования агрегатов и др. При добавлении модели ФХД объемы незавершенной продукции будут автоматически отражаться в бухгалтерских данных

в денежном выражении. На их основе возможно формировать чисто экономические следствия состояния складов. При этом, кроме ограничений на физическую емкость складов и объемы незавершенного производства, можно записать более содержательные и важные для экономики предприятия требования к состоянию складов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получено формальное описание динамики ФХД хозяйствующего субъекта. Показана возможность формирования процедур принятия решений при управлении финансовым состоянием предприятия с целью его эволюции в нужном направлении. Задачи управления ФХД предприятия сформулированы в терминах известных методов линейного программирования, что открывает широкое поле для их практического применения.

В дальнейшем будут исследованы различные задачи планирования и управления предприятием, в которых предполагается совмещение модели ФХД (3) и (5) с моделями в производственно-технологических терминах и переменных. Такой подход позволяет получить принципиально новые результаты. В его рамках будут сформулированы задачи планирования и управления при стохастическом и нечетком описании входов, которые адаптируются к конкретным предприятиям в различных сферах деятельности. Будет показана эффективность применения методов теории чувствительности для исследования влияния внешних и внутренних условий производства продукции или услуг на характеристики финансового состояния предприятия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов Л. А. Системное представление финансово-хозяйственной деятельности предприятия // Проблемы управления. — 2003. — № 3. — С. 39—48.
2. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. — М.: Наука, 1987. — 712 с.
3. Трофимов А. И., Егунов Н. Д., Дмитриев А. Н. Методы теории автоматического управления, ориентированные на применение ЭВМ. — М.: Энергоатомиздат, 1997. — 656 с.
4. Изерман Р. Цифровые системы управления. — М.: Мир, 1984. — 541 с.
5. Шеремет А. Д., Сайфулин Р. С. Методика финансового анализа. — М.: ИНФРА-М, 1996. — 176 с.
6. Исследование операций / Под ред. Дж. Моудера, С. Элмграби. — М.: Мир, 1981. Т. 2. — 677 с.

☎ (0742) 32-80-44

E-mail: kuznetsov@stu.lipetsk.ru

