ISSN 1819-3161

# ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

2/2012

CONTROL SCIENCES

## РЕДКОЛЛЕГИЯ

Ф.Т. Алескеров, А.А. Амбарцумян, В.Н. Афанасьев, Р.Р. Бабаян, Л.П. Боровских, В.Н. Бурков, акад. РАН С.Н. Васильев, В.А. Виттих, Б.Г. Волик, А.А. Дорофеюк, акад. РАН С.В. Емельянов, Э.Л. Ицкович, чл.-корр. РАН И.А. Каляев, В.Ю. Кнеллер, О.С. Колосов, О.П. Кузнецов, В.В. Кульба, В.Г. Лебедев, акад. РАН В.А. Левин, Г.Г. Малинецкий, В.Д. Малюгин, А.С. Мандель, чл.-корр. РАН Н.А. Махутов, акад. РАН Е.А. Микрин, Р.М. Нижегородцев, В.В. Никитин, чл.-корр. РАН Д.А. Новиков, В.Н. Новосельцев, К.Б. Норкин, Б.В. Павлов, чл.-корр. РАН П.П. Пархоменко, Ф.Ф. Пащенко, С.А. Редкозубов, чл.-корр. РАН А.Ф. Резчиков, Л.И. Розоноер, Е.Я. Рубинович, В.Ю. Рутковский, акад. ГАН М. Салуквадзе, А.Э. Софиев, акад. РАН Е.А. Федосов, А.Д. Цвиркун

## РУКОВОДИТЕЛИ РЕГИОНАЛЬНЫХ РЕДСОВЕТОВ (РРС)

ВЛАДИВОСТОК — О.В. Абрамов (4232) 31-02-02
ВОЛГОГРАД — А.А. Воронин (8442) 40-55-06
ВОРОНЕЖ — С.А. Баркалов (4732) 76-40-07
КРАСНОЯРСК — В.В. Огурцов (3912) 27-63-89
КУРСК — С.Г. Емельянов (4712) 50-48-00
ЛИПЕЦК — А.К. Погодаев (4742) 32-80-44
ПЕРМЬ — В.Ю. Столбов (3422) 39-12-97
МИНСК — А.В. Тузиков (10-37517) 284-21-40
САМАРА — В.Г. Засканов (8463) 35-64-07
САРАТОВ — В.А. Твердохлебов (8452) 22-10-42
ТАГАНРОГ — В.М. Курейчик (8634) 39-32-60
ТИРАСПОЛЬ — С.И. Берилл (10-373553) 9-44-87
УФА — Б.Г. Ильясов (3472) 73-78-35

CONTROL SCIENCES

**Научно-технический журнал**
**6 номеров в год**
**ISSN 1819-3161**

**УЧРЕДИТЕЛЬ**
**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН**

**Главный редактор**
**чл.-корр. РАН**
**Д.А. Новиков**

**Заместители главного редактора**
**Л.П. Боровских, Ф.Ф. Пащенко**

**Редактор**
**Т.А. Гладкова**

**Выпускающий редактор**
**Л.В. Петракова**

**Издатель**
**ООО «Сенсидат-Плюс»**

Адрес редакции
117997, ГСП-7, Москва,
ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410.
Тел./факс (495) 334-92-00

E-mail: pu@ipu.ru

Интернет: http://pu.mtas.ru

Оригинал-макет
и электронная версия
подготовлены
ООО «Адвансед Солюшнз»

Фото на четвертой странице обложки
В.М. Бабикова

Отпечатано в ИПУ РАН

Заказ № 34

Подписано в печать
22.03.2012 г.

Журнал зарегистрирован
в Министерстве Российской
Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств
массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации
ПИ №77-11963 от 06 марта 2002 г.

Журнал входит в Перечень ведущих рецензируемых журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук

Подписные индексы:
**80508** и **81708** в каталоге Роспечати;
**38006** в объединенном каталоге «Пресса России»

Цена свободная

© Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

# ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

**2.2012**

## СОДЕРЖАНИЕ

**Обзоры**

**Словохотов Ю.Л.** Физика и социофизика. Ч. 2. Сети социальных взаимодействий. Эконофизика . . . . . 2

**Управление в социально-экономических системах**

**Абрамов А.П.** Циклический рост в модели замкнутой децентрализованной экономики . . . . . 32

**Бреер В.В., Новиков Д.А.** Модели управления толпой. . . . . 38

**Гончаров А.А., Чистяков В.В.** Рейтингования без компенсаций и их применение . . . . . 45

**Губко М.В., Даниленко А.И.** Оптимизация пользовательских меню с учетом семантического качества . . . . . 53

**Управление техническими системами и технологическими процессами**

**Чупров С.В.** Нестатистическая информация и ее применение в управлении производственными системами . . . . . 64

**Управление подвижными объектами и навигация**

**Баженов С.Г., Кулида Е.Л., Лебедев В.Г.** Формирование бесконфликтных траекторий предпосадочного маневрирования с учетом ограничений на маневренные возможности самолета. . . . . 70

**Хроника**

**Владимир** Васильевич Кульба (к 75-летию со дня рождения и 50-летию работы в ИПУ РАН) . . . . . 76

**XIX Международная** конференция «Проблемы управления безопасностью сложных систем». . . . . 78

**Пятая** международная конференция «Управление развитием крупномасштабных систем» MLSD'2011. . . . . 85

* * *

**Contents** & abstracts . . . . . 88

УДК 53.03;303.09;550.2;538.93

# ФИЗИКА И СОЦИОФИЗИКА[1]
# Ч. 2. Сети социальных взаимодействий. Эконофизика

Ю.Л. Словохотов

Рассмотрены зарубежные и российские работы, относящиеся к социофизике (новому разделу физики, изучающему процессы в обществе) и к смежным областям численного и имитационного моделирования разнообразных социальных явлений. В первой части были кратко рассмотрены влияние климата и солнечной активности на исторические процессы и динамика систем «живых» частиц, включая автомобильное и пешеходное движение. В настоящей части обсуждаются сети социальных взаимодействий (структурная основа всех общественных систем), а также физические подходы к описанию процессов в экономике: эконофизика. В третьей, заключительной части обзора, будут представлены некоторые формальные модели социологии, политологии, лингвистики и математической истории.

**Ключевые слова:** междисциплинарные физические исследования, моделирование социальных систем, социофизика.

## ВВЕДЕНИЕ

Общей тенденцией развития наук в XX в., перешедшей и в новое столетие, является постепенное проникновение идей и методов физики как в естественные, так и в традиционно гуманитарные дисциплины. Начиная с 1970-х гг., методы математического, а затем и физического моделирования все шире используются в таких науках как демография, социология, лингвистика, а экономика начала пользоваться математическим аппаратом значительно раньше. Помимо академических задач, эти же методы активно применяются в прикладных областях планирования и управления. В последние десятилетия физические и квазифизические аргументы проникают в историю и политологию. Во всех перечисленных дисциплинах усиливается стремление к объективному и, желательно, количественному описанию разнообразных социальных и экономических явлений.

С середины 1990-х гг. работы физиков, вначале посвященные анализу динамики биржи, а затем и более широкому кругу явлений в экономике, объединяются под общим названием *эконофизика*. Разработка количественных моделей в социологии, политологии, теории транспортных потоков и других направлениях исследования человеческого общества также постепенно перемещает соответствующие задачи из гуманитарных и инженерных наук в междисциплинарные приложения математики и физики. В литературе последних лет за всеми такими направлениями закрепляется термин *социофизика*, или «физика общества». Главная задача этой новой области естествознания заключается в поиске объективно измеряемых и формализуемых закономерностей, которыми определяются различные социальные процессы.

Настоящий обзор посвящен состоянию и перспективам физических исследований общества, представленных в текущей литературе. В его первой части [1] были кратко рассмотрены проявления общефизических принципов, порождающих «законы природы», в динамике социальных систем — прежде всего диссипативный и мультиагентный характер таких систем, позволяющий приме-

[1] Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 11-01-00887-а).

нять к ним формализм статистической физики. Обсуждались такие направления исследований, как влияние солнечной активности на процессы в человеческом обществе, расчетное моделирование систем самодвижущихся «живых частиц» (автомобильное и пешеходное движение, стаи птиц и рыб, группы мобильных аппаратов) и некоторые прикладные аспекты «управления толпой». В настоящей части обзора рассматриваются работы по сетевым структурам социальных систем и процессам в таких сетях, а также по физической интерпретации процессов в экономике. Агентные модели социологии и политологии (в том числе заимствованные из физики) будут представлены в последней, третьей части. Там же будут кратко перечислены некоторые результаты, полученные в других сильно формализованных «общественных» дисциплинах: математической и компьютерной лингвистике, демографии, математических моделях истории.

Во всех частях обзора используется единая сквозная нумерация разделов (поэтому 2-я часть начинается с § 3). Однако список литературы, формулы и рисунки в каждой части пронумерованы отдельно: в них непосредственно включены «перекрестные» ссылки на работы, уже процитированные в ранее вышедших частях.

*Социальной системой* будем называть совокупность большого числа ($N \gg 1$) взаимодействующих агентов, подверженных также воздействиям некоторой внешней среды. Разным типам взаимодействия «живых частиц» с внешней средой и друг с другом отвечают различные типы социальных систем: экономических, политических, транспортных и др. Подобно многим общественным дисциплинам, социофизика анализирует измеряемые параметры социальных систем, но применяет для этого методы, перенесенные из статистической физики и физики стохастических процессов в сложных «неживых» системах. Однако социальные системы, строго говоря, не относятся к тем *макроскопическим* совокупностям термодинамически большого числа частиц ($N \sim 10^{20}$—$10^{25}$), которые составляют главную область приложений статистической физики в неживой природе. Их аналогами скорее являются *мезоскопические* ($N \sim 10^4$—$10^{10}$) и даже *микроскопические* системы (от десятков и сотен до 1—2 тыс. частиц), имеющие целый ряд качественных отличий [2]. Применимость к подобным системам таких «предельных» ($N \to \infty$) физических понятий, как фазовые состояния и фазовые переходы, энтропия, температура и т. д., не всегда очевидна, но в литературе по «физике общества» используется именно эта терминология. Несколько более подробно данный вопрос был затронут в первой части обзора, где, с приведенными оговорками, обсуждались «фазовые состояния» транспортного потока или совокупности участников массовых мероприятий с верхней оценкой численности $N \sim 10^4$. В социофизической литературе среднюю интенсивность стохастических возмущений часто называют *температурой*, аналитическую форму для стратегий агентов выражают энергоподобным *потенциалом взаимодействия*, а медленные изменения внешних условий, сопровождаемые более быстрой релаксацией социальной системы, относят к *адиабатическим процессам* [1].

## 3. ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ СОЦИОФИЗИКИ (продолжение)

### 3.2. Сети социальных взаимодействий[2]

Микроструктуру социальных систем отражают *сети*: конечные и бесконечные графы, вершины которых соответствуют агентам, а ребра — взаимодействиям между агентами. Далее мы будем называть такую конструкцию *сетью социальных взаимодействий* (ССВ). В большинстве социальных систем взаимодействия положительны, т. е. выгодны связанным агентам, и могут условно рассматриваться как аналоги химических связей с определенными величинами «энергии диссоциации» (проигрыша агентов или всей системы от разрыва взаимодействия). Примерами конечных фрагментов сети («социальных молекул») служат группы в толпе пешеходов [3], а также «графы коммуникаций» в стаях и формациях движущихся аппаратов [4], упомянутые в предыдущей части обзора.

Сети социальных взаимодействий дают наиболее адекватную модель структуры человеческого общества. Исследованию сетей и процессов в них посвящена огромная литература в ряде научных и практических дисциплин, включая многочисленные работы физиков (так, из 180 статей и кратких сообщений, опубликованных в разделе «Interdisciplinary physics» журнала «Physical Review E» за 2009 г., две трети посвящены данной тематике). Вопросы строения и динамики сетей в социальных системах рассмотрены в целом ряде книг [5—16] и обзоров [17—21]. Строение таких сетей будет кратко охарактеризовано в п. 3.2.1. Далее мы перечислим некоторые работы в одном из наиболее актуальных направлений современной «сетевой» физики: исследования процессов на сетях фиксированной структуры, а также условий существования и перестройки ССВ.

[2] Пункт 3.1 см. в первой части обзора [1].

### 3.2.1. Принципы строения сетей

Сети, возникающие в результате человеческой деятельности, имеют сложную структуру (complex networks). Их фрагментами могут быть регулярные графы-решетки (рис. 1, *а* — например, система шоссейных дорог в США), полные графы (рис. 1, *б*) и случайные графы (рис. 1, *в*, *г*). Последний тип структур можно получить, удаляя случайным образом некоторые ребра в исходном регулярном графе (графы *Эрдеша—Реньи*) либо перераспределяя ребра между его вершинами (rewiring; графы *Уоттса—Строгаца* [22]). В последнее десятилетие физиками-теоретиками активно исследуются «растущие» *безмасштабные сети* (scale-free networks), или сети *Барабаши — Альберт* (рис. 1, *д*). На каждом шаге их построения к уже имеющимся узлам графа присоединяются новые узлы с вероятностью $p_i = k_i^\alpha / \Sigma k_j^\alpha$, где $k_i$ —порядок $i$-го узла (число сходящихся в нем ребер), $\alpha$ — эмпирический параметр [17]. Порядки узлов в таких сетях распределены по степенному закону; к ним, как и к современным сетям телекоммуникаций, в ряде случаев применима статистика экстремальных событий (см. далее).

В простейших графах и сетях (например, отражающих знакомства людей) все связи между узлами равноценны и изотропны (направления ребер $i \to j$ и $j \to i$ не различаются). Структуру такого графа задает *матрица смежности* $\|A_{ij}\|$ с элементами $A_{ij} = 1$ для всех пар связанных и $A_{ij} = 0$ для не связанных друг с другом вершин. Графы с направленными ребрами («входящие» и «выходящие» вызовы для телефонных контактов, сети влияния [16], научного цитирования и др.) называют *ориентированными*; ребра таких графов также называются *дугами*. Если «силам» связей между узлами отвечают различные веса $A_{ij} = w_{ij} \in [0, 1]$, граф называется *взвешенным* (электрическая схема, сеть дорог разной пропускной способности и т. д.; для взвешенных ориентированных графов $w_{ij} \in [-1, 1]$) [23]. Спектры собственных значений матриц $\|A_{ij}\|$ и спектральные распределения $P(\lambda) = (1/N)\sum\delta(\lambda - \lambda_j)$ для сетей (где $\delta(\lambda - \lambda_j) = 1$ при $\lambda = \lambda_j$ и 0 в противоположном случае) отражают их топологию и могут определять динамику протекающих в них процессов [17—19].

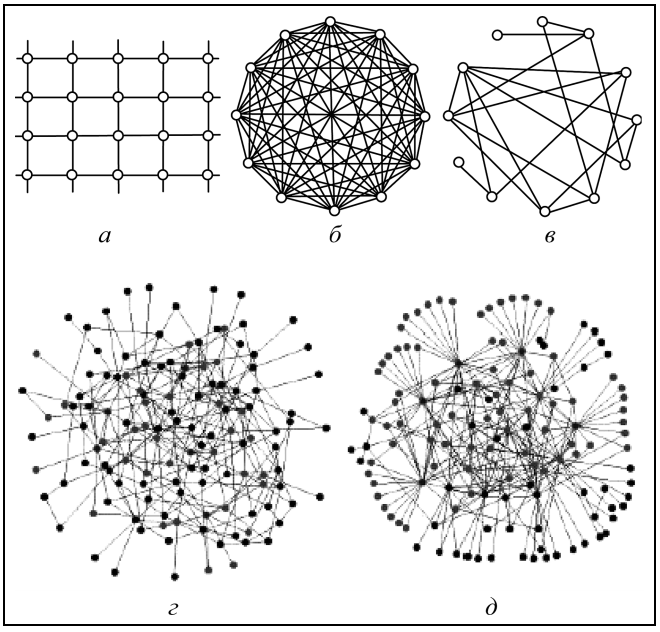



**Рис. 1. Фрагменты сетей в социальных системах:** *а* — регулярный граф; *б* — полный граф; *в*, *г* — реализации случайных графов; *д* — реализация безмасштабного графа [17]

Особыми фрагментами сетевых структур являются *когнитивные карты*: взвешенные ориентированные графы, которыми задается образ некоторой сложной, обычно социальной, системы в сознании ее исследователей. Вершины такого графа соответствуют компонентам системы (или же факторам, оказывающим влияние на исследуемый процесс), а дуги — взаимной зависимости компонентов (факторов). Весовые множители $\{w_{ij}\}$, отражающие направления и «силы» зависимостей, обычно устанавливают по экспертным оценкам (рис. 2). Построение и верификация когнитивных карт с помощью специального программного обеспечения используются в анализе *слабо определенных*, или «нечетких» (fuzzy), систем и процессов, а также для управления такими процессами. Данная быстро растущая область математического моделирования выходит за рамки нашего обзора (для ознакомления с ней см. работы [24—27] и цитированную в них литературу).

Интегральными характеристиками графов и сетей служат функция распределения вершин по порядку $P(k) = \langle N(k)\rangle / N$ (где $\langle N(k)\rangle$ — среднее число вершин порядка $k$, $N$ — общее число вершин) и среднее кратчайшее расстояние $\langle l\rangle$ между парой связанных вершин, т. е. длина пути, равная минимальному числу соединяющих их ребер. (Порядки $k_i^{(+)}$ и $k_i^{(-)}$ $i$-й вершины ориентированного графа соответственно равны числам входящих и выходящих ребер — так, на рис. 2 $k_1^{(+)} = 3$, $k_1^{(-)} = 2$). Важной структурной характеристикой сети служит степень кластеризации $C = 3M_\Delta / M_3$: доля треугольных циклов в общем числе связных цепочек из трех вершин. В полном графе $C = 1$, в плотной гексагональной («треугольной») сетке $C = 2/3$, тогда как для линейной цепи, квадратной решетки и любых других структур без треугольных циклов $C = 0$. В некотором смысле «антиподами» полных графов

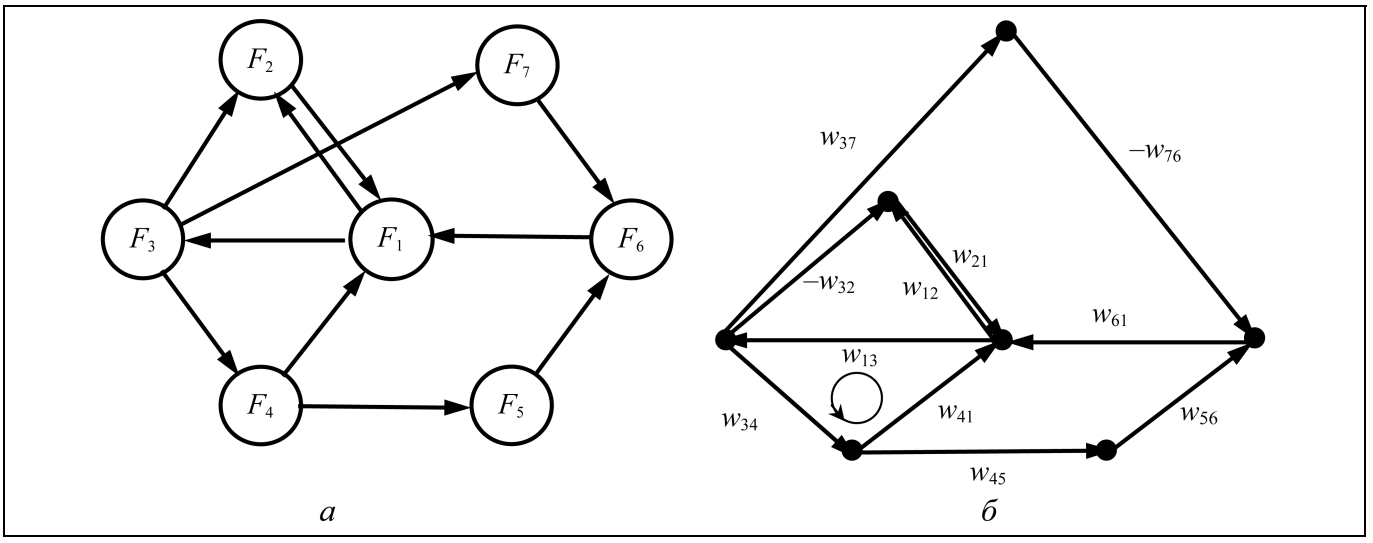



**Рис. 2. Когнитивная карта (*а*) компонентов энергопотребления ([24], цит. по работе [27]):** $F_1$ — потребление электроэнергии; $F_2$ — стоимость электроэнергии; $F_3$ — энергетические мощности; $F_4$ — число предприятий; $F_5$ — число рабочих мест; $F_6$ — население; $F_7$ — загрязнение окружающей среды выбросами электростанций. **Взвешенный ориентированный граф (*б*) данной карты,** задающий линейные приращения компонентов: $\Delta F_1 = w_{21}F_2 + w_{41}F_4 + w_{61}F_6 - (w_{12} + w_{13})F_1$; $\Delta F_2 = w_{12}F_1 + w_{32}F_3 - w_{21}F_2$; $\Delta F_3 = w_{13}F_1 + w_{32}F_3 - (w_{34} + w_{37})F_3$; $\Delta F_4 = w_{34}F_3 - (w_{41} + w_{45})F_4$; $\Delta F_5 = w_{45}F_4 - w_{56}F_5$; $\Delta F_6 = w_{56}F_5 - w_{76}F_7 - w_{61}F_6$; $\Delta F_7 = w_{37}F_3 - w_{76}F_7$. Показана петля положительной обратной связи $F_1 \to F_3 \to F_4\ (\to F_1)$

являются разреженные случайные сети с небольшим средним порядком вершин $\langle k\rangle$. При $\langle k\rangle > 1$ и $N \to \infty$ такие сети остаются в значительной степени связными: в них можно выделить *гигантский связный кластер*, объединяющий большинство узлов, и множество меньших связных фрагментов с экспоненциально убывающими размерами [18, 21].

В решетках и в полных графах все вершины имеют одинаковый порядок (в полном графе равный $N - 1$); среднее расстояние $\langle l\rangle$ в решетке с увеличением $N$ возрастает как $N^{1/d}$, где $d$ — размерность, а в полном графе $\langle l\rangle = l = 1$. Для случайных сетей Эрдеша—Реньи с большим $N$

$$\langle l\rangle \sim \ln N, \quad C = \langle k\rangle/N,$$

$$P(k) \sim (\langle k\rangle^k/k!)e^{-\langle k\rangle},$$

где $\langle k\rangle$ — средний порядок вершины, зависящий от алгоритма построения сети. Распределение порядков узлов в таких графах асимптотически подчиняется закону Пуассона, т. е. доля узлов быстро падает с увеличением порядка. В то же время в сетях Барабаши—Альберт, по сравнению со случайной сетью, среднее расстояние между узлами меньше, и коэффициент кластеризации уменьшается с ростом $N$ медленнее, а порядки узлов распределены в очень широком интервале по обратному степенному закону:

$$\langle l\rangle \sim \frac{\ln N}{\ln(\ln N)}, \quad C \sim N^{-\alpha}\ (\alpha < 1),\ P(k) \sim k^{-\gamma},$$

где показатель степени $\gamma$ определяется алгоритмом роста сети $p_i = k_i^{\alpha}/\Sigma k_j^{\alpha}$; при линейной ($\alpha = 1$) зависимости вероятности присоединения нового ребра от порядка вершины $\gamma = 3$ [17]. Таким образом, доля вершин порядка $k$ в бесконечно растущей сети с возрастанием $k$ убывает гораздо медленнее, чем у «классических» случайных сетей, и предпочтительного порядка вершин в них не существует, отчего такие сети и называют безмасштабными.

Каждый из идеализированных типов сетей лишь частично воспроизводит характеристики сложной структуры социальных взаимодействий. В ряде реальных сетей, включая Интернет и WWW, были обнаружены масштабно-инвариантные распределения по связности $P(k) \sim k^{-\gamma}$, однако им подчиняется лишь небольшая доля узлов-«концентраторов» (hubs) с высоким $k$ (рис. 3, *а*). Для ряда структур, обсуждавшихся в работе [17] как примеры «безмасштабных» сетей, Эмерел и соавт. [28] обнаружили экспоненциальное падение частотности узлов с большими $k$ (рис. 3, *б*). Авторы воспроизвели экспоненциальный «хвост» распределения в модели растущей сети с реалистическими допущениями конечности максимального порядка узлов и времени жизни связей, а также интерпретировали гиперболическую зависимость $P(k) \sim k^{-\gamma}$ при быстром росте как известную динамику критических показателей вблизи фазового перехода [29]. В ци-

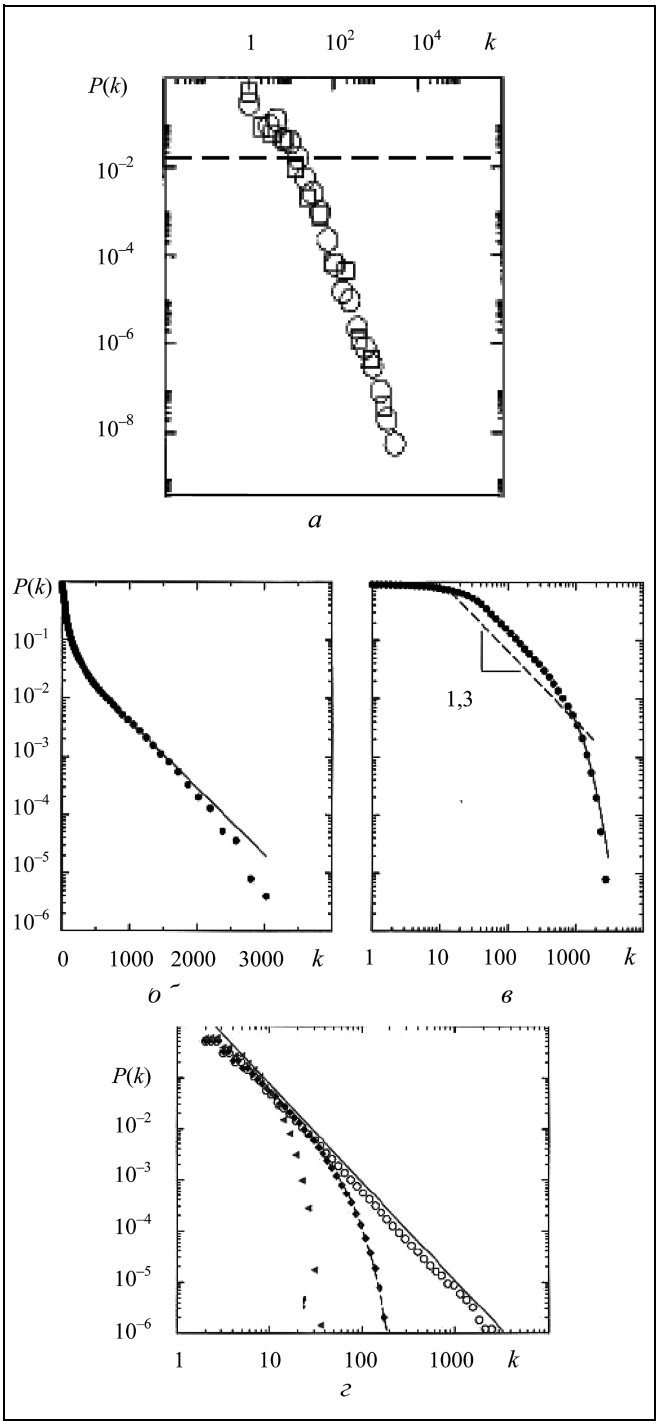



**Рис. 3. Кумулятивные распределения узлов по порядку *k*:** *а* — WWW, двойной логарифмический масштаб; точки выше штриховой горизонтальной линий (более 95 % узлов) не соответствуют зависимости $P(k) \sim k^{-\gamma}$ [17]; *б* — «сеть киноактеров» (ребро — совместное участие актеров в фильме) в полулогарифмическом и двойном логарифмическом масштабах (*в*), сплошная линия — экспоненциальное падение; *г* — модель, двойной логарифмический масштаб: переход от (обратных) степенной к экспоненциальной зависимости при росте «затрат» на образования ребер; зависимость $P(k) \sim k^{-\gamma}$ при нулевых затратах [28]

тируемой статье 2000 г., которую физики явно недооценили, была предложена и общая классификация всех социальных структур, подразделяемых на масштабируемые (single-scale), безмасштабные (scale-free) и наиболее общие мультимасштабные (broad-scale) сети с распределением $P(k) \sim k^{-\gamma}$ в некотором интервале $k$ [28]. Впоследствии сильную зависимость топологии растущих сетей от динамики «старения» связей анализировали Дороговцев и соавт. [30].

Во всех реальных ССВ числа вершин и ребер конечны (и обычно не очень велики), а распределение $P(k)$ частотности узлов по связности дискретно, что затрудняет строгий выбор адекватной модели. Структура таких сетей неоднородна: в них могут существовать локальные кластеры узлов, близкие к полным графам — «клики» (cliques), выделенные подграфы-«сообщества» (communities), где внутренних связей существенно больше, чем внешних, разреженные фрагменты случайных графов, иерархические «деревья» и безмасштабные «ядра» с узлами-концентраторами высокой связности. Эмпирическое описание «сетей реального мира» (real-world networks) в литературе развивается параллельно с теоретико-графовым исследованием их характерных фрагментов.

Для биологических и антропогенных сетей в литературе распространен термин «сети тесного мира» (small-world networks) [22], подразумевающий, что произвольно выбранную пару вершин связывает кратчайший путь с малым числом ребер. Первые социологические эксперименты (или, скорее, рекламные акции; см. [18, 21]) по организации цепочек почтового и электронного сообщения с незнакомыми адресатами, породившие этот термин, могли отражать не столько реальную топологию коммуникационных сетей, сколько умение участников пользоваться адресной книгой или браузером. Более строго проведенные поиски путей с $\langle l \rangle < \ln N$, характерных для безмасштабных сетей, примерно в половине случаев дали скорее отрицательный результат $\langle l \rangle \approx \ln N$ (см. табл. 1 и 2 в работе [17]). Учитывая относительно небольшое (до $10^6$—$10^7$) число узлов $N$ в большинстве ССВ, вряд ли следует ожидать универсальной применимости для них асимптотических соотношений ($N \to \infty$).

На практике сетями «тесного мира» обычно называют крупные неоднородные структуры с высокой (0,2—0,6) степенью кластеризации, где наряду с вершинами низкого порядка присутствуют узлы с большим и очень большим числом связей [21]. Этими свойствами обладает большинство сетей социальных взаимодействий (включая Интернет [13]), а также нейронные сети в живых организмах, сети транспорта (авиационное сообщение, газопроводы), энергопотребления и т. д. Поскольку су-

ществование всех таких конструкций невозможно без иерархически устроенного подмножества «управляющих» узлов, законность единого описания всей структуры (клиенты вместе с серверами) не вполне очевидна. Действительным объектом исследований сетей «реального мира» во многих случаях являются именно их управляющие структуры, в которые входит лишь небольшая часть всех вершин. Структуру произвольных ССВ удается воссоздать с заданной точностью на основе недавно предложенного обобщенного алгоритма роста, основанного на нелинейной зависимости вероятности присоединения ребер к вершинам: $p_i = f(k_i)/\Sigma f(k_j)$ [31].

### 3.2.2. Процессы в сети социальных взаимодействий

Одним из наиболее исследованных процессов в сетях «реального мира» является распространение инфекций и компьютерных вирусов [18, 21, 32]. Математические модели эпидемиологии, подробно рассмотренные в обзоре [18], основаны на «протекании» (percolation) инфекции на заданном сетевом графе, в котором зараженный узел с некоторой постоянной вероятностью $0 < \lambda < 1$ заражает один из связанных с ним узлов. Размеру эпидемии отвечает максимальный связный компонент на множестве инфицированных узлов, а меры борьбы (вакцинация) сводятся к удалению узлов из этого множества. Критический порог эпидемии $\lambda_c$ (выше которого доля зараженных узлов $N_{\text{инф}}/N$ не стремится к нулю («отделена от нуля»), а ниже ($\lambda < \lambda_c$) экспоненциально убывает на каждом следующем шаге распространения инфекции) для однородных случайных сетей определяется средним порядком вершины:

$$\lambda_c^{SIR} = \frac{\langle k \rangle}{\langle k^2 \rangle - \langle k \rangle}, \qquad (1а)$$

$$\lambda_c^{SIS} = \frac{\langle k \rangle}{\langle k^2 \rangle}, \qquad (1б)$$

где символом $\langle \cdot \rangle$ обозначено усреднение по сети [32]. В модели SIR (suspected — infected — recovered (removed), формула (1а)) инфицированный узел «умирает» или «выздоравливает», приобретая длительный иммунитет, т. е. в обоих случаях удаляется из множества потенциальных распространителей. В модели SIS (suspected — infected — suspected, формула (1б)) «выздоровевший» узел не приобретает иммунитета и может быть заново инфицирован. Первая модель описывает распространение инфекционных заболеваний в сети человеческих контактов, вторая лучше соответствует эндемическим заболеваниям и компьютерным вирусам. Сходным образом моделируют квази-инфекционные процессы — такие как распространение слухов или коррупции в человеческом обществе (см. один из первых общих обзоров литературы по социофизике [33] и цитированные в нем работы).

Для бесконечных безмасштабных сетей с $\langle k \rangle \to \infty$ (что достигается при показателе степени $\gamma < 3$ в соотношениях $P(k) \sim 1/k^{\gamma}$) формулы (1а) и (1б) дают отсутствие порога распространения эпидемии [32]. В конечных сетях «тесного мира» эпидемический порог если и существует, то очень мал [21]. Таким образом, для ССВ, в согласии с эмпирическими данными, почти при любой вероятности $\lambda$ рано или поздно возникает гигантский связный кластер инфицированных узлов, т. е. заражение становится «хроническим». Стратегия борьбы с эпидемией в таких сетях сводится к контролю над узлами наибольшей связности (постоянному обновлению антивирусных программ на серверах или, например, выявлению и лечению активных распространителей ВИЧ-инфекции) и профилактической вакцинации наиболее уязвимых индивидуумов, снижающей общий уровень заболеваемости [18, 32].

Большую практическую важность также имеют исследования устойчивости сетей к случайным отказам узлов и к целенаправленным атакам. Мерой устойчивости (resilience) служит зависимость размера максимального связного компонента от доли отказавших узлов, а сам процесс распространения случайных отказов сводится к физической задаче о перколяции узлов в сети [18]. Компьютерное моделирование [17—21, 34] показало очень высокую устойчивость безмасштабных сетей к случайному удалению узлов: гигантский связный кластер в них сохраняется вплоть до 70—80 % повреждений. (Видимо, этим обстоятельством, закрепленным эволюцией, и объясняется «безмасштабный» вид управляющего ядра в биологических и социальных сетевых структурах). Однако такие сети уязвимы к атакам по узлам-концентраторам: для распада единой структуры достаточно убрать 1—3 % ее вершин наивысшего порядка (рис. 4). Различные аспекты этой эмпирически очевидной закономерности продолжают активно обсуждаться в литературе [21, 35—37].

Прикладные исследования сетей «реального мира», подобно исследованиям поведения толпы людей, нередко проводятся на эмпирическом уровне. Это направление представлено большим числом разработок эффективных алгоритмов поиска в Интернет и WWW [18] и быстрой «навигации» в произвольных сетях социальных взаимодействий (локализация клик, сообществ и концентраторов, определение интегральных параметров [38—41]), а также моделированием изменения сетевой структуры под действием внешних факторов (см. далее).

Тестовыми объектами в «навигационных» исследованиях обычно служат сети, для которых имеется доступная открытая информация (научные контакты, взаимное цитирование, клубы по интересам, телефонные звонки и др.; рис. 5), однако спектр их возможных приложений весьма широк. В последние годы большое внимание привлекает

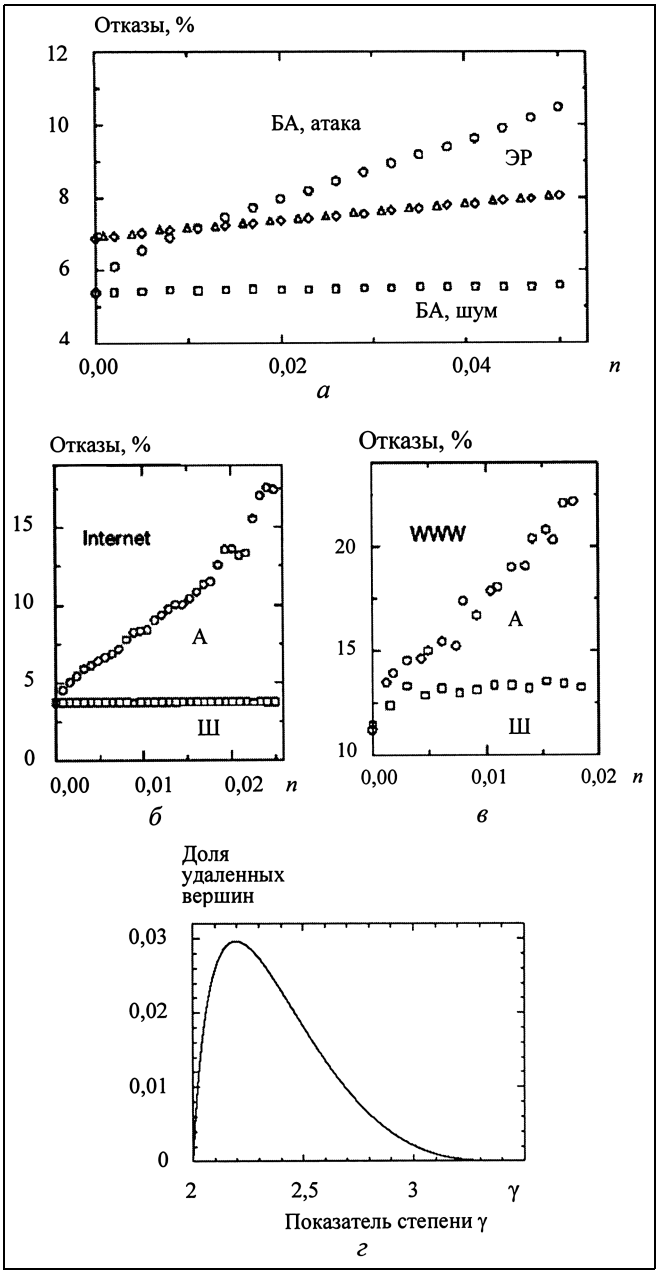



**Рис. 4. Устойчивость** (*а*) **безмасштабных** (Барабаши—Альберт) **и случайных сетей** (Эрдеша—Реньи) **к стохастическому удалению вершин («шум») и к удалению вершин максимального порядка («атака»):** *n* — доля удаленных вершин; *б*, *в* — то же для Интернета и WWW (*А* — атака, *Ш* — шум) [34]; *г* — зависимость доли удаленных вершин максимального порядка, приводящей к распаду безмасштабной сети ($P(k) \sim k^{-\gamma}$), от показателя степени $\gamma$ [18]

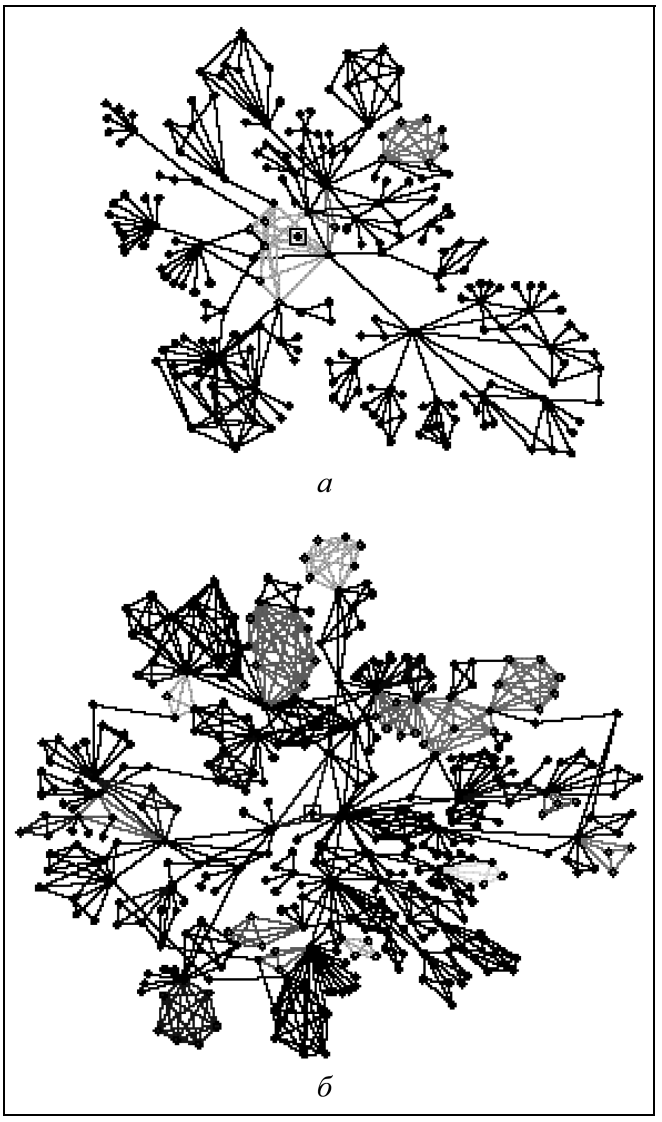



**Рис. 5. Строение фрагментов ССВ:** *а* — общение в сети мобильных телефонов; *б* — научное соавторство по библиотеке ArXiv электронных публикаций Корнельского университета (США) в социофизическом разделе [39]. Оттенками серого (в оригинале цветом) выделены подграфы-сообщества

взаимосвязь сетевых структур с несущим их «географическим ландшафтом» [42, 43] и описание конкретных видов сетей (городские коммуникации [44], мобильные телефоны [45, 46], газопроводы [47], сети мировой торговли [48] и глобального корпоративного управления [49]). Для более детального описания связей («ассортативные» и «диссортативные» сети [21], непрерывный параметр «силы» взаимодействия [46], «положительные» и «отрицательные» взаимодействия вершин [50]) используются ориентированные взвешенные графы — в том числе в задачах управления процессами в сетях (см. работы [16, 49] и цитированную в них литературу). Последнее направление пере-

плетается с моделированием мировой экономики (см. п. 3.3) и проблемами физической политологии, которые будут рассмотрены в третьей части обзора.

### 3.2.3. «Фазовые переходы» в сетях

Существенные изменения интегральных параметров сетевой структуры под воздействием внешних факторов в физической литературе обычно относят к *критическим явлениям* [19], часто называя их также «фазовыми переходами». Под этим термином объединяют самые разные процессы, включая рассмотренный выше рост модельных сетей [28] и «протекание» в них инфекции с образованием гигантского связного кластера зараженных узлов [32]. Среди подобных явлений большое внимание вызывает синхронизация динамики узлов в сети, для описания которой часто используют модель связанных стохастических *осцилляторов Курамото*:

$$d\theta_i/dt = -\omega_i + J\sum_{j=1}^{N}\sin(\theta_j - \theta_i), \qquad (2а)$$

где $\theta_i$ — фаза $i$-го осциллятора, $\omega_i$ — его частота, а $J$ — сила связи (coupling) осцилляторов. «Бесструктурная» модель (2а) переносится на сеть введением в сумму множителей 0 или 1, равных элементам матрицы смежности $\|A_{ij}\|$ сетевого графа [21]:

$$d\theta_i/dt = -\omega_i + J\sum_{j=1}^{N}A_{ij}\sin(\theta_j - \theta_i). \qquad (2б)$$

Решениями системы уравнений (2б) задаются различные режимы синхронизации, которую отражает параметр порядка $r = (1/N)\left|\sum_{j=1}^{N}\exp(i\theta_j)\right|$ ($r = 1$ для полной синхронизации и $r = 0$ для случайного набора фаз), в зависимости от силы связи $J$, структуры сети и дисперсии распределения частот $\omega_i$: шумового аналога «температуры». Моделирование синхронизации узлов на случайных и безмасштабных графах [51—54] используется в изучении как динамики нейронных сетей мозга, так и кооперации агентов в социальных системах[3].

Серия социофизических работ посвящена исследованию каскадных процессов в сетевых структурах — таких как лавинообразное распространение повреждений в техногенных сетях [18, 21]. Распределение числа сбоев энергоснабжения в США по числу обесточенных потребителей $N$ имеет степенной «хвост» $P(N) \sim N^{-\gamma}$, вообще весьма характерный для статистики социальных процессов [56]. Моделирование отказов в сетях [57—61] основано на такой структурной характеристике, как «важность» [16], или «нагрузка» узла [21]. Этот параметр, в англоязычной литературе называемый betweenness centrality («сосредоточенность связывания»), равен доле кратчайших путей между всеми парами узлов сети, проходящих через данный узел [58, 59]:

$$B_m = \sum_{ij} n_{ij}(m)/n_{ij}, \quad 0 < B_m < 1,$$

где $n_{ij}(m)$ — число кратчайших путей $i - \ldots - m - \ldots j$ через $m$-й узел, а $n_{ij}$ — общее число кратчайших путей $i - \ldots - j$. Превышение критической нагрузки $m$-го узла $B_m^{(0)} = (1 + \alpha)B_m$ (где $B_m$ — его нагрузка в неповрежденной сети, $\alpha > 0$ — параметр устойчивости) ведет к отказу и перераспределению нагрузки между оставшимися узлами сети, что может вызывать каскад повреждений. Не реализуемые на практике случайные сети Эрдеша—Реньи (см. п. 3.2.1) с $\alpha \neq 0$ при любых таких повреждениях остаются связными, а устойчивость безмасштабных сетей растет с уширением распределения порядков вершин (т. е. уменьшением показателя $\gamma$ в обратном степенном распределении узлов по связности $P(k) \sim k^{-\gamma}$). В недавней работе [61] было показано, что для пары взаимосвязанных безмасштабных сетей проявляется обратная тенденция: их уязвимость к случайным отказам растет с уменьшением $\gamma$. Лавине отказов во взаимосвязанных сетях соответствуют, в частности, отключения электростанций, управляемых через Интернет [21, 61].

### 3.2.4. Условия распада сетей

В рассмотренных примерах «фазовых переходов» строение сети оставалось фиксированным, а изменениям микросостояний системы отвечали заражение или отказы узлов, происходившие в ней с некоторой наперед заданной вероятностью. В работе [62] авторы моделировали условия перестройки самой сетевой структуры методами статистической термодинамики. В рамках модели каждому ребру графа (либо его вершине порядка $k$) приписывали определенную отрицательную (стабилизирующую) энергию, а внешнее шумовое воздействие могло приводить к «диссоциации», т. е. разрыву ребер. Для совокупности всех возможных структур («топологий») с $N$ вершинами и $M$ ребрами при заданном уровне шума («температуры»), в

[3] Модель (2а), (2б) не только дает более строгое и точное описание для рассмотренной в первой части [1] системы связанных осцилляторов, генерировавших ритмические аплодисменты [55], но и поясняет причину такого парадоксального поведения участников политических акций в последние годы, как синхронные прыжки на месте.

статистической термодинамике называемой *каноническим ансамблем*, находили *сумму по состояниям*

$$Z(T) = \sum_{\alpha} n_{\alpha}\exp(-E_{\alpha}/T) = \sum_{\alpha}\exp(-F_{\alpha}/T),$$

где $n_{\alpha}$ — число топологически эквивалентных структур с энергией $E_{\alpha}$, $T$ — температура, $S_{\alpha} = \ln n_{\alpha}$ (энтропия), $F_{\alpha} = E_{\alpha} - TS_{\alpha}$ (потенциал Гельмгольца) и суммирование проводилось по всем топологически различным реализациям графов в ансамбле. Вероятность реализации определенной топологии сети в этой упрощенной модели с единичной константой Больцмана была равна $p_{\alpha} = Z^{-1}n_{\alpha}\exp(-E_{\alpha}/T)$.

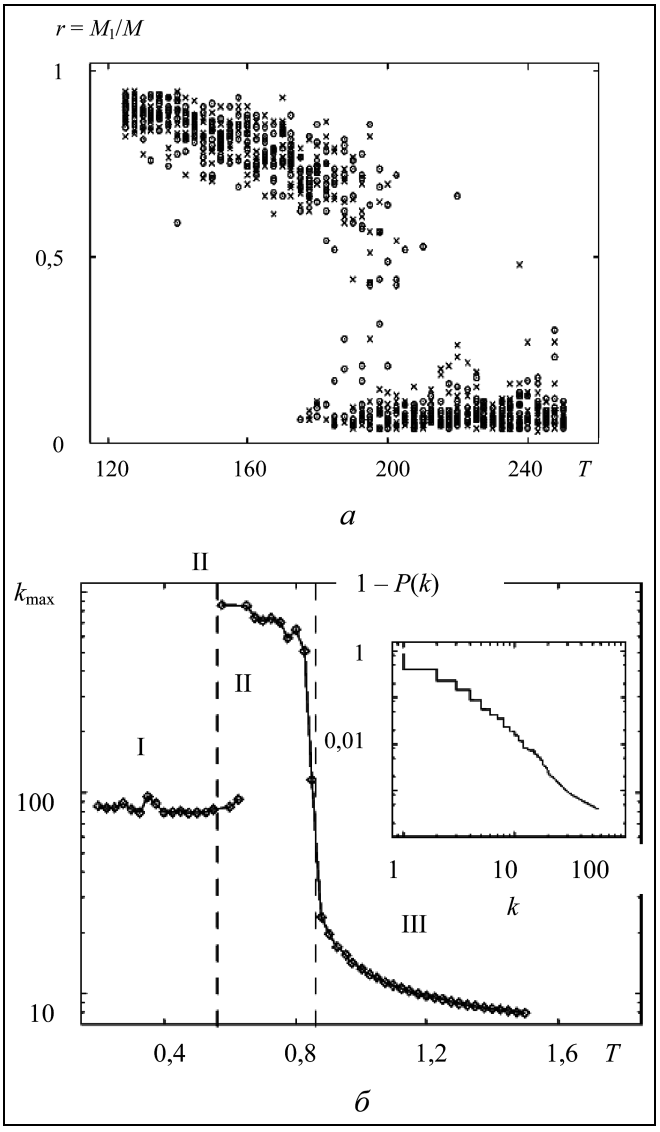



**Рис. 6. Распад гигантского связного кластера** (*а*) в графе Эрдеша—Реньи (см. текст) при повышении «температуры» $T$; **«фазовые переходы» при изменении $T$ для совокупности кластеров** с «энергией» $E = \Sigma k_i \ln k_i$ ($k_{max}$ — максимальный порядок вершины в кластере) в полулогарифмическом масштабе (*б*): область I — полный граф, II — связанные «звезды», III — изолированные фрагменты; на врезке: распределение частотностей порядка вершин кластеров в двойном логарифмическом масштабе при $T = 0{,}84$ [62]

Авторы [62] выполнили расчетное моделирование перераспределения ребер в весьма разреженных случайных графах методом Монте-Карло при различной «температуре» $T$. Рассчитанные отношения $r = M_1/M$ числа ребер получаемого гигантского связного кластера $M_1$ к общему числу $M$ ребер исходного графа, выбранные в качестве параметра порядка, показали «фазовый переход 1-го рода», т. е. разрушение модельной случайной сети при температуре выше критической (рис. 6). Поскольку отсутствие гигантского связного компонента в случайных графах со средним порядком вершин $\langle k\rangle < 1$ было установлено Эрдешем и Реньи в конце 1950-х гг. [18, 62], этот результат прямо следовал из применения алгоритма Метрополиса, в рамках которого вероятность «энергетически невыгодного» уменьшения порядка вершины растет с увеличением $T$ [63].

Несмотря на довольно тривиальный характер полученных «фазовых переходов» (аналоги которых многократно отмечались в расчетном моделировании «неживых» многочастичных систем [63]), исследование [62], как одно из первых приложений термодинамических моделей к сетям, породило большое число публикаций. В последующей работе [64] был предложен алгоритм определения общей структуры сетевого графа, рассматриваемого как набор перекрывающихся субъединиц-сообществ (в частности, $k$-вершинных клик), на основе фазового перехода «протекания» субъединиц в его подграфах. Ряд исследований этого направления посвящен устойчивости и разрушению сетевых структур при внешнем «шумовом» воздействии. Так, методом Монте-Карло было показано [65], что повышение «температуры» вызывает переход от сложной неоднородной к случайной сети с резким уменьшением коэффициента кластеризации. В отечественной литературе формализм теории информации и статистической физики также был использован для описания ССВ [16, 66].

В последние годы интерес исследователей вызывает совместное воздействие шума и структуры сетей на синхронизацию нелинейных стохастических осцилляторов [67], *стохастический резонанс* (возбуждение колебаний малой вынуждающей силой при определенном уровне шума) [50, 68] и иные динамические явления [69]. В частности, было показано, что в сетях неупорядоченной «аморфной» структуры динамические процессы замедляются, что приводит к образованию метастабильных

упорядоченных фрагментов: аналогов кластерных магнитных *фаз Гриффитса* [69]. С другой стороны, при наличии случайно распределенных дестабилизирующих взаимодействий с положительной энергией (взаимного отталкивания узлов) в решеточной модели Изинга [50] или в бесструктурной совокупности взаимосвязанных нелинейных осцилляторов [68], в системе усиливается стохастический резонанс. Обнаруженный в работах [50, 68] оптимум усиления при определенной концентрации дестабилизирующих взаимодействий может использоваться как в обработке слабых сигналов, так и в управлении социальными системами (статья [50] озаглавлена «Разделяй и властвуй: ...»).

### 3.2.5. «Диффузия инноваций»

Этот весьма широкий термин восходит к названию книги Эверета Роджерса, вышедшей в 1962 г. и затем четырежды переизданной [70]. Во второй половине XX в. так назывались исследования в теоретической экономике и маркетинге по выведению новых товаров на рынок (см. обзор [71] и цитированную в нем литературу). В рамках имитационного моделирования кумулятивный рост спроса бесструктурной массы покупателей на новый продукт описывали S-образной кривой — в простейшем случае графиком логистической функции

$$N = \frac{a}{1 + c\exp(-bt)}, \qquad (3)$$

где $N(t)$ — доля (или число) покупателей нового товара, $t$ — время, $a$, $b$ и $c$ — эмпирические параметры (рис. 7, *а*). На графике производной $dN/dt$ в соответствии с результатами исследований потребительской психологии выделялись различные категории покупателей: «новаторы» (2—3 % от общего числа), «первые последователи» (early adopters, 13—14 %), «раннее большинство» (34 %), «позднее большинство» (34 %) и инертные консерваторы, или «ретрограды» (laggards, 16 %). Хотя кумулятивное S-образное распределение (3) качественно согласуется с большим эмпирическим материалом, реальная динамика внедрения товаров и услуг в рыночной экономике не вполне соответствует его плавной унимодальной производной (рис. 7, *б*). Нередко (особенно при наличии конкуренции) новшества не принимаются рынком и процесс их внедрения затухает на начальной стадии, но даже динамика успешных нововведений трудно поддается прогнозированию [71].

С середины 1990-х гг. внедрение инноваций моделируют процессом диффузии на сетях социальных взаимодействий, близким к математическим моделям эпидемиологии [32, 33]. В этом более реалистическом приближении порог перколяции

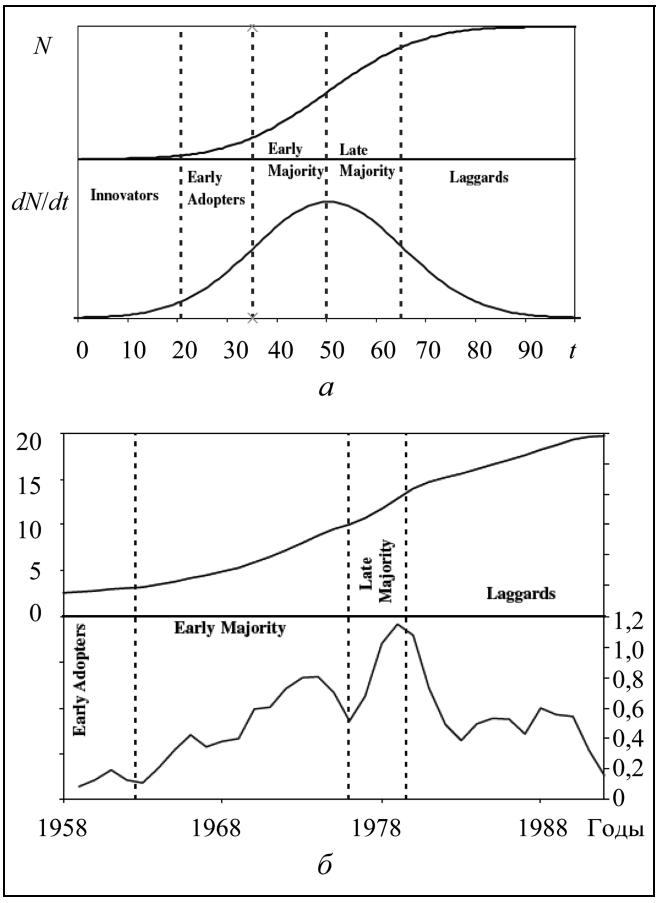



**Рис. 7. Динамика диффузии инноваций:** *а* — логистическая кривая и ее производная ($N$ — доля воспринявших нововведение), *б* — динамика телефонизации Англии (вверху — общее число абонентов, млн.; внизу — число новых абонентов в год, млн.) [71]

различен для разных категорий покупателей (увеличиваясь от новаторов к консерваторам) и существенно зависит как от их восприятия конкретных нововведений, так и от «несущей» сетевой структуры. Рассмотренные выше неоднородность и анизотропия ССВ на качественном уровне позволяет объяснить отклонения эмпирической динамики «диффузии инноваций» от идеализированных распределений [72, 73], однако для ее количественного расчета необходимо детально знать структуру «потребительской сети» (на уровне расположения покупателей всех категорий в ее узлах) и вводить большое число эмпирических коэффициентов. С другой стороны, успехи в качественном моделировании динамики сетей в последнее десятилетие позволили рассматривать внедрение новых товаров на рынок как частный случай «диффузии информации», понимая (иногда не совсем обоснованно) под этим термином почти любые динамические процессы в сетях [16].

Современные работы в области «диффузии инноваций», подобно другим приложениям социофизики, фокусируются на определении структуры реальных сетей и инициировании в них самых разных динамических процессов (от рекламы товаров до навязывания населению страны определенной политической системы). Важным, хотя и не вполне определенным параметром в этой области служит *критическая масса* сторонников нововведений (на практике оцениваемая в 10—20 %), при достижении которой «диффузия» становится необратимой [74—76]. Для получения такого эффекта разработаны практические рекомендации — привлечение на сторону «инноваторов» популярных политиков и деятелей массовой культуры (т. е. заражение узлов высокой связности), образование множества новых связей (rewiring) благодаря пропаганде «инноваций» среди женщин, молодежи и этнических меньшинств [76], агитация в Интернет [77] и др. — явно рассчитанные на отсутствие эпидемического порога в безмасштабных сетях.

Объектами исследований распространения информации в последние годы становятся сети мобильных телефонных контактов и разрабатываемые в США «информационные сети» (Twitter, Facebook, YouTube), не имеющие надежных средств контроля в большинстве стран мира. Так, в работе [46] эпидемиологическими моделями описывали распространение информации во взвешенной сети мобильных телефонов с «силами» связей, пропорциональными суммарному времени контактов между каждой парой абонентов. Моделирование показало, что информация в такой сети распространяется медленнее, чем в сети той же структуры с единичными ребрами. Эмпирические данные по установке новых программ пользователями Facebook выявили порог распространения инноваций (аналог критической массы), выше которого возникает стимулирующее «социальное поле», поскольку новые программы становятся престижными [78].

В недавнем экспериментальном исследовании анализировались динамические результаты агитации (за здоровый образ жизни) в американских онлайновых сетях [79]. Еще одна характерная работа [80] посвящена «диффузии инноваций» с перераспределением связей, приводящем к распаду модельной сети. Хотя полученные результаты были изначально заложены авторами в модель («новаторы» предпочтительнее образовывали новые связи с «новаторами», чем с «консерваторами», и наоборот), сама постановка задачи представляется достаточно красноречивой. Родственные исследования в области политологии и политтехнологий будут обсуждаться в третьей части обзора.

### 3.3. ЭКОНОФИЗИКА

Математическое описание процессов в экономике складывалось во второй половине XIX в. параллельно с возникновением статистической физики. (Хрестоматийным примером может служить модель случайных блужданий, впервые предложенная Башелье в теории биржевых спекуляций [81] и лишь затем примененная к описанию броуновского движения [82]). «Классические» экономические теории XX в., нередко разработанные математиками и физиками, представили первую в истории естествознания систематическую формализацию общественных процессов, опирающихся на обмен. В ее основе лежала идея равновесия спроса и предложения, достижение которого при «идеальном», никем не регулируемом рынке с бесконечным числом конкурирующих агентов[4] приводит к максимуму *полезности* (utility) $\Sigma u_i$ (ключевой, но слабо формализованной характеристики), просуммированной по всем участникам рынка, в *оптимуме Парето*, сдвиг из которого ухудшает положение хотя бы одного агента [83]. Многие особенности этих работ — стилизованный характер моделей, не допускающих прямой экспериментальной проверки, сведение сложных многопараметрических процессов к варьированию нескольких «агрегированных» переменных, использование предельных соотношений для явно немакроскопических систем и политическая ангажированность получаемых сугубо качественных теорий [84] — воспроизводились потом в теоретических конструкциях социологии, политологии, истории и других изначально гуманитарных наук (см. работы [85—87] и цитированную в них литературу).

Со второй половины XX в. в ряде разделов математической экономики все шире используется формализм, заимствованный из физики стохастических процессов [88—91]. Однако общие положения классической теории — такие как универсальный характер (статического) равновесия спроса и предложения или всюду выпуклая форма функции спроса — в современной неоклассической экономике принимаются как постулаты и не подлежат обсуждению. Этот явно политизированный консерватизм (открывающий дорогу для математического обоснования деструктивной «свободы рынка» во всем мире и единственности оптимума, найденного неоклассическими средствами) неод-

[4] Исторически первым модельным агентом в экономической теории, вероятно, был т. н. *homo economicus*: индивидуум, стремящийся к максимуму собственной выгоды в каждом локальном акте социального процесса [83].

нократно критиковался в междисциплинарной литературе [84]. В конце XX в. для ряда процессов в экономике было предложено объективное и количественное, т. е. физическое описание, свободное от априорных ограничений.

Термин *эконофизика*, введенный в 1995 г. Юджином Стенли, вначале отвечал лишь применению стандартных физических методов обработки экспериментальных данных в количественном описании финансовых рынков [92, 93]. В настоящее время так называют раздел социофизики, посвященный анализу теоретических проблем экономики с помощью моделей и представлений, заимствованных из физики или восходящих к ней. Несмотря на критику эконофизики многими экономистами (в особенности представителями неоклассического «мейнстрима» [94]), к данному направлению приближаются такие собственно экономические дисциплины, как эконометрика [95], анализ состояния рынков [89], динамические [88] и теоретико-игровые [96] модели экономики, теория финансов и «финансовая инженерия» (см. далее). По эконофизике имеется большое число обзоров, учебников и монографий, включая публикации на русском языке [84, 97—104]. Работы последних лет рассмотрены в книгах [105, *ч. I*] и [106, 107]; см. также обзорные статьи [108—110].

### 3.3.1. Биржевая динамика

Первой областью систематического применения методов статистической физики к экономике стал количественный анализ динамики покупок и продаж на главных мировых биржах, а также динамики биржевых индексов (Dow Jones, S&P, DAX, Nikkei, РТС и др.), отражающей «усредненные» изменения стоимости акций ключевых фирм в различных странах. Его основу составили компьютеризация бирж (которая сделала доступными большие массивы численных данных, или *временны́е ряды*, трактуемые как результаты количественных измерений) и понятное желание физиков преуспеть в биржевой игре с помощью строгих научных методов. Хотя прикладной аспект первых эконофизических исследований в целом не был реализован (что неудивительно, учитывая двухвековую историю *технического анализа* биржевых данных, преследующего ту же цель [89]), работы Стенли и соавторов ввели динамику биржи в область физики стохастических процессов и инициировали новые подходы к ее описанию и моделированию [93, 97, 98].

Главная особенность биржевой динамики заключается в весьма нерегулярном характере изменения доходности ценных бумаг и товаров во временных рядах. Мерой доходности (return) в данной области часто служит логарифм отношения цены $S(t)$ некоторого товара либо акций некоторой фирмы в моменты $t$ и $t + \Delta t$, разделенные фиксированным интервалом времени: $r(t, \Delta t) = \ln[S(t + \Delta t)] - \ln[S(t)]$. Другими количественными характеристиками могут быть относительные изменения самой цены $G(t)$ на промежутке времени $\Delta t$ и ее дисперсия (*волатильность* $v$)

$$G(t, \Delta t) = \Delta S(t, \Delta t)/S(t) = [S(t + \Delta t) - S(t)]/S(t),$$

$$v = \sqrt{\langle (G - \langle G \rangle)^2 \rangle}$$

(где угловые скобки означают усреднение по времени), корреляции и автокорреляции этих величин, а также объемы продаж и количество сделок по данному виду товаров или акций. Все динамические параметры биржи сильно зависят от выбранного масштаба времени; стандартными являются их средние и предельные значения за рабочий день. Аналогичные характеристики рассчитываются для биржевых индексов (взвешенных сумм курсов акций по определенному списку компаний) и для обменных курсов валют [97, 98].

Анализ рядов биржевых данных с различным шагом $\Delta t$ позволил установить ряд качественных особенностей их статистики, не зависящих или слабо зависящих от конкретного предмета купли-продажи: быстрое (в течение минут) затухание автокорреляций доходности («короткую память» биржи), большие флуктуации цен и объемов сделок, асимметрию стратегий агентов при покупках и продажах и взаимозависимость их поведения — в частности, «кластеризацию волатильности» [97, 111]. Вид распределений доходности акций во временных рядах при этом сильно зависит от длительности интервала $\Delta t$ между «отсчетами»: для малых интервалов (минуты) они имеют негауссову «остроконечную» (leptocurtic) форму с обратными степенными «хвостами» $G \sim 1/r^{\gamma}$. Похожей асимптотикой $P(|X| > x) \to x^{-\gamma}$ (где показатель степени часто, но не всегда лежит в интервале $2 < \gamma < 3{,}5$) обладают кумулятивные распределения доходности акций и флуктуаций биржевых индексов, в области малых $x$ хорошо апроксимируемые гауссовой функцией (рис. 8). В позднейших исследованиях «тяжелые хвосты» (heavy tails) $f(x) \to x^{-\gamma}$ с другими показателями степени были найдены для распределений объемов сделок, волатильности цен и стоимости крупнейших фирм-игроков [112—114].

Неклассические распределения «финансовых» переменных часто моделируют *распределением Леви*. Это распределение возникает в задаче о *су-*

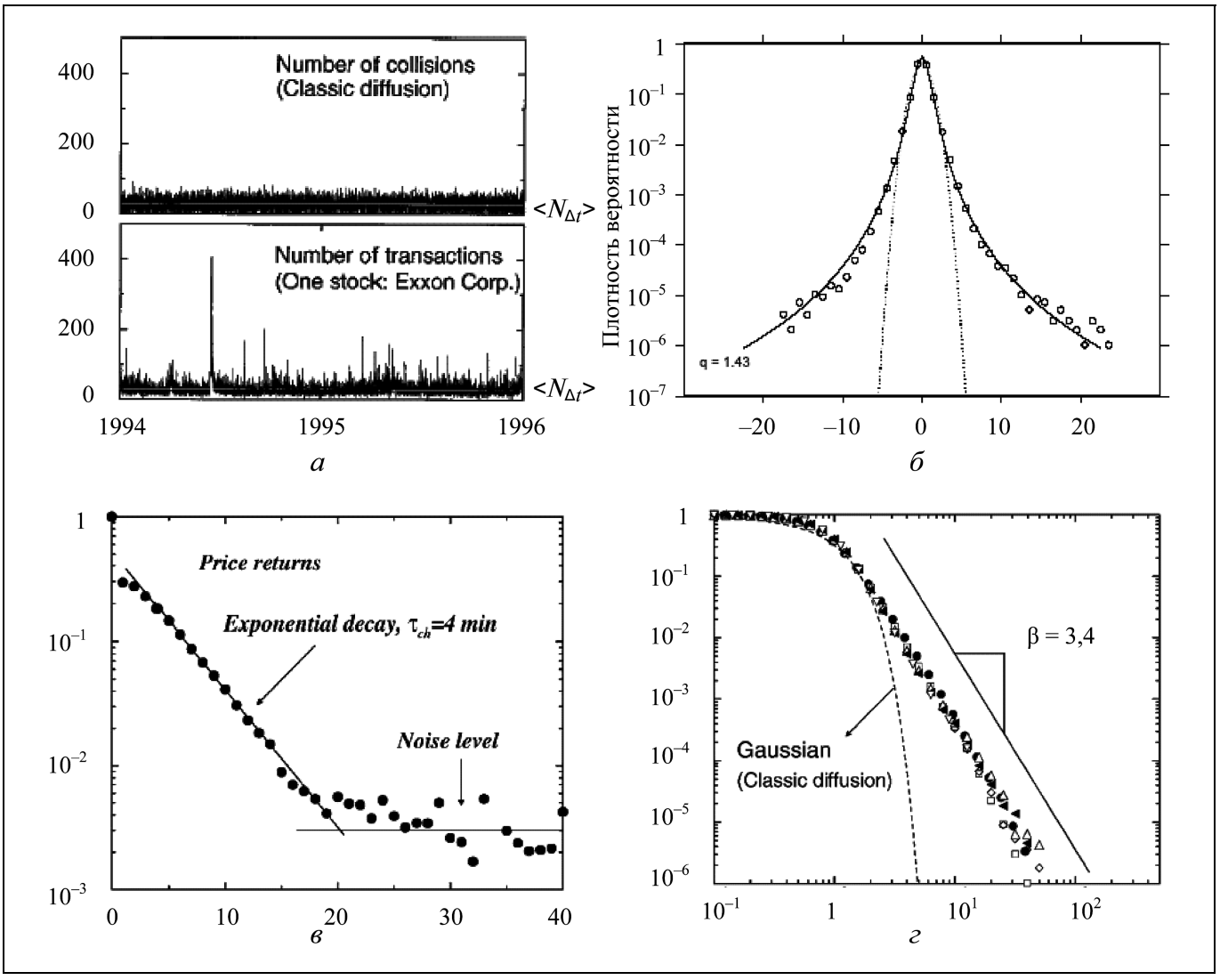



**Рис. 8. Особенности статистики биржевых данных** [97, 98]: *а* — флуктуации гауссова процесса (вверху) и дневного количества продаж акций (внизу) при одинаковой дисперсии; *б* — типичный вид распределения логарифма доходности акций по единицам дисперсии (парабола — гауссово распределение); *в* — экспоненциальное падение доходности акций во времени в полулогарифмическом масштабе; *г* — кумулятивное распределение дневного числа транзакций (плотности продаж) для разных фирм в двойном логарифмическом масштабе, прямая линия — обратная степенная зависимость $P(x > N) \sim N^{-\beta}$

*пердиффузии*, при которой коэффициент $D$ в диффузионном уравнении

$$\partial p/\partial t = -v\partial p/\partial x + \partial^2(Dp)/\partial x^2$$

сам является стохастической переменной, увеличиваясь для «быстрых» частиц [1, *п. 3.1.2*]. В общем виде распределение Леви не имеет аналитической формы и выражается через фурье-образ плотности вероятности $p(x)$, или *характеристическую функцию*

$$\varphi(q) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{iqx} p(x)dx.$$

В простейшем одномерном случае распределение Леви, симметричное относительно начала координат, имеет вид

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \cos(qx)\, e^{-\kappa|q|^{\alpha}}\, dq \qquad (4)$$

с характеристической функцией $\varphi(q) = \exp(-\kappa|q|^{\alpha})$. Его частными случаями являются нормальное распределение Гаусса ($\alpha = 2$, $\kappa = \sigma^2/2$)

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\, e^{-x^2/2\sigma^2}$$

и функция Лоренца, или распределение Коши, справедливое для отношения $\xi/\eta$ двух гауссовых случайных величин ($\alpha = 1$):

$$p(x) = \frac{\pi/\kappa}{(\kappa^2 + x^2)}.$$

Подобно лоренцевой функции, распределение Леви допускает большие флуктуации и при $x \to \infty$ асимптотически приближается к $|x|^{-(\alpha+1)}$, т. е. имеет обратный степенной «хвост» (рис. 9, *а*); при $\alpha < 2$ его дисперсия бесконечна. Как и все его частные формы, распределение Леви *устойчиво*: сумма случайных величин $\Sigma\xi_i$, распределенных по (4) с одинаковыми степенями $\alpha$, подчиняется аналогичному распределению (подробнее см. работы [97—100]). Однако для реальных распределений биржевых параметров «полет Леви» сильно (на 1—2 порядка) завышает вероятности больших флуктуаций (рис. 9, *б*). Эмпирические данные воспроизводят *усеченным распределением Леви*, непосредственно ограничивая «длину прыжка» $x_i$ [97] либо представляя его случайными блужданиями, распределенными по Коши, в возрастающем модельном потенциале $U(x)$ [98]. Методы аппроксимации «остроконечных» эконофизических распределений $f(x)$ с «тяжелыми хвостами» кратко рассмотрены в недавно изданном учебнике «Physics of stochastic processes» [115, *с. 268—272*] и более подробно в книгах [97, 98] и статьях [99, 100].

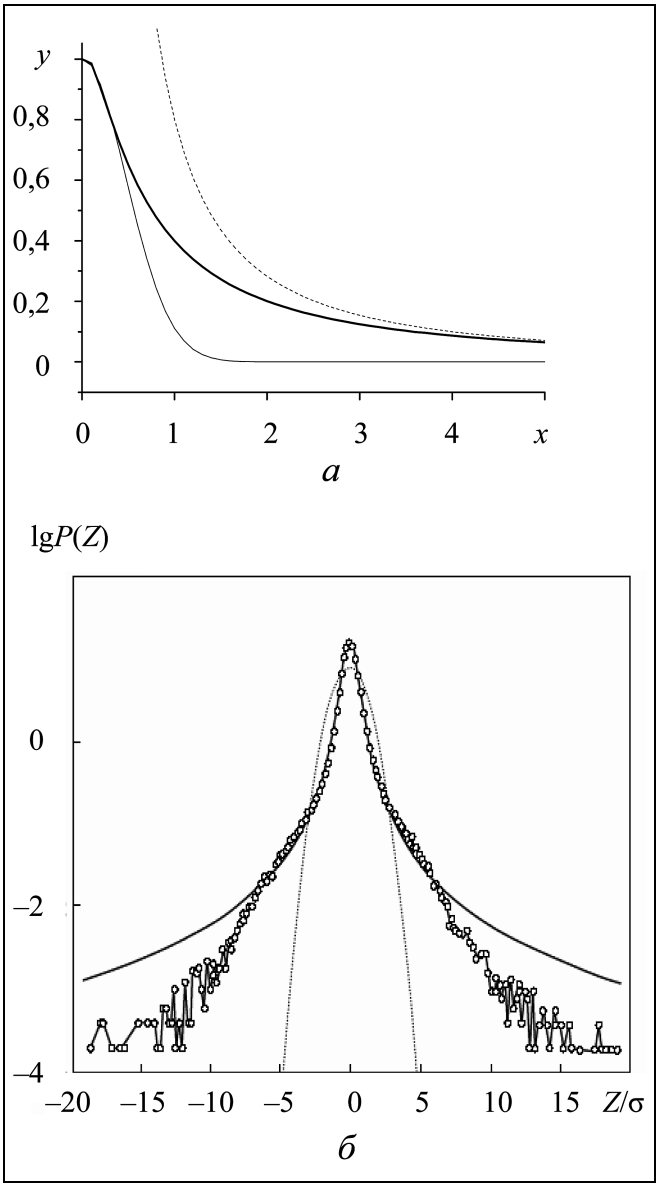



**Рис. 9. Распределение Леви** (*а*) при $\alpha = 1/2$ (жирная линия), асимптотически приближающие его гауссово распределение $\exp(-ax^2)$ ($x \to 0$, тонкая линия) и обратная степенная зависимость $bx^{-3/2}$ ($x \to \infty$, штриховая линия); **распределение значений индекса S&P в 1984—1989 гг.** с $\Delta t = 1$ мин (точки) в полулогарифмических координатах (*б*): сравнение с гауссовой функцией (пунктир); сплошная линия — с распределением Леви при $\alpha = 1{,}40$ [97]

Заметим, что ключевые физические характеристики биржи как социальной системы — число игроков и их распределение по «энергоподобной» покупательной способности — составляют коммерческую тайну и в эконофизической литературе не обсуждаются. Тем не менее, оценочное число участников торгов на главных мировых биржах (от нескольких тысяч до десятков тысяч в день) и преобладание мелких сделок, не влияющих на стратегии крупных игроков, иллюстрируют как неоднородность, так и весьма немакроскопический характер этих систем несмотря на значительный объем доступных для них данных (миллионы точек). Возможно, именно этим обстоятельством обусловлены расхождения в параметрах и даже в характере распределений (нормальное и лог-нормальное, «полет Леви», усеченное распределение Леви, распределение Стьюдента и т. д.), используемых разными авторами. Наличие больших флуктуаций и обратных степенных «хвостов» для этих данных объяснялось, в частности, сильным влиянием на статистику биржи крупных (т. е. весьма немногочисленных) покупок и продаж [109, 114].

### 3.3.2. Фрактальная размерность биржевых рядов

Другой подход к анализу биржи основан на приближенной масштабной инвариантности временных рядов [102, 116]. «Самоподобие» графиков динамических данных, взятых в различных масштабах времени, позволяет рассматривать их как *фрактальные* геометрические объекты. Фрактальный характер биржевого ряда впервые отметил в

1963 г. Бенуа Мандельброт на примере динамики цены на хлопок [116]. Характеристикой таких графиков служит (хаусдорфова) *фрактальная размерность D*, оцениваемая по предельному соотношению $N(\delta) \sim \delta^{-D}$:

$$D = \lim_{\delta \to 0} \frac{\ln N(\delta)}{\ln(1/\delta)} = -\lim_{\delta \to 0} [\log_\delta N(\delta)], \qquad (5)$$

где $N$ — число одинаковых элементов (например, кругов), покрывающих фрактальный объект, $\delta$ — размер элемента (радиус круга, рис. 10, *а*). В реальных биржевых рядах последовательность покрытий ограничена снизу минимальным интервалом времени $\Delta t$ между двумя «отсчетами» цен акций. Фрактальной размерностью $D$ ряда данных определяется *индекс Херста* $H = 2 - D$, отражающий способность стохастического процесса к сохранению определенной тенденции во времени:

$H > 0{,}5$: *персистентность* (наличие тренда к повышению или понижению цены);

$H < 0{,}5$: *антиперсистентность* (антикорреляция последовательных сдвигов цены);

$H \approx 0{,}5$: отсутствие корреляций ценовых сдвигов (случайные блуждания).

Значениями отклонения $H$ от 0,5 характеризуются «интенсивности» тренда (к повышению или к понижению) либо антикорреляций (уплощенный участок графика) [102].

Определение состояния биржи (и связанных с ней отраслей экономики) и предсказание его вероятных изменений по свойствам имеющихся временных рядов, включая фрактальную размерность, составляет предмет *технического анализа*: прикладного направления в экономике и финансах, посвященного анализу данных, их динамике и оптимальным стратегиям игроков [89]. (Теоретическое описание биржи в этих терминах относят к *фундаментальному анализу*). Однако применимость для таких целей индекса Херста, вычисляемого из формулы (5), невелика ввиду медленной сходимости ряда $N(\delta)$ с уменьшением размера составляющих элементов. В этих условиях среднюю фрактальную размерность можно определить лишь для длинных интервалов, на которых тенденции временного ряда успевают измениться. В работах Дубовикова и соавт. [102, 118] был предложен алгоритм *минимального покрытия* фрактального графика функции $f(t, \Delta t)$ прямоугольниками $A_i \times \delta$, где $A_i = \Delta f_i$ — изменение значения $f$ на $i$-м интервале $\Delta t = \delta$ (рис. 10, *б*). С его помощью удалось построить быстро сходящиеся ряды площадей покрытия графика $\Sigma(A_i \cdot \delta) = V_f(\delta) \cdot \sim \delta^{-\mu}$ с новым *индексом фрактальности* $\mu = D - D_T$ (где $D_T$ — топологическая размерность, равная 1 для функции одной переменной, рис. 10, *в*). Использование индекса $\mu$ для оценки персистентности ряда на коротких интервалах (где оценка (5) по индексу Херста не работает) выявили локальные нарушения самоподобия на участках с выраженным

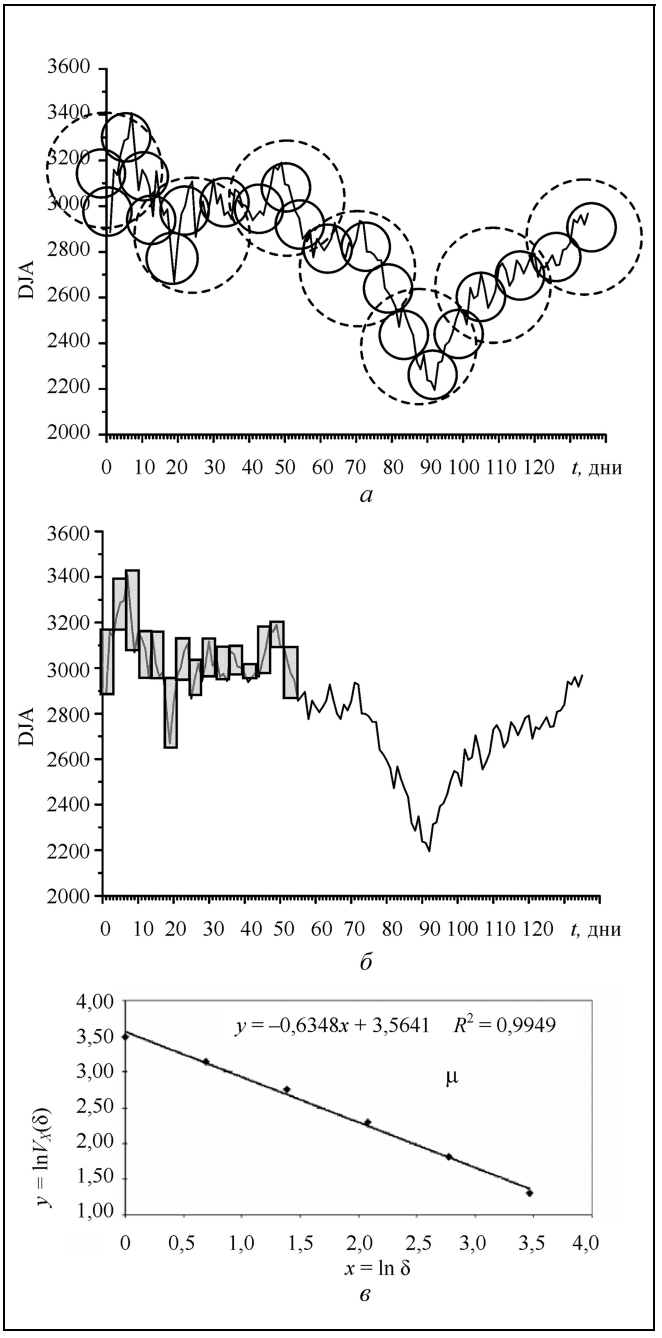



**Рис. 10. Фрактальная размерность биржевых рядов:** *а* — обычное (штриховые и сплошные окружности — два шага построения) и *б* — минимальное (прямоугольники) покрытие фрактального ряда индекса Доу—Джонса с 27.10.2008 по 8.05.2009 [117]; *в* — зависимость $V \sim \delta^{-\mu}$ для курса акций компании «Coca-Cola» (интервал в 32 дня) в двойных логарифмических координатах (см. [102] и текст)

трендом: *подавление мелкомасштабных флуктуаций при наличии крупномасштабных* (сравн. график на рис. 10, *б* в интервалах 70—100 и 100—130 дней). Степень общности этого наблюдения обсуждается [102].

### 3.3.3. Экономические кризисы

Несмотря на длительное развитие технического анализа (среди его основателей был Чарльз Доу, в 1896 г. вместе с Эдвардом Джонсом предложивший один из наиболее известных биржевых индикаторов США Dow Jones Average (DJA) [117]; первое издание фундаментальной монографии Эдвардса и Маджи «Технический анализ биржевых трендов» [89] вышло в 1948 г.), существующие методы не позволяют прогнозировать наиболее известные негативные явления экономики: финансовые и экономические кризисы (см. также работу [102]). Статьи, посвященные моделированию кризисов, появились в физических журналах с конца 1990-х гг. и к 2001 г. составили заметную долю работ по эконофизике [119—123]. Наиболее значимым среди них стало исследование Иохансена и Сорнета [121], рассмотревших аналогии как экономической, так и популяционной динамики с фазовыми переходами в «неживых» системах.

В основу анализа авторы [121] положили гиперболический рост населения Земли в историческом времени, впервые отмеченный в 1960 г. [124] и обсуждавшийся во многих работах второй половины XX в. (см. [125, 126] и цитированную там литературу):

$$P \sim (t_0 - t)^{-\alpha}, \qquad (6)$$

где $P$ — численность населения, $\alpha \approx 1{,}5$—2, а «критическая точка» $t_0$ лежит в интервале 2030—2060 гг. Эту закономерность, установленную по данным переписей в последние столетия и оценкам для более раннего времени [125], авторы дополнили аналогичной эмпирической динамикой роста мирового ВВП и биржевых индексов (для которых получили $\alpha \approx 1$). Расходящуюся зависимость (6), в соответствии с феноменологией критических явлений [29] указывающую на приближение к точке фазового перехода, при этом детализировали на основе теории Ландау [127] формальным разложением в комплекснозначный ряд по параметру порядка $F(x) = I(t_0) - I(t)$, где $I$ — измеряемая величина, $x = t_0 - t$ (несмотря на очевидное $I(t_0) = \infty$):

$$d(\ln F)/d(\ln x) = \\ = (\alpha + i\omega)F(x) + (\beta + i\kappa)F^2(x) + \ldots \qquad (7)$$

Нулевому приближению $d(\ln F)/d(\ln x) = \text{const}$ ($\omega = 0$) отвечает гиперболическая асимптотика (6),

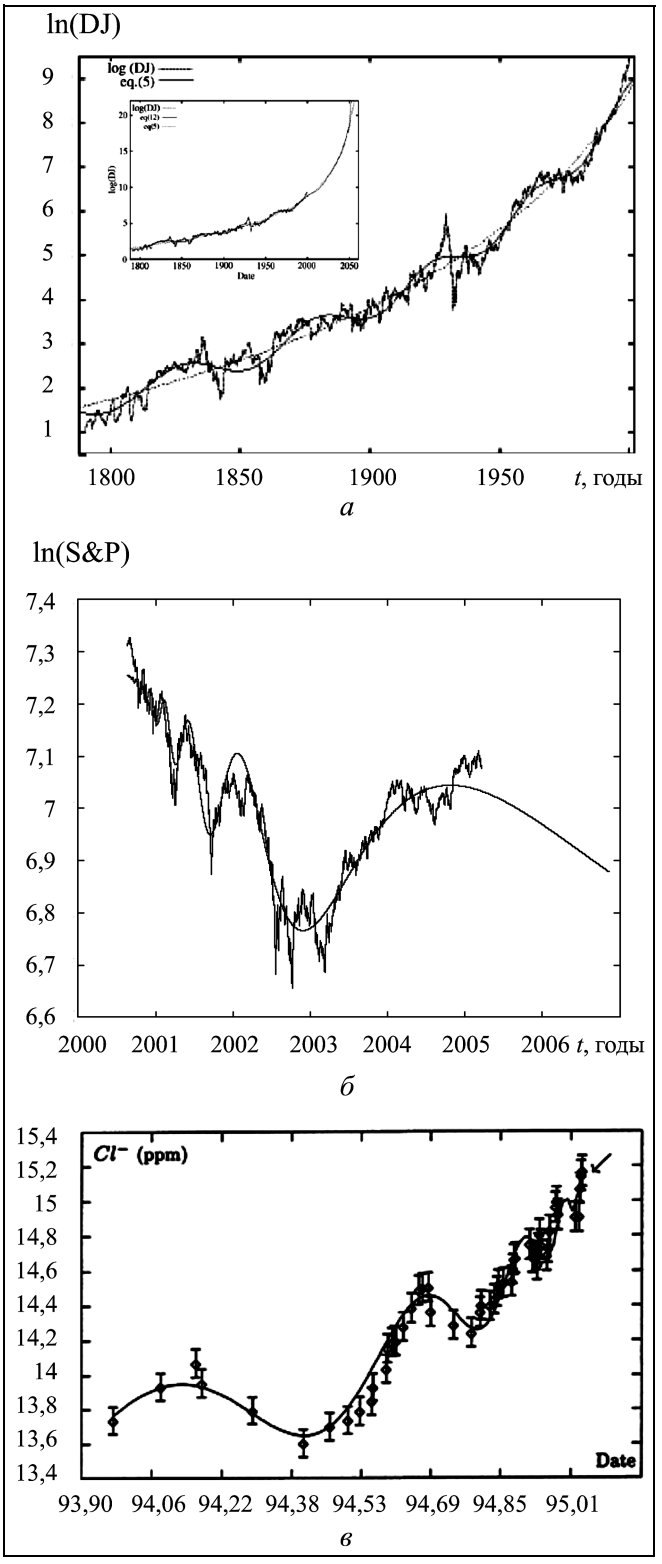



**Рис. 11. Феноменология критических явлений:** *а* — подгонка временного ряда индекса Доу—Джонса во втором приближении (7а) (см. текст) в полулогарифмическом, на врезке в линейном масштабе [121]; *б* — кризис 2001—2003 гг. как «обращенный пузырь» на фондовом рынке США [129]; *в* — зависимость концентраций ионов в термальных водах накануне землетрясения в Японии [130]

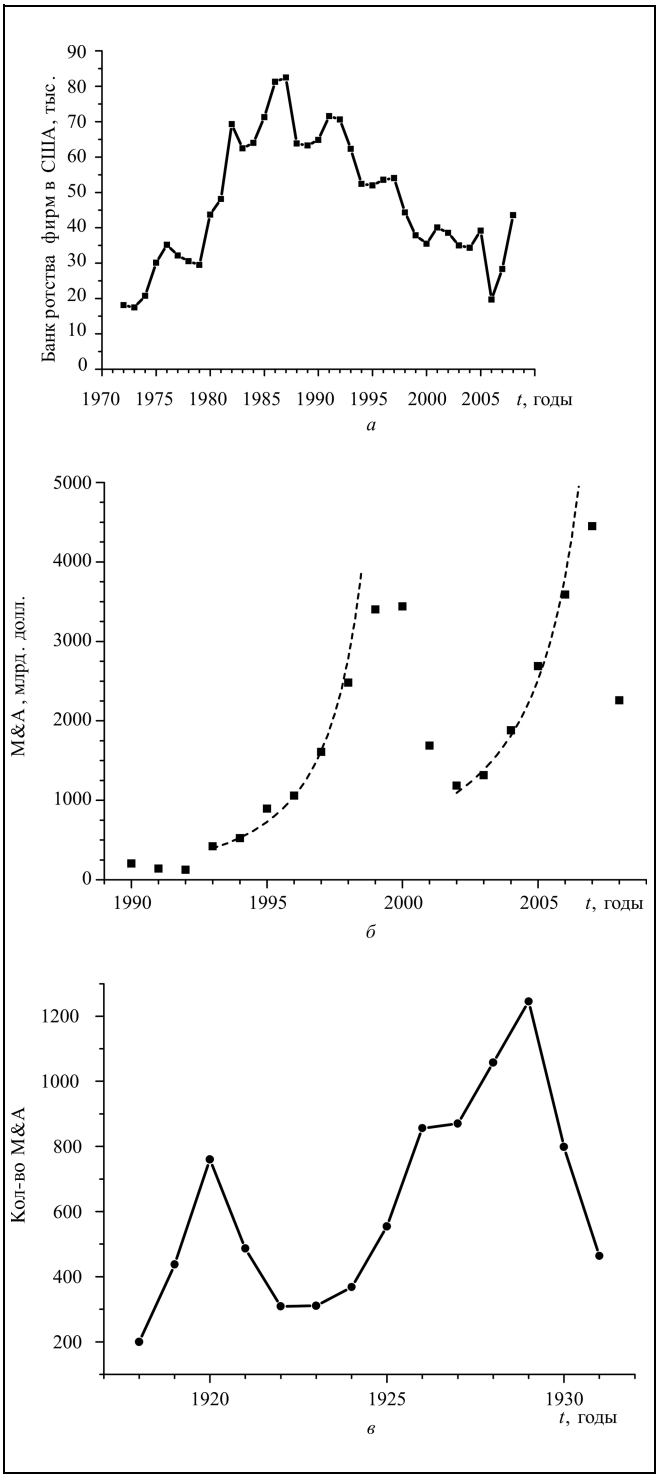



**Рис. 12. Конденсация капитала при свободном расширении экономики:** *а* — «снижение температуры»: число банкротств фирм в США с 1972 по 2008 г. (*U.S. Census Bureau, Statistical Abstract of the United States, 2009,* http://www.census.gov/compendia/statab/); *б* — годовые объемы сделок по слиянию и поглощению (M&A) в США с 1990 по 2008 г. (*U.S. Census Bureau, Thomson Reuters Financial Advisers, Mergers and Acquisitions Reviews, 2005—2008*, http://www.reuters.com); штриховые линии: гиперболы $A(t_C - t)^{-\alpha}$; *в* — годовые количества крупных M&A в США с 1918 по 1931 г. (по [135])

а первому — модулирующая логарифмически-синусоидальная («лог-периодическая») динамика

$$F(x) = A + B(t - t_0)^{-\alpha} + \\ + C(t - t_0)^{-\alpha}\cos[\omega\ln(t_0 - t) + \phi] \qquad (7a)$$

(рис. 11, *а*). Подбором эмпирических параметров ($A$, $B$, $C$, $\alpha$, $\omega$, $\phi$ и т. д.) авторы в первом приближении уравнения (7) аппроксимировали демографическую динамику мира в I—XX вв., а во втором приближении — динамику индекса DJA[5] в 1790—1999 гг. На качественном уровне им удалось воспроизвести большинство наблюдаемых отклонений от гиперболического тренда, однако позднейший ход индекса в 2000—2001 гг., по нашим данным, не соответствовал предложенной модели.

В последующих работах Сорнета и соавт. [103, 128, 129] разложение по параметру порядка использовалось для детального моделирования биржевой динамики — в частности, трендов на повышение и понижение курсов акций, а также «пузырей»: периодов ажиотажного спроса на определенные товары с завышением и последующим резким падением их цены (рис. 11, *б*). Во втором и третьем порядках разложения (7) временные ряды воспроизводились количественно, однако обилие варьируемых параметров затрудняет их содержательную экстраполяцию. В противоположность обычно наблюдаемым лог-периодическим колебаниям сложной системы вблизи катастрофического события (формула (7а)), при которых осцилляции «сгущаются» с приближением к критической точке [130] (рис. 11, *в*), в цитируемых работах точка $t_0$ предшествовала моделируемой динамике; авторы назвали такую теоретическую конструкцию «обращенным пузырем» (anti-bubble) [103].

Заметим, что работы данного направления не предсказали биржевой кризис 2001 г. в США (снижение индекса Доу—Джонса с конца мая и его «вертикальное» падение с 4 по 21 сентября) с последовавшей рецессией [117], хотя подобные явления прогнозировались в рамках обычных экономических теорий [131]. О предсказании кризиса 2008 г. эконофизическими методами в литературе также не сообщалось, но в последние годы отмечается новый всплеск интереса к этой проблеме [132—137]. В частности, в нашей работе [135] кризисы 2001 и 2008 гг. связывались с предшествовавшими им волнами слияний и поглощений (Mergers & Acquisitions, M&A [138]): неконтролируемой «конденсацией капитала», дезорганизующей уп-

[5] Значения индекса до 1896 г. реконструировали по ценам составляющих его акций.

равление укрупненными фирмами [139] и, в свою очередь, вызванной ослаблением конкуренции при экономической экспансии США в 1990-е и 2000-е гг. (рис. 12). В интернет-публикации 2010 г. [137] из анализа динамики цен на золото в 2003—2010 гг. (гиперболический рост с лог-периодической модуляцией, формула (7а)) был предсказан крах «золотого пузыря» весной — летом 2011 г. В реальности цена золота на Лондонской бирже с августа 2010 г. к августу 2011 г. выросла на треть (до ~1600 долл. за унцию) и после ряда скачков (сентябрь 2011 г.: ~1900 долл.) снижается в марте 2012 г. с 1780 до 1650 долл. за унцию [140].

### 3.3.4. Физическое содержание экономических категорий

Установление связи между фундаментальными понятиями экономики и физики неоднократно декларировалось в литературе как очевидная «эконофизическая» задача [82, 84]. (Примером такой связи может служить идея равновесия спроса и предложения, лежащая в фундаменте классической экономической теории). Тем не менее, работы в этом направлении весьма фрагментарны. Основная часть эконофизической периодики посвящена довольно узкому кругу проблем: обработке количественных данных о состоянии экономики и финансов методами, развитыми в физике [93], и математическому моделированию получаемых закономерностей. Поскольку для социальных процессов обычно наблюдаются лишь косвенные аналогии с «неживыми» сложными системами, прямой перенос физической терминологии на экономику вряд ли обоснован.

Предположения о «физическом смысле» экономических понятий и явлений (в том числе весьма глубокие) возникают и внутри теоретической экономики. Так, в обзорной статье [141] детально сопоставлено описание равновесных состояний и путей достижения равновесия в классической термодинамике и в неоклассических экономических теориях. Ряд авторов анализирует так называемую «гравитационную зависимость» международных торговых потоков $F_{ij}$ от ВВП партнеров ($M_i$, $M_j$) и расстояния $R_{ij}$ между ними[6]: $F_{ij} \sim M_i^{\alpha} M_i^{\beta} / R_{ij}^{\gamma}$ (где $\alpha$, $\beta$ и $\gamma$ — эмпирические коэффициенты), установленную в 1960-е гг. [142]. Возрастающее число исследований посвящено влиянию сделок на состояние рынка (market impact), которое отражается количественным параметром $R = \Delta S_i / V_i$ (отношением изменения цены товара до и после покупки (продажи) к объему сделки) и соответствует влиянию агента на «потенциал» мультиагентной системы [143]. В большинстве «экономико-физических» работ анализируют применимость понятия энтропии к экономическим процессам, взаимосвязь «деньги — энергия», распределения дохода и богатства (прежде всего *закон Парето*) и, в последние годы, сетевую структуру экономических отношений.

Поскольку временные ряды цен акций, биржевых индексов и курсов валют отличаются от динамики броуновской частицы нестационарностью стохастического процесса и корреляциями его характеристик (доходности, волатильности), стандартные статистические параметры — такие как моменты распределений — для них уже не существуют или не дают полного макроскопического описания [110, 111]. «Степень неопределенности» этих данных лучше характеризует *шенноновская энтропия H*, введенная в середине XX в. в теории информации [144]. Для величины $X = \{x_1, x_2, ..., x_n, ...\}$, принимающей дискретные значения $\{x_i\}$ со значениями вероятности $\{p_1, p_2, ..., p_n, ...\}$, $\Sigma p_i = 1$, она определяется как

$$H(X) = -\Sigma p_i \log_m(p_i). \qquad (8)$$

При основании логарифма $m = e = 2{,}71...$ энтропия выражается в «натуральных» единицах (*нат*), при $m = 2$ — в «информационных» единицах (*бит*). В том случае, если $X$ равномерно распределена между $N$ дискретными значениями ($p_1 = p_2 = ... = p_N = 1/N$), энтропия (8) в «натуральных» единицах принимает вид $H(X) = -\ln N = S/k$, где $S$ — обычное определение энтропии в статистической физике, $k$ — константа Больцмана. (В общем случае $0 \le H(X) \le S/k$). Для пары величин $X = \{x_i\}$ и $Y = \{y_j\}$, распределенных с вероятностями $\{p_X(x_i)\}$ и $\{p_Y(y_j)\}$, вводятся полная энтропия $H(X, Y)$, условная энтропия $H(X|Y)$ и общая информация $I(X; Y) \ge 0$, характеризующая корреляцию между распределениями $X$ и $Y$:

$$H(X, Y) = -\sum_j \sum_i p(x_i, y_j) \log_m [p(x_i, y_j)], \qquad (9а)$$

$$H(X|Y) = H(X, Y) - H(X) = \\ = -\sum_j \sum_i p(x_i, y_j) \log_m [p(x_i, y_j)/p(x_i)] \qquad (9б)$$

[6] Подобно квазисилам отталкивания в моделях движения «живых частиц» (см. [1]), для торговых потоков между странами, понимаемых как «силы», не выполняется третий закон Ньютона: $|F_{ij}| \ne |F_{ji}|$.

или

$$H(Y|X) = H(X, Y) - H(Y) = \\ = -\sum_j \sum_i p(x_i, y_j)\log_m[p(x_i, y_j)/p(y_j)],$$

$$I(X; Y) = H(Y) - H(Y|X) = \\ = H(X) + H(Y) - H(X, Y) = \\ = \sum_j \sum_i p(x_i, y_j)\log_m[p(x_i, y_j)/p(x_i)p(y_j)] \qquad (9в)$$

(для независимых $X$ и $Y$ $I(X;Y) = 0$). Соотношения (7) и (8) обобщаются на непрерывно распределенные случайные величины [144].

С помощью соотношений (8) и (9а)—(9в) выявляют корреляции и персистентность финансовых временных рядов [145, 146]. В частности, расчет энтропии собственных значений корреляционной матрицы для цен акций показал неустойчивость американского рынка к кризисам, сохраняющуюся с 2002 г. [147]. В работах Чена (см. [148, 149] и цитированную там литературу) обсуждаются перспективы «термодинамического» описания экономики, основанного на шенноновской энтропии неравновесных мультиагентных систем вместо обычной статистической (гиббсовой) энтропии. К этому направлению примыкает *поведенческая теория финансов* (behaviorial finance), где широко применяются агентные модели и формализм теории игр [105, 107, 110].

До выработки единой общепринятой терминологии формулами (8) и (9а)—(9в) пока задают как *информационную энтропию* системы из $N$ состояний, занимаемых с вероятностью $\{p_1, p_2, ..., p_N\}$, так и *количество информации*, вмещаемое такой системой. Использованию информации для моделирования динамики биологических и социальных систем, включая экономику, посвящена книга Д.С. Чернавского [150]. На основе соотношений (9а)—(9в) в ней рассмотрен процесс рождения *ценной информации* в детерминистских системах, проходящих через состояние *динамического хаоса*. Динамику таких систем в синергетике (см. также книгу [85]) качественно воспроизводит *фазовый портрет*: в простейшем случае проекция всех многомерных траекторий системы на плоскость $(q, \dot{q})$ одной из ее обобщенных координат $q$ и ее производной по времени $\dot{q} = dq/dt$. На такой проекции визуализируются точки устойчивых решений и предельные фазовые траектории $\dot{q}$ $(q)$, показывающие асимптотическое поведение системы, точки и линии неустойчивой динамики, а также области хаоса, или *странные аттракторы* (рис. 13).

В хаотическом состоянии (которому в фазовом пространстве соответствует «перемешивающий слой») решения дифференциальных уравнений, описывающих динамику системы, неустойчивы к малым возмущениям параметров. Внутри перемешивающего слоя траектория системы непредсказуемо изменяется, а на выходе из него (например, при завершении политического кризиса в стране) стабилизируется. *Развивающиеся системы*, способные в состоянии хаоса генерировать ценную информацию, имеют ряд обязательных признаков: диссипативность (потребление энергии от внешнего источника), нелинейность (с возможностью сильного отклика на слабое воздействие) и вытекающая из соотношений (8) и (9) *мультистабильность*: дискретный набор устойчивых состояний (1, 2, ..., $N$).

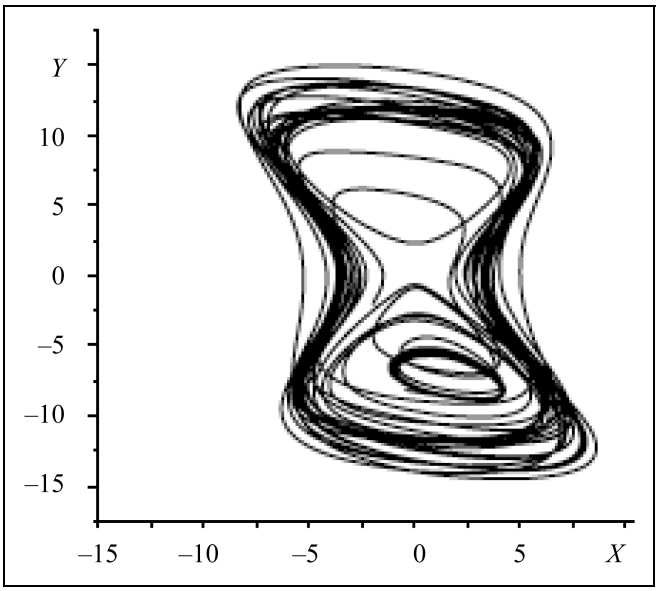



**Рис. 13. Фазовые траектории модели «солнечного динамо», описывающей медленные флуктуации солнечной постоянной** (см. [1, *п. 1.1*]): $X(t)$ и $Y(t)$ — соответственно токи в экваториальном и меридиональном контурах. «Восьмерка» из хаотически изменяющихся траекторий $Y(X)$ — область странного аттрактора, в которую система переходит из внутренней и внешней областей параметров $(X, Y)$ с течением времени $t$ [151]

Попаданию системы в $i$-е состояние, т. е. «выбору» состояния, соответствует рождение информации, а случайному переходу в другое состояние под воздействием флуктуаций — потеря информации («забывание»). Новая информация оказывается *ценной*, если условная вероятность некоторого события в момент времени $t$ — получения прибыли на бирже, закрепления нового слова в языке, выживания биологического вида и т. д. — при нахождении системы в выбранном состоянии $Y = i$ выше его безусловной вероятности в тот же момент времени $P(X = x \in A|Y = i) > P(X \in A)$, где $A$ — «целевое» множество значений случайной величи-

ны $X$, и $Y \in \{1, 2, ..., N\}$. Новизну и универсальность «информационного» подхода к описанию биологических и социальных процессов иногда понимают как невозможность свести теорию развивающихся систем к одним лишь фундаментальным законам (современной) физики [150]. (При отсутствии ясного физического содержания у сегодняшних терминов «информация» и «информационная энтропия» это действительно нелегко сделать).

На основе теории информации Д.С. Чернавский интерпретировал физическую функцию денег как средства, минимизирующего энтропию обмена в экономике [150, *гл. 8*]. Этот вывод можно иллюстрировать, поставив в соответствие $N$ товарам вершины графа, возможным актам их обмена — ребра этого графа и определяя энтропию обычным образом как $S = K\ln W$, где $W$ — сумма состояний обмена (число ребер), $K = \text{const}$. «Бартерную» экономику с прямым обменом всех товаров в этом случае представляет полный граф с $W = N(N-1)/2$ ребер (рис. 14, *а*), а экономику с деньгами — звезда с $W = N$ (рис. 14, *б*), так что для больших $N$

$$S_{\text{барт}} = \ln N + \ln(N-1) - \ln 2 \approx 2\ln N = 2S_{\text{ден}}$$

(денежная экономика «вдвое эффективнее» бартерной). Моделированию спонтанного возникновения преобладающего предмета обмена (и, далее, всеобщего эквивалента) в товарной экономике посвящены многие теоретические работы [152, 153].

Расхожее словосочетание «энергия денег» в последнее десятилетие было детализировано в работах Яковенко и соавт. («кинетическая теория денег») [154—157], а также других исследователей, применивших методы статистической физики к анализу обмена в экономике [101, 157—159]. Эмпирической основой этого направления стали доступные через Интернет данные о благосостоянии населения ряда развитых стран (Англии и США [154], Австралии [155]), демонстрирующие обратное экспоненциальное распределение по доходам $\sim e^{-Ar}$ для низкооплачиваемого большинства (95 %) и обратный степенной «хвост» распределения $\sim r^{-\alpha}$ для богатой части населения (рис. 15, *а*). «Больцмановской» зависимостью плотности вероятности дохода $p(r) \sim e^{-Ar}$ порождается также экспоненциальное кумулятивное распределение доли населения с доходами, меньшими заданной величины $x$:

$$N(r < x) = \frac{1}{N_0}\int_x^{\infty} p(r)dr = Be^{-Ax}.$$

Экспоненциальное падение доходов воспроизводилось авторами в модели случайных столкновений частиц с обменом локально сохраняющейся «энергией», заимствованной из кинетической теории газа: $m_i(t) + m_j(t) = m_i(t + \Delta t) + m_j(t + \Delta t)$, где $\{m_k(t)\}$ и $\{m_k(t + \Delta t)\}$ соответственно обозначают «энергии» агентов до и после столкновения, моделирующего экономическое взаимодействие, и $\Sigma m_k = \text{const}$ (глобальное сохранение «энергии»). Энергоподобная субстанция, сохраняющаяся в столкновениях, в работах Яковенко и соавт. была весьма неудачно названа «деньгами» [156] (фактически же моделировалось перераспределение богатства при обмене товаров и услуг, и разность $\Delta m_i = m_i(t + \Delta t) - m_i(t)$ означала выигрыш либо проигрыш $i$-го агента в акте обмена). Ослабление условия $\Sigma\Delta m_i = \varnothing$ до локального сохранения богатства *в среднем* при ряде дополнительных предположений (например, $\Delta m_i \sim m_i^{\beta}$ [156]) позволяет воспроизвести обратную степенную асимптотику $N(r > m) \sim m^{-\alpha}$ для больших $m$ [159].

В классической экономической теории распределение благосостояния в обществе чаще характеризуется *кривой Лоренца* $L(x < M)$ (кумулятивным дискретным распределением долей дохода $0 < M < 1$ по равным долям населения) и *коэффициентом Джини* $G \in [0, 1]$: отношению площади между ломаной линией $L(x < M)$ и прямой $L_0 = M$ (отвечающей уравнительному распределению дохода $p(x) = dL_0/dM = \text{const}$) к площади треугольника $\int_0^1 L_0 dx$ (рис. 16). Значения $G = 0$ и

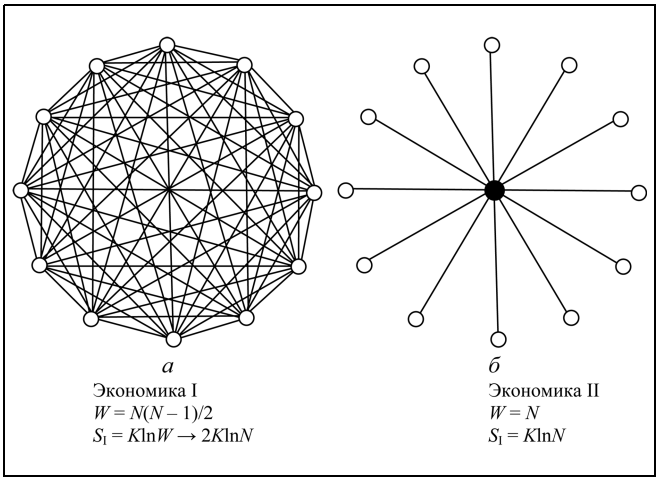



**Рис. 14. Возможности обмена товаров в бартерной экономике I (*а*) и в денежной экономике II (*б*;** закрашенной вершине соответствует всеобщий эквивалент обмена, т. е. деньги)

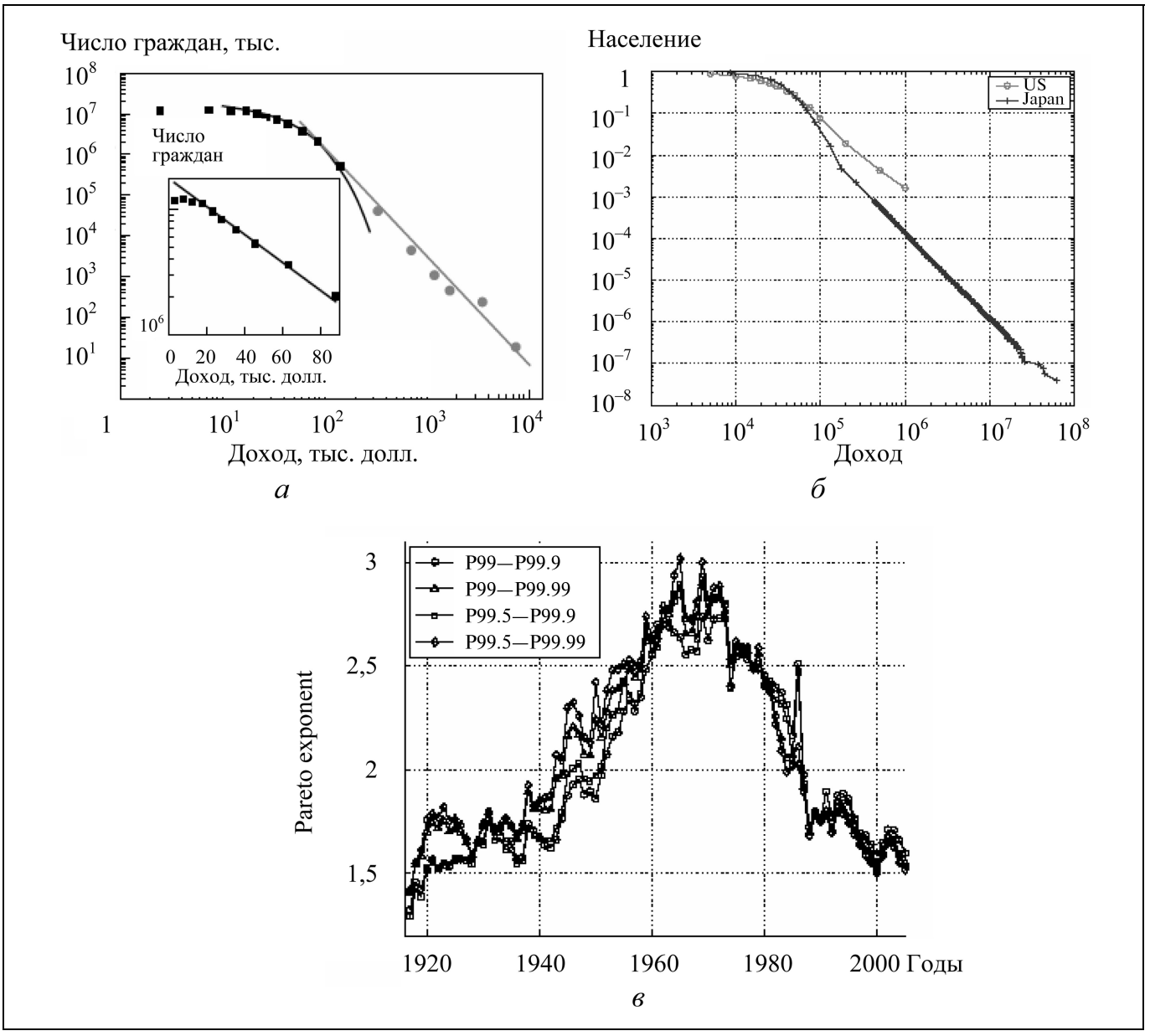



**Рис. 15. Кумулятивное распределение дохода в двойных логарифмических координатах:** *а* — США, 1998 г., на врезке координаты полулогарифмические [101]; *б* — США (•) и Япония (+), 2000 г. [82]; *в* — показатель α распределения Парето ~$1/r^{\alpha}$ для богатой части населения США в XX в. [160]

$G = 1$ соответственно обозначают «полное равенство» и «крайнюю несправедливость»; в современных США $G \approx 0{,}5$ [98, 161]. На наш сторонний взгляд, оба эти инструмента скорее затушевывают, чем визуализируют имущественное неравенство, и реакция экономистов на объективный подход физиков к эмпирическим данным была довольно болезненной (см. далее). Само же кумулятивное распределение доходов населения в большинстве экономических теорий с середины XX в. полагали логарифмически нормальным («лог-нормальным») [162]

$$N(r < x) = \frac{a}{x} e^{-b(\ln x)^2}, \qquad (10)$$

основываясь на гипотезе о случайных изменениях логарифма благосостояния $\{w_i\}$ экономических агентов с течением времени:

$$\ln w_i^{(t+1)} = \ln w_i^{(t)} + \xi_i, \qquad (10a)$$

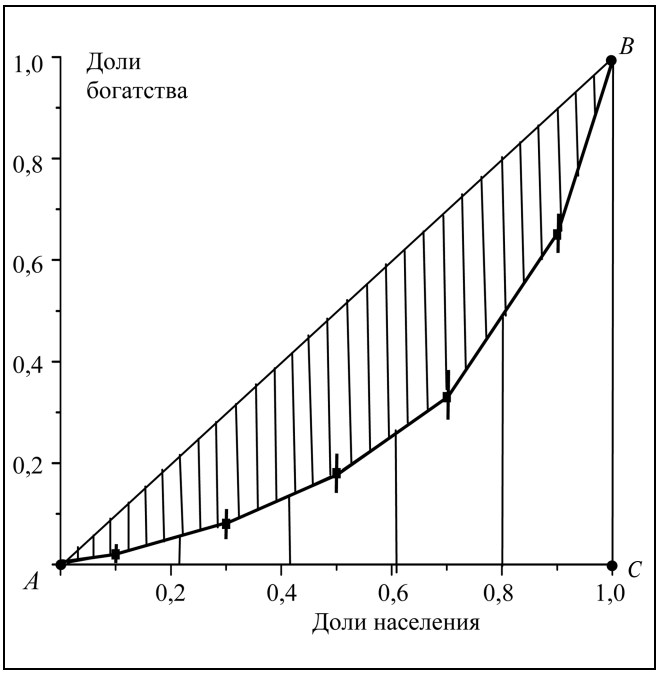



**Рис. 16. Стилизованное изображение кривой Лоренца** $L(x > M)$, отражающей кумулятивное распределение дохода по 20%-м долям населения страны (*квинтилям*), расположенным по возрастанию благосостояния. Жирными вертикальными отрезками обозначены погрешности в определении среднего дохода (по налоговым данным) для соответствующей доли населения. Коэффициент Джини $G$ равен отношению площади заштрихованной части графика к площади треугольника $ABC$; отрезок $AB$ соответствует кривой Лоренца $L_0$ при уравнительном распределении дохода (см. текст)

где $\xi_i$ — стохастическое изменение богатства $i$-го агента на $(t + 1)$-м шаге случайного процесса [163].

Не следующая из выражения (10) обратная степенная асимптотика распределений больших доходов (*закон Парето* $N(r > x) \sim x^{-\alpha}$) известна в экономике более 100 лет [160, 163]. К лог-нормальному виду с «хвостом Парето», в частности, приближается кумулятивное распределение доходов в современной Японии (рис. 15, *б*). Уменьшение показателя степени $\alpha$ соответствует повышению доходов богатейшей части общества, т. е. увеличению неравенства. Как эконофизические [156], так и эконометрические исследования [160] указывают на рост неравенства в США с 1970-х гг. (рис. 15, *в*).

Лог-нормальное распределение благосостояния и асимптотика Парето неоднократно воспроизводились в математических моделях, однако «экономический смысл» принятых допущений (включая логарифмические случайные блуждания (10а)) оставался невыясненным [163]. В частности, обратную степенную асимптотику распределения богатства $P(w)$ в математической экономике (см. [160]) и, позднее, эконофизике [164] получали усложнением мультипликативного случайного процесса (10а), представляя благосостояние агента в виде $w = ax + b$, где коэффициенты $a$ и $b$ также являлись случайными величинами, причем $a \to 1$ для больших $x(t)$ и $a \to \infty$ при $w(t) \to 0$ («отталкивание от нуля»).

Применение кинетической теории газов к описанию рынка вызвало резкую критику профессиональных экономистов [165], справедливо указывавших на отсутствие глобального «сохранения денег» в экономике и на игнорирование фактора производства в кинетических моделях[7]. Однако сами модели этими возражениями не опровергаются, а от допущения только локального (или даже локального в среднем) сохранения «энергии» становятся лишь более гибкими. Более существенным представляется то обстоятельство, что «больцмановские» 95 % населения в основном составляют наемные работники (живущие на зарплату, хранящие деньги в сберкассах, делающие основные покупки в супермаркетах и весьма редко участвующие в торге со свободно устанавливаемой ценой), которых вряд ли можно считать активными рыночными агентами. Как экспоненциальное падение, так и асимптотика Парето в распределении доходов могут объясняться совсем другой причиной: структурой социальных систем, которой в стационарных условиях отвечают экспоненциально масштабируемые сети с безмасштабным управляющим ядром [28]. В этом случае искомое распределение $P(w)$ непосредственно вытекает из гипотезы $w_i \sim k_i$, где $k_i$ — порядок $i$-го узла в сети, хотя более естественной «обогащающей переменной» следовало бы считать важность, или нагрузку узла (см. п. 3.2.3).

Отметим, что различные формы локального «сохранения энергии в среднем» в кинетической модели обмена с $N$ агентами как поставщиками товаров и услуг равнозначны симметричному распределению цены товара вокруг его стоимости, для чего требуется нереализуемое условие $N \to \infty$. В конечной совокупности агентов — в данном слу-

[7] В цитируемой статье четырех известных теоретиков «Тревожные тенденции в эконофизике», помимо кинетических моделей, критиковались «предсказания конца света» по временным рядам и качественная визуализация асимптотики $\sim r^{-\alpha}$ в двойных логарифмических координатах без привлечения современных инструментов эконометрики. По нашему мнению, эта полемика действительно отражает «столкновение культур» [94]: развитая культура измерений в физике, по сравнению с общественными науками, выработала более простые и объективные формы анализа экспериментальных данных.

чае включающей в себя наемных работников — стремление индивидуумов к максимальной выгоде, по-видимому, должно порождать асимметричные распределения с тенденцией к завышению цены в каждой сделке. Подобным нарушением локального «сохранения денег» при отсутствии их глобального сохранения на качественном уровне можно объяснить явление *инфляции*.

В работах последних лет [166—172] учитывается и моделируется сетевая структура экономических отношений (см. также п. 3.2). В таких работах «энергия» (благосостояние) перераспределяется по априорно задаваемым правилам между узлами регулярной решетки или вершинами растущих сетей Барабаши—Альберт. В численном моделировании сети с «рождением» и «смертью» узлов, случайным образованием ребер и предпочтительным переходом энергии к «богатым» узлам с большей энергией или (и) более высокой связностью, аналогично моделям наследования в экономической теории [160], получено кумулятивное распределение дохода, промежуточное между экспоненциально убывающим и лог-нормальным, с обратным степенным «хвостом» [166]. Сам по себе «хвост Парето», являясь частным случаем обратного степенного *закона Ципфа*, справедливого для многих социальных систем [56, 109], воспроизводится и на бесструктурной совокупности агентов [173], однако модельные распределения в этом случае не имеют негиперболического «ядра» (см. рис. 15, *а, б*).

Методы статистической физики применялись к анализу сетей в бизнесе [48, 167, 172]; на сетях размещаются агенты в современных кинетических моделях обмена [171]. Также с помощью сетей описывают корреляции и кластеризацию ценных бумаг [168, 169] («топологию рынка», [98, *гл. 8*]) и структуру биржевых индексов [170]. В недавней работе [49] обсуждалась топология мировой сети глобального корпоративного управления, составленной из взаимозависимых транснациональных корпораций (ТНК). Структуру сети отражает ориентированный взвешенный граф, вершины которого соответствуют фирмам, ориентированные ребра (стрелки $A \to B$) отражают нахождение части ($W_{AB}/W_A$) активов фирмы $A$ в собственности фирмы $B$, а доля фирмы $B$ в управлении фирмой $A$ определяется отношением ($W_{AB}/W_A$), стоимостью $W_B$ фирмы $B$, а также набором и ориентацией путей между $A$ и $B$ через другие вершины графа. Максимальный связный компонент сети, включающий в себя 94 % операционных доходов всех ТНК, имеет конфигурации асимметричного «галстука-бабочки» (bow-tie): он состоит из входящей и выходящей областей, соединенных ядром, и периферийных элементов («труб» и «усиков», рис. 17). В корпоративном ядре с высокой взаимосвязанностью узлов находится менее 300 корпораций (из них 3/4 — финансовые); 737 крупнейших держателей их акций контролируют около 80 % ТНК во всем мире [49].

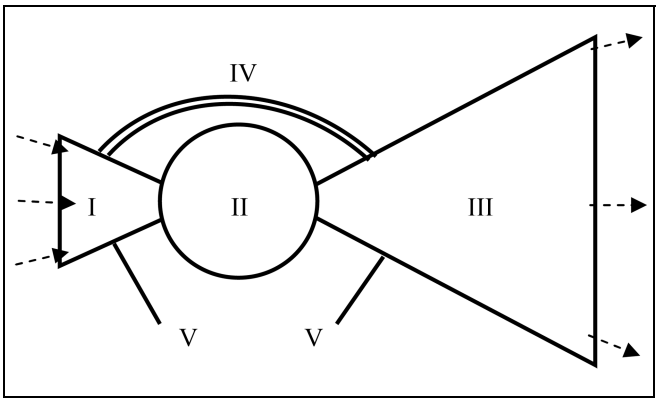



**Рис. 17. Основные части максимального связного компонента (МСК) в мировой сети транснациональных корпораций (ТНК):** *I* — входящий конус (0,6 %, 2,2 %), *II* — ядро (0,7 %, 18,7%), *III* — выходящий конус (15,1%, 59,8%), *IV*, *V* — «трубы» и «усики» (19,6%, 13,5%). Цифры в скобках: доля от общего числа ТНК (43 060, из них 15 491 в МСК) и доля операционных доходов всех ТНК, приходящиеся на каждую часть [49]

В математизированных областях *теории финансов* и *финансовой инженерии* формализм физики стохастических процессов применялся задолго до возникновения эконофизики. В частности, дифференциальными уравнениями со случайными приращениями переменных описывают динамику цен на *производные* ценные бумаги (*деривативы*): форвардные и фьючерсные контракты на покупку высоколиквидных товаров в некоторый будущий момент времени по установленной цене, права на будущее приобретение определенных ценных бумаг (*опционы*), долговые обязательства правительств и корпораций и др. [97, 98]. В соответствии с названием, цены различных деривативов математически выражаются через производные цен акций и курсов валют и сильно изменяются во времени, делая «производные финансовые инструменты» привлекательными для спекуляций.

Поскольку производные стохастических величин трудно вычислить с приемлемой точностью по фрактальным рядам данных, в теории финансов цену деривативa $C(Y, t)$ находят как функцию случайной переменной $Y(t)$ (цены акций) из дифференциальных уравнений вида $F(C, Y, C'_Y, C'_t, C''_Y, ...) = 0$ (где штрихами обозначены производные). Наиболее известно уравнение Блэка—Шоулза (1973 г.) для «справедливой» цены опциона

$C(Y, t)$ на идеальном финансовом рынке с гауссовыми флуктуациями логарифмической доходности акций вида (10а):

$$\partial C/\partial t = -\frac{1}{2}\sigma^2 Y^2 \partial^2 C/\partial Y^2 - rY\partial C/\partial Y + rC, \quad (11)$$

где $r$ — ожидаемая доходность акций $Y$, $\sigma^2$ — их (постоянная) волатильность. По своей форме оно относится к уравнениям математической физики и заменой переменных сводится к уравнению теплопроводности, т. е. решается точно (хотя решение имеет лишь ограниченную применимость к реальным финансовым рынкам [97, 98]). Дифференциальным уравнениям теории финансов посвящена обширная литература [174]. Благодаря быстрому росту в три последние десятилетия, суммарная номинальная стоимость производных ценных бумаг к 2008 г. достигла 600 трлн. долл., на порядок превысив общемировой ВВП [175] — что безусловно свидетельствует о нестабильности нынешней мировой экономической системы.

### 3.3.5. Квантовомеханический формализм в описании экономики и финансов

С начала 2000-х гг. к описанию экономики привлекают методы, заимствованные из квантовой механики. Состояние этого «горячего» раздела эконофизики характеризуют книги [104, 175—178] и журнальные публикации последних лет [179—183]. Фундаментальные проблемы «микро- и макромира» в таких исследованиях обычно не обсуждаются: мерой пригодности модели служат ее удобство и логическая связность[8]. В одной из первых работ данного направления [179] покупки и продажи товара на рынке по некоторой цене $Y(t)$, влияющие на его последующую рыночную цену $Y(t + \Delta t)$ (market impact; см. выше), рассматривались как акты измерения «квантовой» переменной (цены), изменяющие состояние системы. Всем возможным состояниям рынка ставили в соответствие векторы $|M\rangle_t$ гильбертова пространства, а эволюцию состояний во времени задавали аналогом уравнения Шредингера $i\partial/\partial t|M\rangle_t = \hat{H}(t)|M\rangle_t$, где $\hat{H}$ — линейный оператор («гамильтониан»), построенный из операторов «рождения» и «уничтожения» для наличности и ценных бумаг. Этим методом получено лог-нормальное распределение изменений цены акций с дисперсией, пропорциональной интервалу времени между покупкой и продажей.

В серии работ Бааки и соавт. [175, 176] цена акций $Y(t)$ рассматривалась как случайная переменная, аналогичная координате $q$ квантовой частицы, а цену опциона $C(Y, t)$ получали как формальный аналог волновой функции $\psi(q, t)$ решением уравнения $\partial C/\partial t = \hat{H}\, C(Y, t)$, где стохастическую зависимость $C(Y, t)$ от стоимости акций описывал оператор Гамильтона $\hat{H}$. Различные формы гамильтониана соответствовали как модели Блэка—Шоулза (правая часть уравнения (11)), так и другим моделям, используемым в теории финансов. В этом варианте «уравнения Шредингера» функции $C(Y, t)$ были действительными, а собственные значения гамильтониана комплексными [176]. Доходность производных ценных бумаг в моделях с нелинейным оператором $\hat{H}$ оценивали методами квантовой теории поля [175], применяемыми в «финансовой инженерии» с 1990-х гг. [177]. Для оценки риска на финансовых рынках Пиотровский и соавт. предложили применять квантовую теорию игр, сформулировав «квантовый антропный принцип»: эволюцию рынка от классической стохастической динамики к квантовой при увеличении доли спекулятивных финансовых инструментов [180]. Российские исследования в области квантовой экономики представлены работами В.П. Маслова [104].

Цитированные исследования примыкают к большому разделу теоретической физики, посвященному применению различных вариантов уравнений Гамильтона к описанию макроскопических систем (таких как нелинейное уравнение Шредингера в гидродинамике) [184]. В работах группы Хренникова в шведском университете Вексьо (Växjő) высказывается значительно более сильное предположение о «квантовоподобном» характере процессов, протекающих в человеческом сознании, и обусловленной ими «квантовой» динамике поведения агентов в социальных системах, включая спекулятивный финансовый рынок [178]. В основу описания такой динамики положена концепция Дэвида Бома [185, 186], впервые сформулированная в 1950-е гг. и в отечественной литературе обычно называемая *теорией скрытых параметров*. В ее рамках квазиклассическое выражение для волновой функции $\psi(q, t) = R\exp[(i/\hbar)S(q, t)]$ (где $R = |\psi(q, t)|$ и $S$ — действие), подставленное в одномерное уравнение Шредингера

$$i\hbar\partial\psi/\partial t = -\frac{\hbar^2}{2m}[\partial^2/\partial q^2 + V(q, t)]\psi,$$

[8] «Пока нельзя сказать, насколько квантовое описание финансов лучше стохастического с фундаментальной точки зрения, но вполне возможно, что наблюдаемые корреляции проще и эффективнее анализировать методами квантовой теории» [179].

стандартным путем преобразуется к соотношениям

$$\partial S/\partial t - \frac{1}{2m}(\partial S/\partial q)^2 + \left[V - \frac{\hbar^2}{2mR}\partial^2 R/\partial q^2\right] = 0, \quad (12а)$$

$$\partial(R^2)/\partial t + \frac{1}{m}\partial/\partial q(R^2\partial S/\partial q) = 0, \quad (12б)$$

первое из которых при $\hbar \to 0$ превращается в уравнение Гамильтона — Якоби для действия $S(q, t)$ классической частицы (предельный переход к классической механике), а второе является уравнением непрерывности для плотности вероятности распределения квантовой частицы $R^2 = |\psi(t, q)|^2$ [187]. В рамках «бомовской» механики (12а) рассматривается как уравнение движения *квантовой* частицы под совокупным воздействием детерминистского потенциала $V$ и «направляющей» волновой функции (*pilot wave*) $R(q, t)$, заданной уравнением Шредингера (12б). Уравнение (12а), обобщаемое на пространство координат $\{q_j\}$ любой размерности, в квадратных скобках содержит потенциал с детерминистской частью $V(q, t)$ и «квантовыми» возмущениями, превращающими непрерывную траекторию частицы во фрактальное множество точек.

Формализм бомовской механики позволяет описать все известные квантовомеханические явления [185], допуская при этом наличие точного положения в пространстве и точного импульса у квантовой частицы в любой момент $t$ (насколько эти термины можно перенести с гладких траекторий на фрактальные) [186]. Последнее обстоятельство ликвидирует многочисленные парадоксы, связанные с «буквальным» представлением дискретных частиц волнами вероятности, и подтверждается данными по рассеянию молекулярных пучков, полученными в 1990-е гг. в ходе экспериментальной проверки основных постулатов квантовой механики [188, 189]. Тем не менее, квантовомеханическая концепция Бома с середины XX в. остается предметом интенсивных дискуссий и до сих пор не является общепризнанной. В работах Хренникова и соавт. (см. [178] и цитированную литературу) бомовскими траекториями предлагается описывать эволюцию финансовых рынков под воздействием детерминистского «потенциала» $V(Q, t)$ (где набору координат $Q$ отвечают объективно действующие ценовые факторы) и направляющей волновой функции, которая отражает психологию участников рынка. В статье [181] выделяются «жесткий» и «мягкий» компоненты совокупного рыночного потенциала: «жесткий» детерминированный рынок реализуется при ограниченных ресурсах, тогда как «мягкими» являются спекулятивные рынки, динамика которых сильно зависит от психологии игроков. Эмпирические аналогии экономических и иных социальных процессов с квантовыми явлениями обсуждаются в работах последних лет [182, 183, 190].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Работы, рассмотренные в настоящей (второй) части обзора, выполнены в наиболее формализованных направлениях физики социальных систем; они хорошо иллюстрируют как достижения, так и ограничения всей области в целом. Физические исследования сетей «реального мира» по своей идеологии имеют много общего с рассмотренными в первой части исследованиями транспортных и пешеходных потоков [1]. В обеих областях точные решения, воспроизводящие на качественном уровне некоторые наблюдаемые черты социальных систем, удается получить лишь для весьма идеализированных моделей, которые довольно далеки как от реалистического описания системы, так и от исходных физических принципов. В частности, эпидемиологическая модель SIR, соответствующая задаче о перколяции связей в графе, имеет точное решение, тогда как формально более простая модель SIS точного решения не имеет. В «приближении среднего поля», позволяющего проинтегрировать дифференциальные уравнения распространения инфекции в сети, для всех ребер постулируется единая вероятность соединения неинфицированного узла с инфицированным [18], так что суммарная вероятность заражения узлов достаточно высокого порядка оказывается больше 1. Нередко реальные сети (в лучшем случае относящиеся к мезоскопическим системам) анализируют на основе асимптотических соотношений, справедливых лишь для бесконечного числа узлов. Для численного же расчета процессов в конечных сетях социальных взаимодействий необходимо сначала установить их структуру — обычно априори неизвестную — и тесно связанный с ней механизм процесса (чаще всего заимствуемый из уже опубликованных работ). Все это привносит в область, официально называемую статистической физикой сетей [5—21], существенные черты имитационного моделирования.

Эконофизические исследования существенно отличаются от прочих направлений «физики общества» отсутствием единой теоретической модели, разнородностью решаемых задач и, в целом, применением более сложного и даже экзотического формального аппарата. Эти качества, вероят-

но, обусловлены особым местом количественных методов экономики в жизни людей. Среди всех социальных дисциплин экономические науки обладают наиболее развитой собственной теорией, определенная часть которой в разное время была заимствована из теоретической физики. Из полемики профессиональных экономистов с физиками [82, 94, 108, 165] в любом случае можно видеть, что нынешняя эконофизика не охватывает всех квазифизических представлений экономики и представляет лишь скромную долю ее моделей. Достижения эконофизики в прогнозировании и управлении также пока несравнимы с эффективностью традиционных экономических методов. Поэтому, за пределами динамики биржи, интерес физиков здесь остается в основном академическим. Тем не менее, физические идеи и подходы уже заметно изменили экономическую теорию.

Как и в других приложениях физики к социуму, большой положительный вклад в экономическую науку вносят объективные методы регистрации и обработки эмпирических данных. Помимо выявления новых закономерностей («биржевые» флуктуации [112], фрактальные графики [102], распределения доходов населения [154, 155]), такие работы повышают уровень требований к количественным измерениям, способствуя переходу от «стилизованного» описания к проверяемым моделям. (Заслуга эконофизики, в частности, состоит в опровержении гауссова характера рыночных случайных процессов, постулированного в ряде экономических теорий [81, 90, 91]). Эмпирически установленное подобие явлений в разных социальных системах («фазовый переход» [103, 121], «закон Ципфа» [56, 109] и др.) индуцирует их единое описание, снижая амбивалентность «классических» конструкций. Все это делает экономическую теорию более объективной, тем самым приближая ее к физике.

Встречное внедрение физического формализма наблюдается прежде всего в прикладных экономических задачах. Кроме частных примеров «экономической энтропии» и теории финансов (см. выше), следует упомянуть общие динамические модели экономики, где методы теоретической физики применяются очень широко [84, 88] — особенно в задачах прогнозирования и планирования [191]. В отдаленной перспективе можно ожидать соединения математических моделей экономики в единую физически обоснованную теорию, в которой усеченное распределение Леви, кластеризация волатильности и другие проблемы нынешней эконофизики вряд ли займут центральное место. В этом смысле большой интерес представляет «квантовая» феноменология явлений, обусловленных человеческим сознанием. Поскольку квантовоподобными моделями, помимо спекулятивного рынка, уже описывают динамику общественного мнения и некоторые задачи лингвистики (эти вопросы будут рассмотрены в третьей части), данное направление развития физики общества представляется весьма многообещающим.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Словохотов Ю.Л.* Физика и социофизика. Ч. 1. Физические основы социальных явлений. Влияние солнечной активности на процессы в обществе. Движение в системе «живых частиц» // Проблемы управления. — 2012. — № 1. — С. 2—20.
2. *Гусев А.И.* Наноматериалы, наноструктуры, нанотехнологии. — 2-е изд. — М.: Физматлит, 2009.
3. *Moussaïd M.,* et al. The walking behavoliour of pedestrian social groups and it's impact on crowd dynamics // PLoS ONE — 2010. — Vol. 5, N 4. e10047.
4. *Ren W., Beard R.W.* Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control: theory and applications. — London: Springer, 2008. — 319 p.
5. *The structure* and dynamics of networks / M. Newman, Barabasi, D.J. Watts (Eds.). — Princeton: Princeton Univ. Press, 2006. — 582 p.
6. *Pastor-Satorras R., Vespignani A.* Evolution and structure of the Internet: a statistical physics approach. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2004. — 267 p.
7. *Wu C.W.* Synchronization in complex networks of nonlinear dynamical systems. — Singapore: World Scientific, 2007. — 162 p.
8. *Cooperative* control of distributed multi-agent systems / J.S. Shamma (Ed.). — London: Wiley, 2007. — 452 p.
9. *Barrat A., Barthelemy M., Vespignani A.* Dynamical processes on complex networks. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2008. — 368 p.
10. *Jackson M.O.* Social and economic networks. — Princeton, N.J.: Princeton Univ. Press, 2008. — 520 p.
11. *Newman M.* Networks: an introduction. — Oxford: Oxford Univ. Press, 2010. — 720 p.
12. *Dorogovtsev S.N.* Lectures on complex networks. — Oxford: Oxford Univ. Press, 2010. — 144 p.
13. *Mesbahi M., Egerstedt M.* Graph theoretic methods in multiagent networks. — Princeton, N.J.: Princeton Univ. Press, 2010. — 424 p.
14. *Ren W., Cao Y.* Distributed Coordination of Multi-Agent Networks: Emergent Problems, Models, and Issues. — London: Springer, 2011. — 307 p.
15. *Estrada E.* The structure of complex networks: theory and applications. — Oxford: Oxford Univ. Press, 2011. — 448 p.
16. *Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г.* Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. — 2-е изд. — М.: Физматлит, 2010. — 228 с.
17. *Albert R., Barabasi A.-L.* Statistical mechanics of complex networks // Rev. Mod. Phys. — 2002. — Vol. 74, N 1. — P. 47—97.
18. *Newman M.E.J.* The structure and function of complex networks // SIAM Review. — 2003. — Vol. 45, N 2. — P. 167—256.

19. *Dorogovtsev S.N., Goltsev A.V., Mendes J.F.F.* Critical phenomena in complex networks // Rev. Mod. Phys. — 2008. — Vol. 80, N 4. — P. 1275—1335.
20. *Lü L., Zhou T.* Link Prediction in Complex Networks: A Survey // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. — 2011. — Vol. 390. — P. 1150—1170.
21. *Евин И.А.* Введение в теорию сложных сетей // Компьютерные исследования и моделирование. — 2010. — Т. 2, № 2. — С. 121—141.
22. *Watts D.J., Strogatz, S.H.* Collective dynamics of 'small-world' networks // Nature. — 1998. — Vol. 393. — P. 440—442.
23. *Харари Ф.* Теория графов. — 3-е изд. — М.: КомКнига, 2006. — 296 с.
24. *Робертс Ф.С.* Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. — М.: Наука, 1986. — 497 с.
25. *Новиков Д.А.* Теория управления организационными системами. — М.: Физматлит, 2007. — 228 с.
26. *Кулинич А.А.* Компьютерные системы анализа ситуаций и поддержки принятия решений на основе когнитивных карт: подходы и методы // Проблемы управления. — 2011. — № 4. — С. 31—45.
27. *Абрамова Н.А., Коврига С.В.* Некоторые критерии достоверности моделей на основе когнитивных карт // Там же. — 2008. — № 6. — С. 23—33.
28. *Amaral L.A.N., Scala A., Barthelemy M., Stanley H.E.* Classes of behavior of small-world networks // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. — 2000. — Vol. 97, N. 21. — P. 11149—11152.
29. *Стенли Г.* Фазовые переходы и критические явления. — М.: Мир, 1973. — 425 с.
30. *Dorogovtsev S.N., Krapivsky P.L., Mendes J.F.F.* Transition from small to large world in growing networks // Europhys. Letters. — 2008. — Vol. 81, 30004.
31. *Задорожный В.Н.* Случайные графы с нелинейным правилом предпочтительного связывания // Проблемы управления. — 2010. — № 6. — С. 2—11.
32. *Boguna M., Pastor-Satorras R., Vespignani A.* Epidemic spreading in complex networks with degree correlations // Lect. Notes Phys. — 2003, 650, 425, arXiv:cond-mat/0301149v1 (2003).
33. *Castellano C., Fortunato S., Loreto V.* Statistical physics of social dynamics // Rev. Mod. Phys. — 2009. — Vol. 81, N 2. — P. 591—646.
34. *Albert R., Jeong H., Barabasi A.-L.* Error and attack tolerance of complex networks // Nature. — 2000. — Vol. 406. — P. 378—381.
35. *Draief M., Ganesh A., Massoulie L.* Thresholds for virus spread on networks // Ann. Appl. Probability. — 2008. — Vol. 18, N. 2. — P. 359—378.
36. *Hu H., Myers S., Colizza V., Vespignani A.* WiFi networks and malware epidemiology // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. — 2009. — Vol. 106, N 5. — P. 1318—1323.
37. *Shiraki Y., Kabashima Y.* Cavity analysis on the robustness of random networks against targeted attacks: Influences of degree-degree correlations // Phys. Rev. E. — 2010. — Vol. 82, N 3. 036101; avXiv:1002.4938v2 (2010).
38. *Newman M.E.J.* Detecting community structure in networks // Eur. Phys. J. B. — 2004. — Vol. 38, N 2. — P. 321—330.
39. *Palla G., Barabasi A-L., Vicsek T.* Quantifying social group evolution // Nature. — 2007. — Vol. 446. — P. 664—667.
40. *Cajueiro D.O.* Optimal navigation in complex networks // Phys. Rev. E. — 2009. — Vol. 79, N 4. 046103.
41. *Leung I.X.Y., Hui P., Lio P., Crowcroft J.* Towards real-time community detection in large networks // Ibid. — 2009. — Vol. 79, N 6. 066107.
42. *Bullock S., Geard N.* Spatial embedding as an enabling constraint: Introduction to a special issue of complexity on the topic of «Spatial Organization» // Complexity. — 2010. — Vol. 16, N 2. — P. 8—10.
43. *Evans A.J.* Complex spatial networks in application // Ibid. — 2010, — Vol. 16, N 2. — P. 11—19.
44. *De Martino D., Dall'Asta L., Bianconi G., Marsili M.* Congestion phenomena on complex networks // Phys. Rev. E. — 2009. — Vol. 79, N 1. 015101(R).
45. *Candia J., et al.* Uncovering individual and collective human dynamics from mobile phone records // J. Phys. A: Math. Theor. — 2008. — Vol. 41. 224015.
46. *Onnela J.-P., et al.* Structure and tie strengths in mobile communication networks // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. — 2007. — Vol. 104, N 18. — P. 7332—7336.
47. *Buzna L., et al.* Robustness of trans-European gas networks // Phys. Rev. E. — 2009. — Vol. 80, N 1. 016106.
48. *Fagiolo G., Reyes J., Schiavo S.* World-trade web: topological properties, dynamics, and evolution // Ibid. — 2009. — Vol. 79, N 3. 036115.
49. *Vitali S., Glattfelder J.B., Battiston S.* The network of global corporate control // PLoS ONE 6(10): e25995. URL: http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0025995 (дата обращения 30.01.2012).
50. *Vaz Martins T., Toral R., Santos M.A.* Divide and conquer: resonance induced by competitive interactions // Eur. Phys. J. B. — 2009. — Vol. 67, N 3. — P. 329—336.
51. *Moreno Y., Pacheco A.F.* Synchronization of Kuramoto oscillators in scale-free networks // Europhys. Lett. — 2004. — Vol. 68, N 4. — P. 603—609.
52. *Gomez-Gardennes J., Moreno Y., Arenas A.* Synchronizability determined by coupling strengths and topology on complex networks // Phys. Rev. E. — 2007. — Vol. 75, N 6. 066106.
53. *Chen M., Shang Y., Zou Y., Kurths J.* Synchronization in the Kuramoto model: a dynamical gradient network approach // Ibid. — 2008. — Vol. 77, N 2. 027101.
54. *Kalloniatis A.* From incoherence to synchronicity in the network Kuramoto model // Ibid. — 2010. — Vol. 82, N 6. 066202.
55. *Néda Z., et al.* Physics of the rhythmic applause // Phys. Rev. E. — 2000. — Vol. 61, N 6. — P. 6987—6992.
56. *Newman M.E.J.* Power laws, Pareto distributions and Zipf's law // Contemp. Phys. — 2005, — Vol. 46, N 5. — P. 323—351.
57. *Watts D.J.* A simple model of of global cascades on random networks // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. — 2002. — Vol. 99, N 9. — P. 5766—5771.
58. *Holme P., Kim B.J.* Vertex overload breakdown in evolving networks // Phys. Rev. E. — 2002. — Vol. 65, N 6. 066109.
59. *Motter A.E., Lai, Y.-C.* Cascade-based attacks on complex networks // Ibid. — 2002. — Vol. 66, N 6. 065102.
60. *Dobson I., Carreras B., Newman D.* Complex systems analysis of series of blackouts: cascading failure, critical points, and self-organization // Chaos. — 2007. — Vol. 17, N 2. 026103.
61. *Buldyrev S., et al.* Catastrophic cascade of failures in interdependent networks // Nature. — 2010. — Vol. 464. — P. 1025—1028.
62. *Palla G., Derenyi I., Farkas I., Vicsek T.* Statistical mechanics of topological phase transitions in networks // Phys. Rev. E. — 2004. — Vol. 69, N 4. 046117.
63. *Метод* молекулярной динамики в физической химии / Ред. Ю.К. Товбин. — М.: Наука, 1996. — 334 с.
64. *Vicsek T.* Phase transitions and overlapping modules in complex networks // Physica A. — 2007. — Vol. 378, N 1 — P. 20—32.
65. *Kami N., Ikeda H.* Topological transition in dynamic complex networks // Phys. Rev. E. — 2009. — Vol. 79, N 5. 056112.

66. *Бреер В.В.* Стохастические модели социальных сетей // Управление большими системами. — 2009. — № 27. — С. 169—202.
67. *Kaluza P., Strege C., Meyer-Ortmanns H.* Noise as control parameter in networks of excitable media: role of the network topology // Phys. Rev. E. — 2010. — Vol. 82, N 3. 036104.
68. *Vaz Martins T., Livina V.N., Majtey A.P., Toral R.* Resonance induced by repulsive interactions in a model of globally-coupled bistable systems, arXiv:1001.2993v1 [cond-mat.stat-mech] 18 Jan. 2010.
69. *Odor G., Juhasz R., Castellano C., Munoz M.A.* Griffiths phases in the contact process on complex networks // AIP Conf. Proc. — 2011. — Vol. 1332. — N 1. — P. 172—178 arXiv: 1010.4413v1 [cond-matt.stat-mech] 21 Oct. 2010.
70. *Rogers E.M.* Diffusion of innovations. — 5th Ed. — N.-Y.: Free Press, 2003. — 512 p.
71. *Meade N., Islam T.* Modelling and forecasting the diffusion of innovation — A 25-year review // Int. J. of Forecasting. — 2006. — Vol. 22, N 3. — P. 519—545.
72. *Valente T.W.* Social network thresholds in the diffusion of innovations // Social Networks. — 1996. — Vol. 18, N 1. — P. 60—89.
73. *Raynaud D.* Why do diffusion data not fit the logistic model? A note on network discreteness, heterogeneity and anisotropy // From sociology to computing in social networks: theory, foundations and applications. Series: Lecture notes in social networks / N. Memon, R. Alhajj (Eds.). — 2010. — Vol. 1. — P. 81—96.
74. *Van Slyke C., Ilie V., Lou H., Stafford T.* Perceived critical mass and the adoption of a communication technology // Europ. J. Inform. Syst. — 2007. — Vol. 16, N 3. — P. 270—283.
75. *Montanari A., Saberi A.* The spread of innovations in social networks // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. — 2010. — Vol. 107, N 47. — P. 20196—20201.
76. *Wilson R.* Diffusion theory applied to the current Mandaean diaspora. — URL: http://rickwilsondmd.typepad.com/mandaeancrisis (дата обращения 7.02.2012).
77. *Shirkey C.* Here comes everybody. The power of organizing without organization. — Penguin, 2008. — 336 p.
78. *Onnela J.-P., Reed-Tsochas F.* Spontaneous emergence of social influence in online systems // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. — 2010. — Vol. 107, N 43. — P. 18375—18380.
79. *Centola D.* The spread of behavior in an online social network experiment // Science. — 2010. — Vol. 329. — P. 1194—1197.
80. *Simoni M., Tatarynowicz A., Vagnani G.* The complex dynamics of innovation diffusion and social structure: a simulation study // Proc. 1st Int. Conf. on Econ. Sciences with Heterogeneous Interacting Agents (WEHIA 2006). — URL: http:// www2.dse.unibo/it/wehia/paral_session.htm.
81. *Bachelier L.* Theorie de la speculation // Annales scientifiques de l/E,N,S. 3e serie. — 1900. —Vol. 17. — P. 21—86.
82. *Farmer J.D., Shubik M., Smith E.* Is economics the next physical science? // Phys. Today. — 2005. — Vol. 58, N 9. — P. 37—42; arXiv: physics/0506086 v1 9 June 2005.
83. *Гребенников П.И., Леусский А.И., Тарасевич Л.С.* Экономика: учебник для вузов. — М.: Инфра-М, 2000. — 269 с.
84. *Чернавский Д.С., Старков Н.И., Щербаков А.В.* О проблемах физической экономики // Успехи физ. наук. — 2002. — Т. 172, № 9. — С. 1045—1066.
85. *Вайдлих В.*, Социодинамика: системный подход к математическому моделированию в социальных науках: пер. с англ. — М: URSS, 2005. — 480 с.
86. *Hanneman R.* Computer-assisting theory building: modelling dynamic social systems. — Newsburry Park: Sage Publications, 1988. — 340 p.
87. *Kollman K., Miller J.H., Page S.E.* (Eds.), Computational models in political economy. — Cambridge: MIT Press, 2003. — 293 p.
88. *Sargent T.J.* Dynamic macroeconomic theory. — Cambridge: Harvard Univ. Press, 1987. — 369 p.
89. *Edwards R.D., Magee J., Bassett W.H.C.* Technical analysis of stock trend. — 9th Ed. — N.-Y.: CRC Press, 2007. — 752 p.
90. *Atkinson A.B., Bourguignon F.* (Eds.) Handbook of income distribution. — Amsterdam: Elsevier, 2000. — Vol. 1. — 958 p.
91. *Tesfatsion L., Judd K.L.* (Eds.) Handbook of computational economics. — Amsterdam: North-Holland, 2006. — 904 p.
92. *Mantegna R.N., Stanley H.E.* Scaling behavior in the dynamics of an economic index // Nature. — 1995. —Vol. 376. — P. 46—49.
93. *Stanley H.E., et al.* Similarities and differences between physics and economics // Physica A. — 2001. — Vol. 299, N 1. — P. 1—15.
94. *Ball P.* Econophysics: culture crash // Nature — 2006. — Vol. 441, — P. 686—688.
95. *Орлов А.И.* Эконометрика. Учебник. — М.: Экзамен, 2002. — 576 с.
96. *Myerson R.B.* Game theory: analysis of conflict. — Harvard: Harvard Univ. Press. — 1997. — 600 p.
97. *Мантенья Р.Н., Стенли Г.Ю.* Введение в эконофизику. Корреляции и сложность в финансах: пер. с англ. — М.: URSS, 2009. — 192 с.
98. *Романовский М.Ю., Романовский Ю.М.* Введение в эконофизику. Статистические и динамические модели. — М.: ИКИ, 2007. — 280 с.
99. *Видов П.В., Романовский М.Ю.* Аналитические представления негауссовых законов случайных блужданий // Тр. ИОФАН. — 2009. — Т. 65. — С. 3—19.
100. *Романовский М.Ю.* Функциональные блуждания Леви // Там же. — С. 20—28.
101. *Галкин С.А.* и др. Экспоненциальные распределения индивидуальных доходов и расходов граждан: наблюдения и модели // Там же. — С. 29—49.
102. *Дубовиков М.М., Старченко Н.В.* Эконофизика и фрактальный анализ финансовых временных рядов // Успехи физ. наук. — 2011. — Т. 181. — № 7. — С. 779—786.
103. *Сорнетте Д.* Как предсказывать крахи финансовых рынков — М.: И-Трейд, 2003. — 198 с.
104. *Маслов В.П.* Квантовая экономика. — 2-е изд. — М.: Наука, 2006. — 92 с.
105. *Naldi G., Pareschi L., Toskani G.* (Eds.) Mathematical modeling of collective behavior in socio-economic and life sciences. — Berlin: Springer, 2010. — 438 p.
106. *Chakrabarti B.K., Chakraborti A., Chatterie A.* (Eds.) Econophysics and sociophysics: trends and perspectives. — Berlin: Wiley-VCH, 2006. — 622 p.
107. *Basu B., Shakravarthy S.R., Chakrabarti B.K., Gangopadhaya K.* (Eds.) Econophysics and economics of games, social choices and quantitative techniques. — Berlin: Springer, 2010. — 394 p.
108. *Lillo F.* Econophysics and the challenge of efficiency // Complexity. — 2008. — Vol. 14, N 3. — P. 39—54.
109. *Gabaux X.* Power laws in economics and finance // Ann. Rev. Econ. — 2009. — Vol. 1. — P. 225—293.
110. *Chakraborti A., Muni Toke I.M., Patriarca M, Abergel F.* Econophysics review: I. Empirical facts Quantitative Finance. — 2011. — Vol. 11, N 7. — P. 991—1012; II. Agent-based models // Ibid. — P. 1013—1041; arXiv:0909.1974v1.
111. *Cont R.* Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues // Quant. Finance. — 2001. — Vol. 1, N 2. — P. 223—236.

112. *Stanley H.E., Plerou V.* Scaling and universality in economics: empirical results and theoretical interpretation // Ibid. — 2001. — Vol. 1, N 6. — P. 563—567.
113. *Wang F., Shieh S.-J., Havlin S., Stanley H. E.* Statistical analysis of the overnight and daytime return // Phys. Rev. E. — 2009. — Vol. 79, N 5. 056109.
114. *Gabaix X., Gopikrishnan P., Plerou V., Stanley E.* A unified econophysics explanation for the power-law exponents of stock market activity // Physica A. — 2007. — Vol. 382 — N 1. — P. 81—88.
115. *Mahnke R., Kaupuzs J., Lubashevsky I.* Physics of stochastic processes. How randomness acts in time. — Berlin: Wiley-VCH, 2008. — 430 p.
116. *Mandelbrot B.* The fractal geometry of Nature. — San Francisco: Freeman, 1982. — 460 p.
117. *URL:* http://stockcharts.com/charts/historical/djia1900.html (дата обращения 7.02.2012).
118. *Dubovikov M.M., Starchenko N.S., Dubovikov M.S.* Dimension of the minimal cover and fractal analysis of time series // Physica A. — 2004. — Vol. 339, N 3—4. — P. 591—608.
119. *Sornette D., Johansen A.* A hierarchical model of financial crashes // Physica A. — 1998. — Vol. 261, N 3—4. — P. 581—598.
120. *Ormerod P., Mounfield C.* Power law distribution of the duration and magnitude of recession of capitalist economies: breakdown of scaling // Ibid. — 2001. — Vol. 293, N 3—4. — P. 573—582.
121. *Johanssen A., Sornette D.* Finite-time singularity in the dynamics of the world population, economic and financial indexes // Ibid. — 2001. — Vol. 294. — N 3—4. — P. 465—502.
122. *Aleksiejuk A., Holyst J.A.* A simple model of bank bankruptcies // Ibid. — 2001. — Vol. 299, N 1—2. — P. 198—204.
123. *Kaizoji T.* A model of international financial crises // Ibid. — 2001 — Vol. 299. — N 1—2. — P. 279—293.
124. *Von Foerster H., Mora P., Arniot L.* Doomsday: Friday, 13 November, A.D. 2026 // Science. — 1960. — Vol. 132. — P. 1291—1295.
125. *Kremer M.* Population growth and technological change: one million B.C. to 1990 // Quart. J. Econ. — 1993. — Vol. 108, N 3. — P. 682—716.
126. *Капица С.П.* Общая теория роста человечества. — М.: Наука, 1999. — 117 с.
127. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 5: Статистическая физика. — 2-е изд. — М.: Наука, 1964. — С. 501—537.
128. *Zhou W.-X., Sornette D.* Testing the stability of the 2000 US stock market «antibubble» // Physica A. — 2005. — Vol. 348. — P. 429—452, arXiv:cond-mat/0310092v2.
129. *Zhou W.-X., Sornette D.* Fundamental factors versus herding in the 2000-2005 US stock market and prediction // Ibid. — 2006. — Vol. 360. — N 2. — P. 459—482, arXiv:physics/0505079v1.
130. *Подлазов А.В.* Природа лог-периодических колебаний, возникающих при приближении к катастрофе // Прогноз и моделирование кризисов и мировой динамики. — М., 2010. — С. 142—160.
131. *Григорьев О.В., Хазин М.Л.* Сценарий финансового кризиса // Метод. семинар ФИАН. — Вып. 2, ч. 2. — URL: http://www.netda.ru/fian/fian2b.htm#05 (дата обращения 7.07.2011).
132. *Lillo F., Mantegna R.N.* Dynamics of a financial market index after a crash // Physica A. — 2004 — Vol. 338, N 1—2. — P. 125—134.
133. *Sornette D., Woodard R., Zhou W.-X.* The 2006—2008 oil bubble: evidence of speculations and predictions // Ibid. — 2009. — Vol. 388, N 8. — P. 1571—1576.
134. *Takayashi M., Watanabe T., Takayashi H.* (Eds.) Econophysics approaches to large-scale business data and financial crisis: proceedings of Tokyo Tech-Hitotsubashi interdisciplinary conference +APFA7. — Berlin: Springer, 2010. — 342 p.
135. *Словохотов Ю.Л.* Аналоги фазовых переходов в экономике и демографии // Компьютерные исследования и моделирование. — 2010. — Т. 2, № 2. — С. 202—218.
136. *Sandoval L. Jr., de Paula Franca I.* Correlation of financial market in times of crisis, arXiv:1102.1339v.
137. *Tsirel S.V., Akaev A., Fomin A., Korotayev A.V.* Log-periodic oscillations analysis and possible burst of the «Gold Bubble» in April — June 2011, Structure and Dynamics // eJournal of Antropoligical and Related Science. — 2010. — T. 4, N 3. — P. 1—11 [Полная версия: URL: http://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1012/1012.4118.pdf (дата обращения 6.02.2012)].
138. *Auerbach A. J.* (Ed.) Mergers and acquisitions. — Chicago: Univ. Chicago Press, 1988. — 108 p.
139. *Penrose E.* The theory of the growth of the firm. — 3rd ed. — Oxford: Oxford Univ. Press, 1995. — 296 p.
140. *URL:* http://www.kitco.com/charts//historicalgold.html (дата обращения 6.02.2012).
141. *Smith E., Foley D.K.* Classical thermodynamics and economic general equilibrium theory // J. Econ. Dynamics & Control. — 2008. — Vol. 32, N 1. — P. 7—65.
142. *De Benedictis L., Taglioni D.* The gravity model in international trade // The trade impact of European Union preferential policies / De L. Benedictis, L. Salvatici (eds.). — Berlin: Springer, 2011. — 250 p.
143. *Moro R.*, et al. Market impact and trading profile of hidden orders in stock markets // Phys. Rev. E. — 2009. — Vol. 80, N 6. 066102.
144. *Габидулин Э. М., Пилипчук Н. И.* Лекции по теории информации. — М.: МФТИ, 2007. — С. 16. — 214 с.
145. *Darbellay G.A., Wuertz D.* The entropy as a tool for analyzing statistical dependences in financial time series // Physica A. — 2000. — Vol. 287, N 3—4. — P. 429—439.
146. *Dionisio A., Menezes R., Mendes D.A.* Entropy and uncertainty analysis in financial markets, arXiv: 0709.0668v1 [q-fin.ST] 5 Sep 2007.
147. *Kenett D.Y.*, et al. Index cohesive force analysis reveals that the US market became prone to systemic collapses since 2002 // PLoS ONE. — 2011. — Vol. 6, N 4. e19378.
148. *Chen J.* The physical foundation of economics: an analytical thermodynamic theory. — Singapure: World Scientific Publishing, 2005. — 132 p.
149. *Chen J.* The entropy theory of mind and behavioral finance // Social Science Research Network, 3.01.2011. — URL: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm (дата обращения 6.02.2012).
150. *Чернавский Д.С.* Синергетика и информация: динамическая теория информации. — 3-е изд. — М.: ЛКИ, 2009. — 304 с.
151. *Volobuev D.* «Toy» dynamo to describe the long-term solar activity cycles // Solar Physics. — 2006. — Vol. 238. — P. 421—430.
152. *Stauffer D., Radomski J.P.* Scaling in the Donangelo — Sneppen model for evolution of money // Physica A. — 2001. — Vol. 291, N 1—4. — P. 583—586.
153. *Shubik M., Smith E.* Structure, clearinghouses and symmetry // Econ. Theory. — 2007. — Vol. 30, N 3. — P. 587—597.
154. *Dragulescu A., Yakovenko V.M.* Exponential and power-law probability distributions of wealth and income in the United Kingdom and the United States // Physica A. — 2001. — Vol. 299, N 1—2. — P. 213—221.
155. *Banerjee A., Yakovenko V.M. Di Matteo T.* A study of the personal income distribution in Australia, arXiv:physics/0601176v1 [physics.soc-ph] 22 Jan. 2006.

156. *Banerjee A., Yakovenko V.M.* Universal patterns of inequality // New J. Phys. — 2010. — Vol. 12. 075032.
157. *Scafetta N., Picozzi S., West B.J.* An out-of-equilibrium model of the distribution of wealth // Quant. Finance. — 2004. — Vol. 4, N 3. — P. 353—364.
158. *Chatterjee A., Sen P.* Agent dynamics in kinetic models of wealth exchange // Phys. Rev. E. — 2010. — Vol. 82, N 5. 056117.
159. *Toscani G., Brugna C.* Wealth redistribution in Boltzmann-like models of conservative economies // Econophysics and economics of games, social choices and quantitative techniques / B. Basu, S.R. Shakravarthy, B.K. Chakrabarti, K. Gangopadhaya (eds.). — Berlin: Springer, 2010. — Part I. — P. 71—82.
160. *Nirei M.* Pareto distributions in economic growth models / Hitotsubashi University IIR Working Paper 09-05. — URL: http://hdl.handle.net/10086/17503.
161. *Kleiber C.* The Lorenz curve in economics and econometrics / Working paper 09/07, Faculty of Business and Economics, University of Basel, 2007. — URL: http://wwz.unibas.ch/uploads/tx_x4epublication/09_07.pdf (дата обращения 20.02.2012).
162. *Gibrat R.* Les Inegalites Economique / Librairie du Recueil Sirey. — Paris, 1931.
163. *Davies J.B., Shorrocks A.F.* The distribution of wealth // Handbook of Income Distribution / A.B. Atkinson, F. Bourguignon (eds.). — Amsterdam: Elsevier, 1999. — 938 p.
164. *Sornette D.* Multiplicative processes and power laws // Phys. Rev. E. — 1998. — Vol. 57. — P. 4811—4813.
165. *Gallegati M., Keen S., Lux T., Ormerod P.* Worrying trends in econophysics // Physica A. — 2006. — Vol. 370, N 1. — P. 1—6.
166. *Coelho R., Neda Z., Ramasco J.J., Santos M.-A.* A family-network model for wealth distribution in societies // Ibid. — 2005. — Vol. 353. — P. 515—528.
167. *Ikeda Y.,* et al. Response of firm agent network to exogenous shock // Ibid. — 2007. — Vol. 382. — N 1. — P. 138—148.
168. *Eom C., Oh G., Kim S.* Deterministic factors of stock networks based on cross-correlation in financial market // Ibid. — 2007. — Vol. 383. — N 1. — P. 139—146.
169. *Tabak B.M., Serra T.R., Cajueiro D.O.* Topological properties of stock market networks: The case of Brazil // Ibid. — 2010. — Vol. 389, N 16. — P. 3240—3249.
170. *Emmert-Streib F., Dehmer M.* Identifying critical financial networks of the DJIA: toward a network-based index // Complexity. — 2010. — Vol. 16, N 1. — P. 24—33.
171. *Chatteree A.* On kinetic asset exchange models and beyond: microeconomic formulation, trade network, and all that // Mathematical modeling of collective behavior in socio-economic and life sciences / G. Naldi, L. Pareschi, G. Toskani (eds.). — Berlin: Springer, 2010. — P. 31—50.
172. *Fronczak A., Fronczak P.* Statistical mechanics of the international trade network. arXiv:1104.2606v1 [q-fin.GN] 13 Apr 201.
173. *Подлазов А.В.* Закон Ципфа и модели конкурентного роста // Новое в синергетике. Нелинейность в современном естествознании. Синергетика: от прошлого к будущему / Ред. Г.Г. Малинецкий. — М.: ЛИБРОКОМ, 2009. — С. 229—256.
174. *Адамчук А.Н., Есипов С.Е.* Коллективно флуктуирующие активы при наличии арбитражных возможностей и оценка платежных обязательств // Успехи физ. наук. — 1997. — Т. 167, № 12. — С. 1295—1306.
175. *Baaquie B.E.* Interest rates and coupon bonds in quantum finance. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2009. — 490 p.
176. *Baaquie B.E.* Quantum finance. Path integrals and Hamiltonians for options and interest rates. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2004. — 316 p.
177. *Kleinert H.* Path integrals in quantum mechanics, statistics, polymer physics, and financial markets. — 3rd ed. — Singapur: World Scientific, 2003. — 1504 p.
178. *Khrennikov A.* Ubiquitous quantum structure. From psychology to finance. — Berlin: Springer, 2010. — 206 p.
179. *Schaden M.* Quantum finance // Physica A. — 2002. — Vol. 316, N 1—4. — P. 511—538.
180. *Piotrowski W., Sladkowski J.* Quantum auctions: facts and myths // Ibid. — 2008. — Vol. 387, N 15. — P. 3949—3953.
181. *Choustova O.* Quantum probability and financial market // Inform. Sci. — 2009. — Vol. 179, N 5. — P. 478—484.
182. *Bagarello F.* Stock markets and quantum dynamics: A second quantized description // Physica A. — 2007. — Vol. 383, N 2. — P. 283—302.
183. *Rosenblatt J., Martinás K.* Inequality indicators and distinguishability in economics // Ibid. — 2008. — Vol. 387, N 8—9. — P. 2047—2054.
184. *Вилази Г.* Гамильтонова динамика. — М.; Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2006. — 431 с.
185. *Bohm D., Hiley B.* The undivided universe: an ontological interpretation of quantum mechanics — London: Routledge, 1993. — 397 p.
186. *Holland P.* The quantum theory of motion: an account of the de Broglie — Bohm causal interpretation of quantum mechanics. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1993. — 598 p.
187. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. Нерелятивистская теория. — 4-е изд. — М.: Наука, 1989. — С. 73.
188. *Kurtsiefer C., Pfau T., Mlynek J.* Measurement of the Wigner function of an ensemble of helium atoms // Nature. — 1997. — Vol. 386. — P. 150—153.
189. *Albrecht A.* Quantum ripples in chaos // Ibid. — 2001. — Vol. 412. — P. 687—688.
190. *Schuster P.* Free will, information, quantum mechanics, and biology // Complexity. — 2009. — Vol. 15, No 1. — P. 8—10.
191. *Поспелов И.Г.* Модели экономической динамики, основанные на равновесии прогнозов экономических агентов. — М.: ВЦ РАН, 2003. — 206 с.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии чл.-корр. РАН Д.А. Новиковым.*

**Словохотов Юрий Леонидович** — д-р хим. наук,
зав. лабораторией, хим. факультет,
Московский государственный университет
им. М.В. Ломоносова, ☎ (495) 939-54-34,
✉ slov@phys.chem.msu.ru;
вед. науч. сотрудник,
Институт элементоорганических соединений
им. А.Н. Несмеянова РАН, г. Москва,
☎ (499) 135-93-04.

УДК 519.865.7; 330.46

# ЦИКЛИЧЕСКИЙ РОСТ В МОДЕЛИ ЗАМКНУТОЙ ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОЙ ЭКОНОМИКИ[1]

А.П. Абрамов

Рассмотрена динамическая модель замкнутой децентрализованной экономики с леонтьевскими технологиями. Выписаны условия, при которых последовательность нормированных выпусков экономической системы либо сходится, либо совершает предельный цикл обхода конечного числа точек, при этом как предел, так и предельные точки определяются технологиями системы и схемой принятия управленческих решений.

**Ключевые слова:** децентрализованная экономика, циклический рост, леонтьевские технологии.

## ВВЕДЕНИЕ

Классическая теория сбалансированного роста — важный раздел экономической динамики, в котором получен ряд фундаментальных результатов (см. монографии [1—5]). В ее основе лежат модели экономики с централизованным управлением и постоянным темпом роста всех показателей. Потребность в теоретическом анализе более сложной экономической динамики обусловила ряд публикаций как по нелинейным экономическим системам [6—8]), так и по сбалансированному росту в классических моделях, но с децентрализованным управлением. Этапной работой второго из названных направлений стала статья [9], в которой «обычная» гейловская теория объединена с моделью равновесия Вальраса. Авторы доказали, что при определенных условиях в данной модели существует луч стационарного роста. Другой подход в этом направлении предложен в работах [10, 11], где исследована схема перехода к сбалансированному росту в модели децентрализованной экономики, основанная на учете натуральных показателей. Рассматриваемая далее модель представляет собой новый этап развития данного подхода. Конкретно, изучается цикличность некоторых экономических показателей, которая является следствием децентрализованного принятия управленческих решений в модели экономики с леонтьевскими технологиями.

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-07-00286).

## 1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Рассмотрим замкнутую динамическую модель производства и товарообмена леонтьевского типа, в которой фигурируют $n$ монопродуктовых отраслей и каждый из видов продукции производится только одной отраслью. Состояние экономической системы отслеживается в дискретные моменты времени, которые обозначаются индексом $t$, $t = 1, 2, \ldots$ Шаги модели, т. е. промежутки времени между соседними моментами, будем помечать тем же индексом $t$, причем номер шага соответствует правой границе. Длительности всех шагов предполагаются одинаковыми и равными одному производственному циклу во всех отраслях, время на товарообмен между отраслями считается пренебрежимо малым. Продукция, произведенная на некотором шаге, должна быть использована до окончания следующего шага, а неиспользованные остатки считаются непригодными для потребления на последующих шагах.

Введем следующие обозначения:

$i = 1, \ldots, n$ — индекс отрасли;

$N_i^+$ — подмножество отраслей, поставляющих продукцию в отрасль $i$;

$N_i^-$ — подмножество отраслей, потребляющих продукцию отрасли $i$;

$x_i(t)$ — объем выпуска продукции отраслью $i$ на шаге $t$;

$x_{ji}(t)$ — объем ресурса вида $j$, $j \in N_i^+$, которым располагает отрасль $i$ в начале шага $t$.

Предполагается, что $N_i^+ \neq \varnothing \neq N_i^-$, $i = 1, ..., n$, а производственная функция отрасли $i$ имеет вид

$$x_i(t) = \min_{j \in N_i^+} \left\{ \frac{y_{ji}(t)}{y_{ji}^0} \right\}, \quad i = 1, ..., n,$$

где $y_{ji}^0 > 0$ — минимально необходимое количество продукта вида $j$, которое требуется для производства одной единицы продукции вида $i$. Эту функцию называют производственной функцией Леонтьева или производственной функцией с фиксированными пропорциями факторов [12, 13].

В случае (нетривиального) режима функционирования системы, при котором каждая отрасль $i$ на любом шаге $t$ полностью распределяет продукцию, произведенную на этом шаге, а ресурсы затрачиваются в минимально необходимых объемах, имеем уравнение вида

$$x(t) = Yx(t + 1), \tag{1}$$

где $x(t)$ и $x(t + 1)$ — вектор-столбцы, а элементы $\bar{y}_{ij}$ квадратной матрицы $Y$ порядка $n$, называемой технологической, определены так:

$$\bar{y}_{ij} = \begin{cases} y_{ij}^0, i \in N_j^+; \\ 0, i \notin N_j^+. \end{cases}$$

Применение индукции к динамическому уравнению (1) позволяет записать его как $x(0) = Y^t x(t)$, $t = 1, 2, ...$, где $x(0)$ — вектор начальных запасов продукции.

**Замечание 1.** Если допустить возможность перепроизводства, то формула (1) примет вид $x(t) \geq Yx(t + 1)$, что соответствует динамической модели Леонтьева — частного случая модели фон Неймана [14]. ♦

Если матрица $Y$ примитивна, то экономическая система может функционировать в режиме (1) при всех $t \geq 1$ тогда и только тогда, когда $x(0)$ является фробениусовым вектором этой матрицы [3]. В этом режиме, который называется магистральным [15], все отрасли имеют одинаковый постоянный темп роста выпуска продукции, равный $\gamma \equiv 1/\lambda_Y$, где $\lambda_Y$ — фробениусово число матрицы $Y$. Всюду ниже будем предполагать, что $\gamma > 1$, так как при $\gamma \leq 1$ экономическая система не представляет интереса по очевидным причинам.

## 2. СХЕМА ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОЙ РАБОТЫ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Легко видеть, что децентрализованная экономическая система может функционировать в режиме магистрали. Для этого необходимо выполнение следующих условий:

— вектор начальных запасов $x(0)$ должен быть фробениусовым вектором матрицы $Y$;

— обмен начальными запасами между отраслями должен обеспечить воспроизводство этого вектора в масштабе $\gamma$ на первом шаге работы системы;

— всем отраслям должен быть известен показатель $\gamma$ — темп роста на магистрали, в соответствии с которым они увеличивают поставки своей продукции отраслям-потребителям на всех последующих шагах.

Выполнение на практике всех этих условий представляется маловероятным. Кроме того, любые сбои в работе системы (отклонения объемов выпуска от плановых из-за технологических проблем или задержек в поставках) сразу уводят систему с магистрали, что вызывает проблему распределения продукции, так как нельзя применить стандартное правило «увеличивай поставки всем потребителям в $\gamma$ раз». Поэтому интересно рассмотреть схемы функционирования системы, которые обладают следующими свойствами:

— не требуют директивного управления;

— могут вырабатывать управленческие решения вне магистрального режима и при этом не уводят систему с магистрали, если она работает в этом режиме;

— имеют ясное экономическое обоснование.

Описывая работу децентрализованной экономики, введем дополнительные переменные для отрасли $i$:

$x_i^p(t)$ — план выпуска на шаге $t$, определяемый отраслью в момент окончания шага $t - 1$;

$x_i^d(t - 1)$ — суммарный спрос потребителей на продукцию шага $t - 1$;

$x_i^s(t)$ — объем реализации продукции, произведенной на шаге $t$.

Переменные $x_i^d(t - 1)$ и $x_j^p(t)$, $j \in N_i^-$ связаны так:

$$x_i^d(t - 1) = \sum_{j \in N_i^-} y_{ij}^0 x_j^p(t), \quad i = 1, ..., n. \tag{2}$$

Будем считать, что план выпуска любой отрасли на шаге $t$ определяется объемом реализованной продукции, произведенной на шаге $t - 2$. Конкретно, предположим что отрасль $i$, планируя выпуск, руководствуется шкалой реализации произведенной продукции, содержащая $L(i)$ диапазонов. Например, при $L(i) = 5$ градация может быть такой: уровень $l = 1$ отвечает случаю, когда реализовано не более 60 % произведенной продукции, уровень реализации $l = 2$ соответствует диапазону (60 %, 70 %], ..., уровень $l = 5$ — диапазону (90 %,

100 %]. Соответственно, определяя план выпуска на шаге $t$, отрасль $i$ использует формулу

$$x_i^p(t) = k_{il}x_i^s(t-2), \quad t \geq 2, \quad i = 1, ..., n, \qquad (3)$$

где положительный коэффициент $k_{il}$ один и тот же в отрасли $i$ для всех $t$, при реализации продукции, произведенной на шаге $t-2$, в диапазоне $l$. Предполагается, что при любом фиксированном $i$ коэффициенты $\{k_{il}\}$ упорядочены так: $k_{i1} < k_{i2} < ... < k_{iL(i)}$.

**Замечание 2.** Значение коэффициента $k_{il}$ для диапазона по сбыту $l$ отрасли $i$ означает, что данная отрасль ожидает темпа роста потребления своей продукции на уровне $\sqrt{k_{il}}$ в расчете на один шаг. ♦

Далее определяются объемы поставок. Отрасль $i$, получив заявки от потребителей, вычисляет коэффициент

$$\eta_i(t-1) = x_i^d(t-1)/x_i(t-1), \quad i = 1, ..., n,$$

характеризующий обеспеченность планов ресурсом, который она произвела. Эти коэффициенты сообщаются всем отраслям системы, после чего каждая из отраслей (или некий информационный центр) определяет максимальное значение данных показателей:

$$\eta_{\max}(t-1) = \max_i \eta_i(t-1).$$

Если окажется, что $\eta_{\max}(t-1) \leq 1$, то спрос каждой из отраслей на ресурсы, произведенные на шаге $t-1$, удовлетворяется полностью, и объемы поставок обеспечивают выполнение намеченных планов:

$$y_{ij}(t) = y_{ij}^0 x_j^p(t), \quad i = 1, ..., n; \quad j \in N_i^-.$$

В этом случае объемы производства равны планам: $x_i(t) = x_i^p(t)$. При $\eta_{\max}(t-1) > 1$ выполнение всех планов невозможно, и отрасли уменьшают их:

$$x_i^p(t) := x_i^p(t)/\eta_{\max}(t-1), \quad i = 1, ..., n. \qquad (4)$$

Соответственно, объем спроса на все ресурсы также уменьшается в $\eta_{\max}(t-1)$ раз. Ясно, что скорректированные планы полностью обеспечены ресурсами. Таким образом, здесь вектор выпуска $x(t)$ связан с первоначальным планом (3) равенством вида $x(t) = x^p(t)/\eta_{\max}(t-1)$.

**Замечание 3.** Корректировка (4) означает, что планы пересчитываются по наиболее дефицитному ресурсу, и этот ресурс распределяется пропорционально размерам спроса. Тем самым в модели ни одна из отраслей не имеет привилегий по ресурсному обеспечению.

План, допустимый по ресурсам, однозначно определяет объемы реализации продукции, произведенной на завершившемся шаге:

$$x_i^s(t-1) = \sum_{j \in N_i^-} y_{ij}^0 x_j^p(t), \quad i = 1, ..., n.$$

Далее начинается производственный цикл на шаге $t$, объемы выпусков которого формируют вектор $x(t)$, после чего по формуле (3) определяется вектор $x^p(t+1)$ и т. д. Таким образом, для работы данной схемы, наряду с вектором начальных запасов $x(0)$, должен быть задан вектор $x^p(1)$ — план работ на первом шаге, а также наборы коэффициентов $\{k_{il}\}$ со шкалами их применения.

**Теорема.** *Если технологическая матрица $Y$ неразложима, векторы $x(0)$ и $x^p(1)$ строго положительны и выполняется неравенство*

$$k_{\min} \stackrel{\Delta}{=} \min_i k_{i1} \geq \gamma^2, \qquad (5)$$

*то данная схема работы экономической системы либо приводит к сходимости последовательности нормированных выпусков, либо эта последовательность имеет конечное число предельных точек. В последнем случае, выбирая окрестности этих точек сколь угодно малыми, можно указать номер шага, начиная с которого все члены последовательности будут принадлежать им циклически.* ♦

Доказательство теоремы см. в Приложении.

## 3. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТОЧКИ

Для случая примитивной технологической матрицы $Y$ укажем вид предельных точек.

Пусть $m$ обозначает их число. Согласно теореме, начиная с некоторого шага $T$, для планирования циклически используются $m$ фиксированных наборов коэффициентов из множества $\{k_{il}\}$. Обозначим через $K_j$, $j = 0, ..., m-1$, диагональную матрицу, ненулевые элементы которой отвечают набору коэффициентов $k_{il}$, фигурирующих на шаге $j$ указанного цикла. В общем случае, аналогичную матрицу, диагональные элементы которой использовались при вычислении планов на шаге $t$, обозначим через $K(t)$, $t \geq 2$. Введем параметр $\beta(t)$, показывающий, какая доля от первоначальных планов реализуется на шаге $t$.

Ясно, что

$$\beta(t) = \begin{cases} 1, & \eta_{\max}(t-1) \leq 1; \\ 1/\eta_{\max}(t-1), & \eta_{\max}(t-1) > 1. \end{cases}$$

Тогда для любого шага $t$ имеем: $x(t) = \beta(t)x^p(t)$. Соответственно, объем потребления продукции, произведенной на шаге $t-1$, составит $x^s(t-1) = Yx(t) = \beta(t)Yx^p(t)$.

Индукция позволяет установить связь между векторами $x(t)$ и $x^p(1)$:

$$x(t) = \beta(t)\beta(t-1)...\beta(1)K(t)YK(t-1)Y...K(2)Yx^p(1).$$

Используя эту формулу и введенные обозначения для $m$ матриц цикла, выпишем зависимость вектора $x(t)$ от вектора $x(T)$ при $t = T + ms + j > T$, $s = 0, 1, 2, ...$:

$$x(T + ms + j) = \\ = \begin{cases} \beta(t)...\beta(T+1)(K_{m-1}YK_{m-2}Y...K_0Y)^s, \ j = 0; \\ \beta(t)...\beta(T+1)K_{j-1}Y...K_0Y\times \\ \times(K_{m-1}YK_{m-2}Y...K_0Y)^s x(T), \ j > 0. \end{cases} \quad (6)$$

Обозначим через $\lambda_0$ фробениусово число матрицы $M_0 \equiv K_{m-1}YK_{m-2}Y...K_0Y$. Тогда для шагов $t$, отвечающих значению индекса $j = 0$ в формуле (6), имеем

$$x(T + ms) = \beta(T + ms)...\beta(T + 1)\lambda_0^s\left(\frac{M_0}{\lambda_0}\right)^s x(T), \quad (7)$$

Поскольку степень примитивной матрицы также примитивна [16], а нули в матрицах $Y$ и $K_jY$, $j = 0, ..., m - 1$, расположены одинаково, то примитивна и матрица $M_0$. Это означает сходимость последовательности $\{(M_0/\lambda_0)^s x(T)\}$ к фробениусову вектору матрицы $M_0$ при $s \to \infty$ [17], а соответствующей подпоследовательности нормированных выпусков $\{x(\tau)/\|x(\tau)\}$ — к нормированному фробениусову вектору $v_0$ матрицы $M_0$. Из циклического порядка множителей $K_jY...K_0Y$ во второй строке формулы (6) следует, что последовательность нормированных выпусков $\{x(\tau)/\|x(\tau)\|\}$ при $t \to \infty$ будет циклически стремиться к $m$ точкам на сфере единичного радиуса, которые однозначно определяются векторами вида $v_0$, $K_0Yv_0$, $K_1YK_0Yv_0$, $K_{m-2}Y...K_1YK_0Yv_0$.

Если $m = 1$, то последовательность нормированных выпусков сходится к точке на единичной сфере, определяемой фробениусовым вектором матрицы $M_0 = K_0Y$. В частном случае, когда все диагональные элементы матрицы $K_0$ имеют одинаковое значение $k$, равенство (7) может быть записано так:

$$x(T + s) = \beta(T + s)...\beta(T + 1)(k\lambda_Y)^s\left(\frac{Y}{\lambda_Y}\right)^s x(T),$$

и последовательность нормированных выпусков сходится к фробениусову вектору матрицы $Y$. В этом случае имеет место асимптотический выход на режим магистрали [10, 11].

Заметим, что указанная сходимость и асимптотическое стремление к циклическому обходу предельных точек могут носить тривиальный характер. Например, экономическая система будет функционировать в режиме магистрали начиная с первого шага, если векторы начальных условий $x(0)$, $x^p(1)$ являются фробениусовыми, $x^p(1) > \gamma x(0)$ и все отрасли используют одну и ту же шкалу для оценки уровня реализации продукции.

## 4. КРИТЕРИЙ РОСТА ПРОИЗВОДСТВА

Определим условия, при которых данная схема функционирования обеспечивает системе экономический рост при $t > T$. Для упрощения формул сместим точку отсчета времени так, чтобы $T = 0$. Из соотношения (6) получаем, что векторы $x(m(s + 1))$ и $x(ms)$, отвечающие параметру $j = 0$ при $t \geq 0$, связаны так:

$$x(m(s + 1)) = \beta(ms + m)...\beta(ms + 1)M_0x(ms). \quad (8)$$

Ясно, что при соответствующем выборе новой точки отсчета можно добиться сколь угодно точного выполнения равенства

$$M_0x(ms) = \lambda_0x(ms). \quad (9)$$

По предположению, выпуск на каждом шаге ограничен объемами производства, поэтому скалярный множитель $\beta(ms + j)$, $j = 1, ..., m$, в правой части формулы (8) выглядит так:

$$\beta(ms + j) = \min_i \frac{x_i(ms+j-1)}{x_i^d(ms+j-1)} = \\ = \min_i \frac{x_i(ms+j-1)}{[YK(ms+j)Yx(ms+j-1)]_i}. \quad (10)$$

Известно [16], что фробениусовы числа матриц вида $M_j \equiv K_{j-1}Y...K_0YK_{m-1}Y...K_jY$, $j = 1, ..., m - 1$, равны $\lambda_0$. Подставляя в формулу (10) выражение (6) вектора $x(ms + j - 1)$ при $T = 0$, получаем

$$\beta(ms + j) = \min_i \frac{[M_j^s x(0)]_i}{[YM_{j+1}^s x(0)]_i} = \\ = \min_i \frac{[(M_j/\lambda_0)^s x(0)]_i}{[Y(M_{j+1}/\lambda_0)^s x(0)]_i}, \quad j = 1, ..., m - 1,$$

откуда следует, что при достаточно больших $s$ сколь угодно точно выполняются равенства вида

$$\beta(ms + j) = \begin{cases} \min_i \dfrac{\alpha_j v_i(j)}{\alpha_{j+1}[Yv(j+1)]_i}, \ j = 1, ..., m-2; \\ \min_i \dfrac{\alpha_j v_i(j)}{\lambda_0\alpha_0[Yv(0)]_i}, \ j = m-1, \end{cases}$$

где через $v(j)$ обозначен фробениусов вектор с единичной нормой матрицы $M_j$, а $\alpha_j$ — положительный скаляр, соизмеряющий нормы векторов $v(j)$ и $x(0)$. Таким образом, для произведения скалярных множителей в правой части формулы (8) можно добиться сколь угодно точного выполнения равенства

$$\beta(ms+m)\ldots\beta(ms+1) = \\ = \min_i \frac{\alpha_0 v_i(0)}{\alpha_1[Yv(1)]_i} \min_i \frac{\alpha_1 v_i(1)}{\alpha_2[Yv(2)]_i}\ldots \\ \ldots\min_i \frac{\alpha_{m-2} v_i(m-2)}{\alpha_{m-1}[Yv(m-1)]_i} \min_i \frac{\alpha_{m-1} v_i(m-1)}{\alpha_0[Yv(0)]_i} = \\ = \frac{1}{\lambda_0}\min_i \frac{v_i(0)}{[Yv(1)]_i}\min_i \frac{v_i(1)}{[Yv(2)]_i}\ldots \\ \ldots\min_i \frac{v_i(m-2)}{[Yv(m-1)]_i}\min_i \frac{v_i(m-1)}{[Yv(0)]_i}. \qquad (11)$$

Сравнение формул (8), (9) и (11) показывает, что при достаточно больших значениях параметра $s$ для выполнения неравенства $x(sm+m) > x(sm)$ необходимо и достаточно, чтобы показатель

$$C \equiv \min_i \frac{v_i(0)}{[Yv(1)]_i}\min_i \frac{v_i(1)}{[Yv(2)]_i}\ldots\min_i \frac{v_i(m-1)}{[Yv(0)]_i} \qquad (12)$$

был больше единицы. Поскольку в правой части этого выражения все собственные векторы фигурирует по разу в числителе и в знаменателе, то корректна следующая процедура последовательного изменения норм векторов $v(1)$, $v(2)$, ..., $v(m-1)$: при фиксированном векторе $v(0)$ изменим норму вектора $v(1)$ так, чтобы первый сомножитель в правой части формулы (12) обратился в единицу, далее исходя из модифицированного вектора $\tilde{v}(1)$, изменим норму вектора $v(2)$ так, чтобы в единицу обратился второй сомножитель и т. д. После окончания перенормировки показатель $C$ примет вид

$$C = \min_i \frac{\tilde{v}_i(m-1)}{[Yv(0)]_i}, \qquad (13)$$

где $\tilde{v}(m-1)$ — модифицированный фробениусов вектор матрицы $M_{m-1}$.

С экономической точки зрения процедура коррекции норм векторов означает, что при заданном фробениусовом векторе $v(0)$ матрицы $M_0$, на шаге $j$, $j = 1, \ldots, m-1$, цикла реализуется вектор выпуска, который является фробениусовым вектором матрицы $M_j$ с максимально возможным модулем, допускаемым наличными ресурсами. Таким образом, из формулы (13) следует, что в асимптотике *рост выпуска за цикл будет происходить тогда и только тогда, когда вектор выпуска на последнем шаге цикла строго больше затрат на производство исходного вектора цикла* $v(0)$.

Легко видеть, что этот результат, полученный с начальной матрицей цикла $K_0$, справедлив и при начале цикла с любой другой матрицей $K_j$, $j = 1, \ldots, m-1$. Более того, рассматривая рост за период, начинающийся с любой из матриц $K_j$, видим, что при достаточно большом $s$ для темпа роста получаем то же самое выражение (13). Тем самым в асимптотике темпы роста выпуска за любые последовательные $m$ шагов оказываются одинаковыми.

С другой стороны, выпишем достаточное условие уменьшения объемов производства, в котором присутствует фробениусово число $\lambda_Y$ технологической матрицы $Y$. Рассмотрим произведение параметров $\beta(ms+m)\ldots\beta(ms+1)\lambda_0$, фигурирующих в формулах (8) и (9). Представление (10) коэффициента $\beta(ms+j)$ позволяет оценить его так:

$$\beta(ms+j) \le \min_i \frac{x_i(ms+j-1)}{k_{\min}[Y^2 x(ms+j-1)]_i} \le \\ \le \frac{1}{k_{\min}\rho(Y^2)} = \frac{1}{k_{\min}\lambda_Y^2}, \quad j = 1, \ldots, m,$$

где использовалось неравенство (П1). Таким образом,

$$\beta(ms+m)\ldots\beta(ms+1)\lambda_0 \le \lambda_0\left(\frac{1}{k_{\min}\lambda_Y^2}\right)^m,$$

и если правая часть этого неравенства меньше единицы, то в асимптотике $x(m(s+1)) < x(ms)$.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренная модель показывает теоретическую возможность асимптотического выхода многосекторной децентрализованной экономики на режим циклического функционирования с повторяющимися наборами дефицитных и избыточных продуктов. Если все отрасли будут планировать свою работу, используя единое значение оценки темпа роста, пусть даже завышенное по сравнению с темпом роста на магистрали, экономическая система асимптотически выйдет на режим сбалансированного роста. Отметим, что данная децентрализованная схема управления требует определенной координации при составлении планов работ отраслей. Эта координация необходима при корректировке планов в соответствии с наличными ресурсами.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство теоремы. Рассмотрим последовательность нормированных векторов выпуска $\{x(t)/\|x(t)/\|\}$. Точки этой последовательности принадлежат компактному множеству, поэтому она содержит подпоследовательность $\{x(\tau)/\|x(\tau)/\|\}$, сходящуюся к некоторой точке $a$ сферы единичного радиуса. Ясно, что соответствующая подпоследовательность нормированных векторов реализованной продукции $\{x^s(\tau-1)/\|x^s(\tau-1)\|\}$ сходится к вектору вида $Ya/\|Ya$. В силу того, что набор коэффициентов $\{k_{il}\}$, фигурирующих при вычислении планов в формуле (3), конечен, то при любом $\varepsilon > 0$ найдутся натуральные числа $\tau(\varepsilon)$ и $m(\varepsilon)$ такие, что выполняются два условия:

— члены $x(\tau(\varepsilon))/\|x(\tau(\varepsilon))\|$ и $x(\tau(\varepsilon)+m(\varepsilon))/\|x(\tau(\varepsilon)+m(\varepsilon))\|$ указанной подпоследовательности нормированных выпусков принадлежат $\varepsilon$-окрестности точки $a$;

— составляя план работы для шага $\tau(\varepsilon)+m(\varepsilon)+1$ каждая из отраслей системы использует тот же коэффициент $k_{il}$, который фигурировал в ее плане работ для шага $\tau(\varepsilon)+1$.

В этом случае, выбирая параметр $\varepsilon$ достаточно малым, можно добиться сколь угодно точного совпадения значений нормированных планов на шагах $\tau(\varepsilon)+1$ и $\tau(\varepsilon)+m(\varepsilon)+1$, а значит, и сколь угодно точного равенства показателей $x(\tau(\varepsilon)+1)/\|x(\tau(\varepsilon)+1)\|$ и $x(\tau(\varepsilon)+m(\varepsilon)+1)/\|x(\tau(\varepsilon)+m(\varepsilon)+1)$. Следовательно, можно добиться и сколь угодно точного равенства нормированных векторов поставок $x^s(\tau(\varepsilon))/\|x^s(\tau(\varepsilon))\|$ и $x^s(\tau(\varepsilon)+m(\varepsilon))/\|x^s(\tau(\varepsilon)+m(\varepsilon))\|$.

Покажем, что в этом случае любая отрасль будет использовать одинаковые значения коэффициентов $k_{il}$ при планировании выпусков на шагах $\tau(\varepsilon)+2$ и $\tau(\varepsilon)+m(\varepsilon)+2$. Для этого сначала докажем, что при выполнении условия (5) выпуск на каждом шаге ограничен объемом производства предыдущего шага, а не первоначальным планом. Действительно, формулы (2) и (3) позволяют оценить снизу вектор спроса так: $x^d(t) \ge k_{\min} Y^2 x(t)$. Известно [16], что для фробениусова числа $\rho(B)$ любой неотрицательной матрицы $B$ порядка $n$ и любого положительного вектора $z \in R^n$ выполняется неравенство

$$\rho(B) \le \max_i \frac{1}{z_i} \sum_{j=1}^{n} b_{ij} z_j. \qquad (\Pi 1)$$

Из него следует, что для некоторой отрасли $j$ должно выполняться неравенство $[Y^2 x(t)]_j \ge \rho(Y^2) x_j(t)$, где $\rho(Y^2) = \gamma^{-2}$ — фробениусово число матрицы $Y^2$. Эти две оценки показывают, что по крайней мере для одной отрасли объем спроса должен быть не меньше объема предложения: $x_j^d(t) \ge x_j(t)$.

Таким образом, при одинаковых пропорциях сбыта продукции, произведенной на шагах $\tau(\varepsilon)$ и $\tau(\varepsilon)+m(\varepsilon)$ и одинаковых пропорциях выпуска на этих же шагах, имеем совпадающие множества продуктов, определяющих коэффициент коррекции первоначальных планов. Это означает, что у каждой отрасли показатели реализации продукции на указанных шагах принадлежат одному и тому же диапазону. Далее проводим аналогичный анализ показателей для пары шагов $\tau(\varepsilon)+2$ и $\tau(\varepsilon)+m(\varepsilon)+2$ и т. д.

Пусть индекс $j$ принимает значения $0, 1, \ldots, m-1$. Из доказанного следует, что выбрав шаг $T$ достаточно большим, можно получить при фиксированном $j$ сколь угодно точное равенство нормированных векторов выпуска вида $x(T+ms+j)/\|x(T+ms+j)\|$ при $s = 0, 1, 2, \ldots$ .

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Гейл Д.* Теория линейных экономических моделей. — М.: Изд-во иностр. лит., 1963. — 420 с.
2. *Моришима М.* Равновесие, устойчивость, рост (многоотраслевой анализ). — М.: Наука, 1972. — 280 с.
3. *Никайдо Х.* Выпуклые структуры и математическая экономика. — М.: Мир, 1972. — 520 с.
4. *Ланкастер К.* Математическая экономика. — М.: Сов. радио, 1972. — 464 с.
5. *Макаров В.Л., Рубинов А.М.* Математическая теория экономической динамики и равновесия. — М.: Наука, 1973. — 336 с.
6. *Занг В.-Б.* Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории. — М.: Мир, 1999. — 335 с.
7. *Пу Т.* Нелинейная экономическая динамика. — Ижевск: ИД «Удмуртский университет», 2000. — 200 с.
8. *Петров Л.Ф.* Методы динамического анализа экономики. — М.: Инфра-М, 2010. — 239 с.
9. *Беленький В.З., Сластников А.Д.* Равновесная динамика замкнутого рынка монопродуктовых производств // Экономика и математические методы. — 1994. — Т. 30, № 4. — С. 112—128.
10. *Абрамов А.П.* О выходе на магистраль сбалансированного роста в модели замкнутой децентрализованной экономики // Математическое моделирование. — 2008. — Т. 20, № 2. — С. 3—12.
11. *Абрамов А.П.* Сбалансированный рост в моделях децентрализованной экономики. — М.: Книжный дом Либроком, 2011. — 128 с.
12. *Иванилов Ю.П., Лотов А.В.* Математические модели в экономике. — М.: Наука, 1979. — 304 с.
13. *Клейнер Г.Б.* Производственные функции: Теория, методы, применение. — М.: Финансы и статистика, 1986. — 240 с.
14. *Гейл Д.* Замкнутая линейная модель производства // Линейные неравенства и смежные вопросы: сб. ст. под ред. Г.У. Куна и А.У. Таккера. — М.: Изд-во иностр. лит., 1959. — С. 382—400.
15. *Гранберг А.Г.* Динамические модели народного хозяйства. — М.: Экономика, 1985. — 240 с.
16. *Хорн Р., Джонсон Ч.* Матричный анализ. — М.: Мир, 1989. — 655 с.
17. *Ашманов С.А.* Введение в математическую экономику. — М.: Наука, 1984. — 294 с.


*Статья представлена к публикации членом редколлегии чл.-корр. РАН Д.А. Новиковым.*

**Абрамов Александр Петрович** — д-р физ.-мат. наук,
гл. науч. сотрудник, Вычислительный центр
им. А.А. Дородницына РАН, г. Москва,
☎ (499) 135-00-80, ✉ apabra@ccas.ru.

УДК 519.876.2

# МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ТОЛПОЙ

В.В. Бреер, Д.А. Новиков

Рассмотрена пороговая модель поведения группы агентов, которые, принимая бинарные решения (действовать или бездействовать), учитывают выбор других членов группы. Поставлена и решена задача управления порогами и репутацией агентов в целях снижения числа агентов, выбирающих решение «действовать».

**Ключевые слова:** коллективное поведение, пороговая модель, принятие решений, управление толпой.

## ВВЕДЕНИЕ

Термин «управление толпой» (crowd control, group navigation) в научной литературе имеет несколько устойчивых и распространенных значений.

*Управление движением множества агентов* (достижение цели, избежание столкновений, обход препятствий, сохранение формации и т. д.): flock, herd (стадо, стая, толпа) control; formation (строй, формация) control. Данное направление группового управления активно развивается с начала 2000-х гг. и включает в себя две обширные области — аналитические и имитационные (агентные) модели. По каждой из этих областей опубликованы тысячи статей и десятки обзоров.

*Управление поведением (принятием решений*[1]*) толпы.* Здесь можно выделить два больших направления — гуманитарные дескриптивные исследования (в рамках социальной психологии, точнее, ее раздела — психологии толпы) и математическое моделирование (см., например, краткий обзор [1]). В последнем можно также выделить два основных направления. Первое — модели команд (совместного адаптивного принятия решений группами людей на основе поступающей информации о неопределенных факторах — см. обзор в книге [2]). Классической работой здесь является статья [3]. Второе направление, которому принадлежит и настоящая работа, инициировано ставшими классическими статьей [4] и монографией [5], породившими целую лавину исследований в области математического моделирования порогового поведения (см. обзор [1]) и, в частности, поведения толпы. Тем не менее, на сегодня формальные постановки задач управления толпой практически отсутствуют.

[1] Отдельный аспект — выбор набора мероприятий по «физическим» мерам воздействия на толпу (в целях предотвращения давки, массовых беспорядков и т. д.) — также составляет предмет многочисленных исследований, но нами рассматриваться не будет.

## 1. ПОРОГОВАЯ МОДЕЛЬ ПОВЕДЕНИЯ ТОЛПЫ

Рассмотрим модель толпы — множество $N = \{1, 2, ..., n\}$ *агентов*, каждый из которых выбирает одно из двух *решений* — «1» (действовать, например, принимать участие в беспорядках) или «0» (бездействовать). Агент $i \in N$ характеризуется своим:

— *влиянием* на другого агента $t_{ji} \geq 0$ — тем «весом», с которым к его мнению прислушивается или его действия учитывает другой агент $j$; будем считать, что для каждого агента $j$ выполнены условия нормировки $\sum_{i \neq j} t_{ji} = 1$, $t_{ii} = 0$;

— решением $x_i \in \{0; 1\}$;

— *порогом* $\theta_i \in [0; 1]$, определяющим, будет ли агент действовать в той или иной *обстановке* (при векторе $x_{-i}$ решений всех остальных агентов). Формально, действие $x_i$ $i$-го агента определим как наилучший ответ (best response — BR) на сложившуюся обстановку:

$$x_i = BR_i(x_{-i}) = \begin{cases} 1, \text{если } \sum_{j \neq i} t_{ij} x_j \geq \theta_i, \\ 0, \text{если } \sum_{j \neq i} t_{ij} x_j < \theta_i. \end{cases} \quad (1)$$

Поведение, описываемое выражением (1), называется *пороговым* [1]. *Равновесием Нэша* будет вектор $x_N$ действий агентов такой, что $x_N = BR(x_N)$ [6].

Рассмотрим по аналогии с работой [7] следующую *модель динамики коллективного поведения*: в начальный момент времени все агенты бездействуют, далее в каждый из последующих моментов времени агенты одновременно и независимо действуют в соответствии с процедурой (1). Обозначим

$$Q_0 = \{i \in N | \theta_i = 0\},$$

$$Q_k = Q_{k-1} \cup \left\{ i \in N | \sum_{j \in Q_{k-1}, j \neq i} t_{ij} \geq \theta_i \right\},$$

$$k = 1, 2, ..., n - 1. \quad (2)$$

Очевидно $Q_0 \subseteq Q_1 \subseteq ... \subseteq Q_{n-1} \subseteq Q_n = N$. Обозначим через $T = \{t_{ij}\}$ матрицу влияний агентов, через $\theta = (\theta_1, \theta_2, ..., \theta_n)$ — вектор их порогов. Вычислим следующий показатель:

$$q(T, \theta) = \min \{k = \overline{0, n-1} \,|\, Q_{k+1} = Q_k\}. \quad (3)$$

*Равновесие коллективного поведения* $x^*$ (РКП) определим следующим образом:

$$x_i^*(T, \theta) = \begin{cases} 1, \text{если } i \in Q_{q(T,\theta)}, \\ 0, \text{если } i \in N \backslash Q_{q(T,\theta)}, i \in N. \end{cases} \quad (4)$$

**Утверждение 1.** *Для любых матриц влияния T и порогов агентов* $\theta$ *РКП* (4) *существует, единственно и является одним из равновесий Нэша для игры с наилучшим ответом* (1).

Доказательство. Для доказательства существования необходимо доказать, что множество, по которому берется минимум в выражении (3), не пусто. Предположим противное, т. е. что это множество пусто. Иными словами, в последовательности множеств $Q_0 \subseteq Q_1 \subseteq ... \subseteq Q_{n-1} \subseteq Q_n$ не существует совпадающих. Это означает, что каждое последующее множество отличается от предыдущего, как минимум, на один элемент. Но в последовательности имеются $n + 1$ множеств, а элемен*т*ов $n$. Мы пришли к противоречию.

Единственность следует из определения РКП (4) и единственности показателя (3).

Пусть $x^*(T, \theta)$ — РКП. Значит все агенты, принадлежащие множеству $Q_{q(T,\theta)}$, действуют. Но, согласно выражениям (1) и (2) этот выбор совпадает с их наилучшими ответами. Все агенты, принадлежащие множеству $N \backslash Q_{q(T,\theta)}$, бездействуют. Согласно формулам (2) и (3) для этих агентов $\sum_{j \in Q_{q(T,\theta)}} t_{ij} < \theta_i$, $i \in N \backslash Q_{q(T,\theta)}$. Согласно выражению (1) в этом случае наилучшим ответом является бездействие. Значит $x_i = BR_i(x_{-i})$ для всех $i$, и $x^*(T, \theta)$ является равновесием Нэша. Утверждение 1 доказано. ♦

Подчеркнем, что определение РКП конструктивно (см. выражения (2)—(4)) — сложность его вычисления невелика. Отметим также тот факт, что, если отсутствуют агенты с нулевыми порогами, то бездействие всех агентов является РКП. Для управления этот факт, в частности, означает, что в первую очередь следует обращать внимание на «*зачинщиков*» — агентов, принимающих решение «действовать» даже когда остальные бездействуют.

**Модель с репутацией.** Обозначим среднее влияние агента $j \in N$ на всех остальных агентов через $r_j = \frac{1}{n-1} \sum_{i \neq j} t_{ij}$. Назовем $r_j$ относительной *репутацией*, другими словами тем «весом», с которым к его мнению прислушиваются или его действия учитывают остальные агенты. Влияние в модели с репутацией можно характеризовать вектором $r = \{r_i\}_{i \in N}$.

Действие $x_i$ $i$-го агента в модели с репутацией определим как наилучший ответ на сложившуюся обстановку:

$$x_i = BR_i(x_{-i}) = \begin{cases} 1, \text{если } \sum_{j \neq i} r_j x_j \geq \theta_i, \\ 0, \text{если } \sum_{j \neq i} r_j x_j < \theta_i. \end{cases}$$

Частным случаем модели с репутацией — так называемый *анонимный случай*, когда репутации всех агентов одинаковы и равны $r_i = \frac{1}{n-1}$. В этом случае в качестве порогов можно выбрать целые числа $m_1, m_2, ..., m_n$, которые образуют вектор порогов $m$. Упорядочим агентов в порядке неубывания порогов: $m_1 \leq m_2 \leq ... \leq m_n$ и, считая $m_0 = 0$, $m_{n+1} > n$, определим число $p(m) \in \{0, ..., n\}$:

$$p(m) = \min \{k \in N \cup \{0\} | m_k \leq k, m_{k+1} > k\}.$$

Тогда РКП имеет следующую структуру: $x_i^* = 1$, $i = \overline{1, p(m)}$; $x_i^* = 0$, $i = \overline{p(m)+1, n}$, т. е. действовать будут первые $p(m)$ агентов (в случае $p(m) = 0$ считаем, что все агенты бездействуют).

В работе [2] показано, что равновесие Нэша в анонимной модели можно найти, решая следующее уравнение:

$$F(p) = p, \quad (5)$$

где $F(p) = |\{i \in N : m_i < p\}|$ — число агентов с порогами, меньшими $p$. Очевидно, что РКП будет соответствовать *минимальное* решение уравнения (5).

Итак, зная пороги и репутации агентов, можно вычислить РКП. Рассмотрим теперь задачи управления — если имеется возможность изменять степени влияния и/или пороги агентов, то как это следует делать, чтобы добиться реализации требуемого РКП, причем исходя из содержательных интерпретаций рассматриваемой модели, будем считать, что цель заключается в уменьшении числа агентов, выбирающих решение «действовать».

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ

Агрегированным показателем состояния толпы будем считать число действующих агентов:

$$K(T, \theta) = |Q_{q(T,\theta)}|.$$

В модели с репутацией вместо матрицы $T$ подставляется вектор $r$. В анонимном случае $K(m) = p(m)$.

Обозначим векторы начальных значений матриц влияния и порогов агентов $T^0$ и $\theta^0$ соответственно. Пусть заданы *множества допустимых значений* влияний и порогов агентов — соответственно

$T$ и $\Theta$, а также заданы *выигрыш* $H(K)$ управляющего органа — *центра* — от достигнутого состояния толпы $K$ и его *затраты* $C(T, \theta, T^0, \theta^0)$ на изменение репутаций и порогов агентов.

Критерием эффективности управления будем считать значение целевой функции центра, равной разности между выигрышем $H(\cdot)$ и затратами $C(\cdot)$. Тогда *задача управления* примет вид:

$$H(K(T, \theta)) - C(T, \theta, T^0, \theta^0) \to \max_{T \in \mathrm{T}, \theta \in \Theta}. \quad (6)$$

Для анонимного случая задача управления (6) примет следующий вид:

$$H(p(m)) - C(m, m^0) \to \max_{m \in M}, \quad (7)$$

где $M$ — множество допустимых значений векторов порогов в анонимном случае, а $m$ и $m^0$ — конечный и начальный векторы порогов соответственно.

Рассмотрим различные частные случаи общей задачи (6), а именно — задачу управления порогами для анонимного случая (§ 3) и задачу управления репутацией для неанонимного случая (§ 4).

## 3. УПРАВЛЕНИЕ ПОРОГАМИ В АНОНИМНОМ СЛУЧАЕ

Пусть задача центра состоит в том, чтобы обеспечить число действующих агентов равным заданному числу $K^* \geq 0$, т. е. в *реализации* нового РКП с числом действующих агентов $K^*$, не превышающего старое РКП с числом действующих агентов $p(m)$. Содержательной интерпретацией является задача центра уменьшить число действующих в РКП агентов. Другими словами, центр, управляя значениями порогов, должен перевести положение РКП в точку, с числом действующих агентов $K^*$. В анонимном случае репутации агентов одинаковы, и задача (7) примет следующий вид:

$$C(m, m^0) \to \min_{m \in \{\eta | p(\eta) = K^*\}}. \quad (8)$$

Пусть $g$ — неубывающая функция от неотрицательного аргумента, который равен модулю разности между начальным и конечным значениями порога управляемого агента. Будем считать, что затраты на управление порогом одного агента

$$c_i(m_i, m_i^0) = g(|m_i - m_i^0|). \quad (9)$$

По смыслу затрат $g(0) = 0$. Полные затраты равны сумме индивидуальных затрат:

$$C(m, m^0) = \sum_{i=1}^{n} c_i(m_i, m_i^0) = \sum_{i=1}^{n} g(|m_i - m_i^0|). \quad (10)$$

Для иллюстрации принципа управления порогами предположим сначала, что функция распределения порогов $F(\cdot)$ — неубывающая, определенная на множестве неотрицательных чисел, непрерывная слева и имеющая предел справа в каждой точке. Равновесием в данном случае, по аналогии с уравнением (5), является левая точка пересечения функции распределения порогов с биссектрисой первого квадранта. Эта часть графика функции распределения изображена на рис. 1; функция распределения порогов $G(\cdot)$, полученная в результате управления, изображена жирной линией.

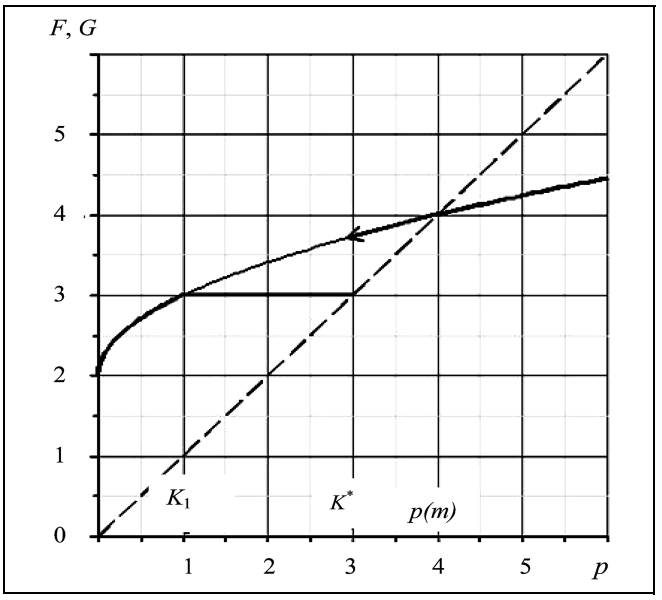



**Рис. 1. Вид начальной ($F$) и измененной ($G$) функций распределения порогов**

Так как $p(m)$ — минимальное решение уравнения (5) (точка (4, 4) на рис. 1), то

$$\forall\ K < p(m) F(K) > K. \quad (11)$$

Возможны два случая: $F(0+) \leq K^*$ и $F(0+) > K^*$ (например, $K^* = 3$ и $K^* = 1$ соответственно).

Если $F(0+) \leq K^*$, то, решив уравнение $F(K_1) = K^*$, можно найти такую точку $K_1 = F^{-1}(K^*)$.

В силу выражения (11) $K^* = F(K_1) > K_1 = F^{-1}(K^*)$. Процесс управления заключается в том, что центр изменяет все пороги, находящиеся внутри интервала $[F^{-1}(K^*), K^*)$, делая их равными $K^*$. Новая функция распределения $G(\cdot)$ будет равна $K^*$ на всем интервале $[F^{-1}(K^*), K^*]$. Значит $G(K^*) = K^*$.

Таким образом, мы получили новое значение РКП с числом действующих агентов $K^*$, соответствующее целям центра. Новая функция распределения $G(\cdot)$ совпадает на рис. 1 со старой функцией распределения $F(\cdot)$ во всех точках вне интервала $[F^{-1}(K^*), K^*)$.

Для оценки затрат на перемещение порогов из некоторого малого интервала $(t_1, t_2]$ окружающего

точку $t$ в точку $K^*$ будем считать, что функция $F$ изменяется на этом интервале на малую величину. Поскольку число агентов на этом интервале равно $F(t_2) - F(t_1)$, то искомые затраты будут приблизительно равны $g(K^* - t)[F(t_2) - F(t_1)]$.

Легко показать, что тогда затраты центра на управление в случае $F(0) \le K^*$ будут равны величине

$$\int_{F^{-1}(K^*)}^{K^*} g(K^* - t)dF(t).$$

Если $F(0+) > K^*$, то у $[F(0+) - K^*]$ агентов с нулевыми порогами центр изменяет пороги, делая их равными $K^*$. Затраты на изменение порога одного агента от нуля до $K^*$ будут, согласно формуле (9), равны $g(K^*)$. Затраты на изменение порогов $[F(0+) - K^*]$ агентов с нулевыми порогами для всех случаев можно записать в виде $g(K^*)(F(0+) - K^*)^+$, где $(\cdot)^+$ означает положительную часть выражения в скобках.

Таким образом, полные затраты (10) центра

$$c(K^*) = g(K^*)(F(0+) - K^*)^+ + \int_{F^{-1}(K^*)}^{K^*} g(K^* - t)dF(t). \quad (12)$$

**Утверждение 2.** *Затраты* (12) *минимальны для реализации центром РКП с числом действующих агентов* $K^*$.

Доказательство. В силу определения функции $F(\cdot)$, для уменьшения величины $F(K^*)$, которая согласно выражению (11) больше $K^*$, необходимо увеличить пороги, находящиеся левее точки $K^*$, на такую величину, чтобы их значения стали не меньше значения $K^*$.

Поскольку функция затрат $g$ неубывающая, то изменение значений порогов, превышающих величину $K^*$, приводит к избыточным (неоправданным) затратам. Поэтому для минимизации затрат необходимо, чтобы новое значение изменяемых порогов равнялось $K^*$.

Рассмотрим множество всех возможных результатов управления

$$\Omega = \left\{A = \bigcup_{i=1}^{q} [a_i, b_i) | b_q \le K^*;\ a_{i+1} > b_i,\ i = \overline{1, q};\ \sum_{i=1}^{q} [F(b_i) - F(a_i)] = F(K^*) - K^*\right\}.$$

Управление заключается в перемещении всех порогов, входящих в указанные интервалы, в точку $K^*$. Очевидно, что $[F^{-1}(K^*), K^*) \in \Omega$.

Затраты на воздействие на множестве $A \in \Omega$

$$\int_A g(K^* - t)dF(t) = \sum_{i=1}^{q} \int_{a_i}^{b_i} g(K^* - t)dF(t).$$

Сравним полные затраты на изменение значений порогов из интервала $[F^{-1}(K^*), K^*)$ и произвольного множества $A \in \Omega$. Каждые из этих затрат можно разложить на два слагаемых соответственно:

$$\int_{[F^{-1}(K^*), K^*)} g(K^* - t)dF(t) = \int_{A \cap [F^{-1}(K^*), K^*)} g(K^* - t)dF(t) + \int_{[F^{-1}(K^*), K^*) \setminus A} g(K^* - t)dF(t), \quad (13)$$

$$\int_A g(K^* - t)dF(t) = \int_{A \cap [F^{-1}(K^*), K^*)} g(K^* - t)dF(t) + \int_{A \setminus [F^{-1}(K^*), K^*)} g(K^* - t)dF(t). \quad (14)$$

Первые слагаемые равенств (13) и (14) совпадают.

Если общие затраты для множества $A$ и $[F^{-1}(K^*), K^*)$ могут различаться, то только на множествах $A \setminus [F^{-1}(K^*), K^*)$ и $[F^{-1}(K^*), K^*) \setminus A$. В силу определения множества $\Omega$ справедливо следующее равенство:

$$\sum_{A \setminus [F^{-1}(K^*), K^*)} [F(b_i) - F(a_i)] = \sum_{[F^{-1}(K^*), K^*) \setminus A} [F(b_i) - F(a_i)].$$

Затраты на перемещение порогов из множеств $A \setminus [F^{-1}(K^*), K^*)$ и $[F^{-1}(K^*), K^*) \setminus A$ можно оценить снизу и сверху соответственно:

$$\int_{A \setminus [F^{-1}(K^*), K^*)} g(K^* - t)dF(t) \ge \min_{t \in A \setminus [F^{-1}(K^*), K^*)} g(K^* - t) \times \sum_{A \setminus [F^{-1}(K^*), K^*)} [F(b_i) + F(a_i)], \quad (15)$$

$$\int_{[F^{-1}(K^*), K^*) \setminus A} g(K^* - t)dF(t) \le \max_{t \in [F^{-1}(K^*), K^*) \setminus A} g(K^* - t) \times \sum_{[F^{-1}(K^*), K^*) \setminus A} [F(b_i) + F(a_i)]. \quad (16)$$

В силу монотонности функции затрат справедливо следующее неравенство:

$$\max_{t \in [F^{-1}(K^*), K^*) \setminus A} g(K^* - t) \le \min_{t \in A \setminus [F^{-1}(K^*), K^*)} g(K^* - t). \quad (17)$$

Из неравенств (15)—(17) следует, что

$$\int_{[F^{-1}(K^*), K^*) \setminus A} g(K^* - t)dF(t) \le \int_{A \setminus [F^{-1}(K^*), K^*)} g(K^* - t)dF(t). \quad (18)$$

Из выражений (13), (14) и (18) следует, что

$$\int_{[F^{-1}(K^*), K^*)} g(K^* - t)dF(t) \le \int_A g(K^* - t)dF(t).$$

Утверждение 2 доказано.

**Следствие 1.** В оптимальном управлении изменяются только пороги, принадлежащие интервалу $[F^{-1}(K^*), K^*)$, если $K^*$ находится в области опре-

деления функции $F^{-1}(\cdot)$. Если $K^*$ находится вне области определения функции $F^{-1}(\cdot)$, то изменяются пороги, принадлежащие интервалу $[0, K^*)$.

**Следствие 2.** Решение задачи управления порогами не зависит в явном виде от начального РКП.

**Следствие 3.** Полученное в результате оптимального управления РКП не устойчиво. ♦

Действительно, малое изменение порогов влево от точки $K^*$ «уводит» систему в новое положение равновесия (в точку пересечения с биссектрисой (например, в точку (4, 4), см. рис. 1). Для обеспечения устойчивости нужно перемещать пороги правее от точки $K^*$.

**Следствие 4.** Результат утверждения 2 останется в силе и в случае, когда затраты на изменение порога агента равны $g(|m_i - m_i^0|)/L(m_i^0)$, где $L(\cdot)$ — любая измеримая строго возрастающая функция от значения начального порога. ♦

Имея решение (12) задачи (8) (далее в Примерах 1 и 2 для ряда частных случаев получено аналитическое решение), можно вернуться к задаче (7), которая превратится в следующую задачу скалярной оптимизации:

$$H(K^*) - c(K^*) \to \max_{K^*}.$$

**Пример 1.** Будем рассматривать относительные пороги $\theta_i = m_i/n$. Пусть их функция распределения представляет собой распределение Парето с показателем $\alpha > 1$:

$$F_{\alpha\beta}(x) = \frac{x^\alpha + \beta}{1+\beta}, \quad x \le 1, \quad \beta > 0. \tag{19}$$

Тогда плотность распределения $f_{\alpha\beta}(x) = \alpha x^{\alpha-1}/(1+\beta)$.

Обратная функция к функции распределения определена на отрезке $\frac{\beta}{1+\beta} \le x \le 1$ и имеет вид $F^{-1}_{\alpha\beta}(x) = ((1+\beta)x - \beta)^{1/\alpha}$.

Уравнение (5) для РКП запишется как

$$x^\alpha - (1+\beta)x + \beta = 0. \tag{20}$$

Пусть $p$ — минимальный положительный корень уравнения (20). В силу строгого возрастания распределения (19) $p > \beta/(1+\beta)$.

Введем функцию затрат $g(x) = |x|$.

Пусть целевая точка равновесия $k^* = K^*/n$. Тогда затраты на реализацию этого РКП, $p \ge k^* \ge \beta/(1+\beta)$,

$$C_{\alpha\beta}(k^*) = \int_{F^{-1}_{\alpha\beta}(k^*)}^{k^*} g(k^* - t)dF_{\alpha\beta}(t) =$$

$$= k^*(F_{\alpha\beta}(k^*) - k^*) - \frac{\alpha}{1+\beta}\int_{F^{-1}_{\alpha\beta}(k^*)}^{k^*} t^\alpha dt = k^*\left(\frac{(k^*)^\alpha + \beta}{1+\beta} - k^*\right) -$$

$$- \frac{\alpha((k^*)^{\alpha+1} - ((1+\beta)k^* - \beta)^{1+1/\alpha})}{(1+\beta)(1+\alpha)}. \tag{21}$$

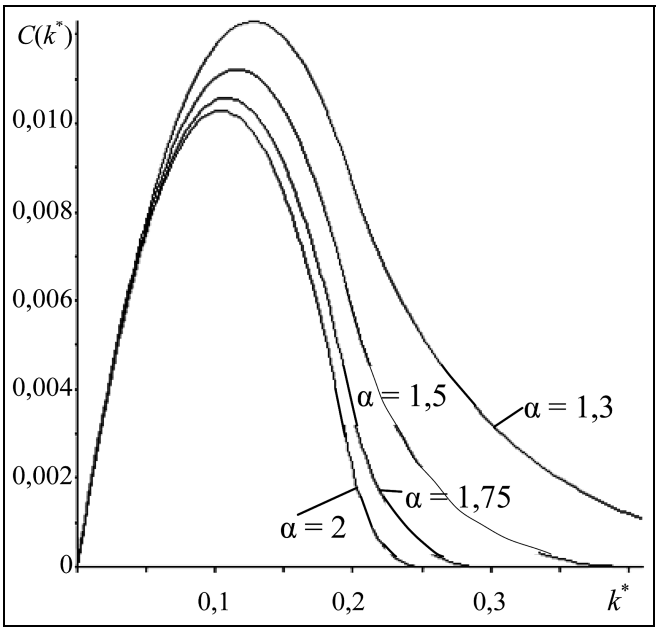



**Рис. 2. Семейство функций затрат $c(k^*)$ на управление (Пример 1)**

Пусть теперь $0 < k^* < \beta/(1+\beta)$. Тогда расходы на реализацию этого РКП

$$C_{\alpha\beta}(k^*) = k^*\left(\frac{\beta}{1+\beta} - k^*\right) + \int_0^{k^*} g(k^* - t)dF_{\alpha\beta}(t) =$$

$$= k^*\left(\frac{\beta}{1+\beta} - k^*\right) + \frac{(k^*)^{\alpha+1}}{1+\beta} - \frac{\alpha}{1+\beta}\int_0^{k^*} t^\alpha dt =$$

$$= k^*\left(\frac{\beta}{1+\beta} - k^*\right) + \frac{(k^*)^{\alpha+1}}{(1+\beta)(1+\alpha)}. \tag{22}$$

Семейство графиков функции затрат (21) и (22) для различных значений параметра $\alpha$ = 1,3; 1,5; 1,75; 2 и $\beta$ = 0,25 изображено на рис. 2. Видно, что затраты возрастают при уменьшении показателя $\alpha$ распределения Парето. Это означает, если пороги распределены более равномерно (показатель $\alpha$ меньше), то целевое РКП реализуется с относительно большими затратами.

Максимум затрат достигается в тех точках, где функция распределения максимально «далека» от биссектрисы первого квадранта (см. также рис. 1). Это приводит к тому, что пороги относительно большого числа агентов нужно изменять на бóльшую величину и, соответственно, затраты увеличиваются.

Для всех значений параметров $\alpha$ и $\beta$ затраты на реализацию нулевого РКП равны нулю. Действительно, достаточно сдвинуть нулевые пороги на малую величину, чтобы получить малое РКП. Так что, если перед центром стоит задача реализовать новую точку РКП, меньшую, чем $p$ (РКП без управления), то оптимальным управлением будет изменить нулевые пороги на малую величину, т. е., другими словами, избавить толпу от зачинщиков. ♦

В Примере 1 функция затрат $g(\cdot)$ на изменение порогов не зависит явным образом от начальных значений порогов агентов, а определяется только размером изменения порогов. Рассмотрим в следующем примере другую функцию затрат, которая явным образом зависит от начального значения порога.

**Пример 2.** Будем считать, что в условиях Примера 1 функция затрат на изменение порогов имеет следующий вид:

$$g(x_1, x_2) = |x_1 - x_2|/x_1. \qquad (23)$$

Пусть целевая точка РКП равна $k^*$. Тогда затраты для $p \geq k^* \geq \beta/(1+\beta)$ будут равны:

$$C_{\alpha\beta}(k^*) = \int\limits_{F^{-1}_{\alpha\beta}(k^*)}^{k^*} g(k^*, k^* - t)dF_{\alpha\beta}(t) =$$

$$= (F_{\alpha\beta}(k^*) - k^*) - \frac{\alpha}{(1+\beta)k^*}\int\limits_{F^{-1}_{\alpha\beta}(k^*)}^{k^*} tt^{\alpha-1}dt =$$

$$= \left(\frac{(k^*)^{\alpha}+\beta}{1+\beta} - k^*\right) - \frac{\alpha((k^*)^{\alpha+1} - ((1+\beta)k^* - \beta)^{\alpha+1/\alpha})}{k^*(1+\beta)(1+\alpha)}.$$

Пусть теперь $0 < k^* < \beta/(1+\beta)$. Тогда расходы на этом интервале будут бесконечно большие, так как необходимо изменить нулевые пороги на величину $k^*$, а это, согласно формуле (23), требует бесконечно больших затрат. Это означает, что центр может реализовать только РКП из интервала $p \geq k^* \geq \beta/(1+\beta)$. Семейство графиков функции затрат для различных значений параметра $\alpha = 1{,}3;\ 1{,}5;\ 1{,}75;\ 2$ и $\beta = 0{,}25$ изображено на рис. 3. ♦

В Примере 2 функция затрат на управление обладает легко интерпретируемым свойством монотонности — чем больше отклонение нового РКП (реализуемого центром в процессе управления порогами агентов) от старого (в отсутствии управления), тем выше затраты.

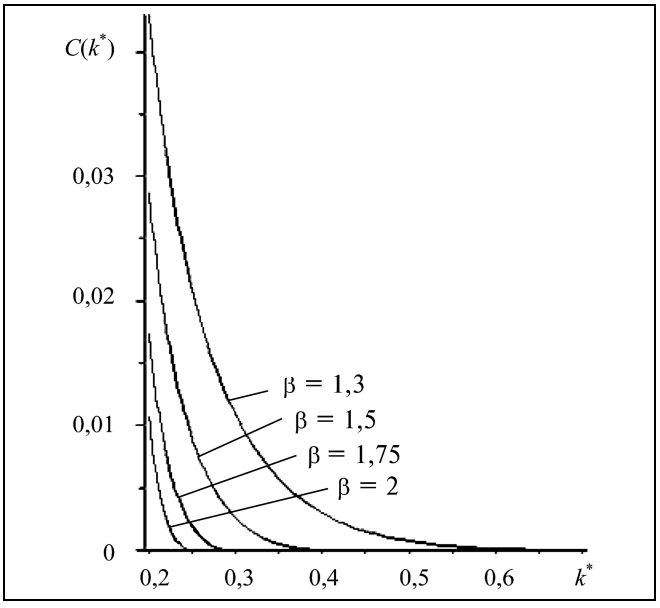



**Рис. 3. Семейство функций затрат $c(k^*)$ на управление (Пример 2)**

## 4. УПРАВЛЕНИЕ РЕПУТАЦИЕЙ

Пусть имеет место не анонимный случай, пороги агентов фиксированы, т. е. рассмотрим задачу управления репутацией. Предположим, что задача центра состоит в том, чтобы обеспечить число действующих агентов, не превышающее заданного числа $K^* \geq 0$. Тогда задача управления примет вид

$$C(r, \theta, r^0, \theta) \to \min_{r \in R \cap \{\eta \,|\, |Q_{q(\eta, \theta^0)}| \leq K^*\}}.$$

В первоначальном РКП действуют только агенты из множества $Q_k$, т. е. имеет место следующая система неравенств:

$$\begin{cases} \sum\limits_{j \in Q_k \setminus \{i\}} r_j^0 \geq \theta_i,\ i \in Q_k, \\ \sum\limits_{j \in Q_k} r_j^0 < \theta_i,\ i \in N \setminus Q_k. \end{cases} \qquad (24)$$

Фиксируем некоторое множество $P \subseteq N$ и запишем по аналогии с выражением (24) условия того, что при новых значениях репутаций действуют только агенты из этого множества:

$$\begin{cases} \sum\limits_{j \in P \setminus \{i\}} r_j \geq \theta_i,\ i \in P, \\ \sum\limits_{j \in P} t_j < \theta_i,\ i \in N \setminus P. \end{cases}$$

Обозначим через $c(P)$ оптимальное значение критерия следующей оптимизационной задачи:

$$C(r, \theta, r^0, \theta) \to \min_{r:(38)}. \qquad (25)$$

Отметим, что в задаче (25) минимизация ведется на множестве, описываемом $n$ линейными неравенствами. Если и затраты линейны (или выпуклы), то это задача линейного (соответственно, выпуклого) программирования.

Значение $c(P)$ характеризует минимальные затраты на управление репутацией агентов, при котором действуют агенты из множества $P \subseteq N$ и только они. Если задача центра заключается в том, чтобы обеспечить число действующих агентов, равное заданному числу $K^* \geq 0$, то для минимизации затрат на управление необходимо решить задачу (25) для каждого из $K^*$-элементных множеств $P$, а затем выбрать то множество $P^*$, на котором достигается минимум затрат: $P^* = \arg \min\limits_{P \in \{W \in 2^N : |W| = K^*\}} c(P)$.

## 5. РЕФЛЕКСИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

Мы рассмотрели два случая управления со стороны центра — воздействия на пороги агентов и на их репутации. Проанализируем возможности *рефлексивного* (в рамках настоящей работы синоним — *информационного*) *управления*, в котором центр воздействует на представления агентов о параметрах друг друга, на представления о представлениях и т. д. [8]. В качестве предмета управления выберем пороги агентов. *Рефлексивным управлением* будет формирование у агентов структур информированности вида: $\theta_{ij}$ — представления $i$-го агента о пороге $j$-го (структура информированности второго ранга или глубины два); $\theta_{ijk}$ — представления $i$-го агента о представлениях $j$-го агента о пороге $k$-го агента (структура информированности третьего ранга или глубины три) и т. д. Обладая той или иной структурой информированности, агенты выбирают действия, являющиеся *информационным равновесием* [8], в котором каждый агент выбирает свои действия как наилучший ответ на те действия, которые в рамках его представлений должны выбрать оппоненты.

Воспользовавшись результатами § 3 и 4, характеризующими значения порогов, приводящих к требуемому РКП, можно условно считать, что любой результат, достижимый путем реального изменения порогов, может быть по аналогии реализован информационным управлением (изменением представлений агентов о порогах друг друга). С этой точки зрения информационное управление порогами эквивалентно просто управлению порогами, будучи при этом, наверное, более мягким, чем последнее.

Однако при реализации информационного управления в задачах управления поведением толпы существует одна проблема. Одно из свойств «хорошего» информационного управления состоит в его *стабильности* [9] — свойстве, заключающемся в том, что все агенты наблюдают в реальности те результаты, которых ожидали.

Предположим, что в рассматриваемой модели толпы каждый агент апостериори наблюдает число агентов, принявших решение «действовать» (отметим, что это достаточно слабое предположение по сравнению с взаимной наблюдаемостью индивидуальных действий). Тогда стабильным будет информационное управление, при котором каждый агент увидит, что реально действует ровно столько агентов, сколько он и ожидал увидеть действующими. Требование стабильности существенно при длительных взаимоотношениях управляющего центра и агентов — если (при нестабильном информационном управлении) агенты один раз усомнятся в достоверности сообщаемой центром информации, то и в дальнейшем они будут иметь все основания в ней сомневаться.

**Утверждение 3.** *В анонимном случае не существует стабильного информационного равновесия, при котором действует строго меньшее число агентов, чем в РКП.*

Доказательство. Обозначим через $Q_\Sigma$ множество агентов, действующих в стабильном информационном равновесии. Предположим, что их число не превышает числа действующих в РКП $|Q_\Sigma| \le |Q_{p(\theta)}|$. В силу стабильности информационного равновесия для каждого агента $i \in Q_\Sigma$ должно быть выполнено $|Q_\Sigma| - 1 = \sum_{j \ne i} x_j \ge (n-1)\theta_i$. Значит $|Q_{p(\theta)}| - 1 \ge (n-1)\theta_i$, из чего следует, что $i \in Q_{p(\theta)}$. Таким образом, $Q_\Sigma \subseteq Q_{p(\theta)}$. Если существуют бездействующие агенты в $Q_{p(\theta)} \backslash Q_\Sigma$, то для них это равновесие нестабильно. Поэтому $Q_\Sigma = Q_{p(\theta)}$ для стабильного информационного равновесия. Утверждение 3 доказано. ♦

«Негативный» результат утверждения 3 свидетельствует о сложности осуществления долгосрочного информационного управления пороговым поведением толпы.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулированы и решены для ряда важных частных случаев задачи управления коллективным пороговым поведением толпы путем управления порогами агентов, репутацией агентов и путем рефлексивного управления. Перспективным представляется исследование эффективности совместного применения этих видов управления.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Crowd* Behavior at Mass Gatherings: A Literature Review / K. Zeitz, H. Tan, M. Grief, et al. // Prehospital and Disaster Medicine. — 2008. — Vol. 24, N 1. — P. 32—38.
2. *Новиков Д.А.* Математические модели формирования и функционирования команд. — М.: Физматлит, 2008.
3. *Banerjee A.* A Simple Model of Herd Behavior // Quarterly Journal of Economics. — 1992. — Vol. 107, N 3. — P. 797—817.
4. *Granovetter M.* Threshold Models of Collective Behavior // The American Journal of Sociology. — 1978. — Vol. 83, N 6. — P. 1420—1443.
5. *Schelling T.* Micromotives and Macrobehaviour. — New York, London: Norton & Co Ltd, 1978.
6. *Губко М.В., Новиков Д.А.* Теория игр в управлении организационными системами. — М.: СИНТЕГ, 2002.
7. *Бреер В.В.* Теоретико-игровая модель неанонимного порогового конформного поведения // Управление большими системами. — 2010. — № 31. — С. 162—176.
8. *Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г.* Рефлексивные игры. — М.: СИНТЕГ, 2003.
9. *Чхартишвили А.Г.* Теоретико-игровые модели информационного управления. — М.: ПМСОФТ, 2005.


*Статья представлена к публикации членом редколлегии В.В. Кульбой.*

**Бреер Владимир Валентинович** — бизнес-аналитик, ЗАО «Авиахэлп Групп», г. Москва, ✉ breer@live.ru,

**Новиков Дмитрий Александрович** — чл.-корр. РАН, зам. директора, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-75-69, ✉ novikov@ipu.ru.

УДК 519.816

# РЕЙТИНГОВАНИЯ БЕЗ КОМПЕНСАЦИЙ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ[1]

А.А. Гончаров, В.В. Чистяков

На основе функции перечисления, представляющей пороговое правило лексимин сравнения альтернатив, определены два рейтинговых индекса с учетом и без учета весов. Показано, что при отсутствии компенсаций (когда плохие свойства альтернатив не компенсируются хорошими свойствами) индексы выражают как количественные, так и качественные рейтинговые показатели. Приведен пример применения индексов к рейтингованию учащихся, успеваемость которых выражается векторами большой размерности с целочисленными компонентами.

**Ключевые слова:** предпочтение, лексимин, компенсация, функция перечисления, рейтинговый индекс.

## ВВЕДЕНИЕ

Составление рейтингов применяется повсеместно и касается разнообразных явлений и жизненных ситуаций. Первый по рейтингу объект (субъект, альтернатива) — самый предпочтительный, второй по рейтингу — менее предпочтителен и т. д. по убыванию предпочтения. Определение этих объектов обусловливает задачи о коллективном выборе или анализ многокритериальных задач принятия решений. Этому направлению исследований посвящена обширная литература [1—8]. Настоящая работа связана с некоторыми его приложениями.

Нас будут интересовать ситуации, когда рейтингуемые альтернативы характеризуются большим количеством целочисленных оценок. Удобной мотивацией этому служит положение дел, сложившееся в системе образования. Например, сессия из трех экзаменов с итоговыми оценками 3, 3 и 3 считается сданной, а с оценками 5, 2 и 5 — несданной, что можно выразить в виде: набор оценок (3, 3, 3) «предпочтительнее», чем набор (5, 2, 5). Сложение оценок ($3 + 3 + 3 = 9$ и $5 + 2 + 5 = 12$) и сравнение сумм ($9 < 12$) говорит лишь о том, что принятая в системе образования шкала оценок не количественная, а качественная (более высокая оценка отражает более качественное знание; подробнее см. работу [8]). При сложении низкие оценки компенсируются высокими, чего не происходит при «действиях с качествами». Именно последнее обстоятельство будет играть далее определяющую роль.

Цель настоящей статьи заключается в применении теории порогового агрегирования, развитой в работах [9—18] и основанной на правиле сравнения лексимин, к рейтингованию альтернатив, оцененных по многим критериям. Для этого с каждым многомерным целочисленным вектором оценок связывается *рейтинговый индекс*, при помощи которого можно эффективно рейтинговать эти векторы при отсутствии упомянутого эффекта компенсирования. Предполагается, что оценки равноважны (в системе образования неудовлетворительная оценка по любой дисциплине приводит к отчислению) и анонимны в том смысле, что очередность оценок не играет роли. Отсутствие компенсирования, например, при рейтинговании учащихся (и во многих подобных контекстах) приводит к положительному эффекту: неуспевающий по некоторым дисциплинам учащийся никогда не будет иметь больший рейтинг, чем успевающий по всем дисциплинам.

## 1. РЕЙТИНГОВАНИЕ И РАНЖИРОВАНИЕ АЛЬТЕРНАТИВ

Пусть $X$ — конечное множество с числом элементов $|X|$ не менее двух, которое интерпретируется как *множество альтернатив*. *Слабым порядком* на $X$ ([6, 7]) называется бинарное отноше-

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке Научного фонда НИУ ВШЭ (проект «Учитель — Ученики» № 11-04-0008), Лаборатории алгоритмов и технологий анализа сетевых структур НИУ ВШЭ (грант Правительства РФ, дог. 11.G34.31.0057) и лаборатории ТАПРАДЕСС НН.

ние $P \subset X \times X$, являющееся транзитивным (если $(x, y) \in P$ и $(y, z) \in P$, то $(x, z) \in P$), антирефлексивным (если $x \in X$, то $(x, x) \notin P$) и отрицательно транзитивным (если $x, y, z \in X$, $(x, y) \notin P$ и $(y, z) \notin P$, то $(x, z) \notin P$). Отношение $P$ удобно называть (*строгим*) *предпочтением* на $X$, включение $(x, y) \in P$ для $x, y \in X$ записывать в виде $xPy$ и читать "$x$ предпочтительнее $y$". Предпочтение $P$ индуцирует на $X$ отношение *безразличия* $I = \{(x, y) \in X \times X: (x, y) \notin P$ и $(y, x) \notin P\}$, так что эквивалентные записи $(x, y) \in I$ и $xIy$ означают, что «$x$ и $y$ неразличимы (безразличны)» по отношению к $P$. Тогда $I$ — отношение эквивалентности на $X$: оно рефлексивно (если $x \in X$, то $xIx$), симметрично (если $xIy$, то $yIx$) и транзитивно.

Типичным примером предпочтения на множестве $X$ служит отношение вида $P_F = \{(x, y) \in X \times X: F(x) > F(y)\}$, порожденное непостоянной вещественной функцией $F$ на $X$. Индуцированное $P_F$ отношение безразличия имеет вид $I_F = \{(x, y) \in X \times X: F(x) = F(y)\}$.

Если для отношения $P$ на $X$ и функции $F: X \to \mathbb{R}$ имеет место равенство $P = P_F$, то $P$ называется *F-представимым*, а $F$ (определяемая по $P$, вообще говоря, неоднозначно) — *функцией предпочтения* для $P$.

Множество альтернатив $X$, на котором задано предпочтение $P$, разбивается на классы безразличия (являющиеся классами эквивалентности) по убыванию или возрастанию предпочтения $P$ следующим образом [19]. Для $A \subset X$ класс $\pi(A) = \{x \in A: (y, x) \notin P$ для всех $y \in A\}$ есть множество наиболее предпочтительных относительно $P$ альтернатив из $A$. Положим $X_1' = \pi(X)$, и если $k \geq 2$ и непустые непересекающиеся подмножества $X_1', \ldots, X_{k-1}'$ множества $X$, такие, что $X_1' \cup \ldots \cup X_{k-1}' \neq X$, уже построены, то положим $X_k' = \pi(X \backslash (X_1' \cup \ldots \cup X_{k-1}'))$. Поскольку $X$ конечно, то найдется номер $s$, такой, что $X = X_1' \cup \ldots \cup X_s'$. Альтернативам из $X_1'$ присваивается рейтинг 1, чуть менее предпочтительным альтернативам из $X_2'$ — рейтинг 2, и т. д. до номера $s$, который получают наименее предпочтительные альтернативы. Тем самым получено каноническое *рейтингование* альтернатив из $X$ (по убыванию предпочтения $P$). Обращая порядок следования множеств, т. е. полагая $X_k = X_{s-k+1}'$ для $k = 1, 2, \ldots, s$, получим семейство непересекающихся множеств $X_1, X_2, \ldots, X_s$, в объединении дающих все множество $X$ и обладающих свойством: $xPy$ для $x, y \in X$ тогда и только тогда, когда $x \in X_L$ и $y \in X_k$ для некоторых чисел $1 \leq k < L \leq s$. Указанное семейство *ранжирует* множество $X$ (в порядке возрастания предпочтения $P$): более предпочтительные альтернативы лежат в классах $X_L$ с большими номерами $L$. Для индуцированного отношения безразличия $I$ имеем: $xIy$ для $x, y \in X$ эквивалентно тому, что $x \in X_k$ и $y \in X_k$, где $1 \leq k \leq s$.

Определим функцию $N: X \to \{1, 2, \ldots, s\}$ следующим образом: поскольку любое $x \in X$ лежит в $X_k$ при некотором $1 \leq k \leq s$, то положим $N(x) = k$. Функция $N$ называется *функцией перечисления* для $P$ [14, 15]. Она определена корректно и однозначно и является сюрьективной функцией предпочтения для $P$. Кроме того, она наиболее «эффективна» (поскольку присваивает альтернативам порядковые номера, по значениям которых удобно судить о предпочтительности альтернатив) и «экономна» среди всех функций предпочтения (поскольку $s \leq |X|$, а зачастую значение $s$ намного меньше, чем число элементов $|X|$ в множестве $X$).

## 2. РЕЙТИНГОВАНИЕ ПОСРЕДСТВОМ НАБОРОВ ОЦЕНОК

Предположим, что вместе с множеством альтернатив $X$ заданы два целых числа $n \geq 2$ и $m \geq 2$. Множество $M = \{1, 2, \ldots, m\}$ интерпретируется как набор (упорядоченных по значимости) *оценок*, а число $n$ — как количество этих оценок в следующем смысле. Пусть в результате какой-либо процедуры оценивания (например, серии из $n$ экзаменов, тестов, испытаний, сравнений) каждая альтернатива $x$ из $X$ получает в соответствие $n$ равноважных оценок $x_1, x_2, \ldots, x_n$, где все $x_i$ лежат в $M$. Требуется на основе знания оценок $x_1, x_2, \ldots, x_n$ для всех $x$ из $X$ ранжировать множество $X$ (или рейтинговать его элементы). Поскольку любая альтернатива характеризуется своими наборами оценок, будем считать, что она «совпадает» со своими оценками, и для $x$ из $X$ писать $x = (x_1, \ldots, x_n)$. Тем самым имеется вложение $X$ в множество $M^n$ всех $n$-мерных векторов с компонентами из $M$. Ранжирование (или рейтингование) $M^n$ при помощи некоторого отношения (строгого) предпочтения приводит к ранжированию и множества $X$ как подмножества $M^n$. Отметим, что $|M^n| = m^n$.

Для описания применяемых далее методов сравнения альтернатив приведем три простых поясняющих примера.

**Пример 1**. Предположим, что альтернативы оцениваются по $m = 2$ оценкам, т. е. $M = \{1, 2\}$. Ранжировать $M^n$ при любом $n$ можно при помощи двух естественных отношений предпочтения. Пусть $x, y \in M^n$. Обозначим через $v_1(x)$ количество оценок 1 в векторе $x$ и через $v_2(x)$ — количество оценок 2 в $x$. Первое отношение: скажем, что $xQy$, если $\sum_{i=1}^{n} x_i > \sum_{i=1}^{n} y_i$. Второе отношение: скажем, что

$xPy$, если $v_1(x) < v_1(y)$. Нетрудно видеть, что $P = Q$: действительно, так как $\sum_{i=1}^{n} x_i = v_1(x) + 2v_2(x)$ и $v_1(x) + v_2(x) = n$, то $\sum_{i=1}^{n} x_i = 2n - v_1(x)$.

Порядковый номер вектора оценок $x = (x_1,..., x_n) \in M^n$ при упорядочении относительно $P = Q$ вычисляется по формуле $N(x) = v_2(x) + 1$, определяющей функцию перечисления для этого отношения. Ранжирование вида $M^n = X_1 \cup ... \cup X_s$ задается правилом $X_k = \{x \in M^n : N(x) = k\}$ для $k = 1, 2, ..., s$, где $s = n + 1 < 2^n = |M^n|$ [14, *разд. 3*].

В случае, когда $m \geq 3$, естественные обобщения отношений $Q$ и $P$ (снова обозначаемые через $Q$ и $P$) уже не совпадают и дают принципиально различные ранжирования множества оценок $M^n$.

**Пример 2.** Пусть $M = \{1, 2, 3\}$. Векторы $x = (2, 2, 2)$ и $y = (1, 3, 3)$ из $M^3$ покомпонентно несравнимы, но поскольку $1 + 3 + 3 = 7 > 6 = 2 + 2 + 2$, то $yQx$ (это же справедливо для векторов $y = (3, 1, 3)$ или $y = (3, 3, 1)$). Следуя работам [9, 10], для $x, y \in M^n$ скажем, что $xPy$, если либо $v_1(x) < v_1(y)$, либо $v_1(x) = v_1(y)$ и $v_2(x) < v_2(y)$. Аксиоматическое описание предпочтения $P$, называемого *пороговым*, приведено в работах [11, 12]. Поскольку $v_1(x) = 0 < 1 = v_1(y)$ для $x = (2, 2, 2)$ и $y = (1, 3, 3) \in M^3$, то $xPy$.

**Пример 3.** Предположим, что результаты экзаменов по $n = 3$ дисциплинам оцениваются по пятибалльной шкале $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Будем рассматривать векторы оценок $x = (x_1, x_2, x_3) \in M^3$ с упорядоченными по неубыванию координатами (такой вектор однозначно определяет и все векторы, полученные из него перестановками координат). Применяя для ранжирования $M^3$ предпочтение $Q$ из примера 1, получим:

$[(1, 1, 1)_1]$; $[(1, 1, 2)_2]$; $[(1, 1, 3)_3, (1, 2, 2)_3]$;
$[(1, 1, 4)_4, (1, 2, 3)_4, (2, 2, 2)_4]$;
$[(1, 1, 5)_5, (1, 2, 4)_5, (1, 3, 3)_5, (2, 2, 3)_5]$;
$[(1, 2, 5)_6, (1, 3, 4)_6, (2, 2, 4)_6, (2, 3, 3)_6]$;
$[(1, 3, 5)_7, (1, 4, 4)_7, (2, 2, 5)_7, (2, 3, 4)_7, (3, 3, 3)_7]$;
$[(1, 4, 5)_8, (2, 3, 5)_8, (2, 4, 4)_8, (3, 3, 4)_8]$;
$[(1, 5, 5)_9, (2, 4, 5)_9, (3, 3, 5)_9, (3, 4, 4)_9]$;
$[(2, 5, 5)_{10}, (3, 4, 5)_{10}, (4, 4, 4)_{10}]$; $[(3, 5, 5)_{11}, (4, 4, 5)_{11}]$;
$[(4, 5, 5)_{12}]$; $[(5, 5, 5)_{13}]$.

Здесь нижний индекс справа у вектора означает его порядковый номер в перечислении, и чем больше этот номер, тем предпочтительнее *должен быть* результат сдачи трех экзаменов. Но так ли это? Проанализируем эту ситуацию. В приведенном выше перечислении знак «точка с запятой» разделяет классы безразличия $X_k$ относительно $Q$ в ранжировании $M^3 = X_1 \cup ... \cup X_s$, где $X_k = \{x \in M^3 : N(x) = k\}$, функция перечисления имеет вид $N(x) = x_1 + x_2 + x_3 - 2$, $k = 1, 2, ..., s$, и число классов безразличия равно $s = 13$. Например, класс $X_3$, обозначенный через $[(1, 1, 3)_3, (1, 2, 2)_3]$, состоит из векторов $(1, 1, 3)$, $(1, 3, 1)$, $(3, 3, 1)$, $(1, 2, 2)$, $(2, 1, 2)$ и $(2, 2, 1)$. Векторы $x, y \in M^3$ безразличны по отношению к $Q$, если $N(x) = N(y)$, т. е. $x_1 + x_2 + x_3 = y_1 + y_2 + y_3$, а потому классы безразличия оказываются «большими» множествами. Другими словами, $Q$ «не различает» успешные и неуспешные исходы трех экзаменов: например, $N(x) = 10$ для $x = (3, 4, 5)$, $(4, 4, 4)$ (сдано) и $x = (2, 5, 5)$ (не сдано). Итак, ранжирование $M^3$ при помощи $Q$ неадекватно описывает положение, сложившееся в системе образования. Предпочтение $Q$ применимо лишь в случае *количественных* шкал оценок $M$ [8, *разд. 1.3, 2.1*]: в результате сложения низкие оценки в векторах компенсируются высокими. В системе образования оценки по различным дисциплинам предполагаются одинаково содержательными, характеризующими качество знаний по дисциплине, и шкала $M = \{1, 2, ..., m\}$ упорядочена *по значимости качеств* (а не в смысле упорядоченности количеств, выражаемых числами): чем выше оценка, тем качественнее считается знание дисциплины (в другом контексте — качественнее какой-либо интересующий нас объект, например, дорога, пища, услуга и др.).

В модели рейтингования, рассматриваемой в настоящей работе, предполагается, что ни одно «плохое качество» альтернативы $x \in X$ не может быть компенсировано никаким количеством ее «самых хороших качеств» («модель полного совершенства», рейтингование без компенсаций). Точный смысл этому дан в § 3 (определение порогового отношения $P$). Введем обозначения, используемые всюду ниже, и вернемся к примеру 3.

Для $j \in M$ и $x = (x_1, ..., x_n) \in M^n$ обозначим количество оценок $j$ в $x$ через $v_j(x) = |\{1 \leq i \leq n: x_i = j\}|$. Ясно, что $\sum_{i=1}^{n} v_i(x) = n$ для всех $x \in M^n$. Вектор с упорядоченными по неубыванию координатами, получающийся из $x$ перестановкой его координат, обозначается через $x^*$:

$$x^* = (\underbrace{\overbrace{1, ..., 1}^{v_1(x)}, \overbrace{2, ..., 2}^{v_2(x)}, ..., \overbrace{m-1, ..., m-1}^{v_{m-1}(x)}, \overbrace{m, ..., m}^{v_m(x)}}_{n}) =$$

$$= (1^{v_1}, 2^{v_2}, ..., (m-1)^{v_{m-1}}, m^{v_m}), \qquad (1)$$

где $v_j = v_j(x) = v_j(x^*)$ есть кратность оценки $j$ в векторах $x$ и $x^*$. Положим также $(M^n)^* = \{x^*: x \in M^n\}$ и $X^* = \{x^*: x \in X\}$ для $X \subset M^n$.

Обратимся снова к примеру 3, в котором $n = 3$ и $m = 5$. Предпочтение $P$, обобщающее аналогичные отношения из примеров 1 и 2, определяется по правилу [13, 16]: скажем, что $x \in M^3$ (порогово) предпочтительнее, чем $y \in M^3$, и будем писать $xPy$, если либо $v_1(x) < v_1(y)$, либо $v_1(x) = v_1(y)$ и $v_2(x) < v_2(y)$, либо $v_1(x) = v_1(y)$, $v_2(x) = v_2(y)$ и $v_3(x) < v_3(y)$, либо $v_1(x) = v_1(y)$, $v_2(x) = v_2(y)$, $v_3(x) = v_3(y)$ и $v_4(x) < v_4(y)$ (напомним, что $v_1(x) + v_2(x) + v_3(x) + v_4(x) + v_5(x) = n$). Применяя $P$ для ранжирова-

ния множества $M3$, получим следующее упорядочение множества $(M3)^*$:

$(1, 1, 1)_1$; $(1, 1, 2)_2$; $(1, 1, 3)_3$; $(1, 1, 4)_4$; $(1, 1, 5)_5$;\\
$(1, 2, 2)_6$; $(1, 2, 3)_7$; $(1, 2, 4)_8$; $(1, 2, 5)_9$;\\
$(1, 3, 3)_{10}$; $(1, 3, 4)_{11}$; $(1, 3, 5)_{12}$;\\
$(1, 4, 4)_{13}$; $(1, 4, 5)_{14}$; $(1, 5, 5)_{15}$;\\
$(2, 2, 2)_{15}$; $(2, 2, 3)_{17}$; $(2, 2, 4)_{18}$; $(2, 2, 5)_{19}$; \\
$(2, 3, 3)_{20}$; $(2, 3, 4)_{21}$; $(2, 3, 5)_{22}$;\\
$(2, 4, 4)_{23}$; $(2, 4, 5)_{24}$; $(2, 5, 5)_{25}$;\\
$(3, 3, 3)_{26}$; $(3, 3, 4)_{27}$; $(3, 3, 5)_{28}$;\\
$(3, 4, 4)_{29}$; $(3, 4, 5)_{30}$; $(3, 5, 5)_{31}$;\\
$(4, 4, 4)_{32}$; $(4, 4, 5)_{33}$; $(4, 5, 5)_{34}$; $(5, 5, 5)_{35}$.

В этом ранжировании $M^3 = X_1 \cup ... \cup X_s$ число классов безразличия $X_k = \{x \in M^3 : N(x) = k\}$, $k = 1, 2, ..., s$, равно $s = 35$, где функция перечисления $N$ для $P$ имеет (не столь простой как для $Q$) вид (3), указанный в § 3 при $n = 3$ и $m = 5$. Например, $(1, 2, 4)_8$ обозначает класс $X_8$, состоящий из векторов (1, 2, 4), (1, 4, 2), (2, 1, 4), (2, 4, 1), (4, 1, 2) и (4, 2, 1). До знака «\\» упорядочение происходит естественным образом по возрастанию отдельных координат (Парето-доминирование), а сам знак «\\» символизирует так называемый *пороговый переход* [14, *разд. 5.2*, *7.2* и *8.1*]. Предпочтение $P$ не обладает тем «дефектом», который ранее был отмечен для $Q$: начиная с номера 26, соответствующего вектору (3, 3, 3), все трехмерные векторы оценок дают успешный исход сдачи трех экзаменов. Кроме того, векторы, соответствующие номерам от 32 до 35, содержат оценки не ранее 4 (поэтому получившим их полагается стипендия или другое поощрение!). Таким образом, используя некомпенсируемость низких оценок высокими (как в предпочтении $P$), можно получить качественную картину успеваемости, не зная всего набора оценок, а опираясь лишь на порядковые номера в перечислении.

## 3. ФУНКЦИЯ ПЕРЕЧИСЛЕНИЯ ДЛЯ ПОРОГОВОГО ПРЕДПОЧТЕНИЯ *P*

Для $x, y \in M^n$ (при любых $n$ и $m$) скажем, что $x$ (*порогово*) *предпочтительнее*, чем $y$, и будем писать $xPy$, если $v_1(x) < v_1(y)$ или найдется такой номер $2 \le i \le m - 1$, что $v_j(x) = v_j(y)$ для всех номеров $1 \le j \le I - 1$ и $v_i(x) < v_i(y)$. Правило $P$ аксиоматически обосновано в работе [17] (см. также [14, 20]). Под названием симметрически-лексикографического оно изучалось в работах [21, 22]. Отметим, что $P$ эквивалентно правилу лексимин [2, 20]: с векторами оценок $x, y \in M^n$ связываются вектора $x^*$ и $y^*$ из выражения (1) с упорядоченными по неубыванию координатами, и считается, что $x$ предпочтительнее, чем $y$, в смысле лексимина, если $x^*$ строго лексикографически в $\mathbb{R}^n$ предпочтительнее, чем $y^*$ [18, *лемма 1*].

В работах [13, 14, 17] установлены следующие свойства предпочтения $P$. Индуцированное $P$ отношение безразличия $I$ имеет вид: $xIy$ лишь, когда $v_j(x) = v_j(y)$ для всех $1 \le j \le m$, т. е. векторы $x, y \in M^n$ могут быть получены друг из друга перестановками их координат. Если для $x \in M^n$ обозначить через $I_x = \{y \in M^n : yIx\}$ класс эквивалентности элемента $x$, то семейство $\{X_k : 1 \le k \le s\}$ из § 1, построенное для $P$, совпадает с фактор-множеством $M^n/I = \{I_x: x \in M^n\}$. Количество $s$ всех классов безразличия в этом случае вычисляется по формуле:

$$s = |(M^n)^*| = C^{m-1}_{n+m-1} = C^{n}_{n+m-1} = \\ = (n + m - 1)!/(n!(m - 1)!), \qquad (2)$$

где $C^k_n = n! / (k!(n - k)!)$ — биномиальные коэффициенты при целом $0 \le k \le n$, $0! = 1$. При $n = 3$ и $m = 5$ имеем $s = 35$ (сравн. с примером 3 из § 2). Отношение $P$, суженное на множество $(M^n)^*$ элементов вида (1), является *линейным порядком* на $(M^n)^*$, т. е. оно транзитивно, антирефлексивно и связно (если $x, y$ из $(M^n)^*$ и $x \ne y$, то $xPy$ или $yPx$). Это позволяет ограничиться упорядочением относительно $P$ лишь множества $(M^n)^*$ «монотонных представителей» $x^*$ альтернатив $x$. Таблицы упорядочений $(M^n)^*$ при различных $n$ и $m$ приведены в работах [14, 18].

В общем случае невозможно выписать все таблицы упорядочений элементов множества $(M^n)^*$ при произвольных целых $n \ge 2$ и $m \ge 3$, поэтому принципиально важное значение имеет функция перечисления $N$ для порогового предпочтения $P$, которая альтернативе $x \in M^n$ присваивает порядковый номер $N(x) \in \{1, 2, ..., s\}$ этой альтернативы в ранжировании $M^n$ относительно $P$. Она имеет вид [13, 15], [18, *теорема 1*]

$$N(x) = \sum_{j=1}^{m-2} C^{m-j}_{n-V(j,x)+m-j-1} + v_m(x) + 1, \\ x \in M^n, \qquad (3)$$

где $V(j, x) = v_1(x) + ... + v_j(x)$, $C^k_n$ — биномиальные коэффициенты при целом $0 \le k \le n$ и $C^k_{k-1} = 0$ при $1 \le k \le n$, и обладает свойством Парето-доминирования: если $x \le y$ ($y \ge x$) означает, что $x_i \le y_i$ для всех $i = 1, 2, ..., n$, то из $x \le y$ для $x, y$ из $M^n$, вытекает, что

$$N(x) \le N(y). \qquad (4)$$

Функция предпочтения для $P$, не являющаяся функцией перечисления, построена в работе [21]: $F(x) = f(x) + 1 - ((m^n - 1)/(m - 1))$, где $x = (x_1, ...,$

$x_n) \in M^n$ и $f(x) = \sum_{i=1}^{n} m^{n-i} x_i^*$ есть значение в десятичной системе счисления числа $x_1^* x_2^* ... x_n^*$, составленного из координат вектора $x^* = (x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)$ из выражения (1) и записанного в $m$-ичной системе счисления «1, 2, ..., $m$».

## 4. РЕЙТИНГОВЫЕ СУММЫ И ИНДЕКСЫ

В Национальном исследовательском университете — Высшая школа экономики (НИУ ВШЭ) принята десятибалльная шкала оценок: 1, 2, 3 — неудовлетворительно, 4, 5 — удовлетворительно, 6, 7 — хорошо и 8, 9, 10 — отлично. Изучаемым дисциплинам присваиваются зачетные единицы (веса), называемые кредитами, сумма которых равна 60 (дисциплины с нулевыми кредитами не рассматриваются). Максимальная сумма баллов, которую может набрать учащийся за один год, равна $60 \cdot 10 = 600$. При неуспешной сдаче экзамена по дисциплине учащийся не получает кредита по этой дисциплине (кредит зануляется).

Для того чтобы иметь возможность сравнивать итоговые рейтинги, будем «нормировать» приводимые далее две компенсаторные рейтинговые суммы и два некомпенсаторных рейтинговых индекса на 600 единиц.

Пусть в результате серии из $n$ экзаменов получен вектор оценок $x = (x_1, ..., x_n)$, где $1 \le x_i \le 10$ — целое число. Здесь $n$ — число дисциплин в годовой нагрузке, $x_i$ — итоговая оценка учащегося $x$ за экзамен по $i$-й дисциплине, и если $w_i > 0$ — кредит $i$-й дисциплины (также предполагаемый целым числом), где $i = 1, ..., n$, то $w_1 + w_2 + ... + w_n = 60$. Множество $X$ всех учащихся $x$ одной учебной группы обладает тем свойством, что (их оценки) $X \subset M^n$, где $M$ будет конкретизировано в п. 4.2.

### 4.1. Рейтинговые суммы

Первая рейтинговая сумма $A_n$, основанная на среднем арифметическом, вычисляется без учета весов дисциплин по формуле:

$$A_n(x) = ((x_1 + ... + x_n)/n) \cdot 60 \text{ для } x \text{ из } X;$$

при этом предполагается, что все оценки в векторе $x$ — «положительные»: $4 \le x_i \le 10$ для $i = 1, ..., n$ (нет учащихся с задолженностями).

Вторая рейтинговая сумма $S_n$, стандартная для НИУ ВШЭ, учитывает кредиты дисциплин $w_i$ и имеет вид:

$$S_n(x) = u_1 x_1 + ... + u_n x_n \text{ для } x \text{ из } X,$$

где для $1 \le i \le n$ положено: $u_i = 0$ при $x_i = 1$, 2 или 3, и $u_i = w_i$ при $4 \le x_i \le 10$ (напомним, что $w_1 + ... + w_n = 60$).

Обе рейтинговые суммы $A_n$ и $S_n$ носят компенсаторный характер (см. обсуждение в § 2, пример 3).

### 4.2. Рейтинговый индекс без учета весов

Для определения третьего рейтингового выражения, *некомпенсаторного индекса* $N_n(x)$ при $n < 60$, основанного на формуле (3), потребуется *переобозначение в* (так называемые) *действующие оценки*, осуществляемое по правилу: оценки 1, 2 и 3 в векторе $x$, не считающиеся «положительными» (и дающие 0 кредитов), обозначаются через 1, а остальные оценки

$$j \text{ обозначаются через } j - 2 \text{ для } j = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. \quad (5)$$

Иными словами, если $x = (x_1, ..., x_n)$ — вектор из «положительных» оценок с $4 \le x_i \le 10$, то действующими оценками являются компоненты вектора $x - (2^n) = (x_1 - 2, ..., x_n - 2) \in M^n$, где $(2^n) = (2, ..., 2)$ (см. обозначение (1), в котором оценки кратности 0 в записи опускаются) и $M = \{1, 2, ..., 8\}$. При вычислении значения (3) на векторе $x - (2^n)$ при $m = 8$ будут учитываться именно количества оценок исходного вектора $x = (x_1, ..., x_n)$: действительно, для $k = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ находим, что

$$v_k(x - (2^n)) = |\{1 \le i \le n: x_i - 2 = k\}| = |\{1 \le i \le n: x_i = k + 2\}| = v_{k+2}(x),$$

где $k + 2$ принимает соответственно значения 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

Далее в этом разделе предполагаем, что $M = \{1, 2, ..., 8\}$, т. е. в векторах $x \in X \subset M^n$ все оценки действующие. Множество векторов $(M^n)^*$ с упорядоченными по неубыванию координатами разобьем на 6 непересекающихся *блоков оценок* $B_1, B_2, ..., B_6 \subset (M^n)^*$ следующих видов.

К блоку $B_k$ при $k = 1, 2, 3, 4, 5$ отнесем те векторы $x$ из $(M^n)^*$, для которых $(k^n) \le x \le (k^1, 8^{n-1})$ (см. выражения (1) и (4)), а к блоку $B_6$ — те $x$, для которых $(6^n) \le x \le (8^n)$. Чем больше номер блока, тем более предпочтительными векторы этого блока являются относительно порогового предпочтения $P$ (кратко $B_{k+1} P B_k$): из $x \in B_{k+1}$ и $y \in B_k$ вытекает, что $v_j(x) = 0 = v_j(y)$ при $1 \le j \le k - 1$ и $v_k(x) = 0 < 1 \le v_k(y)$, а потому, $xPy$. Учащиеся с оценками из $B_1$ считаются неуспевающими (имеющими пересдачи) ввиду наличия единиц в их оценках, символизирующих оценки 1, 2, 3. Уча-

щиеся с оценками из $B_k$ при $2 \le k \le 5$ имеют (см. выражение (5)) наименьшую оценку $k + 2$ по десятибалльной системе, а с оценками из $B_6$ — отличники с минимальной оценкой, равной $6 + 2 = 8$.

*Рейтинговый индекс* $N_n(x)$ вектора $x \in B_k$ при $n < 60$ определяется следующим образом в зависимости от значения $k$: $1 \le k \le 5$ или $k = 6$.

При $1 \le k \le 5$ в силу выражения (4) имеем $N((k^n)) \le N(x) \le N((k^1, 8^{n-1}))$, и поэтому, для $x \in B_k$, $x \ne (k^1, 8^{n-1})$, полагаем

$$N_n(x) = (k-1)\cdot 100 + 1 + [(N(x) - N((k^n))\cdot 100/(N((k^1, 8^{n-1})) - N((k^n)))], \quad (6)$$

и $N_n((k^1, 8^{n-1})) = k \cdot 100$. Здесь значения функции $N$ на указанных векторах вычисляются по формуле (3) при $m = 8$ (см. далее) и через $[z]$ обозначена целая часть числа $z$, поэтому $N_n(x)$ принимает целые значения от $(k-1)\cdot 100 + 1$ до $k \cdot 100$ (округление, имеющее место в формуле (6), несущественно для целей рейтингования). Для $x \in B_6$ имеем $N((6^n)) \le N(x) \le N((8^n))$ снова в силу выражения (4), поэтому полагаем

$$N_n(x) = 501 + [(N(x) - N((6^n))\cdot 100/(N((8^n)) - N((6^n)))], \quad x \ne (8^n), \quad (7)$$

и $N_n((8^n)) = 600$, так что величина $N_n(x)$ в этом случае принимает целые значения от 501 до 600.

Для применения индекса $N_n(x)$ вычислим $N((k^n))$ и $N((k^1, 8^{n-1}))$ при $1 \le k \le 5$, $N((6^n))$ и $N((8^n))$. При $2 \le k \le 5$ для $x = (k^n)$ и $y = (k^1, 8^{n-1})$ имеем: $V(1, x) = \ldots = V(k-1, x) = 0$, $V(k, x) = \ldots = V(6, x) = n$ и $v_8(x) = 0$, а также $V(1, y) = \ldots = V(k-1, y) = 0$, $V(k, y) = \ldots = V(6, y) = 1$ и $v_8(y) = n - 1$, поэтому в силу формулы (3) находим, что (приводимые формулы верны и при $k = 1$, если принять соглашение в первых суммах о том, что сумма по $j$ от 1 до 0 равна нулю)

$$N((k^n)) = \sum_{j=1}^{k-1} C_{n+7-j}^{8-j} + 1,$$

$$N((k^1, 8^{n-1})) = \sum_{j=1}^{k-1} C_{n+7-j}^{8-j} + \sum_{j=k}^{6} C_{n+6-j}^{8-j} + n,$$

и аналогично $N((6^n)) = \sum_{j=1}^{5} C_{n+7-j}^{8-j} + 1$ и $N((8^n)) = |(M^n)^*| = C_{n+7}^{7}$.

### 4.3. Рейтинговый индекс с учетом весов

Прежде чем определить рейтинговый индекс $N_{60}$, отметим, что функция $S_n(x)$ из п. 4.1 из-за наличия весов не симметричная, т. е. при перестановке местами координат вектора $x = (x_1, \ldots, x_n)$ изменяется ее значение, а функция $N(x)$ из (3) симметричная. Для учета кредитов дисциплин запишем сумму $S_n(x)$ в виде:

$$S_n(x) = \underbrace{x_1 + \ldots + x_1}_{w_1 \text{ раз}} + \underbrace{x_2 + \ldots + x_2}_{w_2 \text{ раз}} + \ldots + \underbrace{x_n + \ldots + x_n}_{w_n \text{ раз}}.$$

Так как $w_1 + w_2 + \ldots + w_n = 60$, то значение $S_n(x)$ совпадает со значением симметричной функции от 60 независимых переменных $W(y) = \sum_{i=1}^{60} y_i$, вычисленной на 60-мерном векторе $y = (y_1, \ldots, y_{60}) = (x_1^{w1}, x_2^{w2}, \ldots, x_n^{wn})$. Кредит $w_i$ учитывается в том смысле, что за $i$-ю дисциплину одна и та же оценка $x_i$ проставляется $w_i$ раз. Переводя оценки $y$ в действующие согласно выражению (5), получим новый 60-мерный вектор с компонентами, принимающими значения от 1 до 8. Для него определяем рейтинговые индексы (6) и (7) при $n = 60$, которые и обозначаются через $N_{60}(x)$.

Идея повторения значений $x_i$ по $w_i$ раз предлагалась и использовалась в различных контекстах в работах [23—27].

## 5. ПРАКТИЧЕСКОЕ РЕЙТИНГОВАНИЕ

Модель рейтингования, основанная на пороговом предпочтении, при $m = 3$ применялась в работах [28, 29]. Здесь эта модель используется в контексте многоградационных ранжировок на примере рейтингования учащихся по их успеваемости за один учебный год (см. также работу [30]).

Учебная нагрузка и оценки группы учащихся (студентов), состоящей из 14 чел. ($A$, ..., $N$), приведены в табл. 1. Изучаемые дисциплины Д-1, ..., Д-15 ($n = 15$) указаны в первой строке, соответствующие им кредиты — во второй, и в оставшихся строках — итоговые оценки за экзамены. Оценка 0 означает неуспешную сдачу экзамена (зачета и т. п.) по дисциплине и используется для расчета рейтинговых сумм $A_{15}$ и $S_{15}$. Для вычисления рейтинговых индексов $N_{15}$ и $N_{60}$ оценка 0 заменяется на 1. Примеры расчета этих индексов приведены в работе [31, *разд. 7.3, 7.4*].

*Таблица 1*

**Учебная нагрузка и оценки учащихся**

| Студент | Д-1 | Д-2 | Д-3 | Д-4 | Д-5 | Д-6 | Д-7 | Д-8 | Д-9 | Д-10 | Д-11 | Д-12 | Д-13 | Д-14 | Д-15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 3 | 5 | 3 | 4 | 4 | 6 | 3 | 4 | 6 | 4 | 4 | 1 | 5 | 3 | 5 |
| *A* | 8 | 6 | 9 | 8 | 9 | 10 | 7 | 6 | 6 | 10 | 10 | 10 | 8 | 7 | 8 |
| *B* | 7 | 6 | 8 | 8 | 8 | 9 | 7 | 6 | 6 | 10 | 10 | 10 | 8 | 8 | 8 |
| *C* | 6 | 10 | 8 | 8 | 9 | 10 | 10 | 6 | 4 | 9 | 10 | 10 | 8 | 9 | 9 |
| *D* | 5 | 6 | 8 | 6 | 6 | 6 | 5 | 5 | 4 | 10 | 7 | 10 | 6 | 7 | 7 |
| *E* | 6 | 6 | 7 | 6 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 8 | 8 | 10 | 5 | 5 | 5 |
| *F* | 5 | 5 | 9 | 5 | 7 | 8 | 4 | 5 | 6 | 10 | 9 | 10 | 4 | 5 | 7 |
| *G* | 6 | 5 | 8 | 6 | 6 | 7 | 5 | 4 | 4 | 7 | 6 | 10 | 6 | 5 | 5 |
| *H* | 6 | 4 | 8 | 5 | 7 | 4 | 0 | 4 | 4 | 6 | 6 | 10 | 7 | 4 | 9 |
| *I* | 4 | 4 | 8 | 4 | 4 | 7 | 0 | 5 | 4 | 4 | 5 | 10 | 5 | 5 | 7 |
| *J* | 4 | 7 | 8 | 6 | 6 | 6 | 6 | 5 | 4 | 6 | 5 | 10 | 6 | 7 | 0 |
| *K* | 4 | 9 | 7 | 4 | 7 | 6 | 4 | 5 | 4 | 7 | 9 | 10 | 6 | 5 | 0 |
| *L* | 5 | 4 | 8 | 4 | 5 | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 10 | 5 | 6 | 0 |
| *M* | 4 | 5 | 8 | 4 | 4 | 4 | 0 | 4 | 4 | 6 | 0 | 10 | 5 | 6 | 6 |
| *N* | 4 | 4 | 8 | 4 | 4 | 6 | 0 | 4 | 4 | 5 | 5 | 10 | 5 | 4 | 0 |

Рейтинги и рейтинговые суммы и индексы учащихся приведены в табл. 2. В первом столбце указан рейтинг учащегося, т. е. его порядковый номер в рейтинговании в зависимости от значения рейтинговой суммы или индекса, в столбцах Студент перечислены учащиеся (студенты), соответствующие этим порядковым номерам, а в остальных столбцах указаны соответствующие суммы $A_{15}$ и $S_{15}$ и индексы $N_{15}$ и $N_{60}$.

В табл. 2 учащийся *C* занимает первую позицию согласно $A_{15}$ и $S_{15}$, тогда как на основе $N_{15}$ и $N_{60}$ он — лишь третий, поскольку имеет удовлетворительные оценки. Студенты же *A* и *B* в соответствии с $A_{15}$ и $S_{15}$ занимают вторую и третью позиции, а согласно индексам $N_{15}$ и $N_{60}$ — первые две позиции, и являются стипендиатами. Из таблицы также видно, что *A* и *B* — хорошисты (с оценками из блока $B_4$), *C*, *D*, *E*, *F* и *G* имеют не менее, чем удовлетворительные оценки (из блока $B_2$) без пересдач, а учащиеся *H*, *I*, *J*, *K*, *L*, *M* и *N* — неуспевающие (с оценками из блока $B_1$). Рейтинги на основе $A_{15}$ и $S_{15}$ практически идентичны, тогда как рейтинг $N_{60}$ значительно более чувствителен по отношению к весам, чем $N_{15}$, что хорошо видно из средней части табл. 2 (позиции *6—11*).

*Таблица 2*

**Рейтинги (номера) учащихся**

| № | Ст. | $A_{15}$ | Ст. | $S_{15}$ | Ст. | $N_{15}$ | Ст. | $N_{60}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | *C* | 504 | *C* | 496 | *A* | 353 | *A* | 335 |
| 2 | *A* | 488 | *A* | 481 | *B* | 353 | *B* | 335 |
| 3 | *B* | 476 | *B* | 468 | *C* | 197 | *C* | 161 |
| 4 | *F* | 396 | *F* | 387 | *D* | 179 | *D* | 157 |
| 5 | *D* | 392 | *D* | 376 | *E* | 176 | *E* | 156 |
| 6 | *E* | 384 | *E* | 368 | *G* | 152 | *F* | 145 |
| 7 | *G* | 360 | *G* | 344 | *F* | 151 | *G* | 136 |
| 8 | *K* | 348 | *K* | 333 | *J* | 80 | *H* | 72 |
| 9 | *J* | 344 | *H* | 324 | *K* | 72 | *I* | 72 |
| 10 | *H* | 336 | *J* | 322 | *H* | 71 | *J* | 59 |
| 11 | *I* | 304 | *I* | 295 | *I* | 69 | *K* | 57 |
| 12 | *L* | 288 | *M* | 264 | *L* | 68 | *L* | 57 |
| 13 | *M* | 280 | *L* | 262 | *M* | 45 | *M* | 44 |
| 14 | *N* | 268 | *N* | 251 | *N* | 44 | *N* | 39 |

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В целях рейтингования определены два рейтинговых индекса: $N_n$ при $n < 60$ (без учета весов) и $N_{60}$ (с учетом весов). Проведено сравнение индексов $N_n$ и $N_{60}$ с суммами $A_n$ (без учета весов) и $S_n$ (с учетом весов). Показано, что рейтинги на основе $A_n$ и $S_n$ практически «параллельные». Рейтинговые индексы $N_n$ и $N_{60}$ дают более адекватную картину успеваемости учащихся по сравнению с $A_n$ и $S_n$. Индексы $N_n$ и $N_{60}$ позволяют:

— классифицировать учащихся по успеваемости (рейтинг неуспевающего студента не будет больше рейтинга успевающего);

— квалифицированно присваивать порядковое рейтинговое значение каждому учащемуся;

— получать *качественную* картину успеваемости всех учащихся.

Поскольку рейтингование проводилось в контексте системы образования, то существенным образом учитывалось количество низких оценок в векторах-альтернативах. В работах [17, 18] развита также *двойственная* модель порогового агрегирования, в которой наибольшее внимание уделяется наличию высоких оценок в векторах-альтернативах. Эта модель, включающая в себя явные формулы для двойственных функций перечисления, может быть применена в ситуациях, когда хотя бы одно хорошее качество альтернатив играет определяющую роль.

Подытоживая, можно утверждать, что рейтингования, основанные на некомпенсаторных индексах, подобных индексам $N_n$ и $N_{60}$, могут представлять значительный интерес во многих реальных ситуациях, когда компенсирование «плохого» посредством «хорошего» не представляется возможным.

*Авторы выражают благодарность Ф.Т. Алескерову, В.А. Калягину и В.В. Подиновскому за интерес к работе и ценные замечания, а также Е. А. Пикулькиной за помощь при оформлении рукописи.*

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Arrow K.J.* Social Choice and Individual Values. — New Haven: Yale University Press, 1963. Перевод: Эрроу К. Дж. Коллективный выбор и индивидуальные ценности. — М.: Изд. дом ГУ ВШЭ, 2004.
2. *Sen A.K.* Collective Choice and Social Welfare. — San Francisco: Holden-Day, 1970.
3. *Миркин Б.Г.* Проблема группового выбора. — М.: Физматлит, 1974.
4. *Фишберн П.* Теория полезности для принятия решений. — Там же, 1978.
5. *Moulin H.* Axioms of Cooperative Decision Making. — Cambridge: Cambridge University Press, 1988.
6. *Айзерман М.А.*, *Алескеров Ф.Т.* Выбор вариантов (основы теории). — М.: Наука, 1990.
7. *Aleskerov F.* Arrovian Aggregation Models. — Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999.
8. *Подиновский В.В.* Введение в теорию важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений. — М.: Физматлит, 2007.
9. *Алескеров Ф.Т.*, *Якуба В.И.* Об одном методе агрегирования ранжировок специального вида // II Междунар. конф. по проблемам управления. — М.: ИПУ РАН, 2003. — С. 116.
10. *Алескеров Ф.Т.*, *Якуба В.И.* Метод порогового агрегирования трехградационных ранжировок // Доклады РАН. — 2007. — Т. 413, № 2. — С. 181—183.
11. *Алескеров Ф.Т.*, *Юзбашев Д.А.*, *Якуба В.И.* Пороговое агрегирование трехградационных ранжировок // Автоматика и телемеханика. — 2007. — № 1. — С. 147—152.
12. *Aleskerov F.*, *Yakuba V.*, *Yuzbashev D.* A 'threshold aggregation' of three-graded rankings // Mathematical Social Sciences. — 2007. — Vol. 53, N 1. — P. 106—110.
13. *Калягин В.А.*, *Чистяков В.В.* Модель некомпенсаторного агрегирования с произвольным набором оценок // Доклады РАН. — 2008. — Т. 421, № 5. — С. 607—610.
14. *Калягин В.А.*, *Чистяков В.В.* Аксиоматическая модель некомпенсаторного агрегирования. Препринт WP7/2009/01. — М.: Изд. дом ГУ ВШЭ, 2009. — 76 с.
15. *Чистяков В.В.* Функция перечисления в многокритериальной задаче порогового агрегирования // Тр. Матем. центра им. Н. И. Лобачевского. — Казань: Изд-во Казан. матем. об-ва. — 2009. — Т. 38. — С. 304—306.
16. *Aleskerov F.*, *Chistyakov V.V.*, *Kalyagin V.* The threshold aggregation // Economics Letters. — 2010. — Vol. 107, N 2. — P. 261—262.
17. *Aleskerov F.T.*, *Chistyakov V.V.*, *Kalyagin V.A.* Social threshold aggregations // Social Choice and Welfare. — 2010. — Vol. 35, N 4. — P. 627—646.
18. *Aleskerov F.T.*, *Chistyakov V.V.*, *Kalyagin V.A.* Multiple criteria threshold decision making algorithms. Препринт WP7/2010/02. — М.: Изд. дом ГУ ВШЭ, 2010. — 40 с.
19. *Хаусдорф Ф.* Теория множеств. — М.: ОНТИ, 1934.
20. *Vilkas E.* An axiomatic definition of the leximin // European Journal of Political Economy. — 1986. — Vol. 2/4. — P. 455—463.
21. *Подиновский В.В.* Многокритериальные задачи с однородными равноценными критериями // Журнал выч. мат. и мат. физики. — 1975. — № 2. — С. 330—344.
22. *Подиновский В.В.* Симметрически-лексикографические задачи оптимизации и антагонистические игры // Автоматика и вычислительная техника. — 1981. — № 5. — С. 55—60.
23. *A multicriterial* method for personnel allocation among bank branches / F. Aleskerov et al. // Yapi Kredi Discussion Paper Series. — Istanbul, Turkey, 1998. — N 98—01.
24. *Aleskerov F.*, *Ersel H.*, *Yolalan R.* Personnel allocation among bank branches using a two stage multicriterial approach // European Journal of Operational Research. — 2003. — Vol. 148, N 1. — P. 116—125.
25. *Подиновский В.В.* Критерий вероятностно-лексикографического максимина // Вестник Московского университета / Сер. 15. Вычислительная математика и кибернетика. — 1983. — № 2. — С. 33—38.
26. *Подиновский В.В.* Количественные оценки важности критериев в многокритериальной оптимизации // Науч.-техн. информация / Сер. 2. Информационные процессы и системы. — 1999. — № 5. — С. 22—25.
27. *Подиновский В.В.* Количественная важность критериев // Автоматика и телемеханика. — 2000. — № 5. — С. 110—123.
28. *Сравнительный* анализ развитости гражданского общества в трех регионах России / Ф.Т. Алескеров и др. // В кн.: Человеческий фактор в управлении. — М.: КомКнига, 2005. — С. 83—109.
29. *Алескеров Ф.Т.*, *Беляева Н.Ю.* Количественный анализ развитости гражданского общества в регионах России: параметры, методика, пилотные исследования // Полития. — 2008. — № 1. — С. 160—168.
30. *Гончаров А.А.*, *Чистяков В.В.* Некомпенсаторное агрегирование и рейтингование студентов / В кн.: XI Междунар. науч. конф. по проблемам развития экономики и общества. — М.: Изд. дом НИУ ВШЭ, 2011. — Кн. 2. — С. 89—99.
31. *Гончаров А.А.*, *Чистяков В.В.* Агрегирование предпочтений без учета компенсаций и рейтингование. Препринт WP7/2010/04. — М.: Изд. Дом ГУ ВШЭ, 2010. — 40 с.


*Статья представлена к публикации членом редколлегии Ф.Т. Алескеровым.*

**Гончаров Алексей Александрович** — студент магистратуры,
✉ lexer.07@mail.ru,

**Чистяков Вячеслав Васильевич** — д-р физ.-мат. наук,
вед. науч. сотрудник, ☎ (831) 416-96-49, ✉ vchistyakov@hse.ru,

Национальный исследовательский университет —
Высшая школа экономики, г. Нижний Новгород.

УДК 519

# ОПТИМИЗАЦИЯ ПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКИХ МЕНЮ С УЧЕТОМ СЕМАНТИЧЕСКОГО КАЧЕСТВА[1]

М.В. Губко, А.И. Даниленко

Отмечено, что при проектировании пользовательских интерфейсов часто возникает задача оптимизации иерархических меню, однако существующие подходы к этой проблеме либо не учитывают смысловую нагрузку пунктов меню, либо не решают задачу оптимизации структуры меню. Предложена математическая модель оптимизации иерархических меню, учитывающая семантическое качество пунктов меню. На базе этой модели разработаны алгоритмы и реализован программный продукт для автоматической и автоматизированной оптимизации иерархических меню. Предложенный подход проиллюстрирован примером оптимизации голосового меню банка.

**Ключевые слова:** оптимизация интерфейса, иерархическое меню, семантическое качество, автоматизация построения меню.

## ВВЕДЕНИЕ

Иерархические меню по-прежнему часто применяются в пользовательских интерфейсах. Это командные меню офисного программного обеспечения, каталоги Интернет-сайтов, меню банкоматов, мобильных телефонов и современных бытовых приборов. Голосовые меню часто применяются для реализации интерактивных телефонных сервисов и линий поддержки. Иерархическая организация позволяет пользователям быстрее найти искомую команду или раздел в системе.

В долгосрочной перспективе иерархические меню будут, по-видимому, применяться все реже, так как необходимость в них продиктована несовершенством современных технологий взаимодействия с пользователем. Если бы существующие технологии позволяли угадывать намерения пользователя (по крайней мере, в тех случаях, когда он точно знает, что именно он ищет), то не было бы необходимости в процессе пошагового уточнения цели пользователя, который, по сути, реализуется при навигации по панелям меню.

Технологии человеко-машинного взаимодействия развиваются крайне быстро, однако так же быстро уменьшаются и размеры используемых устройств. Во многих популярных мобильных устройствах иерархические командные меню применяются вследствие ограниченности возможностей пользовательского интерфейса и средств ввода. Таким образом, разработка методов построения удобных меню, как и ранее, актуальна.

Помимо практической значимости, задача построения меню представляет интерес и в смысле применения формальных методов в теории человеко-машинного взаимодействия. Задача оптимизации пользовательских меню может служить образцом для демонстрации методов проектирования интерфейсов, основанных на математических моделях. Дело в том, что, с одной стороны, задача оптимизации меню четко ограничена и достаточно легко формализуется, с другой стороны, ее решение, как будет показано далее, требует разработки и апробации ряда взаимосвязанных аналитических, концептуальных и численных моделей (семантическая модель предметной области, модели различных типов меню, психологические модели поведения пользователей в меню, математическая модель оптимизации меню и т. д.). Результатом комбинации этих моделей и методов является описываемая в статье прикладная методика оптимизации иерархических меню. Предлагается гибкий способ учета семантических аспектов при оптимизации иерархической структуры меню. Результаты реализованы в интерактивном инструменте поддержки разработки структуры пользовательских меню, эффективность подхода проверена на примере оптимизации нескольких реальных меню.

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-07-00129).

## 1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Исследования иерархических пользовательских меню начались с момента появления первых графических интерфейсов. В наши дни иерархические структуры часто исследуются в применении к интерфейсам с ограниченными возможностями, таким как бытовые приборы [1] или голосовые меню, и для описания структуры Интернет-сайтов [2—4].

Наиболее исследованный (и наиболее легкоформализуемый) аспект разработки меню — влияние ширины и глубины меню на его привлекательность и удобство для пользователя. Что лучше — широкое и неглубокое меню, в котором пользователю одновременно предлагается больше альтернатив, но при этом требуется меньше шагов для достижения цели? Или лучше предложить более узкую и глубокую структуру, которая предлагает всего несколько вариантов на каждом уровне, но содержит большее число уровней? Ответ на этот вопрос оказывается неоднозначным.

Существуют различные подходы к этой проблеме. Экспериментальные исследования говорят в пользу иерархических структур, содержащих примерно 8 вариантов в панели меню [5, 6]. Большинство аналитических исследований [7, 8] подтверждают, что оптимальное число вариантов находится в пределах от 4 до 13. Точные значения варьируются в зависимости от методов исследования и рассматриваемых условий. В статье [7] предлагается «линейная» модель навигации в меню, из которой следует, что в «хорошей» панели меню должно быть от 6 до 8 вариантов. В работе [8] утверждается, что в случае, когда варианты в панели меню отсортированы, так называемая «логарифмическая модель» лучше описывает поведение пользователей. Авторы исследования [9] комбинируют закон Хика—Хаймана и закон Фиттса для описания поведения пользователя и вычисления оптимальной структуры меню.

Но в реальности знания оптимальной ширины меню недостаточно для построения качественного меню. Вторая задача состоит в наполнении структуры меню осмысленными вариантами, которые будут понятными пользователю. Важность учета семантических аспектов при построении пользовательских интерфейсов подчеркивается уже на протяжении долгого времени (как минимум, со времен издания книги [10]), но эти соображения находят отражение далеко не во всех исследуемых моделях.

На сегодня существует несколько имитационных моделей, учитывающих семантические аспекты вариантов в меню. Модель MESA (Method for Evaluating Site Architecture) [4] имитирует стратегию поведения пользователей, основанную на значениях релевантности, назначенных для ярлыков категорий в меню. К сожалению, авторы не обсуждают методы определения этих значений. В моделях CoLiDeS (Comprehension-based Linked model of Deliberate Search) [3] и SNIF-ACT (Scent-based Navigation and Information Foraging in the ACT architecture) [2] релевантность ярлыков категорий определяется исходя из сходства с заголовком искомой функции.

Существуют также исследования [11], посвященные применению латентно-семантического анализа (ЛСА) [12] к определению качества ярлыков элементов в пользовательском интерфейсе. Позже [2] ЛСА был применен для исследования структуры Интернет-сайтов. Главное ограничение применения ЛСА для проектирования пользовательских интерфейсов — это необходимость в значительном объеме данных. В работе [13] показано, что для получения качественных результатов каждый элемент должен характеризоваться 100—200 словами.

Альтернативный подход заключается в применении простых методов, таких как «сортировка карточек» (card sorting) или статистический анализ содержимого [14]. Было показано [15], что подобные подходы позволяют получить классификации функций приемлемого качества.

Описанные методы позволяют получить осмысленную классификацию функций, которая может быть полезна при проектировании структуры меню. Однако эти подходы не решают задачу поиска оптимальной структуры.

Одна из известных авторам оптимизационных моделей, которая учитывает семантические аспекты, описана в работе [16], в которой развивается подход, предложенный в статье [7], снимается часть ограничений и предлагается алгоритм построения оптимальной структуры меню с семантическими ограничениями. Алгоритм использует иерархические классификации функций для формирования осмысленных группировок. В результате поиск оптимальной структуры меню происходит только среди структур, полученных удалением промежуточных вершин из первоначальной подробной классификации.

Ранее авторами была предложена математическая модель оптимизации меню [17, 18], основанная на минимизации среднего времени поиска в иерархической структуре меню. Аналитические результаты, дополненные иерархическими классификациями функций, позволяют построить автоматизированную процедуру итеративного улучшения структуры меню [17]. В отличие от подхода, предложенного в работе [16], используется одновременно несколько классификаций функций для формирования осмысленных группировок. Напри-

мер, функции в меню могут быть сгруппированы по типу действия (просмотр, правка, удаление) или по объекту действия (файл, сообщение, абзац). Алгоритм выбирает оптимальный срез в дереве классификации для формирования панели меню.

Основной недостаток этих подходов состоит в том, что при оптимизации учитываются семантические ограничения, а не семантическое качество ярлыков. Другими словами, не учитывается зависимость времени поиска в панели меню от смысла представленных в ней категорий; предполагается, что время восприятия любого из допустимых вариантов одинаково.

В настоящей статье описывается оптимизационная модель, в которой принимается во внимание семантическое качество пунктов меню. Также предлагается полностью автоматический алгоритм построения осмысленного меню с приближенно минимальным средним временем доступа к функциям. Полученные результаты реализованы в интерактивном инструменте оптимизации иерархических меню.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ МЕНЮ

Задача любого меню — обеспечить быстрый доступ к набору функций путем организации их в иерархию категорий. При поиске функции пользователь проводит все время, просматривая и совершая действия в различных панелях меню. Стратегия, применяемая пользователем для поиска варианта в меню, зависит от ряда факторов, таких как тип меню и квалификация пользователя. В работе [5] приводится подробное обсуждение различных стратегий пользователя. Когда пользователь точно представляет, что он ищет, ему остается только сопоставить цель с вариантами в панелях меню. В этом случае, как правило, пользователь придерживается стратегии последовательного поиска, т. е. просматривает варианты в панели меню последовательно, пока не дойдет до подходящей категории. В иных случаях возможно применение исчерпывающего поиска (пользователь просматривает все варианты перед выбором) или случайного поиска (пользователь просматривает варианты в случайном порядке). Вне зависимости от применяемой стратегии бóльшая часть времени тратится на просмотр и анализ вариантов, которые пользователю не нужны.

При этом ярлыки, соответствующие просматриваемым вариантам, очевидно, имеют различное качество. Короткие и емкие названия воспринимаются легко, в то время как длинные и неоднозначные требуют гораздо больше внимания. Подобные свойства ярлыков будем называть их семантическим качеством. В зависимости от типа пользовательского интерфейса, частью которого является меню, роль ярлыка играет текстовое название, голосовая метка или пиктограмма. Семантическое качество имеет различный смысл для каждого из этих случаев. Например, при навигации неопытного пользователя в голосовом меню время, необходимое для выбора $i$-го варианта в панели меню, складывается из времени воспроизведения голосовых меток от первой до $i$-й.

Длина ярлыка (длина текстового названия или время воспроизведения голосовой метки) служит самым простым примером семантического качества, которым мы будем пользоваться далее для иллюстрации. В общем случае семантическое качество описывает не только время чтения ярлыка (длина текста), но и время анализа (понятность текста), читаемость пиктограмм или размер кнопок (согласно закону Фиттса).

Кроме того, семантическое качество не ограничивается оценкой времени чтения или анализа ярлыков. Другим аспектом выступает вероятность ошибки пользователя. Двусмысленный ярлык категории приводит к тому, что пользователь будет чаще выбирать эту категорию по ошибке. Далее в § 6 показано, как предлагаемая модель может быть расширена для учета такого способа оценки семантического качества.

Сформулируем задачу построения структуры меню в терминах теории оптимизации иерархических структур.

Рассмотрим множество функций $N = \{1, ..., n\}$, которые требуется разместить в меню. Каждой функции $w \in N$ поставим в соответствие ее популярность $\mu(w)$. Будем считать, что цель пользователя в тот или иной момент времени заключается в выборе только одной функции. Иерархическое меню описывается деревом, листьями которого служат функции из множества $N$, а промежуточные вершины соответствуют категориям. Каждая категория при этом характеризуется множеством составляющих ее функций $s \subseteq N$.

Не все группировки функций допустимы. Будем считать, что задано некоторое число классификаций функций системы по различным основаниям (например, функции офисного приложения можно группировать по типу действия — просмотр, правка, удаление — или по объекту действия — файл, сообщение, абзац). Каждая классификация задает свое разбиение множества функций $N$ на непересекающиеся подмножества — категории. При построении панели меню можно использовать только категории, задаваемые одной из заданных классификаций, при этом запрещено комбинировать категории разных классификаций во избежание неравноположных перечислений. В то же время, сами классификации могут быть иерархическими, и панель меню может

«собираться» из категорий разных уровней (например, можно использовать или категорию «Ссылки», или составляющие ее подкатегории «Оглавление», «Сноски», «Список литературы», «Названия» и «Предметный указатель»).

Каждой функции или допустимой категории (множеству функций) соответствует некоторый ярлык (описывающий функцию или категорию одной из имеющихся классификаций). Поставим в соответствие каждому ярлыку $l$ числовой вектор $\omega(l)$ — его семантическое качество. Для большей наглядности алгоритмы далее описаны для случая голосового меню, в котором семантическое качество $\omega(l)$ определяется временем воспроизведения голосовой метки $l$.

Рассмотрим категорию $s \subseteq N$, состоящую из $k$ подкатегорий $s_1, ..., s_k$ (подкатегория может состоять и из единственной функции). Предположим, что категории $s_1, ..., s_k$ формируют панель меню с ярлыками $l_1, ..., l_k$ соответственно. Обозначим для краткости $\omega_i := \omega(l_i)$. Тогда время, требуемое для поиска $i$-го варианта в панели меню, с учетом семантического качества ярлыков можно записать как $t_i(k, \omega_1, ..., \omega_k)$. На практике влияние ширины меню $k$ и семантических аспектов $\omega_1, ..., \omega_k$ зачастую можно разделить. В этом случае время на поиск варианта в панели меню можно представить в виде $t_i(k, \omega_1, ..., \omega_k) = \hat{t}_i(k)\sigma_i(\omega_1, ..., \omega_k)$, где функция $\hat{t}_i(k)$ характеризует влияние структуры меню, а функция $\sigma_i(\omega_1, ..., \omega_k)$ описывает влияние семантики. Например, для голосового меню в качестве семантического качества разумно рассматривать время воспроизведения метки. Если пользователи при этом применяют стратегию последовательного поиска, то время на выбор $i$-го варианта в панели меню определяется как $t_i(k, \omega_1, \omega_2, ..., \omega_k) = \omega_1 + ... + \omega_i + t_0$, где $t_0$ — время, требуемое на совершение выбора (нажатие на клавишу телефона).

В общем случае время, затрачиваемое пользователем в панели меню, определяется позицией искомого варианта, общим числом вариантов в панели (шириной меню) и семантическим качеством всех вариантов (не только искомого варианта). Все остальные параметры (такие как тип меню, стратегия пользователя, возможности оборудования) отражаются во внутренней структуре функций $\hat{t}_i(k)$ и $\sigma_i(\omega_1, ..., \omega_k)$. Такой подход позволяет описывать разнообразные типы меню и стратегии пользователей. Аналогичный подход, но без функции семантики $\sigma_i(\omega_1, ..., \omega_k)$, был применен в работах [17, 18] для описания стратегий последовательного поиска, исчерпывающего поиска, а также учета вероятности ошибки пользователя.

Обозначим через $y_i$ относительную популярность $i$-го пункта в панели меню, т. е. частоту, при которой пользователю требуется именно этот пункт в случае, если пользователь вошел в данную панель. Тогда среднее время, которое пользователь проводит в панели меню, вычисляется как взвешенная сумма времени выбора каждой из альтернатив:

$$t_i(y_1, ..., y_k, \omega_1, ..., \omega_k) = \sum_{i=1}^{k} y_i \hat{t}_i(k)\sigma_i(\omega_1, ..., \omega_k),$$

$$\sum_{i=1}^{k} y_i = 1. \quad (1)$$

Чем больше значение каждой из функций $\sigma_i(\cdot)$, тем больше время, проведенное в панели меню, что соответствует худшему семантическому качеству используемых ярлыков.

Например, для стратегии последовательного поиска (при которой пользователь последовательно знакомится с пунктами меню до тех пор, пока не достигает нужного), среднее время пребывания пользователя в меню определяется выражением

$$t(y_1, ..., y_k, \omega_1, \omega_2, ..., \omega_k) = t_0 + \sum_{i=1}^{k} y_i \sum_{i=1}^{k} \omega_j. \quad (2)$$

Все время, проводимое в иерархическом меню, пользователь тратит на выбор вариантов в различных панелях меню. Таким образом, среднее время поиска в меню $H$ вычисляется как сумма времен, затрачиваемых в каждой панели меню $s$, помноженных на популярность соответствующих этим панелям категорий (т. е. на вероятность того, что пользователь зайдет в эту панель меню)

$$T(H) = \sum_{s \in H} \mu_s t(\mu_{s_1}/\mu_s, ..., \mu_{s_{k(s)}}/\mu_s, \omega_1, ..., \omega_{k(s)}),$$

где $k(s)$ — число вариантов в панели меню $s$, $\mu_{s_1}, ..., \mu_{s_{k(s)}}$ — абсолютные популярности вариантов, $\omega_1, ..., \omega_{k(s)}$ — семантическое качество их ярлыков, а $\mu_s = \mu_{s_1}, ..., \mu_{s_{k(s)}}$.

Задача поиска оптимальной структуры меню состоит в том, чтобы для заданного множества функций $N$ найти структуру меню $H$, состоящую из осмысленных категорий, для которой среднее время поиска $T(H)$ минимально.

В такой постановке задача представляет собой расширение базовой модели, описанной в работах [17, 18], благодаря учету семантического качества. При этом базовая модель является частным случаем, когда семантическое качество всех ярлыков одинаково.

Если все ярлыки в меню имеют одинаковое семантическое качество $\hat{\omega}$, то можно воспользоваться нижней оценкой среднего времени поиска в меню, полученной в работах [17, 18]:

$$T_L(N, \hat{\omega}) = \left(\mu_N \ln \mu_N - \sum_{w \in N} \mu(w) \ln \mu(w)\right) \times$$

$$\times \min_k \min_{y_1, \ldots, y_k} \frac{t(y_1, \ldots, y_k, \hat{\omega}, \ldots, \hat{\omega})}{-\sum_{i=1}^{k} y_i \ln y_i}. \qquad (3)$$

Минимизация проводится по всем возможным значениям ширины меню $k = 2, 3, \ldots$ и по всем пропорциям — векторам относительных популярностей $y_1, \ldots, y_k$, таким, что $\sum_{i=1}^{k} y_i = 1$.

Пусть минимум в выражении (3) достигается при ширине меню $r$ и пропорции $x_1, \ldots, x_r$. Это решение задачи минимизации тесно связано с видом оптимальной структуры меню. Каждая панель в оптимальном меню в идеале должна содержать ровно $r$ вариантов с относительными популярностями $x_1, \ldots, x_r$. В работе [17] предложен итерационный алгоритм построения осмысленной структуры меню, в котором иерархия строится сверху вниз, при этом наполнение панелей меню подбирается на основе предоставленных классификаций функций путем подстановки их в оптимальный шаблон $x_1, \ldots, x_r$.

Но, как было упомянуто ранее, нижняя оценка (3) не учитывает семантические аспекты. Можно вычислить нижнюю оценку среднего времени поиска в меню, приняв наилучшее семантическое качество для всех ярлыков. Но качество этой оценки будет значительно хуже, и на нее нельзя полагаться в алгоритме оптимизации. Вместо этого в описываемых далее алгоритмах используется некоторое среднее значение семантического качества $\hat{\omega}$ в выражении (3) для вычисления оценки среднего времени поиска в меню.

## 3. АЛГОРИТМ ОПТИМИЗАЦИИ МЕНЮ

Когда семантические аспекты не учитываются, нижняя оценка (3) позволяет описать оптимальную структуру меню. Алгоритм, предложенный в работе [17] для формирования панели меню, группирует функции в набор категорий, наилучшим образом подходящий под оптимальный шаблон.

Для рассматриваемой модели, учитывающей семантические аспекты, оптимальная структура каждой панели меню зависит от семантического качества ярлыков. Это не позволяет применить предложенный в работе [17] подход. Вместо шаблона для построения меню предлагается применить жадный алгоритм оптимизации меню сверху вниз.

Идея любого жадного алгоритма состоит в сведении глобальной задачи оптимизации к множеству независимых локальных задач, решение которых дает результат, близкий к глобальному оптимуму. В терминах задачи оптимизации меню локальной задачей служит построение каждой отдельной панели меню, а именно, для панели меню $s$ необходимо определить число вариантов $k$, разбив множество элементов $s$ на допустимые подкатегории $s_1, \ldots, s_k$, для всех подкатегорий определить ярлыки $l_1, \ldots, l_k$ и определить порядок их следования в панели меню. В идеале построение локально оптимальных панелей меню даст в результате глобально оптимальную структуру меню.

Построение меню начинается с верхнего уровня и повторяется для каждой подкатегории вплоть до нижнего уровня. Структура каждой панели меню выбирается путем перебора всех доступных классификаций, в случае иерархической классификации конкретное разбиение функций системы на категории выбирается локальным поиском по этой иерархической классификации. В результате выбирается панель меню, минимизирующая локальный критерий оптимизации — оценку времени поиска в результирующем меню. Оценка вычисляется как сумма времени поиска в текущей панели меню и аналитически вычисленной оценки времени поиска в порождаемых ею иерархических подменю, т. е. время поиска в текущей панели меню вычисляется по формуле (1) и суммируется с оценкой времени для каждого подменю, вычисленной по формуле (3). Алгоритм выполняется несколько раз для различных значений «среднего» семантического качества $\hat{\omega}$, и выбирается результат с наилучшими показателями.

Для реализации алгоритма необходимо решить несколько задач. Прежде всего, необходим метод поиска различных разбиений функций панели меню на непересекающиеся осмысленные категории. Кроме того, необходимо знать, каким образом сортировать категории в панели меню. И наконец, должна быть возможность сравнивать различные варианты наполнения панели меню, т. е. необходимо определить критерий оптимальности.

### 3.1. Поиск разбиения функций

Для поиска осмысленного разбиения функций на категории алгоритм использует иерархические классификации функций, предоставленные разработчиком меню. Пример возможной классификации функций меню телефонного банковского сервиса приведен на рис. 1 (категории выделены жирным шрифтом). Из каждой классификации можно

**Информация по счетам**
- **Информация о состоянии счёта и операциях по счёту**
  - Узнать остатки по вашим банковским счетам
  - Узнать доступный лимит по кредитной карте
- **Выписки по вашим счетам**
  - Заказ выписки по кредитной карте
  - Получение выписки по счёту
- **Получение банковских форм и заявлений**
  - Получение банковских заявлений
  - Получение одной из банковских форм
- Размещение срочных депозитов

**Осуществление банковских переводов**
- Осуществление переводов между вашими счетами
- Погашение задолженности по кредитной карте
- Осуществление коммунальных платежей
- Осуществление переводов третьим лицам
- Осуществление перевода по программе «Заплати в рассрочку»

**Настройка**
- **Настройка финансовых свойств**
  - Активация получателя
  - Увеличение лимита по кредитной карте
- **Настройка технических параметров**
  - Изменение ТПИН- или ПИН-кода
  - Изменение основного текущего счёта по карте
  - Создание собственного меню в системе

**Рис. 1. Пример классификации функций**

составить множество осмысленных непересекающихся разбиений функций. Например, на основании классификации (см. рис. 1) можно разбить функции на категории «Информация по счетам», «Осуществление банковских переводов», «Настройка финансовых свойств» и «Настройка технических параметров». Другим вариантом разбиения служит набор категорий «Информация о состоянии счета и операциях по счету», «Выписки по вашим счетам», «Получение банковских форм и заявлений», «Осуществление банковских переводов», «Настройка» и отдельно стоящей функции «Размещение срочных депозитов». Оба эти разбиения покрывают полный набор функций.

Для каждой доступной классификации алгоритм использует локальный поиск для выбора оптимального разбиения. Далее поясняется, каким образом сравниваются различные разбиения и как выбирается наилучшее.

Локальный поиск обходит иерархию классификации, формируя различные разбиения. Результат определяется направлением поиска и отправной точкой. Были опробованы следующие шесть вариантов локального поиска.

- Поиск «сверху вниз» с набором категорий верхнего уровня в качестве отправной точки. На каждом шаге алгоритм пробует улучшить качество разбиения, заменяя каждую из категорий ее содержимым в дереве классификации, таким образом, двигаясь от корня дерева в направлении детализации категорий. Для примера (см. рис. 1), алгоритм стартует с набора категорий «Информация по счетам», «Осуществление банковских переводов» и «Настройка». На следующем шаге категория «Информация по счетам» будет заменена на ее содержимое, т. е. на категории «Информация о состоянии счета и операциях по счету», «Выписки по вашим счетам», «Получение банковских форм и заявлений» и отдельно стоящую функцию «Размещение срочных депозитов». Далее аналогичное действие будет проделано с категорией «Осуществление банковских переводов» и т. д.
- «Жадный» поиск сверху вниз действует аналогично варианту 1, но разворачивает только самую популярную категорию. В качестве отправной точки также используется набор категорий верхнего уровня.
- Поиск «снизу вверх» в качестве отправной точки использует набор отдельных функций. На каждом этапе алгоритм пробует улучшить качество разбиения, сворачивая несколько элементов в категорию, которой они принадлежат в классификации. Таким образом, поиск происходит от самого «широкого» разбиения вверх к корню дерева.
- Двунаправленный поиск на каждом шаге пробует как развернуть каждую из категорий, так и свернуть элементы разбиения в общие категории. В качестве отправной точки используется набор категорий верхнего уровня.
- Вариант двунаправленного поиска, использующий полный набор функций в качестве отправной точки.
- Двунаправленный поиск, использующий в качестве отправной точки субоптимальное разбиение, которое построено по шаблону, рассчитанному с помощью минимизации выражения (3) без учета семантических аспектов.

Описанные варианты локального поиска были опробованы на ряде типовых классификаций. Оказалось, что все варианты двунаправленного поиска в результате дают тот же результат, что либо поиск сверху вниз, либо поиск снизу вверх. Таким образом, их можно исключить без потери качества алгоритма оптимизации. Дальнейшие эксперименты показали, что жадный поиск сверху вниз в подавляющем большинстве случаев приводит к тому же результату, что полный поиск сверху вниз. В случае различных результатов отклонения незначительны, и ими можно пожертвовать ради существенного увеличения скорости работы алгоритма.

### 3.2. Сортировка вариантов в панели меню

Алгоритмы (см. варианты 1—6 в п. 3.1), работают в том случае, когда классификации определяют не только допустимые группировки функций, но и их порядок следования в меню. Если разработчик меню может менять порядок функций, то дополнительно возникает задача поиска оптимального упорядочения вариантов в панели меню.

Полный перебор всех вариантов сортировки в панели меню, содержащей $k$ вариантов, требует рассмотрения $k!$ перестановок, что неприемлемо. С другой стороны, когда семантическое качество всех вариантов в панели меню одинаково и единственной их характеристикой служит относительная популярность $y_i$, существует простое решение — чем выше популярность $y_i$ элемента $i$, тем меньше времени должно требоваться для доступа к нему.

Задачу сортировки с учетом семантического качества вариантов можно решить также для конкретных стратегий поведения пользователя.

Рассмотрим, например, панель меню, содержащую $k$ вариантов. Каждому варианту $i = 1, ..., k$ соответствуют его относительная популярность $y_i$ и время чтения текстовой метки $\omega_i$. Если пользователь придерживается стратегии последовательного поиска (что типично, в частности, для голосовых меню), то среднее время поиска в этой панели меню определяется выражением (2). Необходимо минимизировать это выражение перестановкой вариантов в панели меню, что является классической задачей теории расписаний. Согласно правилу МакНотона [19] решение заключается в сортировке вариантов по возрастанию величины $\omega_i/y_i$.

Пусть пользователь придерживается стратегии случайного поиска — варианты в панели меню просматриваются в случайном порядке, пока не будет найден искомый. В этом случае порядок следования вариантов в меню неважен, так как при любом порядке среднее время поиска будет одинаковым.

Аналогичные решения существуют для большинства типов меню и стратегий поведения пользователей. В то же время, в общем случае не существует простого решения для описания наилучшей сортировки вариантов.

### 3.3. Локальный критерий оптимизации

Структура каждой панели меню выбирается путем минимизации оценки времени поиска в результирующем подменю с корнем в текущей панели. Рассмотрим панель меню $s \subseteq N$, которая содержит $k$ подкатегорий $s_1, ..., s_k$ с относительными популярностями $y_1, ..., y_k$ и семантическим качеством $\omega_1, ..., \omega_k$.

В общем случае время поиска в подменю зависит от структуры меню вплоть до терминальных вершин (функций). Но для локализации вычислений можно воспользоваться оценкой (3) для определения времени, затрачиваемого в подкатегориях (структуру которых мы не знаем на этапе построения текущей панели меню). Таким образом, среднее время $\hat{T}(s, s_1, ..., s_k, \omega_1, ..., \omega_k, \hat{\omega})$ поиска в подменю с корнем в категории $s$ зависит от набора вариантов $s_1, ..., s_k$, представленных в панели меню $s$, от семантического качества их ярлыков $\omega_1, ..., \omega_k$ и от «среднего» семантического качества $\hat{\omega}$, принятого для всех ярлыков в дочерних панелях меню.

Пусть все ярлыки в каждой из $k$ дочерних панелей меню имеют одинаковое семантическое качество $\hat{\omega}$. При таком «усреднении» семантических свойств по выражению (3) можно вычислить среднее время поиска в любом подменю $T_L(s_i, \hat{\omega})$. Для текущей панели меню $s$ можно вычислить точное время поиска по формуле (1). Таким образом, оценка времени поиска в подменю с корнем в категории $s$, взвешенная на популярность этой категории, определяется выражением

$$\begin{aligned}\hat{T}(s, s_1, ..., s_k, \omega_1, ..., \omega_k, \hat{\omega}) &= \\ = \mu_s t(\mu_{s_i}/\mu_s, ..., \mu_{s_k}/\mu_s, \omega_1, ..., \omega_k) &+ \\ + \sum_{i=1}^{k}\left(\mu_{s_i}\ln\mu_{s_i} - \sum_{w \in s_i}\mu(w)\ln\mu(w)\right) &\times \\ \times \min_r \min_{x_1, ..., x_r} \frac{t(x_1, ..., x_r, \hat{\omega}, ..., \hat{\omega})}{-\sum_{j=1}^{r} x_j \ln x_j}&. \qquad (4)\end{aligned}$$

Алгоритм выбирает структуру каждой панели меню с целью минимизации критерия $\hat{T}(\cdot, \hat{\omega})$, вычисляемого согласно этой формуле.

### 3.4. Шаги алгоритма

В итоге алгоритм автоматической оптимизации структуры иерархического меню описывается следующей последовательностью шагов.

*Шаг 1.* Зафиксировать начальное значение «среднего» семантического качества $\hat{\omega}$ равным наилучшему из всех меток семантическому качеству.

*Шаг 2.* Для каждой доступной классификации локальным поиском снизу вверх и «жадным» локальным поиском сверху вниз найти наилучшее (в терминах описанного критерия) разбиение функций на осмысленные категории. Выбрать наилучшее такое разбиение для всех классификаций и воспользоваться им для формирования верхней панели меню.

*Шаг 3.* Для каждой сформированной категории повторить процесс наполнения соответствующих панелей меню вплоть до терминальных вершин.

*Шаг 4.* Повторить шаги 2 и 3 для всех $\hat{\omega}$ с заданным интервалом вплоть до значения, соответствующего наихудшему из всех меток семантическому качеству.

*Шаг 5.* Среди найденных структур меню выбрать структуру с наименьшим средним временем поиска.

### 3.5. Оценка качества алгоритма

В предлагаемом алгоритме используются различные эвристики и применяется локальный поиск для достижения приемлемой скорости работы. Это могло повлиять на качество результирующего меню. К счастью, математическая модель предоставляет методы оценки качества результирующей структуры.

Если за $\hat{\omega}$ взять наилучшее значение семантического качества, то выражение (3) даст нижнюю оценку среднего времени поиска в оптимальном меню с учетом семантического качества. Ею можно воспользоваться для определения качества структур, полученных с помощью предлагаемого алгоритма.

Дополнительная минимизация по семантическому параметру $\hat{\omega}$, очевидно, отрицательно влияет на качество этой нижней оценки. Меню, построенные автоматически с учетом семантического качества, показывают отклонение в 30 % от теоретического минимума. Однако более детальный анализ показывает, что значительная часть этого расхождения возникает в результате ухудшения оценки из-за семантических аспектов, и нет практической возможности построить меню, которое было бы заметно лучше. Исследования на ряде типовых меню показывают, что среднее время поиска в меню, сформированных автоматически, находится в пределах 10 % от среднего времени поиска для наилучшего меню, которое может быть построено на практике.

## 4. ИНСТРУМЕНТ ОПТИМИЗАЦИИ МЕНЮ

Описанный алгоритм реализован в инструменте автоматической оптимизации иерархических меню. Инструмент также предоставляет разработчику меню средства для ручного и полуавтоматического редактирования структуры (например, для учета неформальных ограничений в результирующей структуре меню).

В первую очередь разработчик меню должен загрузить исходные данные — набор функций меню с их популярностями и несколько (желательно, иерархических) классификаций этих функций. Далее разработчику предлагается выбрать окружение, в котором будет использоваться меню — тип меню (например, выпадающий список, таблица пиктограмм и т. д.), стратегию навигации в меню и другие характеристики. Реализованный инструмент содержит несколько предустановленных вариантов для типичных сценариев, а также предоставляет возможность загрузить экспериментальные данные для специфических случаев. Как только настройка окружения завершена, разработчику меню предлагаются средства оптимизации.

На рис. 2 изображен интерфейс разработанного инструмента. Он разделен на две части — в левой части содержатся исходные данные и аналитичес-

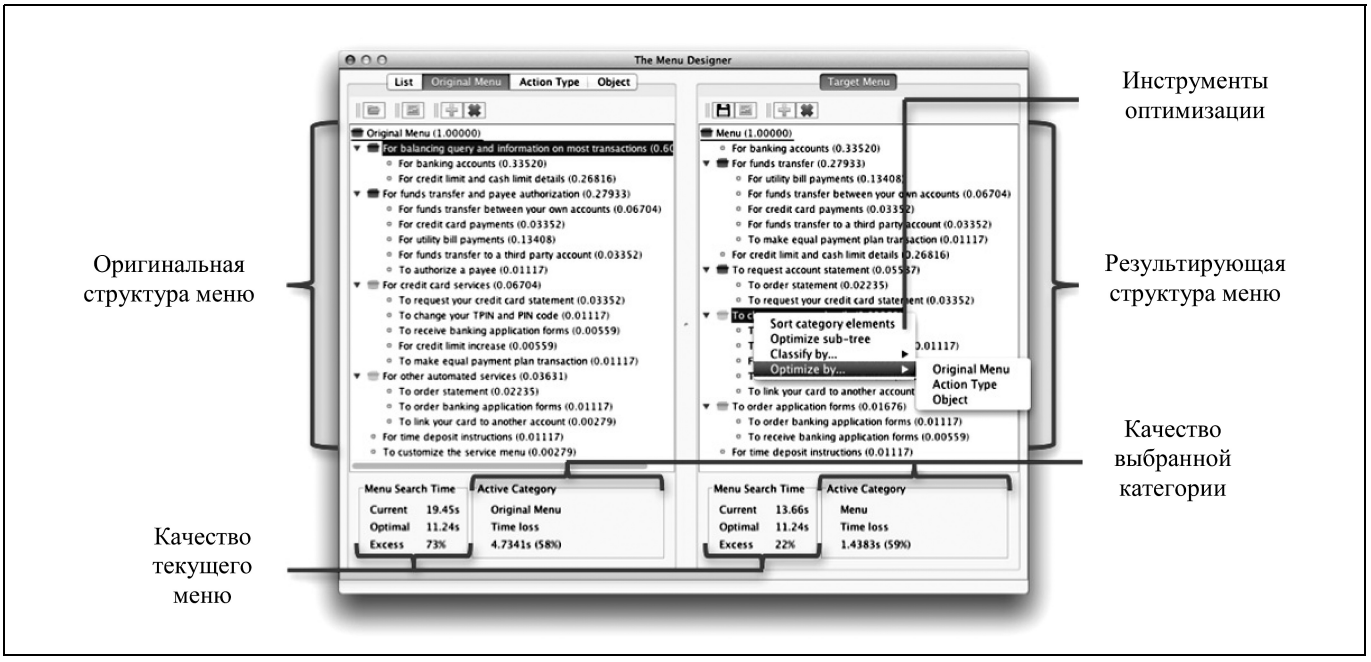



**Рис. 2. Интерфейс инструмента оптимизации меню**

кие вычисления, а правая служит для работы над результирующим меню.

В левой части приложения доступна таблица с исходными функциями, имеется также возможность просмотреть их в структуре любой из классификаций. Если задача состоит в улучшении существующего меню, исходная структура также может быть загружена в инструмент оптимизации. В этом случае интерфейс предоставляет удобные средства сравнения исходной и результирующей структур — этот режим изображен на рис. 2.

Правая часть интерфейса содержит средства оптимизации структуры меню. В первую очередь приложение реализует описанный выше автоматический алгоритм оптимизации меню. Другими словами, инструмент позволяет нажатием одной кнопки получить осмысленную структуру меню хорошего качества в терминах среднего времени доступа. Если при этом есть необходимость учесть какие-либо неформальные ограничения в меню, разработчику меню доступны инструменты ручной и полуавтоматической корректировки структуры. Разработчик может изменять порядок следования вариантов в панели меню, перемещать функции в другую панель меню, добавлять и удалять категории, автоматически сортировать варианты в панели меню и оптимизировать структуру в отдельной части меню или в меню целиком. В процессе изменения структуры меню инструмент помогает в принятии решений, предоставляя аналитические оценки качества, как отдельных панелей меню, так и меню в целом. Качество категорий визуально отображается цветом соответствующих иконок в иерархии (зеленый, желтый или красный), что позволяет быстро найти категории, на которые следует обратить внимание в первую очередь. Также под каждой иерархией отображается численная оценка качества текущего меню и выделенной категории.

После того как формирование меню завершено, разработчик может сохранить результат в файл формата Microsoft Excel и реализовать сформированную структуру в реальной системе.

Инструмент оптимизации меню доступен для загрузки с сайта проекта http://www.mtas.ru/person/goubko/themenudesigner/. Там же можно найти более подробные инструкции по работе с программой и ссылки на ее исходный код.

## 5. ПРИМЕР ОПТИМИЗАЦИИ МЕНЮ

Наиболее очевидным приложением модели оптимизации меню с учетом семантического качества являются голосовые меню (интерактивные телефонные системы). Далее рассматривается простой пример применения реализованного инструмента для улучшения голосового меню телефонного сервиса международного банка.

Оригинальная структура меню изображена в левой части интерфейса (см. рис. 2), она содержит 17 функций. При помощи статистических исследований и экспертных мнений была проведена оценка популярностей функций и категоризация их по двум основаниям — по типу и по объекту действия. Рабочее голосовое меню использовалось для замеров времени воспроизведения названий вариантов и других временных параметров оборудования. В результате численного анализа было получено, что время воспроизведения метки длины $L$ составляет в среднем $(1{,}3 + 0{,}065L)$ с. Также замеры показали, что системе требуется 1 с на переключение текущего меню, время совершения действия пользователем в среднем составляет также 1 с. В соответствии с этими значениями вычислено среднее время доступа к функциям оригинального меню — 19,45 с.

В правой части приложения (см. рис. 2) отображена автоматически сформированная структура меню. Среднее время доступа к функциям в новом меню составляет 13,66 с, т. е. без вмешательства разработчика было получено улучшение в 30 % относительно оригинальной структуры меню.

Оценим эффект от введения семантических аспектов в модель. При оптимизации рассматриваемой структуры меню с помощью модели из работы [17], не учитывающей семантическое качество, результатом является другая структура со средним временем доступа 14,31 с. Таким образом, на данном примере учет семантики позволяет сэкономить дополнительные 0,65 с (5 %) на каждую пользовательскую сессию. Принимая во внимание крайне малый размер иллюстративного примера (всего 17 функций), этот выигрыш можно считать существенным.

## 6. ОБСУЖДЕНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Предложенная модель принимает во внимание семантические аспекты ярлыков в меню, такие как время воспроизведения в голосовых меню или чтения в программных меню. При описанном подходе семантическое качество $\omega$ может быть вектором, компоненты которого описывают различные семантические характеристики. Таким образом, модель позволяет достаточно гибко комбинировать несколько компонент семантического качества. Как следует из формулы (2), семантическое качество ярлыка в панели меню влияет на время поиска пользователем этого варианта, а также и других вариантов в этой панели.

Но формула (2) не учитывает другой важный аспект семантического качества — вероятность ошибки пользователя. Пользователь чаще по ошибке выбирает варианты с неясными или двусмысленными ярлыками. А ошибка приводит к дополнительным затратам времени.

Для учета такого рода временных затрат в первую очередь необходимо иметь модель навигации с вероятностью ошибки. Такая модель описана в работах [17, 18]. Согласно предложенному подходу, в формулу (2) необходимо добавить дополнительный член $pt_e(k)$, характеризующий временные

затраты из-за ошибок пользователя. Здесь $t_e(k)$ — время, которое пользователь потратит в панели меню, если он попал в нее по ошибке, $p$ — вероятность ошибки в панели меню. Если вектор семантического качества $\omega$ содержит компоненту, характеризующую ясность ярлыка, то вероятность по ошибке попасть в панель меню, содержащую $k$ вариантов с ярлыками, имеющими семантическое качество $\omega_1, ..., \omega_k$, зависит не только от набора $\omega_1, ..., \omega_k$, но и от семантического качества $\omega'$ ярлыка, описывающего текущую категорию в панели меню на уровень выше. Таким образом, дополнительный член в формуле (2), характеризующий вероятность ошибки и ясность ярлыков, принимает вид $p(\omega_1, ..., \omega_k, \omega')t_e(k)$.

Изменения в выражении для среднего времени поиска в панели меню приводят к изменениям в локальном критерии оптимизации (4), используемом в алгоритме оптимизации меню. Оценка времени поиска в подменю, входящая в выражение (4), складывается из точного времени поиска в текущей панели меню и оценок времени поиска в подкатегориях, вычисленных исходя из некоторого среднего значения семантического качества $\hat{\omega}$. Если теперь вероятность ошибки пользователя зависит от семантического качества ярлыка, время поиска в подкатегориях зависит от семантического качества соответствующих ярлыков в текущей панели меню. Таким образом, критерий оптимизации (4) видоизменяется для расчета трех компонентов времени поиска — прежде всего, времени нахождения в текущей панели меню, затем — в панелях меню следующего уровня и, наконец, — во всех нижележащих панелях меню.

Время поиска в текущей панели меню рассчитывается исходя из семантического качества ярлыков в ней, а вероятность попадания в эту панель по ошибке зависит от семантического качества соответствующего ярлыка в панели меню уровнем выше, которая зафиксирована на предыдущем шаге алгоритма. Оценка времени поиска в панелях меню следующего уровня вычисляется исходя из значения среднего семантического качества $\hat{\omega}$ для ярлыков этих панелей меню, но для вычисления вероятности попадания в эти панели меню по ошибке используются реальные значения семантического качества соответствующих ярлыков в текущей панели меню. Оценка для всех последующих уровней вычисляется, как и раньше, по формуле (3), в которой принимается среднее семантическое качество $\hat{\omega}$ ярлыков, для расчета как времени поиска, так и вероятности ошибки.

Для фиксированного разбиения вычисление модифицированного критерия сводится к решению $k$ оптимизационных задач (для вычисления оптимальной ширины панелей меню следующего уровня). Вычислительная сложность этих задач не зависит от размеров меню и приемлема для вычислений в реальном времени.

Другое возможное развитие модели — работа с меню недревовидной структуры, позволяющей описывать альтернативные пути к функциям меню. Реальные интерфейсы, как правило, предоставляют пользователям несколько путей для доступа к часто используемым функциям. Альтернативные пути также имеют смысл при наличии ошибок классификации, когда пользователь ищет функцию не в той категории. Несомненно, рекомендуется избегать таких неоднозначных классификаций, но на практике редко удается сформировать идеальную структуру. В таких случаях можно дублировать функцию в нескольких категориях, избавив пользователя от ошибочных решений. С другой стороны, копии функции занимают дополнительные позиции в панелях меню и усложняют его структуру. Кратко обсудим, как описанная модель может быть расширена для решения этой дилеммы.

Рассмотрим множество функций $N$, которые необходимо разместить в меню. Каждой функции $w \in N$ поставлена в соответствие ее популярность $\mu(w)$ — априорная вероятность того, что пользователь будет искать функцию $w$. Популярности определяются на основе статистики или экспертных мнений.

Определим нечеткую классификацию функций из $N$. Рассмотрим набор $q$ категорий и для каждой функции $w \in N$ и каждой категории $l = 1, ..., q$ определим степень принадлежности $\theta_{wl} \in [0, 1]$. Предположим, что степени нормализованы, т. е. $\sum_{l=1}^{q} \theta_{wl} = 1$. Нечеткая классификация может строиться экспертом или вычисляться математическими методами, например, с помощью латентно-семантического анализа [12].

Четкая структура формируется из нечеткой классификации путем дробления функций. Если функция $w \in N$ принадлежит $k$ категориям с ненулевой достоверностью, то она заменяется на $k$ функций, каждая из которых принадлежит только одной категории. Популярность таких функций вычисляется умножением популярности исходной функции на степень ее принадлежности соответствующей категории. Подобным образом преобразуются все доступные классификации.

Четкие классификации далее могут быть использованы, как описано в предыдущих разделах с незначительными изменениями в алгоритме. Если две копии разделенной функции оказываются в одной панели меню, то их необходимо объединить для минимизации времени поиска. Кроме того,

когда оценивается время навигации в подменю, считается, что все копии одной функции попадают в одну панель меню, т. е. все копии должны быть объединены перед вычислением оценки.

Таким образом, нечеткие классификации позволяют моделировать альтернативные пути к одним и тем же функциям. Но все равно остается открытым вопрос, в каких случаях стоит дублировать функции в нескольких категориях, а когда эффективнее избавиться от дубликатов, увеличив вероятность ошибки пользователя. Для решения этой проблемы можно предложить простой подход, который, однако, не гарантирует глобальной оптимальности решения. Фиксируем функцию и, используя предложенные алгоритмы, строим оптимальную иерархию для двух случаев: когда функция разделена по нескольким категориям, и когда функция принадлежит только одной категории в каждой классификации. Выбираем иерархию с меньшим временем поиска и переходим к следующей функции.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обзор публикаций в области построения иерархических меню демонстрирует, что существующие работы либо игнорируют семантические аспекты построения меню, либо не предлагают алгоритмов оптимизации структуры меню. Предложенный подход вводит понятие семантического качества в математическую модель оптимизации иерархических меню.

Модель оптимизации с учетом семантического качества требует разработки алгоритма оптимизации, учитывающего ряд факторов. Предложенный алгоритм опирается на ряд эвристических методов, позволяющих применять математическую модель на практике. Наряду с другими ручными и полуавтоматическими средствами построения меню алгоритм был реализован в инструменте оптимизации иерархических меню. Инструмент был опробован на реальных меню различных типов и показал хорошие результаты работы.

Тем не менее, в задаче разработки меню, особенно с учетом семантических аспектов, имеется еще немало открытых вопросов для дальнейшего исследования. Хотелось бы надеяться, что описанные в статье математическая модель и алгоритмы смогут составить основу для решения и этих проблем.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Thimbleby H.* Press On: Principles of Interaction Programming. — Cambridge: MIT Press, 2007. — 528 p.
2. *Fu W.-T., Pirolli, P.* SNIF-ACT: a cognitive model of user navigation on the world wide web // Human-Computer Interaction. — 2007. — Vol. 22, N 4. — P. 355—412.
3. *Kitajima M., Blackmon M.H., Polson P.G.* A comprehension-based model of web navigation and its application to web usability analysis // Proc. of CHI 2000 / The Hague, Netherlands, April 1 — 6, 2000. N.-Y., 2000. — P. 357—373.
4. *Miller C.S., Remington R.W.* Modeling Information Navigation: Implications for Information Architecture // Human-Computer Interaction. — 2004. — Vol. 19. — P. 225—271.
5. *Norman K.L.* The Psychology of Menu Selection: Designing Cognitive Control at the Human/Computer Interface. — N.-Y.: Ablex Publishing Corporation, 1991.
6. *Snowberry K., Parkinson S.R., Sisson N.* Computer display menus // Ergonomics. — 1999. — Vol. 26. — P. 699—712.
7. *Lee E., MacGregor J.* Minimizing user search time in menu retrieval systems // Human Factors. — 1985. — Vol. 27, N 2. — P. 157—162.
8. *Landauer T.K., Nachbar D.W.* Selection from alphabetic and numeric menu trees using a touch screen: depth, breadth and width // Proc. of the SIGCHI conf. on Human Factors in Computing Systems. — 1985. — P. 73—78.
9. *Cockburn A., Gutwin C., Greenberg S.A.* Predictive Model of Menu Performance // Proc. of ACM CHI'07. — 2007. — P. 627—636.
10. *Card S.K., Moran T.P., Newell A.* The psychology of human-computer interaction. — Lawrence Erlbaum Associates, 1983.
11. *Soto R.* Learning and performing by exploration: Label quality measured by latent semantic analysis // Proc. of CHI'99 Human Factors in Computing Systems. — 1999. — P. 418—425.
12. *Landauer T.K., Dumais S.T.* A solution to plato's problem: The latent semantic analysis theory of the acquisition, induction, and representation of knowledge // Psychological Review. — 1997. — Vol. 104. — P. 211—240.
13. *Blackmon M.H., Kitajima M., Polson P.G.* Repairing usability problems identified by the cognitive walkthrough for the web // Proc. of the conf. on Human factors in computing systems. — 2003. — P. 497—504.
14. *Kuniavsky M.* Observing the User Experience: A Practitioner's Guide to User Research. — San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2003.
15. *Miller C.S., Fuchs S., Anantharaman N.S., Kulkarni P.* Evaluating Category Membership for Information Architecture. — DePaul CTI Technical Report 07-001, 2007.
16. *Fisher D.L., Yungkurth E.J., Moss S.M.* Optimal menu hierarchy design: syntax and semantics // Human Factors. — 1990. — Vol. 32, N 6. — P. 665—683.
17. *Goubko M.V., Danilenko A.I.* An automated routine for menu structure optimization // Proc. of the 2nd ACM SIGCHI Symposium on Engineering Interactive Computing Systems. — 2010. — P. 67—76.
18. *Губко М.В., Даниленко А.И.* Математическая модель оптимизации структуры иерархического меню // Проблемы управления. — 2010. — № 4. — С. 49—58.
19. *McNaughton R.* Scheduling with Deadlines and Loss Functions // Management Science. — 1959. — Vol. 6, N 1. — P. 1—12.


*Статья представлена к публикации руководителем РРС А.А. Ворониным.*

**Губко Михаил Владимирович —** канд. техн. наук,
ст. науч. сотрудник, ☎ (495) 334-90-51, ✉ mgoubko@mail.ru,

**Даниленко Александр Игоревич** — вед. инженер, аспирант,
☎ (495) 334-90-51, ✉ danilenko.alexander@gmail.com,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва.

УДК 330.46

# НЕСТАТИСТИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В УПРАВЛЕНИИ ПРОИЗВОДСТВЕННЫМИ СИСТЕМАМИ

С.В. Чупров

С позиций теории систем предложен метод детерминированной оценки нестатистической информации и упорядоченности состояний производственной системы. На базе концепции разнообразия состояний системы раскрыты свойства меры упорядоченности и неупорядоченности состояний производственной системы. Обоснован способ применения нестатистической информации в адаптивном управлении производственными системами.

**Ключевые слова:** детерминированная оценка, принцип достаточности, разнообразие состояний, устойчивость, энтропия.

## ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на конструктивность и широкую распространенность применения, энтропийное оценивание информации не исчерпывает ее специфики в производственных системах, поскольку за рамками анализа остаются значимые черты их поведения. Крупнейший математик XX в. А.Н. Колмогоров полагал, что аксиоматическое направление исследования информации с помощью показателя энтропии не учитывает качественный аспект информации. «Качественное своеобразие информации оказывается при этом несущественным», — отмечал он, и «надо понимать, что при всей увлекательности идей теории информации подобное стирание качественных особенностей информации имеет место только с известным приближением и при определенных условиях» [1, *с. 38*]. «Теория информации в ее теперешнем виде игнорирует смысл информации и тем более ценность информации для получателя», — утверждал А.А. Харкевич [2, *с. 489*]. Солидарен с ними и Г. Хакен: «Шенноновская информация никак не связана со смыслом передаваемого сигнала. В его концепцию информации не входят такие ее аспекты, как осмысленность или бессмысленность, полезность или бесполезность и т. д.» [3, *с. 34—35*].

Фокусирование внимания на качественной стороне информации вызвано необходимостью знать не только энтропийную меру состояний производственной системы (ПС), но и их отличительные особенности: состояния различаются продолжительностью, размеренностью их чередования, определяющими динамику поведения производственной системы и дополняющими картину ее функционирования. Именно сочетание количественных и качественных признаков состояний помогает преодолеть однобокость вероятностной характеристики поведения производственных систем и достичь более емкого описания специфики их деятельности.

## 1. РАЗНООБРАЗИЕ СОСТОЯНИЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ

Исследование информационных процессов в эволюционирующих ПС наталкивается на проблемы, вызванные универсальностью этих процессов и послужившие предметом дискуссии в 1960—1970 гг. Каково содержание понятия информации? Существует ли она в неживой природе? Какие свойства у информации? Эти и подобные им вопросы преследуют специалистов в ходе изучения систем в информационном разрезе.

Ответ на них потребовал логико-гносеологического анализа развития понятия информации, заинтересованно освещавшегося в нашей философской литературе. Итогом совместного обсуждения этой проблемы стало признание информации общенаучной категорией, которая тесно связана с разнообразием и отражением. Можно утверждать, что информация появляется там, где существует разнообразие (элементов, свойств, состояний и др.), причем объекты могут взаимодействовать, хранить и отражать это разнообразие. Воспроизведение разнообразия осуществляется благодаря от-

ражению, и потому информацию можно понять как отраженное разнообразие, а сам информационный процесс — как отражение разнообразия. Поскольку разнообразие и отражение свойственны всей материи, то и информация выражает всеобщий атрибут материи, а не только живой природы.

Настоящее утверждение проливает свет на природу информации и принципиально для нас в двух отношениях.

Во-первых, информация образуется и передается не только в процессе сознательной деятельности человека, ее объективно содержит как живая, так и неживая материя. В частности, размышляя об эволюции живых существ, П.К. Анохин выдвинул гипотезу о том, что уже на очень ранней стадии развития (в безлюдную эпоху) возникло универсальное приспособление с помощью передачи по каналу обратной связи информации о полезности произведенного этими существами действия. На этом основании «обратная информация в мире живых существ является абсолютно необходимым условием выживания *и потому получила свое широкое развитие задолго до того, как на Земле появился человек*» (выделено в тексте П.К. Анохиным) [4, *с. 218*]. Разрабатывая информационную теорию стоимости, К.К. Вальтух обращает внимание на информацию, воплощенную в природных и воспроизводимых средствах производства [5].

Такой подход разделили и специалисты, посвятившие свои изыскания осмыслению природы и свойств информации и информационных процессов. Весьма выразительно писал на эту тему В.М. Глушков: «Информацию несут в себе не только испещренные буквами листы книги или человеческая речь, но и солнечный свет, складки горного хребта, шум водопада, шелест листы и т. д.» [6, *с. 15*]. Тем более информация заложена в технических средствах ПС (в оборудовании, аппаратуре, коммуникациях и др.), в технологии изготовления изделий и в самих изготовляемых продуктах труда (деталях, узлах, агрегатах, готовых изделиях и т. п.).

Во-вторых, информация имеет основание для рассмотрения под различным углом зрения и измерения соответствующим способом, в том числе и нестатистическом. Энтропийное оценивание информации должно уступить невероятностным методам, когда требуется детерминированная мера разнообразия элементов. В этом отношении уместно вновь вернуться к мнению А.Н. Колмогорова о том, что «информация по своей природе — не специально вероятностное понятие» [7, *с. 43*].

Мысль о двух частях в теории информации была высказана еще в 1949 г. Дж. фон Нейманом. В его лекциях по теории и организации сложных автоматов мы находим, что «теория информации состоит из двух частей: точной и вероятностной. Вероятностная часть наиболее важна для современной вычислительной техники, а точная часть служит необходимым введением к ней. Эта точная часть теории информации представляет собой просто иной способ работы с формальной логикой» [8, *с. 62*].

## 2. СТАТИСТИЧЕСКИЙ И НЕСТАТИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОДЫ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ИНФОРМАЦИИ

Оба подхода к определению информации — статистический и нестатистический — базируются на свойстве разнообразия элементов, поскольку если этого разнообразия среди них нет, то нет и информации. В первом из этих подходов разнообразие присутствует в исходах выбора элементов, во втором — в самом наличии различных элементов. Понятно, что множеству отличающихся друг от друга элементов свойственно наибольшее разнообразие, что дает максимальную энтропию (выбор любого элемента равновероятен, а это увеличивает до определенного предела энтропию, и, следовательно, количество сохраняемой во множестве информации) и максимум нестатистической информации, имеющейся во множестве этих элементов.

В философском отношении эта двойственность вполне обоснована: первому подходу присуща возможность, выражаемая через категорию вероятности, второму — действительность состояний ПС, и вместе они взаимно дополняют друг друга.

Между тем, эволюция ПС может быть подчинена какому-либо порядку либо, наоборот, носить в какой-то степени произвольный характер. В первом варианте в последовательности состояний станет больше предсказуемых и типичных состояний, во втором — меньше. Поэтому разнообразие состояний системы в обоих вариантах будет иным, и упорядочение их будет означать сокращение разнообразия состояний из-за уменьшения «шума». Теоретик концепции разнообразия У. Эшби считал, что мир без ограничений разнообразия был бы полностью хаотическим, отчего из ограничения разнообразия обычно можно извлечь пользу [9, *с. 185*, *187*].

На фоне энтропийного оценивания состояний системы их разнообразие также трактовалось в терминах статистического подхода и связывалось с неопределенностью поведения этой системы. Вводимая в систему информация ограничивала шум и разнообразие ее состояний, в результате чего функционирование системы становилось гораздо определеннее и упорядоченнее. Это обстоятельство позволило в свое время сформулировать тезис о том, что информация — это упорядоченное отражение. Однако непомерный уровень шума в работе ПС вызывает ее дезорганизацию и может угрожать устойчивости системы, если не блокировать его рост. Контролируемое поведение ПС удается сохранять благодаря наращиванию управляющей информации, способной удерживать работу системы в допустимом режиме. Ведь инфор-

мация уменьшает разнообразие состояний системы и делает ее поведение более предсказуемым.

## 3. НЕСТАТИСТИЧЕСКАЯ КОНЦЕПЦИЯ РАЗНООБРАЗИЯ СОСТОЯНИЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ

Концепция разнообразия открывает возможность упорядочения состояний, имеющих и нестатистическое происхождение. Под ограничением разнообразия подразумевается уменьшение числа различных состояний, которое сопровождается накоплением информации в их последовательности. Но количество информации, находящейся в заданной комбинации состояний ПС и лишенной потому случайной закономерности, должно измеряться детерминированными параметрами. Трудность же состоит в том, что объективизация параметров осложняется индивидуальным восприятием их аналитиками и привнесением доли произвола в формализуемые ими функциональные зависимости. И, хотя субъективный подход обычно ассоциируется с потерей строгости, его формальные приемы, как показывает практика, могут быть вполне математичными и конструктивными по своим выводам.

Действительно, последовательность состояний ПС отнюдь не всегда случайная и может быть детерминирована наперед заданной комбинацией. Например, часто предсказуемы или заранее известны номенклатура подлежащих изготовлению изделий, объем и трудоемкость их производства. Привлечение в этом случае вероятностного инструментария к анализу уже сложившейся комбинации состояний ПС (речь не идет об устранении влияния на нее случайных возмущений в процессе реализации этих состояний) придает иную трактовку описываемому явлению и потому встречает методологические возражения.

Учитывая же производственную специфику состояний системы, примем, что разнообразие состояний порождается многотипностью обрабатываемых в ней изделий (заготовок, деталей, узлов, сборочных единиц, готовых изделий и др.) и сменяемостью их изготовления. Комбинация различных производственных работ, имеющих длительность и последовательность во времени, создает определенный режим работы ПС и разнообразие ее состояний. При таком подходе устойчивость поведения ПС будет осуществима лишь тогда, когда при нарастающем разнообразии состояний она сохранит свои параметры в допустимых пределах.

Тем самым в центре исследования оказываются динамика и взаимосвязь параметров упорядоченности состояний и устойчивости ПС, позволяющих поддерживать ей намеченный режим функционирования. Отправным пунктом для определения обоих параметров ПС служит уровень разнообразия ее состояний. Однако, если упорядоченность ПС предполагает уменьшение этого разнообразия, то устойчивость ее, наоборот, — резервирование состояний для нейтрализации отягощающих воздействий среды. Разнообразие состояний складывается под влиянием их различия, и в этом смысле устойчивость ПС характеризуется ее способностью «освоить» неоднородные состояния, тогда как предпосылкой упорядоченности работы системы служит их однородность[1].

## 4. ДЕТЕРМИНИРОВАННАЯ МЕРА УПОРЯДОЧЕННОСТИ СОСТОЯНИЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ

Выполним анализ упорядоченности состояний ПС, для чего автор предлагает формализовать процесс изменения этих состояний с позиций детерминированного подхода [10]. Для измерения степени упорядоченности состояний ПС введем функцию, оценивающую степень их однородности и зависящую от числа типов и масштабов производства изделий некоторой ПС:

$$h = \sum_{i=1}^{n} (q_i/q)^2, \qquad (1)$$

где $q_i$ — масштаб (трудоемкость) производства изделий (заготовок, деталей, узлов, сборочных единиц, готовых изделий)[2] $i$-го типа в ПС, нормо-час; $q = \sum_{i=1}^{n} q_i$ — масштаб (трудоемкость) производства изделий всех $n$ типов в ПС, нормо-час; $n$ — число изготовляемых или обрабатываемых типов изделий в ПС, ед.

Функция $h$ симметрична, выпукла, ее значения $h \in (0, 1]$ и меняются непрерывно. При этом ее максимум $h_{\max} = 1$ приходится на изготовление $n = 1$ типов изделий, а минимальное значение

$$h_{\min} = n^{-1} \qquad (2)$$

примечательно тем, что не зависит от удельных масштабов производства $q^i/q$, когда они совпадают, и определяется лишь заданным числом $n$ типов изделий. Такое свойство функции $h$ для нас полезно и в этом отношении сближает ее с показателем энтропии, который, как известно, тоже не зависит

[1] Однородность состояний здесь подразумевает их качественное сходство и поэтому, чем продолжительнее занята ПС изготовлением или обработкой однотипных изделий, тем выше степень однородности и упорядоченности состояний системы. И наоборот, нарастание числа закрепленных за нею отличающихся по типу изделий и нивелирование масштабов (трудоемкости) их производства влечет за собой уменьшение однородности и упорядоченности состояний этой системы.

[2] Из теоретических соображений полагаем, что масштаб (трудоемкость) производства изделий усреднен и соответствует значению математического ожидания этого показателя, т. е. величина $q_i$ в формуле (1) является неслучайной.

от вероятностей исходов, когда они одинаковы, и количественно определяется лишь числом возможных исходов. Значения функции $h$ и показателя энтропии у К. Шеннона [11] всегда положительны.

Интересно, что некоторые черты изменения функции $h$ подобны энтропии, правда, имеют противоположную направленность. Прежде всего, с выравниванием удельных масштабов производства $q^i/q$ функция $h$ уменьшается, тогда как показатель энтропии с выравниванием вероятностей исходов увеличивается. Далее, в упомянутом случае (при одинаковых удельных масштабах производства $q^i/q$) функция $h$ при заданном $n$ имеет минимум, а энтропия при одинаковых вероятностях и заданном числе исходов — максимум. И, наконец, функция $h$ достигает своего максимального предела (1, 0) при $n = 1$, в то время как энтропия в аналогичной ситуации (при единственной вероятности, равной единице) достигает своего минимального предела (0, 0).

## 5. СВОЙСТВА ФУНКЦИИ УПОРЯДОЧЕННОСТИ СОСТОЯНИЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ

Продолжим анализ функции $h$. Существование неснижаемого минимального предела (2) подводит к мысли о том, что при фиксированном $n$ для последовательности состояний характерна некая начальная упорядоченность $h_0$, формально отождествляемая с тем же выражением:

$$h_0 = h_{\min} = n^{-1}. \qquad (3)$$

Отсюда вытекает первый вывод относительно изменения размера начальной упорядоченности состояний ПС.

**Вывод 1.** По мере увеличения числа $n$ типов изделий начальная упорядоченность $h_0$ состояний ПС уменьшается и при $n \to \infty$ стремится к нулю: $h_0 \to 0$. ♦

Между тем, в конкретном случае упорядоченность состояний ПС необязательно должна быть наименьшей: в зависимости от значений $n$ и дробей $q^i/q$ значение $h$ (1) может быть и иным, но при этом всегда $h \geq h_0$. Уместно предположить, что случай строгого неравенства $h > h_0$ соответствует наличию среди состояний ПС дополнительной упорядоченности, которая введена в ПС (обозначим ее $\Delta h_B$) и численно равна разности между ними

$$\Delta h_B = h - h_0 = h - n^{-1} \qquad (4)$$

с учетом равенства (3).

Переписав эту формулу относительно $h$, получим сумму

$$h = n^{-1} + \Delta h_B \qquad (5)$$

и сформулируем

**Вывод 2.** При равных условиях относительно $\Delta h_B$ ($\Delta h_B = \text{const}$) упорядоченность состояний ПС будет возрастать при уменьшении числа находящихся в производстве различных типов изделий ($n$). Верно и обратное: увеличение числа $n$ типов изделий при тех же условиях ведет к уменьшению упорядоченности состояний ПС. ♦

Рассматривая полученные выводы под углом зрения устойчивости ПС, можно заметить, что для ее обеспечения система должна обладать способностью изготовления достаточного числа типов изделий, что не противоречит необходимости минимизировать число фактически запускаемых в производство типов изделий. Если возможность уменьшения $n$ исчерпана, то дальнейшее упорядочение состояний ПС проводится посредством «ввода в действие» другого слагаемого (5) $\Delta h_B$, для чего укажем на

**Вывод 3.** Дополнительное упорядочение ($\Delta h_B \to 1$) при неизменном $n$ ($n = \text{const}$), согласно равенству (4), имеет место в процессе максимизации $h$ ($h \to 1$) путем группирования масштабов производства $q_i$ для наращивания времени изготовления одних и сокращения времени производства других типов изделий. ♦

Это означает целенаправленный переход к доминированию ограниченного числа различных состояний в ПС или, в терминах экономики, повышение концентрации производства. В этом случае в череде состояний системы появляются преобладающие, что придаст им больше повторяемости и стабильности.

Найдем относительную упорядоченность, для чего сравним $\Delta h_B$ с достигнутой упорядоченностью состояний ПС. Поскольку общая упорядоченность оценивается величиной $h$, долю введенной упорядоченности оценим отношением $\Delta h_B/h = 1 - (nh)^{-1}$, принимая во внимание равенство (4).

**Вывод 4.** Приближение $\Delta h_B \to h$ имеет место при монотонном увеличении произведения $nh$. Во всяком случае, необходимо, чтобы выполнялось условие $nh \gg 1$ или равносильное ему условие $h \gg n^{-1}$. ♦

Обратим внимание на следующее характерное положение. До сих пор без обсуждения предполагалось, что для производственных систем соблюдается условие, которое можно рассматривать как аксиому постоянства совокупной упорядоченности и неупорядоченности ее состояний: изменение одной из них влечет за собой изменение другой в противоположном направлении, но в равной мере, а именно: приращение упорядоченности на какую-либо величину означает убывание неупорядоченности состояний на такую же величину, и, наоборот, рост неупорядоченности состояний сопровождается уменьшением их упорядоченности в

той же численной мере. Для развиваемого автором подхода такой принцип корректен и получает не только содержательное, но и математическое подтверждение [12, *с. 189*, *308—318*]. Формализованный анализ дает основание для заключения о том, что сумма показателей упорядоченности $h$ и неупорядоченности (обозначим его символом $h'$) состояний системы всегда есть величина постоянная и равна единице:

$$h + h' = 1. \qquad (6)$$

По существу, в статистическом подходе принят близкий по смыслу негэнтропийный принцип информации Л. Бриллюэна [13], утверждающий, что при поступлении в систему информации ее энтропия уменьшается, а негэнтропия увеличивается на одно и то же количество вводимой информации.

**Вывод 5.** Для производственных систем справедлив принцип, который можно назвать принципом достаточности. Согласно ему совокупная величина упорядоченности и неупорядоченности состояний ПС не меняется и численно всегда равна единице, что имеет аналогию и в статистической трактовке поведения системы. ♦

Воспользуемся этим правилом. Заметим, что при заданном $n$ максимальный предел неупорядоченности с учетом формул (2) и (6) определяется выражением:

$$h'_{\max} = 1 - h_{\min} = 1 - n^{-1}.$$

Принимая теперь в соответствии с формулой (6) величину $h' = 1 - h$, найдем, что разность

$$h'_{\max} - h' = h - n^{-1} = \Delta h_B, \qquad (7)$$

как и следовало ожидать, есть введенная в ПС упорядоченность состояний $\Delta h_B$ (4) или в кибернетическом аспекте абсолютная организация системы. Выражение (7) подчеркивает то свойство, что упорядоченность ПС будет тем выше, чем меньше в ней неупорядоченность состояний $h'$ по сравнению с максимально возможной неупорядоченностью $h'_{\max}$. Это свойство можно трактовать как проявление закона сохранения организации.

## 6. ГИБКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ

Предложенный подход к измерению нестатистической информации и оценке показателя упорядоченности состояний $h$ находит применение в адаптивном управлении производственными системами. Так, по мере роста разнообразия их состояний резонно ослабить строгость вводимых ресурсных ограничений и разрешить приближенное их выполнение, т. е. ограничения в модели формирования плана производства должны быть «смягчены»: не превышение какого-то ресурса допускало в случае надобности «перерасход» его, ограничение снизу — снижение показателя за этот порог, а равенство выдерживать примерно. При этом по понятной причине степень «размытости» ограничений не может выходить за некоторые пределы и должна быть величиной регулируемой.

Такой подход позволяет обойти и другую проблему, о которой нередко забывают при разработке моделей производственного планирования. Речь идет о том, что указание точных ограничений в оптимизационных моделях наталкивается на трудности, связанные с многомерностью математического описания и сопровождением его поиском большого объема информации. Об этой проблеме в свое время озабоченно писал В.М. Глушков: «В классических постановках оптимизационных задач труд, который необходимо затратить для точного задания границ области, не принимается во внимание. Между тем, этот труд далеко не полностью поддается процессу формализации и автоматизации и зачастую оказывается гораздо более громоздким и длительным, чем последующее решение на ЭВМ самой оптимизационной задачи» [14, *с. 2*].

Для формирования таких размытых ограничений вместе с системой из $m$ подсистем по $n$ обычных двойных неравенств в каждой

$$\{\{a_{ji} \le x_i < b_{ji}\}_{i=1}^{n}\}_{j=1}^{m} \qquad (8)$$

задается зависящий от $h$ скаляр $\alpha \in (0, 1]$, сообщающий о степени удовлетворения модельного решения $x \equiv (x_1, x_2, ..., x_n)$ этой системе ограничений. В результате модель приобретает желаемую гибкость, а ее способность к компромиссам (допускаемой мере нарушений ограничений) указывается параметром $\alpha$ в полном диапазоне: от предельно жесткой до самой гибкой модели формирования плана производства, что отвечает постановке задачи математического программирования с линейной целевой функцией и размытыми ограничениями [15].

На практике это регулирование осуществляется следующим образом. Для предприятий с относительно стабильным производственным процессом и умеренным разнообразием состояний формирование плана производства сравнительно просто, поскольку распределение выпуска продукции по интервалам года не влечет за собой заметных перегрузок и недогрузок ПС. В этом случае нет необходимости «размывать» ресурсные ограничения (8), которые остаются жесткими, т. е. ограничениями в обычном смысле, и вполне приемлем параметр $\alpha = 1{,}0$. Со снижением степени стабильности производства и увеличением разнообразия состояний предприятия распределение выпуска продукции сопровождается появлением в отдельных интервалах перегрузок и недогрузок, в связи с чем $\alpha < 1{,}0$ и, уменьшаясь, удаляется от единицы в сторону нуля, и потому ограничения «размываются»

сильнее и сильнее. Чем больше разнообразие состояний предприятия, что содержит в себе возможность нарастания неравномерности загрузки ПС, тем меньше задается значение $\alpha$, вследствие чего ресурсные ограничения (8) раздвигают пределы возможных перегрузок и недогрузок групп оборудования. Причем даже в том случае, когда часть производственной программы уже предопределена и модель работает в режиме «досчета», задача нахождения оптимального варианта плана выпуска продукции не снимается и по-прежнему имеет смысл и математическое решение, на что указывали Л.В. Канторович и И.В. Романовский [16]. Благодаря этому удается регулировать меру «размытости» ресурсных ограничений и находить компромиссное плановое решение, обеспечивая адаптивность и устойчивость производственных систем предприятия.

Существуют и иные способы задания размытых ограничений в оптимизационных моделях с применением аппарата теории нечетких множеств. В частности, в двухкритериальной задаче формирования оптимального портфеля заказов при календарном планировании производства вводятся нежесткие ограничения на мощности и оборотные средства и жесткие ограничения на сроки поставки продукции клиентам [17]. В отличие от нашей такая постановка задачи допускает выход показателя за установленные рамки в разрешенных пределах с помощью не эндогенного параметра, а экзогенно указываемой важности (предпочтения) каждого ограничения, формализуемого интегральным индексом ранжирования и нечеткими числами. Описанный нами и данный способы задания размытых ограничений обусловливаются соответственно внутренней и внешней средой задачи, являются комплементарными и в комплексе насыщают информационное пространство оптимизационной модели.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Повышение упорядоченности состояний производственной системы правомерно рассматривать в аспекте ввода в систему полезной информации, понимаемой не только в статистическом, но и нестатистическом измерении. Вероятностная и детерминированная оценки информации и упорядоченности состояний систем отражают две грани производственного процесса и потому не входят в противоречие, а взаимно дополняют друг друга и дают более полное представление о заключенной в нем объеме информации. В философском аспекте оба подхода могут быть объяснены в рамках концепции разнообразия, исходящей из свойства различия элементов множества как источника полезных сведений о них: информации об этом множестве. Вот почему эта концепция выступает общей методологической базой для аргументации как вероятностной, так и детерминированной трактовки количества информации и степени порядка в производственном процессе. При этом примечательно то, что для производственной системы соблюдается принцип достаточности, который устанавливает постоянство совокупной величины упорядоченности и неупорядоченности ее состояний и имеет аналогию с негэнтропийным принципом информации в кибернетике.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Колмогоров А.Н.* Теория информации и теория алгоритмов. — М.: Наука, 1987. — 304 с.
2. *Харкевич А.А.* Теория информации. Опознание образов: избр. тр.: в 3 т. — М.: Наука, 1973. — Т. 3. — 524 с.
3. *Хакен Г.* Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам: пер. с англ. — 2-е изд., доп. — М.: КомКнига, 2005. — 248 с.
4. *Анохин П.К.* Философские аспекты теории функциональной системы: избр. тр. — М.: Наука, 1978. — 400 с.
5. *Вальтух К.К.* Информационная теория стоимости. — Новосибирск: Наука, 1996. — 413 с.
6. *Глушков В.М.* Кибернетика. Вопросы теории и практики. — М.: Наука, 1986. — 488 с.
7. *Проблемы* кибернетики. Некоторые итоги и проблемы философско-методологических исследований / В.В. Парин и др. — М.: Знание, 1969. — 176 с.
8. *Нейман Дж.* Теория самовоспроизводящихся автоматов: пер. с англ. — М.: Мир, 1971. — 382 с.
9. *Эшби У.Р.* Введение в кибернетику: пер. с англ. — М.: Изд-во иностр. лит., 1959. — 432 с.
10. *Чупров С.В.* Упорядоченность состояний и устойчивость поведения производственной системы (оценка, анализ, выводы) // Проблемы равновесия и устойчивости в экономических и социальных системах: сб. науч. тр. — Новосибирск: Наука, 1999. — С. 124—129.
11. *Шеннон К.* Работы по теории информации и кибернетике: пер. с англ. — М.: Изд-во иностр. лит., 1963. — 829 с.
12. *Чупров С.В.* Управление устойчивостью производственных систем: теория, методология, практика. — Иркутск: Изд-во БГУЭП, 2009. — 342 с.
13. *Бриллюэн Л.* Научная неопределенность и информация: пер. с англ.— М.: Мир, 1966. — 271 с.
14. *Глушков В.М.* О диалоговом методе решения оптимизационных задач // Кибернетика. — 1975. — № 4. — С. 2—6.
15. *Шер А.П.* Решение задачи математического программирования с линейной целевой функцией в размытых ограничениях // Автоматика и телемеханика. — 1980. — № 7. — С. 137—143.
16. *Канторович Л.В., Романовский И.В.* Оптимизационные методы в экономике: результаты, трудности, перспективы // Кибернетика. — 1977. — № 2. — С. 68—72.
17. *Жирнов В.И., Федосеев С.А., Агарков А.И.* Модель управления заказами в рамках единой информационной системы предприятия // Проблемы управления. — 2007. — № 6. — С. 57—63.


*Статья представлена к публикации руководителем РРС В.Ю. Столбовым.*

**Чупров Сергей Витальевич** — д-р эконом. наук,
уч. секретарь ун-та, Байкальский государственный университет экономики и права, г. Иркутск,
☎ (3952) 24-12-10, ✉ chuprov@isea.ru.

УДК 004.891.2

# ФОРМИРОВАНИЕ БЕСКОНФЛИКТНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ПРЕДПОСАДОЧНОГО МАНЕВРИРОВАНИЯ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ НА МАНЕВРЕННЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ САМОЛЕТА

С.Г. Баженов, Е.Л. Кулида, В.Г. Лебедев

Разработаны принципы формирования траекторий безопасного захода на посадку для системы информационной поддержки экипажа самолета. Описана система, определяющая конфликтные ситуации, формирующая предупреждения и рекомендации пилотам, чтобы избежать опасного развития летной ситуации на этапе предпосадочного маневрирования и захода на посадку. Отмечено, что разработанный подход позволяет учесть ограничения на траекторию, маневренные характеристики самолета, возможности системы управления в условиях сложного рельефа местности.

**Ключевые слова:** безопасность, рельеф местности, CFIT, область режимов полета, ограничения на траекторию, система управления, рекомендуемая траектория.

## ВВЕДЕНИЕ

Интенсивность воздушного движения, как ожидается, возрастет в три раза в ближайшие 20 лет. При ныне существующих бортовых и наземных системах это может привести к росту авиационных происшествий в такой же или даже большей степени. Несмотря на то, что летные происшествия весьма редки, в общественном сознании рост их числа считается недопустимым, и должны быть найдены решения, чтобы уменьшить или, по крайней мере, не превысить текущий уровень летных происшествий. Поскольку безопасность полетов зависит в большой степени от действий экипажа, очень важно, чтобы члены экипажа были обеспечены надежной информацией. В странах, занимающих ведущее положение в авиастроении, разрабатываются средства обеспечения экипажа всеобъемлющей качественной информацией о погоде, воздушном движении и рельефе местности.

В центре внимания находятся, в частности, основные причины летных происшествий во всем мире, а именно: потеря управления, столкновение с землей и другими неподвижными препятствиями при управляемом полете (CFIT — *controlled flight into terrain*), летные происшествия при заходе на посадку и посадке [1]. Последние катастрофы гражданских самолетов вследствие столкновения с поверхностью лишний раз подтвердили важность обеспечения безопасности полетов вблизи поверхности земли.

В качестве составной части интегрированной системы обеспечения безопасности полета нового поколения разрабатываются средства, повышающие осведомленность экипажа о рельефе местности и возможных препятствиях вдоль предполагаемого маршрута, и системы формирования рекомендаций, позволяющие экипажу избежать опасных ситуаций [2, 3]. Особое внимание уделяется трем основным факторам: плохим погодным условиям, воздушному движению и опасностям, связанным с рельефом местности. Для каждого из этих факторов разрабатываются системы, обеспечивающие лучшую осведомленность экипажа о летной ситуации, заблаговременное его предупреждение, формирование системы приоритетов, сигнализацию, улучшенный интерфейс «человек — машина» и в результате значительное снижение риска столкновения самолета с землей и препят-

ствиями. Разработка таких средств актуальна, поскольку время от времени случаются нарушения жестко регламентированных процедур и схем захода на посадку, и летчику требуются рекомендации по безопасным действиям. Данная задача становится более актуальной в связи с новыми тенденциями управления воздушным движением — отходом от жесткой детерминированности воздушных трасс и схем захода на посадку и постепенному переходу к концепции «Free Flight».

## 1. СИСТЕМА ОБЕСПЕЧЕНИЯ БЕЗОПАСНОГО ЗАХОДА НА ПОСАДКУ

Система формирования рекомендаций для обеспечения безопасного предпосадочного маневрирования, т. е. входа из произвольного исходного положения в точки стандартного захода на посадку (STAR — Standard Terminal Arrival Route), должна обеспечивать интегрированное представление о летной ситуации и давать рекомендации пилотам, чтобы избежать столкновения с землей при управляемом полете. При выработке рекомендаций решаются две основные задачи: автоматическая генерация траекторий с облетом препятствий и оценка реализуемости этих траекторий.

Рассматриваются два сценария возникновения конфликта траектории с рельефом местности:

— высота полета меньше, чем высота рельефа плюс порог безопасности;

— снижение скорости полета вдоль траектории ниже минимально допустимого значения.

Реализуемость траекторий оценивается с помощью математического моделирования: траектория не должна иметь конфликтов с современными и перспективными системами ограничения предельных параметров режимов полета во избежание потери управления. Траектории, которые могут быть реализованы, сортируются в соответствии с приоритетом по безопасности и представляются пилоту.

## 2. ГЕНЕРАЦИЯ НАБОРА ТРАЕКТОРИЙ

На этапе построения траектории самолет рассматривается как материальная точка, движущаяся в пространстве. Решается задача формирования с учетом рельефа местности набора траекторий его движения из заданного начального положения (заданы координаты самолета в пространстве и вектор скорости движения) в точки стандартного захода на посадку. Рельеф местности задается в виде матрицы высот для точек прямоугольного района

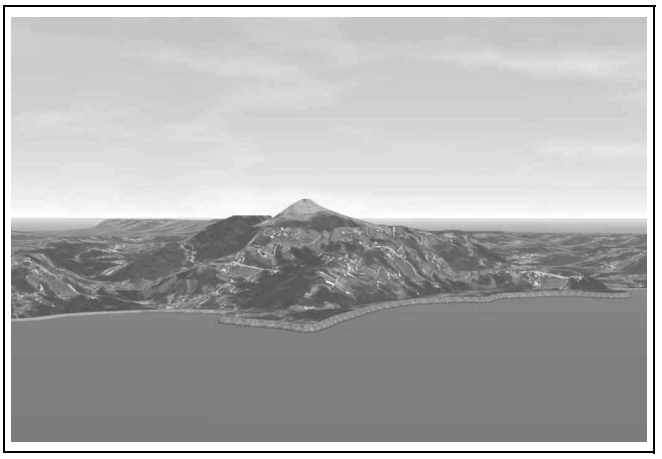


**Рис. 1. Пример рельефа местности в районе полетов**

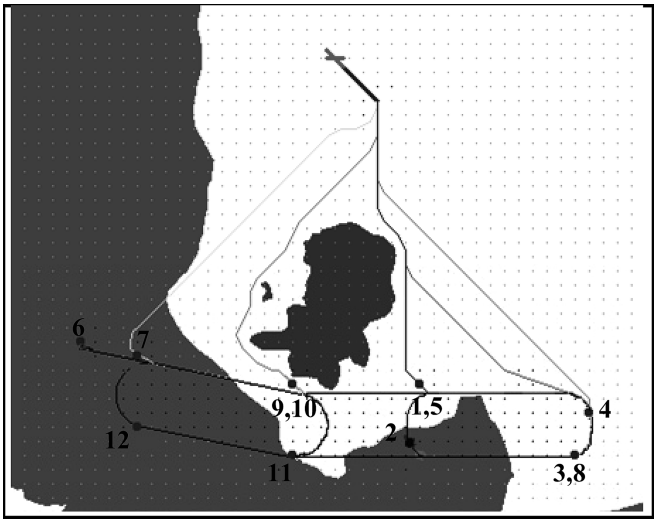



**Рис. 2. Траектория, сгенерированная на равномерной сетке**

маневрирования. Далее в статье приводятся примеры для рельефа, представленного на рис. 1.

На рис. 2 отображена горизонтальная плоскость (на высоте 408 м) для рельефа, представленного на рис. 1. Темным цветом выделена зона, где полет на высоте 408 м невозможен вследствие высоты рельефа. Кроме того, формируемые траектории не должны пересекать границу зоны посадки, выделенной на рисунке черной линией. Кружками отмечены 12 точек стандартной схемы захода на посадку, точки *1* и *5*, *9* и *10*, *3* и *8* на рис. 2 совпадают, но соответствуют разным состояниям самолета.

Предположим, что границы препятствий кусочно-линейные. *Кратчайшей траекторией с обходом препятствий* назовем траекторию минимальной длины из начальной точки в конечную, которая может проходить по границам препятствий, но не пересекает их.

Задача формирования кратчайшей траектории движения с обходом препятствий может быть решена на основе поиска кратчайшего пути в графе, например, с помощью известного алгоритма Дейкстры [4]. Для применения этого алгоритма необходимо построить граф, из множества путей которого выбирается искомая траектория.

Один из подходов заключается в построении графа в виде сетки: за вершины графа принимаются точки, равномерно расположенные в районе маневрирования (см. рис. 2). Множество вершин разбивается на *допустимые* вершины, через которые пролет возможен, и *недопустимые*, через которые пролет невозможен из-за рельефа местности (с учетом высоты полета $H$ и минимального расстояния $h$ от траектории до рельефа). Недопустимые вершины из рассмотрения исключаются. Будем называть *соседними* для вершины восемь вершин, расположенных вокруг нее. *Равномерной сеткой* назовем такой граф, вершины которого равномерно покрывают район движения, и все соседние вершины связаны ребрами.

Для того чтобы из пути, построенного на равномерной сетке и содержащего много изломов (см. рис. 2), получить искомую траекторию движения, необходимо применить алгоритмы сглаживания. Например, построить граф, вершинами которого являются все вершины, входящие в построенный путь, все пары вершин соединить ребрами, и в полученном графе построить кратчайший путь из начальной вершины в конечную. Однако полученное решение будет приближенным, поскольку вершины равномерной сетки могут не совпадать с точками изломов искомой кратчайшей траектории. Кроме того, в равномерной сетке содержится много «лишних» вершин и ребер, которые не нужны для построения искомой траектории, но увеличивают время вычислений при поиске кратчайшего пути.

Избежать этих недостатков позволяет другой алгоритм построения графа с учетом рельефа местности. Лежащая в его основе идея демонстрируется на рис. 3 и 4, где показаны начальная и конечная точки траектории и препятствия.

**Утверждение 1.** *Все точки излома кратчайшей траектории с обходом препятствий совпадают с точками излома границ препятствий.*

Доказательство этого утверждения может быть получено методом математической индукции по числу препятствий.

База индукции: в случае одного препятствия утверждение следует из того, что кратчайшим расстоянием между двумя точками является длина соединяющего эти точки отрезка прямой, и неравенства треугольника (см. рис. 3).

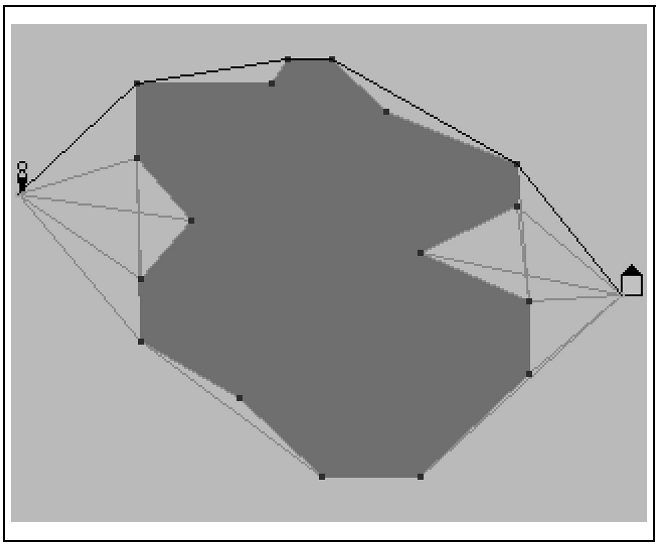


**Рис. 3. Путь с обходом одного препятствия**

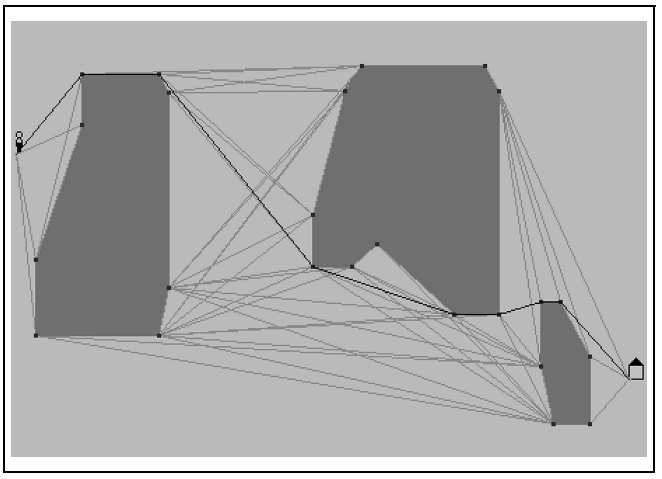


**Рис. 4. Построение графа с учетом препятствий**

Предположим, что утверждение справедливо, если препятствий меньше $n$ (см. рис. 4).

Если появляется $n$-е препятствие, возможны два случая:

— кратчайшая траектория не имеет общих точек с границей нового препятствия, и утверждение выполняется по предположению индукции;

— кратчайшая траектория имеет общие точки с границей нового препятствия. В этом случае можно отдельно выделить участки траектории, имеющие общие точки с границей нового препятствия. Для других участков утверждение выполняется по индуктивному предположению. Для выделенных участков утверждение также выполняется и, следовательно, оно выполняется для всей кратчайшей траектории. ♦

Это утверждение позволяет существенно сократить число вершин графа, поскольку мы можем рассматривать граф, вершинами которого служат только точки излома границ препятствий, а также начальная и конечные точки траектории.

Две вершины графа назовем *видимыми* одна из другой, если отрезок, соединяющий эти вершины, не пересекает препятствия. Для определения, являются ли вершины видимыми одна из другой, проверяется, пересекается ли отрезок, соединяющий вершины, хотя бы с одним из отрезков границ препятствий.

**Утверждение 2.** *Если множество вершин графа содержит точки излома границ препятствий, начальную и конечную точки, и все пары видимых вершин соединены ребрами, то кратчайшая траектория с обходом препятствий из начальной точки в конечную принадлежит множеству путей этого графа.* ♦

Это утверждение следует из утверждения 1 и факта, что все пары видимых вершин соединены ребрами.

Из утверждения 2 следует, что кратчайший путь из начальной вершины в конечную в указанном графе является искомой кратчайшей траекторией с обходом препятствий.

## 3. АЛГОРИТМ ГЕНЕРАЦИИ ТРАЕКТОРИЙ

*Шаг 1. Формирование кусочно-линейных границ препятствий.* Строится равномерная сетка вершин. Расстояние между вершинами целесообразно выбрать не менее минимального радиуса разворота $R$, зависящего от скорости самолета $V$: $R = V^2/g\,\mathrm{tg}\gamma_{max}$, где $g$ — ускорение свободного падения, $\gamma_{max}$ — максимальный допустимый угол крена. Это позволит гарантировать возможность облета препятствия по границе.

Назовем вершину *граничной*, если среди ее соседних вершин есть как допустимые вершины, так и недопустимые. Соединив ребрами соседние граничные вершины, получим границы препятствий.

*Шаг 2. Сглаживание границ препятствий.* Границы препятствия, автоматически сформированные на шаге 1, могут содержать множество изломов. Для сглаживания границ можно воспользоваться алгоритмом поиска кратчайшего пути в графе. Рассмотрим граф, образованный всеми вершинами, сформированными на границе препятствия на шаге 1. Все пары видимых вершин в этом графе соединим ребрами. В полученном графе построим кратчайший путь для облета вокруг препятствия (рис. 5).

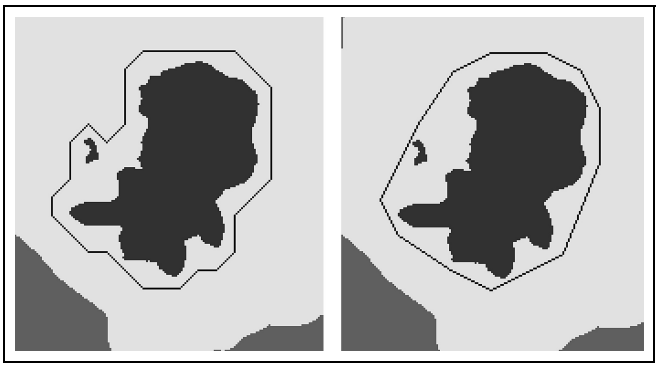


**Рис. 5. Сглаживание границы вокруг препятствия**

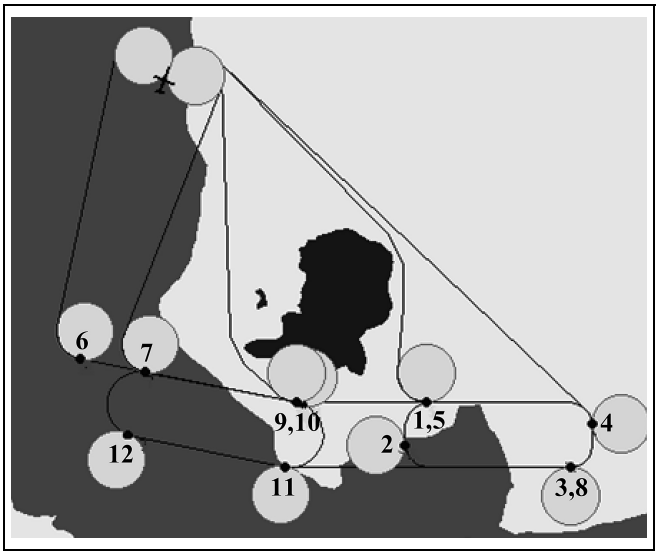



**Рис. 6. Пример генерации траекторий**

В множество вершин графа включим все точки изломов сглаженных границ вокруг препятствий, образованных рельефом.

*Шаг 3. Учет дополнительных препятствий.* Траектории (следовательно, дуги графа) не должны пересекать зону посадки.

*Шаг 4. Учет маневренных возможностей самолета.* При построении графа учитывается, что в начальной и конечной точках зона, недоступная для полета, представляется окружностями радиуса $R$, касающимися вектора направления движения (рис. 6). Для обеспечения выполнения разворота на нужный курс в начале и конце траектории в граф вводятся дополнительные вершины на этих окружностях в точках:

— касания окружности и касательных к ней, проведенных из вершин, лежащих на границах препятствий, если эти касательные не пересекают препятствий;

— касания общих касательных двух окружностей (в начале и конце траектории), если эти касательные не пересекают препятствий.

*Шаг 5. Формирование ребер графа* (см. рис. 4). Соединяются ребрами все пары видимых вершин.

В результате добавляются ребра, соединяющие:

— начальную вершину со всеми видимыми из нее вершинами;

— каждую из конечных вершин со всеми видимыми из нее вершинами;

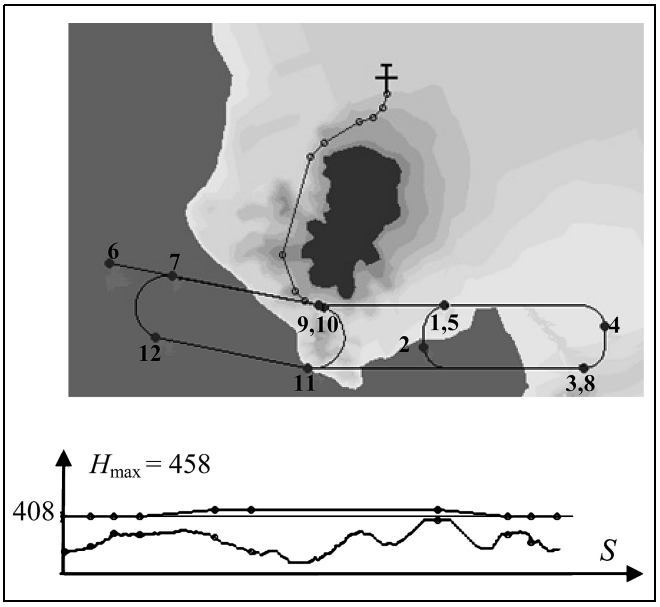



**Рис. 7. Траектория и график высоты полета ($H_{max}$ = 458 м)**

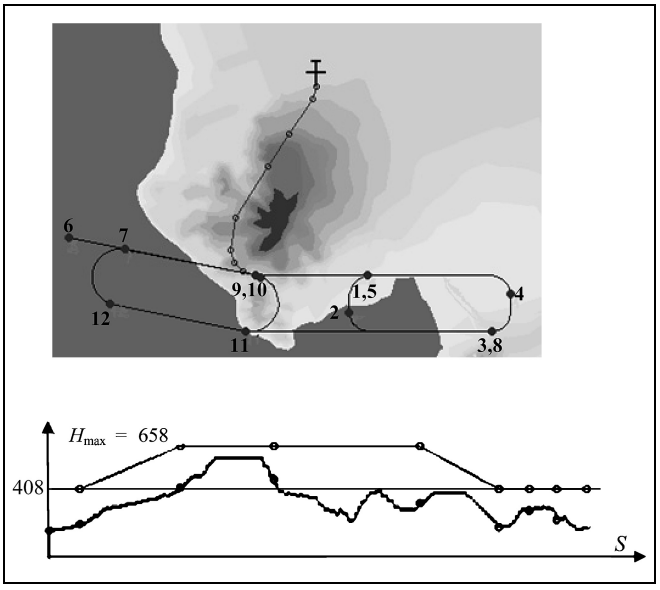



**Рис. 8. Траектория и график высоты полета ($H_{max}$ = 658 м)**

— все пары видимых вершин разных препятствий.

*Шаг 6. Построение траекторий.* Поиск кратчайших путей из начальной вершины в конечные в построенном графе (см. рис. 6). ♦

Представленный алгоритм применим для построения траекторий с облетом препятствий путем набора высоты. В этом случае на шаге 1 алгоритма границы препятствий строятся на выбранной высоте. На рис. 7 и 8 представлен результат работы алгоритма для построения траектории в точку *9* с максимальной высотой $H_{max}$ полета 458 и 658 м соответственно; показаны вид траектории в горизонтальной плоскости на фоне рельефа на указанной высоте и график высоты полета над рельефом в плоскости полета.

## 4. ОЦЕНКА РЕАЛИЗУЕМОСТИ ТРАЕКТОРИЙ

Для оценки реализуемости траекторий используется математическая модель самолета.

Вычисляются основные параметры полета вдоль анализируемой траектории: нормальная перегрузка, углы крена, тангажа и наклона траектории, углы атаки и скольжения, приборная и истинная скорости, число Маха, тяга, барометрическая высота [5]. По этим параметрам можно судить, в какой области — нормальной, эксплуатационной или предельной [6] — реализуется данная траектория. Если параметры полета вдоль траектории выходят за предельную область, траектория считается нереализуемой. Траектория, соответствующая нормальной области, более предпочтительна по сравнению с траекториями из эксплуатационной и, тем более, предельной областей.

Вычисляются основные параметры системы управления вдоль анализируемой траектории: отклонения органов управления и соответствующие шарнирные моменты, предельные параметры полета, допускаемые системой ограничений, располагаемые перегрузки и угловые скорости [7]. Если расходы рулей или шарнирные моменты превышают допустимые значения либо параметры траектории превышают значения, разрешенные системой ограничений, либо отсутствуют запасы по управляемости, то траектория считается нереализуемой.

Реализуемые траектории анализируются в смысле их возможной конфликтности с погодными факторами и воздушным движением. Наиболее приемлемая, свободная от конфликтов траектория предлагается пилоту для отработки. Информация по этой траектории представляется в соответствующем формате на навигационном дисплее.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная статья посвящена построению набора траекторий предпосадочного маневрирования в условиях сложного рельефа местности. За ее рамками остались вопросы многокритериального ранжирования траекторий по следующим критериям:

— область режимов полета (нормальная → эксплуатационная → предельная);

— близость к границе области;

— безопасность (близость к поверхности);

— сложность траектории (число и интенсивность управляющих воздействий).

Полученные результаты предназначены для использования в системе информационной поддержки экипажа самолета, функции которой состоят в:

— оценке летной ситуации и ее опасности в смысле возможности столкновения с землей, конфликтов с участниками воздушного движения и попадания в неблагоприятные атмосферные условия;

— ранжировании обнаруженных опасностей;

— определении путей разрешения зафиксированных конфликтов и определении наиболее подходящего решения;

— формировании рекомендаций экипажу по безопасным действиям в соответствии с проведенным анализом.

Отработка системы проводилась на стенде ЦАГИ. Моделировались полеты в гористой местности около морского побережья.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Шумилов И.С.* Авиационные происшествия. Причины возникновения и возможности предотвращения. — М.: МГТУ, 2006. — 384 с.
2. *Баженов С.Г.* Интеллектуальная система формирования и оценки траекторий самолета на этапе предпосадочного маневрирования // Искусственный интеллект. — 2005. — № 4. — С. 65—73.
3. *Лебедев В.Г.* Система-ассистент экипажа перспективного летательного аппарата // Тр. ИПУ РАН. — М., 2005. — Т. 26. — С. 39—46.
4. *Алгоритмы*: построение и анализ / Т.Х. Кормен и др. — М.: «Вильямс», 2006.
5. *Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В.* Динамика продольного и бокового движения самолета. — М.: Машиностроение, 1979.
6. *Advisory* Circular 25-7A. Flight Test Guide for Certification of Transport Category Airplanes, FAA, 1998.
7. *Аэродинамика* и динамика полета магистральных самолетов // Под ред. Г.С. Бюшгенса. — М.; Пекин: Авиаиздательство КНР, 1995.


*Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым.*

**Баженов Сергей Георгиевич** — канд. техн. наук, нач. отдела, Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, г. Жуковский, ☎ (495) 556-31-04, ✉ flight15@tsagi.ru,

**Кулида Елена Львовна** — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-92-49, ✉ lenak@ipu.ru,

**Лебедев Валентин Григорьевич** — д-р техн. наук, ученый секретарь, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-92-31, ✉ lebedev@ipu.ru.


# VI Международная конференция «Управление развитием крупномасштабных систем» MLSD'2012

**1—3 октября 2012 г.**

**Направления работы конференции**

- Проблемы управления развитием крупномасштабных систем, включая ТНК, госхолдинги и госкорпорации
- Методы и инструментальные средства управления инвестиционными проектами и программами
- Имитация и оптимизация в задачах управления развитием крупномасштабных систем
- Управление топливно-энергетическими, экономическими и другими системами
- Управление транспортными системами
- Управление развитием крупномасштабных технических комплексов и систем в отраслях народного хозяйства
- Управление региональными, городскими, муниципальными системами
- Управление объектами атомной энергетики и другими объектами повышенной опасности
- Информационное и программное обеспечение систем управления крупномасштабными производствами
- Мониторинг в задачах управления крупномасштабными системами

**Регистрация участников на сайте http://mlsd.ipu.ru/2012/**

**Справки: ✉ kuzn@ipu.ru, ☎ (495) 334-93-39, (495) 334-90-50**

# ВЛАДИМИР ВАСИЛЬЕВИЧ КУЛЬБА (к 75-летию со дня рождения и 50-летию работы в ИПУ РАН)

17 апреля 2012 года исполняется 75 лет известному ученому в области теории управления и проектирования автоматизированных информационно-управляющих систем (АИУС), создателю теории синтеза оптимальных модульных систем обработки данных, заслуженному деятелю науки Российской Федерации, заслуженному профессору Российского государственного гуманитарного университета, доктору технических наук, профессору Владимиру Васильевичу Кульбе.

В.В. Кульба работает в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН с 1962 года. В 1982 году он защитил докторскую диссертацию, в 1990 году ему присвоено ученое звание профессора, с 1992 года возглавляет лабораторию модульных информационно-управляющих систем.

Под его руководством разработаны основы теории и принципы построения оптимальных модульных систем обработки данных, методы анализа сложных систем управления, методы обеспечения достоверности при обработке данных, методы резервирования программных модулей и информационных массивов, теоретические основы обеспечения информационной безопасности систем организационного управления, методы автоматизированного проектирования программного и информационного обеспечения информационно-управляющих систем реального времени и систем с открытой архитектурой. Эти работы составили основу развиваемого в настоящее время рядом институтов нового научного направления, связанного с решением проблем анализа и синтеза модульных распределенных технических и организационных систем управления. Разработанные методы применены для решения ряда актуальных задач синтеза структуры программного обеспечения АИУС «жесткого» реального времени (РВ), АИУС с открытой архитектурой, структуры специального информационного обеспечения АИУС РВ, получивших многочисленные внедрения, в частности, в процессе разработки структуры программного обеспечения сложных организационных и технических систем.

Созданный и развитый В.В. Кульбой прикладной математический аппарат моделирования и управления развитием социально-экономических систем и систем специального назначения получил широкое признание научной общественности и внедрение в органах федерального уровня (Совет Безопасности РФ, Генеральный штаб ВС РФ, Академия Генерального штаба). Он излагается в базовых учебниках высшей школы по исследованию систем управления, организационному управлению и моделированию социально-экономических процессов, читается как лекционный курс в ведущих вузах страны.

В.В. Кульбой получены фундаментальные результаты в области разработки теоретических основ информационной безопасности систем орга-

низационного управления, включая разработку методов и средств информационного управления, управления риском, управления в чрезвычайных ситуациях. За цикл работ в области информационной безопасности, информационного управления и проектирования информационно-управляющих систем космических аппаратов В.В. Кульба Президиумом РАН был удостоен премии им. Б.Н. Петрова.

Наряду с созданной в 1980-х гг. В.В. Кульбой мировой научной школой в области анализа и синтеза оптимальных модульных АИУС общего характера, с открытой архитектурой и реального времени, в последние годы сложилась новая научная школа, ориентированная на сценарные исследования устойчивости и безопасного функционирования и развития социально-экономических и технических систем.

Работы В.В. Кульбы по данным направлениям опубликованы в ведущих научных журналах и монографиях в издательствах «Наука», «Физматлит», «Высшая школа», «Машиностроение». В целом, им опубликовано более 500 научных работ, из них более 50 монографий и учебных пособий. Среди его учеников 15 докторов и 45 кандидатов наук.

В.В. Кульба активно участвует в научно-организационной деятельности Института в качестве председателя секции «Автоматизированные системы организационного управления и обработки данных» Ученого совета Института, члена редколлегий журналов «Автоматика и телемеханика», «Проблемы управления» и «Вестник РГГУ», члена диссертационных советов Института и РГГУ. Вот уже почти 20 лет под его руководством ежегодно проходит международная конференция «Проблемы управления безопасностью сложных систем», а в совокупности им проведено более шестидесяти конференций.

Много лет В.В. Кульба успешно совмещает свою научную деятельность с педагогической деятельностью по подготовке научных и инженерных кадров, будучи заведующим кафедрой «Моделирование в экономике и управлении» Российского государственного гуманитарного университета.

В.В. Кульба — действительный член Российской академии естественных наук и Международной академии информатизации.

Беззаветно преданный лучшим традициям Института проблем управления, Владимир Васильевич продолжает активно содействовать их сохранению и развитию и в нынешнее непростое время, отдавая накопленный опыт и знания новым кадрам науки управления.

***Дорогой Владимир Васильевич! Поздравляем Вас с юбилеем и желаем здоровья на многие годы! Творческих Вам успехов!***

*Сотрудники Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН*
*Редакционная коллегия*
*Редакция*


## XX Международная научная конференция
## «Проблемы управления безопасностью сложных систем»

Конференция состоится 19 декабря 2012 г., в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. Организаторами конференции, помимо ИПУ РАН, традиционно выступают Российский государственный гуманитарный университет, Институт прикладной математики РАН и МЧС Российской Федерации.

Направления работы конференции: общетеоретические и методологические вопросы обеспечения безопасности; проблемы обеспечения экономической и социально-политической безопасности; проблемы обеспечения информационной безопасности; экологическая и техногенная безопасность; методы моделирования и принятия решений при управлении безопасностью сложных систем; автоматизированные системы и средства обеспечения безопасности сложных систем; правовые вопросы обеспечения безопасности сложных систем.

Конференция проводится ежегодно, и нынешняя — юбилейная, двадцатая по счету. Каждый раз она собирает широкий круг (более 200) ученых и специалистов, занимающихся научными, прикладными и практическими проблемами управления безопасностью сложных систем. Заинтересованное обсуждение и публикация материалов конференций способствуют скорейшему решению проблем и задач эффективного управления безопасностью технических, организационных и социально-экономических систем благодаря формализации, автоматизации и повышению эффективности процессов подготовки и принятия управленческих решений на различных уровнях государственного, регионального и внутрифирменного управления.

**Оргкомитет: ☎ (495) 334-89-59, ✉ conf20@ipu.ru**

УДК 614.8;502.5

# XIX МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТЬЮ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ»

В декабре 2011 г. в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН состоялась XIX Международная научная конференция «Проблемы управления безопасностью сложных систем». Организаторами конференции, помимо Института проблем управления, выступили Российский государственный гуманитарный университет, Институт прикладной математики РАН и Министерство по чрезвычайным ситуациям Российской Федерации. В конференции приняли участие 207 авторов из России и ряда зарубежных стран, приславших 129 докладов.

Работа конференции велась по следующим секциям:

- общетеоретические и методологические вопросы обеспечения безопасности;
- проблемы обеспечения экономической и социально-политической безопасности;
- проблемы обеспечения информационной безопасности;
- экологическая и техногенная безопасность;
- методы моделирования и принятия решений при управлении безопасностью сложных систем;
- автоматизированные системы и средства обеспечения безопасности сложных систем;
- правовые вопросы обеспечения безопасности сложных систем.

Обсуждению научных, организационных, технологических перспектив развития методологии и технологий управления безопасным развитием современного общества посвящен доклад *Г.Г. Малинецкого, В.В. Кульбы, Т.С. Ахромеевой, Н.А. Митина, С.А. Посашкова* «Когнитивные центры — новый инструмент проектирования будущего и управления безопасностью сложных систем». На основе результатов многостороннего анализа процессов развития сферы научных знаний утверждается, что основным условием успешного решения текущих и перспективных проблем развития общества в XXI в. станет преодоление так называемого когнитивного барьера, связанного с необходимостью качественного скачка в развитии комплекса отраслей знаний на стыке гуманитарных, телекоммуникационных, информационных, компьютерных и управленческих технологий. В этой связи авторы детально обосновывают объективную необходимость интенсивного развития так называемой «когнитивной отрасли промышленности» (терминология авторов), масштабы которой в перспективе должны стать сравнимыми с компьютерной индустрией, что позволит преодолеть указанный барьер. Сущность когнитивных технологий раскрывается в докладе как совокупность способов и алгоритмов достижения целей субъектов, опирающихся на данные о процессах познания, обучения, коммуникации, обработки информации человеком, представления нейронауки, теорию самоорганизации, компьютерные информационные технологии, математическое моделирование элементов сознания, а также ряд других научных направлений, еще недавно относившихся к сфере фундаментальной науки. В кризисный период экономического развития основной задачей когнитивных технологий должна быть помощь человеку (лицу, принимающему решения) в постановке и разработке методов решения слабо формализованных, в том числе творческих задач, что должно привести к росту эффективности процессов подготовки и принятия управленческих решений на различных уровнях.

Доклад *В.Л. Шульца, В.В. Кульбы, А.Б. Шелкова, И.В. Чернова* «Сценарный анализ эффективности управления информационной поддержкой государственной политики России в Арктике» продолжает цикл публикаций авторского коллектива под руководством чл.-корр. РАН В.Л. Шульца, посвященных проблемам освоения Арктического сектора Российской Федерации. Основное внимание в работе уделено проблемам повышения эффективности процессов планирования и управления информационной поддержкой государственной политики России в Арктике. В докладе приведены результаты сценарного исследования мультигра-

фовых моделей информационного противостояния геополитических противников России, которые показали, что для успешного ведения длительных информационных кампаний в целях отстаивания стратегических приоритетов и экономических интересов страны на международной арене необходимо создание специализированных управленческих структур с соответствующими полномочиями и различными типами структурно-технологических резервов, обеспечивающих эффективную координацию деятельности различных субъектов информационного воздействия.

Работа *В.В. Цыганова* «Социально-экономический застой Запада и глобальная безопасность» посвящена анализу наиболее актуальных на сегодня негативных тенденций в развитии мировой экономики. Как справедливо отмечает автор, одной из структурных причин, возникших в конце прошлого века кризисных явлений, является возникшая после распада СССР глобальная олигархическая (имперская) финансовая система, возглавляемая глобальным центром капитала и включающая в себя международные организации, такие как Международный валютный фонд, Всемирный банк, международные рейтинговые агентства и др. В работе особо подчеркивается, что проповедуемая глобальной олигархией идеология потребления неэффективна в случае достижения пределов роста, поскольку приводит к массовой депрессии и недовольству широких слоев населения. Вследствие этого неэффективность данной идеологии неизбежно приводит к перманентным волнениям и, в конечном счете, к краху самой имперской системы и ее подсистем, характерным примером одного из потенциальных проявлений которого служит возможный распад Европейского Союза, различные сценарии которого в настоящее время широко обсуждаются в СМИ.

Для обеспечения глобальной безопасности в условиях все более очевидного краха идеологии общества потребления, подчеркивается в докладе, необходимы эффективные методы и механизмы адаптации к изменениям, для разработки которых должны быть исследованы адекватные современным реальностям модели человека как объекта управления в условиях динамики и неопределенности. На основе результатов данных исследований необходимо создать адаптивные механизмы самоуправления, направленные на повышение качества жизни граждан, наполнение ее смыслом. Эти механизмы должны быть положены в основу высоких гуманитарных технологий, призванных согласовывать интересы личности и общества в условиях перемен, делать жизнь людей более гармоничной.

Становящимся все более актуальными проблемам прогнозирования климатических изменений и выработки управленческих решений по противодействию негативным явлениям в развитии природной среды посвящена работа *В.Б. Бриткова, В.А. Геловани* «Системный анализ большого числа моделей управления безопасностью сложных систем». Как отмечается в докладе, бурное развитие современных информационных технологий приводит как к существенному росту объема информационных ресурсов, так и увеличению числа разнообразных компьютерных моделей управления сложными системами, оценка эффективности которых необходима в процессе планирования и управления. Для анализа моделей и принятия решений в работе предлагается подход, названный авторами «Новая парадигма системного анализа», заключающийся в системном анализе множества моделей в некоторой предметной области. Подобный анализ (в докладе он изложен применительно к решению задачи анализа моделей климата) необходим для выявления многофакторных условий, определяющих границы структурно-функциональных изменений сложных пространственно-географических структур, и определения условий стабильного развития исследуемых систем в нужном направлении. Главная цель при этом заключается в нахождении системной модели прогнозирования климата и разработке альтернативных сценариев его изменения в зависимости от нескольких экзогенных параметров, таких как хозяйственная деятельность человека, изменение солнечной активности и др.

Одна из отличительных особенностей настоящей конференции состоит в достаточно большом числе работ, посвященных комплексу вопросов обеспечения экономической безопасности, что, очевидно, связано со все более острым проявлением различных проблем как в мировой экономической системе, так и в национальных экономиках стран с различным уровнем развития.

Большой интерес вызвал доклад *Н.И. Комкова, И.М. Ягудина.* «Перспективы инновационной индустриализации экономики России», в котором обосновывается необходимость и неизбежность отказа от доминирования в экономике России ресурсно-экспортной стратегии. Среди наиболее существенных причин необходимости отказа от такой стратегии авторы указывают на ее непрогрессивность (длительная поддержка данной стратегии ведет к подавлению других секторов экономики и в конечном итоге ее технологической деградации

в целом); ограниченность во времени (добыча легко доступных природных ресурсов может стать невозможной к 2020 г., что приведет к снижению экспорта углеводородов); содействие доминирования данной стратегии росту коррупции и малообоснованному перетоку финансовых средств в сферу конечного потребления, а не в переработку и обрабатывающие отрасли.

В докладе приведены результаты проведенных исследований в рамках Программы Президиума РАН «Научно-технологический прогноз развития экономики России», которые показали, что для поддержки инновационной индустриализации промышленности России необходимо согласовывать экспорт ресурсов с их внутренним потреблением так, чтобы отношение экспорта к внутреннему потреблению для ресурсодобычи составляло 1:3, для переработки 1:2, а для обрабатывающей промышленности 1:1. Таким образом, делают вывод авторы, из 4-х абстрактных единиц добываемых ресурсов 3 единицы должны оставаться в отечественной экономике, 2 единицы из трех переработанных ресурсов должны потребляться внутри страны, а для обрабатывающих отраслей — половина созданной продукции должна экспортироваться. По мнению авторов, организационной основой создания новых производств, отраслей и подотраслей могут быть современные создаваемые с участием или под контролем государства мощные холдинги (а не существующие министерства и ведомства). Их усилия должны быть направлены на создание на основе импорта новых технологий инновационно-технологических кластеров, имеющих достаточный потенциал для обслуживания и последующего развития новых производств.

Среди представленных докладов, в которых проблемы обеспечения экономической безопасности рассматриваются на общегосударственном уровне, можно выделить работы *В.А. Сердюковой* «Основы модернизации экономики России в краткосрочном периоде»; *Г.Г. Балаяна, Н.П. Иващенко, В.С. Романцова* «Методический подход к анализу реализуемости и эффективности прогнозов научно-технологического развития»; *Н.Н. Тренева* «Использование процессов самоорганизации в обеспечении экономической безопасности государства»; *Н.Н. Бондаревой, Н.И. Комкова, Г.К. Кулакина* «Перспективы инновационной индустриализации экономики России»; *М.И. Черновой* «Проблемы валютной интеграции стран Европы и Таможенного союза и анализ влияния макроэкономических факторов»; *Н.В. Локтюхиной* «Проблемы предупреждения и минимизации кризисных явлений в экономике и социально-трудовой сфере»; *Ю.Н. Кусакиной* «Проблемы института технологической безопасности и модернизация российской экономики»; *Р.А. Кочкарова* «Сбалансированная система показателей целевой программы»; *Н.П. Арзамасовой, А.А. Лазарева, Я.В. Марковой* «Оценка целесообразных затрат на инновации и модернизацию предприятий»; *С.Н. Сидоренко, М.М. Дзыбова, В.В. Попадейкина, Д.В. Акатьева, Т.М. Зиминой* «О мониторинге качества жизни»; *М.М. Дзыбова, В.П. Авдотьина, Н.Н. Денисенковой, А.А. Попова, А.Л. Федорова* «О социально-экономическом мониторинге»; *М.В. Кротовой* «Новые проблемы формирования инновационных стратегий Российских нефтяных компаний».

Достаточно большое число работ посвящено обеспечению экономической безопасности на региональном уровне и уровне отдельных экономических субъектов, среди которых можно отметить следующие работы: *Г.В. Горелова, М.Д. Розин, В.Н. Рябцев, С.Я. Сущий* «Когнитивное моделирование в исследовании проблем безопасного и устойчивого развития регионов Юга России»; *В.В. Кафидов* «Принципы антикризисного развития городов»; *В.В. Куценко, А.В. Мусаев, Л.В. Морозов, С.С. Грознов, М.Ю. Кушнир* «О некоторых проблемах качества жизни населения»; *Е.В. Сердюкова, В.А. Сердюков* «Северокавказские республики РФ — финансовое состояние»; *М.А. Омурбеков* «Управление стратегическим развитием Кыргызстана: стратегии развития регионов»; *Р.Б. Деккушев* «Регулирование воспроизводства человеческого капитала и рынок труда в Республике Карачаево-Черкессия»; *О.А. Шулигина* «Сравнительный анализ сценариев развития Вологодской области»; *А.И. Портнягин, В.В. Безпалов* «Стратегический подход к реструктуризации системы управления промышленным предприятием как фактор повышения его устойчивого развития»; *О.Н. Белова* «Способы оценки и управления коммерческим риском».

Проблемам обеспечения экологической безопасности посвящены работы *В.С. Кретова, Б.А. Микушева* «Управление знаниями в международном ситуационном центре экологического мониторинга»; *Р.Е. Торгашева* «Проблемы обеспечения управлением экологической безопасности хранения и уничтожения химического оружия в системе правового регулирования»; *Н.П. Карпенко, Д.А. Манукьяна* «Системный подход при оценке геоэкологических рисков и экологической безопасности функционирования техноприродных систем»; *В.Ю. Волкова, В.В. Батышкиной* «Адаптация принципа Парето для применения в интеллектуальной системе экологического менеджмента»; *Б.А. Мав-*

*лянкариева, А.Ю. Пена* «Минимизация кризисных ситуаций на топливораздаточных объектах с использованием принципов теории игр»; *А.А. Решетова, В.Е. Шатерникова* «Методы управления безопасностью энергомеханического оборудования газотранспортных систем».

Традиционно большой интерес участники Конференции проявляют к проблемам обеспечения техногенной безопасности и управления ликвидацией последствий чрезвычайных ситуаций, о чем свидетельствует большое число разнообразных по тематике докладов.

Несомненно актуальная в свете недавней трагедии на Саяно-Шушенской ГЭС проблема рассматривается в работе *В.К. Мусаева, Р.Ф. Ганиева, Р.И. Нигматулина, Т.С. Сущева, С.В. Акатьева* «О прогнозировании последствий чрезвычайных ситуаций на гидротехнических сооружениях». Как указано в докладе, в настоящее время в России построено и находится в эксплуатации свыше трех тысяч водохранилищ с соответствующими гидротехническими сооружениями. В отличие от промышленных сооружений, ущерб от аварий которых во многих случаях оценивается стоимостью восстановления разрушенных частей самого сооружения, ущерб от аварии подпорного гидросооружения обычно во много раз превосходит его стоимость. Это объяснятся тем, что помимо человеческих жертв, разрушаются и другие сооружения на реке и ее берегах, парализуется деятельность предприятий целых районов, базировавшихся на данном гидросооружении, восстановление же последнего требует обычно нескольких лет. В этих условиях, по мнению авторов, необходимо усиление внимания к формированию «Декларации безопасности гидротехнических сооружений», являющейся в соответствии с действующим законодательством основным документом, содержащим сведения об их соответствии критериям безопасности. В основе Декларации должны лежать альтернативные сценарии возможных аварий и карты последствий разрушения гидротехнических сооружений, а также рекомендации по оповещению и спасению людей, что служит основой для организации контроля за соблюдением мер безопасности, оценки достаточности и эффективности мероприятий по предупреждению и ликвидации чрезвычайных ситуаций.

Большой интерес вызвала работа *Ф.М. Дедученко, А.Б. Кульчицкого, А.К. Арабского* «Объектно ориентируемые методы и средства обеспечения безопасной эксплуатации территориально распределенных динамически взаимодействующих объектов нефтегазовых промыслов». В докладе изложена концепция и основные принципы функционирования созданной на ее основе территориально распределяемой системы диагностирования функционального и технического состояний объектов промысла в стационарном и мобильном вариантах исполнения с реализованным принципом групповой синхронизации измеряемых параметров распределенных объектов и централизацией информационных потоков. Как утверждают авторы, высокая эффективность системы связана с отказом от общепринятого принципа универсализации процедур диагностирования и введением важного потребительского качества систем рассматриваемого класса — объектной ориентируемости. Последнее предопределяет обязательную глубокую локальную (к каждому конкретному объекту) и системную (в целом ко всем объектам промысла с учетом их динамического взаимодействия) регламентную динамическую адаптацию системы. По мнению авторов, создаваемая система диагностирования и аварийной защиты территориально распределенного динамически взаимодействующего оборудования может стать реальным прототипом комплекса программно-аппаратных средств обеспечения управляемой безопасности практически любых многокомпонентных промышленных объектов.

Различным теоретическим и методологическим подходам к решению широкого круга проблем обеспечения техногенной безопасности, а также подготовки и принятия решений и управлению рисками посвящена достаточно широкая группа представленных на Конференции докладов: *Н.И. Архипова, Д.А. Кононов, В.В. Кульба* «Сценарные модели исследования угроз стойкости организационно-технических систем»; *С.А. Кацко, А.Е. Сенникова* «Системное представление предметной области как основа анализа данных при решении проблем безопасности сложных систем»; *Э.Б. Песиков, О.А. Заикин* «Аналитический инструментарий анализа и управления рисками виртуального предприятия»; *Е.Н. Орел, Т.Я. Орел* «Принципы формирования безопасной стратегии управления динамической системой»; *С.Н. Петрова* «Исследование безопасных режимов функционирования и анализ устойчивости дискретных управляемых систем с неполной информацией»; *А.А. Кочкаров* «Структурно-динамических подход в моделировании и проектировании сетецентрических систем»; *А.М.Шевченко, В.Г. Борисов, Г.Н. Начинкина* «Метод поиска оптимальных настроек многомерной системы путем экспертных оценок»; *В.И. Афанасьева* «Синтез стабилизирующего управления для динамических систем с неполной

информацией»; *В.М. Бабиков* «Совершенствование оценки безопасной эксплуатации человеко-машинных систем с использованием байесовских сетей»; *Е.Г. Карпова* «Безопасность инновационного развития регионов в теоретико-игровом моделировании»; *Р.П. Агаев, С.В. Никифоров* «Модели согласования мнений при орграфе коммуникаций»; *Д.Ю. Максимов, Ю.В. Максимов* «Оценка качества принимаемых решений при управлении сетецентрическими системами»; *И.М. Поморцева, В.Г. Гуров* «Особенности управления рисками в проектном менеджменте»; *М.Г. Фуругян, Д.Р. Гончар* «Алгоритмы планирования вычислений в многопроцессорных системах с неоднородным множеством работ и директивными интервалами»; *А.Н. Павлов* «Исследование структурной устойчивости монотонных систем»; *А.С. Гюрджян* «Основные задачи принциповедения».

Различным прикладным аспектам решения проблем обеспечения промышленной безопасности посвящены следующие работы: *О.Н. Капелько, Г.Г. Малинецкий* «Уроки безопасности и «синдром Фукусимы»»; *А.В. Баутин* «Современное состояние проблемы безопасности АЭС: от Чернобыля до Фукусимы — 1»; *Н.О. Пономарев, А.Н. Крапчатов, Д.А. Швецов* «Задачи эффективной организации управления ремонтоспособностью сложной технической системы»; *Д.С. Сомов* «Оценка времени распространения угроз в технических системах»; *В.В. Муромцев* «Синергетические свойства датчиков биологических и технических систем»; *Ю.Н. Кусакина* «Современные подходы к обеспечению технологической безопасности производственного предприятия»; *В.О. Чинакал* «Об одном подходе к повышению безопасности управления сложным промышленным объектом»; *В.И. Мишучков, Г.А. Смага, Е.Г. Гашо* «Стандартизация и маркировка энергоэффективного оборудования как одно из средств по эффективному развитию общества и повышению энергетической безопасности страны»; *Д.В. Климова, О.В. Дружинина* «Использование фрактального анализа сейсмических возмущений в исследовании безопасности технических систем»; *К.В. Чернов* «Вариофикация техногенных опасностей трансформации электрической энергии»; *С.П. Сущев, В.Г. Бедняков, Е.Г. Соколова, К.Б. Сазонов, О.В. Куранцов* «О комплексной эксплуатационной безопасности строительных объектов»; *И.В. Калиберда, П.В. Шепелина, С.М. Шиянов, А.И. Кормилицин, В.А. Савичев* «О способах и методах обследования безопасности зданий и сооружений»; *М.И. Шиянов, В.В. Немчинов, В.А. Куранцов, В.Г. Ситник, В.А. Савичев* «Об обеспечении безопасности несущих конструкций строительных объектов».

Ряд интересных докладов посвящен вопросам обеспечения безопасности функционирования транспортных систем и объектов, среди которых можно отметить работы: *Ю.В. Самойловой* «Определение основных факторов, влияющих на эффективность управления международными перевозками опасных грузов автомобильным транспортом»; *А.А. Муранова* «Коррекция алгоритмов систем управления расходованием топлива жидкостных ракет на этапе летно-конструкторских испытаний»; *Э.М. Мамедли, Л.И. Мельникова* «Организация взаимодействия каналов разнородной системы управления летательным аппаратом»; *В.П. Иванова, В.К. Завадского, Е.Б. Кабловой, Л.В. Кленовой* «Обеспечение условий безаварийного запуска водородного двигателя в конце пассивных участков траектории полета разгонного блока»; *Н.А. Северцева, В.А. Осташкевича* «Об обеспечении безопасности технических систем транспорта в процессе их эксплуатации»; *А.И. Сафронова, В.Г. Сидоренко* «Уровни успешной реализации автоматизированного построения плановых графиков движения пассажирских поездов метрополитена и критерии отбора эффективных результатов»; *О.В. Дружининой, Д.В. Климовой* «Разработка модели безопасности транспортной системы»; *В.В. Романкова, О.Н. Карпеченковой* «О качественных свойствах процессов, возникающих в динамике подвижного состава железнодорожного транспорта»; *О.А. Репиной* «Об основных направлениях совершенствования управления персоналом ОАО «РЖД»»; *С.Е. Бузникова, П.В. Тамбулатова, Н.С. Шабанова* «Динамические границы аварийного перегрева тормозов системы активной безопасности автомобиля».

В этом году на конференции представлен целый ряд докладов, посвященных проблемам обеспечения пожаровзрывобезопасности, среди которых достаточно интересны работы *С.Ю. Бутузова, М.В. Своеступова* «Многоагентное моделирование деятельности органов управления при ликвидации чрезвычайных ситуаций, обусловленных лесными пожарами»; *Б.Б. Хатамова* «Процедура сравнения и выбора активного элемента технического средства пожаровзрывобезопасности многофункционального действия»; *А.П. Сатина* «О необходимости комплексного исследования проблем материально-технического обеспечения пожарных подразделений»; *Э.Э. Сабирова* «Мониторинг рисков в управлении пожарной безопасностью маслоэкстракционного производства»; *Д.В. Псарева* «О некоторых особенностях управления системой материально-технического обеспечения пожарных

подразделений»; *Б.А. Мавлянкариева, Б.Б. Хатамова* «Обеспечение требуемой надежности электроснабжения систем противопожарной защиты многофункционального действия».

Большая группа докладов посвящена решению проблем управления информационной безопасностью. Организационным проблемам обеспечения информационной безопасности посвящена работа *Н.И. Архиповой, Л.И. Бадренковой, О.Л. Седовой* «Лояльность и благонадежность персонала как фактор информационной безопасности». Анализируя внутренние угрозы информационной безопасности, авторы работы пришли к выводу, что сохранность коммерческой тайны компании примерно на 80 % зависит от эффективности кадровой политики и стабильности кадрового состава. Наибольшую угрозу для успешной работы компании представляют сотрудники со скрытой или демонстративной нелояльностью. Чаще всего реакцией руководства на проявления нелояльности сотрудников является решение об «избавлении» от них, что принципиально не решает проблему утечки конфиденциальной информации в целом, а лишь приводит к высокой текучести кадров и увеличению затрат на поиск, наем и обучение новых работников. В качестве выхода из подобной ситуации авторами обосновывается необходимость комплексного анализа причин нелояльного поведения сотрудников и разработки на основе его результатов соответствующих программ формирования лояльности и стабилизации кадрового состава, а также повышенного внимания к персональной мотивации сотрудников, развитию их потенциала и планированию карьеры, обеспечению конструктивной обратной связи.

Среди представленных работ, в которых рассматриваются проблемы обеспечения информационной безопасности автоматизированных систем и требуемого уровня защиты данных от несанкционированного доступа на программно-техническом уровне, можно отметить следующие доклады: *Т. Чилачава, Н. Кереселидзе* «Нелинейная математическая модель информационной войны»; *Д.А. Ястребов* «Обеспечение информационной безопасности органами федеральной службы безопасности»; *И.В. Чернов* «Методы структурно-динамического сценарного анализа эффективности информационной поддержки государственной политики России в Арктике»; *М.А. Шелков, М.Ю. Гладков, З.В. Карибская* «Анализ информационного противодействия геополитических противников развитию энергетической инфраструктуры Арктического сектора России»; *Б.В. Соколов, С.А. Потрясаев, М.Ю. Охтилев* «Комбинированный подход к многокритериальному оцениванию устойчивости функционирования систем защиты информации»; *Л.Е. Мистров* «Методические основы формирования вариантов систем информационной безопасности»; *А.А. Балякин* «Проблемы соблюдения информационной безопасности в национальной нанотехнологической сети»; *С.В. Ковалев* «Методология оценки эффективности системы управления рисками и информационной безопасностью сложных систем»; *Т.Ю. Морозова, К.С. Сумкин, А.А. Севалкин, К.В. Гусев* «Принципы построения моделей разграничения прав доступа в компьютерных сетях»; *А.В. Муромцева* «Информационное взаимодействие в рамках виртуальных коммуникаций».

Традиционно разнообразны по прикладной тематике доклады, посвященные обсуждению опыта проектирования и практического применения в процессе управления рисками автоматизированных систем различного класса и назначения. В работе *А.В. Толстых, В.Н. Буркова, П.М. Фомина, Б.Н. Воронина, И.В. Партанского, В.А. Алексеева* «Многоуровневая региональная автоматизированная система предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера — основа комплексной безопасности потенциально опасных объектов» рассматриваются методологические и практические проблемы разработки региональных автоматизированных систем предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций (РАС-ЧС) природного и техногенного характера на примере РАС-ЧС Удмуртской Республики, основное назначение которой заключается в сборе и обработке информации от опасных производственных и природных объектов. Структурно РАС-ЧС состоит из трех уровней: объектового, единой дежурной диспетчерской службы района и уровня Главного управления МЧС РФ по Удмуртской Республике. Функциональные подсистемы РАС-ЧС проектируются на основе теоретической базы, разработанной авторами для решения задач обеспечения безопасности потенциально опасных объектов, а также методологии комплексного оценивания рисков.

Несомненный интерес в рамках рассматриваемой тематики представляют также работы, посвященные методологическим и практическим аспектам проектирования, внедрения и эксплуатации автоматизированных систем различного класса и назначения: *С.С. Ковалевский, С.А. Косяченко, М.П. Барбашев* «Использование объектно-ориентированного подхода при разработке автоматизированных систем организационного управления»; *Б.Б. Буянов* «Программный комплекс системы

поддержки принятия решений»; *С.В. Ковалев* «Комплексная система управления технико-экономическими рисками сложной промышленной системы»; *В.М. Беленький* «Проектирование базы данных по безопасности труда для организаций города Москвы»; *М.В. Михайлюк* «Видеотренажеры для космических роботов и манипуляторов»; *А.Ю. Пен* «Системы связи в управлении безопасностью объекта на основе сценарного анализа организационно-управленческих ситуаций»; *М.А. Лашкевич* «Системы управления безопасностью»; *Р.Е. Торгашев* «Области применения ГИС-технологий для эффективного принятия решений в системе управления экономической безопасностью на территории муниципального образования»; *Д.А. Гольдин* «Интеллектуальные человеко-машинные интерфейсы для управления системами электроснабжения»; *А.Н. Шайкин* «Разработка гибридной системы управления безопасностью химико-технологических производств»; *С.Ю. Бутузов, А.Ю. Любавский* «Расчетный способ определения времени наработки на отказ накопителей информации быстродействующих АСУ пожаровзрывобезопасностью промышленных предприятий».

Заслуживает внимание ряд представленных на секции заметных работ, которые, несмотря на большое разнообразие тематики, объединяет актуальность рассматриваемых проблем и востребованность результатов их решения: *Д.А. Шевченко* «Система стратегической разведки»»; *Г.Л. Поляк* «Математическая модель, учитывающая материальные потери сторон в процессе вооруженного конфликта»; *А.Б. Шелков, Ю.М. Гладков, И.Н. Крапчатова* «Сценарный анализ процессов урегулирования международных конфликтов в Арктике»; *Д.А. Кононов, Е.Р. Якшин* «Развитие системы образования России: исходные позиции и принципы моделирования»; *П.Г. Белов* «О совершенствовании научно-образовательного обеспечения национальной безопасности России»; *Ю.В. Прус, В.М. Шаповалов* «О перспективах развития альтернативного правосудия в информационном обществе»; *В.О. Захарова* «О сущности следственно-оперативных групп»; *Н.А. Карастелкина* «Проблемы безопасности туристов в условиях незащищенности от некомпетентной работы туристских организаций».

К сожалению, объективные ограничения на объем данной публикации не позволяют сделать полноценный обзор и тем более раскрыть содержание представленных на конференции разнообразных по тематике и, безусловно, интересных докладов. Более подробно ознакомиться с представленными работами можно в опубликованных материалах конференции[1].

В заключительном слове председательствующий на конференции д-р техн. наук, профессор *В.В. Кульба* сообщил о планах проведения XX юбилейной конференции по рассматриваемой тематике, которая, по сложившейся традиции, пройдет в декабре 2012 г. в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. Оргкомитет: (495) 334-89-59, ✉ conf20@ipu.ru; технический секретариат конференции: Галина Павловна Харькова, Алла Фариссовна Ибрагимова.

*Ученый секретарь Оргкомитета конференции,*
*А.Б. Шелков*

**Шелков Алексей Борисович** — канд. техн. наук,
вед. науч. сотрудник, Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва,
☎ (495) 334-89-59, ✉ abshelkov@gmail.com.

[1] Проблемы управления безопасностью сложных систем / Труды XIX Международной конференции. Москва, декабрь 2011 г. — М.: РГГУ, 2011. — 506 с.

## Новая книга

***Норкин К.Б.*** **Системные проблемы борьбы с коррупцией в России.** — Калуга: Изд-во ГП «Облиздат», 2011. — 320 с.

Посвящена выяснению причин, по которым борьба с коррупцией в России не приводит к успеху уже несколько сотен лет, и обоснованию предложений по институционализации, в масштабах государства, системных методов радикального уменьшения проявлений этого, стратегически крайне опасного, явления. Главная ориентация методики не на выявлении и устранении коррупционеров, что, разумеется, в высшей степени полезно, но стратегически малоэффективно, а на специальной организации правил принятия и контроля исполнения государственных решений, обеспечивающей существенное снижение коррупционных рисков. Предложения, кроме «плеч гигантов», опираются на опыт автора в области интеллектуальных систем управления (40 лет) и на опыт его работы в системе управления московским мегаполисом (20 лет).

Ориентирована на высшее руководство России и, возможно, других постсоветских стран, испытывающих похожие проблемы, а также на специалистов, с помощью которых можно убедить высшее руководство начать процесс эффективной институционализации государственной системы, в целях системного противодействия коррупционным рискам.

# ПЯТАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «УПРАВЛЕНИЕ РАЗВИТИЕМ КРУПНОМАСШТАБНЫХ СИСТЕМ» MLSD'2011

3—5 октября 2011 г. в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, состоялась Пятая международная конференция «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2011).

Конференция MLSD проводится с 2007 г. в связи с необходимостью возобновить деятельность Института в проведении общественно-научных мероприятий (школ, семинаров, конференций) по проблемам управления крупномасштабными системами и их развитием. Большой интерес научной общественности и успешное проведение конференции MLSD'2007 подтвердили своевременность и правильность реализации этой идеи.

Конференцию MLSD'2011 можно считать юбилейной. Она позволила обобщить и подвести итоги пяти конференций, проведенных ИПУ РАН в течение 2007—2011 гг. Статистический анализ показывает возрастающий год от года интерес к участию в конференции. Так, число пленарных докладов увеличилось с семи в 2007 г. до 21-го в 2011 г., секционных — со 150 до 307. Результаты проведенных конференций отражены в ежегодных выпусках ее материалов и трудов.

Цель конференции MLSD'2011 заключалась в обмене информацией по результатам современных исследований и разработок, обсуждении, обобщении и распространении научных достижений в области научно-методического сопровождения стратегического и инвестиционного развития крупномасштабных промышленных, энергетических, транспортных, региональных и муниципальных систем. Ее проблематика представлена следующими разделами.

- Проблемы управления развитием крупномасштабных систем, включая ТНК, госхолдинги и госкорпорации.
- Методы и инструментальные средства управления инвестиционными проектами и программами.
- Имитация и оптимизация в задачах управления развитием крупномасштабных систем.
- Управление топливно-энергетическими, экономическими и другими системами.
- Управление транспортными системами.
- Управление региональными, городскими, муниципальными системами.
- Управление объектами атомной энергетики и другими объектами повышенной опасности.
- Информационное и программное обеспечение систем управления крупномасштабными производствами.
- Мониторинг в задачах управления крупномасштабными системами.

За прошедшие пять лет значительно расширилась тематика конференции. Разделы «Управление транспортными системами», «Управление региональными, городскими, муниципальными системами», «Управление объектами атомной энергетики и другими объектами повышенной опасности» в связи с большим интересом к этим проблемам и стремлением участников конференции явно обозначить собственную тематику выделились в самостоятельные секции.

В программу MLSD'2011 были включены 21 пленарный и 307 секционных докладов, представленных 30 учреждениями РАН, 50 вузами, академиями и университетами, а также 38 управленческими и коммерческими организациями. В конференции приняли участие 451 чел., не менее четверти из них — молодые ученые и специалисты.

Доклады, заслушанные на пленарных заседаниях, соответствовали следующим основным тематическим направлениям:

- актуальные проблемы управления развитием крупномасштабных систем (докладчики директор ИПУ РАН академик РАН *С.Н. Васильев*, зав. отделом ИПУ РАН, д-р техн. наук *А.Д. Цвиркун*; зам. директора ЦИУНД при ИМАШ РАН, д-р техн. наук *В.В. Баранов*, зам. академика-секретаря ОЭММПУ РАН, чл.-корр. РАН *Н.А. Махутов*);
- управление развитием экономических систем (докладчики зам. директора Института экономики и организации промышленного производства СО РАН, чл.-корр. РАН *В.И. Суслов*; академик НАН Республики Казахстан *А.А. Ашимов*);
- управление развитием транспортных систем (докладчики директор ИПУ РАН академик РАН *С.Н. Васильев*, президент Евроазиатского транспортного инновационного центра профессор *С.С. Гончаренко*, д-р экон. наук, зав. кафедрой Государственного университета управления *В.А. Персианов*; вице-президент Национальной логистической ассоциации России, д-р экон. наук *Т.А. Прокофьева*);

- управление развитием сложных социально-экономических систем (докладчики д-р экон. наук *Б.А. Ерзнкян,* ЦЭМИ РАН, и др.);
- управление развитием энергетических систем (докладчики зам. руководителя Центра энергетических исследований Института мировой экономики и международных отношений, член экспертного совета по ГЧП ЕЭК ООН д-р экон. наук *В.Г. Варнавский*, д-р техн. наук *О.А. Суханов*, ген. директор ООО «Распределенные технологии», зав. лабораторией, д-р техн. наук *И.Б. Ядыкин*, ИПУ РАН, и др.);
- методологические основы разработки инновационных проектов и инвестиционных программ (докладчики д-р экон. наук *В.Н. Лившиц*, ЦЭМИ РАН; д-р техн наук *Л.Р. Соркин*, ЗАО «Хоневелл», и др.);
- методологическое и инструментальное обеспечение управления развитием крупномасштабных систем (докладчики директор Института проблем точной механики и управления РАН чл.-корр. РАН *А.Ф. Резчиков*; гендиректор Центра проблемного анализа и государственного управленческого проектирования д-р физ.-мат. наук, д-р полит. наук *С.С. Сулакшин* и др.);
- управление развитием региональных и муниципальных систем (докладчики д-р техн. наук *Б.Г. Литвак,* Департамент г. Москвы по конкурентной политике, и др.).

На **пленарном заседании** заслушан доклад академика РАН *С.Н. Васильева* и д-ра техн. наук *А.Д. Цвиркуна* «Актуальные проблемы управления развитием крупномасштабных систем», в котором рассмотрена организация и система управления развитием страны как крупномасштабной системы и предложены меры позитивного изменения ситуации.

В кратком изложении основные положения доклада выглядят следующим образом.

Отсутствует комплексная, долгосрочная программа социально-экономического развития страны и территориального размещения производств и производительных сил. Разработка бизнес-планов, анализ прибыльности, рентабельности вложений — ключевой элемент новой, программно-проектной технологии оценки эффективности вложений.

Одним из важнейших конкурентоспособных секторов России на международной арене является сырьевой сектор. Однако развитие России идет спонтанно и зависит от олигархических структур и вертикально-интегрированных компаний, которые выступают агентами и субъектами международного рынка недропользования, добычи и реализации минерального сырья и продуктов его передела.

В этих условиях чрезвычайно сложно строить сбалансированный бюджет с учетом соотношения между инвестиционным и налоговым мультипликаторами даже на краткосрочную перспективу. В России доля госрасходов в ВВП не достигает 20 % и снижается, тогда как в большинстве развитых стран она растет. Это говорит о серьезном дисбалансе в отношениях государства и частного капитала.

Принцип построения сбалансированного бюджета предполагает возможность эффективного перераспределения ВВП через госбюджет, поскольку государству известны ключевые «точки роста», инвестиции в которые способны принести максимальный и мультипликативный эффект. Бизнес должен «работать» не только на себя, но и на общество, на благополучие государства. Для этого государство должно разработать стратегию, институциональную структуру и экономические механизмы участия российского бизнес-сообщества в мировом недропользовании, наметить и обеспечить реализацию крупномасштабных проектов.

Современное состояние теории управления, методов математического моделирования, системного анализа, информационных технологий и проведения мультидисциплинарных исследований позволяет создавать и изучать модели социально-эколого-экономической динамики, полезные для подготовки и принятия научно-обоснованных решений органами власти и управления. Математические и информационные технологии служат важным инструментом научного обеспечения и сопровождения стратегии развития России.

Инвестиционные проекты должны осуществляться в рамках комплексной, межотраслевой долгосрочной программы социально-экономического развития страны и территориального размещения производств и производительных сил. Такие прикладные работы позволяют создавать методические заделы и модельный аппарат — фундаментальные научные основы для разработки и эффективного внедрения крупномасштабных проектов.

В докладе академика РАН *С.Н. Васильева* и президента Евроазиатского транспортного инновационного центра профессора *С.С. Гончаренко* «Транспортный фактор в решении проблемы управления крупномасштабными межгосударственными территориально-производственными комплексами» сделан акцент на восстановление и дальнейшее интенсивное наращивание экономической мощи, обеспечивающей укрепление позиции России среди мировых лидеров.

Основная задача для России состоит в кратном увеличении промышленного потенциала с ростом ВВП к 2030 г. в 10 раз. Такой чрезвычайно высокий уровень может быть достигнут главным образом путем активного и полномасштабного расширения индустриального пространства России на всю территорию страны, в сторону Сибири, Дальнего Востока, занимающих две трети общероссийского пространства. При этом успех достижим только при смене сырьевой направленности развития страны на индустриальную инновационную с полным перевооружением национального технологического парка, переходом страны на более высокий технологический уклад, на высокотехнологический экспорт.

Объективные предпосылки восточного выбора очевидны. Сдерживающими факторами для ускоренного развития российских восточных территорий выступают: низкая плотность населения в этой части страны, отсутствие серьезных инвестиций, недостаточное развитие транспортного опорного каркаса. Транспортная доступность является инфраструктурной основой хозяйственного освоения территорий. Плотность численности населения можно значительно поднять за счет национального резерва при активной положительной переселенческой политике государства. Такая политика будет полезна государству и совершенно реальна в аспекте перераспределения трудовых ресурсов по отраслям и сферам деятельности, а также по регионам.

С большим интересом были заслушаны и другие пленарные доклады.

**В работе секций** приняли участие молодые ученые и специалисты — исследователи, аспиранты и даже студенты старших курсов вузов.

Участниками **круглых столов** была отмечена возрастающая потребность в научной координации работ, проводимых по тематике ежегодной международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем».

Современные теоретические разработки в области управления сложными системами и новые средства и информационные технологии управления являются предметом комплексных междисциплинарных фундаментальных исследований, направленных на решение проблемы управления социально-экономическими программами и инновационными проектами, способствующими динамическому развитию современной России. Целесообразным представляется объединение разных научных коллективов, обобщение накопленного научного потенциала и многолетнего практического опыта в области разработки и применения методик, информационных технологий, программных продуктов бизнес-моделирования и мониторинга крупномасштабных систем. Основными достижениями конференций 2007—2011 гг. стали анализ, обсуждение проблем и разработка научно-методического задела, призванного в современных условиях способствовать формированию эффективной экономической политики стратегического и инвестиционного развития крупномасштабных промышленных, энергетических, транспортных, региональных и муниципальных систем.

По результатам работы конференции ее участниками были сделаны следующие **выводы и предложения**.

- Считать высокоприоритетными наукоемкие направления в области совершенствования процессов управления развитием крупномасштабных систем.
- Продолжить работы, направленные на создание, развитие и реализацию методов и инструментально-технологических средств оценки, повышения качества и снижения рисков (технических, информационных, экологических, финансовых) в контурах управления развитием крупномасштабных систем.
- Участвовать своими исследованиями в разработке, обновлении и взаимной увязке генеральных схем развития и размещения отраслей, с учетом мирового и регионального развития, и принимая во внимание, что инвестиционные проекты должны осуществляться в рамках комплексных, межотраслевых долгосрочных программ социально-экономического развития страны и территориального размещения производства и производительных сил федеральными, региональными властями и крупными корпорациями в содружестве с ведущими учеными-управленцами России.
- Признать важными и актуальными вопросы изучения и широкого обмена опытом и знаниями в области системной и программной инженерии управления развитием крупномасштабных систем.
- Считать целесообразным организацию проведения отдельных семинаров и школ для молодых ученых и специалистов по отдельным вопросам управления развитием крупномасштабных систем.
- Активно участвовать в работе экспертных организаций по выработке критериев и оценке крупных государственных и бизнес-проектов, выработке механизмов использования результатов экспертных работ в принятии и претворении в жизнь наиболее значимых, эффективных проектов и программ.
- В этих целях продолжить организацию и ежегодное проведение Международной конференции по управлению развитием крупномасштабных систем с приглашением ведущих отечественных и зарубежных специалистов и с обязательным обсуждением результативности научной и внедренческой деятельности.

По результатам работы конференции изданы «Программа и пленарные доклады Пятой международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2011)», «Материалы Пятой международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2011)» в двух томах и «Труды Пятой международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2011)» под общей редакцией академика РАН С.Н. Васильева и д-ра техн. наук А.Д. Цвиркуна в двух томах (см. http://mlsd.ipu.rssi.ru/mlsd11/).

*Председатель Оргкомитета*
*А.Д. Цвиркун*

**Цвиркун Анатолий Данилович** — д-р техн. наук,
зав. отделом, Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва,
☎ (495) 334-78-29, ✉ tsvirkun@ipu.ru.

# CONTENTS & ABSTRACTS

PHYSICS VS. SOCIOPHYSICS.
PART 2. NETWORKS OF SOCIAL
INTERACTIONS. . . . . 2

**Slovokhotov Y.L.**

Recent researches in sociophysics (a new filed of physics studying social processes) and the neighboring fields of computational modeling in social sciences, are reviewed. A survey of the influence of climate and solar activity on historical dynamics, as well as of the systems of «living» particles (including vehicular traffic and pedestrian movement) were presented in the first part of the paper. In this part, the networks of social interactions (a structural basis of any social system) and physical description of economic phenomena (econophysics) are discussed. In the third part, computational models of sociology, political science, linguistics and mathematical history will be reviewed.

**Keywords:** interdisciplinary physics, modeling of social systems, sociophysics.

CYCLICAL GROWTH IN A MODEL
OF CLOSED DECENTRALIZED ECONOMY . . . . . .32

**Abramov A.P.**

The papper considers a dynamic model of closed decentralized economy with Leontief's technologies. The conditions under which the sequence of normalized outputs has either a limit or a limiting cycle are defined; the latter contains a finite number of points. The limit as well as the limit points are defined by the used technologies and decision-making system.

**Keywords:** decentralized economy, cyclical growth, Leontief's technologies.

MODELS OF MOB CONTROL . . . . . .38

**Breer V.V., Novikov D.A.**

Threshold model of a group of agents is considered. These agents, making binary decisions to act or not to act, take in to account the decisions of the rest of the group. The problem of control of thresholds and reputations is set and solved. The aim of control is to reduce the number of agents that decided to act.

**Keywords:** collective behavior, threshold model of decision making, mob control.

RATINGS WITHOUT COMPENSATIONS
AND THEIR APPLICATION. . . . . .45

**Goncharov A.A., Chistyakov V.V.**

Basing on the explicit formula for the enumerating preference function, representing the threshold rule (leximin) for the comparison of alternatives, the paper introduces two rating indices such that one of them takes into account weights and the other one does not. In situations when compensations are not involved (i.e., bad properties of alternatives cannot be compensated by their good properties) the indices express quantitative as well as qualitative exponents. The example of application of indices for rating scholars, whose progress in their studies is characterized by vector grades of high dimension with integer components in given.

**Keywords:** preference, leximin, compensation, enumerating preference function, rating index.

SEMANTIC-AWARE OPTIMIZATION
OF USER INTERFACE MENUS . . . . . 53

**Goubko M.V., Danilenko A.I.**

While the problem of hierarchical menu design is very common in user interface design, existing approaches lack either semantic aspects or optimization techniques. We suggest a semantic-aware mathematical model of hierarchical menu optimization and algorithms developed on the basis of this theory. These algorithms are implemented in the ready-to-use design tool. The approach is illustrated by the optimization of a banking voice menu.

**Keywords:** user interface optimization, hierarchical menu, semantic quality, menu design automation.

NON-STATISTICAL INFORMATION
AND ITS APPLICATION FOR PRODUCTION
SYSTEMS MANAGEMENT . . . . . 64

**Chuprov S.V.**

The method of deterministic evaluation of non-statistical information and order of the states of production system is proposed from the position of systems theory. On the basis of cybernetic conception of the variety of system states we discover some characteristics of measure of order and disorder of production systems states. The method of non-statistical information application for adaptive management of production systems is grounded.

**Keywords:** entropy, determinate evaluation, diversity of states, stability, sufficientness principle.

FORMATION OF CONFLICT-FREE TRAJECTORIES
OF MANEUVERING BEFORE LANDING,
TAKING INTO ACCOUNT THE LIMITATIONS
ON THE MANEUVERING CAPABILITIES
OF THE PLANE. . . . . 70

**Bazhenov S.G., Kulida E.L., Lebedev V.G.**

Developed the principles of trajectories safely maneuver before landing for intellectual system of information support of the flight crew. The system defines conflict situations, generates warnings and recommendations of the pilots to avoid dangerous development of flight situation on the stage maneuvering before landing. The developed approach to the formation of conflict-free trajectories allows taking into account restrictions on the trajectory, maneuverable aircraft performance, capabilities of the system management in conditions of difficult terrain.

**Keywords:** security, terrain, CFIT, the area of flight modes, limit, control system, warning, typical trajectory.

VLADIMIR VASILIEVICH KULBA
(on the occasion of 75th anniversary from the date of birth
and 50th anniversary of work in the Institute
of Control Sciences). . . . . 76

XIX INTERNATIONAL CONFERENCE «PROBLEMS
OF COMPLEX SYSTEMS SAFETY CONTROL» . . . . 78

V INTERNATIONAL CONFERENCE «MANAGEMENT
OF LARGE-SCALE SYSTEM DEVELOPMENT»
MLSD'2011. . . . . 85

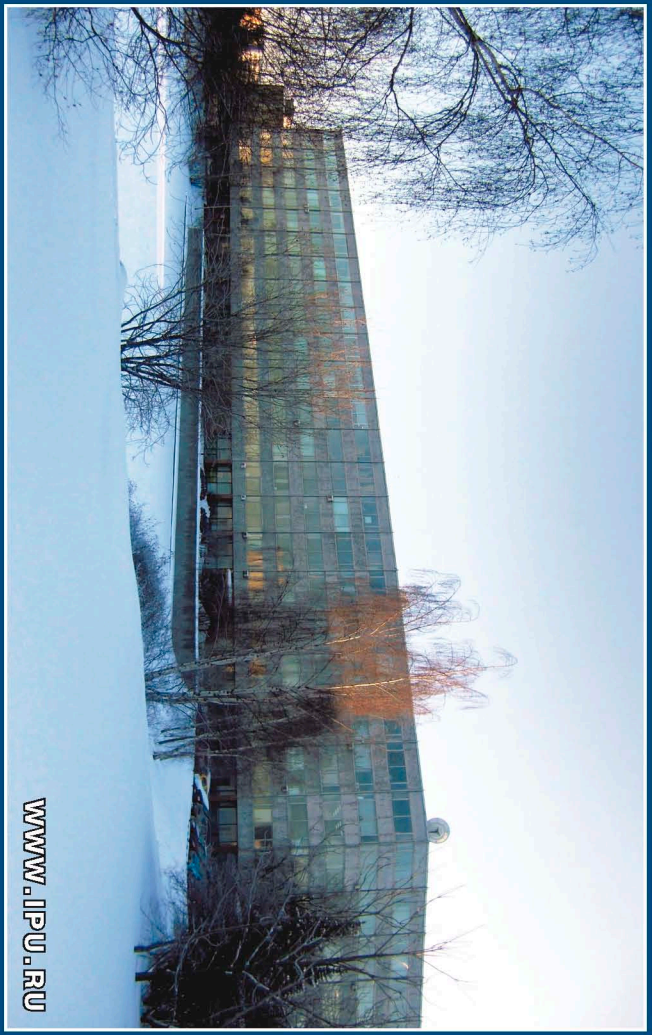
# IT-архитектура
## вашего бизнеса

softcloud
DLP
обучение
анализ
безопасность
инфраструктура
Linux
CRM
техподдержка
виртуализация
внедрение
легализация
коммуникации
документооборот
консалтинг
SaaS
Программное обеспечение

119991 Москва, ул. Губкина, д. 8
Телефон: +7 (495) 232-00-23
Электронная почта: info@softline.ru
Сайт: www.softline.ru

softline®

19 стран, 61 город




ISSN 1819-3161 ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ. 2012. № 2. 1–88. Индексы: 80508 и 81708 в каталоге Роспечати; 38006 в каталоге «Пресса России»