



ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ СТОИМОСТЬЮ КОМПАНИИ: ДИСКРЕТНЫЙ СЛУЧАЙ

В. С. Романов

Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный

Предложена математическая модель управления стоимостью компании — от оценки до расчета влияния отдельных проектов на стоимость компании — и на ее основе поставлена задача максимизации стоимости, которая исследована в дискретном случае. Показано, что распространенный метод «затраты—эффект» не дает верных решений из-за неделимости проектов и наличия синергетического эффекта между ними. Для решения задачи предложены три эвристики, аналогичные используемым для анализа привлекательности инвестиционных проектов, — индексу прибыльности, чистому приведенному доходу и внутренней норме доходности, возможность их применения проанализирована с помощью численного эксперимента.

ВВЕДЕНИЕ

По мнению многих исследователей, консультантов и инвесторов максимизация стоимости должна быть ключевой задачей менеджеров компаний. Однако модель управления стоимостью в литературе формализуется редко, еще реже делаются попытки предложить способы решения возникающих оптимизационных задач.

Существующие подходы к управлению стоимостью компании предлагают следующую схему [1–3]:

- 1) построение модели оценки стоимости;
- 2) определение факторов стоимости;
- 3) расчет чувствительности стоимости к факторам;
- 4) определение набора направлений управленческих воздействий, наиболее перспективных для увеличения стоимости компании.

В смысле решения задачи управления компанией в такой схеме отсутствуют следующие завершающие шаги:

5) количественная оценка изменения стоимости (максимизируемой функции) в результате применения каждого из предлагаемых воздействий с учетом затрат на их осуществление;

6) окончательный выбор воздействий, обеспечивающих максимальный рост стоимости с учетом внутренних и внешних ограничений.

Для выполнения шага 5 необходимо иметь модель управления стоимостью компании, которая позволяла бы давать ответ на вопрос: как изменится стоимость при применении тех или иных управленческих воздействий? Шаг 6 может быть выполнен путем решения оптимизационной задачи: максимизации стоимости при заданных ограничениях.

В настоящей работе на основе модели экспресс-оценки стоимости компании [4] предлагается подход, позволяющий последовательно поставить и решить задачу управления стоимостью акционерного капитала компании с учетом шагов 5 и 6. Выбор модели оценки стоимости не является принципиальным, и предлагае-

мая методика управления стоимостью компании может быть реализована и на основе какой-либо другой модели оценки стоимости.

1. МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ СТОИМОСТЬЮ

Общий вид модели оценки стоимости акционерного капитала компании выглядит следующим образом: $E = E_0(\vec{F}_0)$ где E — стоимость акционерного капитала компании, E_0 — функция оценки стоимости, \vec{F}_0 — вектор факторов стоимости. Задача оценки — определить функцию E_0 и вектор \vec{F}_0 .

Модель управления стоимостью предлагается строить в следующем виде: $E = E_0(\vec{F}_0 + \vec{U})$, где \vec{U} — вектор управленческих воздействий.

1.1. Модель оценки

В качестве модели оценки стоимости акционерного капитала компании воспользуемся моделью экспресс-оценки стоимости [4, 5]. Модель применима к производственным и коммерческим компаниям и не может использоваться напрямую для оценки финансовых институтов (банков, страховых и инвестиционных компаний). Для указанных типов компаний модель универсальна.

Модель оценки базируется на концепции дисконтированного денежного потока фирмы [6–8]. Приведем ее основные соотношения:

$$E = V_1 + V_2 - D, \quad (1)$$

$$V_1 = \sum_{i=1}^N \frac{FCF_i}{(1+r)^i} = \sum_{i=1}^N \frac{R_i \cdot EBITM_i(1-\tau) - I_i}{(1+r)^i} + \sum_{i=1}^N \frac{R_i(APT_i - CAT_i)/T_i - R_{i-1}(APT_{i-1} - CAT_{i-1})/T_{i-1}}{(1+r)^i}, \quad (2)$$

$$V_2 = \frac{NOPLAT_{N+1}(1-g/ROIC)}{(r-g)(1+r)^i}, \quad (3)$$

где E (Equity) — оценка текущей рыночной стоимости акционерного капитала компании; D (Debt) — краткосрочный и долгосрочный долг; i — номер года; N — длительность прогнозного периода, лет; FCF (Free Cash Flow) — свободный денежный поток фирмы в i -й год; R (Revenue) — доход; $EBITM$ (EBIT Margin) — операционная рентабельность, %; τ — ставка налога на прибыль; I — чистые капитальные затраты; r — ставка дисконтирования; T_i — длительность i -го года, дни; APT (Accounts Payable Turnover) — оборачиваемость кредиторской задолженности, дни; CAT (Current Assets Turnover) — оборачиваемость оборотных активов, дни; $NOPLAT$ (Net Operating Profit Less Adjusted Taxes) — чистая прибыль от основной деятельности за вычетом скорректированных налогов; g — скорость роста прибыли ($NOPLAT$) компании в каждый год постпрогнозного периода; $ROIC$ (Return On Invested Capital) — рентабельность инвестированного капитала, которая определяется следующей формулой:

$$ROIC = \frac{NOPLAT}{FA + CA - AP},$$

где FA (Fixed Assets) — внеоборотные активы, CA (Current Assets) — оборотные активы, AP (Accounts Payable) — кредиторская задолженность и прочие краткосрочные обязательства.

Обозначим вектор (R_1, \dots, R_N) через \vec{R} , аналогичным образом введем векторы \vec{EBITM} , \vec{CAT} , \vec{APT} , \vec{I} . Согласно формулам (2) и (3), вектор факторов стоимости выглядит следующим образом:

$$\vec{F}_0 = (\vec{R}, \vec{EBITM}, \vec{CAT}, \vec{APT}, \vec{I}, NOPLAT_{N+1}, r, RPIC, g).$$

Величины APT_0 , CAT_0 , и T_i считаются фиксированными и поэтому не входят в число факторов. Функция $E_0(\vec{F}_0)$ описывается уравнениями (1)–(3).

1.2. Модель управления

Для удобства будем оперировать не с векторами из $5N + 4$ элементов, а матрицами. Введем матрицу X :

$$X = \begin{pmatrix} \vec{R} \\ \vec{EBITM} \\ \vec{CAT} \\ \vec{APT} \\ \vec{I} \\ (NOPLAT_{N+1}, 0, \dots, 0) \\ (r, 0, \dots, 0) \\ (ROIC, 0, \dots, 0) \\ (g, 0, \dots, 0) \end{pmatrix}.$$

Размер данной матрицы — $9 \times N$. Обозначим пространство матриц X через S , а через X_0 — фиксированную матрицу, определяющую проведенную оценку стоимости компании. Введем матрицу управляющих воздействий $U = \{u_{ij}\} \in S$. Тогда модель управления стоимостью акционерного капитала компании выглядит следующим образом: $E = E_0(X_0 + U)$ [9].

2. ПРОЕКТЫ УВЕЛИЧЕНИЯ СТОИМОСТИ КОМПАНИИ

Управлять стоимостью — означает изменять денежные потоки компании и оценку рисков, определяемую ставкой дисконтирования r . Такие изменения производятся посредством реализации проектов. Приведем их примеры.

- Уменьшить оборачиваемость дебиторской задолженности (в днях) за счет введения скидок при оплате авансом. В модели это выразится в снижении значений CAT и R .
- Внедрить модуль ERP «планирование производства» и понизить оборачиваемость сырья, материалов, готовой продукции. В модели это выразится в снижении значения CAT , а также повлечет затраты на внедрение и поддержку ERP-системы.
- Снизить ставку дисконтирования r путем увеличения рейтинга корпоративного управления компании в первом году прогнозного периода. Это повлечет затраты в первом и последующих годах на выполнение рекомендаций по корпоративному управлению.

Таким образом, каждый проект описывается изменением факторов стоимости компании и дополнительным денежным потоком затрат на осуществление проекта, характеризующим стоимость управления.

3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ МАКСИМИЗАЦИИ СТОИМОСТИ

Поставим задачу максимизации стоимости как задачу выбора подмножества проектов, дающих наибольшее увеличение стоимости в рамках заданных ограничений. В качестве ограничений могут фигурировать: бюджет, производственные мощности, число свободных сотрудников для осуществления проектов, наличие помещений для ведения проектов и т. д. Учтем только одно ограничение — бюджетное.

Рассмотрим компанию с проведенной оценкой стоимости, определяемой матрицей X_0 . Назовем проектом любую матрицу $U \in S$. Сделаем следующие предположения.

Предположение 1. Управления U_{ij} независимы, иначе говоря, возможно независимое изменение переменных X_{ij} .

Предположение 2. Проекты $U \in S$ аддитивны, т. е. возможно выполнение двух проектов U^1 и U^2 одновременно, и результатом их выполнения будет $(U^1 + U^2)$.

Введем понятие стоимости управления. Стоимостью управления U будем называть последовательность $CU = (CU_1, CU_2, \dots)$, описывающую денежный поток затрат на управление, в общем случае бесконечную. Также данная последовательность должна зависеть от точки X_0 , характеризующей предположения о будущем развитии компании. Иначе говоря, имеется отображение $CU_i = CU_i(X_0, U)$.

Текущая стоимость (Present Value) денежного потока затрат на управление описывается формулой $PV_{CU} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{CU_i(X_0, U)}{(1+r+u_{71}^k)^i}$. Обозначим множество возможных



проектов через P , множество проектов, составляющих решение — через P^* . Тогда задача записывается в виде:

$$\begin{cases} E_0\left(X_0 + \sum_{k \in P} U^k\right) - \sum_{k \in P} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{CU_j^k}{(1+r+u_{71}^k)^j} \rightarrow \max_{P^* \in P} \\ U^k \in U_0, \forall k \in P, \\ \sum_{k \in P} CU_j^k \leq B_j, j = 1, \dots, J, \end{cases} \quad (4)$$

где U_0 — множество допустимых управлений, B_j — бюджетное ограничение, J — число лет, в течение которых бюджетные ограничения существенны. Множество U_0 должно содержать следующие содержательные ограничения: $R_i \geq 0$, $EBITM_i \leq 0$, $CAT_i \geq 0$, $APT_i \geq 0$, $r > r_f$ — безрисковая ставка. При постановке задачи для конкретной компании новые ограничения будут наложены как самой компанией, так и отраслью, в которой она работает.

Принципиальная особенность данной задачи состоит в нелинейности функции $E_0(X)$ по X . Смысл этой нелинейности заключается в том, что при применении нескольких проектов может появиться синергетический эффект — прирост стоимости будет больше, чем сумма приростов стоимости при применении каждого из этих проектов отдельно.

4. ЗАДАЧА МАКСИМИЗАЦИИ В ДИСКРЕТНОМ СЛУЧАЕ

4.1. Исследование задачи

Задача (4) может рассматриваться в двух случаях.

- Число проектов конечно — задача дискретной оптимизации. Пример: 10 проектов, 2 варианта каждого: более и менее затратный; общее число вариантов: $3^{10} = 59\,049$.
- Число проектов бесконечно — задача математического программирования. Пример: K проектов, результат U^k каждого проекта зависит от вложений в него в первом периоде (CU_1^k). Функция, описывающая подобную зависимость, называется функцией отдачи от проекта. Пример решения непрерывной задачи для частного случая рассмотрен в работе [10].

В данной статье рассматривается дискретная задача. В дискретном случае задача (4) — это нелинейная разновидность задачи о ранце. Как известно, в общем случае для таких задач не существует точных решений, отличных от полного перебора.

Можно попытаться предложить метод, который бы позволил, используя особенности данной конкретной задачи, приходиться к приближенному решению.

Проанализируем возможность применения известного метода «затраты—эффект» [11] для решения данной задачи. Условия его применения следующие:

- 1) все проекты имеют одинаковую продолжительность;
- 2) все проекты начинаются в одно время;
- 3) все проекты независимы, исключение любой части проекта не влияет на реализуемость других;

4) возможна частичная реализация проекта; требуются частичные ресурсы, и достигается пропорциональный эффект;

5) есть один количественный показатель, который определяет эффект проекта (он обладает свойством аддитивности);

6) есть один количественный показатель, который является лимитирующим фактором для выполнения проекта.

Условия 1 и 2 выполнимы для рассматриваемой модели — все проекты можно рассматривать как начинающиеся в периоде 1 и заканчивающиеся в периоде $N+1$, условие 3 выполнимо по Предположению 2, бюджетное ограничение удовлетворяет условию 6. Условия, которые не выполняются, — 4 и 5. Проекты неделимы — нельзя внедрить половину ERP системы или выполнять четверть рекламной компании. Аддитивного показателя найти не удастся, так как функция $E_0(X)$ нелинейна по X . Кандидатами на него являются показатели, аналогичные используемым при оценке эффективности инвестиционных проектов [12]:

$$\Delta E^k = E_0(X_0 + U^k) - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{CU_j^k}{(1+r+u_{71}^k)^j} - \text{аналог чистого приведенного дохода } NPV; \quad (5)$$

$$PI^k = \frac{\Delta E^k}{\sum_{j=1}^{\infty} \frac{CU_j^k}{(1+r+u_{71}^k)^j}} - \text{индекс прибыльности}; \quad (6)$$

Δr — аналог внутренней нормы доходности IRR , который определяется как наименьший неотрицательный действительный корень уравнения: $E_0(X_0 + U^k + [\Delta r]) -$

$$- \sum_{j=1}^{\infty} \frac{CU_j^k}{(1+r+u_{71}^k + \Delta r)^j} = 0, \text{ где через } [\Delta r] \text{ условно обозначена матрица из пространства } S \text{ с одним ненулевым элементом } u_{71} = \Delta r.$$

начена матрица из пространства S с одним ненулевым элементом $u_{71} = \Delta r$.

Но, к сожалению, эти показатели зависят от U^k нелинейно. Таким образом, метод «затраты—эффект» напрямую не применим для решения задачи (4) в дискретном случае.

Тем не менее, показатели (5), (6) и Δr можно использовать как эвристики — во многих случаях их применение приводит к правильному решению. Проанализируем результаты их работы с помощью численного эксперимента.

4.2. Анализ эвристик

Можно предложить следующий эвристический алгоритм решения задачи (4):

- 1) для каждого проекта рассчитать значение эвристических критериев (5), (6) или Δr ;
- 2) проекты упорядочить по убыванию эвристики;
- 3) из упорядоченного списка выбрать следующий проект;
- 4) добавить его во множество P^* (множество решений), если после добавления множество проектов P^* все еще удовлетворяет бюджетному ограничению;

5) пропустить проект, добавление которого нарушит бюджетное ограничение;

6) вернуться на шаг 3.

Для выполнения статистического эксперимента была разработана программа в Microsoft Excel, которая для конкретной компании:

1) создает случайным образом множество проектов $\{CU^k, U^k\}_{k=1, \dots, 8}$;

2) решает задачу максимизации точно, с помощью полного перебора;

3) решает задачу максимизации с использованием двух эвристик;

4) сравнивает полученные решения;

5) повторяет шаги 1–4.

Эксперимент выполнялся для восьми проектов и ста попыток. Было использовано два «крайних» типа проектов: *A* и *Z*. Проект типа *A* изменяет только один показатель, а проект типа *Z* — изменяет все показатели. Одновременно в эксперименте создавались проекты только одного типа. Эксперимент выполнялся при нескольких разных максимальных значениях величин CU_i^k . В процессе исследования вычислялась нереализованная стоимость, определяемая как разница стоимостей *E* при точном решении и при приближенном, полученном с помощью эвристического алгоритма.

Неправильные решения подсчитывались двумя способами:

1) процент ошибочных решений = число ошибочных решений/число попыток;

2) процент ошибочно не включенных проектов =

$$= \sum_{t=1}^{100} \frac{NS_t}{PS_t}, \text{ где } PS_t \text{ — число проектов, входящих в точное}$$

решение *t*; *NS_t* — число проектов, ошибочно не включенных в решение на основе эвристики.

Второй способ подсчета ошибок представляется более объективным. Поэтому выводы будут сделаны на основе его значений. Далее в таблице и на рис. 1–4 представлены полные результаты эксперимента. На каждом

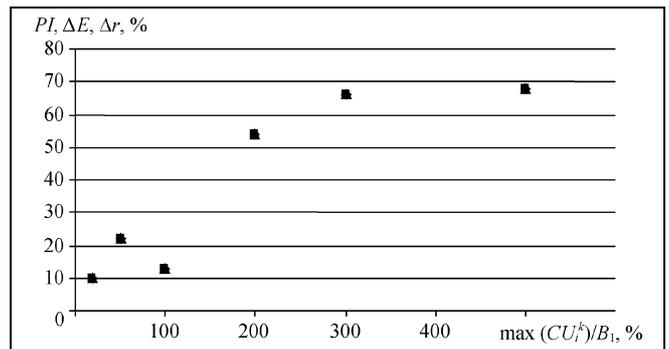


Рис. 1. Процент ошибочно не включенных проектов типа *A*

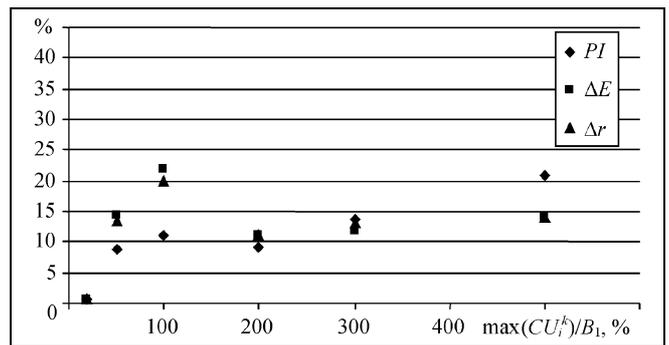


Рис. 2. Процент ошибочно не включенных проектов типа *Z*

графике есть три ряда данных, обозначенных как *PI*, *ΔE* и *Δr*. Эти ряды соответствуют применению эвристических критериев, соответственно, (5), (6) и *Δr*. По оси абсцисс отложены максимальные значения для величин CU_i^k в каждом эксперименте.

На основе анализа результатов численного эксперимента можно сделать следующие выводы:

- все три эвристики делают ошибки одинаково часто;

Результаты статистического эксперимента

Тип проекта	max (CU _i ^k)/B ₁ , %	Ошибочные решения, %			Ошибочно не включенные проекты, %			Нереализованная стоимость, %		
		PI	ΔE	Δr	PI	ΔE	Δr	PI	ΔE	Δr
<i>A</i>	20	34			10			0,5		
	50	50			22			2,5		
	100	22			13			0,8		
	200	56			54			0,8		
	300	68			66			0,6		
	500	69			68			0,1		
<i>Z</i>	20	7	8		1			0,1	0,2	
	50	37	39	37	9	14	13	2,0	3,4	3,0
	100	27	32	31	11	22	20	2,5	5,6	4,0
	200	14	15		9	11		1,2	3,3	2,5
	300	18	14	16	14	12	13	1,4	1,2	1,8
	500	21	14		21	14		0,8		0,5
Среднее		35			25	26	25	1,1	1,7	1,4

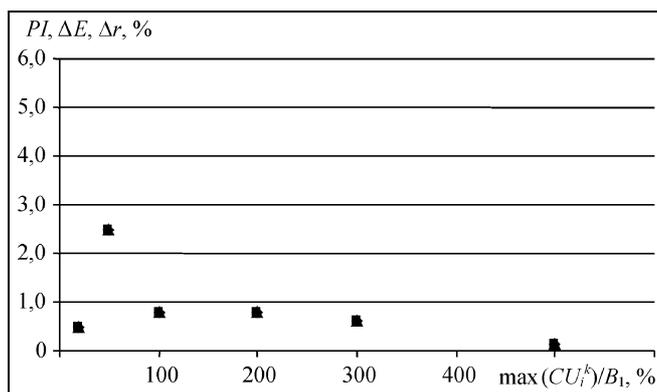


Рис. 3. Нереализованная стоимость, %; проекты типа А

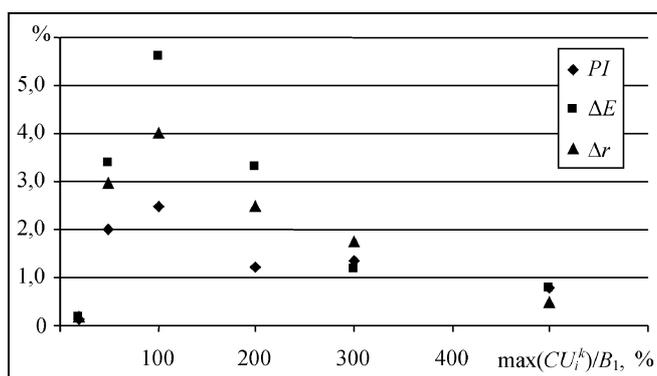


Рис. 4. Нереализованная стоимость, %; проекты типа Z

- в случае проектов, изменяющих только один показатель (тип А):
 - нереализованная стоимость одинакова для всех эвристик;
 - эвристики целесообразно применять, когда в решение по бюджету проходят 1—3 проекта ($\max(CU_i^k)/B_1, \%$, где $B_1 \leq 100 \%$); в таком случае число ошибочно не включенных проектов не превышает 25 %, нереализованная стоимость — 2,5 %;
- в случае проектов, изменяющих все показатели («сложные» проекты, тип Z):
 - нереализованная стоимость принимает наибольшие значения для эвристики ΔE (NPV), наименьшие — для PI (индекс прибыльности);
 - эвристики целесообразно применять в случаях, когда по бюджету проходят минимум 7—9 проектов ($\max(CU_i^k)/B_1, \%$, где $B_1 \geq 300 \%$); в данном случае число ошибочно не включенных проектов не превышает 25 %, а нереализованная стоимость — двух процентов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе предложена математическая модель управления стоимостью компании — от модели оценки до расчета влияния отдельных проектов на стоимость компании — и на ее основе поставлена задача максимизации стоимости, которая исследована в дискретном случае. Было показано, что распространенный метод ре-

шения «затраты—эффект» не дает верных решений из-за неделимости проектов и наличия синергетических эффектов на стоимость компании при реализации нескольких проектов.

Для решения задачи предложены три эвристики, аналогичные используемым для анализа привлекательности инвестиционных проектов — индексу прибыльности, чистому приведенному доходу и внутренней норме доходности, целесообразность их применения была проанализирована с помощью статистического эксперимента.

Дальнейшая работа возможна в следующих направлениях.

- Исследование непрерывной задачи максимизации стоимости. Анализ решений в частных случаях.
- Разработка методики выявления проектов повышения стоимости для выбранного предприятия/компании. Решение задачи максимизации стоимости для конкретных компаний требует наличия в качестве исходных данных множества проектов P , поэтому подобная методика позволит эффективно применять полученные результаты на практике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Самохвалов В. Как определить ключевые финансовые факторы стоимости? // Управление компанией. — 2004. — № 5. <www.zhuk.net/archive/articlesyk.asp?aid=4090>.
2. Егоров И. А. Стоимость бизнеса: Искусство управления. — М.: Дело, 2003.
3. Мордашев С. Рычаги управления стоимостью компании // Рынок ценных бумаг. — 2001. — № 15. <<http://www.rcb.ru/archive/articlesrcb.asp?aid=2028>>.
4. Романов В. С. Модель экспресс-оценки стоимости компании. — 2005. <http://www.cfin.ru/finanalysis/value/value_company.shtml>.
5. Дранко О. И., Кислицына Ю. Ю. Многоуровневая модель финансового прогнозирования деятельности предприятия // Управление социально-экономическими системами: Сб. тр. молодых ученых ИПУ РАН. — М.: Фонд «Проблемы управления», 2000. — С. 209—221.
6. Коупленд Т., Колер Т., Мури Д. Стоимость компаний: оценка и управление. — М.: Олимп-Бизнес, 2000.
7. Jennnergren L., Peter A. Tutorial on the McKinsey Model for Valuation of Companies // Fourth revision, August 26, 2002. — Stockholm School of Economics, 2002.
8. Fernandez P. Company valuation methods. The most common errors in valuations // Research Paper of University of Navarra. — 2002. — N 449.
9. Романов В. С. Оценка и управление стоимостью компании в рамках доходного подхода: Магистерская диссертация. — М.: МФТИ, 2003.
10. Романов В. С. Выбор стратегии роста компании на основании критерия максимизации ее стоимости // Системы управления и информационные технологии. — 2006. — № 2.1 (24). — С. 184—187.
11. Балашов В. Г., Ириков В. А. Технологии повышения финансового результата предприятий и корпораций — М.: ПРИОР, 2002.
12. Карибский А. В., Шишорин Ю. Р., Юрченко С. С. Финансово-экономический анализ и оценка эффективности инвестиционных проектов и программ (обзор). Часть I // Автоматика и телемеханика — 2003. — № 6.

☎ (495) 775-88-00, доб. 57-71;

e-mail: v_romanov@list.ru

Статья представлена к публикации членом редколлегии В. Н. Бурковым. □