

АДАПТИВНАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ T -ПЕРИОДИЧЕСКИМИ НЕЛИНЕЙНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

Е. Л. Еремин, М. С. Капитонова

Амурский государственный университет, г. Благовещенск

Рассмотрена задача синтеза адаптивной системы управления для нелинейных периодических скалярных объектов с применением неявной эталонной модели и метода синтеза, основанного на применении критерия гиперустойчивости. Структура контуров самонастройки коэффициентов адаптивного регулятора формируется как с помощью периодических, так и интегрирующих блоков.

ВВЕДЕНИЕ

В современных технических системах важную роль играют периодические (с той или иной степенью повторяемости) процессы, например, циклические режимы механических систем типа промышленных роботов, режимы работы металлообрабатывающих станков с программным управлением, производящих серию одинаковых деталей, и др. На каждом цикле работы, как правило, системы управления подвержены действию помех, проявляющихся практически одинаково (циклические возмущения).

Таким образом, среди множества систем автоматического управления различного назначения можно выделить класс систем, у которых задающие и возмущающие воздействия представляют собой некоторые сигналы постоянного периода T , основная задача управления в таких T -периодических системах обычно сводится к минимизации ошибки управления.

Для решения одной из подобных задач предлагалось использовать «модифицированную следящую систему с памятью (ССП) в цепи обратной связи» или так называемую систему управления циклического действия [1, 2]. Отличительная особенность таких систем управления состоит в наличии в ней внутреннего контура с положительной обратной связью и блоком запаздывания в контуре, благодаря которому система как бы «приспосабливается» к периодическим как задающим, так и возмущающим воздействиям. Указанная задача была решена для асимптотически устойчивых стационарных линейных систем с известными параметрами, в которых передаточная функция объекта управления удовлетворяла требованиям вещественности и положительной определенности.

Решение аналогичной задачи построения непрерывных и дискретных периодических систем управления рассматривалось, соответственно, в работах [3, 4], где при наличии периодических возмущений был осуществлен синтез систем на основе принципа внутренней модели, т. е. путем введения в основной контур управления генератора периодических сигналов. Такая схема получила название повторяющегося управления (repetitive control) или P -интегратора. Данный метод стабилизации возмущений получил развитие в работе [5], где описаны результаты разработки и внедрения самообучающихся электроприводов подачи токарных станков для финишной обработки деталей.

Зачастую управление происходит в условиях существенной нестационарности и нелинейности динамических характеристик объекта управления, вследствие чего качество процесса управления может ухудшиться или вообще произойти потеря устойчивости. В таких случаях целесообразно применять методы адаптивного или робастного управления, позволяющие сохранить работоспособность систем при наличии априорной неопределенности, нелинейности и нестационарности в объекте управления.

В настоящей работе рассмотрен один из возможных вариантов построения бесперебойных систем прямого адаптивного управления для нелинейно-нестационарного T -периодического объекта. Метод решения данной задачи основан на применении специального типа алгоритмов параметрической настройки адаптивных регуляторов [6]. Структура контура самонастройки выбирается подобно структуре регулятора, рассмотренного в работах [1, 2, 7], а синтез системы управления циклического действия опирается на критерий гиперустойчивости В. М. Попова, т. е. связан с построением устойчивых в целом нелинейных систем управления первого типа [8].



1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СИСТЕМЫ

Рассматривается нелинейный нестационарный SISO-объект (single input—single output, т. е. объект с одним входом и одним выходом или скалярный объект), динамика которого описывается уравнениями

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t, x)x(t) + B(t)u(t) + f(t),$$

$$y(t) = g^T x(t),$$

где $x(t) \in R^n$ — вектор состояний; $u(t) \in R$ — скалярное управление; $y(t) \in R$ — скалярный выход, образованный вектором $g^T = (g_1, g_2, \dots, g_n)$; $f^T(t) = f^T(t + T) = (0, \dots, 0, f_n(t))$ — вектор возмущений, $|f_n(t)| \leq \text{const}$; $A(t, x)$ — нелинейная нестационарная матрица; $B(t) = B(t + T)$ — нестационарный T -периодический вектор вида

$$B(t) = B_*(1 + \rho(t)) = B_*(1 + \rho(t + T)),$$

$$|\rho(t)| < 1, \quad T = \text{const} > 0,$$

где вектор $B_*^T = (0, \dots, 0, 1)$; $\rho(t) = \rho(t + T)$ — скалярная функция.

Предполагается, что матрица $A(t, x)$ представима следующим образом:

$$A(t, x) = A_* + \tilde{A}(t, x), \quad A_* = A_0 + \chi_0 B_* g^T,$$

$$\tilde{A}(t, x) = B_* \vartheta^T(t, x),$$

$$\vartheta^T(t, x) = (\delta_1(t)\phi_1(x_1(t), \dots, x_n(t)), \dots, \delta_n(t)\phi_n(x_1(t), \dots, x_n(t))),$$

$$|\delta_i(t)| \leq \delta_{0i}^2 = \text{const}, \quad i = \overline{1, n},$$

где A_* — стационарная матрица; A_0 — гурвицева матрица; $\chi_0 = \text{const} < 0$ — скалярная величина; $\tilde{A}(t, x)$ — матрица, элементы которой являются произведениями функций $\delta_i(t) = \delta_i(t + T)$ и функционалов $\phi_i(x_1(t), \dots, x_n(t))$, $i = \overline{1, n}$. Это позволяет исходный объект эквивалентно преобразовать к виду

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_0 x(t) + B_*(1 + \rho(t))u(t) + (1 + \rho(t)) \times$$

$$\times (\chi_0 g^T + \tilde{\vartheta}^T(t, x))x(t) + f_n(t),$$

$$\tilde{\vartheta}^T(t, x) = \frac{\vartheta(t, x) - \chi_0 g \rho(t)}{1 + \rho(t)}, \quad y(t) = g^T x(t), \quad (1)$$

а условия априорной неопределенности, в которых он функционирует, описать соотношениями

$$A_* = (A_*)_\xi, \quad g = g_\xi, \quad \rho(t) = \rho_\xi(t), \quad \vartheta(t, x) = \vartheta_\xi(t, x),$$

$$f(t) = f_\xi(t), \quad \xi \in \Xi, \quad (2)$$

где ξ — набор всех неизвестных параметров; Ξ — известное множество возможных значений ξ .

Пусть элементы вектора состояний объекта доступны измерению, тогда структуру адаптивного регулятора можно задать уравнениями

$$u(t) = k v(t) - \chi^T(t)x(t), \quad \chi(t) = \chi_{\text{инт}}(t)g + \chi_{\text{пер}}(t), \quad (3)$$

где $k = \text{const} > 0$ — скалярная величина; $\chi(t) \in R^n$ — вектор коэффициентов настройки контура адаптации; $\chi_{\text{инт}}(t) \in R$ и $\chi_{\text{пер}}(t) \in R^n$ — соответственно, интегральная

и периодическая составляющие; $v(t)$ — выход генератора периодических сигналов вида

$$v(t) = v(t - T) + z(t), \quad (4)$$

на вход которого подается рассогласование

$$z(t) = r(t) - y(t), \quad (5)$$

где $r(t) = r(t + T) \in R$ — задающее воздействие.

Желаемая динамика в системе (1)—(5), аналогично [9], формируется уравнениями строго минимально-фазовой неявной эталонной модели:

$$\frac{dx_*(t)}{dt} = A_0 x_*(t) + B_* k v_*(t) + f(t),$$

$$y_*(t) = g^T x_*(t) = r(t) = r(t + T), \quad (6)$$

$$v_*(t) = v_*(t + T).$$

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для замкнутой системы управления (1), (3)—(5) с эталоном (6), функционирующей в условиях априорной неопределенности (2), требуется определить явный вид алгоритмов настройки $\chi_{\text{инт}}(t)$ и $\chi_{\text{пер}}(t)$ таким образом, чтобы при любых начальных условиях $x(0)$, $\chi_{\text{пер}}(0)$, $\chi_{\text{инт}}(0) = 0$, обеспечивалось выполнение как цели управления

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (r(t) - y(t)) = \lim_{t \rightarrow \infty} (y_*(t) - y(t)) = 0, \quad (7)$$

так и целей адаптации

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \chi_{\text{инт}}(t) = \chi_{\text{инт}}^* = \text{const},$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \chi_{\text{пер}}(t) = \chi_{\text{пер}}^* = \chi_{\text{пер}}^*(t + T). \quad (8)$$

3. МЕТОД РЕШЕНИЯ

При разработке адаптивной системы управления будем опираться на критерий гиперустойчивости, в соответствии с которым устойчивость нелинейной системы управления в целом рассматривается как следствие, вытекающее из свойств ее составных частей. А именно, из требований вещественности и положительности передаточной функции линейной стационарной части системы (ЛСЧ) и условий разрешимости интегрального неравенства В. М. Попова (ИНП) для ее нелинейной нестационарной части (ННЧ). При синтезе алгоритмов адаптации системы управления будем следовать методике, изложенной в работе [10].

На первом этапе, если ввести в рассмотрение вектор рассогласования состояний объекта управления и эталонной модели $e(t) = x_*(t) - x(t)$, то в результате соответствующих преобразований уравнений системы управления (1), (3)—(5) и (6) можно получить ее эквивалентное математическое описание в виде

$$\frac{de(t)}{dt} = A_0 e(t) + B_* \mu(t), \quad z(t) = y_*(t) - y(t) = g^T e(t), \quad (9)$$

$$\mu(t) = -k((1 + \rho(t))v(t) - v_*(t)) + (1 + \rho(t))(\chi_{\text{пер}}(t) -$$

$$- \tilde{\vartheta}(t, x))^T x(t) + (1 + \rho(t))(\chi_{\text{инт}}(t) - \chi_0)u(t), \quad (10)$$

где $z(t)$ — эквивалентный выход, $\mu(t)$ — видоизмененное управление. В полученной форме записи соотношения

(9) описывают ЛСЧ исследуемой системы, а выражение (10) — ее ННЧ.

На *втором этапе* требуется решить проблему вещественности и строгой положительности ЛСЧ системы, рассматриваемую относительно ее передаточной функции

$$W_{\text{ЛСЧ}}(s) = kg^T(sE - A_0)^{-1}B_* = \frac{kg^T(sE - A_0)^+ B_*}{\det(sE - A_0)},$$

где $(sE - A_0)^+$ — присоединенная матрица матрицы $(sE - A_0)$.

Известно [9, 10], что передаточная функция $W_{\text{ЛСЧ}}(s)$ обладает свойствами положительности и вещественности, т. е. удовлетворяет частотному условию

$$\operatorname{Re} W_{\text{ЛСЧ}}(j\omega) > 0, \quad \forall \omega \geq 0,$$

в частности, тогда, когда при достаточно большом значении $|\chi_0|$, существует такой вектор g , что числитель передаточной функции ЛСЧ, т. е. полином $g^T(sE - A_0)^+ B_*$, — гурвицев степени $(n - 1)$ с положительными коэффициентами. Будем полагать, что для объекта (1) вектор g удовлетворяет указанным условиям, и поскольку, как будет показано далее, в процессе самонастройки всегда найдется требуемое значение скалярной величины χ_0 , то можно считать требование положительности и вещественности $W_{\text{ЛСЧ}}(s)$ выполненными.

На *третьем этапе* необходимо выполнить ИНП, общий вид которого можно описать соотношением

$$\eta(0, t) = - \int_0^t \mu(s)z(s)ds \geq -\gamma^2, \quad \gamma^2 = \text{const}, \quad \forall t > 0, \quad (11)$$

т. е. обеспечить выполнение указанного неравенства путем определения явного вида алгоритмов самонастройки ки адаптивного регулятора.

Для получения указанной оценки осуществим ряд действий: прежде всего, опираясь на эквивалентную систему (9), (10), приведем интеграл в левой части ИНП (11) к следующему виду:

$$\begin{aligned} \eta(0, t) &= - \int_0^t \mu(s)z(s)ds = \eta_1(0, t) + \eta_2(0, t) + \eta_3(0, t) = \\ &= k \int_0^t (1 + \rho(s))(v(s) - \tilde{v}(s))z(s)ds - \int_0^t (1 + \rho(s)) \times \\ &\quad \times (\chi_{\text{пер}}(s) - \tilde{\Theta}(s, x))^T x(s)z(s)ds - \\ &\quad - \int_0^t (1 + \rho(s))(\chi_{\text{инт}}(s) - \chi_0)y(s)z(s)ds, \end{aligned}$$

где $\tilde{v}(t) = \tilde{v}(t + T)$ — некоторая периодическая функция

$$\text{вида } \tilde{v}(t) = \frac{v_*(t)}{1 + \rho(t)}.$$

Далее покажем, что, путем синтеза алгоритмов настройки параметров $\chi(t)$ и $v(t)$ в виде

$$v(t) = v(t - T) + z(t), \quad (12)$$

$$\chi_{i\text{пер}}(t) = \chi_{i\text{пер}}(t - T) - \beta_{2i}x_i(t)z(t), \quad (13)$$

$$\frac{d\chi_{\text{инт}}(t)}{dt} = -\beta_1 y(t)z(t), \quad (14)$$

где $\beta_1, \beta_{2i} = \text{const} > 0, v(s) = 0, \chi_{i\text{пер}}(s) = 0, s \in [-T, 0], i = \overline{1, n}$ будут выполнены следующие неравенства:

$$\begin{aligned} \eta_1(0, t) &= k \int_0^t (1 + \rho(s))(v(s) - \tilde{v}(s))z(s)ds \geq -\gamma_0^2, \\ \eta_2(0, t) &= \\ &= - \int_0^t (1 + \rho(s))(\chi_{\text{пер}}(s) - \tilde{\Theta}(s, x))^T x(s)z(s)ds \geq -\gamma_1^2, \quad (15) \\ \eta_3(0, t) &= - \int_0^t (1 + \rho(s))(\chi_{\text{инт}}(s) - \chi_0)y(s)z(s)ds \geq -\gamma_2^2, \end{aligned}$$

где $\gamma_0^2 + \gamma_1^2 + \gamma_2^2 = \gamma^2 = \text{const}$.

Действительно, с учетом выражения (14), слагаемое $\eta_3(0, t)$ можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} \eta_3(0, t) &= \frac{1}{2} \beta_2^{-1} (1 + \rho(t))(\chi_{\text{инт}}(t) - \chi_0)^2 - (\chi_{\text{инт}}(0) - \chi_0)^2 \geq \\ &\geq -\frac{1}{2} \beta_2^{-1} (\chi_{\text{инт}}(0) - \chi_0)^2 = -\gamma_2^2 = \text{const}, \quad \forall t > 0. \end{aligned}$$

Для оценки слагаемых $\eta_1(0, t)$ и $\eta_2(0, t)$, докажем

Утверждение. Если динамический контур задан уравнением

$$v(t) = v(t - T) + \psi(t), \quad v(s) = 0, \quad s \in [-T, 0], \quad (16)$$

то для интегральной связи между его входом $\psi(t)$ и выходом $v(t)$ справедлива следующая оценка:

$$\eta_0(0, t) = \int_0^t \varphi(s)(v(s) - v_0(s))\psi(s)ds \geq -\gamma_0^2 = \text{const}, \quad (17)$$

$$\forall t > 0,$$

где $\varphi(t) > 0$ и $v_0(t) = v_0(t - T)$ — некоторые скалярные T -периодические функции.

Доказательство приведено в Приложении.

Таким образом, для $\eta_1(0, t)$ и $\eta_2(0, t)$ можно записать следующие неравенства:

$$\begin{aligned} \eta_1(0, t) &= k \int_0^t (1 + \rho(s))z(s) \left(\int_0^s \omega_0(s - h)r(h)z(h)dh - \tilde{v}(s) \right) ds \geq \\ &\geq -\gamma_0^2 = \text{const}, \quad \forall t > 0, \\ \eta_2(0, t) &= \sum_{i=1}^n \beta_{1i} \int_0^t (1 + \rho(s))x_i(s)z(s) \left(\int_0^s \omega_0(s - h)v_i(h)z(h)dh - \right. \\ &\quad \left. - \tilde{\Theta}(s, x) \right) ds \geq - \sum_{i=1}^n \gamma_{1i}^2 = -\gamma_1^2 = \text{const}, \quad \forall t > 0. \end{aligned}$$

Очевидно, что справедливость соотношений (15) непосредственно подтверждает справедливость ИНП вида (11).

На *четвертом этапе*, в условиях априорной неопределенности (2), требуется проверить достижимость в системе (1)–(6), (12)–(14) целевых условий вида (7), (8), т. е. ее адаптивность в заданном классе Э.

Поскольку требования критерия гиперустойчивости на втором и третьем этапах синтеза системы управления были выполнены, то, аналогично работе [10], это означает асимптотическую гиперустойчивость как эквива-



лентной системы (9), (10), (12)—(14), так и исходной системы (1)—(6), (12)—(14). Таким образом, для системы управления (9), (10), (12)—(14) имеет место существование предельного соотношения

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (x(t) - x^*(t)) = 0,$$

и, как следствие, достижимость цели управления (7) в системе (1)—(6), (12)—(14).

Учитывая существование целевого условия (7), становится очевидным и выполнение целей адаптации (8). Действительно, в условиях (8), согласно выражениям (5), (7) и (13), будет выполнено второе предельное соотношение, а, учитывая выражения (5), (7), (14) и очевидное предельное соотношение

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d\chi_{\text{инт}}(t)}{dt} = 0, \quad (18)$$

будет достижимо и первое предельное соотношение.

Учитывая, что выполнение целевых условий (7) и (8) имеет место при любом наборе $\xi \in \Xi$, то систему (1)—(6), (12)—(14) можно считать адаптивной в заданном классе Ξ .

Отметим, что по окончании процесса самонастройки коэффициента $\chi_{\text{инт}}(t)$, согласно соотношению (18), всегда найдется такое значение χ_0 , что его модуль будет таким большим, как этого требует второй этап синтеза.

Итак, аналитическая стадия проектирования адаптивной системы управления завершена, что позволяет приступить к одному из *заключительных этапов* ее создания — имитационному моделированию или вычислительному эксперименту. При этом обычно осуществляется подбор числовых значений тех параметров контура адаптации, размер которых может быть задан и влияет на качество функционирования системы в условиях априорной неопределенности.

4. ПРИМЕР

В качестве примера рассмотрим задачу управления системой (1)—(6), (12)—(14) со следующими матрицей и векторами:

$$A(t, x) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{51}(t, x) & a_{52}(t, x) & a_{53}(t, x) & a_{54}(t, x) & a_{55}(t, x) \end{pmatrix};$$

$$B(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ b_5(t) \end{pmatrix}; \quad f(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ f_5(t) \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} a_{51}(t, x) &= a_1 + \phi_1(x_1, x_2, \dots, x_5)\delta_1(t), \\ a_{52}(t, x) &= a_2 + \phi_2(x_1, x_2, \dots, x_5)\delta_2(t), \\ a_{53}(t, x) &= a_3 + \phi_3(x_1, x_2, \dots, x_5)\delta_3(t), \end{aligned}$$

$$a_{54}(t, x) = a_4 + \phi_4(x_1, x_2, \dots, x_5)\delta_4(t),$$

$$a_{55}(t, x) = a_5 + \phi_5(x_1, x_2, \dots, x_5)\delta_5(t);$$

$$\phi_i(x_1, x_2, \dots, x_5) = h_1^{s_1} x_2^{s_2} x_3^{s_3} x_4^{s_4} x_5^{s_5}, \quad i = \overline{1, 5};$$

$$\delta_1(t) = c_1 \sin p t; \quad \delta_2(t) = c_2 \sin p t; \quad \delta_3(t) = c_3 \sin p t;$$

$$\delta_4(t) = c_4 \sin p t; \quad \delta_5(t) = c_5 \sin p t;$$

$$b_5(t) = 1 + b \sin p t; \quad f_5(t) = d e^{l \sin p t} - m;$$

$$g^T = (g_1 g_2 g_3 g_4 g_5).$$

Для имитационного моделирования значения указанных параметров выбирались произвольным образом из заданных диапазонов:

$$4 \leq a_1 \leq 7; \quad -2 \leq a_2 \leq -0,2; \quad 10 \leq a_3 \leq 17;$$

$$-8 \leq a_4 \leq -4; \quad -4,5 \leq a_5 \leq 1;$$

$$100 \leq h \leq 350; \quad 0 \leq s_i \leq 3; \quad i = \overline{1, 5};$$

$$24 \leq c_1 \leq 37; \quad -0,5 \leq c_2 \leq 2; \quad 15 \leq c_3 \leq 25;$$

$$8 \leq c_4 \leq 16; \quad -0,5 \leq c_5 \leq 1;$$

$$0 < b < 1; \quad 0,1 \leq p \leq 2; \quad 0 < d \leq 1,5; \quad 0,1 \leq l \leq 2;$$

$$0 \leq m \leq 2;$$

$$1 \leq g_1 \leq 4; \quad 0,1 \leq g_2 \leq 2; \quad 5 \leq g_3 \leq 10; \quad 0,4 \leq g_4 \leq 1;$$

$$0,1 \leq g_5 \leq 0,5.$$

В частности, один из вычислительных экспериментов проводился при наборе данных:

$$a_1 = 6, \quad a_2 = -0,5, \quad a_3 = 11, \quad a_4 = -5, \quad a_5 = -2;$$

$$h = 300, \quad \phi_1 = 300 x_1^2 x_4 x_5, \quad \phi_2 = 300 x_1^2 x_4^2 x_5^2,$$

$$\phi_3 = 300 x_1 x_3^2 x_4 x_5, \quad \phi_4 = x_1 x_3 x_4 x_5, \quad \phi_5 = 300 x_5,$$

$$c_1 = 30, \quad c_2 = 1,5, \quad c_3 = 25, \quad c_4 = 15, \quad c_5 = 0,5,$$

$$b = 0,8, \quad p = 0,5, \quad d = 0,1, \quad l = 1, \quad m = 0,3,$$

$$g_1 = 1, \quad g_2 = 0,2, \quad g_3 = 5, \quad g_4 = 0,5, \quad g_5 = 0,2.$$

Задающее воздействие $r(t)$ формировалось в виде функции:

$$r(t) = 0,2(e^{0,5(1 - \cos 2\pi t)} - 1) - 0,2(1 - \cos \pi t),$$

а начальные условия были следующими:

$$x(0) = 0, \quad \chi_{\text{инт}}(0) = 0, \quad \chi_{\text{пер}}(0) = 0.$$

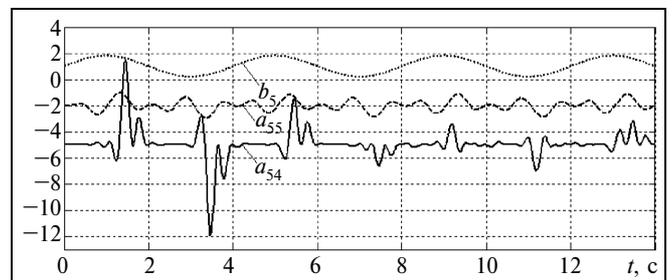


Рис. 1. Изменения параметров $a_{54}(t, x)$, $a_{55}(t, x)$ и $b_5(t)$ в объекте управления

В ходе нескольких сеансов имитационного моделирования были выбраны следующие значения числовых параметров контура управления:

$$\beta_{11} = 2000; \beta_{12} = 2000; \beta_{13} = 1800; \beta_{14} = 800; \\ \beta_{15} = 200; \beta_2 = 1000; k = 1000.$$

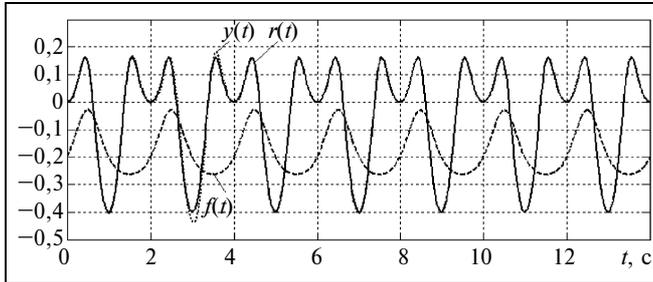


Рис. 2. Задающее воздействие $r(t)$ и выход объекта управления $y(t)$ при постоянно действующем возмущении $f(t)$

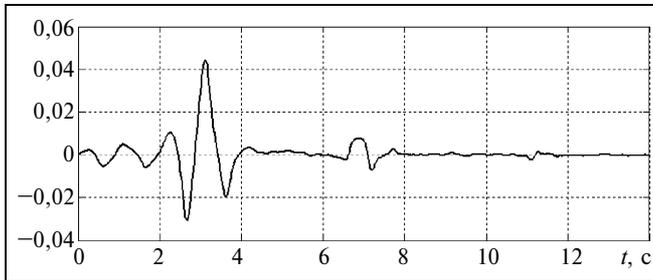


Рис. 3. Динамика изменения ошибки $r(t) - y(t)$

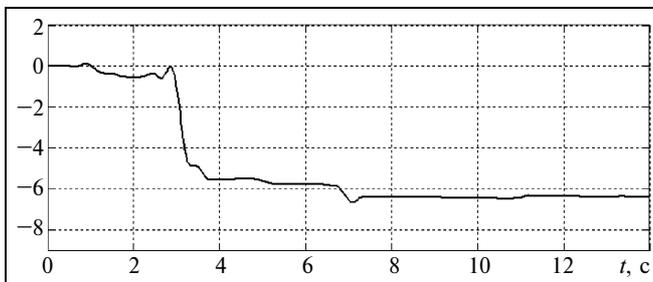


Рис. 4. Процесс настройки параметра $\chi_{\text{инт}}(t)$

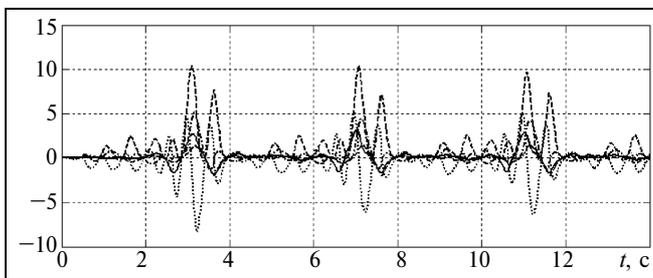


Рис. 5. Процесс настройки параметра $\chi_{\text{пер}}(t)$

Некоторые динамические процессы в исследуемой системе показаны на рис. 1–5.

В качестве средства компьютерного моделирования использовался пакет Simulink программной среды MATLAB.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен способ построения системы управления нелинейными T -периодическими скалярными объектами. В отличие от известных структур систем управления циклического действия предлагаемый контур адаптации наряду с периодическими содержит и интегрирующий блоки настройки. Это позволяет обеспечить асимптотическую устойчивость системы управления и, как показывают результаты имитационного моделирования, достаточно хорошее качество ее функционирования.

Предложенный способ построения адаптивной системы управления может применяться и для решения задач управления динамическими SISO-объектами в тех случаях, когда переменные состояния не доступны измерению. При этом, аналогично работе [11], достаточно в основной контур управления ввести дополнительный фильтр для получения оценок переменных состояния объекта.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство утверждения. Запишем уравнение (16) по Лапласу и определим его передаточную функцию

$$W_0(s) = \frac{v(s)}{\psi(s)} = \frac{1}{1 - \exp(-sT)}, \quad (\text{П.1})$$

которой соответствует импульсная переходная характеристика

$$w_0(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \delta(t - iT), \quad (\text{П.2})$$

где $\delta(t - iT)$ — функция Дирака.

Действительно,

$$W_0(s) = \int_0^{\infty} w_0(t) \exp(-st) dt = \int_0^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} \delta(t - iT) \exp(-st) dt = \\ = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\int_0^{\infty} \delta(t - iT) \exp(-st) dt \right) = \sum_{i=0}^{\infty} \left(p \int_0^{\infty} 1(t - iT) \exp(-st) dt \right) = \\ = \sum_{i=0}^{\infty} \exp(-isT) = \frac{1}{1 - \exp(-sT)}. \quad (\text{П.3})$$

Тогда, с учетом выражений (П.1)–(П.3), уравнение (16) можно переписать в виде

$$v(t) = \int_0^t w(t-s) \psi(s) ds,$$

а в левой части неравенства (17) представить интеграл следующим образом:

$$\eta_0(0, t) = \int_0^t \varphi(s) \psi(s) \left(\int_0^s w_0(s-h) \psi(h) dh - v_*(s) \right) ds. \quad (\text{П.4})$$

Принимая во внимание периодичность функции $v_*(t) = v_*(t - T)$, построим ее изображение. Поскольку период $v_*(t)$ равен T , то с помощью некоторой функции $\psi_*(t)$, совпадающей с $v_*(t)$ на интервале $(0, T)$ и равной нулю вне этого ин-



тервала, процесс формирования сигнала $v_*(t)$ можно описать уравнениями

$$v_*(t) = v_*(t - T) + \psi_*(t), \quad T = \text{const} > 0, \quad v_*(s) = 0, \quad s \in [-T, 0],$$

$$\psi_*(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ v_*(t), & t \in (0, T), \\ 0, & t \geq T, \end{cases}$$

а его изображение определить в виде

$$v_*(s) = \frac{1}{1 - \exp(-sT)} \psi_*(s) = W_0(s)\psi_*(s). \quad (\text{П.5})$$

При этом, аналогично соотношению (П.2), для уравнения (П.5) будет справедливо равенство

$$v_*(t) = \int_0^t w_0(t-s)\psi_*(s)ds. \quad (\text{П.6})$$

Теперь, опираясь на соотношение (П.5), выполним для интеграла (П.4) эквивалентные преобразования:

$$\begin{aligned} \eta_0(0, t) &= \int_0^t \varphi(s)\psi(s) \left(\int_0^s w_0(s-h)\psi(h)dh - v_*(s) \right) ds = \\ &= \int_0^t (\psi(s) - \psi_*(s)) \int_0^s w_0(s-h)(\psi(h) - \psi_*(h))dh ds + \\ &\quad + \int_0^t \psi_*(s) \int_0^s w_0(s-h)(\psi(h) - \psi_*(h))dh ds. \end{aligned} \quad (\text{П.7})$$

С учетом явного вида функции $\psi_*(t)$, второй интеграл в правой части выражения (П.7) можно представить в эквивалентной форме записи:

$$\begin{aligned} &\int_0^t \varphi(s)\psi_*(s) \int_0^s w_0(s-h)(\psi(h) - \psi_*(h))dh ds = \\ &= \int_0^T \varphi(s)\psi_*(s) \int_0^s w_0(s-h)(\psi(h) - \psi_*(h))dh ds, \end{aligned} \quad (\text{П.8})$$

и применить оценку в виде ограничения сверху:

$$\left| \int_0^t \varphi(s)\psi_*(s) \int_0^s w_0(s-h)(\psi(h) - \psi_*(h))dh ds \right| \leq \gamma_0^2 = \text{const}, \quad \forall t \geq 0. \quad (\text{П.9})$$

Первый интеграл в правой части выражения (П.7) может быть ограничен снизу:

$$\int_0^t \varphi(s)(\psi(s) - \psi_*(s)) \int_0^s w_0(s-h)(\psi(h) - \psi_*(h))dh ds \geq 0, \quad \forall t \geq 0. \quad (\text{П.10})$$

Это будет выполнено тогда, когда импульсной переходной функции $w_0(t)$ соответствует передаточная функция (П.1) со свойствами положительности и вещественности, т. е. удовлетворяющая выполнению как неравенства

$$\text{Re} W_0(s) \geq 0, \quad \forall \omega, \quad (\text{П.11})$$

так и условий:

— функция $W_0(s)$ не имеет полюсов в полуплоскости $\text{Re}[s] > 0$;

— на оси $\text{Re}[s] = 0$ функция $W_0(s)$ имеет только простые полюсы, причем вычеты функций в этих полюсах вещественны и положительны.

Прежде всего, выполнение требования (П.11) относительно функции (П.1) очевидно, поскольку

$$\text{Re} \left(\frac{1}{1 - \exp(-j\omega T)} \right) = \frac{1 - \cos \omega T}{(1 - \cos \omega T)^2 + \sin^2 \omega T} = \frac{1}{2} > 0, \quad \forall \omega.$$

Далее, решением уравнения

$$1 - \exp(-sT) = 0$$

является выражение

$$S_k = j \frac{2\pi k}{T}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (\text{П.12})$$

следовательно, передаточная функция не имеет полюсов в правой полуплоскости.

Наконец, как следует из соотношения (П.12), функция $W_0(s)$ имеет только простые полюсы, причем вычеты функций в этих полюсах вещественны и положительные. Действительно, в силу известных преобразований, получаем

$$\text{Re} W_0(s)_{s=S_k} = \lim_{s \rightarrow S_k} \left(\frac{1 - \exp(-sT)}{s - S_k} \right)^{-1} = \frac{1}{T} > 0.$$

Следовательно, передаточная функция (П.1) удовлетворяет неравенству (П.11), не имеет полюсов в правой полуплоскости корней, на оси $\text{Re}[s] = 0$ имеет только простые полюсы, и вычеты функций в этих полюсах вещественны и положительны. Другими словами, оценка (П.10) имеет место.

Таким образом, левая часть соотношения (17) или интеграл (П.4), с учетом выражений (П.7)—(П.10), будет удовлетворять оценке вида

$$\eta_0(0, t) = \int_0^t \varphi(s)\psi(s) \left(\int_0^s w_0(s-h)\psi(h)dh - v_*(s) \right) ds \geq -\gamma_0^2, \quad \forall t \geq 0,$$

что и требовалось доказать.

ЛИТЕРАТУРА

1. Закс В. С. Об одной возможности повышения точности регулирования в следящих системах циклического действия // Автоматика и телемеханика. — 1981. — № 1. — С. 170—174.
2. А. с. 723510 СССР. Система автоматического регулирования / В. С. Закс // Бюл. — 1980. — № 11. — С. 193.
3. *Repetitive Control System: A New Type Servo System for Periodic Exogenous Signals* / Hara Shinji, Yamamoto Yutaka, Omata Tohru, Nakato Micho // IEEE Trans. on automatic control. — 1988. — Vol. 33, N 7. — P. 659—668.
4. Цыпкин Я. З. Синтез робастно оптимальных систем управления объектами в условиях ограниченной неопределенности // Автоматика и телемеханика. — 1992. — № 9. — С. 139—159.
5. Кацевич В. Л., Королев В. В., Никольский А. А. Применение самообучающихся электроприводов подачи токарных станков для повышенной точности формы серийных деталей // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2004. — № 5. — С. 21—25.
6. Еремин Е. Л. Новый тип алгоритмов параметрической настройки адаптивных регуляторов для систем управления нестационарными T -периодическими объектами // Информатика и системы управления. — 2003. — № 2. — С. 100—110.
7. Пат. 2265873 РФ. Адаптивная система управления для динамических объектов с периодическими коэффициентами / Е. Л. Еремин, М. С. Капитонова, Л. В. Чепак // Бюл. — 2005. — № 34. — С. 380.
8. Попов В. М. Гиперустойчивость автоматических систем. — М.: Наука, 1970. — 456 с.
9. Фрадков А. Л. Адаптивное управление в сложных системах. — М.: Наука, 1990. — 296 с.
10. Еремин Е. Л., Цыкунов А. М. Синтез адаптивных систем управления на основе критерия гиперустойчивости. — Бишкек: Илим, 1992. — 182 с.
11. Еремин Е. Л. Алгоритмы адаптивной системы управления с явно-неявной эталонной моделью для строго минимально-фазового объекта // Информатика и системы управления. — 2004. — № 2. — С. 157—166.

e-mail: eremin@amursu.ru

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б. В. Павловым. □