УДК 65.012

ЗАДАЧА ОПЕРАТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ТРАНСПОРТНОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМОЙ

Н. Н. Якубовская[1], В. К. Викторов[2], Н. В. Лисицын[2]

[1] *ООО «ПО "Киришинефтеоргсинтез"», г. Санкт-Петербург;*
[2] *ООО "Наука, технология, информатика, контроль", г. Санкт-Петербург*

Дана постановка общей (включающей в себя транспортную задачу, задачу определения минимального пути на графе коммуникаций и задачу о назначениях) задачи оперативного управления транспортной производственной системой. Намечены пути её решения и предложены необходимые методы.

ВВЕДЕНИЕ

Транспортная производственная система (ТПС) предназначена для перемещения материальных, энергетических и другого вида ресурсов из определенных исходных географических пунктов в определенные конечные географические пункты с помощью заданной сети коммуникаций и заданного количества транспортных средств (ТС). Задача оперативного управления ТПС заключается в составлении плана перемещения ТС на заданный промежуток времени для транспортировки конкретных ресурсов. Подобного рода задачи решались и решаются, как правило, эвристически. Успешность их решения может оцениваться с помощью различных критериев: прибыли, затрат и других экономических показателей.

В настоящее время на промышленных предприятиях затраты, связанные непосредственно с транспортировкой материальных ресурсов, не выделяются и не рассчитываются [1]. Расчет производится по фактическим затратам транспортного подразделения. Это обстоятельство не позволяет заранее оценить затраты при планировании транспортировок. Поэтому здесь имеется определенный резерв экономии ресурсов.

Другой путь более успешного оперативного управления ТПС заключается в ее интеграции в ту или иную систему ERP — систему управления всем предприятием [2]. Например, исходные данные для задачи оперативного управления ТПС могут и должны извлекаться из общего информационного пространства предприятия, а результаты решения должны направляться в это информационное пространство.

Реализация указанных резервов возможна только при наличии ее математической модели. Тогда возможны и точное решение задачи оптимизации перемещения ресурсов математическими методами, и интеграция этого решения в систему управления предприятием и в его общее информационное пространство.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть имеются m пунктов, в которых находятся некоторые ресурсы в количествах $a_1, ..., a_m$. Последние должны быть переданы в n пунктов, причем в каждый из них должно быть отправлено определенное количество ресурсов $b_1, ..., b_n$. Будем считать, что общее количество ресурсов в исходных и конечных пунктах — одинаково:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \qquad (1)$$

Если в реальной задаче условие (1) не выполняется, то можно добиться его выполнения известными искусственными приемами [3].

Решение подобной транспортной задачи хорошо известно [3—6], им является матрица плана $X = \{x_{ij}\}$, где x_{ij} — количество вида ресурса, которое перемещается из исходного пункта i в конечный пункт j.

По условиям задачи на количество ресурса x_{ij} должны быть наложены ограничения типа неравенств: $x_{ij} \geqslant 0$, $i = 1, ..., m$, $j = 1, ..., n$, и типа равенств: $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i$, $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j$, $i = 1, ..., m$, $j = 1, ..., n$.

Должна быть задана также некоторая оценка затрат c_{ij} на транспортировку из пункта i в пункт j, т. е. матрица затрат $C = \{c_{ij}\}$. Тогда критерием F успешности плана X

транспортировок будут суммарные затраты на все перемещения:

$$F = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}.$$

Задача определения плана X формулируется следующим образом. Найти план транспортировки X^0, доставляющий минимум критерию успешности F:

$$\arg\min_x F = X^0. \qquad (2)$$

Остановимся подробнее на оценке затрат c_{ij}. Прежде всего, очевидно, что они пропорциональны расстоянию между пунктами i и j и зависят от заданной сети дорог, магистральных трубопроводов, водных коммуникаций, линий электропередач и т. п., каждая из которых может быть представлена некоторым ориентированным графом с начальной вершиной i, промежуточными вершинами i_1, ..., i_k и конечной вершиной j. Таким образом, путь (схема) перемещения ресурса из пункта i в пункт j имеет вид: S_{ij}: $i \to i_1 \to ... \to i_s \to ... \to j$, причем таких путей может быть несколько. Дуги графа можно оценить. В оценку, прежде всего, войдет расстояние между пунктами, кроме того, затраты d_{kl} на транспортировку из пункта k в пункт l зависят от качества связывающих пункты сетей. Точная оценка затрат d_{kl} представляет собой самостоятельную и довольно сложную задачу математического моделирования. Здесь же предположим, что эта задача решена и получена матрица $D = \{d_{kl}\}$, $k = 1, ..., M > m$, $l = 1, ..., N > n$.

Конечно, затраты d_{kl} на транспортировку будут зависеть и от группы транспортных средств, осуществляющих данную транспортировку. Но тогда общая задача оперативного управления приобретает нелинейный характер. Например, если предположить, что грузоподъемность единичного транспортного средства равна q_1, то для осуществления транспортировки x_{ij} потребуется x_{ij}/q_1 транспортных средств и критерий оптимизации станет квадратичным:

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \frac{x_{ij}}{q_1} x_{ij}.$$

Смысл затрат c_{ij}, конечно, изменится по сравнению с линейным случаем.

Если для решения линейной задачи можно использовать венгерский алгоритм или метод потенциалов, то в случае квадратичного критерия они неприемлемы.

Кроме того, если учитывать зависимость затрат d_{kl} от транспортных средств, станет невозможной простая декомпозиция общей задачи на подзадачи. Для решения общей задачи придется применить некоторый итерационный процесс: предположить, какие транспортные средства будут осуществлять транспортировки между пунктами k и l, решить задачу об оптимальных путях на транспортной сети, решить транспортную задачу, решить задачу о назначениях и, если первоначально выбранные транспортные средства не совпадают с выбранными вначале, то вернуться к началу: к пересчету стоимости транспортировки между пунктами k и l. Сходимость такого итерационного процесса проблематична.

Не только вычислительные трудности привели к разделению затрат на чисто транспортные и на затраты на транспортные средства, но и практика экономических расчетов, принятая при реальной оценке затрат на конкретную транспортировку [7]. Например, затраты на перемещение из пункта k в пункт l измеряются в рублях, деленных на тонно-километры, и зависят только от расстояния, дорожных условий и скорости движения. А затраты на транспортные средства зависят только от типа транспортных средств, от амортизации, от стоимости эксплуатации и ремонта, от штрафов за недогрузку и т. п.

Конечно, задача с неразделенными затратами более точно моделирует процесс управления транспортной системой, но она значительно сложнее математически. Предложенный в настоящей работе подход, во-первых, можно рассматривать, как дающий первое линейно-декомпозиционное приближение, возможно, достаточное для практических целей. В дальнейшем путем итерационного повторения вычислительного процесса можно будет решить и неупрощенную, без разделения затрат, задачу.

2. ПУТИ РЕШЕНИЯ

Для каждой пары i и j должна быть решена задача минимизации затрат на матрице оценок затрат D:

$$\arg\min_{p_{ij}} \sum_{k \to l \in p_{ij}} d_{kl} = p_{ij}^0. \qquad (3)$$

Решение задачи (3) на заданной сети можно сравнительно легко получить методом динамического программирования [4]. После решения всех $m + n$ задач (3) можно получить оценочную матрицу C для транспортной задачи: $C = \{c_{ij}\}$, $x_{ij} = \sum_{k \to l \in p_{ij}^0} d_{kl}$, $i = 1, ..., m$, $j = 1, ..., n$.

Как было отмечено, решение X^0 транспортной задачи может быть получено методом потенциалов или с помощью венгерского алгоритма [4]. Это решение является исходным для окончательного решения задачи оптимального оперативного управления ТПС. Для этого надо решить задачу о назначениях: какие транспортные средства назначить для выполнения перевозки $x_{ij}^0 \in X^0$. Задача о назначениях решается на матрице $E = \{e_{pq}\}$, $p = 1, ..., P$, $q = 1, ..., Q$, где e_{pq} — затраты на выполнение q-й транспортировки p-й группой ТС. Известно, что матрица решения транспортной задачи X^0 содержит $m + n - 1$ элементов, поэтому оптимальных транспортировок будет $Q = m + n - 1$. Число возможных исполнителей перевозок P равно сумме чисел сочетаний из L транспортных средств по 1, 2, ..., L: $P = \sum_{i=1}^{L-1} C_L^i = 2L - 2$, где C_L^i — число сочетаний из L по i.

Строки матрицы E соответствуют группам ТС G_p; G_p — множество ТС, соответствующих определенному сочетанию из L по i. Элементы e_{pq} матрицы цен назначений являются функциями суммарной пропускной способности (грузоподъемности), а также других параметров, характеризующих ТС, таких, например, как стоимость эксплуатации, ремонта и т. п. Точное определение значений e_{pq} также представляет собой самостоятельную задачу математического моделирования.

Решением задачи об оптимальных назначениях является матрица $Y = \{y_{pq}\}$, $p = 1, ..., P$, $q = 1, ..., Q$, доставляющая минимум суммарной цене назначений:

$$\arg\min_{Y} \sum_{p=1}^{P} \sum_{q=1}^{Q} y_{pq} e_{pq} = Y^0 \qquad (4)$$

и подчиняющаяся следующим ограничениям:

$$y_{pq} \in \{0, 1\}, \qquad (5)$$

$$\sum_{p=1}^{P} y_{pq} = 1, \qquad \sum_{q=1}^{Q} y_{pq} = 1, \qquad (6)$$

$$\sum_{l \in G_p} g_l \geqslant x_q, \qquad q = (i-1) \cdot m + j, \qquad (7)$$

где g_l — пропускная способность (грузоподъемность) l-го ТС,

$$G_p \cap G'_r = \varnothing \qquad (8)$$
$$p = 1, ..., P, \quad r = 1, ..., P, \quad p \neq r,$$

$\varnothing$ — пустое множество.

От классической задачи о назначениях задача (4)—(8) отличается наличием ограничений (7) и (8). Смысл ограничений (7) состоит в том, что для того, чтобы p-я группа ТС могла осуществить q-ю транспортировку, суммарная пропускная способность (грузоподъемность) этой группы ТС должна быть не менее заданного объема x_q.

Смысл ограничений (8) состоит в том, что каждое из L ТС в данный отрезок времени оперативного планирования может осуществлять только одно перемещение. Решение задачи о назначениях (4)—(8) можно получить модифицированным венгерским алгоритмом [4]. Так как транспортная задача также может быть решена с помощью этого алгоритма, то в рамках единой программы оперативного управления целесообразно использовать одну и ту же процедуру венгерского алгоритма.

Один из путей учета ограничений (8) состоит в предварительном отборе непересекающихся сочетаний. Таким образом, могут быть достигнуты две цели: во-первых, учтены ограничения (8), во-вторых, существенно сокращено число сочетаний по сравнению с числом $2^L - 2$. Точно так же можно учесть и использовать для сокращения ограничение (7), заранее отбрасывая сочетания, ему не удовлетворяющие. Дальнейшее сокращение числа сочетаний транспортных средств можно получить эвристически, используя опыт и интуицию операторов транспортных систем. Для всех оставшихся сочетаний должна быть решена своя задача о назначениях и из решений этих задач должно быть выбрано наилучшее.

Таким образом, благодаря разделению затрат, задача оптимального оперативного управления ТПС декомпозируется на три последовательные подзадачи. Сначала решается подзадача (3) определения оптимальных путей перемещения ресурсов p^0_{ij}, затем строится матрица C затрат на транспортировку. На матрице C решается транспортная задача (2). Полученное решение транспортной задачи X^0 используется для формирования матрицы E цен назначений. Наконец, на матрице E решается задача о назначениях (4). Решение задачи о назначениях Y^0 является решением задачи оптимального оперативного управления ТПС. Это решение указывает, какая группа ТС должна осуществить заданную транспортировку. Поскольку решение каждой подзадачи оптимально, то оптимально и решение всей задачи оперативного управления ТПС.

В **заключение** отметим, что предложенный ранее подход может быть применен и для квазидинамического управления ТПС. Для этого достаточно рассмотреть небольшой промежуток времени и для него последовательно решать задачу статического оперативного управления, каждый раз внося изменения в начальные условия задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Захаров Г. Н.* Формирование экономического механизма устойчивого развития нефтехимического предприятия: Дис. ... канд. экон. наук. — Санкт-Петербургский гос. инженерно-эконом. ун-т, 2002. — 183 с.
2. *Лисицын Н. В.* Оптимизация нефтеперерабатывающего производства. — СПб: Химиздат, 2003. — 184 с.
3. *Юдин Д. Б., Гольштейн Е. Г.* Задачи и методы линейного программирования. — М.: Советское радио, 1964. — 736 с.
4. *Кофман А.* Введение в прикладную комбинаторику. — М.: Наука, 1975. — 479 с.
5. *Гольштейн Е. Г., Юдин Д. Б.* Задачи линейного программирования транспортного типа. — М.: Советское радио, 1969.
6. *Кузнецов А. В., Сакович В. А., Холод Н. И.* Высшая математика. Математическое программирование. — Минск: Высшая школа, 2001. — 436 с.
7. *Миротин Л. Б.* Логистика: управление в грузовых транспортно-логических системах. — М.: Юристъ, 2002. — 414 с.

☎ *(812) 550-40-79*

E-mail: lisitsyn@ntik.ru