

# МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОГРАММ ОБЕСПЕЧЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТИ

И. В. Буркова<sup>(1)</sup>, А. В. Толстых<sup>(1)</sup>, Б. К. Уандыков<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup> *Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова, г. Москва;*

<sup>(2)</sup> *Республиканское казенное Восточно-Казахстанское предприятие водных путей, г. Усть-Каменогорск*

Предложен подход к разработке программ обеспечения безопасности объектов на основе построения системы комплексного оценивания уровня безопасности. Даны постановка и решение задачи обеспечения требуемого значения комплексной оценки при минимальных затратах на соответствующие мероприятия.

## ВВЕДЕНИЕ

При исследовании проблем обеспечения безопасности регионов понятие риска является одним из основных.

В ряде работ риск определяется как векторная величина, компонентами которой являются потери различного типа (экономические, социальные, экологические). Поэтому задачу управления риском следует рассматривать либо как задачу векторной оптимизации, либо как обычную задачу скалярной оптимизации, определив некоторую интегральную оценку риска. В данной работе мы выбираем второй путь. Интегральную оценку риска можно строить различными способами. Действительно, поскольку риск определяется двумя группами факторов — вектором вероятностей и вектором ущербов, то можно сначала провести интеграцию (свертку) по вероятностям каждого типа ущерба (например, определить математическое ожидание по каждому типу ущерба, т. е. ожидаемый ущерб), а затем построить интегральную оценку ожидаемых ущербов. Можно поступить наоборот, сначала построить интегральную оценку ущербов, а затем взять математическое ожидание этой интегральной оценки. Рассматриваемый ниже подход к задаче управления риском основан на первом варианте — в качестве интегральной оценки риска принимается интегральная оценка ожидаемых ущербов различных типов [1].

Предлагаемый в настоящей работе подход представляет собой попытку создать, хотя и приближенный, но достаточно универсальный инстру-

ментарий управления риском для любых типов объектов и чрезвычайных ситуаций (ЧС). В данной работе ставится следующая задача: необходимо определить набор мероприятий  $\{x_i\}$ , так изменяющий параметры объекта, чтобы риск (интегральная оценка риска) был не больше заданного, а стоимость всех мероприятий была минимальной.

## 1. ИНТЕГРАЛЬНАЯ ОЦЕНКА РИСКА

При рассмотрении социальных, экономических и экологических сторон тяжелой аварии целесообразно оперировать понятиями прямого и косвенного ущербов. Под прямым ущербом в результате чрезвычайной ситуации будем понимать потери и убытки всех структур национальной экономики, попавших в зоны воздействия ЧС, и складывающиеся из невозвратных потерь основных фондов, оцененных природных ресурсов и убытков, вызванных этими потерями, а также затраты, связанные с ограничением развития и ликвидацией ЧС.

В состав затрат на ликвидацию последствий аварии включаются затраты на медицинское обслуживание, весь комплекс эвакуационных мероприятий, дезактивационные и дегазационные (при необходимости) работы, спасательные работы, строительство защитных сооружений, охрану оставленных объектов народного хозяйства и жилья, компенсационные выплаты отселяемым, строительство нового жилья эвакуированным, контроль за радиационной обстановкой и окружающей средой и другое, в зависимости от вида и масштабности ЧС.

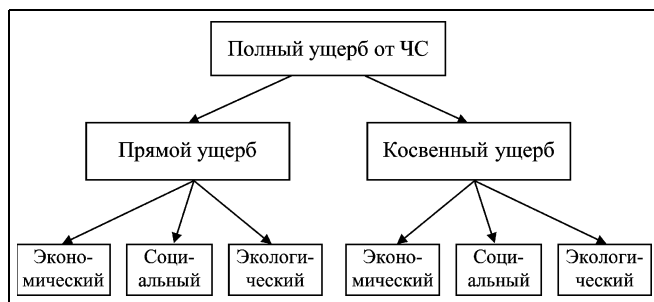


Рис. 1. Структура полного ущерба от ЧС

Объем затрат на ликвидацию последствий возможной тяжелой аварии зависит от конкретных географических, метеорологических, инфраструктурных, демографических и прочих особенностей района (или региона) в котором возникла ЧС. При определении этих затрат следует также учитывать вероятную динамику распространения различных вредных веществ или радиации и перемещения населения.

Косвенным ущербом от аварии будем называть потери, убытки и дополнительные затраты, которые понесут объекты народного хозяйства, не попавшие в зону прямого воздействия, и вызванные, в первую очередь, нарушениями и изменениями в сложившейся структуре хозяйственных связей, инфраструктуре.

К косвенному ущербу можно отнести и плохо поддающиеся стоимостной оценке отрицательные социальные эффекты, например, падение производительности труда оставшихся неотселенными работников, вызванное их угнетенным психическим состоянием. Прямой и косвенный ущерб в совокупности образуют полный ущерб (рис. 1).

Таким образом, мы описали структуру ущерба или риска в зависимости от того, в каком виде представлены исходные данные — в виде показателей ущерба либо ожидаемого ущерба (риска). Эта структура представляет собой дерево, начальная вершина которого соответствует интегральной оценке ущерба или риска, а висячие вершины различным типам ущербов (рисков). Для получения интегральной оценки ущерба или риска необходимо задать процедуры агрегирования (свертки) в каждой невисячей вершине дерева. Существуют различные процедуры агрегирования (линейные, аддитивные, мультипликативные, обобщенные аддитивные и др.). При агрегировании разнородных показателей (например, экономического, социального и экологического рисков) целесообразно применение так называемых матричных сверток, к рассмотрению которых мы переходим.

Предварительно необходимо привести значения показателей к дискретной шкале оценок. Каждое значение дискретной шкалы соответствует некоторой качественной характеристике риска или

ущерба (для определенности далее в качестве интегрального показателя будем рассматривать риск, а в качестве исходных показателей — ожидаемые ущербы по типам потерь, которые будем называть локальными рисками). Так, если шкала имеет три значения 1, 2 и 3, то естественно принять, что 1 соответствует низкому (незначительному) риску, 2 — среднему (ощутимому), а 3 — высокому (существенному). Очевидно, что каждому такому качественному значению локального риска соответствует вполне определенный интервал количественных значений соответствующих ожидаемых ущербов.

Методика формирования интегральной оценки риска основана на методологии формирования комплексных оценок, определяющей систему формальных и экспертных процедур [1]. Эта методология может быть применена для широкого класса задач оценивания. Суть ее состоит в следующем. Для оцениваемого объекта определяется набор параметров  $\{a_j\}$ . Для получения комплексной оценки параметры попарно сравниваются друг с другом при помощи матриц сверток, полученные характеристики в свою очередь опять попарно сравниваются между собой при помощи матриц сверток уже следующего уровня. Процедура повторяется до тех пор, пока не останется одна характеристика, которая и представляет собой комплексную оценку объекта.

Для реализации изложенной процедуры на всех уровнях необходимо определить пары характеристик, которые будут сравниваться, а также соответствующие им матрицы сверток. Кроме того, необходимо построить матрицы сверток таким образом, чтобы из определенных на самом низком уровне значений оценок можно было получить оценки всех характеристик на всех уровнях.

Достоинство бинарной структуры заключается в том, что она позволяет решать задачу комплексного оценивания по  $N$  критериям путем многошаговой процедуры агрегирования, причем на каждом шаге производится агрегирование только по двум критериям. Это упрощает задачу выбора правил агрегирования, поскольку соответствует реальным возможностям человека в выдаче непротиворечивой, устойчивой информации (гипотеза бинарности). Эта гипотеза утверждает, что человек устойчиво сравнивает и разбивает на классы объекты, отличающиеся оценками по двум критериальным свойствам.

Таким образом, при бинарной критериальной структуре возможно наиболее точное отражение стратегии лица, принимающего решение, или эксперта через процедуру свертки, и достаточно широкий класс комплексных критериев представим в виде бинарной структуры.

Рассмотренная схема является базовой при разработке процедур оценивания для реальных объектов и должна быть настроена с учетом специфи-



ки оцениваемых проектов, требований лица, принимающего решение, механизмов управления, в которых будут использованы полученные комплексные оценки.

Настройка процедуры оценивания (при сформированном дереве оценок и фиксированном наборе исходных показателей) включает в себя ряд задач, в том числе:

- выбор нормирующих преобразований;
- определение вида и параметров частных функций оценки;
- выбор оценочных шкал;
- выбор типа процедур агрегирования (свертки) и настройка их параметров;
- выбор методов перехода от непрерывных шкал к дискретным.

Таким образом, для определения интегрального риска строится бинарное дерево свертки, в котором каждая невисячая вершина представляет со-

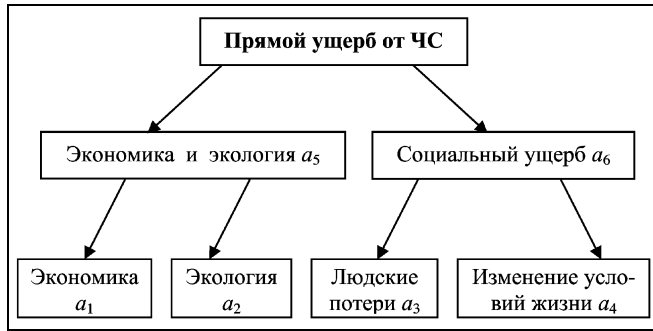


Рис 2. Бинарная структура дерева рисков (прямого ущерба)

Интегральный риск (прямого ущерба)

	$a_5$	$a_6$		
		3	2	1
1	2	2	1	1
2	3	2	2	
3	3	3	3	

↓ Материальный риск

	$a_2$	$a_1$		
		3	2	1
1	2	2	1	
2	3	2	1	
3	3	3	2	

↓ Социальный риск

	$a_4$	$a_3$		
		3	2	1
1	2	1	1	
2	3	2	1	
3	3	3	2	

Рис 3. Логические матрицы свертки

бой логическую матрицу свертки, аккумулирующую информацию из матриц предыдущего слоя.

Алгоритм определения интегральной оценки риска рассмотрим на примере фрагмента дерева рисков (рис. 2) со следующими исходными показателями локальных рисков: экономический риск  $a_1$ , экологический риск  $a_2$ , и два показателя социального риска — людские потери  $a_3$  и изменение (ухудшение) условий жизни  $a_4$ , а также обобщенные материальный  $a_5$  и социальный  $a_6$  риски.

Введем три логические матрицы свертки. Первая матрица дает обобщенную оценку экономического и экологического риска, которую мы назовем материальным риском. Вторая матрица дает обобщенную оценку локальных рисков людских потерь и ухудшения условий жизни, то есть оценку социального риска. Наконец, третья матрица дает оценку интегрального риска путем агрегирования обобщенных оценок материального и социального рисков (рис. 3).

Заметим, что логические матрицы свертки по сути дела определяют процедуру агрегирования локальных рисков в интегральную оценку риска и тем самым фиксируют приоритеты и политику руководства объекта по отношению к ущербам различного типа. Поэтому утверждение логических матриц свертки — ответственная процедура, выполняемая высшим руководством объекта.

Имея интегральную оценку риска, можно оценить любой вариант программы снижения риска (обеспечения безопасности объекта) и на основе этого выбрать оптимальный вариант.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ ПО СТОИМОСТИ

Рассмотрим задачу снижения риска до требуемого уровня, определяемого значением интегральной оценки  $V_0$ . Пусть имеется  $n$  возможных мероприятий по снижению уровня риска. Обозначим через  $a_{ij}$  — снижение ожидаемых потерь по направлению  $j$  путем проведения мероприятий  $i$ . Если проведено некоторое множество  $Q$  мероприятий, то общее снижение ожидаемых потерь по направлению  $j$  составляет

$$A_j(Q) = \sum_{i \in Q} a_{ij}.$$

Обозначим через  $B_{kj}$  снижение ожидаемых потерь по направлению  $j$ , минимально необходимое для того, чтобы локальная оценка риска по направлению  $j$  была равна  $k$ . Таким образом, если в программе снижения риска планируется обеспечить локальную оценку риска  $k(j)$  по направлению  $j = \overline{1, m}$ , то набор мероприятий программы должен быть таким, чтобы выполнялись условия:

$$\sum_{i \in Q} a_{ij} = A_j(Q) \geq B_{k(j)}, \quad j = \overline{1, m}. \quad (1)$$

Обозначим через  $R(V)$  множество Парето-оптимальных вариантов программы, обеспечивающих интегральную оценку  $V$ .

**Постановка задачи.** Определить вариант программы

$$\pi \in R(V), \pi = k(j), \quad j = \overline{1, m}$$

и множество мероприятий  $Q(\pi)$ , удовлетворяющих условиям (1) таких, чтобы затраты

$$C(V, \pi) = \sum_{i \in Q(\pi)} c_i \quad (2)$$

были минимальными.

Для решения задачи определим все Парето-оптимальные (напряженные) варианты программы. Алгоритм определения всех Парето-оптимальных вариантов основан на построении сети напряженных вариантов и описан в работе [1]. Дадим его иллюстрацию на примере логических матриц свертки (см. рис. 3).

1. Пусть  $V = 1$ . Начиная с верхней матрицы интегрального риска, определяем все Парето-оптимальные варианты обобщенных оценок материального и социального риска. Имеется всего один вариант (2; 1) (средний социальный риск и низкий материальный риск).

2. Переходим к матрице социального риска. Среднему значению социального риска соответствуют три варианта локальных рисков (людских потерь и изменения условий жизни). Это варианты (3; 1) — высокий риск людских потерь и низкий риск изменения условий жизни, (2; 2) — средний риск людских потерь и изменения условий жизни, и (1; 3) — низкий риск людских потерь и высокий риск изменения условий жизни.

3. Переходим к матрице материального риска. Имеется всего один Парето-оптимальный вариант (1; 2) — низкий риск экономических потерь и средний — экологических потерь.

Окончательно получаем три Парето-оптимальных варианта, обеспечивающих интегральную оценку  $V = 1$ :

$$\pi_1 = (1, 2, 3, 1); \pi_2 = (1, 2, 2, 2); \pi_3 = (1, 2, 1, 3).$$

Как правило, число вариантов множества  $R(V)$  невелико. Поэтому предлагается решать задачу методом перебора всех вариантов  $R(V)$ . При заданном варианте  $\pi \in R(V)$  задача (1) и (2) сводится к задаче целочисленного линейного программирования. Рассмотрим ее решение методом дихотомического программирования [2].

### 3. МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Обозначим  $x_i = 1$ , если мероприятие  $i$  вошло в программу,  $x_i = 0$  — в противном случае. Тогда для рассматриваемого варианта  $\pi$  получаем следующую

задачу: определить значения  $x = \{x_i\}$ , минимизирующие величину

$$\sum_i c_i x_i \quad (3)$$

при ограничениях

$$\sum_i a_{ij} x_i \geq B_j, \quad j = \overline{1, m}. \quad (4)$$

Следуя методу дихотомического программирования, построим оценочную задачу. Для этого определим  $s_{ij} \geq 0$  такие, что

$$\sum_j s_{ij} = c_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

и рассмотрим  $m$  задач о ранце следующего вида: минимизировать  $F(x) = \sum_i s_{ij} x_i$  при одном из ограничений (4). Как известно [2], величина

$$\Phi(s) = \sum_j \Phi_j(s_j), \quad (6)$$

где  $\Phi_j(s_j)$  — значение  $F(x)$  в оптимальном решении  $j$ -й задачи о ранце, является оценкой снизу для исходной задачи (3) и (4). Имея метод получения нижних оценок, можно применить метод ветвей и границ.

Улучшение оценки сводится к решению задачи максимизации величины (6) при ограничениях (5). Эта задача в работе [2] названа двойственной задачей целочисленного линейного программирования. К сожалению, решение двойственной задачи довольно трудоемкое. Решение большого числа примеров привело к ряду простых эвристических правил выбора  $s_{ij}$ . Приведем одно из них.

Выберем одно из ограничений, например, первое. Положим  $s_{ij} = y_j a_{ij}$  для всех  $i = \overline{1, n}, j = \overline{2, m}$  так, чтобы

$$\sum_{j=2}^m y_j a_{ij} \leq c_i, \quad i = \overline{1, n}.$$

Положим

$$s_{i1} = c_i - \sum_{j=2}^m y_j a_{ij} \geq 0. \quad (7)$$

Рассматриваем только одну первую задачу о ранце, полагая оценки для остальных задач равными  $y_j B_j$ . Нижняя оценка при этом

$$\Phi = \Phi_1(s_1) + \sum_{j=2}^m y_j B_j \quad (8)$$

Смысл этого правила в том, что при  $s_{ij} = y_j a_{ij}$  для всех  $i, j \geq 2$  все мероприятия с точки зрения  $j$ -го направления ( $j \geq 2$ ) становятся равноценными (удельные затраты  $s_{ij}/a_{ij} = y_j$  для любого мероприя-



тия), что позволяет сконцентрировать внимание на первом направлении.

Интересно отметить, что задача максимизации составляющей  $\sum_{j=2}^m y_j B_j$  оценки (8) при ограничениях (7) является обычной двойственной задачей для исходной задачи (3) и (4) без первого ограничения.

**Пример.** Рассмотрим один из Парето-оптимальных вариантов, например  $\pi_1 = (1, 2, 3, 1)$ . Примем  $B_1 = 50, B_2 = 15, B_3 = 6, B_4 = 60, n = 6$ . Значения  $a_{ij}$  и  $c_i$  приведены в таблице.

Возьмем четвертое направление в качестве основного и положим  $y_1 = 3, y_2 = y_3 = 0, \sum_{j=1}^3 y_j B_j = 150$ .

Получаем следующую задачу о ранце для четвертого направления — минимизировать величину

$$35x_1 + 35x_2 + 22x_3 + 0x_4 + 8x_5 + 10x_6$$

при ограничении

$$20x_1 + 8x_2 + 12x_3 + 16x_4 + 24x_5 + 14x_6 \geq 60. \quad (9)$$

Ее решение  $x_3 = x_4 = x_5 = x_6 = 1; x_1 = x_2 = 0; \Phi_4 = 40$ . Оценка снизу исходной задачи (3) и (4)  $\Phi = 40 + 150 = 190$ . Применим метод ветвей и границ.

*1 шаг.* Разобьем множество всех решений на два подмножества. В одном  $x_2 = 1$ , во втором  $x_2 = 0$ .

Оценка первого подмножества. Решение задачи о ранце имеет вид  $x_2 = x_4 = x_5 = x_6 = 1; x_1 = x_3 = 0; \Phi_4 = 53, \Phi = 53 + 150 = 203$ .

Оценка второго подмножества осталась прежней:  $\Phi = 190$ .

Выбираем второе подмножество.

*2 шаг.* Разбиваем второе подмножество на два подмножества. В одном  $x_1 = 1$ , во втором  $x_1 = 0$ .

Оценка первого подмножества. Оптимальное решение задачи о ранце при  $x_2 = 0, x_1 = 1$  имеет вид:

$$x_1 = x_4 = x_5 = 1; x_2 = x_3 = x_6 = 0; \Phi_4 = 43.$$

Заметим теперь, что это решение является оптимальным и для первой задачи (если  $x_2 = 0, x_1 = 1$ ) со значением целевой функции  $\Phi_1 = 153$ . Очевидно, что оно оптимально для второй и третьей задач. Поэтому оно является оптимальным решением исходной задачи на подмножестве  $x_1 = 1, x_2 = 0$ . Значение целевой функции  $C = 43 + 153 = 196$ .

$i$	1	2	3	4	5	6
$a_{i1}$	12	15	18	23	16	10
$a_{i2}$	11	15	18	21	13	6
$a_{i3}$	4	20	10	12	3	15
$a_{i4}$	20	8	12	16	24	14
$c_i$	71	80	76	69	56	40

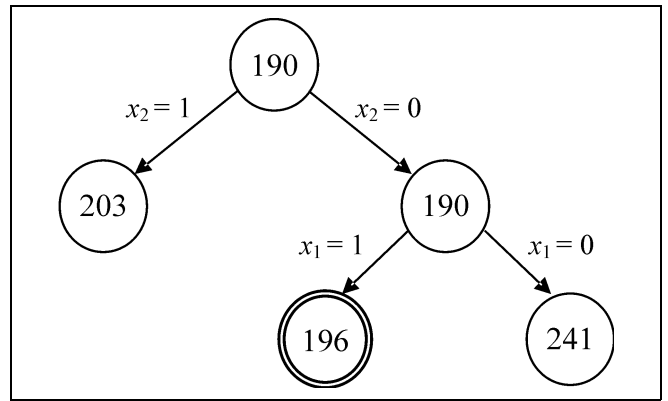


Рис. 4. Дерево ветвлений

Оценка второго подмножества. Заметим, что неравенство (9) в случае  $x_1 = x_2 = 0$  имеет единственное решение:  $x_3 = x_4 = x_5 = x_6 = 1$ . При этом первые три неравенства (соответствующие трем первым направлениям) выполняются. Поэтому

$$\Phi = \sum_{i=3}^6 c_i = 241.$$

Выбираем первое подмножество. Дерево ветвлений приведено на рис. 4.

Полученное решение  $x_1 = x_4 = x_5 = 1, x_2 = x_3 = x_6 = 0$  является оптимальным, поскольку нижние оценки всех остальных подмножеств больше 196.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный подход позволяет эффективно решать задачи формирования не только программ снижения рисков, но и любых программ, оцениваемых по нескольким критериям (программы регионального развития, программы реформирования предприятий и др.). Описанная модель и метод оптимизации применены при разработке мероприятий по обеспечению безопасности гидротехнических сооружений и при создании системы снижения риска при уничтожении химического оружия. Работы ведутся в рамках Федеральной программы “Безопасность”.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Бурков В. Н., Щепкин А. В. Экологическая безопасность. — М.: Ин-т проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2003.
2. Бурков В. Н., Буркова И. В. Задачи дихотомической оптимизации. — Матер. Междунар. конференции “Системные проблемы качества, математического моделирования, информационных и электронных технологий”. — М.: Радио и связь, 2003.

☎ (095) 334-90-51

E-mail: irbur27@mail.ru

