

ЛОГИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ. Ч. I¹

Р. М. Нижегородцев

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова, г. Москва

Обоснована зависимость макроэкономической динамики от технологических приоритетов инвестирования и предложена производственная функция типа Кобба—Дугласа, оценивающая вклад информационного производства в экономический рост как обобщенную логистическую функцию от объема применяемой информации. Обоснована логистическая модель, связывающая динамику конечного потребления и реального дохода, предложена разработанная на ее основе методика среднесрочного прогнозирования этих параметров.

ВВЕДЕНИЕ

Логистические кривые в самом общем виде моделируют процессы взаимного перехода количественных и качественных изменений в развитии сложных динамических систем. Благодаря чередованию эволюционных и революционных периодов развития их динамика представляет собой поступательно-циклический процесс. Обобщенные логистические кривые количественно описывают зависимости, в которых циклические колебания накладываются на поступательный тренд.

Помимо стандартных примеров использования логистических моделей, связанных с динамикой технологических укладов и с технологическими сдвигами, существует ряд задач, в которых применение логистических моделей плодотворно и теоретически обосновано [1, 2]. Подобно тому, как информационные технологии, возникнув в информационном секторе экономики, успешно распространяются в других секторах, — столь же неотвратимо методы анализа и прогнозирования, зародившиеся в недрах информационной экономики, в том числе и логистические, завоевывают

признание и находят все более широкое применение в различных областях современной экономической науки.

ВКЛАД ИНФОРМАЦИОННОГО ПРОИЗВОДСТВА В ЭКОНОМИЧЕСКИЙ РОСТ

Процесс развития каждой технологии в самом общем, приблизительном, виде описывается логистической кривой, определяемой дифференциальным уравнением вида

$$\frac{dy}{dt} = \alpha(y - k_1)(k_2 - y), \quad (1)$$

где t — параметр, выражающий совокупные затраты общества на развитие данной технологии (это могут быть затраты времени, энергии или абстрактного общественного труда, выраженного в стоимостной форме), $y(t)$ — технологически значимый результат, достигаемый данной технологией, α — положительная постоянная (параметр "масштаба"), k_1 и k_2 — положительные константы, ограничивающие (соответственно, снизу и сверху) технологически значимый результат функционирования данной технологии. При этом k_1 — это нижняя граница $y(t)$, выражающая исходные, стартовые, предельно низкие возможности техно-

¹ Статья рекомендована к печати Программным комитетом Второй международной конференции по проблемам управления (Москва, 2003 г.). Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект № 03-06-80083а).

логии, а k_2 — ее технологический предел, характеризующий максимально высокие ее возможности.

С увеличением затрат (в какой бы форме они ни измерялись) на освоение и совершенствование данной технологии ее технологически значимый результат может лишь возрасти, поэтому $y(t)$ представляет собой функцию, монотонно растущую на всей области ее определения. Тот факт, что первая производная (скорость роста) величины y , согласно уравнению (1), прямо пропорциональна отрыву этой величины от ее стартовых возможностей, означает, что $y(t)$ растет тем быстрее, чем больше этот отрыв. С другой стороны, пропорциональность первой производной значению $(k_2 - y)$ означает замедление роста величины $y(t)$ по мере приближения ее к своему технологическому пределу.

Логистическая (S -образная) кривая, описывающая жизненный цикл каждой отдельной технологии (рис. 1), может рассматриваться как модель динамики различных кумулятивных величин, т. е. таких, которые способны кумулироваться, накапливаться и в каждый момент времени образуют известный фонд, так что скорость дальнейшего роста таких величин пропорциональна уже имеющемуся их значению. Логистические кривые описывают кумулятивный рост с насыщением, означающим, что накапливаемая величина имеет верхний предел, по мере приближения к которому ее рост замедляется.

Процесс замещения технологий, динамика каждой из которых выражается логистической кривой, схематично изображен на рис. 2. Для практических расчетов периодом технологического разрыва можно считать, как это показано на рисунке, время между ближайшими друг к другу точками локального максимума кривизны двух соседних логистических кривых (т. е. между ближайшими друг к другу точками, где эти соседние кривые наиболее "выпуклы").

Рис. 1 и 2 имеют более общее значение, чем иллюстрации к процессу развития отдельных технологий. В целом развитие производительных сил

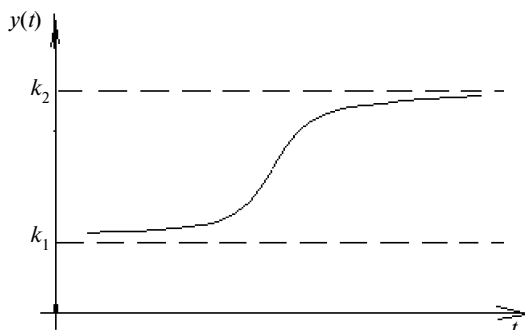


Рис. 1. Динамика технологии

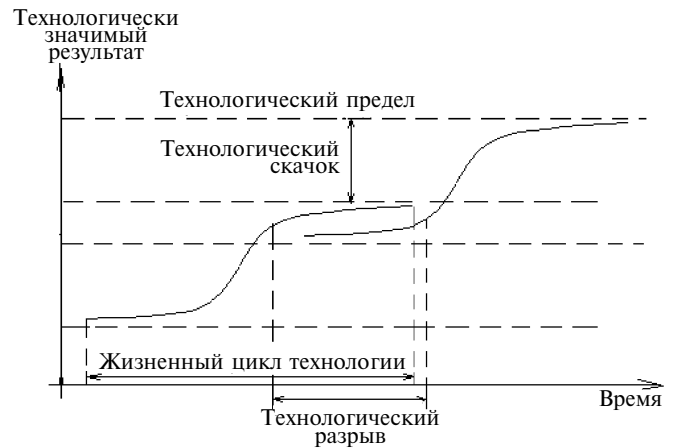


Рис. 2. Процесс замещения технологий

общества (и на локальном, и на глобальном уровне) предстает как кумулятивный процесс, динамика которого подчиняется логистическому закону.

Процесс развития каждого технологического уклада в общем виде также описывается логистической кривой, выражающей наиболее общие закономерности динамики поступательно-циклических процессов. В начале жизненного цикла каждого технологического уклада значительные затраты на его развитие дают незначительные результаты — этому периоду соответствует первый пологий участок логистической кривой. Затем, по мере развития и практического освоения соответствующих технико-технологических принципов, небольшие затраты начинают приносить значительный эффект, и кривая круто поднимается. Далее, по мере приближения технологий данного уклада к своим технологическим пределам, этот технологический уклад вновь выходит на пологий участок кривой, и никакие, даже самые масштабные, вложения в его развитие уже неспособны принести значительный эффект.

Последняя фаза жизненного цикла технологий, наиболее хорошо изученная экономистами, подчиняется закону убывающей производительности капитала: каждое следующее добавочное вложение инвестиций в развитие технологии приносит в среднем меньший эффект по сравнению с предыдущим вложением того же размера капитала в развитие той же технологии. Это означает, что инвестиции в развитие стареющих, отмирающих технологических укладов неминуемо приводят к нарастанию инфляционных процессов в макроэкономической системе: подобные технологии превращаются в "черную дыру", способную поглотить любой объем инвестиций, от которых ни отдельное предприятие, ни страна в целом никогда не получают адекватной отдачи, поскольку техноло-

гические возможности их развития уже исчерпаны. Наоборот, чем больше инвестиций поглощают подобные технологии, тем быстрее истощается их технологический и экономический потенциал.

Внедрение технологий, относящихся к стареющим технологическим укладам, как правило, оборачивается нарастанием структурных диспропорций в экономике [3, 4]. В самом деле, техника, созданная на основе подобных технологических решений, немного производительнее, но существенно дороже предшествующих аналогов, поэтому ее внедрение позволяет экономить живой труд в производственных процессах, но приводит к значительно более расточительному расходованию овеществленного прошлого труда, продуктом которого выступает данная техника. Таким образом, макрохозяйственная система вынуждена тратить все большую часть своего совокупного труда на производство средств производства, что неминуемо утяжеляет отраслевую структуру экономики.

Общий вывод заключается в том, что как микро-, так и макроэкономические результаты осуществленных инвестиций непосредственным образом определяются *технологической основой* производственных процессов, в которые направлены эти инвестиции.

Государственная власть большинства стран мира предпринимает усилия, направленные на то, чтобы отсечь от инвестиционных ресурсов элементы отсталых технологических укладов, не имеющие будущего. С этой целью, как правило, определяется более или менее широкий перечень высоких, приоритетных, критически важных технологий, инвестиции в развитие которых поддерживаются определенными мерами государственного воздействия (налоговые и кредитные льготы, ускоренные сроки амортизации, система гарантирования инвестиций и т. д.). При этом правительство чаще всего сознает, что в его руках находятся лишь косвенные рычаги воздействия на ситуацию и что прямые государственные инвестиции, как правило, не могут коренным образом изменить характер технико-экономической динамики и обеспечить надлежащий уровень наукоемкости общественного производства и его технологический облик, достижение которого выдвигается в качестве одной из приоритетных задач национального экономического развития.

Определенная сложность принятия инвестиционных решений заключается в том, что, выбрав тот или иной технологический уклад, поддерживаемый инвестиционными ресурсами, инвестор тем самым уже автоматически (иногда даже не осознавая этого) выбирает и соотношение между объемом инвестиций и эффектом от их приложения — соотношение, предопределяемое фазой жизненного цикла, на которой находится данная технология в момент инвестирования. Поскольку в рас-

поряжении инвестора в каждый момент времени находится ограниченное число технологий, которые потенциально могли бы быть поддержаны его инвестиционными ресурсами, то, тем самым, инвестиционный процесс характеризуется *дискретными* значениями эффективности, которые, тем не менее, непрерывно изменяются во времени, создавая противоречие между краткосрочными и долгосрочными целями инвестирования.

Поясним смысл данного выбора на простом примере (рис. 3). Пусть в некоторой отрасли хозяйства в один и тот же период времени существуют и развиваются три технологии, принадлежащие к различным технологическим укладам: логистические кривые, описывающие их жизненные циклы, обозначены через $y_1(t)$, $y_2(t)$ и $y_3(t)$, соответственно. В текущий момент ситуация находится в точке A , соответствующей технологии № 1 и уровню затрат, равному t_A .

Предположим, что в распоряжении инвестора находится объем инвестиционных ресурсов, равный Δt , что позволяет перейти к совокупному объему инвестиций, составляющему $t_A + \Delta t = t_B$. В таких условиях возможен выбор альтернативных инвестиционных решений, связанный с модернизацией производства. Вариант перехода к технологии № 2 (из точки A в точку B_2) характеризуется краткосрочным ростом эффективности инвестиций, поскольку $y_2(t_B) > y_1(t_A)$, однако в долгосрочной перспективе этот вариант быстро проигрывает, поскольку потенциал данной технологии оказывается близок к исчерпанию, и, следовательно, хозяйствующим субъектам приходится в недалеком будущем тратить ресурсы на подготовку и осуществление очередного технологического рывка.

Вариант перехода к технологии № 3 (из точки A в точку B_3) характеризуется, напротив, *падением* эффективности в краткосрочной перспективе, так как $y_3(t_B) < y_1(t_A)$, однако долгосрочный эффект такого инвестиционного решения с лихвой перекрывает краткосрочные потери, поскольку дальнейший рост эффективности инвестиций обеспечивается высоким технологическим пределом

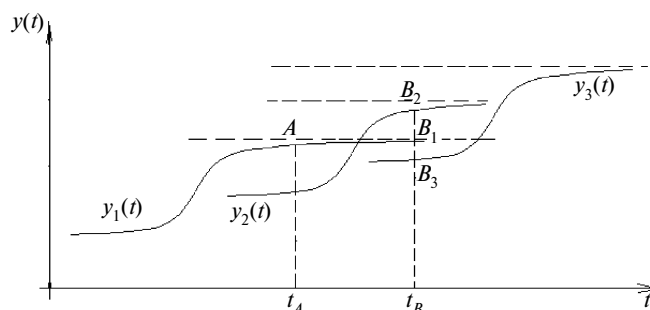


Рис. 3. Технологические последствия инвестиционных решений



технологии № 3. В такой ситуации возможно привлечение инвестиций на кредитной основе, поскольку дальнейший рост эффективности обеспечивает наличие ресурсов для погашения кредитной задолженности.

Наконец, самый плохой вариант заключается в том, чтобы ничего не менять, оставаясь в русле прежнего технологического решения № 1 (переход из точки A в точку B_1): даже краткосрочный эффект от подобных инвестиций оказывается намного скромнее затраченных инвестиционных ресурсов, а в долгосрочной перспективе данная технология не соответствует общественно нормальному уровню и покидает производственный процесс.

Из приведенного примера видно, что смысл преодоления периода технологического разрыва, которые время от времени повторяются в каждой отрасли хозяйства, состоит в том, чтобы быстро и по возможности с меньшими потерями "пересест" с одной логистической кривой на другую, соответствующую более прогрессивному технологическому укладу [5]. При этом правильный выбор замещающей технологии всецело зависит от правильности оценок верхних технологических пределов нескольких конкурирующих друг с другом технологий, предназначенных для решения одной и той же технической задачи. Это одна из сложнейших проблем технико-экономического прогнозирования. Для правильной оценки пределов развития технологий, находящихся еще в начале своего пути в производственные системы, как правило, требуются консультанты, специалисты-"предельщики" (marginals), не только владеющие информацией о возможностях конкретных технологий, но и глубоко понимающие общие закономерности технико-экономической динамики.

Формирование государственной научно-технической и промышленной политики должно быть привязано к развитию определенных технологических укладов, развивающихся в макроэкономической системе [6, 7]. Управление производственными процессами как на уровне предприятий, так и на уровне макрохозяйственных единиц, начинается с управления технологической структурой производства и не может быть эффективным без должного внимания к технологическим проблемам.

Жизненный цикл каждого технологического уклада продолжается в среднем около 100 лет. Детальные исследования показали, что за это время он испытывает два подъема, две восходящие волны (рис. 4). Первая из них приходится на начало развития технологического уклада и обусловлена технологическими, внутренними причинами, вызванными закономерностями предложения новых технологий, когда данный уклад прокладывает себе дорогу в чужеродной социально-экономической среде.

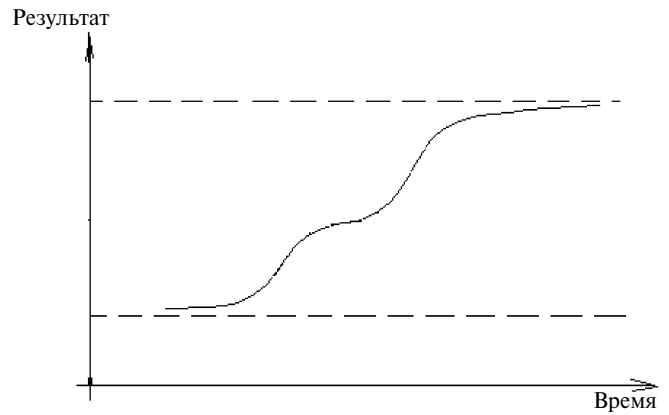


Рис. 4. Жизненный цикл технологического уклада

Второй подъем приходится на начало второй половины его жизненного цикла, когда экономические отношения в обществе уже трансформировались в достаточной степени, чтобы воспринять технологические нововведения, предполагаемые данным укладом. Этот подъем обусловлен не технологическими, а экономическими причинами, внешними по отношению к развитию технологической основы производства, и выражает готовность общества к внедрению соответствующих инноваций и закономерное возрастание общественного спроса на них.

Заметим, что указанные два толчка в развитии технологических укладов — эндогенный и экзогенный — в целом выражают количественную динамику самых различных поступательно-циклических процессов, поэтому данная модель может служить для описания многих аналогичных явлений в природе и обществе. Применительно к количественной динамике технологических укладов эта модель носит название *гипотезы Грублера—Феттисова* и позволяет с достаточной точностью прогнозировать наступление переходных и кризисных периодов в развитии технико-экономических макросистем и отдельных технологий.

В целом замена технологических укладов осуществляется по закону, который описывается *обобщенной* логистической кривой. Эта функция удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{dy}{dt} = f(t)(y - k_1)(k_2 - y)$$

при фиксированных константах k_1 и k_2 ($k_2 > k_1 > 0$), выражающих технологические пределы, характерные для данного технологического уклада, так что при всех t $k_1 < y(t) < k_2$.

Решением данного уравнения служит функция

$$y(t) = k_1 + \frac{(k_2 - k_1)\Theta(t)}{\Theta(t) + b} \quad (2)$$

при произвольном $b > 0$, где

$$\Theta(t) = \exp \left[(k_2 - k_1) \int_{t_0}^t f(w) dw \right].$$

В рассматриваемой модели время течет не линейно, а в некотором смысле пропорционально функции $f(t)$. Поэтому вид функции $y(t)$ существенно зависит от функции $f(t)$. Простейший случай $f(t) = \text{const}$ приводит к модели технологического сдвига Фишера — Прая, которая впервые была рассмотрена Н.Д. Кондратьевым в 1934 г. [8]. Чем менее функция $f(t)$ напоминает константу, тем более нелинейно развиваются события, описываемые данной моделью.

В некоторых случаях в качестве $f(t)$ следует рассматривать функцию типа импульса, пик которого приходится на некоторый момент времени $t_1 > t_0$. Например, функция вида

$$f(t) = \frac{\alpha}{(t - t_1)^2 s}$$

при $\alpha, s > 0$ хорошо согласуется с гипотезой Грублера — Фетисова о "двойной" волне замещения технологических укладов. В данной модели первый по времени подъем обусловлен логистическим характером роста функции типа (2), т. е. имеет эндогенную природу, а второй вызван локальным "сжатием" времени в момент t_1 , т. е. определяется экзогенными причинами.

Рассмотрение научно-технической информации как фактора общественного производства выдвигает на повестку дня вопрос о том, верен ли по отношению к этому фактору закон убывающей производительности капитала. Заметим, что по отношению к информации закон убывающей отдачи в его локальной, "пофакторной" формулировке бессмыслен, ибо он утверждает убывание отдачи от инвестиций в природу данного фактора производства в краткосрочном периоде, т. е. при неизменности прочих факторов производства. В то же время, прирост научно-технической информации в производственном процессе автоматически предполагает модернизацию производства и повышение квалификации работников, т.е. изменение *всех* участвующих в этом процессе факторов производства.

Вместе с тем, закон убывающей производительности капитала в его глобальной, "агрегированной" формулировке, касающейся долгосрочного периода и утверждающей убывание средней отдачи от добавочных равных инвестиций в одну и ту же отрасль хозяйства, вполне осмыслен и верен на определенных стадиях жизненного цикла технологических укладов. В частности, этот закон характеризует технико-экономическую динамику по-

следней фазы жизненного цикла кластеров нововведений, покидающих производственный процесс и подлежащих замене новыми, овеществляющими более совершенные технологические принципы.

Первоначальные попытки включить в производственную функцию научно-техническую информацию как самостоятельный фактор производства наряду с трудом и капиталом выглядели как модификации функции типа Кобба—Дугласа, а именно:

$$W(t) = aK^\alpha L^\beta I^\gamma,$$

где K — объем примененного основного капитала, L — труда, I — информации, все константы положительны, $\alpha + \beta + \gamma = 1$. При таком подходе

$\frac{\partial^2 W}{\partial I^2} < 0$, поэтому тем самым фактически *постулируется*, что по отношению к информации как фактору производства имеет место закон убывающей отдачи. Одновременно другими авторами предлагалась модификация типа

$$W(t) = aK^\alpha L^\beta e^{\gamma I},$$

где все константы положительны и $\alpha + \beta = 1$. Этот подход *автоматически предполагает* по отношению к информации закон возрастающей отдачи, так как для данной функции независимо от значе-

ний входящих в нее параметров $\frac{\partial^2 W}{\partial I^2} > 0$. Ряд ис-

следователей в самом деле полагает, что применение информации в производственных процессах подчиняется закону возрастающей производительности. В качестве примера сошлемся на позицию Дэниела Белла: "Замена рабочих машинами приводит к экономии не только труда, но и инвестиций, так как каждая следующая единица капитала более эффективна и производительна, чем предыдущая, и, следовательно, на единицу продукции требуется меньше затрат..." [9].

Логистическая динамика технологических укладов позволяет утверждать, что наиболее адекватное экзогенное включение научно-технической информации как самостоятельного фактора производства в производственную функцию возможно в случае ее представления в виде

$$W(t) = aK^\alpha L^\beta y(I),$$

где $y(I)$ — обобщенная логистическая кривая (логиста) m -го порядка, представляющая собой функцию вида

$$y(t) = \frac{K}{1 + \sum_{i=1}^m b_i e^{-a_i t}},$$



где все константы $a_i, b_i > 0$, $K = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ при $t \rightarrow \infty$. Обобщенная логиста m -го порядка [10] выступает решением дифференциального уравнения

$$y'(t) = a_m y(t) (1 - y(t)/K(t)),$$

где $a_m = \max a_i$ по всем i , $K(t)$ — логиста $(m - 1)$ -го порядка, которая ограничивает сверху логисту m -го порядка $y(t)$:

$$K(t) = K \left[1 + \sum_{i=1}^{m-1} b_i \left(1 - \frac{a_i}{a_m} \right) e^{-a_i t} \right]^{-1}.$$

Поскольку вторая производная обобщенной логисты $y(t)$ несколько раз меняет знак, то периоды возрастающей и убывающей отдачи от инвестиций в научно-техническую информацию данного технологического уклада попеременно сменяют друг друга. Это обстоятельство хорошо согласуется с тем, что моральный износ кластеров нововведений также характеризуется волнообразной, поступательно-циклической динамикой, в которой последовательно чередуются периоды ускоренного и замедленного старения научно-технической информации. При этом обобщенная логиста высокого порядка выступает огибающей семейства логистических кривых первого порядка, каждая из которых описывает жизненный цикл технологий, принадлежащих к одному кластеру нововведений, применяемых в производственных процессах.

В свете изложенной модели производственной функции идея макрогенераций (технологических совокупностей), выдвигаемая представителями эволюционной экономики С. Ю. Глазьевым и В. И. Маевским, приобретает ясно выраженный смысл, доступный для обоснованного количественного анализа. В самом деле, начало развития каждой макрогенерации приходится на момент перегиба обобщенной логисты, в котором вторая производная меняет знак с минуса на плюс. За каждым таким моментом следует период очередного "взлета" логистической кривой, толчком к которому является рост соответствующей макрогенерации.

Заметим, что указанные точки перегиба обобщенной логисты находятся на разных расстояниях друг от друга, что вполне соответствует реальному развитию макрогенераций и динамике замещающих друг друга (и какое-то время развивающихся параллельно) кластеров технологий. При необходимости выделить циклы развития макрогенераций одной и той же продолжительности можно воспользоваться более грубой аппроксимацией при помощи производственной функции, в тренде которой вместо обобщенной логисты содержится функция вида

$$y(t) = a \sin(\omega t + b) + ct + d,$$

в которой параметры a, b, c, d и ω определяются методами регрессионного анализа, причем ω соответствует искомой средней частоте появления макрогенераций.

Применение аппарата производственных функций с участием логистических моделей, отражающих внутреннюю логику развития технологических укладов, открывает путь к адекватной оценке вклада информационного производства в экономический рост. Логистические кривые в силу их тесной связи с замещениями технологических укладов хорошо применимы также в задачах моделирования экономической динамики процессов образования [5].

ДИНАМИКА РЕАЛЬНОГО СРЕДНЕДУШЕВОГО ПОТРЕБЛЕНИЯ

Одна из важных задач, связанных с разработкой экономически обоснованной социальной политики, заключается в том, чтобы количественно выразить уровень жизни населения через ряд показателей, характеризующих уровень его благосостояния. Обозначим через c средний уровень конечного потребления, выраженный в стоимостной форме (или в условных натуральных единицах). Обозначим через w уровень реального среднедушевого дохода, через p — цену минимальной потребительской корзины, определяемой физиологическим прожиточным минимумом (*poverty level*). Натуральное содержание этой потребительской корзины предполагается неизменным в течение рассматриваемого периода времени.

Синтетическим показателем, позволяющим соединить два указанных параметра, является отношение цены минимальной потребительской корзины к уровню среднедушевого дохода: $s = p/w$.

Пусть k_1 — минимальный физиологический уровень потребления (существенный инфимум c , выраженный в тех же единицах), k_2 — максимальный уровень потребления, обусловленный историческим развитием производительных сил и наличием уровнем потребностей (существенный супремум c).

В работе [1] доказано, что в этих условиях при фиксированном уровне цен зависимость реального потребления от введенного синтетического параметра имеет вид

$$\frac{dc}{ds} = -a_3 s^\gamma (c - k_1)(k_2 - c), \quad (3)$$

где константы $a_3 > 0$, $\gamma < -1$, $k_2 > k_1 > 0$. Таким образом, уравнение (3) в указанных условиях определяет обобщенную обратную логистическую кривую (рис. 5).

При очень малых s зависимость c от s весьма слаба, и ее не удастся проследить ни по одной

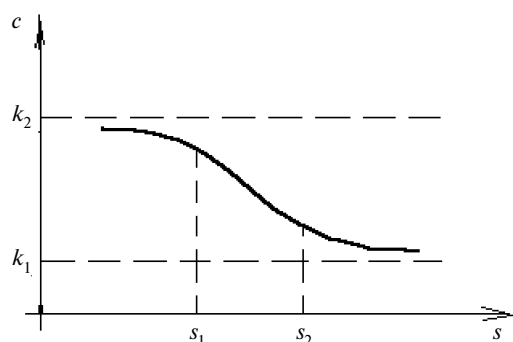


Рис. 5. Зависимость конечного потребления от отношения цены потребительской корзины к уровню реального дохода

группе стран в разные периоды их истории. С возрастанием s монотонно убывающая логистическая зависимость c от s приобретает ясный экономический смысл.

Вначале, при достаточно малых значениях s , наблюдается пологое убывание логистической кривой. На этом отрезке основные потребительские товары занимают еще незначительную долю в реальном потреблении основной массы населения, поэтому изменение цен на них лишь незначительно сказывается на среднем реальном уровне жизни.

Затем, при дальнейшем возрастании s , возникает первая критическая точка s_1 , за которой начинается обвальное падение уровня потребления, характеризующееся быстрым убыванием c по мере роста s . Затем следует вторая критическая точка s_2 , за которой крутой участок убывающей логистической кривой вновь сменяется пологим. На этом пологом участке кривая, выражающая зависимость c от s , асимптотически приближается к горизонтальной прямой $c = k_1$, выражающей физиологический прожиточный минимум. Тем самым, вторая критическая точка отражает момент, за которым эффект от повышения цен и падения реальных доходов достигается уже главным образом за счет роста смертности, а не за счет падения реального уровня жизни.

Первая критическая точка, за которой начинается обвальное падение уровня жизни, и вторая, за которой растущее значение приобретает рост смертности, выражают моменты, в которых мгновенная кривизна рассматриваемой логистической кривой становится наибольшей. Для правильного прогнозирования социальных последствий проводимой экономической политики необходимо знать о наличии этих двух критических точек и уметь их приблизительно рассчитывать. Заметим, что в разных странах критическим точкам соответствуют различные значения s_1 и s_2 . Кроме того, в разные периоды истории одной и

той же страны критические точки могут смещаться (иногда весьма быстро) в силу различных обстоятельств.

Логистическая кривая, выражающая зависимость c от s , дает возможность обоснованной классификации различных стран по уровню их реального среднедушевого потребления в зависимости от отношения цены минимальной потребительской корзины к уровню реального среднедушевого дохода. Страны, среднедушевое потребление которых находится выше первой критической точки, т. е. страны, для которых уровень c значительно выше, чем $c(s_1)$, будем считать весьма богатыми; вблизи первой критической точки — умеренно богатыми; между первой и второй критической точкой — странами среднего достатка; вблизи второй критической точки — умеренно бедными; ниже второй критической точки — весьма бедными. Заметим, что в странах, отнесенных по статистике ООН к бедным (требующим социальной помощи), текущее значение s превышает вторую критическую точку.

Параметры, выражающие уровень жизни населения в странах среднего достатка, где среднедушевое потребление находится между двумя критическими точками, испытывают на себе противоречивое воздействие целого ряда различных факторов, так что относительно слабые колебания s вызывают в странах этой группы значительные изменения c . Такое состояние неустойчивого динамического равновесия, отмечаемое точкой перегиба логистической кривой, в известной мере указывает на неизбежность значительного экономического и социального расслоения населения стран этой группы, приводящего к снижению жизненного уровня большей части населения.

Решение уравнения (3) может быть записано в виде

$$c(s) = k_2 - \frac{b(k_2 - k_1)}{b + e^{\frac{k_2 - k_1}{\gamma + 1} a s^{\gamma + 1}}}$$

при произвольном $b > 0$.

Именно в таком виде с помощью статистических методов (например, метода наименьших квадратов) ищется трендовая траектория, аппроксимирующая ряд статистических данных (s_i, c_i) , приведенных в сопоставимые цены. Если необходимо, то для получения хорошей аппроксимации вместо s вводится параметр $s' = p^\eta / w^\varepsilon$, где константы $\eta \in (0; 1)$, $\varepsilon > 1$. Аналитические расчеты показывают, что зависимость $c = c(s')$ при указанных η и ε имеет аналогичный вид. Несопоставимость данных за различные годы преодолевается путем пересчета показателей в цены базисного года и исключением (там, где это необходимо) инфляционного фактора.



Применение метода наименьших квадратов возможно только для аппроксимации с помощью какой-либо из спрямляемых кривых, например, экспоненты. Логистическая кривая принципиально неспрямляема в своей области определения, поэтому в классическом виде реализовать метод наименьших квадратов невозможно. В этом случае один из возможных вариантов заключается в том, что применяется "кусочная" линеаризация логистической кривой, которая предполагает разбиение области определения кривой на N отрезков $[t_n, t_{n+1}]$, $n = 0, \dots, N - 1$, на концах каждого из которых известно значение $y_n = y(t_n)$. Этот приём позволяет реализовать метод наименьших квадратов, используя конечные разности $\Delta y_n = y_n - y_{n-1}$ [11],

$$\text{а именно: } \frac{\Delta y_n}{y_n} = c_1 - c_2 y_{n-1}, \quad n = 1, \dots, N.$$

Реализованный таким образом метод наименьших квадратов позволяет найти наилучшие значения c_1 и c_2 (c_2 при этом должно быть меньше единицы) для логистической зависимости типа

$$\frac{dy}{dt} = y(c_1 - c_2 y).$$

В соответствии с изложенной идеей (примененной в сильно модифицированном виде) были обработаны массивы статистических данных за последние 20—25 лет по ряду стран (Эквадор, Венесуэла, Парагвай, Испания, Германия, США, Канада). Обращение к данным именно за эти годы обусловлено представительностью имеющих фактических данных и сопоставимостью методики их статистического расчета. Описанный метод позволяет выделить 7—9-летние циклы динамики показателей, характеризующих уровень жизни, по каждой из рассматриваемых стран [12]. Эти циклы в основном совпадают с реальными колебаниями экономической конъюнктуры, соответствующими смене фаз промышленного цикла. К аналогичным результатам, касающимся периода циклических колебаний современных макроэкономических систем, при помощи иных методов пришла и другая группа исследователей, выделившая локальные циклы в экономике продолжительностью 7,875 года [13].

Описанная выше теоретическая модель, основанная на логистической зависимости конечного потребления от некоторых других показателей уровня жизни населения, может быть использована для прогнозирования динамики среднелетнего потребления. Методики прогнозирования разработаны Е. О. Абашкиной, и результаты их применения, изложенные в работе [14], блестяще

подтвердили исходную идею о применимости логистических методов прогнозирования и их более высокой точности по сравнению с традиционными линейными моделями, все еще наиболее распространенными в настоящее время.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Нижегородцев Р. М.* Модели логистической динамики как инструмент экономического анализа и прогнозирования // Моделирование экономической динамики: риск, оптимизация, прогнозирование. — М., 1997. — С. 34—51.
2. *Нижегородцев Р. М.* Логистические модели технико-экономической динамики: теория и приложения // Информатика и экономика: теория, модели, технологии: Сб. науч. тр. / 2002. — С. 5—22.
3. *Нижегородцев Р. М.* Взгляд в Зазеркалье: экономические проблемы становления технологической политики в России // Шансы российской экономики — М., 1997. — С. 369—399.
4. *Нижегородцев Р. М.* Техничко-экономическая динамика и проблемы макроэкономической стабилизации в России. — М.: Ин-т экономики РАН, 1998. — 40 с.
5. *Нижегородцев Р. М.* Информационная экономика. Кн. 3. Взгляд в Зазеркалье: Техничко-экономическая динамика кризисной экономики России. — М.; Кострома, 2002. — 170 с.
6. *Нижегородцев Р. М.* Техничко-экономические основы формирования промышленной политики в депрессивной экономике России // Перспективы развития российской экономики и ее место в глобальном экономическом пространстве: Матер. к VIII Кондратьевским чтениям — М., 2000. — С. 169—175.
7. *Нижегородцев Р. М.* Формирование и реализация научно-технической политики // Возрождение экономики России: путь в XXI век. — М., 2000. — С. 174—190.
8. *Кондратьев Н. Д.* Проблемы экономической динамики. — М.: Экономика, 1989.
9. *Белл Д.* Грядущее постиндустриальное общество: Опыт социального прогнозирования. — М.: Academia, 1999. — С. ХСV.
10. *Постан М. Я.* Обобщенная логистическая кривая: ее свойства и оценка параметров // Экономика и мат. методы. — 1993. — Т. 29, вып. 2.
11. *Pindyck R. S., Rubinfeld D. L.* Econometric Models and Economic Forecasts. — McGraw-Hill (International Edition), 1991. — P. 421—422.
12. *Нижегородцев Р. М., Абашкина Е. О.* Динамика рынка труда в России и среднесрочное прогнозирование реального потребления методом локальных логистических трендов // Тенденции и перспективы социокультурной динамики. Материалы к Междунар. симп., посвящ. 110-й годовщине со дня рождения П. А. Сорокина. — М., 1999. — С. 241—245.
13. *Куприянов В. А.* Подходы к исследованию и аспекты моделирования процессов социокультурных трансформаций // Социокультурная динамика в период становления постиндустриального общества: закономерности, противоречия, приоритеты — М., 1998. — С. 108.
14. *Абашкина Е. О.* Рынок труда и уровень жизни населения России: нелинейные методы анализа и прогнозирования // Информатика и экономика: теория, модели, технологии: Сб. науч. тр. — Барнаул, 2002. — С. 80—111.

☎ (095) 334-89-59

E-mail: bell44@rambler.ru