



CONTROL SCIENCES

**Научно-технический
журнал**

6 номеров в год
ISSN 1819-3161

УЧРЕДИТЕЛЬ

Учреждение Российской
академии наук

Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

Главный редактор

Д.А. Новиков

**Заместители главного
редактора**

Л.П. Боровских, Ф.Ф. Пащенко

Редактор

Т.А. Гладкова

Выпускающий редактор

Л.В. Петракова

Издатель

ООО «СенСиДат-Контрол»

Адрес редакции
117997, ГСП-7, Москва,
ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410.
Тел./факс (495) 334-92-00

E-mail: pu@ipu.ru

Интернет: <http://pu.mtas.ru>

Оригинал-макет
и электронная версия
подготовлены
ООО «Авансед Солюшнз»

Отпечатано в ИГУ РАН

Фото на четвертой странице обложки
В.М. Бабикова

Заказ № 5

Подписано в печать
15.01.2011 г.

Журнал зарегистрирован
в Министерстве Российской
Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств
массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации
ПИ №77-11963 от 06 марта 2002 г.

Журнал входит в Перечень ведущих
рецензируемых журналов и изданий,
в которых должны быть опубликованы
основные научные результаты
диссертаций на соискание ученой
степени доктора и кандидата наук

Подписные индексы:

80508 и **81708** в каталоге Роспечати;

38006 в объединенном каталоге
«Пресса России»

Цена свободная

© Учреждение Российской
академии наук

Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

1.2011

СОДЕРЖАНИЕ

Математические проблемы управления

- Клещёв А.С.** Операционная модель интуитивных доказательств 2
Подиновский В.В., Подиновская О.В. О некорректности метода анализа иерархий 8

Анализ и синтез систем управления

- Паленов М.В.** Частотный адаптивный ПИДД-регулятор 14

Управление в социально-экономических системах

- Корепанов В.О., Новиков Д.А.** Метод рефлексивных разбиений в моделях группового поведения и управления 21
Дёмин Н.С., Андреева У.В. Экзотические опционы купли с ограничением выплат и гарантированным доходом в модели Блэка—Шоулса 33
Акинфиев В.К., Коргин Н.А. Организационные методы снижения риска инвестиционных решений 40
Акопов А.С. К вопросу проектирования интеллектуальных систем управления сложными организационными структурами. Ч. 2. Программная реализация системы управления инвестиционной деятельностью вертикально интегрированной нефтяной компании 47

Управление технологическими процессами и производствами

- Зырянов Ю.Т., Коновалов О.А., Малыков А.К.** Система управления рациональным распределением ресурсов на основе модернизированного метода последовательных назначений 55

Управление в медико-биологических системах

- Тюмиков Д.К., Блащенко С.А., Субботин А.М., Савченков Н.Н.** Регрессионно-логическая модель диагностики заболеваний 63

Информационные технологии в управлении

- Наградов Е.А.** Задача построения расписания конфигураций для беспроводных сенсорных сетей 68

Управление подвижными объектами и навигация

- Тарасов Н.Н., Тахтамышев М.Г.** Алгоритм принятия решений при управлении балластной системой подводного аппарата 74

Хроника

- Пятая международная конференция «Параллельные вычисления и задачи управления»** 78
Конференция «Управление в технических системах» 81

* * *

- Contents & abstracts** 84

ОПЕРАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ИНТУИТИВНЫХ ДОКАЗАТЕЛЬСТВ

А.С. Клещев

Предложена операционная модель интуитивного доказательства, представляющая собой последовательность команд, операндами которых служат формализованные математические утверждения. Множество команд является расширяемым. Операционная семантика команд определяется средствами макроязыка с использованием фиксированного множества базисных операций. Остаточная модель (макрорасширение) операционной модели интуитивного доказательства, формируемая макрогенератором макроязыка, представляет собой программу для виртуальной машины, успешное выполнение которой подтверждает правильность интуитивного доказательства.

Ключевые слова: интуитивное доказательство, формализация, операционная модель, макроязык, интерактивная система, автоматическое доказательство теорем, проверка правильности.

ВВЕДЕНИЕ

В 1994 г. был опубликован QED-манифест [1] анонимных авторов, в котором выдвинуты цели формализации большей части математики, в том числе и математических доказательств, и проверки правильности этих доказательств. В зарубежной и отечественной литературе (см., например, работы [2, 3]) можно найти публикации, в которых ставятся цели, близкие к выдвинутым в манифесте. В 2007 г. был опубликован пересмотренный манифест [4], в котором хотя и подтверждались цели исходного манифеста, но констатировалось, что за время, прошедшее с момента его опубликования, не произошло существенного продвижения в достижении этих целей. Там же были названы две основные причины такого положения: слишком мало ученых занимаются этой сложной и трудоемкой проблематикой; формализованная математика совершенно непохожа на реальную, из-за чего уже полученные результаты оказываются невостребованными в математических исследованиях.

В настоящее время единственным критерием правильности математического доказательства служит отсутствие в нем кем-либо обнаруженных ошибок. Поскольку такое положение устраивает большинство участников математических исследований и потребителей их результатов, то можно предположить, что достижение целей QED-манифеста возможно лишь при радикальном реше-

нии проблемы, а именно, когда разница между реальной и формализованной математикой будет полностью устранена благодаря созданию такой формализованной математики, которая не будет отличаться от реальной. Это означает, что гипотетическая QED-система должна иметь на входе тексты обычных интуитивных доказательств, представленные средствами подготовки математических публикаций, и автоматически переводить эти математические тексты на язык некоторой формальной модели. Прежде чем заниматься лингвистическими вопросами трансляции математических текстов, должна быть предложена формальная модель, удовлетворяющая двум требованиям: семантика ее языка должна быть как можно ближе к семантике математического диалекта, чтобы автоматический перевод математических текстов был реализуем; она должна допускать автоматическую проверку правильности формальных доказательств. Как известно, математический диалект не только не является фиксированным, явно описанным языком, но и продолжает развиваться. Поэтому, нет никакой надежды построить такую фиксированную формальную модель (с фиксированным языком представления математических утверждений, логическим исчислением и моделью доказательства), которую можно было бы положить в основу QED-системы (т. е. которая продолжала бы удовлетворять обоим требованиям, несмотря на дальнейшее развитие математического диалекта,



методов математических рассуждений и техники доказательства). Тем не менее, все известные автору работы, связанные с проблематикой проверки правильности интуитивных математических доказательств, посвящены построению или исследованию именно фиксированных логических моделей.

В цикле работ, опубликованных в настоящем журнале, автор предложил использовать для целей проверки правильности математических доказательств расширяемые формальные модели. Использование расширяемых моделей базируется на концепции управления интеллектуальными системами [5]. Основанная на расширяемой модели QED-система должна быть дополнена программными средствами управления ею (интерактивными, автоматическими и автоматизированными), чтобы лица, управляющие системой с помощью этих средств, имели возможность расширять лежащие в ее основе логические и лингвистические модели, расширяя тем самым корпус математических текстов, допускающих автоматическую обработку.

В работах [6, 7] предложен расширяемый формальный язык представления математических утверждений, задаваемый контекстно-зависимой грамматикой, как средство представления семантики (полуформального) языка математических утверждений. В статье [8] введена расширяемая модель исчисления высокого порядка над этим языком, задаваемая метаязыком, как средство представления семантики математических рассуждений. В работе [9] предложена простая, но достаточно общая формально-логическая модель интуитивного (неполного) доказательства, основанная, в первом приближении, на двух допущениях: формируемые в процессе построения полного доказательства вспомогательные утверждения о принадлежности значения термина в унификаторе к области определения соответствующей предметной переменной должны доказываться автоматически; при доказательстве любой цели может быть выбрана альтернатива «доказательство очевидно», и в этом случае эта цель также должна доказываться автоматически. Проверка правильности неполного формального доказательства сталкивается с проблемой необходимости доказательства громадного числа тривиальных лемм. Решению этой проблемы с помощью технологии «облачных вычислений» (cloud computing) и модели аналогии между доказательствами, базирующейся на ранее построенных расширяемых моделях, посвящены работы [9–11].

Однако формально-логическая модель интуитивного доказательства содержит элементы, которые необходимы для проверки правильности формальных доказательств, но в неформальных интуитивных доказательствах не встречаются, а именно, применяемые на каждом шаге правила вывода и значения их посылок. Автоматическое

извлечение этих элементов из текста интуитивного доказательства проблематично, поскольку эта информация в тексте доказательства, обычно, лишь подразумевается. Требуется иная, более близкая к семантике интуитивных доказательств формальная модель интуитивного доказательства, которая, также, должна быть расширяемой. Цель настоящей работы заключается в построении такой модели, согласованной с предыдущими. Эти и предыдущие результаты могут быть использованы не только в проекте QED-системы, но и в новых проектах управляемых интерактивных систем доказательства теорем [12], представляющих собой приближения к этому проекту.

1. КОНЦЕПЦИЯ ОПЕРАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ИНТУИТИВНОГО ДОКАЗАТЕЛЬСТВА

Интуитивное доказательство начинается с формулировки теоремы и содержит явную или неявную информацию о переменных, используемых в формулировке теоремы и доказательстве, о способе доказательства и о его узловых шагах. Простейший способ доказательства — это последовательность шагов. Другие способы доказательства связаны с заменой исходной цели на одну или несколько новых, каждая из которых имеет свое интуитивное доказательство.

Метафорой для операционной модели интуитивного доказательства служит точка зрения на интуитивное доказательство как на последовательность предписаний для читателя, которые он должен выполнить, чтобы понять это доказательство и убедиться в его правильности. Операционная модель интуитивного доказательства представляет собой последовательность команд, операндами которых служат формализованные математические утверждения. При преобразовании интуитивного доказательства в его операционную модель «вручную» математик должен: явно описать все переменные, используемые в формулировке теоремы и доказательстве; формализовать теорему (исходную цель); указать способ, которым доказываемся очередная цель; если выбранный способ доказательства — это последовательность его шагов, то разбить это доказательство на шаги, заменить каждый шаг последовательностью из одной или нескольких подходящих операций и формализовать математические выражения этого шага, представив их в качестве операндов этих операций; если выбранный способ доказательства связан с заменой очередной цели на одну или несколько новых, то для каждой новой цели построить операционную модель ее интуитивного доказательства. Интерактивная система доказательства теорем, основанная на операционной модели доказательств, должна поддерживать ввод операционной модели интуитив-

ного доказательства, выполнять содержащиеся в ней команды и контролировать правильность операционной модели.

Пример 1. Интуитивное доказательство [13] и его операционная модель.

Теорема. Если x_n стремится к пределу a , и $a > p$, то и все значения x_n , начиная с некоторого, будут больше p .

Описания переменных: последовательность x ; вещественные a, p, ε ; натуральное N ; целое $[N, \infty) n$.

Формализация теоремы: $\lim x = a \ \& \ a > p \Rightarrow \exists N: \forall n: x(n) > p$.

Способ доказательства: *доказательство импликации* (утверждения $\lim x = a$ и $a > p$ включаются в список справедливых утверждений, исходная цель заменяется новой целью $\exists N: \forall n: x(n) > p$, которую интерактивная система доказательства теорем должна показать пользователю).

Способ доказательства цели $\exists N: \forall n: x(n) > p$: *последовательность шагов*.

Шаг 1. Пусть x_n имеет предел a (в операционной модели этого доказательства этот шаг может быть опущен, поскольку это предположение уже было выдвинуто после выбора способа доказательства исходной цели).

Шаг 2. При любом $p < a$ легко подобрать $\varepsilon > 0$ так, чтобы было $a - \varepsilon > p$; для этого достаточно взять $\varepsilon < a - p$.

Команда: *доказать* $p < a \Rightarrow \exists \varepsilon: \varepsilon > 0 \ \& \ \varepsilon < a - p$ (утверждение доказывается подсистемой автоматического поиска полных формальных доказательств; эта подсистема при поиске доказательства сначала использует утверждения из списка справедливых утверждений, а затем утверждения из базы знаний; далее утверждение этого шага включается в список справедливых утверждений).

Команда: *доказать* $a - \varepsilon > p$.

Шаг 3. Но по определению предела найдется такой номер N , что для $n > N$ будет выполняться неравенство $x_n > a - \varepsilon$.

Команда: *доказать* $\exists N: \forall n: x(n) > a - \varepsilon$, используя определение «предел» (определение «предел» включается в список справедливых утверждений, после чего утверждение $\exists N: \forall n: x(n) > a - \varepsilon$ доказывается подсистемой автоматического поиска полных формальных доказательств, а затем включается в список справедливых утверждений).

Шаг 4. А следовательно — и подавно неравенство $x_n > p$.

Команда: *доказать* $x(n) > p$.

Конец последовательности (проверяется, есть ли цель, доказательством которой является последовательность, в списке справедливых утверждений; если ее там нет, как в данном случае, то эта цель доказывается подсистемой автоматического поиска полных формальных доказательств). ♦

Очевидно, что невозможно зафиксировать полный список команд операционной модели интуитивных доказательств. Он определяется не только всеми существующими интуитивными доказательствами, но и теми, которые будут созданы в будущем. Поэтому множество команд операционной модели должно быть расширяемым. Один из способов достижения этой цели заключается в определении операционной семантики команд через совокупность более простых операций.

2. ОПЕРАЦИОННАЯ СЕМАНТИКА КОМАНД

Будем считать, что перед началом исполнения операционной модели каждого простого интуитивного доказательства формируется два пустых списка — целей и справедливых утверждений. Операция «*формализация теоремы*» записывает формулировку теоремы в список целей. Операция «*заменить на*» заменяет первый элемент списка целей на последовательность своих операндов. Операция «*записать ... в ...*» записывает свой первый операнд в список, указанный как второй операнд. Операция «*удалить*» удаляет первый элемент списка целей. Операция «*вспомогательное утверждение*» строит с помощью подсистемы поиска полных формальных доказательств доказательство для своего операнда, используя список справедливых утверждений (в первую очередь) и базу знаний. Операция «*описания переменных*» формирует информационную структуру, содержащую описания переменных. Эта информационная структура используется подсистемой поиска полных формальных доказательств.

Операционная семантика команд операционной модели определяется с помощью макроопределений. Операционная модель интуитивного доказательства может рассматриваться как последовательность макрокоманд, выполнение которых приводит к остаточной модели интуитивного доказательства. Остаточная модель начинается командами «*описания переменных*» и «*формализация теоремы*», за которыми следуют команды «*заменить на*», «*записать ... в ...*», «*удалить*» и «*вспомогательное утверждение*». Приведем макроопределения команд, использованных в примере 1.

Доказательство импликации: если текущая цель $\equiv f_1 \ \& \ \dots \ \& \ f_n \Rightarrow f$ то записать f_1 в список справедливых утверждений; ...; записать f_n в список справедливых утверждений; заменить на f , иначе ошибка. (Если текущая цель не имеет формы импликации, то такой способ доказательства неприменим).

Последовательность шагов: (пустое макроопределение).

Доказать f : вспомогательное утверждение f ; записать f в список справедливых утверждений.

Доказать f , используя f_1, \dots, f_n : записать f_1 в список справедливых утверждений; ...; записать f_n в список справедливых утверждений; вспомогательное утверждение f .

Конец последовательности: если текущая цель \in список справедливых утверждений, то вспомогательное утверждение текущая цель; записать текущая цель в список справедливых утверждений; удалить.

Пример 2. Остаточная модель интуитивного доказательства примера 1.



Описания переменных: последовательность x ; вещественные a, p, ε ; натуральное N ; целое $[N, \infty) n$.

Формализация теоремы: $\lim x = a \ \& \ a > p \Rightarrow \exists N: \forall n: x(n) > p$.

Записать $\lim x = a$ в список справедливых утверждений.

Записать $a > p$ в список справедливых утверждений.

Заменить на $\exists N: \forall n: x(n) > p$.

Вспомогательное утверждение $p < a \Rightarrow \exists \varepsilon: \varepsilon > 0 \ \& \ \varepsilon < a - p$.

Записать $p < a \Rightarrow \exists \varepsilon: \varepsilon > 0 \ \& \ \varepsilon < a - p$ в список справедливых утверждений.

Вспомогательное утверждение $a - \varepsilon > p$.

Записать $a - \varepsilon > p$ в список справедливых утверждений.

Записать определение «предел» в список справедливых утверждений.

Вспомогательное утверждение $\exists N: \forall n: x(n) > a - \varepsilon$.

Записать $\exists N: \forall n: x(n) > a - \varepsilon$ в список справедливых утверждений.

Вспомогательное утверждение $x(n) > p$.

Записать $x(n) > p$ в список справедливых утверждений.

Вспомогательное утверждение $\exists N: \forall n: x(n) > p$.

Удалить. ♦

3. КОНТРОЛЬ ПРАВИЛЬНОСТИ ИНТУИТИВНЫХ ДОКАЗАТЕЛЬСТВ

Как уже отмечалось, для каждого вспомогательного утверждения подсистема поиска полных формальных доказательств должна найти доказательство, используя связанное с этим элементом состояние списка справедливых утверждений (в первую очередь) и базу знаний. При этом поиск доказательства может осуществляться на основе методов, предложенных в работе [9]. Интуитивное доказательство считается правильным, если после построения его операционной модели для каждого вспомогательного утверждения удастся найти его полное формальное доказательство. В этом случае интуитивное доказательство можно рассматривать как изложение идеи доказательства, а исполнение его операционной модели — как доведение этой идеи до построения полного формального доказательства. Если идея доказательства изложена достаточно подробно, доказательство каждого вспомогательного утверждения будет сравнительно коротким, а шансы построить его с помощью подсистемы поиска полных формальных доказательств достаточно велики. Если же идея доказательства изложена менее подробно, то, как говорят математики, в этом случае требуется более высокая математическая культура, которая может проявляться в том, что более длинные доказательства будут строиться сначала интерактивно, а затем по аналогии, когда база метадоказательств станет достаточно обширной [11].

Пример 3. Задачи подсистемы поиска полных формальных доказательств примера 2.

Доказательство $p < a \Rightarrow \exists \varepsilon: \varepsilon > 0 \ \& \ \varepsilon < a - p$ при условии, что справедливы выражения $\lim x = a$ и $a > p$.

Доказательство $a - \varepsilon > p$ при условии, что справедливы выражения $\lim x = a$, $a > p$ и $p < a \Rightarrow \exists \varepsilon: \varepsilon > 0 \ \& \ \varepsilon < a - p$.

Доказательство $\exists N: \forall n: x(n) > a - \varepsilon$ при условии, что справедливы выражения $\lim x = a$, $a > p$, $p < a \Rightarrow \exists \varepsilon: \varepsilon > 0 \ \& \ \varepsilon < a - p$, $a - \varepsilon > p$ и определение «предел».

Доказательство $x(n) > p$ при условии, что справедливы выражения $\lim x = a$, $a > p$, $p < a \Rightarrow \exists \varepsilon: \varepsilon > 0 \ \& \ \varepsilon < a - p$, $a - \varepsilon > p$, определение «предел» и $\exists N: \forall n: x(n) > a - \varepsilon$.

Доказательство $\exists N: \forall n: x(n) > p$ при условии, что справедливы выражения $\lim x = a$, $a > p$, $p < a \Rightarrow \exists \varepsilon: \varepsilon > 0 \ \& \ \varepsilon < a - p$, $a - \varepsilon > p$, определение «предел» и $\exists N: \forall n: x(n) > a - \varepsilon$ и $x(n) > p$. ♦

4. БОЛЕЕ СЛОЖНЫЕ КОМАНДЫ

Приведем несколько примеров макроопределений более сложных команд и примеры интуитивных доказательств, в операционные модели которых эти команды входят.

От противного f : если f , то вспомогательное утверждение \neg текущая цель $\Leftrightarrow f$; записать f в список справедливых утверждений, иначе записать \neg текущая цель в список справедливых утверждений все; заменить на противоречие. (Если у команды есть аргумент, то формируется вспомогательное утверждение, а аргумент становится предположением, иначе предположением становится отрицание текущей цели. Текущая цель заменяется на противоречие.)

Будем считать $f|-v_1, \dots, v_n-$: если $\forall v'_1: \dots v'_n: \exists v_1: \dots v_n: t \vdash v'_1, \dots, v'_n \vdash = t \vdash v_1, \dots, v_n \vdash \ \& \ f \vdash v_1, \dots, v_n \vdash \in$ база знаний, то записать $f \vdash v_1, \dots, v_n \vdash$ в список справедливых утверждений, иначе ошибка. (Если в базе знаний имеется утверждение указанного вида, аргумент команды является справедливым, иначе доказательство таким способом невозможно).

Подставить t_2 в $f \vdash t_1 \vdash$ вместо t_1 : если $f \vdash t_1 \vdash \in$ список справедливых утверждений \cup база знаний и $t_1 = t_2 \in$ список справедливых утверждений \cup база знаний, то записать $f \vdash t_2 \vdash$ в список справедливых утверждений, иначе ошибка.

f_1, \dots, f_n равносильны f'_1, \dots, f'_n : вспомогательное утверждение $f_1 \Leftrightarrow f'_1; \dots$; вспомогательное утверждение $f_n \Leftrightarrow f'_n$; если $f_1 \in$ список справедливых утверждений \cup база знаний и \dots и $f_n \in$ список справедливых утверждений \cup база знаний, то записать f'_1 в список справедливых утверждений; \dots ; записать f'_n в список справедливых утверждений.

f равносильно f_1, \dots, f_n : вспомогательное утверждение $f \Leftrightarrow f_1; \dots$; вспомогательное утверждение $f_{n-1} \Leftrightarrow f_n$; если

$f \in$ список справедливых утверждений \cup база знаний, то записать f_n в список справедливых утверждений.

Доказательство существования и единственности: если текущая цель $\equiv \forall v_1: \dots v_m: \exists! w_1: \dots w_n: f \vdash v_1, \dots, v_m, w_1, \dots, w_n \downarrow$, то заменить на $\forall v_1: \dots v_m: \exists w_1: \dots w_n: f \vdash v_1, \dots, v_m, w_1, \dots, w_n \downarrow \vee \forall v_1: \dots v_m: w_1: \dots w_n: w'_1: \dots w'_n: f \vdash v_1, \dots, v_m, w_1, \dots, w_n \downarrow \& f \vdash v_1, \dots, v_m, w'_1, \dots, w'_n \downarrow \Rightarrow w_1 = w'_1 \& \dots \& w_n = w'_n$, иначе ошибка.

Пусть f_1, \dots, f_n : записать f_1 в список справедливых утверждений; ...; записать f_n в список справедливых утверждений.

Получим $t_1 = t_2 = \dots = t_n$: вспомогательное утверждение $t_1 = t_2$; ...; вспомогательное утверждение $t_{n-1} = t_n$; записать $t_1 = t_n$ в список справедливых утверждений.

Прибавим t к обеим частям равенства $t_1 = t_2$: если $t_1 = t_2 \in$ список справедливых утверждений \cup база знаний, то записать $t_1 + t = t_2 + t$ в список справедливых утверждений, иначе ошибка.

Достаточно доказать f : вспомогательное утверждение $f \Rightarrow$ текущая цель; заменить на f .

Новая цель f : записать f в список целей. \blacklozenge

Пример 4. Интуитивное доказательство [13] и его операционная модель.

Теорема. Нет такой рациональной дроби p/q (где p и q — натуральные числа), квадрат которой был бы равен 2.

Описания переменных: натуральные p, q, r ;

Формализация теоремы: $\neg \exists p: q: (p/q) \uparrow 2 = 2$.

Для доказательства допустим противное: пусть существует такая дробь p/q , что $(p/q) \uparrow 2 = 2$.

От противного $\exists p: q: (p/q) \uparrow 2 = 2$.

Последовательность шагов.

Шаг 1. Мы вправе считать эту дробь несократимой, т. е. p и q лишены общих множителей.

Будем считать несократимая дробь (p, q) . Доказать взаимно простые (p, q) .

Шаг 2. Так как $p^2 = 2 * q^2$, то p есть число четное: $p = 2 * r$ (r — целое) и, следовательно, q — нечетное.

Доказать $p \uparrow 2 = 2 * (q \uparrow 2)$. Доказать четное число (p) . Доказать $\exists r: p = 2 * r$. Доказать нечетное число (q) .

Шаг 3. Подставляя вместо p его выражение, найдем: $q^2 = 2 * r^2$, откуда следует, что q — число четное.

Подставить $2 * r$ в $p \uparrow 2 = 2 * (q \uparrow 2)$ вместо p . Доказать $q \uparrow 2 = 2 * r \uparrow 2$. Доказать четное число (q) .

Шаг 4. Полученное противоречие доказывает наше утверждение.

Доказать противоречие.

Конец последовательности. \blacklozenge

Пример 5. Интуитивное доказательство [13] и его операционная модель.

Теорема. Для любых рациональных чисел a, b и c из $a < b$ и $b < c$ следует, что $a < c$.

Описания переменных: рациональное a, b, c .

Формализация теоремы: $a < b \& b < c \Rightarrow a < c$.

Доказательство импликации.

Последовательность шагов.

Шаг 1. Действительно, неравенства $a < b$ и $b < c$ равносильны по условию неравенствам $b > a$ и $c > b$; отсюда следует $c > a$ или, что тоже самое, $a < c$.

$a < b, b < c$ равносильны $b > a, c > b$. Доказать $c > a$. Доказать $a < c$.

Конец последовательности. \blacklozenge

Пример 6. Интуитивное доказательство [13] и его операционная модель.

Теорема. Для любых рациональных чисел a и b существует и единственна их разность.

Описания переменных: рациональные a, b, c, c' .

Формализация теоремы: $\exists! c: c = a - b$.

Доказательство существования и единственности.

Последовательность шагов.

Шаг 1.1. Положив $c = a + (-b)$, получим: $c + b = = [a + (-b)] + b = a + [(-b) + b] = a + [b + (-b)] = a + + 0 = a$, так что это число c удовлетворяет определению разности.

Пусть $c = a + (-b)$. Получим $c + b = (a + (-b)) + b = = a + ((-b) + b) = a + (b + (-b)) = a + 0 = a$. Доказать $c = a - b$.

Конец последовательности.

Последовательность шагов.

Шаг 2.1. Пусть, обратно c' есть разность чисел a и b , так что $c' + b = a$.

Пусть $c' = a - b$. Доказать $c' + b = a$.

Шаг 2.2. Прибавив к обеим частям этого равенства по $(-b)$ и преобразуя левую часть: $(c' + b) + (-b) = c' + (b + (-b)) = c' + 0 = c'$, заключаем, что $c' = a + (-b) = c$.

Прибавим $-b$ к обеим частям равенства $c' + b = a$. Получим $(c' + b) + (-b) = c' + (b + (-b)) = c' + 0 = c'$. Получим $c' = a + (-b) = c$.

Конец последовательности. \blacklozenge

Пример 7. Интуитивное доказательство [13] и его операционная модель.

Теорема. Для любых рациональных чисел a и b имеет место $-(a + b) = (-a) + (-b)$.

Описания переменных: рациональные a, b .

Формализация теоремы: $-(a + b) = (-a) + (-b)$.

Последовательность шагов.

Шаг 1. Для этого достаточно доказать, что $(a + b) + + ((-a) + (-b)) = 0$.

Достаточно доказать $(a + b) + ((-a) + (-b)) = 0$.

Конец последовательности. \blacklozenge

Пример 8. Интуитивное доказательство [13] и его операционная модель.

Теорема. В множестве всех рациональных чисел a , для которых $a^2 < 2$, нет наибольшего числа.

Описания переменных: рациональные a, b ; натуральное n ; $A = \{a: a > 0 \& a \uparrow 2 < 2\} \cup \{a: a \leq 0\}$.

Формализация теоремы: $\neg \exists b: (b \in A \& \forall a: a \in A \Rightarrow \Rightarrow b \geq a)$.

Последовательность шагов.

Шаг 1. Пусть a — любое положительное число класса A , тогда $a^2 < 2$.

Пусть $a \in A, a > 0$. Доказать $a \uparrow 2 < 2$.

Шаг 2. Покажем, что можно подобрать такое целое положительное n , что $(a + 1/n)^2 < 2$, так что и число $a + 1/n$ будет принадлежать классу A .

Доказать $\forall n: (a + 1/n) \uparrow 2 < 2 \Rightarrow a + 1/n \in A$. Новая цель $\exists n: (a + 1/n) \uparrow 2 < 2$.

Последовательность шагов.



Шаг 2.1. Это неравенство равносильно неравенствам $a^2 + (2 * a)/n + 1/n^2 < 2$, $(2 * a)/n + 1/n^2 < 2 - a^2$.

$(a + 1/n)^2 < 2$ равносильно $a^2 + (2 * a)/n + 1/n^2 < 2$, $(2 * a)/n + 1/n^2 < 2 - a^2$. Заменить на $(2 * a)/n + 1/n^2 < 2 - a^2$.

Последовательность шагов.

Шаг 2.1.1. Последнее неравенство и подавно будет выполнено, если n удовлетворит неравенству $(2 * a + 1)/n < 2 - a^2$, для чего достаточно взять $n > (2 * a + 1)/(2 - a^2)$, а это всегда возможно.

Доказать $(2 * a + 1)/n < 2 - a^2 \Rightarrow (2 * a)/n + 1/n^2 < 2 - a^2$. *Доказать* $n > (2 * a + 1)/(2 - a^2) \Rightarrow (2 * a + 1)/n < 2 - a^2$. *Доказать* $\exists n: n > (2 * a + 1)/(2 - a^2)$.

Конец последовательности.

Конец последовательности.

Шаг 3. Итак, каково бы ни было положительное число a из класса A , в этом же классе A найдется большее его число; так как для чисел $a \leq 0$ это утверждение непосредственно очевидно, то никакое число класса A не является в нем наибольшим.

Доказать $\forall a: a \in A \ \& \ a > 0 \Rightarrow \exists b: b \in A \ \& \ b > a$. *Доказать* $\forall a: a \in A \ \& \ a \leq 0 \Rightarrow \exists b: b \in A \ \& \ b > a$. *Доказать* $\forall a: a \in A \Rightarrow \exists b: b \in A \ \& \ a < b$.

Конец последовательности. ♦

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе введена операционная модель интуитивного доказательства, представляющая собой последовательность команд, операндами которых служат формализованные математические утверждения. Множество команд является расширяемым. Операционная семантика команд определяется средствами макроязыка с использованием фиксированного множества базисных операций. Остаточная модель (макрорасширение) операционной модели интуитивного доказательства, формируемая автоматически макрогенератором макроязыка, представляет собой программу для виртуальной машины, успешное выполнение которой подтверждает правильность интуитивного доказательства. Базисными являются операции виртуальной машины для работы со списками целей и доказанных утверждений, а также обращение к подсистеме автоматического доказательства теорем.

Переход от интуитивного доказательства к его операционной модели существенно проще, чем переход к его формально-логической модели, но требует от математика понимания логики доказательства. Если в интуитивном доказательстве те действия, которые должен выполнить читатель этого доказательства, чтобы его понять, описаны неявно, то в операционной модели эти действия описываются явно. Ввод операционных моделей интуитивных доказательств и их последующая обработка может выполняться интерактивной системой доказательства теорем с соответствующим интерфейсом и набором подсистем.

Другим направлением использования операционных моделей интуитивных доказательств может

быть автоматический анализ интуитивных доказательств (математических текстов) и их преобразование в операционные модели. Близость семантики интуитивных доказательств и их операционных моделей, расширяемость операционных моделей, а также жесткость и сравнительная бедность языка представления интуитивных доказательств позволяют надеяться на успешное решение и этой проблемы в будущем. В этом случае интуитивные доказательства, представленные средствами подготовки математических публикаций, могут быть входом QED-системы, которая автоматически проверяет их правильность.

ЛИТЕРАТУРА

1. *The QED Manifesto // Automated Deduction.* — 1994. — Vol. 814 — P. 238—251. — URL: <http://www.cs.ru.nl/~freek/qed/qed.ps.gzi> (дата обращения 28.06.2010).
2. *Muzalewski Ml.* An Outline of PC Mizar. — Brussels: Fondation Philippe le Hodey, 1993. — URL: <http://www.cs.ru.nl/~freek/mizar/mizarmanual.ps.gzi> (дата обращения 28.06.2010).
3. *Вершинин К.П., Лялецкий А.В., Паскевич А.Ю.* Применение Системы Автоматизированной Дедукции для верификации математических текстов. — URL: <http://tertium.org/papers/ii-03.ru.pdf> (дата обращения 28.06.2010).
4. *Freek W.* The QED Manifesto Revisited // *Studies in Logic, Grammar and Rhetoric.* — 2007. — Vol. 10. — P. 121—133. — URL: <http://mizar.org/trybulec65/8.pdf> (дата обращения 28.06.2010).
5. *Грибова В.В., Клещев А.С., Шалфеева Е.А.* Управление интеллектуальными системами. // *Изв. РАН. Теории и системы управления.* — 2010. — № 6. — С. 122—137.
6. *Гаврилова Т.Л., Клещев А.С.* Внутренняя модель математической практики для систем автоматизированного конструирования доказательств теорем. Ч. 1. Общее описание модели // *Проблемы управления.* — 2006. — № 4. — С. 32—35.
7. *Гаврилова Т.Л., Клещев А.С.* Внутренняя модель математической практики для систем автоматизированного конструирования доказательств теорем. Ч. 2. Модель математического диалекта // *Там же.* — № 5. — С. 68—73.
8. *Гаврилова Т.Л., Клещев А.С.* Внутренняя модель математической практики для систем автоматизированного конструирования доказательств теорем. Ч. 3. Модель доказательства // *Там же.* — № 6. — С. 69—71.
9. *Клещев А.С.* Концепция банка математических знаний для научных исследований. Ч. 2. Интерактивное формирование интуитивных доказательств // *Там же.* — 2008. — № 5. — С. 26—30.
10. *Клещев А.С.* Концепция банка математических знаний для научных исследований. Ч. 1. Метафора // *Там же.* — 2008. — № 4. — С. 2—6.
11. *Клещев А.С.* Модель аналогии между математическими доказательствами // *Там же.* — 2007. — № 1. — С. 20—24.
12. *Asperti A.* A Survey on Interactive Theorem Proving. 2009. — URL: <http://www.cs.unibo.it/~asperti/SLIDES/itp.pdf> (дата обращения 28.06.2010).
13. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1. — М.: Наука, 1969. — 608 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии академиком РАН С.Н. Васильевым.

Клещев Александр Сергеевич — д-р физ.-мат. наук, гл. науч. сотрудник, Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, г. Владивосток, ☎ (4232) 31-04-24, ✉ kleshev@iacp.dvo.ru.

О НЕКОРРЕКТНОСТИ МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

В.В. Подиновский, О.В. Подиновская

Рассмотрено основное положение метода анализа иерархий, заключающееся в том, что сравнение вариантов по предпочтительности относительно каждого из критериев следует производить в шкале отношений, причем эти шкалы не связаны ни между собой, ни с приоритетами критериев. Утверждается, что это положение, согласно математической теории измерений, неправомерно. Приведен простой пример, показывающий, что основанная на указанном положении техника оценивания степеней предпочтений относительно критериев и последующие расчеты приоритетов вариантов могут привести к явно ошибочным результатам.

Ключевые слова: принятие многокритериальных решений, метод анализа иерархий, шкалы отношений и интервалов, приоритеты вариантов, теория важности критериев.

ВВЕДЕНИЕ

Метод анализа иерархий — МАИ (the analytic hierarchy process — АНР) [1, 2] — один из самых известных методов решения практических многокритериальных задач самого различного характера и сложности. Он декларируется как метод количественного измерения многокритериальных предпочтений в шкале отношений [1–3]. Метод и его приложения описываются во множестве публикаций — обзорах, монографиях, научных статьях, а также работах, популяризирующих этот метод (см., например, [3–12]). Он давно реализован в ряде компьютерных систем поддержки принятия решений, из которых самая известная Expert Choice [13, 14].

Разбору и развитию МАИ посвящено много работ (см. обзоры в работах [15–17]). В научных журналах («Omega», «Management Science» и др.) проводились дискуссии с анализом его методологических достоинств и недостатков. Однако не было приведено примера, который бы наглядно показал, что из-за недостатков в теоретической базе метода он может приводить к явно неверным результатам. На необходимость построения такого примера, точнее, контрпримера, Б.Г. Миркин указал одному из авторов статьи. Цель настоящей статьи — привести один из контрпримеров, построенных авторами, и выявить конкретную причину получения неверного результата при помощи МАИ.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ЕЕ РЕШЕНИЕ МЕТОДОМ АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

Рассматривается задача с двумя критериями f_1 и f_2 , имеющими общую шкалу; во множестве шкальных оценок имеются оценки:

e — отлично (*excellent*), g — хорошо (*good*),
 m — посредственно (*mediocre*).

Имеются четыре варианта x^1, x^2, x^3 и x^4 с векторными оценками $y = f(x) = (f_1(x), f_2(x))$:

$$\begin{aligned} y^1 = f(x^1) &= (e, g); & y^2 = f(x^2) &= (m, e); \\ y^3 = f(x^3) &= (g, g); & y^4 = f(x^4) &= (e, m). \end{aligned}$$

Требуется ранжировать варианты по предпочтительности или же выбрать наилучший (оптимальный) вариант.

Рассмотрим решение задачи методом анализа иерархий. Варианты сравниваются с помощью аддитивной функции ценности следующего вида:

$$h(x) = w_1 p_1(x) + w_2 p_2(x), \quad (1)$$

где w_1 и w_2 — приоритеты критериев f_1 и f_2 (их относительные веса), $p_1(x)$ и $p_2(x)$ — приоритеты варианта x относительно критериев f_1 и f_2 соответственно. Величина $h(x)$ называется интегральным приоритетом варианта x . Наилучшим считается вариант с наибольшим интегральным приоритетом. Ранжирование вариантов по предпочтитель-

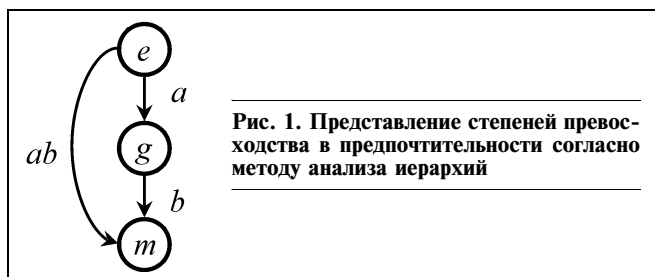


Рис. 1. Представление степеней превосходства в предпочтительности согласно методу анализа иерархий

ности осуществляется согласно их интегральным приоритетам.

Приоритеты критериев w_1 и w_2 и приоритеты вариантов p_1 и p_2 для функции (1) оцениваются методом количественных парных сравнений, использующим понятие собственного вектора матрицы оценок степеней превосходства в важности или предпочтении [1–3, 12].

Предположим, что оба критерия имеют одинаковую важность, т. е. матрица результатов парных сравнений критериев по важности имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

правый собственный нормированный вектор которой, соответствующий ее максимальному собственному числу 2, есть вектор приоритетов критериев $w = (1/2, 1/2)$. Этот вектор, конечно, легко получить и непосредственно из информации о равноважности критериев.

Пусть, в соответствии с допущением МАИ об измерении предпочтений в шкале отношений, a — степень превосходства в предпочтительности шкальной оценки e над оценкой g и b — степень превосходства в предпочтительности шкальной оценки g над оценкой m . Разумеется, $a > 1$ и $b > 1$. Степень превосходства оценки e над оценкой m равна $a \cdot b$. Схематически это представлено на рис. 1.

Тогда согласованные матрицы парных сравнений вариантов по предпочтительности относительно первого и второго критериев должны выглядеть (в табличном представлении) так, как показано в таблице.

Для этих матриц получаем следующие векторы приоритетов как их правые собственные нормированные векторы, соответствующие их максимальному собственному числу 4 (векторы приоритетов легко вычислить и непосредственно с учетом заданных степеней превосходства):

$$(p_1(x^1), p_1(x^2), p_1(x^3), p_1(x^4)) = \left(\frac{ab}{2ab + b + 1}, \frac{1}{2ab + b + 1}, \frac{b}{2ab + b + 1}, \frac{ab}{2ab + b + 1} \right);$$

$$(p_2(x^1), p_2(x^2), p_2(x^3), p_2(x^4)) = \left(\frac{b}{ab + 2b + 1}, \frac{ab}{ab + 2b + 1}, \frac{b}{ab + 2b + 1}, \frac{1}{ab + 2b + 1} \right).$$

Выясним, как могут соотноситься по предпочтительности варианты x^2 и x^4 , для чего найдем разность их интегральных приоритетов:

$$h(x^2) - h(x^4) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2ab + b + 1} + \frac{ab}{ab + 2b + 1} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{ab}{2ab + b + 1} + \frac{1}{ab + 2b + 1} \right) = \frac{b(a-1)(ab-1)}{2(2ab + b + 1)(ab + 2b + 1)}.$$

Поскольку эта разность при любых $a, b > 1$ положительна, то, согласно МАИ, вариант x^2 предпочтительнее варианта x^4 .

Вариант x^2 будет считаться более предпочтительным, чем вариант x^1 , если окажется, что $h(x^2) > h(x^1)$, т. е. если будет выполняться неравенство

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2ab + b + 1} + \frac{ab}{ab + 2b + 1} \right) > \frac{1}{2} \left(\frac{ab}{2ab + b + 1} + \frac{1}{ab + 2b + 1} \right)$$

или

$$ab(1 + ab) + b + 1 > b^2(3a + 1).$$

Для того чтобы величины a, b и ab лежали на рекомендуемой в МАИ шкале оценок степеней превосходства $\{1, \dots, 9\}$, можно взять одну из следующих трех комбинаций значений параметров a

Матрицы парных сравнений вариантов по критериям

| | | | | |
|-------|--------|--------|-------|--------|
| f_1 | x^1 | x^2 | x^3 | x^4 |
| x^1 | 1 | ab | a | 1 |
| x^2 | $1/ab$ | 1 | $1/b$ | $1/ab$ |
| x^3 | $1/a$ | b | 1 | $1/a$ |
| x^4 | 1 | ab | a | 1 |
| f_2 | x^1 | x^2 | x^3 | x^4 |
| x^1 | 1 | $1/a$ | 1 | b |
| x^2 | a | 1 | a | ab |
| x^3 | 1 | $1/a$ | 1 | b |
| x^4 | $1/b$ | $1/ab$ | $1/b$ | 1 |

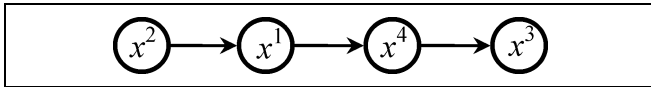


Рис. 2. Упорядочение вариантов по предпочтительности согласно методу анализа иерархий

и $b: a = 3, b = 2; a = 3, b = 3; a = 4, b = 2$. Так, для $a = 3, b = 3$ имеем:

$$(p_1(x^1), p_1(x^2), p_1(x^3), p_1(x^4)) = \left(\frac{9}{22}, \frac{1}{22}, \frac{3}{22}, \frac{9}{22}\right);$$

$$(p_2(x^1), p_2(x^2), p_2(x^3), p_2(x^4)) = \left(\frac{3}{16}, \frac{9}{16}, \frac{3}{16}, \frac{1}{16}\right);$$

$$h(x^1) = \frac{210}{2 \cdot 16 \cdot 22} \cong 0,298;$$

$$h(x^2) = \frac{214}{2 \cdot 16 \cdot 22} \cong 0,304;$$

$$h(x^3) = \frac{114}{2 \cdot 16 \cdot 22} \cong 0,162;$$

$$h(x^4) = \frac{166}{2 \cdot 16 \cdot 22} \cong 0,236.$$

Таким образом, при $a = b = 3$ (а также при $a = 3, b = 2$ или $a = 4, b = 2$) оптимальным оказывается вариант x^2 , а ранжировка (упорядочение по предпочтительности) всех вариантов схематически представлена на рис. 2.

2. АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Если внимательно посмотреть на сравниваемые варианты и учесть симметрию предпочтений (*равную важность критериев*, имеющих *общую шкалу*), то станет интуитивно совершенно ясно, что вариант x^2 с векторной оценкой (m, e) не может считаться более предпочтительным, чем вариант x^4 , имеющий векторную оценку (e, m) : они должны полагаться одинаковыми по предпочтительности (безразличными).

Далее, вариант x^2 не может рассматриваться как наилучший (при любых $a > 1$ и $b > 1$): он должен считаться менее предпочтительным, чем вариант x^1 . Действительно, в силу той же симметрии предпочтений вариант x^1 с векторной оценкой (e, g) должен считаться безразличным с некоторым гипотетическим вариантом x^5 , имеющим векторную оценку (g, e) . А последний явно лучше варианта x^2 с векторной оценкой (m, e) , так как оценки e по второму критерию у них одинаковы, а по первому критерию оценка g у варианта x^1 выше оценки m у варианта x^2 . Считая (как и в МАИ), что предпоч-

тения транзитивны, следует признать, что вариант x^1 предпочтительнее варианта x^2 .

Для теоретического обоснования этих утверждений можно привлечь теорию важности критериев [18–23], предлагающую интуитивно понятное строгое определение понятия равной важности критериев. Согласно этой теории критерии f_1 и f_2 (с общей порядковой шкалой!) называются *равноважными*, если одинаковы по предпочтительности векторная оценка y и полученная из нее перестановкой компонент векторная оценка \tilde{y} , т. е. $yI^{1 \approx 2}z$ при $z = \tilde{y}$. В рассматриваемой задаче варианты x^2 и x^4 одинаковы по предпочтительности, поскольку $(m, e)I^{1 \approx 2}(e, m)$. Вариант x^1 предпочтительнее, чем x^4 , поскольку $(e, g)P^0(e, m)$, где P^0 — отношение Парето (отношение покомпонентного доминирования). Верны соотношения

$$(e, g)I^{1 \approx 2}(g, e) \text{ и } (g, e)P^0(m, e),$$

и поэтому вариант x^1 с векторной оценкой (e, g) предпочтительнее варианта x^2 с векторной оценкой (m, e) .

Далее, поскольку $(e, g)P^0(g, g)$, то вариант x^1 предпочтительнее, чем x^3 . А вот вариант x^2 (как и x^4) несравним с вариантом x^3 . Чтобы выяснить, какой из них предпочтительнее, следует привлечь информацию о характере возрастания предпочтений вдоль шкалы критериев [23–25].

Частичная упорядоченность всех вариантов, полученная методами теории важности критериев, представлена на рис. 3. Полученная ранее ранжировка (см. рис. 2) противоречит этой упорядоченности.

3. АНАЛИЗ ПРИЧИН ПОЛУЧЕНИЯ МЕТОДОМ АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ НЕВЕРНОГО РЕШЕНИЯ

Отметим следующие особенности исходных данных в рассмотренной задаче.

- Матрицы парных сравнений согласованы, так что возможное влияние несогласованности исключено. Более того, приоритеты критериев и приоритеты вариантов относительно критериев можно рассчитать и без обращения к методу количественных парных сравнений.

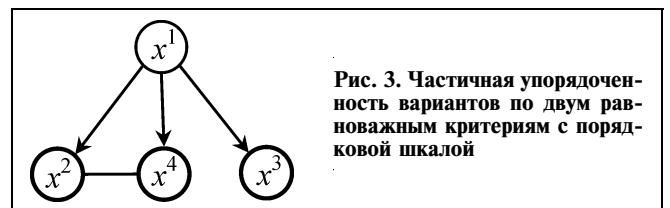


Рис. 3. Частичная упорядоченность вариантов по двум равноважным критериям с порядковой шкалой



- Результат получен для наборов значений числовых параметров, характеризующих степени превосходства в предпочтительности одних шкальных оценок над другими, что позволило снять вопрос о влиянии обоснованности назначения словесным градациям числовых оценок.
- Задача имеет простую, одноуровневую критериальную структуру, так что влияния иерархичности не возникает.
- Оба критерия имеют общую шкалу; это позволило при анализе задачи не поднимать вопрос о согласовании шкал критериев.
- Размах значений обоих критериев на множестве вариантов одинаков — от m до e ; это позволило не ставить вопрос об увязке весов (приоритетов) критериев с размахами значений критериев [26].
- Критерии имеют одинаковую важность, так что влияние ошибок в определении значений степеней превосходства в важности исключено.

В чем же причина столь резкого отличия полученного с помощью МАИ результата от очевидно ожидаемого? Она заключается в том, что шкалы приоритетов вариантов по отдельным критериям (нижнего уровня) в МАИ полагаются шкалами отношений, и притом не связанными друг с другом и с приоритетами (весами) критериев. Исходя из этого допущения, принимается как соответствующая форма представления информации о сравнении предпочтений при переходе от одной шкальной оценки к другой, так и соответствующее правило нормировки приоритетов.

Поясним сказанное. Вначале заметим, что для представления предпочтений используется (ординальная) функция ценности v (ordinal value function): полагается, что $v(y') \geq v(y'')$ верно тогда и только тогда, когда вариант x' с векторной оценкой y' не менее предпочтителен, чем вариант x'' с векторной оценкой y'' . Рассмотрим сначала общий случай, когда каждый из критериев имеет «свою» шкалу и «свое» множество шкальных оценок. Наиболее простой и самой распространенной является аддитивная функция ценности

$$v(y) = \sum_{i=1}^n v_i(y_i), \quad (2)$$

где $v_i(y_i)$ — частные функции ценности (отдельных критериев), n — число критериев. Необходимое условие существования аддитивной функции ценности заключается во взаимнезависимости критериев по предпочтению. Если же множества шкальных оценок (области значений критериев) представляют собой числовые промежутки, а предпочтения обладают «достаточно хорошими»

свойствами, то при числе критериев $n \geq 3$ условие взаимнезависимости по предпочтению является и достаточным (при $n = 2$ требуется выполнение условия соответственных замещений) [27]. Более того, если v' — другая аддитивная функция ценности, также представляющая предпочтения, то существуют числа $c > 0$ и d_1, \dots, d_n такие, что [28]:

$$v'_i = cv_i + d_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (3)$$

Таким образом, при существовании аддитивной функции ценности шкалы отдельных критериев должны быть совместными интервальными шкалами (conjoint interval scales), и их нельзя считать независимыми друг от друга: коэффициент c для всех критериев един! Поэтому, если производить нормировку значений каждой частной функции ценности v_i по отдельности (вводя «свои» начало отсчета и единицу измерения), то необходимо ввести и шкальные множители (scale factors), или коэффициенты масштабирования $\lambda_i > 0$ [28], т. е. перейти от функции ценности вида (2) к функции вида

$$v(y) = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i(y_i). \quad (4)$$

Следовательно, нормирование приоритетов вариантов по каждому из критериев по отдельности должно быть неразрывно связано с коэффициентами λ_i в функции (4). С другой стороны, при использовании аддитивной функции ценности вида (2) или (4) допустимо сравнивать не степени превосходства в предпочтительности одних шкальных оценок над другими по каждому из критериев, а приращения предпочтений при переходе от одной шкальной оценки к другой для пар таких оценок [29].

Пусть теперь все критерии однородны — имеют одну и ту же (общую) область значений, или, иначе, все множества шкальных оценок идентичны. В этом случае аддитивная функция ценности приобретает вид:

$$v(y) = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_0(y_i), \quad (5)$$

где v_0 — (одномерная) функция ценности, измеряющая предпочтения на множестве шкальных оценок в шкале интервалов [28]. Если для анализа многокритериальной задачи применяются подходы и методы количественной теории важности [30, 31], основанной на точном определении понятия «один из критериев в h раз важнее другого» (это базовое определение сформулировано для критериев с по-

рядковой шкалой), то множители λ_i в формуле (5) оказываются коэффициентами важности и обозначаются α_i . Отметим, что количественная важность критериев должна измеряться в шкале отношений.

В нашей задаче с двумя равноважными (в смысле приведенного ранее определения) критериями функция (5) переписывается так: $v(y) = \alpha_1 v_0(y_1) + \alpha_2 v_0(y_2)$, причем $\alpha_1 = \alpha_2 = 1/2$. Здесь следовало бы получить количественную оценку

$$s = \frac{v_0(e) - v_0(g)}{v_0(g) - v_0(m)}.$$

Понятно, что $s > 0$. Положив без ограничения общности $v_0(m) = 0$ и $v_0(e) = 1$ (это и есть допустимая нормализация, так как у критериев общая шкала интервалов), получим $v_0(g) = 1/(s + 1)$.

Значения ценности вариантов:

$$\begin{aligned} v(f(x^1)) &= \frac{s+2}{2(s+1)}; & v(f(x^2)) &= \frac{1}{2}; \\ v(f(x^3)) &= \frac{1}{s+1}; & v(f(x^4)) &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Поэтому при любом $s > 0$ верно:

$$v(f(x^1)) > v(f(x^2)) = v(f(x^4)); \quad v(f(x^1)) > v(f(x^3)).$$

Соотношения по предпочтительности между вариантами x^2 (или x^4) и x^3 определяются знаком разности $s - 1$, поскольку

$$v(f(x^2)) - v(f(x^3)) = \frac{s-1}{2(s+1)}.$$

Ранее шла речь об ординальной аддитивной функции ценности. У измеримой функции ценности (measurable value function) v , значения которой отражают упорядоченность вариантов по предпочтительности, а разности значений — приращения предпочтений при переходе от одного варианта к другому, при определенных условиях также существует аддитивная форма (2); причем для другой функции ценности v' , обладающей такими же свойствами, существуют числа $c > 0$ и d_1, \dots, d_n такие, что выполнены соотношения (3), т. е. шкалы критериев также взаимосвязаны [32].

Однако в МАИ делается существенно более сильное допущение о том, что аддитивная функция ценности (1) является кардинальной (cardinal value function), т. е. измеряющей предпочтения в шкале отношений. Это допущение принято в методе по ряду причин. Одна из них состоит в том, что ресурсы между вариантами предлагается распределять пропорционально их интегральным

приоритетам. Другая заключается в том, что при построении двух иерархий, одна из которых отражает «эффективность», а другая — «издержки», сравнивать варианты по предпочтительности рекомендуется путем сопоставления соответствующих им значений «удельной эффективности» — отношений интегральных приоритетов по «эффективности» к приоритетам по «издержкам». Теория кардинальных аддитивных функций ценности, насколько известно авторам, не создана. Ясно, однако, что и для них функции ценности отдельных критериев не могут быть несвязанными между собой и с приоритетами критериев. Это подтверждает приведенный нами контрпример.

Отметим, что критические замечания о применении в МАИ шкал отношений для измерения предпочтительности вариантов относительно критериев высказывались в работах [15, 33].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В теоретических основаниях метода анализа иерархий — одного из самых распространенных методов решения многокритериальных задач выбора и ранжирования — имеется целый ряд недостатков, пробелов и ошибочных допущений. Одно из них состоит в том, что шкалы, в которых осуществляется оценивание (измерение) степеней предпочтений вариантов по каждому из критериев, полагаются шкалами отношений, и притом не связанными друг с другом и с приоритетами критериев. Это допущение в свете математической теории измерений неправомерно.

В статье представлен простой контрпример, который доказывает, что техника оценивания и последующих расчетов приоритетов, основанная на указанном допущении, может привести к явно ошибочным результатам. Следует иметь в виду, что эта же техника инкорпорирована и в обобщение метода анализа иерархий — метод анализа сетей [34].

Выполненный анализ позволяет сделать следующий **вывод**: *метод анализа иерархий, предполагающий для проведения анализа многокритериальных задач принятия решений с использованием аддитивной функции ценности оценивание предпочтений в шкале отношений, несостоятелен.*

Таким образом, имеется явная необходимость разработки на базе теории важности критериев корректных и эффективных методов анализа многокритериальных задач с иерархической критериальной структурой и реализации этих методов в компьютерных системах поддержки принятия решений. На актуальность этой проблемы ранее было указано в работе [35].



Авторы признательны Ф.Т. Алескерову и Б.Г. Миркину за полезное обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Saaty T.L. The analytic hierarchy process. — N.-Y.: McGraw Hill, 1980. — 288 p.
2. Saati T. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Пер. с англ. — М.: Радио и связь, 1993. — 320 с.
3. Saaty R.W. The analytic hierarchy process: what is it and how it is used // Mathematical modeling. — 1987. — Vol. 9. — P. 161—176.
4. Zahedi F. The analytic hierarchy process — a survey of the method and its applications // Interfaces. — 1986. — Vol. 16. — P. 96—108.
5. Saaty T.L. How to make a decision: the analytic hierarchy process // European journal of operational research. — 1990. — Vol. 48. — P. 9—26.
6. Takeda E. The analytic hierarchy process: an overview // Systems, control and information. — 1990. — Vol. 34. — P. 669—675.
7. Saaty T. Decision making with the analytic hierarchy process // International journal of services sciences. — 2008. — Vol 1. — P. 83—98.
8. Forman T.Y., Gass S.I. The analytic hierarchy process — an exposition // Operations research. — 2001. — Vol. 21. — P. 469—486.
9. Saaty T.L. The seven pillars of the analytic hierarchy process / In: Multiple criteria decision making in the new millennium. — Berlin: Springer, 2001. — P. 1—15.
10. Bodin L., Gass S.I. On teaching the analytic hierarchy process // Computer and operations research. — 2003. — Vol. 30. — P. 1487—1497.
11. Vaidia J.S., Kumar S. Analytic hierarchy process: an overview of applications // European journal of operational research. — 2006. — Vol. 168. — P. 1—29.
12. Saaty T.L. Decision-making with the AHP: why is the principal eigenvector necessary // European journal of operational research. — 2003. — Vol. 145. — P. 85—91.
13. Buede D.M. Software review: three packages for AHP: Criterium, Expert choice, and HIPRE 3+ // Journal of multi-criteria decision analysis. — 1992. — Vol. 1. — P. 119—121.
14. Ossadnik W., Lange O. AHP-based evaluation of AHP-software // European journal of operational research. — 1999. — Vol. 118. — P. 578—588.
15. Belton V., Stewart T.J. Multiple criteria decision analysis. An integrated approach. — Boston: Cluwer, 2003. — 374 p.
16. Ishizaka A., Labib A. Analytic hierarchy process and Expert Choice: benefits and limitation // ORinsight. — 2009. — Vol. 24. — P. 201—220.
17. Подиновская О.В. Метод анализа иерархий как метод поддержки принятия многокритериальных решений // Информационные технологии моделирования и управления. — 2010. — № 1 (60). — С. 71—80.
18. Подиновский В.В. Многокритериальные задачи с однородными равноценными критериями // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1975. — № 2. — С. 330—344.
19. Подиновский В.В. Многокритериальные задачи с упорядоченными по важности однородными критериями // Автоматика и телемеханика. — 1976. — № 11. — С. 118—127.
20. Подиновский В.В. Коэффициенты важности критериев в задачах принятия решений. Порядковые, или ординальные, коэффициенты важности // Автоматика и телемеханика. — 1978. — № 10. — С. 130—141.
21. Подиновский В.В. Аксиоматическое решение проблемы оценки важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений // Современное состояние теории исследования операций / Под ред. Н.Н. Моисеева. — М., 1979. — С. 117—145.
22. Подиновский В.В. Многокритериальные задачи оптимизации с упорядоченными по важности критериями // Методы оптимизации в экономико-математическом моделировании / Под ред. Е.Г. Гольштейна. — М., 1991. — С. 308—324.
23. Подиновский В.В. Введение в теорию важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений. — М.: Физматлит, 2007. — 64 с.
24. Podinovski V.V. On the use of importance information in MCDA problems with criteria measured on the first ordered metric scale // Journal of Multi-Criteria Decision Analysis. — 2009. — Vol. 15. — P. 163—174.
25. Подиновский В.В. Количественная важность критериев с дискретной шкалой первой порядковой метрики // Автоматика и телемеханика. — 2004. — № 8. — С. 196—203.
26. Edwards W., Barron F.H. SMARTS and SMARTER: improved simple methods for multiattribute utility measurement // Organization Behavior and Human Processes. — 1994. — Vol. 60. — P. 306—325.
27. Кини Р.Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения / Пер. с англ. — М.: Радио и связь, 1981. — 560 с.
28. Foundation of measurement / D.H. Krantz, R.D. Luce, P. Suppes, A. Tverski. — Vol. 1. — Academic Press, 1971. — 578 p.
29. Fishburn P.C. Decision and value theory. — N.-Y.: Wiley, 1964. — 452 p.
30. Подиновский В.В. Количественная важность критериев // Автоматика и телемеханика. — 2000. — № 5 — С. 110—123.
31. Podinovski V.V. The quantitative importance of criteria for MCDA // Journal of Multi-Criteria Decision Analysis. — 2002. — Vol. 11. — P. 1—15.
32. Dyer J.M., Sarin R.K. Measurable multiattribute value function // Operations research. — 1979. — Vol. 4. — P. 810—822.
33. Dyer J.M. Remarks on the analytic hierarchy process // Management science. — 1990. — Vol. 36. — P. 249—258.
34. Saati T.L. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети / Пер. с англ. — М.: Издательство ЛКИ, 2008. — 360 с.
35. Подиновский В.В. Основные направления развития теории важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений // Современные проблемы информатизации в экономике и обеспечении безопасности. — 2009. — Вып. 14. — С. 72—74.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Ф.Т. Алескеровым.

Подиновский Владислав Владимирович — д-р техн. наук, Государственный университет — Высшая школа экономики, ☎ (495) 621-14-32, ✉ podinovski@mail.ru,

Подиновская Ольга Владиславна — студентка университета Уорик (The University of Warwick), Великобритания, ✉ podinovskaya@mail.ru.

ЧАСТОТНЫЙ АДАПТИВНЫЙ ПИДД-РЕГУЛЯТОР

М.В. Паленов

Предложен частотный адаптивный ПИДД-регулятор для управления изменяющимся во времени объектом. Параметры объекта неизвестны и могут изменяться через некоторые промежутки времени; на объект действует внешнее возмущение, которое является неизвестной функцией времени. Объект управления представлен моделью второго порядка с запаздыванием, для определения параметров которой метод конечно-частотной идентификации доработан; предложен алгоритм идентификации запаздывания.

Ключевые слова: ПИДД-регулятор, частотная идентификация, неизвестное внешнее возмущение, адаптивное управление.

ВВЕДЕНИЕ

На протяжении последнего полувека в промышленности для управления различными техническими процессами широко применяются ПИ- и ПИД-регуляторы, позволяющие добиться необходимого качества управления при достаточно простой реализации. Методы синтеза таких регуляторов предполагают наличие модели объекта управления, параметры которой известны. Зачастую параметры могут быть не только неизвестны, но и меняться с течением времени, как правило, внутри некоторых известных интервалов. Поэтому возникает задача адаптации ПИ- или ПИД-регулятора к изменяющейся модели объекта. Для определения параметров модели объекта применяют различные методы идентификации. Если внешние возмущения, действующие на объект управления, достаточно малы или вообще отсутствуют, для идентификации используют переходную характеристику объекта [1]. При интенсивных внешних возмущениях типа «белый шум» применяют метод наименьших квадратов [2], а в более общем случае (когда неизвестны статические характеристики возмущения) — метод конечно-частотной идентификации (КЧИ) [3], в котором используется испытательный (пробный) сигнал, представляющий собой сумму двух гармоник. Часто используют испытательный сигнал в виде одной гармоники [4, 5], что позволяет идентифицировать два параметра модели объекта. Однако какое число гармоник не содержал бы испытательный сигнал, необходимо настраивать их амплитуды и частоты так, чтобы вносимые искажения в выход системы управления были в пределах допустимого уровня.

В работе [6] метод КЧИ применяется для определения параметров модели объекта первого порядка с запаздыванием. Но не дается никаких способов настройки испытательного сигнала, а запаздывание может быть идентифицировано только при выполнении условия, которое не может быть проверено при адаптации и можно лишь предполагать, что оно выполняется.

В настоящей статье предлагается частотный адаптивный ПИДД-регулятор, ориентированный на модель объекта второго порядка с запаздыванием. Для определения параметров модели объекта применяется метод КЧИ, обобщенный на объекты второго порядка. Предлагается алгоритм идентификации запаздывания. Амплитуды испытательного сигнала настраиваются так, чтобы обеспечить желаемое искажение выхода системы.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Объект управления описывается уравнением

$$d_2^{[i]} \ddot{y}(t) + d_1^{[i]} \dot{y}(t) + y(t) = K^{[i]} u(t - \tau^{[i]}) + f(t),$$

$$t^{[i]} \leq t \leq t^{[i+1]}, \quad i = 1, \dots, N, \quad (1)$$

где $y(t)$ — измеряемый выход объекта, $u(t)$ — управление, $f(t)$ — неизмеряемое внешнее возмущение, описываемое неизвестной ограниченной функцией ($|f(t)| \leq f^*$) времени t . Значения параметров $K^{[i]}$, $d_2^{[i]}$, $d_1^{[i]}$ и $\tau^{[i]}$ неизвестны, изменяются в моменты времени $t^{[1]}$, $t^{[2]}$, ..., $t^{[N]}$ и постоянны внутри интервалов

$$t^{[i]} \leq t^{[i+1]}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

где i — номер режима работы объекта.



Моменты времени $t^{[1]}, t^{[2]}, \dots, t^{[N]}$ для простоты полагаются известными.

Объектом (1) управляет ПИДД-регулятор, описываемый уравнением

$$g_2^{[i]} \ddot{u}(t) + g_1^{[i]} \dot{u}(t) + u(t) = k_c^{[i]} \left(\varepsilon + \frac{1}{T_i^{[i]}} \int_{t_0}^t \varepsilon dt + T_d^{[i]} \frac{d\varepsilon}{dt} + T_{dd}^{[i]} \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} \right),$$

$$t_{\text{ад}}^{[i]} \leq t \leq t_{\text{ад}}^{[i+1]}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3)$$

$$\varepsilon(t) = y_{\text{сп}}(t) - y(t) + v(t),$$

где $u(t)$ — управление, подаваемое на объект (1), $y_{\text{сп}}(t)$ — задающее воздействие, $v(t)$ — испытательный (идентифицирующий) сигнал, который является известной функцией времени, $\varepsilon(t)$ — ошибка слежения, $t_{\text{ад}}^{[i]}$ — время адаптации ПИДД-регулятора на i -м режиме. Коэффициенты регулятора (3) ($k_c^{[i]}, T_i^{[i]}, T_d^{[i]}, T_{dd}^{[i]}, g_1^{[i]}, g_2^{[i]}$) обновляются в моменты времени $t_{\text{ад}}^{[i]}$ на каждом режиме работы объекта.

Кроме того, предполагается:

1) длина интервалов (2) такова, что $t^{[i+1]} - t^{[i]} > t_{\text{ад}}^{[i]}, i = \overline{1, N-1}$;

2) известны параметры модели (1) объекта, работающего в первом режиме;

3) параметры объекта мало изменяются при переходе объекта с режима на режим, и регулятор, построенный для i -го режима работы объекта, не нарушает устойчивости системы управления в $(i + 1)$ -м режиме работы объекта;

4) передаточная функция (ПФ) объекта, в случае двух действительных полюсов, принимает вид

$$w_p(s) = \frac{K^{[i]}}{(T_1^{[i]}s + 1)(T_2^{[i]}s + 1)} e^{-\tau^{[i]}s},$$

где

$$T_{1,2}^{[i]} = \frac{1}{2} d_1^{[i]} \pm \sqrt{(d_1^{[i]}/2)^2 - d_2^{[i]}}, \quad (4)$$

причем

$$T_1^{[i]} \geq T_2^{[i]} > \tau^{[i]}, \quad (5)$$

5) передаточная функция объекта, в случае двух комплексно-сопряженных полюсов, принимает вид

$$w_p(s) = \frac{K^{[i]}}{(T^{[i]})^2 s^2 + 2\xi^{[i]} T^{[i]} s + 1} e^{-\tau^{[i]}s}, \quad 0 < \xi^{[i]} < 1,$$

где

$$T^{[i]} = \sqrt{d_2^{[i]}}, \quad \xi^{[i]} = \frac{d_1^{[i]}}{2\sqrt{d_2^{[i]}}}, \quad (6)$$

причем

$$T^{[i]} > \tau^{[i]}. \quad (7)$$

Задача состоит в том, чтобы адаптировать коэффициенты уравнения (3) к изменяющимся параметрам объекта так, чтобы ошибка слежения, после завершения адаптации на каждом интервале, удовлетворяла условию

$$\varepsilon^{[i]}(t) = \varepsilon^{[i]*}(t) + \xi(t), \quad t \geq t_{\text{ад}}^{[i]}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (8)$$

где $\varepsilon^{[i]*}(t)$ — «идеальная» ошибка слежения в системе (1), (3) на i -м режиме, $\xi(t)$ — достаточно малое положительное число. «Идеальная» ошибка слежения $\varepsilon^{[i]*}(t)$ достигается в том случае, если регулятор, описываемый уравнением, (3), синтезирован по точно известным параметрам модели (1) объекта.

2. ПОСТРОЕНИЕ РЕГУЛЯТОРА ПРИ ИЗВЕСТНЫХ ПАРАМЕТРАХ МОДЕЛИ ОБЪЕКТА

Пусть параметры модели (1) объекта известны. Для этого случая разработан ряд методов определения параметров k_c, T_i, T_d и T_{dd} уравнения (3) регулятора, различающихся целями управления, чувствительностью к внешним возмущениям и др.

При синтезе ПИДД-регулятора за основу взят широко известный принцип внутренней модели [7]. В работе [8] этот принцип используется для синтеза ПИД-регулятора, рассчитанного на модель первого порядка с запаздыванием. Преимущество метода в том, что полученный регулятор способен обеспечить аperiodический переходный процесс в системе с запаздыванием, при этом для синтеза используется всего один параметр, уменьшение которого способствует увеличению быстродействия системы, а увеличение — увеличению запасов устойчивости.

Получим формулы синтеза ПИДД-регулятора. Для этого преобразуем уравнение (3) регулятора по Лапласу при нулевых начальных условиях и запишем его ПФ, опустив индекс $[i]$:

$$w_c(s) = k_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s + T_{dd} s^2 \right) \frac{1}{g_2 s^2 + g_1 s + 1}. \quad (9)$$

Согласно работе [7] ПФ регулятора можно определить следующим образом:

$$w_c(s) = \frac{w_p^-(s)^{-1} w_f(s)}{1 - w_p^+(s) w_f(s)}, \quad (10)$$

где $w_p^-(s)$ и $w_p^+(s)$ — инвертируемая и не инвертируемая части ПФ объекта соответственно, $w_f(s)$ — ПФ фильтра.

Запишем ПФ объекта управления при $f(t) = 0$, используя Паде-аппроксимацию первого порядка

и выделяя инвертируемую и не инвертируемую части:

$$w_p(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{(d_2s^2 + d_1s + 1)} \approx \frac{K(-\frac{\tau}{2}s + 1)}{(d_2s^2 + d_1s + 1)(\frac{\tau}{2}s + 1)} =$$

$$= \frac{(-\frac{\tau}{2}s + 1)}{(\frac{\tau}{2}s + 1)} \cdot \frac{K}{(d_2s^2 + d_1s + 1)} = w_p^+(s)w_p^-(s). \quad (11)$$

Разложение ПФ объекта (11) дает минимум квадратичного функционала [6, 7].

Передаточную функцию фильтра выбираем в виде [7]:

$$w_f = \frac{1}{(\lambda s + 1)^2}, \quad (12)$$

где λ — положительное число, определяющее желаемое быстродействие системы.

Подставив выражения (11) и (12) в формулу (10), получим

$$w_c(s) = \frac{(d_2s^2 + d_1s + 1)(\frac{\tau}{2}s + 1)}{Ks(\frac{\lambda^2\tau}{2}s^2 + \lambda(\lambda + \tau)s + 2\lambda + \tau)}. \quad (13)$$

Из сравнения выражений (13) и (9) имеем:

$$g_2 = \frac{\lambda^2\tau}{2(2\lambda + \tau)}; \quad g_1 = \frac{\lambda(\lambda + \tau)}{2\lambda + \tau}; \quad k_c = \frac{2d_1 + \tau}{2K(2\lambda + \tau)};$$

$$T_i = d_1 + \frac{\tau}{2}; \quad T_d = \frac{d_1 + \frac{\tau}{2}}{2d_1 + \tau}; \quad T_{dd} = \frac{d_2\tau}{2d_1 + \tau}. \quad (14)$$

При таком регуляторе ПФ замкнутой системы приобретает следующий вид:

$$w_{yy,sp}(s) \cong \frac{e^{-\tau s}}{(\lambda s + 1)^2}.$$

Таким образом, решение поставленной задачи сводится к идентификации объекта, результатом которой служат оценки коэффициентов объекта $\hat{K}^{[i]}$, $\hat{d}_2^{[i]}$, $\hat{d}_1^{[i]}$ и $\hat{\tau}^{[i]}$, $i = 1, 2, \dots, N$, которые используются для построения регулятора на основе выражений (14) на каждом режиме работы объекта.

3. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

3.1. Оценки коэффициентов модели объекта

Согласно методу КЧИ замкнутая система (1), (3) возбуждается испытательным сигналом следующего вида

$$v^{[i]}(t) = \rho_1^{[i]} \sin \omega_1^{[i]} t + \rho_2^{[i]} \sin \omega_2^{[i]} t + \rho_3^{[i]} \sin \omega_3^{[i]} t, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (15)$$

где $\rho_k^{[i]}$ и $\omega_k^{[i]}$, $k = 1, 2, 3$, — положительные числа.

Далее для ясности изложения опустим индекс $[i]$.

Вход $u(t)$ и выход $y(t)$ объекта управления (1) подаются на фильтр Фурье

$$\hat{a}_{yk} = a_{yk}(\bar{t}) = \frac{2}{\rho_k \bar{t}} \int_{t_F}^{t_F + \bar{t}} y(t) \sin \omega_k t dt,$$

$$\hat{b}_{yk} = b_{yk}(\bar{t}) = \frac{2}{\rho_k \bar{t}} \int_{t_F}^{t_F + \bar{t}} y(t) \cos \omega_k t dt,$$

$$\hat{a}_{uk} = a_{uk}(\bar{t}) = \frac{2}{\rho_k \bar{t}} \int_{t_F}^{t_F + \bar{t}} u(t) \sin \omega_k t dt,$$

$$\hat{b}_{uk} = b_{uk}(\bar{t}) = \frac{2}{\rho_k \bar{t}} \int_{t_F}^{t_F + \bar{t}} u(t) \cos \omega_k t dt, \quad k = 1, 2, 3,$$

где \bar{t} — время фильтрации определяемое далее, t_F — момент начала фильтрации, \hat{a}_{yk} , \hat{b}_{yk} , \hat{a}_{uk} и \hat{b}_{uk} , $k = 1, 2, 3$, — выходы фильтра Фурье.

Набор чисел

$$\alpha_k = \text{Re} w_p(j\omega_k), \quad \beta_k = \text{Im} w_p(j\omega_k), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (17)$$

где

$$w_p(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{d_2s^2 + d_1s + 1},$$

называется частотными параметрами объекта.

Утверждение 1. Частотные параметры (17) и коэффициенты уравнения (1) связаны соотношениями:

$$d_2^2 = \frac{(\gamma_2^2 - \gamma_1^2)(\omega_1^2 \gamma_1^2 - \omega_3^2 \gamma_3^2) - (\omega_1^4 \gamma_1^2 - \omega_2^4 \gamma_2^2)(\omega_1^2 \gamma_1^2 - \omega_3^2 \gamma_3^2) - (\gamma_3^2 - \gamma_1^2)(\omega_1^2 \gamma_1^2 - \omega_2^2 \gamma_2^2)}{-(\omega_1^4 \gamma_1^2 - \omega_3^4 \gamma_3^2)(\omega_1^2 \gamma_1^2 - \omega_2^2 \gamma_2^2)}, \quad (18)$$

$$d_1^2 = \frac{(\omega_1^4 \gamma_1^2 - \omega_2^4 \gamma_2^2)(\gamma_3^2 - \gamma_1^2) - (\omega_1^4 \gamma_1^2 - \omega_3^4 \gamma_3^2)(\gamma_2^2 - \gamma_1^2)}{(\omega_1^4 \gamma_1^2 - \omega_2^4 \gamma_2^2)(\omega_1^2 \gamma_1^2 - \omega_3^2 \gamma_3^2) - (\omega_1^4 \gamma_1^2 - \omega_3^4 \gamma_3^2)(\omega_1^2 \gamma_1^2 - \omega_2^2 \gamma_2^2)} + 2d, \quad (19)$$

$$K^2 = \gamma_1^2 + d_2 \omega_1^4 \gamma_1^2 + (d_1^2 - 2d_2) \omega_1^2 \gamma_1^2, \quad (20)$$

где

$$\gamma_k^2 = \alpha_k^2 + \beta_k^2, \quad k = 1, 2, 3. \quad \blacklozenge \quad (21)$$

Доказательство см. в Приложении.



Аналогично работе [3], выходы фильтра Фурье (16) и оценки частотных параметров (17) связаны соотношениями

$$\alpha_k^2 = \frac{\hat{a}_{yk}\hat{a}_{uk} + \hat{b}_{yk}\hat{b}_{uk}}{\hat{a}_{uk}^2 + \hat{b}_{uk}^2}, \quad \beta_k^2 = \frac{-\hat{a}_{yk}\hat{b}_{uk} + \hat{b}_{yk}\hat{a}_{uk}}{\hat{a}_{uk}^2 + \hat{b}_{uk}^2}, \quad k = 1, 2, 3. \quad (22)$$

Если выполняются условия Фурье-фильтруемости задающего воздействия и внешнего возмущения [9], то

$$\lim_{\bar{t} \rightarrow \infty} \hat{\alpha}_k(\bar{t}) = \alpha_k, \quad \lim_{\bar{t} \rightarrow \infty} \hat{\beta}_k(\bar{t}) = \beta_k, \quad k = 1, 2, 3.$$

Условие Фурье-фильтруемости означает, что функции $y_{sp}(t)$ и $f(t)$ не содержат частот ω_k , $k = 1, 2, 3$. Это условие может быть проверено экспериментально и при его нарушении необходимо изменить частоты ω_k так, чтобы оно выполнялось.

3.2. Идентификация запаздывания

Идентификация запаздывания является ключевой проблемой, так как связана с рядом известных сложностей. Для объектов первого порядка с запаздыванием в работе [6] дано ограничение на частоту испытательного сигнала, при котором запаздывание может быть однозначно определено, но не дано каких-либо предложений на тот случай, если ограничение не выполняется. Восполним этот пробел.

Утверждение 2. Если для частоты ω_k , $k = 1, 2, 3$, выполняется условие

$$0 < \omega_k \tau < \pi/2, \quad (23)$$

то запаздывание

$$\tau = \frac{1}{\omega_k} \arccos \frac{\alpha_k - \alpha_k d_2 \omega_k^2 - \beta_k d_1 \omega_k}{K}. \quad (24)$$

Доказательство см. в Приложении.

Для идентификации запаздывания в первую очередь необходимо определить оценки коэффициентов уравнения (1). Учитывая сделанные в постановке задачи предположения (5) и (7) о том, что значение запаздывания не превышает постоянной времени объекта, условие (23) можно записать в следующем виде:

для двух действительных полюсов

$$0 < \omega_k T_2 < \pi/2; \quad (25)$$

для двух комплексно-сопряженных полюсов

$$0 < \omega_k T < \pi/2. \quad (26)$$

Таким образом, запаздывание идентифицируется по следующему алгоритму.

Алгоритм 1.

Шаг 1. Идентифицировать оценки коэффициентов уравнения (1) \hat{d}_2 и \hat{d}_1 , подставляя в формулы (18)–(20) оценки частотных параметров (22).

Шаг 2. В зависимости от характера полюсов ПФ объекта, используя оценки \hat{d}_2 и \hat{d}_1 , вычислить \hat{T}_2 по формулам (4) (или \hat{T} по формулам (6)) и проверить соответствующее условие (25) или (26) для полученных оценок.

Шаг 3. Если соответствующее условие (25) или (26) выполняется хоть при одном k , то вычислить при этом k оценку запаздывания $\hat{\tau}$, подставляя соответствующие оценки в формулу (24).

Шаг 4. Если соответствующее условие (25) или (26) не выполняется, то, выбирая $\omega_1 = 1/T_2$ (или $\omega_1 = 1/T$) и полагая $\omega_2 = 0$ и $\omega_3 = 0$, произвести заново процесс фильтрации фильтром Фурье (16), получить оценки частотных параметров (22), а затем при $k = 1$ вычислить оценку запаздывания $\hat{\tau}$, подставляя полученные оценки в формулу (24). ♦

3.3. Определение частот и амплитуд испытательного сигнала

В работе [9] показано, что частоты $\omega_k^{[i]}$, $k = 1, 2, 3$, $i = 2, 3, \dots, N$ испытательного сигнала (15), следует выбирать как можно ближе к собственным, в противном случае, произвольный выбор частот может привести к длительному времени идентификации.

Учитывая, что коэффициенты уравнения (1) от режима к режиму изменяются не слишком сильно (предположение 3 в постановке задачи), можно использовать данные текущего режима для формирования испытательного сигнала последующего режима. Для известных параметров модели (1) предыдущего режима, при двух действительных полюсах ПФ объекта, частоты выбираются следующим образом:

$$\omega_1^{[i]} = 1/T_1^{[i-1]}, \quad \omega_2^{[i]} = 1/T_2^{[i-1]}, \quad \omega_3^{[i]} = 1/\tau^{[i-1]}. \quad (27)$$

Если объект содержит два комплексно-сопряженных полюса, то частоты определяются как

$$\omega_1^{[i]} = 1/\sqrt{d_2^{[i-1]}}, \quad \omega_2^{[i]} = 2/\sqrt{d_2^{[i-1]}}, \quad \omega_3^{[i]} = 1/\tau^{[i-1]}. \quad (28)$$

Настройка амплитуд $\rho_k^{[i]}$, $k = 1, 2, 3$, испытательного сигнала (15) выполняется на основе данных предыдущего режима работы объекта таким образом, чтобы выход системы для уже определен-

ных, по соответствующим формулам (27) или (28), частот не превышал заданного числа y^* :

$$\rho_k^{[i]} = \frac{1}{3} \frac{y^*}{A^{[i-1]}(\omega_k^{[i]})}, \quad k = 1, 2, 3, \quad (29)$$

где $A^{[i-1]}(\omega_k^{[i]})$ значение амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы $(i-1)$ -го режима на частотах i -го режима. Вывод соотношения (29) см. в Приложении.

В процессе адаптивного управления для вычисления частот испытательного сигнала по соответствующим формулам (27) или (28) и амплитуд по формуле (29) вместо значений коэффициентов объекта используются их оценки.

3.4. Длительность процесса фильтрации

Фильтрация фильтром Фурье (16) заканчивается по истечении заданного времени $t > \bar{t}$ либо если выполняется условие

$$\left| \frac{\hat{\alpha}_k^{t_{p+1}} - \hat{\alpha}_k^{t_p}}{\hat{\alpha}_k^{t_{p+1}}} \right| \leq \theta, \quad \left| \frac{\hat{\beta}_k^{t_{p+1}} - \hat{\beta}_k^{t_p}}{\hat{\beta}_k^{t_{p+1}}} \right| \leq \theta, \quad k = 1, 2, 3, \quad p = \overline{1, m}, \quad (30)$$

где $\hat{\alpha}_k^{t_p}$, $\hat{\beta}_k^{t_p}$ — значения оценок частотных параметров, найденных в момент времени t_p , $\hat{\alpha}_k^{t_{p+1}}$, $\hat{\beta}_k^{t_{p+1}}$ — значения оценок частотных параметров, найденных в момент времени t_{p+1} ($t_p < t_{p+1} < \dots < \bar{t}$), m — необходимое число оценок, θ — заданное положительное число, которое целесообразно выбирать в пределах $0,05 \div 0,15$.

4. АЛГОРИТМ АДАПТАЦИИ

Алгоритм адаптации состоит в следующем.

Шаг 1. Используя известную априори информацию об объекте, синтезировать ПИД-регулятор (3) по формулам (14) и подключить к объекту (1).

Шаг 2. Дождаться смены режима объекта и сформировать испытательный сигнал (15) по формулам (27) (или (28)) и (29).

Шаг 3. Подать испытательный сигнал (15) на вход системы (1), (3), а вход и выход объекта (1) подать на вход фильтра Фурье (16).

Шаг 4. Дождаться истечения заданного времени \bar{t} либо выполнения условия (30) и вычислить оценки частотных параметров (22).

Шаг 5. Вычислить оценки коэффициентов уравнения (1) \hat{K} , \hat{d}_2 и \hat{d}_1 по формулам (18)–(20),

а далее, с помощью алгоритма 1, определить оценку запаздывания.

Шаг 6. По идентифицированным оценкам коэффициентов уравнения (1) заново синтезировать ПИД-регулятор (3), используя формулы (14), подключить его, вместо «старого», к объекту (1) и перейти к шагу 2.

Этот алгоритм обеспечивает достижение цели управления (8), если моменты времени (2) достаточно далеки друг от друга.

5. ПРИМЕР

Для подтверждения эффективности предлагаемого адаптивного регулятора рассмотрим численный пример.

Пусть объект управления может работать в четырех режимах и описывается уравнением (1), коэффициенты которого и запаздывание τ приведены в таблице. При проектировании системы управления часто не учитываются некоторые постоянные времени, неидеальность датчиков и исполнительных механизмов. К примеру, это могут быть две постоянные времени $T_1^* = 0,1$ ед. вр. и $T_2^* = 0,2$ ед. вр., с учетом которых передаточная функция объекта примет вид

$$w_p(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{(d_2 s^2 + d_1 s + 1)(T_1^* s + 1)(T_2^* s + 1)}.$$

Длительность каждого режима 2000 ед. вр., внешнее возмущение, для упрощения, удовлетворяет условию строгой Фурье-фильтрации: $f(t) = 5 \sin(2t)$.

Если для управления объектом применить ПИДД-регулятор, описываемым уравнением (3), настроенный по параметрам $K^{[1]}$, $d_2^{[1]}$, $d_1^{[1]}$ и $\tau^{[1]}$ первого режима, при желаемом быстродействии $\lambda = \sqrt{d_2^{[1]}}/4$, то система (1), (3) потеряет устойчивость уже на III режиме своей работы. Это видно из результатов моделирования, приведенных на рис. 1.

Отсюда вытекает необходимость адаптации. В идеальном случае параметры каждого режима работы объекта определяются мгновенно и точно, и по ним настраивается ПИДД-регулятор. Такой

Режимы работы объекта

| Режим работы | K | d_2 | d_1 | τ , ед. вр. |
|--------------|-----|-------|-------|------------------|
| I | 1,5 | 100 | 20 | 2 |
| II | 3 | 49 | 7 | 2 |
| III | 4 | 36 | 3,6 | 3 |
| IV | 5 | 100 | 14 | 5 |



адаптивный регулятор называют «идеальным». Результаты моделирования идеального адаптивного регулятора приведены на рис. 2. Для наглядности эффективности, настройка на каждом режиме осуществляется по истечении 500 ед. вр., при $\lambda = \sqrt{d_2^{[i]}}/4$.

Задача заключается в том, чтобы предлагаемый адаптивный регулятор максимально приблизился к идеальному, что указано условием (8) в постановке задачи. Для сравнения с идеальным регулятором адаптация на каждом режиме начинается по истечении 500 ед. вр. Параметры фильтра Фурье:

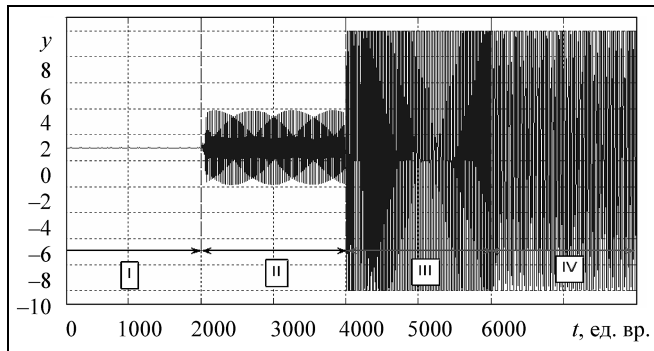


Рис. 1. Неустойчивость при отсутствии адаптации

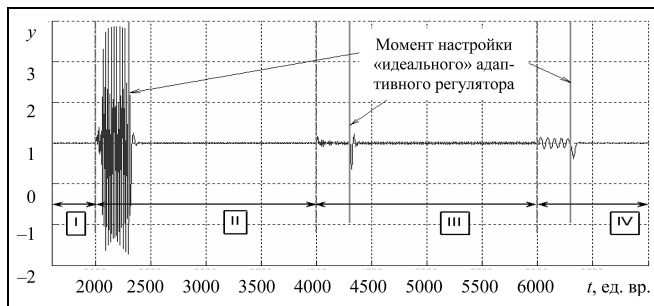


Рис. 2. Результаты моделирования «идеального» адаптивного регулятора

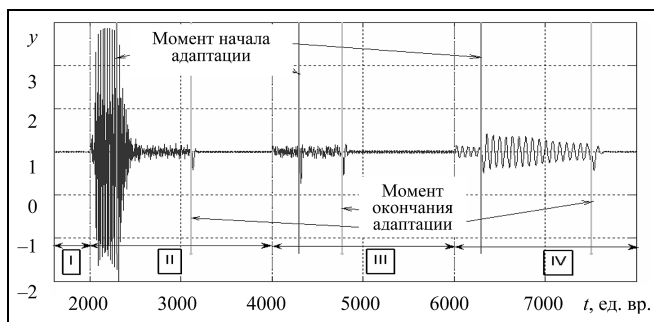


Рис. 3. Результаты моделирования предлагаемого адаптивного регулятора

$t_F = \omega_1^{[i]}$, $\bar{t} = 40\omega_1^{[i]}$. Фильтрация заканчивается преждевременно при $\theta = 0,1$; ПИДД-регулятор настраивается для $\lambda = \sqrt{\hat{d}_2^{[i]}}/4$. Результаты моделирования приведены на рис. 3. Из результатов видно, что после окончания адаптации поведения идеального и предлагаемого адаптивного регуляторов аналогичны.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный частотный адаптивный ПИДД-регулятор предназначен для управления изменяющимися во времени объектами, которые описываются моделью второго порядка с запаздыванием. Предложенный адаптивный регулятор эффективен в условиях действия ограниченных неизвестных внешних возмущений, постоянно и интенсивно воздействующих на систему управления. Для идентификации объекта управления применяется метод конечно-частотной идентификации, модифицированный в данной работе. Впервые отдельно предложен алгоритм идентификации запаздывания. Благодаря применению алгоритма выбора частот и настройке амплитуд гармоник испытательного сигнала обеспечивается заданное искажение выхода системы управления. Приведенные примеры продемонстрировали высокую эффективность предложенного частотного адаптивного ПИДД-регулятора.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вывод соотношения (29). Рассмотрим установившийся режим работы системы (1), (3) при $y_{sp} = 0$ и $f(t) = 0$. Если на вход системы подать испытательный сигнал

$$v(t) = \rho_1 \sin \omega_1 t,$$

то амплитуда выхода системы

$$y_1 = A(\omega_1) \rho_1,$$

где $A(\omega_1)$ — значение амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) замкнутой системы на частоте ω_1 .

Нетрудно видеть, что для обеспечения амплитуды выхода системы, равной y_1 , амплитуда испытательного сигнала должна определяться как

$$\rho_1 = \frac{y_1}{A(\omega_1)}. \tag{П.1}$$

Сказанное справедливо и для частот ω_2 и ω_3 .

В соответствии с принципом суперпозиции, при испытательном сигнале (15) выход системы

$$y^* = y_1 + y_2 + y_3.$$

Пусть

$$y_1 = y_2 = y_3 = y^*/3.$$

тогда «вклад» каждой гармоники будет одинаковым.

В таком случае из выражения (П.1) следует формула (29), если АЧХ замкнутой системы определять по коэффициентам $(i - 1)$ -го режима на частотах i -го режима, которая принимает следующий вид

$$A^{[i-1]}(\omega_k^{[i]}) = \left| \frac{k^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]})r^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]})}{d^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]})g^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]}) + k^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]})r^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]})} \right|, \quad k = 1, 2, 3,$$

где $k^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]}) = K^{[i-1]} e^{-j\tau^{[i-1]}\omega_k^{[i]}}$,

$$d^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]}) = -d_2^{[i-1]}(\omega_k^{[i]})^2 + jd_1^{[i-1]}\omega_k^{[i]} + 1,$$

$$r^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]}) = -jk_c^{[i-1]} T_d^{[i-1]}(\omega_k^{[i]})^3 - k_c^{[i-1]} T_d^{[i-1]}(\omega_k^{[i]})^2 + jk_c^{[i-1]}\omega_k^{[i]} + \frac{k_c^{[i-1]}}{T_i^{[i-1]}},$$

$$g^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]}) = -jg_2^{[i-1]}(\omega_k^{[i]})^3 - g_1^{[i-1]}(\omega_k^{[i]})^2 + j\omega_k^{[i]}. \quad \blacklozenge$$

Доказательство утверждения 1. Запишем амплитудно-фазовую характеристику модели (1) объекта, опустив индекс $[i]$, для $j\omega_k$ и $-j\omega_k$, $k = 1, 2, 3$:

$$w_p(j\omega_k) = \frac{Ke^{-j\omega_k\tau}}{d_2(j\omega_k)^2 + d_1j\omega_k + 1} = \alpha_k + j\beta_k,$$

$$w_p(-j\omega_k) = \frac{Ke^{j\omega_k\tau}}{d_2(-j\omega_k)^2 + d_1(-j\omega_k) + 1} = \alpha_k - j\beta_k, \quad k = 1, 2, 3. \quad (\text{П.2})$$

Перемножив $w_p(j\omega_k)$ и $w_p(-j\omega_k)$, имеем

$$w_p(j\omega_k)w_p(-j\omega_k) = \frac{K^2}{d_2^2\omega_k^4 + (d_1^2 - 2d_2)\omega_k^2 + 1} = \alpha_k^2 + \beta_k^2, \quad k = 1, 2, 3. \quad (\text{П.3})$$

Преобразовав (П.3) и используя замену (21), получим систему уравнений

$$K^2 - d_2^2\omega_k^4\gamma_k^2 - (d_1^2 - 2d_2)\omega_k^2\gamma_k^2 = \gamma_k^2, \quad k = 1, 2, 3. \quad (\text{П.4})$$

Вычитая из второго и третьего уравнений первое, получим следующую систему:

$$d_2^2(\omega_1^4\gamma_1^2 - \omega_2^4\gamma_2^2) + (d_1^2 - 2d_2)(\omega_1^2\gamma_1^2 - \omega_2^2\gamma_2^2) = \gamma_2^2 - \gamma_1^2,$$

$$d_2^2(\omega_1^4\gamma_1^2 - \omega_3^4\gamma_3^2) + (d_1^2 - 2d_2)(\omega_1^2\gamma_1^2 - \omega_3^2\gamma_3^2) = \gamma_3^2 - \gamma_1^2,$$

решение которой имеет вид (18) и (19).

Для определения коэффициента усиления в первом уравнении (П.4) перенесем слагаемые с найденными d_2 и d_1 в правую часть, после чего получим выражение (20). Утверждение доказано. \blacklozenge

Доказательство утверждения 2. Для определения запаздывания выделим в выражении (П.2) экспоненту и разложим ее по формуле Эйлера:

$$\cos\omega_k\tau - js\sin\omega_k\tau = \frac{1}{K}[d_2(j\omega_k)^2 + jd_1\omega_k + 1](\alpha_k + j\beta_k),$$

$$\cos\omega_k\tau + js\sin\omega_k\tau = \frac{1}{K}[d_2(j\omega_k)^2 + jd_1\omega_k + 1](\alpha_k - j\beta_k).$$

Сложив полученные соотношения, после упрощения получим уравнения

$$\cos\omega_k\tau = \frac{1}{K}\alpha_k - \alpha_k d_2\omega_k^2 - \beta_k d_1\omega_k,$$

решение которого

$$\tau = \frac{1}{\omega_k} \left(\arccos \frac{\alpha_k - \alpha_k d_2\omega_k^2 - \beta_k d_1\omega_k}{K} + \pi l \right), \quad k = 1, 2, 3, \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (\text{П.5})$$

Очевидно, что результат не зависит от k , однако каждому k может соответствовать свое значение l , которое неизвестно. Однако при выполнении ограничения (23) нетрудно увидеть, что будет $l = 0$ в решении (П.5). Таким образом, решение (П.5) примет вид (24) и запаздывание можно определить по формуле (24) для любого k , для которого выполнено ограничение (23). Утверждение доказано. \blacklozenge

ЛИТЕРАТУРА

- Ziegler J.G., Nichols N.B. Optimum settings for automatic controllers // Trans. ASME. — 1942. — Vol. 64.
- Astrom K.J., and Hagglund T. Advanced PID Control. — NC: ISA, 2006. — 460 p.
- Александров А.Г. Частотное адаптивное управление устойчивым объектом при неизвестном ограниченном возмущении // Автоматика и телемеханика. — 2000 — № 4. — С. 106 —116.
- Ротач В.Я. Теория автоматического управления: учебник для вузов / 2-е изд. — М.: Изд-во МЭИ, 2004.
- Мазуров В.М., Литюга А.В., Спицын А.В. Развитие технологий адаптивного управления в SCADA системе TRACE MODE // Приборы и системы, управление, контроль, диагностика. — 2002. — № 1.
- Александров А.Г. Адаптивное управление объектом с запаздыванием // Тр. IX междунар. Четаевской конф. «Аналитическая механика, устойчивость и управление движением», посвященной 105-летию Н.Г. Четаева / Т. 3. Управление и оптимизация. — Иркутск, 2007. — С. 6—13.
- Rivera D.E., Morar M.I., and Skogestad S. Internal model control — 4. PID controller design / Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev., 1986, 25. — P. 252—265.
- Visioli A. Improving the load disturbance rejection performance of IMC-tuned PID Controllers // Proc. of 15th Triennial World Congress / Preprints. — Barcelona, 2002.
- Alexandrov A.G. Finite-frequency identification: selftuning of test signal. Preprints of the 16th IFAC World Congress, Prague, Czech Republic, 3—8 July 2005, CD-ROM.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Ю. Рутковским.

Паленов Максим Владимирович — ст. инженер, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ 334-76-41, ✉ max_elek@mail.ru.

МЕТОД РЕФЛЕКСИВНЫХ РАЗБИЕНИЙ В МОДЕЛЯХ ГРУППОВОГО ПОВЕДЕНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ

В.О. Корепанов, Д.А. Новиков

Предложен метод рефлексивных разбиений множества рациональных агентов, осуществляющих совместную деятельность, на подмножества, соответствующие различным рангам их рефлексии. Приведены примеры информационного управления в различных задачах принятия коллективных решений.

Ключевые слова: теория игр, коллективное поведение, принятие решений, рефлексия, информационное управление.

ВВЕДЕНИЕ

Традиционно в теоретико-игровых моделях и (или) в моделях принятия коллективных решений используется одно из двух предположений о взаимной информированности агентов. Либо считается, что вся существенная информация и принципы принятия агентами решений всем им известны, всем известно, что всем это известно и т. д. (так называемая концепция общего знания). Либо предполагается, что каждый агент следует некоторой процедуре принятия решений и «не задумывается» над тем, что знают и как ведут себя остальные агенты. Первый подход традиционен для теории игр (см., например, работы [1–3]), второй — для моделей коллективного поведения (см., например, работы [4–6]).

Но между двумя этими «крайностями» существует достаточно большое разнообразие возможных ситуаций. Предположим, что некоторый агент осуществил акт рефлексии — попытался спрогнозировать поведение других агентов и выбирает свои действия с учетом этого прогноза (будем считать, что он обладает первым рангом рефлексии). Другой агент (обладающий вторым рангом рефлексии) может предположить существование агентов первого ранга и прогнозировать их поведение. И так далее. Возникает вопрос — как поведение коллектива агентов зависит от их распределения по рангам рефлексии, т. е. от того, сколько в коллективе имеется агентов того или иного ранга? Если долями рефлексиирующих агентов можно управлять, то каковы эти доли, оптимальные в смысле того или иного критерия эффективности, определенного на множестве действий агентов?

Для ответа на эти и другие вопросы в статье рассматривается метод рефлексивных разбиений множества рациональных агентов, осуществляющих совместную деятельность, на подмножества, соответствующие различным рангам их рефлексии.

1. МОДЕЛИ РАЦИОНАЛЬНОГО ПОВЕДЕНИЯ

Описание модели. Рассмотрим множество $N = \{1, 2, \dots, n\}$, состоящее из n агентов. Агент i выбирает свое действие $x_i \in \mathbb{R}^1$ (для простоты здесь и далее, если не оговорено особо, считается, что ограничения на действия агентов отсутствуют). Вектор $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ действий агентов, называемый *ситуацией игры* [1], определяет их выигрыши, задаваемые *целевыми функциями* $F_i(x)$, где $F_i(\cdot): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^1$.

Рациональность поведения агента заключается в стремлении к максимизации своей целевой функции выбором собственного действия [1]:

$$x_i \in BR_i(x_{-i}) = \text{Arg max}_{y \in \mathbb{R}^1} F_i(y, x_{-i}), \quad i \in N, \quad (1)$$

где $x_{-i} = (x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^{n-1}$ — *обстановка игры* для i -го агента, $BR_i(\cdot)$ — его *наилучший ответ* (best response) [3], $i \in N$. Предположим, что функции $F_i(\cdot)$ таковы, что для любого агента при любой обстановке игры существует единственный наилучший ответ.

Теория игр. Из выражения (1) следует, что наилучший ответ каждого агента зависит в общем случае от обстановки игры, поэтому трудно однозначно сказать априори, какое действие выберет

конкретный агент. Основным предметом *теории игр* — см. работы [1–4] — является поиск *равновесия* (решения игры), определяемого как устойчивый в том или ином (оговариваемом в каждом конкретном случае) смысле исход взаимодействия агентов — вектор их равновесных действий [1]. Введение определенных предположений об *информированности* агентов (той информации, которой они обладают на момент выбора действий) приводит к соответствующим концепциям равновесия.

Так, например, если считать, что каждый агент ориентируется на наихудшую для него обстановку игры, то получим равновесие в *гарантирующих стратегиях* [1]. Если считать, что все описание игры (множество агентов, их целевые функции и множества допустимых действий) является *общим знанием* [2] среди агентов, принимающих решения однократно, одновременно и независимо, то можно использовать концепцию *равновесия Нэша*, в рамках которой равновесием называется такой вектор действий x^N , что действие каждого агента является наилучшим ответом на нэшевскую обстановку:

$$x_i^N \in BR_i(x_{-i}^N), \quad i \in N. \quad (2)$$

Коллективное поведение. В отличие от теории игр, *теория коллективного (группового) поведения* — см. работы [4–6] — занимается исследованием динамики поведения рациональных агентов при достаточно слабых предположениях относительно их информированности. Так, например, не всегда требуется наличие среди агентов общего знания относительно множества агентов, множеств допустимых действий и целевых функций оппонентов. Или агенты не обязаны предсказывать поведение всех оппонентов, как это имеет место в теории игр. Более того, зачастую агенты, принимая решения, могут «не знать о существовании» других агентов или иметь о них агрегированную информацию. Поэтому далее при рассмотрении рефлексивных моделей группового поведения и управления будем ориентироваться на случай, когда каждый агент в общем случае имеет агрегированную информацию о результатах деятельности своих оппонентов.

Наиболее распространенной моделью динамики коллективного поведения служит *модель индикаторного поведения* [5, 6], суть которой заключается в следующем. Предположим, что каждый агент в момент времени t наблюдает действия всех агентов $\{x_i^{t-1}\}_{i \in N}$, выбранные в предыдущий момент времени $t-1$, $t = 1, 2, \dots$ (начальный вектор действий $x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ считается заданным).

Каждый агент может рассчитать свое *текущее положение цели* — такое его действие, которое максимизировало бы его целевую функцию при усло-

вии, что в текущем периоде все агенты выбрали бы те же действия, что и в предыдущем:

$$w_i(x_{-i}^{t-1}) = \arg \max_{y \in \mathbb{R}^1} F_i(y, x_{-i}^{t-1}), \quad i \in N. \quad (3)$$

В частном случае агент может иметь агрегированную информацию $Q(x^{t-1})$ о действиях других или всех агентов. В этом случае выражение (3) примет вид $w_i(x_{-i}^{t-1}) = \arg \max_{y \in \mathbb{R}^1} F_i(y, Q(y, x_{-i}^{t-1}))$, $i \in N$.

В рамках гипотезы индикаторного поведения каждый агент в каждый момент времени будет делать «шаг» от своей предыдущей стратегии к текущему положению цели:

$$x_i^t = x_i^{t-1} + \gamma_i^t [w_i(x_{-i}^{t-1}) - x_i^{t-1}], \quad i \in N, \quad t = 1, 2, \dots, \quad (4)$$

где $\gamma_i^t \in [0; 1]$ — «размеры шагов». Очевидно, что, если $\gamma_i^t \equiv 0$, то динамика отсутствует; если $\gamma_i^t \equiv 1$, то каждый агент на каждом шаге выбирает свой наилучший ответ (см. выражение (1)), однако в последнем случае соответствующая динамика может быть неустойчивой. Условия сходимости процедуры (4), области притяжения равновесий, условия на размеры шагов $\{\gamma_i^t\}$, обеспечивающие сходимость, и ряд других можно найти в книгах [5, 6].

Подходы теории коллективного поведения и теории игр согласованы в том смысле, что и та, и другая исследуют поведение рациональных агентов (сравните выражения (1) и (4)), а равновесия игры, как правило, являются и равновесиями динамических процедур коллективного поведения (например, равновесие Нэша (2) является равновесием динамики (4) коллективного поведения).

Рефлексия. Различают стратегическую и информационную рефлексии [2]. *Информационная рефлексия* — процесс и результат размышлений агента об информированности других агентов, *стратегическая рефлексия* — процесс и результат размышлений агента о принципах принятия решений другими агентами.

В рамках теоретико-игровой модели отказ от предположения о наличии среди агентов общего знания приводит к моделям *рефлексивных игр* [2]. При этом равновесие Нэша «превращается» в более общее *информационное равновесие*, в рамках которого каждый агент осуществляет информационную рефлексии — при принятии решений использует не только свою информацию о существенных параметрах, но и свои представления о представлениях других агентов об этих параметрах, представлениях о представлениях и т. д. [2]. Поэтому интересно рассмотреть «по аналогии» эффектов стратегической рефлексии.



2. РЕФЛЕКСИВНЫЕ РАЗБИЕНИЯ

Отметим, что в рамках гипотезы индикаторного поведения неявно предполагается, что агент, выбирая свои действия в соответствии с процедурой (4), не задумывается о том, что и другие агенты действуют так же. Если бы он об этом задумался (осуществил рефлексии), то ему следовало бы искать, принимая решения в момент времени t , наилучший ответ на прогнозируемые им в рамках выражения (4) действия других агентов; т. е., положение цели определялось бы уже не выражением (3), а следующим образом:

$$w_i(x_{-i}^t) = \arg \max_{y \in \mathfrak{R}^1} F_i(y, x_{-i}^t),$$

где x_{-i}^t определяется выражением (4). Будем полагать, что рефлекслирующий агент первого ранга считает всех остальных нерелфлекслирующими (что соответствует традиции рефлексивных игр, в рамках которой считается, что агент, имеющий некоторый ранг стратегической рефлексии, считает всех остальных имеющими ранг на единицу меньше его собственного [2]).

Аналогично можно рассматривать агентов и более высоких рангов рефлексии. Для этого определим $\mathfrak{N} = \{N_0, N_1, \dots, N_m\}$ — разбиение множества агентов N , где N_i — множество агентов i -го ранга рефлексии, $i = \overline{0, m}$, m — максимальный ранг рефлексии. Назовем \mathfrak{N} *рефлексивным разбиением*.

Будем считать, что агент некоторого ранга рефлексии k достоверно знает множества (или долю — см. далее) агентов всех более низких рангов k' (где $k' < k - 1$) и считает всех агентов своего и больших рангов ($k'' \geq k$) имеющими ранг на единицу меньше его ранга (т. е. ранг $k - 1$). Этим отражается предположение, что агент не допускает существования агентов, имеющих такой же или более высокий ранг рефлексии, чем он сам. При этом агент может неправильно оценивать множества агентов $k - 1$ -го, k -го и более высоких рангов рефлексии.

3. РЕФЛЕКСИВНАЯ МОДЕЛЬ КОЛЛЕКТИВНОГО ПОВЕДЕНИЯ

Пусть задан вектор x^0 начальных действий агентов. Рассмотрим следующую динамическую рефлексивную модель принятия ими решений, параллельно помня при этом, что соответствующие выражения для одношаговой «игровой» модели могут быть получены как частный случай, в котором решения принимаются однократно при $\gamma_i^1 \equiv 1, i \in N$.

Нулевой ранг рефлексии. Будем считать, что агенты с нулевым рангом рефлексии (принадлежа-

щие множеству N_0) выбирают свои действия, считая, что действия остальных агентов будут такими же, что и в предыдущем периоде. Другими словами, из выражения (4) следует, что

$$x_i^t = x_i^{t-1} + \gamma_i^t [w_i(x_{-i}^{t-1}) - x_i^{t-1}], \\ i \in N_0, \quad t = 1, 2, \dots \quad (5)$$

Если рефлекслирующих агентов нет ($N_0 = N$), то в итоге все агенты пронаблюдают *реализованную траекторию* (x^0, \dots, x^t, \dots) векторов действий агентов, определяемых выражением (5).

Первый ранг рефлексии. Агент j , обладающий первым рангом рефлексии ($j \in N_1$), считает всех остальных агентов обладающими нулевым рангом рефлексии и в соответствии с выражением (5) «предсказывает» их выбор. Поэтому его собственный выбор x_j^t будет ориентирован на наилучший ответ на ту обстановку, которая с его точки зрения должна сложиться:

$$x_j^t = x_j^{t-1} + \gamma_j^t [w_j(x_{-j}^{t-1}) - x_j^{t-1}], \quad j \in N_1. \quad (6)$$

Для агента $j \in N_1$ *прогнозируемой* является *траектория* $(x^0, \dots, (x_j^t, x_{-j}^t), \dots)$, а на самом деле реализуется траектория $(x^0, \dots, (x_{j \in N_1}^t, x_{i \in N_0}^t), \dots)$;

т. е. реализованная траектория может не совпадать с траекториями, прогнозируемыми как агентами нулевого, так и первого рангов рефлексии. О возможном несовпадении прогнозируемой и реализованной траекторий (и последствиях такого несовпадения) речь пойдет далее — см. § 5, «условие стабильности рефлексивного разбиения».

Второй ранг рефлексии. Будем считать, что каждый агент j , обладающий вторым рангом рефлексии ($j \in N_2$), знает достоверно множество N_0 и считает всех агентов из множества $N_1 \cup N_2 \setminus \{j\}$ обладающими первым рангом рефлексии (отметим, что в общем случае, когда имеются несколько агентов второго ранга рефлексии, данный агент ошибочно приписывает им первый ранг). В силу этого он может «прогнозировать» поведение всех своих оппонентов. Поэтому его выбор будет наилучшим ответом на ту обстановку, которая с его точки зрения должна сложиться:

$$x_j^t = x_j^{t-1} + \gamma_j^t [w_j(x_{i \in N_0}^t, x_{l \in N_1 \cup N_2 \setminus \{j\}}^t) - x_j^{t-1}], \quad j \in N_2. \quad (7)$$

Агенты нулевого и первого рангов рефлексии будут вести себя в соответствии с выражениями (5) и (6) соответственно.

Для агента $j \in N_2$ *прогнозируемой* служит *траектория* $(x^0, \dots, (x_j^t, x_{l \in N_1 \cup N_2 \setminus \{j\}}^t, x_{i \in N_0}^t), \dots)$, а на

самом деле реализуется траектория $(x^0, \dots, (x_{j \in N_2}^{2t}, x_{l \in N_1}^{1t}, x_{l \in N_0}^{1t}, \dots))$.

k -й ранг рефлексии ($k \leq m$). Поведение агентов k -го ранга рефлексии описывается аналогично рассмотренным выше трем случаям (нулевого, первого и второго максимальных рангов рефлексии) с учетом следующей *структуры информированности агентов*. Обозначим \aleph_{jk} — субъективное рефлексивное разбиение — представления агента j , обладающего k -м рангом рефлексии, о разбиении всех агентов на ранги рефлексии:

$$\aleph_{jk} = \left(\underbrace{(N_0, N_1, \dots, N_{k-2}, N_{k-1} \cup N_k \cup \dots \cup N_m \setminus \{j\})}_k, \underbrace{\{j\}, \emptyset, \dots, \emptyset}_{m-k-1} \right), \quad j \in N_k. \quad (8)$$

Отметим, что в рамках выражения (8) агент, обладающий k -м рангом рефлексии, обладает правильными представлениями о рангах рефлексии всех агентов, имеющих строго меньшие ранги рефлексии.

В частном случае — когда агенты однородны (имеют одинаковые целевые функции, множества допустимых действий и т. д.) — иногда можно ограничиться предположением о том, что рефлексивный агент знает лишь общее число (или долю) агентов, имеющих те или иные меньшие ранги рефлексии.

Структура информированности определяется совокупностью субъективных рефлексивных разбиений всех агентов. Если предположить, что представления агентов о рангах рефлексии друг друга описываются выражением (8), то структура информированности однозначно задается рефлексивным разбиением \aleph .

Таким образом, в рамках предложенной *рефлексивной модели коллективного поведения* (РМКП) последовательность векторов действий агентов однозначно определяется заданием кортежа $(N, \{F_i(\cdot)\}_{i \in N}, \aleph)$, состоящего из множества агентов N , их целевых функций $\{F_i(\cdot)\}_{i \in N}$ и рефлексивного разбиения \aleph .

Введенная здесь общая РМКП вряд ли допускает получение в ее рамках каких-либо столь же общих аналитических выводов. Тем не менее, она может служить базисом для создания частных аналитических или общих имитационных моделей (например, в соответствии с классификацией, приведенной в работе [7]), позволяющих описывать и прогнозировать групповое поведение (людей, мобильных роботов, программных агентов) в разнообразных ситуациях — см., например, рефлексивные имитационные модели эвакуации [8], рефлексивные модели транспортных потоков [9] и

примеры в § 6 настоящей работы. Аналитические результаты можно надеяться получить, вводя те или иные упрощающие предположения. Например, далее рассматривается «игровая» модель с однородными агентами и агрегированным влиянием обстановки игры на выигрыш каждого из них.

4. «ИГРА» ОДНОРОДНЫХ АГЕНТОВ

Пусть:

— все агенты из множества N имеют одинаковые целевые функции ($F_i(\cdot) = f(\cdot)$, $i \in N$);

— целевая функция i -го агента зависит от его действия x_i (причем она непрерывна и вогнута по этой переменной) и от *агрегированной ситуации* $Q(x)$, где $Q(\cdot): \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^1$ — симметричная функция своих аргументов;

— агенты принимают решения однократно (поэтому верхний индекс, соответствующий первому периоду времени, далее будем опускать);

— начальный вектор действий x^0 и рефлексивное разбиение \aleph фиксированы.

Агенты нулевого ранга рефлексии в соответствии с выражением (5) выберут действия

$$x_i = \arg \max_{y \in \mathfrak{R}^1} f(y, Q(y, x_{-i}^0)), \quad i \in N_0. \quad (9)$$

Агенты первого ранга рефлексии в соответствии с выражением (6) выберут действия

$$x_{1j} = \arg \max_{y \in \mathfrak{R}^1} f(y, Q(y, x_{-j})), \quad j \in N_1.$$

Агенты второго ранга рефлексии в соответствии с выражением (7) выберут действия

$$x_{2j} = \arg \max_{y \in \mathfrak{R}^1} f(y, Q(y, x_{l \in N_0}, x_{1l \in N_1 \cup N_2 \setminus \{j\}})), \quad j \in N_2.$$

И так далее. Агенты m -го ранга рефлексии в соответствии со своим субъективным рефлексивным разбиением (8) выберут действия

$$x_{mj} = \arg \max_{y \in \mathfrak{R}^1} f(y, Q(y, x_{l \in N_0}, x_{1l \in N_1}, \dots, x_{[m-1]l \in N_{m-1} \cup N_m \setminus \{j\}})), \quad j \in N_m.$$

Вектор действий агентов зависит от функций $f(\cdot)$ и $Q(\cdot)$, а также вектора начальных действий x^0 и рефлексивного разбиения \aleph . Если первые три параметра фиксированы, то вектор действий агентов зависит только от рефлексивного разбиения:

$$x^*(\aleph) = (x_{l \in N_0}, x_{1l \in N_1}, x_{2l \in N_2}, \dots, x_{ml \in N_m}). \quad (10)$$

Следовательно, изменяя рефлексивное разбиение, можно менять действия агентов, т. е. осуществлять *рефлексивное управление* (см. также теоретико-игровые модели рефлексивного управления [2, 10]).



5. ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрим рефлексивное разбиение в качестве управляющего параметра. Можно сформулировать задачу управляемости: пусть задано множество \mathfrak{Z} допустимых рефлексивных разбиений; требуется найти множество $X(\mathfrak{Z}) = \bigcup_{\mathfrak{N} \in \mathfrak{Z}} x(\mathfrak{N})$ векторов действий агентов, которые могут быть реализованы в результате рефлексивного управления. Обратной является задача поиска «минимального» в том или ином смысле множества допустимых рефлексивных разбиений, позволяющего реализовать заданный вектор действий агентов.

Рассмотрим теперь собственно задачу управления. Пусть предпочтения управляющего органа — центра — описываются его действительной целевой функцией $F_0(Q(x^*))$, заданной на множестве агрегированных ситуаций, т. е. $F_0(\cdot): \mathfrak{R}^1 \rightarrow \mathfrak{R}^1$. Тогда, воспользовавшись выражением (10), эффективность рефлексивного разбиения \mathfrak{N} можно определить как

$$K(\mathfrak{N}) = F_0(Q(x^*(\mathfrak{N}))).$$

Следовательно, формально задачу рефлексивного управления (в терминах рефлексивных разбиений) можно сформулировать в виде:

$$K(\mathfrak{N}) \rightarrow \max_{\mathfrak{N} \in \mathfrak{Z}}. \quad (11)$$

Обозначим $n_i = |N_i|$ — число агентов i -го ранга рефлексии, $i = \overline{0, m}$. В силу однородности агентов и симметричности функции $Q(\cdot)$, при введении ряда дополнительных предположений (например, об одинаковости начальных действий всех агентов и т. п.) эффективность рефлексивного разбиения определяется $(m+1)$ -м числом: n_0, n_1, \dots, n_m . Следовательно, задача (11) примет вид:

$$K(\mathfrak{N}) \rightarrow \max_{\left\{ n_i \geq 0 \mid \sum_{i=0}^m n_i = N \right\}}. \quad (12)$$

При большом числе агентов задачу (12) иногда удобно формулировать в терминах долей агентов $q_i = n_i/N$, имеющих тот или иной ранг рефлексии $i = \overline{0, m}$.

Обозначим K_m — максимальное значение критерия эффективности в задаче (11) при фиксированном максимальном ранге рефлексии m . По аналогии с тем, как это делалось для моделей стратегической рефлексии в работе [2], можно сформулировать задачу о максимальном целесообразном ранге рефлексии — таком, больше которого центру (в смысле задачи управляемости или (и) эффек-

тивности рефлексивного управления) использовать не имеет смысла:

$$m^* = \min\{m \mid m \in \text{Arg} \max_{w=0,1,2,\dots} K_w\}.$$

Обсудим согласованность субъективных рефлексивных разбиений агентов. Предположим, что каждый агент наблюдает только агрегированную ситуацию. Как ранее отмечалось при рассмотрении общей РМКП, прогнозируемые агентами траектории могут отличаться от реализованной. Это может служить для агентов основанием для того, чтобы усомниться в правильности своих субъективных рефлексивных разбиений. Если агенты наблюдают (помимо собственных действий) только агрегированную ситуацию игры, то по аналогии с условием стабильности информационного управления (см. работу [10]) можно ввести условие стабильности рефлексивного разбиения — потребовать, чтобы агрегированная ситуация для реализованной траектории совпадала с прогнозируемыми агрегированными ситуациями для всех агентов.

При фиксированном рефлексивном разбиении $\mathfrak{N} \in \mathfrak{Z}$ реализуется вектор действий, определяемый выражением (10). Соответственно, реализуется агрегированная ситуация $Q(x^*(\mathfrak{N}))$.

С точки зрения j -го агента, обладающего k -м рангом рефлексии, реализуется вектор

$$\hat{x}_{jk}(\mathfrak{N}_{jk}) = (x_{l \in N_0}, x_{1 \in N_1}, x_{2 \in N_2}, \dots, x_{[k-1] \in N_{k-1} \cup N_k \cup \dots \cup N_m \setminus \{j\}}, x_{k_j}), \\ j \in N_k, \quad k = \overline{0, m}.$$

Условие стабильности рефлексивного разбиения $\mathfrak{N} \in \mathfrak{Z}$ примет вид:

$$Q(\hat{x}_{jk}(\mathfrak{N}_{jk})) = Q(x^*(\mathfrak{N})), \quad j \in N_k, \quad k = \overline{0, m}. \quad (13)$$

Задачу рефлексивного управления (11) можно ставить на множестве стабильных рефлексивных управлений (если таковое не пусто). Содержательно это будет означать, что центр формирует такое оптимальное разбиение агентов по рангам рефлексии, что ни один из агентов на основании наблюдения результатов «игры» не имеет оснований усомниться в справедливости своих представлений о рангах рефлексии оппонентов.

В заключение настоящего параграфа кратко обсудим, каким образом центр может управлять разбиением агентов по рангам рефлексии. На сегодня в литературе описаны два возможных подхода. Один из них предполагает, что агенты безусловно верят центру и воспринимают сообщаемую им информацию как истинную, независимо от своих первоначальных представлений. Тогда центр, последовательно сообщая ту или иную информацию различным группам агентов, может формировать

различные (но не любые! — см. статью [11]) структуры информированности (см. также примеры в работах [2, 10]). Другой подход заключается в том, что агенты не просто заменяют свои представления теми, которые сообщает центр, а сообщения центра лишь снижают для агентов неопределенность — сокращают множество возможных с их точки зрения «миров» [12]. В целом, разработка моделей формирования структур информированности агентов под влиянием поступающей к ним информации представляется чрезвычайно перспективным направлением будущих исследований.

6. ПРИМЕРЫ

Рассмотрим ряд примеров, иллюстрирующих эффекты рефлексии в моделях группового поведения.

6.1. Олигополия Курно

В модели олигополии Курно [13] агенты принимают решения об объеме выпускаемой ими продукции в условиях, когда ее рыночная цена является известной убывающей функцией суммарного предложения (объема выпуска, объема производства): $P(x) = a - bQ(x)$, где $Q(x) = \sum_{i \in N} x_i$, a и b — известные неотрицательные константы.

Целевая функция i -го агента представляет собой разность между выручкой от продаж (равной произведению цены на объем производства) и квадратичными затратами на производство:

$$f_i(x_i, Q(x)) = (a - bQ(x))x_i - (x_i)^2/2, \quad i \in N.$$

Если бы целевые функции агентов были среди них общим знанием, то равновесие Нэша их игры соответствовали бы одинаковые действия:

$$x_i^N = \frac{a}{1 + b + nb}, \quad i \in N,$$

которые приводили бы к равновесному объему выпуска $Q(x^N) = \frac{na}{1 + b + nb}$ и равновесной цене $P(x^N) = \frac{a(1 + b)}{1 + b + nb}$. Точке Парето, максимизирующей сумму целевых функций агентов, соответствуют действия:

$$x_i^P = \frac{a}{1 + 2nb}, \quad i \in N,$$

которые приводят к эффективному объему выпуска $Q(x^P) = \frac{na}{1 + 2nb}$ и эффективной цене $P(x^P) = \frac{a(1 + nb)}{1 + 2nb}$.

При этом $f(x^P) = \frac{a^2}{2(1 + 2nb)} \geq f(x^N) = \frac{a^2(1 + 2b)}{2(1 + b + nb)^2}$, т. е.

выигрыш каждого агента в точке Парето не меньше, чем в точке Нэша.

Рассмотрим числовой пример. Пусть $n = 10$, $a = 2,1$, $b = 0,1$, $\gamma_i^t = 0,5$. Тогда $x_i^N = 1$, $Q(x^N) = 10$, $P(x^N) = 1,1$, $x_i^P = 0,7$, $Q(x^P) = 7$, $P(x^P) = 1,4$, $f(x^P) = 0,735 > f(x^N) = 0,6$.

Проанализируем динамику коллективного поведения. Пусть фиксирован вектор x^0 начальных объемов

производства. В соответствии с выражением (4) изменение во времени действий, выбираемых агентами, будет описываться следующим выражением:

$$x_i^t = x_i^{t-1} + \gamma_i^t \left[\frac{a - b \sum_{j \neq i} x_j^{t-1}}{1 + 2b} - x_i^{t-1} \right], \quad i \in N, \quad t = 1, 2, \dots \quad (14)$$

В соответствии с выражением (14) действия агентов будут сходиться к равновесию Нэша.

Перейдем теперь к рефлексивному случаю. При заданном векторе начальных действий x^0 агенты нулевого ранга рефлексии выберут действия $x_i = A + Bx_i^0$, $i \in N_0$,

где $A = \frac{a - bQ(x^0)}{1 + 2b}$, $B = \frac{b}{1 + 2b}$. Агенты первого ранга рефлексии выберут действия

$$x_{1j} = A_1 + B^2 x_j^0, \quad j \in N_1,$$

где $A_1 = \frac{a(1 + 3b) - bna + b^2 Q(x^0)(n - 2)}{(1 + 2b)^2}$.

Пусть в рассматриваемом числовом примере все начальные действия агентов одинаковы: $x_i^0 = 0,5$, $i \in N$. Тогда $x_i = 31/24 = 1,291(6)$, $x_{1j} = 103,5/144 = 0,71875$, что гораздо ближе к Парето-эффективным действиям. Варьируя число агентов первого уровня, можно менять сумму действий агентов от $\sim 7,2$ до $\sim 12,9$. Этому диапазону принадлежат равновесные по Нэшу действия, но не принадлежит точка Парето; т. е. при векторе начальных действий $x_i^0 = 0,5$, $i \in N$, наличия агентов первого ранга рефлексии недостаточно для реализации путем рефлексивного управления Парето-оптимальной точки. Но вполне достаточно для реализации соответствующего равновесию Нэша суммарного объема производства — для этого доля рефлексивных агентов первого уровня должна быть около 49 %.

Возможность реализации точки Парето зависит от вектора начальных действий: например, первый ранг рефлексии является максимальным целесообразным для реализации точки Парето при векторе начальных действий $x_i^0 = 0,2$, $i \in N$. Тогда $x_i = 1,5$, $x_{1j} = 0,55$, и при доле агентов первого ранга рефлексии, равной примерно 84 %, на рынке установится эффективная цена $P(x^P)$. Однако такая ситуация не будет стабильной в смысле условия (13).

Если все начальные действия агентов одинаковы, то рефлексивное разбиение задается лишь числом агентов с соответствующим рангом рефлексии, поэтому, опуская индексы, соответствующие номерам агентов, можно записать, что агенты второго ранга рефлексии выберут действия

$$x_2 = \frac{1}{1 + 2b} [a - bn_0 x - b(n - n_0 - 1)x_1].$$

Итого, получаем, что в зависимости от рефлексивного разбиения реализуется суммарное действие $Q(n_1, n_2) = (n - n_1 - n_2)x + n_1 x_1 + n_2 x_2 = \frac{1}{1 + 2b} [(a - b(n - 1)x^0) \times$



$$\times (n - n_1 - n_2) + \frac{1}{1+2b} [a(1+3b) - nab + b^2x^0(n-1)^2]n_1 + \frac{1}{1+2b} [a - bn_0(n - n_1 - n_2)x]n_2].$$

Исследуем зависимость объема выпуска $Q(n_1, n_2)$ от числа рефлексорирующих агентов первого и второго ранга и зададимся вопросом, при каких значениях (n_1, n_2) суммарный объем выпуска соответствует равновесному по Нэшу, т. е. когда выполняется $Q(n_1, n_2) = Q(x^N)$ в зависимости от начальных действий агентов x^0 .

Для рассматриваемого примера кривая AB пересечения графика $Q(n_1, n_2)$ и «нэшевской» плоскости $Q = 10$ приведена на рис. 1. Оказывается, что эта кривая не зависит от x^0 — ее формула в плоскости $Q = 10$:

$$n_1 = 1 - n_2 - \frac{n-1}{\left(1 + \frac{b}{b+1}n\right)\left(\frac{b}{2b+1}n_2 - 1\right)}.$$

Из рис. 1 видно, что введение даже только агентов первого ранга увеличивает суммарный объем производства.

Отметим, что в смысле «стабильности», если имеет место динамика, то если на первом шаге агенты попадают в точку Нэша, то и в дальнейшем ни у одного из них (ни у нерефлексорирующего, ни у рефлексорирующего) нет оснований для изменения своих действий.

Если же мы ищем такое число рефлексорирующих агентов, чтобы объем производства был равен отличному от $Q(x^N)$ значению, например объему, соответствующему Парето-оптимальной ситуации, то кривая AB будет меняться в зависимости от x^0 . Оказывается что в рассматриваемом примере кривая пересечения $Q(n_1, n_2)$ с любой плоскостью — это кривая второго порядка.

Сформулируем теперь задачу следующим образом — выбором рефлексивного разбиения реализовать требуемый суммарный объем производства, например, равный 12 (больше $Q(x^N)$). Предположим, что в начальный момент времени агенты не осуществляли производства ($x^0 = 0$). Достичь требуемого объема можно — см. рис. 2.

Если $x^0 \approx 0,305$, то кривая AB касается плоскости $n_1 = 0$ (точка C на рис. 3), т. е., в этом случае при наличии только агентов нулевого и второго рангов рефлексии можно достичь требуемого суммарного объема производства.

Таким образом, в модели олигополии Курно введение рефлексорирующих агентов позволяет увеличить суммарный объем производства и (или) реализовать его Парето-эффективное значение.

6.2. Задача о консенсусе

Содержательная интерпретация «задачи о консенсусе» следующая: действиям агентов соответствуют их положения на прямой (координаты в пространстве, мнения и др. — см. обзоры в работах [14–16]), агрегированной ситуации — среднее значение координат агентов:

$$Q(x) = \frac{1}{n} \sum_{i \in N} x_i.$$

Целевой функцией агента будем считать его «отклонение» от агрегированной ситуации:

$$(29) f(x_i, Q(x)) = -(x_i - Q(x))^2, \quad i \in N.$$

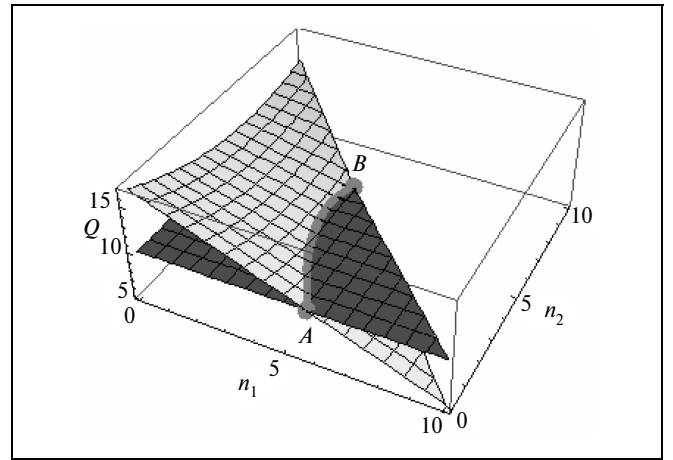


Рис. 1. Кривая AB «реализует» равновесие Нэша

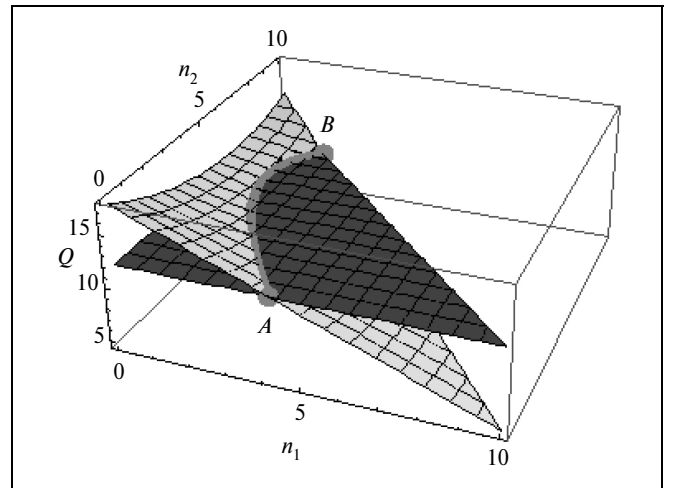


Рис. 2. «Реализация» требуемого суммарного объема производства

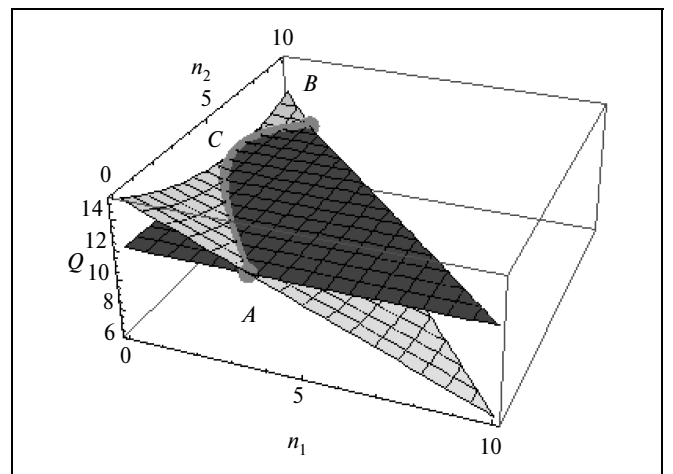


Рис. 3. «Реализация» требуемого суммарного объема производства в отсутствии агентов первого ранга (точка C)

Критерием эффективности будем считать «дисперсию» положений агентов (в данном примере целевая функция центра зависит не только от агрегированной ситуации игры, но и от всего вектора действий агентов):

$$F(x) = -\frac{1}{n} \sum_{i \in N} (Q(x) - x_i)^2. \quad (15)$$

С теоретико-игровой точки зрения ситуация тривиальна — если бы целевые функции агентов были бы среди них общим знанием, то агенты легко вычислили бы, что равновесием Нэша является любой вектор одинаковых действий. Отметим, что при этом полностью отсутствует конфликт интересов агентов, а любое равновесие Нэша однопериодной игры одновременно максимизирует и критерий эффективности (15). Однако в случае (даже одношагового) коллективного поведения агентов в условиях неполной их информированности все не так просто.

Ранг 0. При заданных начальных положениях агентов x^0 i -й агент в соответствии с выражением (9) выберет действие

$$x_i = \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq i} x_j^0 = \frac{1}{n-1} (nQ(x^0) - x_i^0), \quad i \in N, \quad (16)$$

равное среднему положению остальных агентов. Сделанный вывод остается в силе и в случае, когда целевые функции агентов зависят не от агрегированной ситуации, а от *агрегированной обстановки*: $g(x_i, Q_i(x_{-i})) = -(x_i - Q_i(x_{-i}))^2$, где $Q_i(x_{-i}) = \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq i} x_j$, $i \in N$.

Из выражения (16) следует, что $Q(x) = Q(x^0)$, т. е. среднее значение координат агентов не изменяется, а значение критерия эффективности возрастает в $(n-1)^2$ раз: $F(x) = \frac{1}{(n-1)^2} F(x^0)$.

Ранг 1. Пусть имеются n_1 агентов, обладающих первым рангом рефлексии, а остальные $n_0 = n - n_1$ агентов имеют нулевой ранг. Агенты нулевого ранга рефлексии выберут действия, определяемые выражением (16), а агенты первого ранга — следующие действия:

$$x_{1j} = \frac{nQ(x) - x_j}{n-1} = \frac{n^2(n-2)Q(x^0) + x_j^0}{(n-1)^2}, \quad j \in N_1.$$

Если все агенты обладают первым рангом рефлексии, то $Q(x_{1_{j \in N}}) = Q(x) = Q(x^0)$, т. е. среднее значение координат агентов не изменяется (такой случай является идеальным в смысле стабильности рефлексивного разбиения — все агенты наблюдают ожидаемые значения). Значение критерия эффективности возрастает еще в $(n-1)^2$ раз: $F(x_{1_{j \in N}}) = \frac{1}{(n-1)^2} F(x) = \frac{1}{(n-1)^4} F(x^0)$.

Рассмотрим пример — пусть $n = 2$. Получаем, что в зависимости от своих рангов рефлексии агенты выберут действия, представленные в табл. 1. Видно, что:

— вектор действий обоих агентов, обладающих вторым рангом рефлексии, совпадает с вектором действий нерелексирующих агентов;

— при одинаковых рангах рефлексии обоих агентов значение критерия эффективности не зависит от ранга;

Действия агентов при $n = 2$

| Начальные действия | | Агент 1 | Агент 2 |
|--------------------|---|---------|---------|
| | | x_1^0 | x_2^0 |
| Ранг рефлексии | 0 | x_2^0 | x_1^0 |
| | 1 | x_1^0 | x_2^0 |
| | 2 | x_2^0 | x_1^0 |

— все четыре возможные комбинации действий агентов исчерпываются нулевым и первым рангами их рефлексии;

— максимальное (равное нулю) значение критерия эффективности (15) достигается в случае, когда один из агентов (любой) имеет нулевой ранг рефлексии, а другой агент — первый ранг.

Следовательно, в рассматриваемом примере максимальный целесообразный ранг рефлексии равен единице.

6.3. Активная экспертиза

Рассматриваемый здесь пример свидетельствует, что наличие рефлексирующих агентов может приводить к последствиям, негативным, условно говоря, с точки зрения группы в целом (см. также модели формирования команд в работе [17]).

Содержательная интерпретация модели активной экспертизы следующая: имеются n экспертов — агентов, сообщающих информацию организатору экспертизы — центру. Центр принимает решение $Q(x) = \frac{1}{n} \sum_{i \in N} x_i$, равное среднему арифметическому мнений агентов.

Пусть на сообщения агентов наложено требование неотрицательности. Целевой функцией агента будем считать «отклонение» итогового мнения от его начального (истинного) мнения [18]:

$$f(x_i, Q(x)) = -(x_i^0 - Q(x))^2, \quad i \in N.$$

Пусть агенты упорядочены по возрастанию их начальных мнений: $x_1^0 < x_2^0 < \dots < x_n^0$.

С теоретико-игровой точки зрения, если бы целевые функции агентов были среди них общим знанием, то агенты легко вычислили бы равновесие Нэша: $x_i^N = 0$, $i = \overline{1, n-1}$, $x_n^N = nx_n^0$.

Определим множество агентов $M(x^0) = \left\{ i \in N \mid x_i^0 \geq \frac{1}{n} \sum_{l \neq i} x_l^0 \right\}$.

Ранг 0. При заданных начальных мнениях агентов x^0 , они в соответствии с выражением (9) выберут действия

$$x_i = \max \left\{ nx_i^0 - \sum_{l \neq i} x_l^0, 0 \right\}, \quad i \in N. \quad (17)$$



Таблица 2

Действия агентов

| | | | | | | | | | | |
|----------|---|---|---|---|------|----|----|----|----|----|
| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| x^0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| $Q(x^0)$ | | | | | 5,5 | | | | | |
| x | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 11 | 22 | 33 | 44 | 55 |
| $Q(x)$ | | | | | 16,5 | | | | | |
| $x1$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$$Вычислим Q(x) = \sum_{i \in M(x^0)} x_i - \frac{1}{n} \sum_{i \in M(x^0)} \sum_{l \neq i} x_l^0.$$

Ранг 1. Пусть имеются n_1 агентов, обладающих первым рангом рефлексии, а остальные $n_0 = n - n_1$ агентов имеют нулевой ранг. Агенты нулевого ранга рефлексии выберут действия, определяемые выражением (17), а агенты первого ранга — следующие действия:

$$x1_j = \max \left\{ nx_j^0 - \sum_{l \in M(x^0) \setminus \{j\}} x_l; 0 \right\}, \quad j \in N_1. \quad (18)$$

Рассмотрим числовой пример. Пусть имеются 10 агентов, чьи начальные мнения равны их номеру. Действия агентов приведены в табл. 2.

Варьируя число рефлексирующих агентов первого ранга (от 0 до 10), центр может менять результаты экспертизы (одиннадцать возможных точек) от 0 до 16,5. Отметим, что этот диапазон шире, чем интервал истинных мнений экспертов (сравните с результатами анализа информационной рефлексии в задачах экспертизы [19]), т. е. центр, осуществляя рефлексивное управление, имеет значительные возможности по манипулированию результатами экспертизы.

Ранг 2. Агенты второго ранга рефлексии выберут действия:

$$x2_j = \max \left\{ nx_j^0 - \sum_{l \in N_1 \cup N_2 \cap M(x^0) \setminus \{j\}} x1_l - \sum_{l \in N_0 \cap M(x^0) \setminus \{j\}} x_l; 0 \right\}, \quad j \in N_2. \quad (19)$$

Пусть центр использует следующее рефлексивное разбиение: $N_0 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $N_1 = \{6, 7, 8, 9\}$, $N_2 = \{10\}$. Тогда в соответствии с выражениями (17) — (19) все агенты, кроме десятого, выберут нулевые действия, а десятый агент — действие, равное 100; т. е. в рассматриваемом примере второго ранга рефлексии достаточно, чтобы получить ситуацию, совпадающую с равновесной по Нэшу.

6.4. Транспортные потоки и модель эвакуации

Рассмотрим помещение, в котором находятся n агентов. В помещении имеются два выхода, условно назовем их «левым» (L) и «правым» (R). Время выхода определяется моментом времени, когда из данного выхода вышел последний агент, направившийся к нему. Каждый агент однократно принимает решение, из какого выхода он будет выходить. Скорости движения всех агентов в отсутствие «пробок» примем одинаковыми. Обозна-

чим n_L (n_R) — число агентов, направившихся к левому (правому) выходу, $n_L + n_R = n$.

Пусть известна зависимость $T(k)$ времени выхода в зависимости от числа агентов $k \geq 0$. Зависимость эту будем считать непрерывной, выпуклой (отражение эффекта «пробок») и равной нулю в нуле (когда имеется один агент, «пробки» отсутствуют, и он покидает помещение без задержек). Обозначим через T_L (T_R) время движения агента до левого (правого) выхода, причем $T_L > T_R$, т. е. правый выход расположен ближе левому. Итак, полное время выхода налево $T(n_L) = T_L + T(n_L)$, направо $T(n_R) = T_R + T(n_R)$.

Оптимальное в смысле времени эвакуации T^* — покидания помещения последним из агентов (а именно этот критерий используется в моделях эвакуации) — распределение агентов по направлениям движения (n_L^* ; n_R^*) является решением следующей системы уравнений (см. также рис. 4):

$$\begin{cases} T(n_L^*) + T_L = T(n_R^*) + T_R, \\ n_L^* + n_R^* = n. \end{cases}$$

Минимальное время эвакуации

$$T^* = T(n_L^*) + T_L = T(n_R^*) + T_R. \quad (20)$$

Рассмотрим теперь коллективное поведение агентов, считая, что каждый из них стремится покинуть помещение как можно скорее. Агенты нулевого ранга рефлексии будут выбирать правый выход (до него они в рамках введенных предположений доберутся быстрее), агенты первого ранга рефлексии, прогнозируя, что в правом выходе агенты нулевого ранга создадут пробку, выберут левый выход.

Время выхода в зависимости от числа агентов первого ранга рефлексии (рис. 5)

$$T1(n_1) = \max\{T(n_1) + T_L; T(n - n_1) + T_R\}. \quad (21)$$

Видно, что как малое, так и очень большое число рефлексирующих агентов плохо, так как увеличивает

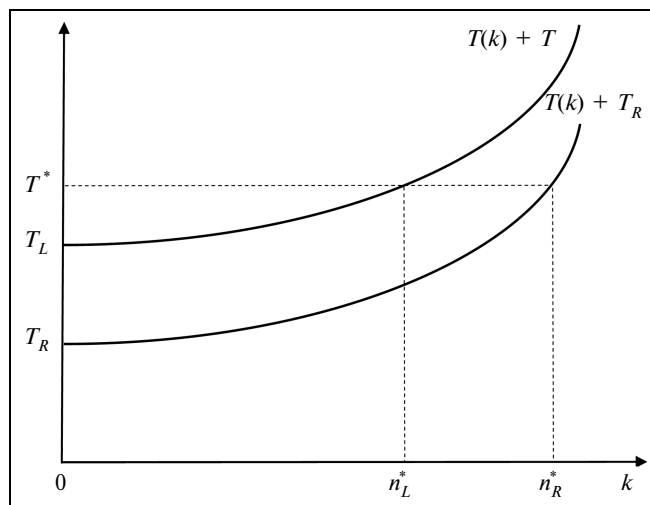


Рис. 4. Зависимость времени эвакуации от числа агентов, выбирающих правый или левый выход

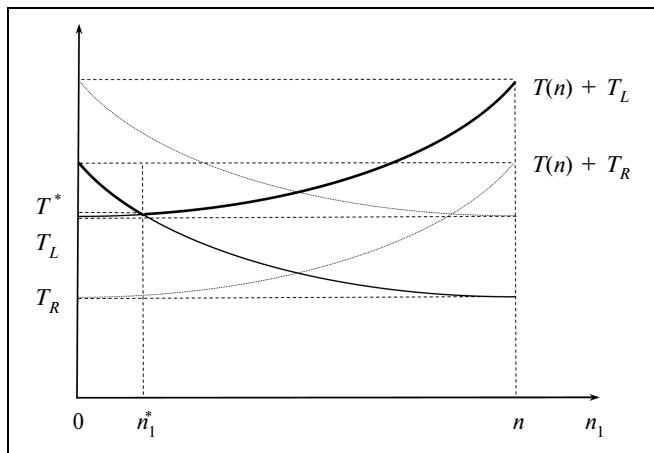


Рис. 5. Зависимость времени эвакуации от числа агентов первого ранга рефлексии

время эвакуации (см. рис. 5); т. е. существует оптимальное число рефлексизирующих агентов, при котором время эвакуации минимально.

Из свойств функции $T(\cdot)$ и предположения $T_L > T_R$ следует, что минимум выражения (21) достигается при числе агентов первого ранга рефлексии n_1^* , определяемом из соотношения

$$T(n_1^*) + T_L = T(n - n_1^*) + T_R.$$

Последнее условие совпадает с условием (20), т. е. $n_1^* = n_L^*$, $T_1(n_1^*) \equiv T^*$, значит, первый ранг рефлексии является максимальным целесообразным в рамках рассматриваемой модели.

В рассматриваемой модели можно добавлять агентов второго, третьего и более высоких рангов рефлексии, однако это вряд ли целесообразно, так как не позволит улучшить уже достигнутое путем введения агентов первого ранга значение времени эвакуации (20). Описание имитационных моделей транспортных потоков и эвакуации можно найти в работах [8, 9, 20].

6.5. Фондовый рынок:

пример возможных расширений модели

Обсудим возможные расширения описанного метода рефлексивных разбиений, а именно — на примере частной модели фондового рынка рассмотрим стратегическую рефлексию агентов «над» их равновесными по Нэшу стратегиями. Фондовый рынок представляет собой объект моделирования, для которого наиболее часто используют «рефлексивные» рассуждения — см., например, работы [21, 22]. В работе [23] рассмотрена теоретико-игровая модель фондового рынка, в которой каждый агент в каждый момент времени обладает некоторым количеством (для которого выполняются динамические балансовые ограничения) денег и актива, который он может приобретать или продавать по сложившейся на рынке цене. Последняя зависит как от тренда θ (внешний фактор, являющийся общим знанием), так и от соотношения между спросом и предложением — с ростом спроса рыночная цена на актив растет, с ростом предложения — падает. В указанной работе показано, что в условиях общего знания агентов обо всех параметрах

игры структура равновесия Нэша такова: либо все агенты приобретают актив на все имеющиеся у них средства (если они тем самым «увеличивают» относительную цену актива), либо все агенты продают все имеющиеся у них активы (если они тем самым «уменьшают» относительную цену актива).

Рассмотрим следующую модель. Пусть каждый агент обладает в начальный момент времени суммой $u_0 \geq 0$ и активом $x_0 \geq 0$. В соответствии с результатами работы [23] в начальный момент времени у агента имеются две альтернативы: либо приобрести актив на всю сумму u_0 , либо продать все x_0 единиц актива (рынок при этом не ограничен).

В зависимости от действий x агента сложится следующая цена: если все агенты приобретают актив, то цена p будет $p^+ = p_0 + \theta + \alpha n x_0$; если агенты продают актив, то цена p будет $p^- = p_0 + \theta - \alpha n x_0$, где α — коэффициент зависимости цены от спроса-предложения.

Начальное значение целевой функции агента $u_0 + x_0 p_0$, конечно:

- $(x_0 + u_0/p_0)p^+ - u_0$, если актив приобретается с намерением последующей продажи;
- $u_0 + x_0 p_0$, если актив продается;
- $u_0 + x_0(p_0 + \theta)$, если агент не предпринимает никаких действий.

Для того чтобы выяснить, какое из трех действий (покупать, продавать или ничего не делать) предпримет рациональный агент, необходимо сравнить три полученные величины. Получаем, что, если имеет место положительный тренд ($\theta \geq 0$) или если тренд отсутствует ($\theta = 0$), то актив следует приобретать. При отрицательном тренде ($\theta < 0$) дело обстоит сложнее, а именно актив следует приобретать при условии

$$\theta \geq \frac{p_0 u_0}{p_0 x_0 + u_0} - \alpha n x_0, \quad (22)$$

которое означает, что если агенты, приобретая актив и повышая тем самым его цену в следующем периоде, могут «перебороть» отрицательный тренд, то актив следует приобретать. В противном случае актив им следует продавать.

Если подходить более корректно и исследовать все соотношения между параметрами, т. е. для каждого из трех действий найти условия, при которых данное действие оптимально, то получим, что рациональный агент должен придерживаться следующего алгоритма: приобретать актив, если выполнено условие (22), и продавать его, если верно обратное соотношение. Интересно, что пассивное поведение — не предпринимать никаких действий — невыгодно ни при одной комбинации параметров модели.

Качественный вывод из проведенного анализа следующий. Существование постоянного тренда цены актива относительно «стоимости» денег приводит к тому, что, если этот тренд положительный, то следует вкладывать все деньги в приобретение актива. Если тренд отрицательный, то наоборот — целесообразно избавляться от актива. Возможность влияния агентами на цену актива путем своих действий (покупки или продажи) приводит к тому, что приобретать актив в случае отрицательного тренда имеет смысл только в том случае, если этими действиями можно «преодолеть» тренд.



Итак, мы описали равновесие Нэша агентов. Рассмотрим теперь рассуждения рефлексивного агента первого ранга. Если выполнено условие (22), то он может спрогнозировать, что все агенты нулевого ранга будут приобретать актив. Если условие (22) не выполнено, то он может спрогнозировать, что все агенты нулевого ранга будут продавать актив (цена на него упадет) и ему выгодно действовать так же. Получаем, что действия рефлексивных агентов будут такие же, как и нереллексивных, т. е. в рассмотренной модели добавление рефлексивных агентов любого ранга не меняет рыночной цены.

Сделанный вывод следует из того, что мы рассмотрели достаточно «интеллектуальных» нереллексивных агентов. Действительно, предполагалось, что они способны прогнозировать изменение рыночной цены в зависимости от своих действий.

Рассмотрим другую модель с менее «интеллектуальными» агентами нулевого ранга, а именно предположим, что они ориентируются лишь на знак тренда. Тогда при положительном тренде агенты нулевого ранга будут приобретать актив, в результате чего его цена будет расти, и рефлексивным агентам лишь остается следовать их примеру. Ситуация меняется при отрицательном тренде — агенты нулевого ранга будут продавать актив, в результате чего цена «еще более снизится». Но, рефлексивные агенты могут попытаться своими действиями (приобретая актив) «переломить тренд». Для этого, правда, им необходимо быть уверенными, что доля q рефлексивных агентов является среди них общим знанием и что эта доля достаточна для того, чтобы цена выросла. Последнее условие по аналогии с условием (22) можно записать в виде:

$$\theta \geq \frac{p_0 u_0}{p_0 x_0 + u_0} + \alpha n(1 - 2q)x_0,$$

т. е.

$$q \geq q^* = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\alpha n x_0} \left[\frac{p_0 u_0}{p_0 x_0 + u_0} - \theta \right]. \quad (23)$$

Отметим, что критическая доля q^* рефлексивных агентов составляет не менее половины от общего числа агентов (условие $q^* \leq 1$ эквивалентно условию (22)). Рассмотрим числовой пример. Пусть $n = 100$, $u_0 = 1000$, $p_0 = 10$, $x_0 = 100$, $\alpha = 0,001$, $\theta = -1$. Условие (22) выполнено. Из выражения (23) находим $q^* = 53\%$.

Подчеркнем, что предположение о том, что доля рефлексивных агентов является среди них общим знанием, противоречит введенному ранее предположению о структуре субъективных рефлексивных разбиений (см. выражение (8)), так как последнее предполагает, что рефлексивные агенты «не знают о существовании» других агентов того же ранга рефлексии (и более высоких рангов). К росту рыночной цены при отрицательном тренде будет приводить любое рефлексивное разбиение, при котором доли рефлексивных агентов любых рангов (кроме нулевого) в сумме превышают q^* , и эта информация является общим знанием среди рефлексивных агентов соответствующих уровней. Данное утверждение, имеющее прозрачные содержательные интерпретации, свидетельствует, что структура субъективных рефлексивных разбиений, определяемая выражением (8), не является единственно возможной и адекватной всем моделям, представляющим интерес для практи-

ки; т. е., перспективным направлением будущих исследований представляется рассмотрение и других структур субъективных рефлексивных разбиений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, метод рефлексивных разбиений множества рациональных агентов на подмножества агентов, обладающих различными рангами стратегической рефлексии, позволяет:

- с точки зрения теории принятия решений — расширить класс моделей коллективного поведения интеллектуальных агентов, осуществляющих совместную деятельность в условиях неполной информированности и отсутствия общего знания;
 - с дескриптивной точки зрения — расширить множество ситуаций, которые в рамках модели могут быть «объяснены» как устойчивые исходы взаимодействия агентов; соответственно, в рамках задач управления — расширить область управляемости;
 - с нормативной точки зрения — ставить и решать задачи группового управления путем подбора структуры информированности агентов.
- Анализ рассмотренных примеров позволяет констатировать, что наличие рефлексивных агентов может изменять групповое поведение самым разным образом.

В примере «Олигополия Курно» (п. 6.1) при определенном диапазоне значений начальный действий агентов можно реализовать эффективные по Парето или равновесные по Нэшу уровни производства путем введения агентов первого и второго рангов рефлексии.

В примере «Задача о консенсусе» (п. 6.2) введение рефлексивных агентов расширяет множество векторов действий, выбираемых агентами, и приводит к росту значения критерия эффективности.

В примере «Активная экспертиза» (п. 6.3) наличие рефлексивных агентов даже первого ранга существенно расширяет диапазон возможных результатов экспертизы. Второй ранг рефлексии позволяет реализовать равновесие Нэша.

В примере «Транспортные потоки и модель эвакуации» (п. 6.4) наличие рефлексивных агентов первого ранга позволяет достичь минимального (оптимального с «централизованной» точки зрения) времени эвакуации.

В примере «Фондовый рынок» (п. 6.5) показано, что изменить ситуацию (по сравнению с нереллексивным принятием решений) может только определенная «критическая масса» рефлексивных агентов.

В заключение отметим, что в настоящей работе:

- почти не рассматривались агенты со вторым и более высокими рангами рефлексии (либо они

превышают максимальный целесообразный ранг, либо соответствующие модели получаются слишком сложными для получения аналитических выводов);

- считалось, что агенты любого ранга рефлексии достаточно «интеллектуальны» — они выбирают действия, стремясь максимизировать свои целевые функции. Можно допустить наличие и менее интеллектуальных агентов — *агенто-имитаторов* (условно, обладающих минус первым рангом рефлексии), действия которых определяются известной функцией от текущих или прошлых действий других агентов (примеры: выбор действия, равного среднему арифметическому действий остальных агентов; или агентов, связанных с данным; или некоторого другого фиксированного агента). Наверное, такие модели могут адекватно описывать такое явление как диффузия инноваций и др.;
- явно недостаточное внимание уделено условиям стабильности.

Представляется перспективным установление соответствия и совместное развитие метода рефлексивных разбиений с теорией когнитивных иерархий (в которой рангам рефлексии соответствуют когнитивные уровни и используется вероятностная модель — игрок некоторого уровня считает остальных распределенными по более низким уровням в соответствии с распределением Пуассона) — направление, активно развиваемое в экспериментальной экономике и поведенческой теории игр (см., например, работы [24, 25]).

Кроме того, задачи управления, поиска максимального целесообразного ранга рефлексии и ряд других можно и нужно ставить и решать в рамках и иных (отличных от рассмотренных здесь) модификаций предложенной рефлексивной модели коллективного поведения, что представляется перспективным направлением будущих исследований. В первую очередь, это — задачи *активного прогноза* [26], в рамках которого агенты по информации центра о будущем состоянии системы «восстанавливают» текущее состояние и на основании этой новой информации принимают решения. Здесь введение рефлексивных разбиений выглядит весьма многообещающим.

ЛИТЕРАТУРА

1. Губко М.В., Новиков Д.А. Теория игр в управлении организационными системами. — М.: СИНТЕГ, 2002.
2. Новиков Д.А., Чхартшвили А.Г. Рефлексивные игры. — М.: СИНТЕГ, 2003.
3. Myerson R. Game theory: analysis of conflict. — London: Harvard Univ. Press, 1991.
4. Васин А.А. Некооперативные игры в природе и обществе. — М.: МАКС Пресс, 2005.
5. Малишевский А.В. Качественные модели в теории сложных систем. — М.: Наука, 1998.

6. Опоицев В.И. Равновесие и устойчивость в моделях коллективного поведения. — М.: Наука, 1977.
7. Новиков Д.А. «Когнитивные игры»: линейная импульсная модель // Проблемы управления. 2008. — № 3. — С. 14—22.
8. Корепанов В.О. О влиянии рефлексивных агентов с общим знанием на транспортный поток / Тр. 52-й науч. конф. МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». Ч. I. Радиотехника и кибернетика. — М., 2009. — Т. 2. — С. 69—71.
9. Корепанов В.О. Влияние рефлексивных агентов на транспортный поток / Тр. междунар. науч.-практ. конф. «Теория активных систем». Т. II. — М.: ИПУ РАН, 2009. — С. 122—125.
10. Чхартшвили А.Г. Теоретико-игровые модели информационного управления. — М.: ПМСОФТ, 2005.
11. Романько А.Д., Чхартшвили А.Г. Моделирование информационных воздействий в рефлексивных играх: простые сообщения // Сб. тр. ВГАСУ. 2006. — С. 157—167.
12. Чхартшвили А.Г. Рефлексивные игры: трансформация структур информированности // Проблемы управления. — 2008. — № 5. — С. 43—48.
13. Mas-Colell A., Whinston M., Green J. Microeconomic theory. — N.-Y.: Oxford Univ. Press, 1995.
14. Чеботарев П.Ю., Агаев Р.П. Согласование характеристик в многоагентных системах и спектры лапласовских матриц орграфов // Автоматика и телемеханика. — 2009. — № 3. — С. 136—151.
15. Shoham Y., Leyton-Brown K. Multiagent systems: Algorithmic, Game-Theoretical and Logical Foundations. — Cambridge: Cambridge University Press, 2009.
16. Wei R. Consensus Seeking, Formation Keeping and Trajectory Tracking in Multiple Vehicle Cooperative Control. PhD Dissertation. — Brigham Young University, 2004.
17. Новиков Д.А. Математические модели формирования и функционирования команд. — М.: Физматлит, 2007.
18. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами / 2-е изд. — М.: Физматлит, 2007.
19. Новиков Д.А., Чхартшвили А.Г. Прикладные модели информационного управления. — М.: ИПУ РАН, 2004.
20. Корепанов В.О. Модель рефлексивного группового управления в организационных системах / Тр. VII молодежной школы-конференции «Управление большими системами». — Пермь: ПГТУ, 2010. — Т. 1. — С. 287—294.
21. Ерешко Ф.И. Моделирование рефлексивных стратегий в управляемых системах. — М.: ВЦ РАН, 2001.
22. Сорос Д. Алхимия финансов. — М.: ИНФРА-М, 1999.
23. Зинченко В.И., Новиков Д.А., Старостенко В.В. Об одной теоретико-игровой модели фондового рынка // Тр. IV междунар. конф. «Современные сложные системы управления». — Тверь, ТГТУ, 2004. — С. 294—297.
24. Explaining Focal Points: Cognitive Hierarchy Theory versus Team Reasoning / N. Bardsley, J. Mehta, C. Starmer, R. Sugden // CeDEx Discussion Paper Series / The University of Nottingham. — Nottingham, 2008. — CeDEx Discussion Paper No 17. — 56 p.
25. Camerer C., Ho T., Chong J. A Cognitive hierarchy model of games // The Quarterly Journal of Economics. — 2004. — № 8. — P. 861—898.
26. Новиков Д.А., Чхартшвили А.Г. Активный прогноз. — М.: ИПУ РАН, 2002.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Ф.Т. Алескеровым.

Корепанов Всеволод Олегович — ст. математик,
☎ (495) 334-90-51, ✉ moskvo@gmail.com,

Новиков Дмитрий Александрович — чл.-корр. РАН,
зам. директора по научной работе,
☎ (495) 334-75-69, ✉ novikov@ipu.ru,

Институт проблем управления РАН им. В.А. Трапезникова,
г. Москва.



ЭКЗОТИЧЕСКИЕ ОПЦИОНЫ КУПЛИ С ОГРАНИЧЕНИЕМ ВЫПЛАТ И ГАРАНТИРОВАННЫМ ДОХОДОМ В МОДЕЛИ БЛЭКА—ШОУЛСА

Н.С. Демин, У.В. Андреева

Дано решение задач хеджирования для трех видов экзотических опционов купли европейского типа с ограничением выплат и гарантированным доходом в случае выплаты дивидендов по базисному активу. Получены формулы, определяющие стоимости опционов, портфели (хеджирующие стратегии) и соответствующие им капиталы. Рассмотрены свойства решения.

Ключевые слова: финансовый рынок, опцион, платежная функция, капитал, портфель, хеджирование.

ВВЕДЕНИЕ

Опцион является производной (вторичной) ценной бумагой и представляет собой контракт, по которому покупатель опциона приобретает право покупки или продажи некоторого оговоренного в контракте базисного актива по оговоренной цене, а продавец за премию, которая является ценой опциона, обязан исполнить требование покупателя при предъявлении опциона к исполнению [1–4]. В первом случае имеем опцион купли (*call option*), а во втором — опцион продажи (*put option*). Если платежные обязательства характеризуются только ценой базисного актива в фиксированный момент исполнения опциона (спотовой ценой — *spot price*) и ценой исполнения контракта (страйковой ценой — *striking price*), то такие опционы являются стандартными опционами европейского типа. Развитие рынка опционных контрактов потребовало более сложных платежных обязательств, учитывающих как желание эмитента ограничить выплаты по опционам, так и желание покупателя опциона иметь гарантированный доход. Платежные функции с дополнительными условиями породили класс экзотических опционов (*exotic options*) [5–7]. В обзорной работе [5], написанной по материалам иностранной научной печати, отмечается, что хотя на западных финансовых рынках, особенно на внебиржевых, в настоящее время имеют хождение несколько десятков экзотических опционов, теория этих опционов мало разработана. Контракты по ним заключаются на основе эвристических сооб-

ражений и опыта работы дилеров с корректировкой классических формул Блэка—Шоулса [8] и Кокса—Росса—Рубинштейна [9], определяющих цены стандартных опционов соответственно в диффузионной и биномиальной моделях. В данной работе рассматриваются три вида опционов купли на диффузионном (B, S) -рынке: опционов с ограничением выплат, которые дают преимущество продавцу опциона; опционов с гарантированной выплатой, которые дают преимущество покупателю опциона.

Принятые обозначения:

$P(\cdot)$ — вероятность события; $E(\cdot)$ — математическое ожидание; $I[A]$ — индикатор события A , т. е. $I[A] = 1$, если событие A происходит, и $I[A] = 0$, если не происходит; $N\{a; b\}$ — нормальная (гауссовская) плотность с параметрами a и b ; $a^+ = \max\{a; 0\}$;

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \varphi(y) dy, \quad \varphi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right). \quad (\text{B.1})$$

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача рассматривается на стохастическом базисе $(\Omega, F, \mathbf{F} = (F_t)_{t \geq 0}, P)$ [1–3]. На финансовом рынке обращаются рисковые (акции) и безрисковые (банковский счет, государственные облигации) активы, текущие цены которых S_t и B_t в тече-

ние фиксированного интервала времени $t \in [0, T]$ определяются уравнениями [1–3]

$$dS_t = S_t(\mu dt + \sigma dW_t), \quad dB_t = rB_t dt, \quad (1.1)$$

где первое уравнение есть стохастическое дифференциальное уравнение Ито, W_t — стандартный винеровский процесс, $\sigma > 0$, $r > 0$, $\mu \in R = (-\infty, +\infty)$, $S_0 > 0$, $B_0 > 0$, решения которых имеют вид

$$\begin{aligned} S_t(\mu) &= S_0 \exp\{(\mu - (\sigma^2/2))t + \sigma W_t\}, \\ B_t &= B_0 \exp\{rt\}. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Считаем, что текущее значение капитала инвестора X_t определяется в виде

$$X_t = \beta_t B_t + \gamma_t S_t, \quad (1.3)$$

где $\pi_t = (\beta_t, \gamma_t)$ есть пара F_t -измеримых процессов, составляющая портфель ценных бумаг инвестора (стратегию инвестирования). Аналогично предполагается [10], что за обладание акцией выплачиваются дивиденды в соответствии с процессом D_t со скоростью $\delta \gamma_t S_t$, пропорциональной рискованной части капитала с коэффициентом δ таким, что $0 \leq \delta < r$, т. е. $dD_t = \delta \gamma_t S_t dt$. Тогда капитал в задаче с дивидендами изменяется как $dX_t = \beta_t dB_t + \gamma_t dS_t + dD_t$. Так как $dX_t = \beta_t dB_t + \gamma_t dS_t + B_t d\beta_t + S_t d\gamma_t$, то $B_t d\beta_t + S_t d\gamma_t = dD_t$, что является балансовым соотношением, заменяющим условие самофинансируемости $B_t d\beta_t + S_t d\gamma_t = 0$ в стандартной задаче [1–3]. Тогда из выражений (1.1) и (1.3) следует, что капитал определяется уравнением $dX_t = rX_t dt + \sigma \gamma_t S_t dW_t^{\mu-r+\delta}$, где согласно теореме Гирсанова [1–3] процесс $W_t^{\mu-r+\delta} = W_t + ((\mu - r + \delta)/\sigma)t$ является винеровским относительно меры $P^{\mu-r+\delta}$ такой, что

$$dP_t^{\mu-r+\delta} = Z_t^{\mu-r+\delta} dP_t, \quad (1.4)$$

$$Z_t^{\mu-r+\delta} = \exp\left\{-\frac{\mu-r+\delta}{\sigma} W_t - \frac{1}{2}\left(\frac{\mu-r+\delta}{\sigma}\right)^2 t\right\}. \quad (1.5)$$

Так как $Law(W^{\mu-r+\delta}|P^{\mu-r+\delta}) = Law(W|P)$, то [1, 2]

$$\begin{aligned} &Law\left(S_0 \exp\left\{\left(r - \delta - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W_t^{\mu-r+\delta}\right\}; \right. \\ &\quad \left. t \leq T | P^{\mu-r+\delta}\right) = \\ &= Law\left(S_0 \exp\left\{\left(r - \delta - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W_t\right\}; t \leq T | P\right). \end{aligned}$$

Таким образом, $Law(S(\mu, r, \delta)|P^{\mu-r+\delta}) = Law(S(r, \delta)|P)$, т. е. вероятностные свойства процесса $S(\mu, r, \delta)$, определяемого уравнением

$$dS_t(\mu, r, \delta) = S_t(\mu, r, \delta)((r - \delta)dt + \sigma dW_t^{\mu-r+\delta}),$$

относительно $P^{\mu-r+\delta}$, совпадают со свойствами процесса $S_t(r, \delta)$, определяемого уравнением

$$dS_t(r, \delta) = S_t(r, \delta)((r - \delta)dt + \sigma dW_t),$$

относительно меры P . Это означает, что мера $P^{\mu-r+\delta}$, определяемая в виде (1.4), (1.5), является риск-нейтральной (мартингальной) мерой [1–4].

Ставится задача: таким образом управлять капиталом, т. е. сформировать портфели (хеджирующие стратегии) $\pi_t^* = (\gamma_t^*, \beta_t^*)$, чтобы соответствующие им капиталы $X_t^* = \beta_t^* B_t + \gamma_t^* S_t$ обеспечили выполнение платежных обязательств $X_T^* = f_t$ относительно платежных функций

$$f_T = f_T^{\min}(S_T) = \min\{(S_T - K_1)^+, K_2\}, \quad (1.6)$$

$$f_T = f_T^{\max 1}(S_T) = \max\{(S_T - K_1), K_2\}, \quad (1.7)$$

$$f_T = f_T^{\max 2}(S_T) = \max\{(S_T - K_1), K_2\} I[S_T > K_1], \quad (1.8)$$

где $K_1 > 0$, $K_2 > 0$, а также найти стоимости опционов $C_T^{\min} = X_0^{\min}$, $C_T^{\max 1} = X_0^{\max 1}$, $C_T^{\max 2} = X_0^{\max 2}$ и рассмотреть их свойства.

Согласно платежному обязательству (1.6) если $S_T > K_1$, то владелец опциона предъявляет его к исполнению и получает выплату в размере $\Delta = S_T - K_1$, если $S_T < K_1 + K_2$, и в размере $\Delta = K_2$, если $S_T \geq K_1 + K_2$. Согласно платежному обязательству (1.7) владелец опциона может всегда предъявить его к исполнению, получая гарантированную выплату $\Delta = K_2$, если $S_T \leq K_1 + K_2$, и выплату в размере $\Delta = S_T - K_1$, если $S_T > K_1 + K_2$. В случае платежного обязательства (1.8) опцион предъявляется к исполнению только при выполнении условия $S_T > K_1$, а далее выплаты осуществляются как и для $f_T^{\max 1}(S_T)$.

Замечание 1. Дополнительные условия, вносимые в платежные обязательства экзотических опционов, могут быть как в пользу покупателя, так и в пользу продавца опциона, что в первом случае должно приводить к увеличению, а во втором — к уменьшению цены опциона относительно стандартного опциона с платежной функцией $f_T(S_T) = (S_T - K_1)^+$. Очевидно, что опционы с пла-



тежной функцией $f_T^{\min}(S_T)$ соответствуют платежным обязательствам в пользу продавца опциона, а с платежными функциями $f_T^{\max 1}(S_T)$ и $f_T^{\max 2}(S_T)$ — в пользу покупателя опциона, причем с $f_T^{\max 1}(S_T)$ в большей мере, чем с $f_T^{\max 2}(S_T)$. ♦

2. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Далее всюду

$$\begin{aligned} z_0(t) &= \frac{\ln \frac{K_1}{S_t} - \left(r - \delta - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}}, \\ z_1(t) &= \frac{\ln \frac{K_1 + K_2}{S_t} - \left(r - \delta - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}}, \\ z_2(t) &= \frac{\ln \frac{K_1}{S_t} - \left(r - \delta + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}}, \\ z_3(t) &= \frac{\ln \frac{K_1 + K_2}{S_t} - \left(r - \delta + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

а z_0, z_1, z_2, z_3 определяются формулами (2.1) при $t = 0$.

Теорема 1. Для опциона с платежной функцией вида (1.6) стоимость опциона C_T^{\min} , капитал X_t^{\min} и портфель $\pi_t^{\min} = (\gamma_t^{\min}, \beta_t^{\min})$ определяются формулами

$$C_T^{\min} = S_0 e^{-\delta T} [\Phi(z_3) - \Phi(z_2)] - K_1 e^{-rT} [\Phi(z_1) - \Phi(z_0)] + K_2 e^{-rT} \Phi(-z_1), \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} X_t^{\min} &= S_t e^{-\delta(T-t)} [\Phi(z_3(t)) - \Phi(z_2(t))] - \\ &- K_1 e^{-r(T-t)} [\Phi(z_1(t)) - \Phi(z_0(t))] + \\ &+ K_2 e^{-r(T-t)} \Phi(-z_1(t)), \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\gamma_t^{\min} = e^{-\delta(T-t)} [\Phi(z_3(t)) - \Phi(z_2(t))], \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \beta_t^{\min} &= -(K_1/B_t) e^{-r(T-t)} [\Phi(z_1(t)) - \Phi(z_0(t))] + \\ &+ (K_2/B_t) e^{-r(T-t)} \Phi(-z_1(t)). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Теорема 2. Для опциона с платежной функцией вида (1.7) стоимость опциона $C_T^{\max 1}$, капитал $X_T^{\max 1}$

и портфель $\pi_t^{\max 1} = (\gamma_t^{\max 1}, \beta_t^{\max 1})$ определяются формулами

$$C_T^{\max 1} = S_0 e^{-\delta T} \Phi(-z_3) - K_1 e^{-rT} \Phi(-z_1) + K_2 e^{-rT} \Phi(z_1), \quad (2.6)$$

$$X_T^{\max 1} = S_T e^{-\delta(T-t)} \Phi(-z_3(t)) - K_1 e^{-r(T-t)} \Phi(-z_1(t)) + K_2 e^{-r(T-t)} \Phi(z_1(t)), \quad (2.7)$$

$$\gamma_t^{\max 1} = e^{-\delta(T-t)} \Phi(-z_3(t)), \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \beta_t^{\max 1} &= -(K_1/B_t) e^{-r(T-t)} \Phi(-z_1(t)) + \\ &+ (K_2/B_t) e^{-r(T-t)} \Phi(z_1(t)). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Теорема 3. Для опциона с платежной функцией вида (1.8) стоимость опциона $C_T^{\max 2}$, капитал $X_T^{\max 2}$ и портфель $\pi_t^{\max 2} = (\gamma_t^{\max 2}, \beta_t^{\max 2})$ определяются формулами

$$C_T^{\max 2} = S_0 e^{-\delta T} \Phi(-z_3) - K_1 e^{-rT} \Phi(-z_1) + K_2 e^{-rT} [\Phi(z_1) - \Phi(z_0)], \quad (2.10)$$

$$X_T^{\max 2} = S_T e^{-\delta(T-t)} \Phi(-z_3(t)) - K_1 e^{-r(T-t)} \Phi(-z_1(t)) + K_2 e^{-r(T-t)} [\Phi(z_1(t)) - \Phi(z_0(t))], \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \gamma_t^{\max 2} &= e^{-\delta(T-t)} [\Phi(-z_3(t)) + \\ &+ \left(\frac{K_2}{S_t}\right) \frac{e^{-r(T-t)}}{\sigma \sqrt{T-t}} \varphi(z_0(t))], \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \beta_t^{\max 2} &= \frac{e^{-r(T-t)}}{B_t} \left\{ K_2 [\Phi(z_1(t)) - \Phi(z_0(t))] - \right. \\ &\left. - K_1 \Phi(-z_1(t)) - \frac{K_2 \varphi(z_0(t))}{\sigma \sqrt{T-t}} \right\}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Доказательства теорем 1–3 см. в Приложении.

Следствие 1. Связь между решениями задач с платежными функциями (1.7) и (1.8) определяется формулами

$$C_T^{\max 2} = C_T^{\max 1} - K_2 e^{-rT} \Phi(z_0), \quad (2.14)$$

$$X_T^{\max 2} = X_T^{\max 1} - K_2 e^{-r(T-t)} \Phi(z_0(t)),$$

$$\gamma_t^{\max 2} = \gamma_t^{\max 1} + \left(\frac{K_2}{S_t}\right) \frac{e^{-r(T-t)}}{\sigma \sqrt{T-t}} \varphi(z_0(t)),$$

$$\beta_t^{\max 2} = \beta_t^{\max 1} - \frac{K_2 e^{-r(T-t)}}{B_t} \left[\Phi(z_0(t)) + \frac{\varphi(z_0(t))}{\sigma \sqrt{T-t}} \right]. \quad \blacklozenge$$

Данное утверждение следует непосредственно из формул (2.6)–(2.13).

3. СВОЙСТВА

Пусть по определению $(C_T)^\alpha = \partial C_T / \partial \alpha$ есть коэффициент чувствительности, определяющий зависимости стоимостей опционов от параметра α .

Теорема 4. Коэффициенты чувствительности, определяющие зависимости стоимостей опционов от начальной цены S_0 базисного актива, от цены исполнения опционов K_1 и от величины K_2 , ограничивающей выплаты по опциону в случае платежной функции (1.6) и гарантирующей доход в случае платежных функций (1.7) и (1.8), определяются формулами

$$\begin{aligned} (C_T^{\min})^{S_0} &= e^{-\delta T} [\Phi(z_3) - \Phi(z_2)], \\ (C_T^{\min})^{K_1} &= -e^{-rT} [\Phi(z_1) - \Phi(z_0)], \\ (C_T^{\min})^{K_2} &= e^{-rT} \Phi(-z_1), \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} (C_T^{\max 1})^{S_0} &= e^{-\delta T} \Phi(-z_3), \quad (C_T^{\max 1})^{K_1} = -e^{-rT} \Phi(-z_1), \\ (C_T^{\max 1})^{K_2} &= e^{-rT} \Phi(z_1), \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} (C_T^{\max 2})^{S_0} &= e^{-\delta T} \Phi(-z_3) + \left(\frac{K_2}{S_0}\right) \frac{e^{-rT}}{\sigma \sqrt{T}} \varphi(z_0), \\ (C_T^{\max 2})^{K_1} &= -e^{-rT} \Phi(-z_1) - \left(\frac{K_2}{K_1}\right) \frac{e^{-rT}}{\sigma \sqrt{T}} \varphi(z_0), \\ (C_T^{\max 2})^{K_2} &= e^{-rT} [\Phi(z_1) - \Phi(z_0)], \end{aligned} \quad (3.3)$$

при этом

$$\begin{aligned} (C_T^{\min})^{S_0} &> 0, \quad (C_T^{\min})^{K_1} < 0, \quad (C_T^{\min})^{K_2} > 0, \\ (C_T^{\max 1})^{S_0} &> 0, \quad (C_T^{\max 1})^{K_1} < 0, \quad (C_T^{\max 1})^{K_2} > 0, \\ (C_T^{\max 2})^{S_0} &> 0, \quad (C_T^{\max 2})^{K_1} < 0, \quad (C_T^{\max 2})^{K_2} > 0, \end{aligned} \quad (3.4)$$

т. е. по S_0 и K_2 опционы являются возрастающими, а по K_1 — убывающими функциями. ♦

Формулы (3.1)—(3.3) следуют из формул (2.2), (2.6) и (2.10) в результате дифференцирования по S_0 , K_1 и K_2 с учетом формул (2.1) и выражений (П.6), (П.11) и (П.12) — см. Приложение, а свойства (3.4) следуют очевидным образом из формул (3.1)—(3.3) с учетом, что $\Phi(x) > 0$, $\varphi(y) > 0$ (см. формулы (В.1)), функция $\Phi(x)$ монотонно возрастающая от $\Phi(-\infty) = 0$ до $\Phi(+\infty) = 1$ со свойством $\Phi(x) + \Phi(-x) = 1$, а $z_1 > z_0$ и $z_3 > z_2$.

Экономическая интерпретация свойств (3.4) заключается в следующем. Возрастание стоимостей опционов с возрастанием начальной цены базисного актива S_0 объясняется тем, что при этом в

среднем возрастает S_T , что приводит к увеличению выплат и к увеличению вероятности предъявления к исполнению опционов с платежными функциями (1.6) и (1.8) и к увеличению выплат в случае функции (1.7), а за уменьшение риска и увеличение дохода следует больше платить. Увеличением дохода объясняется и рост цен опционов с ростом K_2 . Поскольку при увеличении K_1 уменьшается размер возможных выплат по всем опционам, а для опционов с платежными функциями (1.6) и (1.8) к тому же уменьшается и вероятность их предъявления к исполнению, то этим объясняется уменьшение цен опционов с ростом K_1 , так как за уменьшение дохода и увеличение риска следует меньше платить.

Замечание 2. Из формул (1.6) и (1.8) следует, что

$$\begin{aligned} \lim_{K_2 \rightarrow \infty} f_T^{\min}(S_T) &= \lim_{K_2 \rightarrow 0} f_T^{\max 2}(S_T) = f_T(S_T) = \\ &= (S_T - K_1)^+, \end{aligned} \quad (3.5)$$

где $f_T(S_T)$ — платежная функция стандартного опциона купли [1—4]. ♦

Следствие 2. Пусть C_T , X_t , γ_t , β_t есть пределы C_T^{\min} , X_t^{\min} , γ_t^{\min} , β_t^{\min} при $K_2 \rightarrow \infty$ либо пределы $C_T^{\max 2}$, $X_t^{\max 2}$, $\gamma_t^{\max 2}$, $\beta_t^{\max 2}$ при $K_2 \rightarrow 0$. Тогда

$$C_T = S_0 e^{-\delta T} \Phi(-z_2) - K_1 e^{-rT} \Phi(-z_0), \quad (3.6)$$

$$X_t = S_t e^{-\delta(T-t)} \Phi(-z_2(t)) - K_1 e^{-r(T-t)} \Phi(-z_0(t)), \quad (3.7)$$

$$\gamma_t = e^{-\delta(T-t)} \Phi(-z_2(t)),$$

$$\beta_t = -(K_1/B_t) e^{-r(T-t)} \Phi(-z_0(t)). \quad (3.8)$$

Так как $\Phi(z_1) = \Phi(z_3) = 1$ при $K_2 \rightarrow \infty$, то формулы (3.6)—(3.8) следуют из формул (2.2) — (2.5) с учетом свойства $\Phi(x) + \Phi(-x) = 1$. Так как $z_1 = z_0$ и $z_3 = z_2$ при $K_2 = 0$, то аналогичным образом формулы (3.6)—(3.8) следуют из формул (2.10)—(2.13).

Данный результат представляет собой полное решение задачи хеджирования для стандартного опциона купли при наличии выплат дивидендов. В случае $\delta = 0$, когда выплаты дивидендов отсутствуют, формула (3.6) переходит в формулу Блэка—Шоулса [8].

Следствие 3. Для стоимостей рассмотренных опционов справедливы соотношения

$$C_T^{\max 1} > C_T^{\max 2} > C_T > C_T^{\min}. \quad (3.9)$$

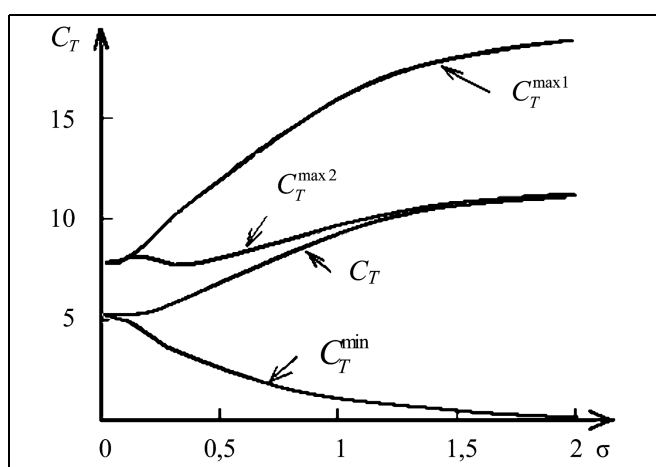
Свойство $C_T^{\max 1} > C_T^{\max 2}$ следует непосредственно из формулы (2.14). Свойства $C_T^{\max 2} > C_T > C_T^{\min}$ следуют из того, что согласно свойствам (3.4) $C_T^{\max 2}$ и C_T^{\min} — возрастающие функции K_2 и при



этом, согласно следствию 2, $\lim C_T^{\max 2} = C_T$ при $K_2 \downarrow 0$, а $\lim C_T^{\min} = C_T$ при $K_2 \uparrow \infty$.

Экономическая интерпретация свойств (3.9) заключается в следующем. Поскольку в случае стандартных опционов с платежной функцией вида (3.5) отсутствуют ограничения на размер выплаты по опциону, то $C_T^{\min} < C_T$, так как за наличие ограничений, уменьшающих размер возможного дохода, следует меньше платить. Свойства $C_T^{\max 1} > C_T$ и $C_T^{\max 2} > C_T$ объясняются тем, что за возможность получения гарантированного дохода следует больше платить. Свойство $C_T^{\max 2} < C_T^{\max 1}$ объясняется наличием дополнительного условия $S_T > K_1$, в котором заключена возможность непредъявления опциона к исполнению, а за возрастающий риск следует меньше платить. На рисунке представлены зависимости C_T^{\min} , $C_T^{\max 1}$, $C_T^{\max 2}$ и C_T от волатильности σ , вычисленные при $K_1 = 8$, $K_2 = 10$ и $S_0 = 12$. Взаимное расположение кривых отражает свойство (3.9). Проведенные вычисления также подтвердили свойства возрастания стоимостей опционов по S_0 и K_2 и убывания по K_1 , т. е. свойства (3.4), а также стремления C_T^{\min} к C_T при $K_2 \rightarrow \infty$ и $C_T^{\max 2}$ к C_T при $K_2 \rightarrow 0$, т. е. свойства следствия 2.

Отрицательные значения составляющих минимального портфеля (минимального хеджа) [1, 2] $\pi_i^* = (\gamma_i^*, \beta_i^*)$, капитал которого (см. формулу (1.3)) $X_i^* = \beta_i^* B_i + \gamma_i^* S_i$ обеспечивает выполнение платежного обязательства $X_i^* = f_T$, означают взятие соответствующего актива в долг, причем в соот-



Соотношения между величинами C_T^{\min} , $C_T^{\max 1}$, $C_T^{\max 2}$ и C_T

ветствии с принципом безарбитражности в долг оба актива одновременно не могут браться. Анализ формул (2.4) и (2.5), (2.8) и (2.9), (2.12) и (2.13), а также (3.8) дает:

$$\gamma_i^{\min} > 0, \quad \gamma_i^{\max 1} > 0, \quad \gamma_i^{\max 2} > 0, \quad \gamma_i > 0;$$

$$\beta_i^{\min} < 0, \quad \beta_i^{\max 1} < 0, \quad \beta_i^{\max 2} < 0, \quad \beta_i < 0.$$

Таким образом, для опционов купли акции в долг браться не могут, а банковский счет может быть как активом, так и пассивом, т. е. взятым в долг, причем в случае стандартного опциона он берется только в долг. Если $\beta_i^* < 0$, то

$$\gamma_i^* S_T = X_T^* + |\beta_T^*| B_T = f_T + |\beta_T^*| B_T.$$

Следовательно, если у инвестора имеется банковский долг, то в момент T предъявления соответствующего опциона купли к исполнению капитал $\gamma_T^* S_T^*$, содержащийся в акциях, расходуется на выплату по опциону, равную f_T , и на возврат банковского долга, равного $|\beta_T^*| B_T$. Если $\beta_T^* > 0$, то на выплату по опциону используется сумма капиталов, содержащихся в акциях $\gamma_T^* S_T^*$ и на банковском счете $\beta_T^* B_T$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнено исследование трех видов экзотических опционов купли с ограничением выплат для продавца опциона и гарантированным доходом для покупателя опциона в диффузионной модели (B, S) -финансового рынка при наличии выплаты дивидендов по рисковому активу. Получены формулы, определяющие стоимости опционов, а также эволюцию во времени капиталов и портфелей (теоремы 1–3). Исследованы зависимости цен опционов от начальной цены базисного актива, от цены исполнения и от величины, ограничивающей выплаты и гарантирующей доход (теорема 4). Исследована связь между решениями задач для экзотических и стандартных опционов (следствия 1–3). Дана содержательная интерпретация свойств решения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство теоремы 1. Согласно общей теории платежных обязательств на полных безарбитражных рынках [1–3]

$$X_i^* = e^{-r(T-t)} E^* \{f_T | F_t\}, \quad \gamma_i^* = \left. \frac{\partial X_i^*}{\partial S} \right|_{S=S_i},$$

$$\beta_i^* = \frac{X_i^* - \gamma_i^* S_i}{B_i}, \quad (П.1)$$

где E^* усреднение по риск-нейтральной (мартингальной) мере \mathbf{P}^* , а $C_T = X_0^*$. Так как, согласно выражениям (1.4) и (1.5), $\mathbf{P}^* = \mathbf{P}^{\mu-r+\delta}$, то с учетом соотношений (1.2), (1.5) и (1.6),

$$\begin{aligned} X_t^{\min} &= e^{-r(T-t)} E^* \{ \min\{ (S_T - K_1)^+, K_2 \} | F_t \} = \\ &= e^{-r(T-t)} E \{ Z_{T-t}^{\mu-r+\delta} \min\{ (S_T - K_1)^+, K_2 \} | F_t \} = \\ &= e^{-r(T-t)} E \left\{ \exp \left\{ - \left(\frac{\mu-r+\delta}{\sigma} \right) [W_T - W_t] - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{(T-t)}{2} \left(\frac{\mu-r+\delta}{\sigma} \right)^2 \right\} \min\{ S_t \exp\{(\mu - \sigma^2/2)(T-t) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sigma[W_T - W_t] - K_1 \right)^+, K_2 \} | S_t \right\}. \end{aligned}$$

Так как $\xi(T, t) = [W_T - W_t] \sim N(0; T-t)$, то

$$\begin{aligned} X_t^{\min} &= \frac{e^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ - \left(\frac{\mu-r+\delta}{\sigma} \right) x \sqrt{T-t} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{(T-t)}{2} \left(\frac{\mu-r+\delta}{\sigma} \right)^2 \right\} \min\{ (S_t \exp\{(\mu - \sigma^2/2)(T-t) + \\ &\quad + \sigma x \sqrt{T-t} - K_1 \right)^+, K_2 \} \exp(-x^2/2) dx = \\ &= \frac{e^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\alpha x - \alpha^2/2) \exp(-x^2/2) \min\{ (S_t \exp\{(r - \delta - \\ &\quad - \sigma^2/2)(T-t) + \sigma \sqrt{T-t} (x + \alpha) - K_1 \right)^+, K_2 \} dx, \end{aligned}$$

где $\alpha = [(\mu - r + \delta)/\sigma] \sqrt{T-t}$. Делая замену переменных $z = x + \alpha$, получаем

$$\begin{aligned} X_t^{\min} &= \frac{e^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-z^2/2\} \min\{ (S_t \exp\{(r - \delta - \sigma^2/2) \times \\ &\quad \times (T-t) + z\sigma \sqrt{T-t} - K_1 \right)^+, K_2 \} dz. \quad (\text{П.2}) \end{aligned}$$

Очевидно, что

$$\begin{aligned} \min\{ (S_t \exp\{(r - \delta - \sigma^2/2)(T-t) + z\sigma \sqrt{T-t} - K_1 \right)^+, K_2 \} &= \\ &= \begin{cases} 0, & \text{если } S_t \exp(\cdot) - K_1 \leq 0; \\ S_t \exp(\cdot) - K_1, & \text{если } 0 < S_t \exp(\cdot) - K_1 < K_2; \\ K_2, & \text{если } S_t \exp(\cdot) - K_1 \geq K_2. \end{cases} \quad (\text{П.3}) \end{aligned}$$

Тогда из выражений (П.2) и (П.3) следует, что

$$\begin{aligned} X_t^{\min} &= \frac{S_t e^{-\delta(T-t) z_1(t)}}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_0(t)}^{z_1(t)} \exp\{-(z - \sigma \sqrt{T-t})^2/2\} dz - \\ &\quad - \frac{K_1 e^{-r(T-t) z_1(t)}}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_0(t)}^{z_1(t)} \exp(-z^2/2) dz + \\ &\quad + \frac{K_2 e^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_1(t)}^{\infty} \exp\{-z^2/2\} dz, \quad (\text{П.4}) \end{aligned}$$

где $z_0(t)$ и $z_1(t)$ — корни соответственно уравнений

$$\begin{aligned} S_t \exp\{r - \delta - (\sigma^2/2)(T-t) + z\sigma \sqrt{T-t}\} &= K_1 \text{ и} \\ S_t \exp\{r - \delta - (\sigma^2/2)(T-t) + z\sigma \sqrt{T-t}\} &= K_1 + K_2 \end{aligned}$$

и имеют вид (2.1). Замена переменных $x = z - \sigma \sqrt{T-t}$ в первом интеграле в выражении (П.4) с учетом, что $z_0(t) - \sigma \sqrt{T-t} = z_2(t)$, $z_1(t) - \sigma \sqrt{T-t} = z_3(t)$, а также свойств

$$\begin{aligned} (1/\sqrt{2\pi}) \int_a^b \exp(-x^2/2) dx &= \Phi(b) - \Phi(a), \\ \Phi(x) + \Phi(-x) &= 1, \quad \Phi(\infty) = 1, \quad (\text{П.5}) \end{aligned}$$

приводит к формуле (2.3), а формула (2.2) следует из того, что $C_T^{\min} = X_0^{\min}$ [1–3].

Так как

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi(b(s))}{\partial s} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}b^2(s)\right) \frac{\partial b(s)}{\partial s}, \\ \frac{\partial \Phi(-b(s))}{\partial s} &= -\frac{\partial \Phi(b(s))}{\partial s}, \quad (\text{П.6}) \end{aligned}$$

то дифференцирование формулы (2.3) по s дает

$$\frac{\partial X_t^{\min}}{\partial s} = e^{-\delta(T-t)} [\Phi(z_3(t)) - \Phi(z_2(t))] + \psi, \quad (\text{П.7})$$

$$\psi = \psi_1 - \psi_2, \quad (\text{П.8})$$

$$\psi_1 = K_1 e^{-r(T-t)} \frac{\partial \Phi(z_0(t))}{\partial s} - s e^{-\delta(T-t)} \frac{\partial \Phi(z_2(t))}{\partial s}, \quad (\text{П.9})$$

$$\begin{aligned} \psi_2 &= (K_1 + K_2) e^{-r(T-t)} \frac{\partial \Phi(z_1(t))}{\partial s} - \\ &\quad - s e^{-\delta(T-t)} \frac{\partial \Phi(z_3(t))}{\partial s}. \quad (\text{П.10}) \end{aligned}$$

Из выражений (П.6) и (2.1) получим

$$\frac{\partial \Phi(z_i(t))}{\partial s} = -\frac{\exp(-z_i^2(t)/2)}{s\sigma\sqrt{2\pi}(T-t)}, \quad i = \overline{0, 3}. \quad (\text{П.11})$$

Так как, согласно формуле (2.1), $z_2(t) = z_0(t) - \sigma \sqrt{T-t}$, $z_3(t) = z_1(t) - \sigma \sqrt{T-t}$, то из равенства (П.11) следует, что

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi(z_2(t))}{\partial s} &= -\frac{K_1}{s^2 \sigma \sqrt{2\pi}(T-t)} \exp(-z_0^2(t)/2) \times \\ &\quad \times \exp[-(r - \delta)(T-t)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi(z_3(t))}{\partial s} &= -\frac{(K_1 + K_2)}{s^2 \sigma \sqrt{2\pi}(T-t)} \exp(-z_1^2(t)/2) \exp[-(r - \delta) \times \\ &\quad \times (T-t)]. \quad (\text{П.12}) \end{aligned}$$

Учет выражений (П.11) и (П.12) в формулах (П.9) и (П.10) дает, что $\psi_1 = 0$ и $\psi_2 = 0$, т. е. согласно формуле (П.8), $\psi = 0$. Тогда формула (2.4) следует из выражений (П.1) и (П.7), а формула (2.5) — из выражений (П.1), (2.3) и (2.4). Теорема 1 доказана.



Доказательство теоремы 2. С учетом формулы (1.7) получаем аналогично выражению (П.2), что

$$X_t^{\max 1} = \frac{e^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-z^2/2) \max\{S_t \exp\{(r - \delta - \sigma^2/2) \times (T-t) + z\sigma\sqrt{T-t}\} - K_1, K_2\} dz. \quad (\text{П.13})$$

Очевидно,

$$\max\{S_t \exp\{(r - \delta - \sigma^2/2)(T-t) + z\sigma\sqrt{T-t}\} - K_1, K_2\} = \begin{cases} S_t \exp(\cdot) - K_1, & \text{если } S_t \exp(\cdot) - K_1 > K_2, \\ K_2, & \text{если } S_t \exp(\cdot) - K_1 \leq K_2. \end{cases} \quad (\text{П.14})$$

Тогда из выражений (П.13) и (П.14) с учетом формул (2.1) аналогично выражению (П.4) следует, что

$$X_t^{\max 1} = \frac{S_t e^{-\delta(T-t)}}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_1(t)}^{\infty} \exp[-(z - \sigma\sqrt{T-t})^2/2] dz - \frac{K_1 e^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_1(t)}^{\infty} \exp(-z^2/2) dz + \frac{K_2 e^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_1(t)}^{\infty} \exp(-z^2/2) dz. \quad (\text{П.15})$$

Замена переменных $x = z - \sigma\sqrt{T-t}$ в первом интеграле в формуле (П.15) с учетом выражения (П.5) и что $z_1(t) - \sigma\sqrt{T-t} = z_3(t)$, приводит к формуле (2.7), а формула (2.6) следует из того, что $C_T^{\max 1} = X_0^{\max 1}$ [1–3].

Дифференцирование (2.7) по s дает аналогично (П.7)–(П.10), что

$$\frac{\partial X_t^{\max 1}}{\partial s} = e^{-\delta(T-t)} \Phi(-z_3(t)) + \psi, \quad (\text{П.16})$$

$$\psi = se^{-\delta(T-t)} \frac{\partial \Phi(-z_3(t))}{\partial s} - K_1 e^{-r(T-t)} \frac{\partial \Phi(-z_1(t))}{\partial s} + K_2 e^{-r(T-t)} \frac{\partial \Phi(z_1(t))}{\partial s}. \quad (\text{П.17})$$

Учет выражений (П.11) и (П.12) в формуле (П.17) дает, что $\psi = 0$. Тогда формула (2.8) следует из выражений (П.1) и (П.16), а формула (2.9) — из выражений (П.1), (2.7) и (2.8). Теорема 2 доказана.

Доказательство теоремы 3. С учетом формулы (1.8) получаем аналогично выражениям (П.2) и (П.13), что

$$X_t^{\max 2} = \frac{e^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-z^2/2) \max\{S_t \exp\{(r - \delta - \sigma^2/2) \times (T-t) + z\sigma\sqrt{T-t}\} - K_1, K_2\} I[S_t \exp\{(r - \delta - \sigma^2/2) \times (T-t) + z\sigma\sqrt{T-t}\} > K_1] dz. \quad (\text{П.18})$$

Очевидно, что

$$\max\{S_t \exp\{(r - \delta - \sigma^2/2)(T-t) + z\sigma\sqrt{T-t}\} - K_1, K_2\} I[S_t \exp\{(r - \delta - \sigma^2/2)(T-t) + z\sigma\sqrt{T-t}\} > K_1] = \begin{cases} 0, & \text{если } S_t \exp(\cdot) \leq K_1, \\ K_2, & \text{если } K_1 < S_t \exp(\cdot) \leq K_1 + K_2, \\ S_t \exp(\cdot) - K_1, & \text{если } S_t \exp(\cdot) > K_1 + K_2. \end{cases} \quad (\text{П.19})$$

Из выражений (П.18) и (П.19) с учетом формул (2.1) аналогично выражениям (П.4) и (П.15) следует

$$X_t^{\max 2} = \frac{S_t e^{-\delta(T-t)}}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_1(t)}^{\infty} \exp\{-(z - \sigma\sqrt{T-t})^2/2\} dz - \frac{K_1 e^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_1(t)}^{\infty} \exp(-z^2/2) dz + \frac{K_2 e^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_0(t)}^{z_1(t)} \exp(-z^2/2) dz. \quad (\text{П.20})$$

Тогда формула (2.11) следует из выражения (П.20) аналогично тому, как формула (2.7) следовала из выражения (П.15), а формула (2.10) следует из того, что $C_T^{\max 2} = X_0^{\max 2}$ [1–3].

Дифференцирование формулы (2.11) по s дает аналогично выражению (П.16), что

$$\frac{\partial X_t^{\max 2}}{\partial s} = e^{-\delta(T-t)} \Phi(-z_3(t)) - K_2 e^{-r(T-t)} \frac{\partial \Phi(z_0(t))}{\partial s} + \psi, \quad (\text{П.21})$$

где ψ имеет вид (П.17). Так как $\psi = 0$, то формула (2.12) следует из выражений (П.1) и (П.21) с учетом формулы (П.11) при $i = 0$ и (В.1), а формула (2.13) — из выражений (П.1), (2.11), (2.12). Теорема 3 доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. *К теории* расчетов опционов Европейского и Американского типов. II. Непрерывное время // Теория вероятностей и ее применения / А.Н. Ширяев, Ю.М. Кабанов, Д.О. Крамков, А.В. Мельников / — 1994. — Т. 39, вып. 1. — С. 80–129.
2. *Ширяев А.Н.* Основы стохастической финансовой математики. — М.: Фазис, 1998. — 1017 с.
3. *Мельников А.В., Волков С.Н., Нечаев М.Л.* Математика финансовых обязательств. — М.: ГУ ВШЭ, 2001. — 253 с.
4. *Халл Д.К.* Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты. — М.: Вильямс, 2007. — 1052 с.
5. *Кожин К.* Все об экзотических опционах // Рынок ценных бумаг. — 2002. — № 15. — С. 53–57; № 16. — С. 61–64; № 17. — С. 68–73.
6. *Rubinstein M.* Exotic options // Finance working paper. 1991. — Berkeley: Inst. of Business and Econ. Research, 1991, N 220. — 43 p.
7. *Zhang P.G.* An introduction to exotic options // Europ. Financial Manag. — 1995. — Vol. 1, N 1. — P. 87–95.
8. *Black F., Scholes M.* The pricing of options and corporate liabilities // J. of Political Economy. — 1973. — Vol. 81, N 3. — P. 637–659.
9. *Cox J.C., Ross R.A., Rubinstein M.* Option pricing: a simplified approach // J. of Financial Economics. — 1979. Vol. 7, N 3. — P. 229–263.
10. *Шенп Л.А., Ширяев А.Н.* Новый взгляд на расчеты «Русского опциона» // Теория вероятностей и ее применение. — 1994. — Т. 39, вып. 1. — С. 130–148.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Е.Я. Рубиновичем.

Демин Николай Сергеевич — д-р физ.-мат. наук, профессор, Андреева Ульяна Викторовна — аспирант, ✉ egi@sibmail.com, Томский государственный университет, ☎ (3822) 52-92-99.

ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ СНИЖЕНИЯ РИСКА ИНВЕСТИЦИОННЫХ РЕШЕНИЙ

В.К. Акинфиев, Н.А. Коргин

Дан анализ организационных процедур подготовки и принятия инвестиционных решений по развитию компаний, позволяющих снижать риски принятия неэффективных решений, связанных с «активностью» участников процесса.

Ключевые слова: риски, инвестиционные решения, организационные механизмы.

ВВЕДЕНИЕ

Решение о выборе того или иного варианта инвестиционной программы развития компании принимается на основе анализа большого объема исходной прогнозной информации. Это прежде всего прогнозы и оценки необходимых финансовых затрат для реализации инвестиционных проектов, а также сроков их завершения. Одним из важнейших факторов, оказывающих влияние на оценку экономической эффективности инвестиционных проектов, входящих в программу, и принятие обоснованных инвестиционных решений, служит прогноз цен на продукцию, производимую компанией, а также прогнозы цен на основные виды сырья, материалов, энергоносителей и других, внешних по отношению к проекту, параметров и условий [1].

Таким образом, исходной информацией для принятия инвестиционных решений служат прогнозы внешних сценарных условий осуществления проектов и прогнозы основных параметров проектов. На самом деле мы можем говорить только о некоторой вероятностной оценке этих параметров, так как инвестиционный процесс распределен во времени и его результаты (финансовые, технические и рыночные) обладают существенной неопределенностью.

Как показывает практика инвестиционной деятельности, параметры, которые учитывались при выборе инвестиционных решений, на этапе их реализации (инвестиционная фаза и фаза эксплуатации) могут существенно отклоняться от их прогнозных значений. Это порождает многочисленные риски инвестора не получить планируемый финансовый результат от реализации принятых инвестиционных решений.

В экономической литературе вопросам учета факторов неопределенности при принятии инвес-

тиционных решений уделяется большое внимание [1], на практике применяется широкий спектр различных методов. В конечном счете, они сводятся к разделению или совместному применению следующих приемов:

— с учетом факторов неопределенности корректируются размеры денежных поступлений и расходов по проекту (вводятся запасы или резервы на финансирование непредвиденных расходов, предусматривается неполное использование мощностей и т. п.);

— корректируется сам проект, т. е. совокупность намечаемых действий; в целях учета факторов риска предусматриваются изменение схемы финансирования проекта, страхование, особые условия оборота товаров и услуг между участниками проекта и т. п.;

— факторы риска учитываются путем установкой повышенной ставки дисконтирования денежных потоков, характеризующих инвестиционный проект;

— выполняется анализ устойчивости проекта, например, на основе расчета денежных потоков при различных возможных сценариях его реализации.

Подчеркнем, что в результате принятия решения о финансировании того или иного варианта инвестиционной программы инвестор «покупает» эффективность своих инвестиционных вложений, которая декларируется «инициаторами» инвестиций. Эффективность инвестиционных вложений оценивается, как правило, общепринятыми показателями — чистой приведенной стоимостью денежного потока проекта (NPV), дисконтированным сроком окупаемости инвестиций (DPP), внутренней нормой доходности инвестиций (IRR) и индексом прибыльности (PI). В частности, показатель NPV определяет прогнозируемое увели-

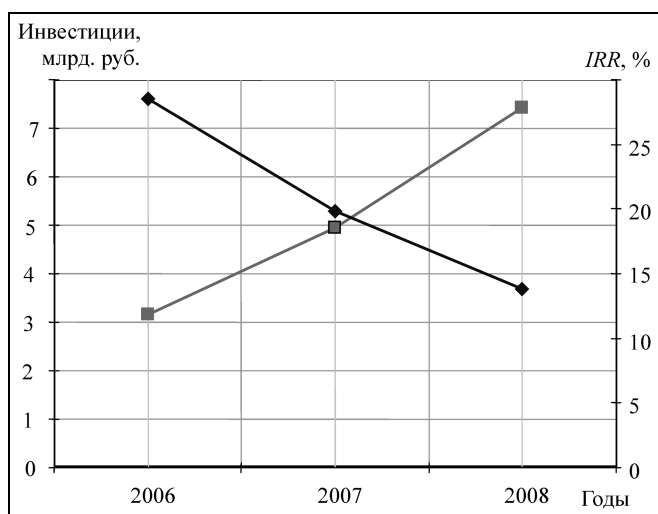


Рис. 1. Изменение параметров инвестиционной программы: ■ — инвестиции в развитие; ◆ — IRR

чение рыночной стоимости компании. Поэтому на этапе контроля исполнения инвестиционных решений задача состоит не столько в реализации утвержденного набора инвестиционных мероприятий (проектов), сколько в обеспечении декларируемой эффективности всей инвестиционной программы [1, 2].

Типичный пример, иллюстрирующий рассматриваемую ситуацию, приведен на рис. 1, отражающем анализ реальных данных мониторинга реализации инвестиционной программы развития на период 2006—2012 гг. одной из крупных российских металлургических компаний. Так, на этапе принятия инвестиционной программы (2006 г.) общие затраты на реализацию проекта модернизации прокатного цеха компании предполагались на уровне 3 млрд. руб., а ее эффективность на уровне 28 % показателя *IRR*. По мере реализации программы (2007 и 2008 гг.) стоимость проекта росла, а эффективность, соответственно, падала. Естественно, что такая ситуация вызывала тревогу акционеров компании и существенно повышала риски неполучения приемлемого уровня эффективности принятых инвестиционных решений.

При анализе проблем учета и снижения рисков при принятии инвестиционных решений следует разделять риски, связанные с уровнем достоверности прогноза:

- внешних сценарных условий реализации инвестиционных решений;

- параметров инвестиционных проектов, которыми обладает менеджмент компании на этапе подготовки и принятия инвестиционных решений.

В настоящей статье исследуется проблема минимизации рисков при принятии инвестиционных

решений, связанных с так называемой «активностью» субъектов процесса подготовки и принятия инвестиционных решений.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача состоит в анализе и оптимизации организационных процедур подготовки и принятия инвестиционных решений в компании, позволяющих снижать риски принятия неэффективных инвестиционных решений на этапе формирования инвестиционной программы, связанных с «активностью» участников этого процесса.

Для обеспечения эффективной инвестиционной политики компании важно уметь не только оценивать результирующие показатели проектов и их возможные изменения при отклонении от прогнозируемых условий, но и учитывать личностный фактор, т. е. мотивировать тех, от кого будет зависеть успешный ход осуществления того или иного проекта.

Здесь мы сталкиваемся с агентской проблемой, которая состоит в том, что менеджеры компании (агенты) зачастую свои интересы ставят выше интересов компании [3]. Возникает скрытый конфликт интересов, в результате акционеры несут агентские издержки, принимающие различные формы. Одна из них связана с неоправданной капитализацией прибыли компании в инвестиционные проекты, которые могут быть для нее не выгодны. Расчетная рентабельность подобных проектов может искусственно завышаться менеджерами. И, наоборот, в интересах менеджеров по тем или иным соображениям могут отклоняться выгодные для компании проекты, повышающие ее рыночную стоимость.

Рассмотрим эту проблему с позиций теории активных систем [4—6]. Проанализируем организационный механизм принятия решений в двухуровневой организационной системе (рис. 2), состоящую из центра (верхний уровень) и множества инициаторов инвестиционных проектов (нижний уровень).

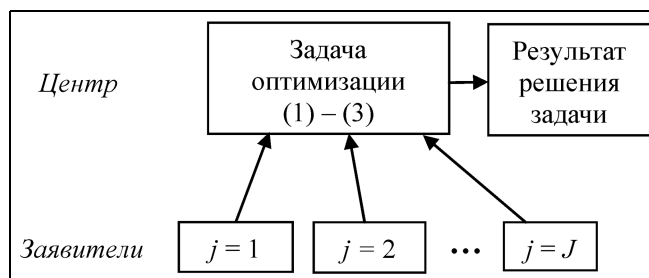


Рис. 2. Механизм формирования портфеля проектов

Инициаторы инвестиционных проектов передают центру свои предложения по включению в инвестиционную программу компании набора инвестиционных проектов. Как правило, инициаторами проектов выступают дочерние компании, входящие в холдинг (группу компаний). В некоторых случаях это могут быть технические специалисты крупных подразделений и цехов компании.

Предложения содержат, как правило, технико-экономическое обоснование эффективности проектов и соответствия их стратегическим целям развития компании, а также информацию о прогнозируемом уровне финансовых затрат и времени на реализацию проекта (оценку стоимости и продолжительности инвестиционной фазы проекта) и прогнозируемых эффектах от его реализации.

Центр на основе полученной информации формирует и оценивает варианты портфеля инвестиционных проектов компании, а также принимает решение о выборе наиболее эффективного варианта на основе решения некоторой задачи оптимизации. Пусть, для простоты, центр решает задачу типа «задачи о ранце», т. е. максимизирует выбранный критерий оптимальности при заданных ограничениях на выбор портфеля.

Рассмотрим задачу оптимизации, которую решает центр, более подробно.

Пусть: $i = \overline{1, T}$ — номер временного интервала, где T — период прогноза; $j = \overline{1, J}$ — индекс предприятия (бизнес-единицы), входящего в холдинговую компанию, или проекта (создания нового бизнеса); $k = \overline{1, K_j}$ — номер альтернативного варианта инвестиционного решения по развитию j -го предприятия или проекта; K_j — множество вариантов развития j -го предприятия (инвестиционных решений); C_{jki} — потребность в объеме финансирования j -го предприятия при выборе k -го варианта инвестиционного решения по его развитию на i -м временном интервале; $C_{jk} = \sum_{i=1}^T C_{jki}$ — суммарная стоимость инвестиционного решения; C_i — бюджет, выделенный для реализации совокупности инвестиционных решений; x_{jk} — булева переменная: $x_{jk} = 1$, если для j -го предприятия центром принят к реализации k -й вариант инвестиционного решения; $x_{jk} = 0$ в противном случае.

Задача оптимизации формулируется следующим образом.

Максимизировать чистый дисконтированный доход компании от выбранной совокупности инвестиционных решений

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^{K_j} NPV_{jk} x_{jk} \rightarrow \max \quad (1)$$

при ограничениях:

— на выделенный объем финансирования совокупности инвестиционных решений

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^{K_j} C_{jki} x_{jk} \leq C_i \quad (2)$$

— на выбор одного из альтернативных инвестиционных решений

$$\sum_{k=1}^{K_j} x_{jk} \leq 1, \quad (3)$$

где NPV_{jk} определяется денежным потоком от операционной деятельности (доходом проекта) CF_{jk} и инвестиционными затратами C_{jk} и вычисляется по формуле

$$NPV_{jk} = \sum_{i=1}^T \frac{CF_{jki} - C_{jki}}{(1+r)^i}.$$

Рассмотрим следующие важные обстоятельства, которые следует принимать во внимание при анализе решения данной задачи:

— центр для решения своей задачи использует информацию (значения C_{jki} , NPV_{jk}), полученную от заявителей (инициаторов) инвестиционных проектов;

— инициаторы инвестиционных проектов обладают информацией относительно механизма выбора инвестиционных проектов, включаемых центром в инвестиционную программу, т. е. знают целевую функцию центра.

Такой механизм принятия решений позволяет заявителям сознательно влиять на выбор решения, которое принимает центр. Манипулирование центром осуществляется, как правило, путем предоставления ему «излишне оптимистической информации» относительно параметров «своих» проектов. Интерес заявителей (их мотивация) состоит в желании «протащить в портфель» максимальное число своих проектов и, соответственно, получить максимальное количество финансовых средств из инвестиционного бюджета компании. На практике заинтересованность заявителей в том или ином инвестиционном проекте может быть различна, например, она может состоять в получении дополнительных благ в виде заграничных командировок и нелегального финансового поощрения со стороны поставщиков оборудования и подрядчиков на



выполнение строительно-монтажных работ, легальных материальных поощрений со стороны руководства компании в случае успешной реализации проектов, моральных поощрений и в продвижении по карьерной лестнице в компании.

Мотивация заявителей может варьироваться в зависимости от конкретной ситуации. Формализованное задание мотивации заявителя в виде математических выражений его целевой функции является необходимым упрощением для дальнейшего анализа, оставаясь при этом сложной и неформальной задачей.

Одна из важнейших характеристик инвестиционных проектов, которая оказывает существенное влияние на выбор центра — прогнозируемый уровень финансовых затрат на их осуществление. Для простоты изложения будем рассматривать только этот параметр. Однако даже в рамках данного упрощения можно получить результаты, позволяющие решать проблемы, описанные в приведенном примере (см. рис. 1).

Будем считать, что представления центра относительно мотивации заявителей описывается функцией

$$u_j = \alpha \sum_{k=1}^{K_j} C_{jk}^{\wedge} x_{jk},$$

где u_j — выигрыш (доход) заявителя, выраженный в денежной форме, C_{jk}^{\wedge} — значение предполагаемых затрат на k -й проект, которое заявитель j сообщает центру (и именно такое количество средств первоначально выделяется на проект заявителю, в случае его включения в портфель), а α — некоторая оценка заинтересованности заявителя центром.

Рассматриваемый нами конкурсный механизм принятия инвестиционных решений часто приводит к тому, что на этапе реализации заявители корректируют параметры инвестиционных проектов, включенных в портфель, как правило, в сторону увеличения затрат на их осуществление. Соответственно, это приводит к уменьшению эффективности портфеля проектов компании в целом и увеличению рисков центра, связанных со снижением эффективности (уменьшением показателя NPV_{jk}) в процессе реализации принятых инвестиционных решений. Подобное поведение заявителя можно охарактеризовать как манипулирование информацией.

Проблема манипулирования информацией в организационных системах исследовалась в работах [4, 6]. Конкретизируем ее применительно к нашей задаче. Будем рассматривать процесс, состоящий из двух этапов: этап 1 — планирование (выбор инвестиционного решения); этап 2 — реализация выбранных инвестиционных решений.

Будем предполагать, что на этапе 1 затраты на осуществление проектов (C_{jk}) обладают существенной неопределенностью. Предположим далее, что заявители, в отличие от центра, обладают большей информацией относительно этого параметра, зная наиболее вероятное значение C_{jk} , равное C_{jk}^* .

Разность $C_{jk}^* - C_{jk}^{\wedge}$ характеризует «уровень оптимизма» заявителя. Данный показатель полезно пронормировать по значению C_{jk}^* , тогда «уровни оптимизма» заявителей будут выражены в процентах, что позволяет их сравнивать.

Будем предполагать, что центр не может достоверно определить «уровень оптимизма» заявителя, т. е. какое из двух значений (C_{jk}^* или C_{jk}^{\wedge}) он получает от заявителя. Центр решает оптимизационную задачу (1)–(3), в результате решения которой формируется портфель инвестиционных проектов $X\{C_{jk}^{\wedge}\}$, показатель эффективности которого на этапе 1 равен $\gamma(X\{C_{jk}^{\wedge}\})$. В качестве показателя эффективности γ рассматривается NPV для портфеля проектов в целом, который задается выражением (1). Если бы все значения $C_{jk}^{\wedge} = C_{jk}^*$, то центр выбрал бы другое решение, отличное от $X\{C_{jk}^{\wedge}\}$. Назовем его X^{opt} , показатель его эффективности равен $\gamma(X^{opt})$.

На этапе 2 центру становятся известны истинные значения стоимости проектов. Предположим для простоты, что они равны C_{jk}^* . Проигрыш центра (агентские издержки) по эффективности выбранного портфеля проектов в этом случае составляет величину, равную разности $\gamma(X^{opt}) - \gamma(X\{C_{jk}^{\wedge}\})$.

Задача заключается в коррекции организационного механизма формирования портфеля проектов (см. рис. 2), который позволил бы минимизировать агентские издержки центра при выборе и реализации инвестиционных решений и снизить риски принятия неэффективных управленческих решений.

2. ВОЗМОЖНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

Рассмотрим возможные организационные механизмы уменьшения риска при формировании портфеля инвестиционных проектов компании.

Один из вариантов решения рассматриваемой проблемы состоит во введении различных «функций штрафа» для заявителей в случае уменьшения эффективности проекта в связи с его удорожанием

в процессе исполнения принятой инвестиционной программы. Подобные решения, хотя и в несколько иной постановке, исследовались в работе [5]. Рассмотрим возможности применения данных подходов к решению исследуемой задачи.

Данный механизм основан на информированности заявителя об используемой центром «функции штрафа», которая определяет размер налагаемого штрафа в зависимости от отклонений параметров проекта в процессе исполнения программы от значений, использованных при принятии решения. Применение «функции штрафа» должно заставлять заявителей уменьшать «уровень оптимизма» при оценке параметров проекта и искать компромисс между уровнем риска непопадания его проектов в портфель компании и штрафом за «излишний оптимизм». Такой механизм позволяет центру снижать свои риски благодаря повышению уровня достоверности информации, сообщаемой заявителями.

Центр сообщает заявителям «правила игры», которые состоят в том, что вводится функция штрафа (стимулирования) для заявителей, которая зависит от их «уровня оптимизма» на этапе 1.

Предположим, что функция выигрыша заявителя $f_j = \alpha \sum_{k=1}^{K_j} C_{jk}^{\wedge} x_{jk} - \varphi(\cdot)$, где α характеризует степень заинтересованности заявителя в инвестиционном решении jk и получении финансирования в размере C_{jk}^{\wedge} , а $\varphi(\cdot)$ — функция штрафа. Аргументом функции штрафа может быть либо размер дополнительных затрат на реализацию инвестиционного решения ($C_{jk}^* - C_{jk}^{\wedge}$), либо его относительное значение, либо величина, характеризующая снижение экономической эффективности инвестиционного решения $\gamma(X^{opt}) - \gamma(X\{C_{jk}^*\})$ по отношению к величине, заявленной на этапе формирования инвестиционной программы.

Заявители будут максимизировать свой выигрыш с учетом введенных правил игры. Исследуем возможности использования различных функций штрафов применительно к нашей модели, обеспечивающих согласование интересов центра и заявителя.

Если функция имеет вид

$$\varphi_j(C_j^{\wedge}, C_j^*) = \alpha \sum_{k=1}^{K_j} \varphi_{jk}(C_{jk}^{\wedge}, C_{jk}^*),$$

где

$$\varphi_{jk}(C_{jk}^{\wedge}, C_{jk}^*) = \begin{cases} C_{jk}^{\wedge} x_{jk}, & C_{jk}^* > C_{jk}^{\wedge}, \\ 0, & C_{jk}^* \leq C_{jk}^{\wedge}, \end{cases}$$

то выигрыш заявителя будет равен $\alpha \sum_{k=1}^{K_j} C_{jk}^{\wedge} x_{jk}$ при

сообщении им истинных затрат на проект и будет нулевым при превышении затрат. Однако, учитывая, что истинные затраты на проект являются случайной величиной и невозможно восстановить значение C_{jk}^* , которое должен бы сообщить заявитель, данную функцию штрафов можно назвать слишком «жесткой».

Функцию штрафа можно ослабить следующим образом. Заявителю разрешается сообщать, в дополнение к оценке ожидаемых затрат C_{jk}^{\wedge} , «коридор» наиболее вероятных затрат на проект, точнее его верхнюю границу $\bar{C}_{jk}^{\wedge} \geq C_{jk}^{\wedge}$.

Тогда функция штрафов приобретает следующий вид:

$$\varphi_j(C_j^{\wedge}, C_j^*) = \alpha \sum_{k=1}^{K_j} \varphi_{jk}(C_{jk}^{\wedge}, C_{jk}^*),$$

$$\varphi_{jk}(C_{jk}^{\wedge}, C_{jk}^*) = \begin{cases} C_{jk}^{\wedge} x_{jk}, & C_{jk}^* > \bar{C}_{jk}^{\wedge}, \\ \left(1 - \frac{C_{jk}^{\wedge}}{\bar{C}_{jk}^{\wedge}}\right)^{\beta} C_{jk}^{\wedge} x_{jk}, & C_{jk}^* \leq \bar{C}_{jk}^{\wedge}, \end{cases}$$

где $\beta \in (0, +\infty)$.

Таким образом, заявитель будет получать нулевой выигрыш в случае, если прогнозируемые затраты выйдут за сообщенный им диапазон возможных затрат. Если затраты будут оставаться в пределах сообщенного заявителем коридора, то размер штрафа будет определяться «шириной» коридора $1 - C_{jk}^{\wedge} / \bar{C}_{jk}^{\wedge}$, стимулируя тем самым заявителя не превышать данную величину. При этом параметр β будет определять степень «жесткости» данной составляющей штрафа — чем больше значение данного параметра, тем меньше штраф, налагаемый на заявителя. Соответственно, выигрыш заявителя в случае, если реальные затраты не превысили верхней оценки, можно записать следующим образом:

$$\alpha \sum_{k=1}^{K_j} (1 - (1 - C_{jk}^{\wedge} / \bar{C}_{jk}^{\wedge})^{\beta}) C_{jk}^{\wedge} x_{jk}.$$

Величина \bar{C}_{jk}^{\wedge} может задаваться также центром. Она определяется как максимальная стоимость проекта, при которой его эффективность равна заданному в компании порогу эффективности. Ее значение может быть определено при исследовании чувствительности проекта по данному параметру [1].

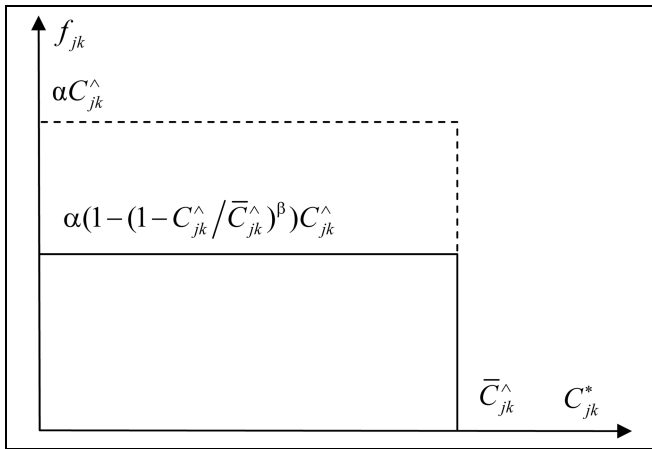


Рис. 3. Функции выигрыша заявителя

На рис. 3 представлен вид функции выигрыша заявителя по отдельно взятому проекту — $f_{jk} =$

$$= \alpha(1 - (1 - C_{jk}^{\hat{}} / \bar{C}_{jk}^{\hat{}})^{\beta}) C_{jk}^{\hat{}}, f_j = \sum_{k=1}^{K_j} f_{jk}, \text{ при данной}$$

системе штрафов. Штриховой линией обозначен максимально возможный выигрыш агента, реализуемый при мягкой системе штрафов ($\beta \rightarrow \infty$) или при фиксированном β при сообщении $\bar{C}_{jk}^{\hat{}} = C_{jk}^{\hat{}}$. Сплошной — выигрыш агента при фиксированном β , зависящий от разницы между $\bar{C}_{jk}^{\hat{}}$ и $C_{jk}^{\hat{}}$.

Реализация данных механизмов основана на возможности центра контролировать параметры инвестиционных проектов и эффективность портфеля в целом в процессе их реализации.

В рассматриваемой модели предполагается, что у центра есть некоторые предположения о размере выигрыша, который могут получить заявители в случае включения их проектов в портфель. Именно на данной информации основываются предлагаемые механизмы штрафов. Эффективность механизма очень сильно зависит от того, насколько точно центр может оценить размеры выигрышей заявителей от реализации их проектов. Если оценка предполагаемых доходов занижена, то штрафы могут оказаться слишком «мягкими» и неэффективными. Если завышена, то условия отбора заявок на реализацию могут оказаться слишком жесткими, и многие потенциально выгодные проекты даже не будут предложены — механизм отбора опять же может быть неэффективным. Логичным представляется рассмотрение ситуации, когда считается, что у заявителей нет никаких дополнительных доходов от реализации проектов, помимо назначаемых центром премий. В этой ситуации предложенную систему штрафов логично заме-

нить системой стимулирования (премирования), основанной на тех же принципах. В этом случае премия заявителя (и весь его выигрыш) может быть записана следующим образом:

$$\sigma_j = \sum_{k=1}^{K_j} \gamma(C_{jk}^*, C_{jk}^{\hat{}}, \bar{C}_{jk}^{\hat{}}) NCF_{jk}^* x_{jk},$$

где $\gamma(C_{jk}^*, C_{jk}^{\hat{}}, \bar{C}_{jk}^{\hat{}})$ — доля выплат заявителю от реализованного денежного потока $NCF_{jk}^* = CF_{jk}^* - C_{jk}^*$. Для эффективного противодействия манипулированию этот коэффициент должен достигать своего максимума при $C_{jk}^* = C_{jk}^{\hat{}}$, равняться нулю при $C_{jk}^* \geq \bar{C}_{jk}^{\hat{}}$ и убывать с увеличением разницы между $C_{jk}^{\hat{}}$ и $\bar{C}_{jk}^{\hat{}}$. Например, это может быть следующая зависимость:

$$\gamma(C_{jk}^*, C_{jk}^{\hat{}}, \bar{C}_{jk}^{\hat{}}) = \begin{cases} \bar{\gamma}(C_{jk}^{\hat{}} / \bar{C}_{jk}^{\hat{}})^{\beta}, & C_{jk}^* \leq C_{jk}^{\hat{}}, \\ \bar{\gamma} \left(\frac{C_{jk}^{\hat{}}}{\bar{C}_{jk}^{\hat{}}} \right)^{\beta} \frac{\bar{C}_{jk}^{\hat{}} - C_{jk}^*}{\bar{C}_{jk}^{\hat{}} - C_{jk}^{\hat{}}}, & C_{jk}^{\hat{}} < C_{jk}^* \leq \bar{C}_{jk}^{\hat{}}, \\ 0, & C_{jk}^* > \bar{C}_{jk}^{\hat{}}, \end{cases} \quad (4)$$

где $\bar{\gamma}$ — предельный уровень выплат премий по реализуемым проектам, а коэффициент $\beta \in (0, +\infty)$ определяет значимость точности заявляемых затрат — при $\beta = 0$ (максимально мягкая система стимулирования), $\gamma = \bar{\gamma}$ независимо от разницы между $C_{jk}^{\hat{}}$ и $\bar{C}_{jk}^{\hat{}}$, при $\beta \rightarrow \infty$ $\gamma = \bar{\gamma}$ только при $\bar{C}_{jk}^{\hat{}} = C_{jk}^{\hat{}}$.¹

На рис. 4 приведен вид функции выигрыша заявителя по отдельно взятому проекту $\sigma_{jk} = \gamma(C_{jk}^*$,

$$C_{jk}^{\hat{}}, \bar{C}_{jk}^{\hat{}}) NCF_{jk}^*, \sigma_j = \sum_{k=1}^{K_j} \sigma_{jk}.$$

Штрихпунктирной линией показана зависимость $\bar{\gamma}(CF_{jk}^* - C_{jk}^*)$, штриховой линией — максимально мягкий механизм стимулирования ($\beta = 0$), сплошной линией — зависимость стимулирующих выплат по проекту от реальных затрат C_{jk}^* в зависимости от параметра

¹ При сообщении $\bar{C}_{jk}^{\hat{}} = C_{jk}^{\hat{}}$ средняя строчка в выражении (4) не используется, так как полуинтервал $(C_{jk}^{\hat{}}, \bar{C}_{jk}^{\hat{}}]$ пуст.

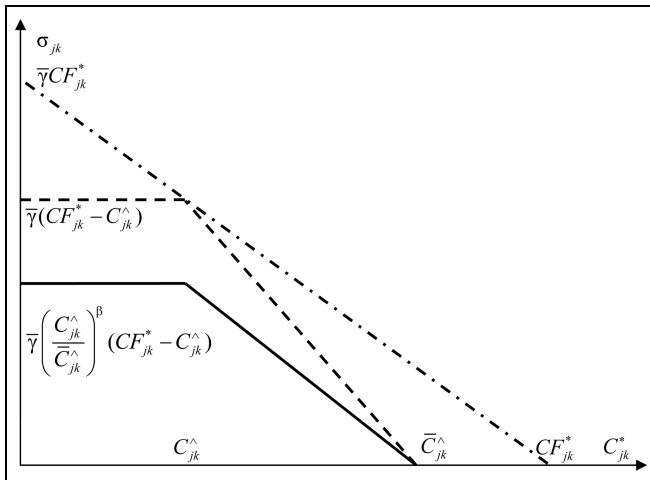


Рис. 4. Функции выигрыша заявителя

механизма стимулирования $\beta \in (0, +\infty)$ и сообщенных агентами значений C_{jk}^{\wedge} и \bar{C}_{jk}^{\wedge} .

При сообщении $C_{jk}^* = C_{jk}^{\wedge}$ функция выигрыша заявителя приобретает скачкообразный вид.

Наконец, возможны комбинации предложенных систем штрафов и стимулирования — заявитель получает в дополнение к своему нелегальному доходу (точнее, его оценке центром) легальную премию, если затраты по проекту не выходят из заявленного им диапазона, и штрафуются (центр изымает у него предполагаемую выгоду) в случае, если затраты превысили предельно допустимый уровень. Размер премии может корректироваться центром в зависимости от размера предполагаемого нелегального дохода.

Предложенные механизмы штрафов и стимулирования позволяют уменьшить степени оптимизма заявителей при формировании портфеля проектов на конкурсной основе. Для данного класса задач аналитические результаты по обоснованию оптимальных параметров механизмов штрафов и стимулирования в совокупности с конкурсным отбором удастся получить лишь при введении ряда ограничительных предположений [4, 5]. В общем случае, включая и ситуацию, когда в компании внедрена сбалансированная система показателей (BSC) [3], настройка рассмотренного механизма принятия инвестиционных решений осуществляется совместно консультантами и руководством компании.

Следует иметь в виду, что данная проблема корпоративного управления на практике является достаточно сложной и, в некотором смысле, деликатной и должна решаться с учетом особенностей и традиций взаимоотношений, сложившихся между топ-менеджерами и акционерами компании.

Особенно сложен вопрос о введении стимулирующих механизмов и функций, направленных на мотивацию персонала. Следует помнить, что главным мотивом для качественной работы топ-менеджера в компании должно служить само его положение в ней. Возможность лишиться своего места означает для топ-менеджера потерять основной источник благосостояния и положение в обществе. Этот мотив действительно играет значительную роль, но не во всех случаях. Поэтому возможные пути снижения агентских издержек — введение дополнительных средств и механизмов контроля за топ-менеджментом, включая внутренний аудит, формализованные организационные процедуры, регламентирующие принятие инвестиционных решений и контроль за их реализацией и др.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена проблема построения организационных процедур подготовки и принятия инвестиционных решений по развитию компаний, позволяющих снижать риски принятия неэффективных решений, связанных с «активностью» участников процесса. Показано, что решение этой проблемы сводится к введению различных стимулирующих функций и «функций штрафа» в организационный механизм принятия решений, позволяющих минимизировать агентские издержки данного вида.

ЛИТЕРАТУРА

1. Цвиркун А.Д., Акинфиев В.К. Бизнес-план. Анализ инвестиций. Методы и инструментальные средства. — М.: Осъ-89, 2009. — 320 с.
2. Акинфиев В.К. Задачи и методы управления развитием вертикально-интегрированных компаний // Тр. первой междунар. конф. «Управление развитием крупномасштабными системами» MLSD—2007 / Институт проблем управления РАН. — М., 2007. — С. 15—16.
3. Томпсон А., Стрикленд Дж. Стратегический менеджмент: концепции и ситуации для анализа / Пер. с англ. — М.: Изд. дом «Вильямс», 2007. — 928 с.
4. Бурков В.Н., Коргин Н.А., Новиков Д.А. Введение в теорию управления организационными системами. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. — 264 с.
5. Бурков В.Н., Дорохин В.В., Балашов В.Г. Механизмы согласования корпоративных интересов. — М.: ИПУ РАН, 2003. — 73 с.
6. Иващенко А.А., Рыбченко Н.Е. Манипулирование в механизмах распределения корпоративных ресурсов // Управление большими системами. — 2005. — Вып. 11. — С. 36—50.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Бурковым.

Акинфиев Валерий Константинович — д-р техн. наук, вед. науч. сотрудник, ☎ (495) 334-90-50, ✉ akinf@ipu.ru,

Коргин Николай Андреевич — канд. техн. наук, вед. науч. сотрудник, ☎ (495) 335-60-37, ✉ nkorgin@ipu.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.



К ВОПРОСУ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМИ ОРГАНИЗАЦИОННЫМИ СТРУКТУРАМИ. Ч. 2. Программная реализация системы управления инвестиционной деятельностью вертикально интегрированной нефтяной компании

А.С. АКОПОВ

Изучены проблемы проектирования интеллектуальных систем управления, в частности, связанные с вопросами интеграции моделей звеньев сложных организационных структур с многомерным информационным хранилищем. Описаны алгоритмы, поддерживающие механизм эффективного управления объектом, в частности, генетические алгоритмы, жадные алгоритмы и другие, реализованные в рамках программного комплекса, разработанного для вертикально-интегрированных нефтяных компаний.

Ключевые слова: интеллектуальные системы управления, управление вертикально-интегрированными компаниями, генетические алгоритмы.

ВВЕДЕНИЕ

В первой части настоящей статьи [1] были изучены важные вопросы, связанные с проектированием интеллектуальных систем управления сложными организационными структурами, в частности, вопросы сверхбольшой размерности задачи и неопределенности в выборе эффективных управляющих параметров. Был приведен пример сложной организационной структуры в виде вертикально-интегрированной компании (ВИК). Перечислены ключевые звенья ВИК — звено добычи, звено транспортировки, звено переработки и сбыта. Описаны существующие системы, применимые для стратегического и оперативного управления такими звеньями.

Во второй части статьи рассматриваются проблемы интеграции моделей звеньев системы с многомерным информационным хранилищем, обеспечивающей технологии эффективного информационного обмена в режиме реального времени, а также аспекты создания эффективных процедур класса генетических алгоритмов (ГА), нейронных сетей и других, обеспечивающих систему управления объектом. Далее, изучаются вопросы развития

визуальных средств проектирования и представления информации для управления сложными организационными структурами. Еще раз отметим, что наблюдается снижение эффективности существующих систем управления сложными организационными структурами вследствие их изолированности, что актуализирует задачу по разработке интегрированных систем управления.

Напомним, что создание программных комплексов по управлению сложными организационными системами основано на теоретических разработках отечественных и зарубежных исследователей, среди которых В.Н. Бурков, Д.А. Новиков, Ж. Тироль, П. Милгром, Дж. Робертс и др. [2—12]. В этих работах описаны общие подходы к решению задач управления организационными системами, а также механизмы функционирования таких систем.

1. ПРОБЛЕМА ИНТЕГРАЦИИ МОДЕЛЕЙ ЗВЕНЬЕВ СИСТЕМЫ С МНОГОМЕРНЫМ ИНФОРМАЦИОННЫМ ХРАНИЛИЩЕМ

Важная проблема проектирования интеллектуальных систем управления заключается в необходимости интеграции разрабатываемых моделей звеньев

ев организационной структуры с многомерным информационным хранилищем, которое обеспечивает возможность сбора, хранения и обработки исходных данных и результатов моделирования в режиме реального времени.

В работах [13—20] представлены разработанные модели звеньев сложной организационной структуры на примерах вертикально-интегрированной нефтяной компании (ВИНК) и вертикально-интегрированной финансовой корпорации. Данные модели реализованы на платформе имитационного моделирования Powersim, позволяющей модифицировать модели силами конечных пользователей и интегрироваться с различными источниками данных (класса СУБД). Отметим, что в системах управления вертикально-интегрированными компаниями выделяются четыре уровня принятия решений и соответствующих подсистем:

— АСУТП (автоматизированные системы управления технологическими процессами) — сбор и обработка первичной технологической информации;

— MES-системы (системы управления производством) — оперативное производственное (технологическое) управление;

— ERP-системы — оперативное финансово-хозяйственное управление;

— BPM-системы — стратегическое долгосрочное планирование, нацеленное на повышение экономической эффективности бизнеса.

Важнейший элемент системы управления — многомерное информационное хранилище (в частности, построенное на платформе SAP Business Warehouse (SAP BW)), которое отвечает за сбор и первичную обработку исходных данных для моделей звеньев ВИНК, реализованных на Powersim. Исходные данные загружаются в хранилище из различных систем нижнего уровня: MES-систем, ERP-систем, АСУТП. Для экстракции данных из источников и загрузки их в хранилище применяется технология ETL (Extract, Transform and Load). Приложения ETL извлекают информацию из исходной базы данных, преобразуют ее в формат, поддерживаемый базой данных назначения, а затем загружают в нее преобразованную информацию. В качестве приложений ETL использовались программные продукты IBM (DataStage BW Pack). Процедура загрузки исходных данных в SAP BW основана на формировании ETL-задания, при выполнении которого исходные данные экстрагируются из первичных систем. Отметим, что первичные данные являются оперативными, т. е. имеют дневной, недельный и месячный временной разрез. Физический объем таких данных весьма значителен (десятки терабайт). В качестве примера можно привести технологические данные по десяткам тысяч скважин, собираемые в режиме ре-

ального времени. Отметим, что в хранилище поступают уже агрегированные данные. Агрегация осуществляется до уровня, необходимого для принятия стратегических решений посредством разработанных моделей звеньев системы. В частности, осуществляется переход от месячной информации к годовой, от данных по скважинам к данным по месторождениям, от суточной информации по продажам всего ассортимента нефтепродуктов к недельным данным по продажам ключевых видов нефтепродуктов и т. д. Важнейшими элементами хранилища SAP BW являются инфопровайдеры: инфокубы, инфообъекты, DataStore — объекты и инфоисточники, для которых настраиваются специальные правила обновления и правила переноса соответственно. Такие правила позволяют согласовать структуры данных источников и потребителей информации, которые изначально существенно различаются.

Отметим, что при обработке данных также используются определенные алгоритмы, реализуемые в правилах переноса и обновления. Подготовка первичной информации осуществляется с помощью специальных производственных систем (например, MES-систем). Такие системы, в частности, позволяют спрогнозировать кривую добычи нефти по скважинам на основе данных по запасам и в зависимости от планируемых геолого-технических мероприятий и соответствующих инвестиций. В этих системах используются сложные геологические, гидродинамические модели, позволяющие спрогнозировать добычу, оценить эффект от мероприятий и др. После сбора первичной информации со стороны дочерних предприятий ВИНК она попадает на уровень ERP-систем (рис. 1), где обрабатывается и оформляется в виде так называемых «инвестиционных заявок» со своими технико-экономическими характеристиками, которые затем загружаются в хранилище посредством выполнения ETL-заданий. Далее, инвестиционные заявки попадают в систему Powersim. Заявки обрабатываются с помощью разработанных интегрированных моделей звеньев ВИНК. В результате отдельные (достаточно рентабельные) инвестиционные заявки принимаются, т. е. им ставится в соответствие 1, а другие — отклоняются, т. е. им ставится в соответствие 0. Такой процесс будем называть «отключением» инвестиционных проектов (заявок). Целевым функционалом выступает акционерная стоимость ВИНК. Результаты стратегического планирования — оптимальные инвестиционные решения также сохраняются в хранилище (см. рис. 1) и в дальнейшем обрабатываются с помощью инструментальных средств OLAP (аналитической обработки данных в режиме реального времени).



Физический объем инвестиционных решений достаточно велик (в ряде случаев ежегодно рассматривается более 2000 инвестиционных заявок, охватывающих ключевые звенья ВИНК, имеющие сотни внутренних характеристик). Обработка информации в Powersim (как и исходная) является многомерной. Так, например, объем добычи нефти для инвестиционных проектов звена upstream (нефтедобыча), помимо временного измерения, рассматривается в разрезе месторождений, нефтегазодобывающих предприятий, регионов и др.

Итак, разрабатываемые системы управления сложными организационными структурами относятся к классу ВРМ-систем, реализуются на платформе имитационного моделирования, в частности, Powersim, и интегрируются с многомерным информационным хранилищем (SAP BW), что обеспечивает возможность эффективного сценарного анализа рациональных стратегических решений, получаемых в результате решения задачи оптимизации инвестиционного портфеля ВИНК, в различных аналитических разрезах, охватывающих все звенья ВИНК.

2. ПРОБЛЕМА СОЗДАНИЯ АЛГОРИТМОВ, ПОДДЕРЖИВАЮЩИХ МЕХАНИЗМ ЭФФЕКТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТОМ

Ранее было отмечено, что для решения задач управления сложными организационными структурами, относящихся к классу NP-трудных задач большой размерности, целесообразно применение специальных генетических алгоритмов. Одним из примеров такого подхода служит разработанный алгоритм с угасающей селекцией, обеспечивающий эффективный поиск решений в задаче максимизации акционерной стоимости ВИНК [13, 14]. Схема работы алгоритма представлена на рис. 2.

В целях пояснения работы разработанного алгоритма дадим некоторые определения: *популяция* — множество особей; *особь* — набор допустимых управляющих переменных модели, фазовых переменных, а также вычисляемых характеристик интегрированной модели ВИНК; *хромосома* — набор управляющих переменных данной особи; *ген (проект)* — заданная координата набора управляющих переменных хромосомы.

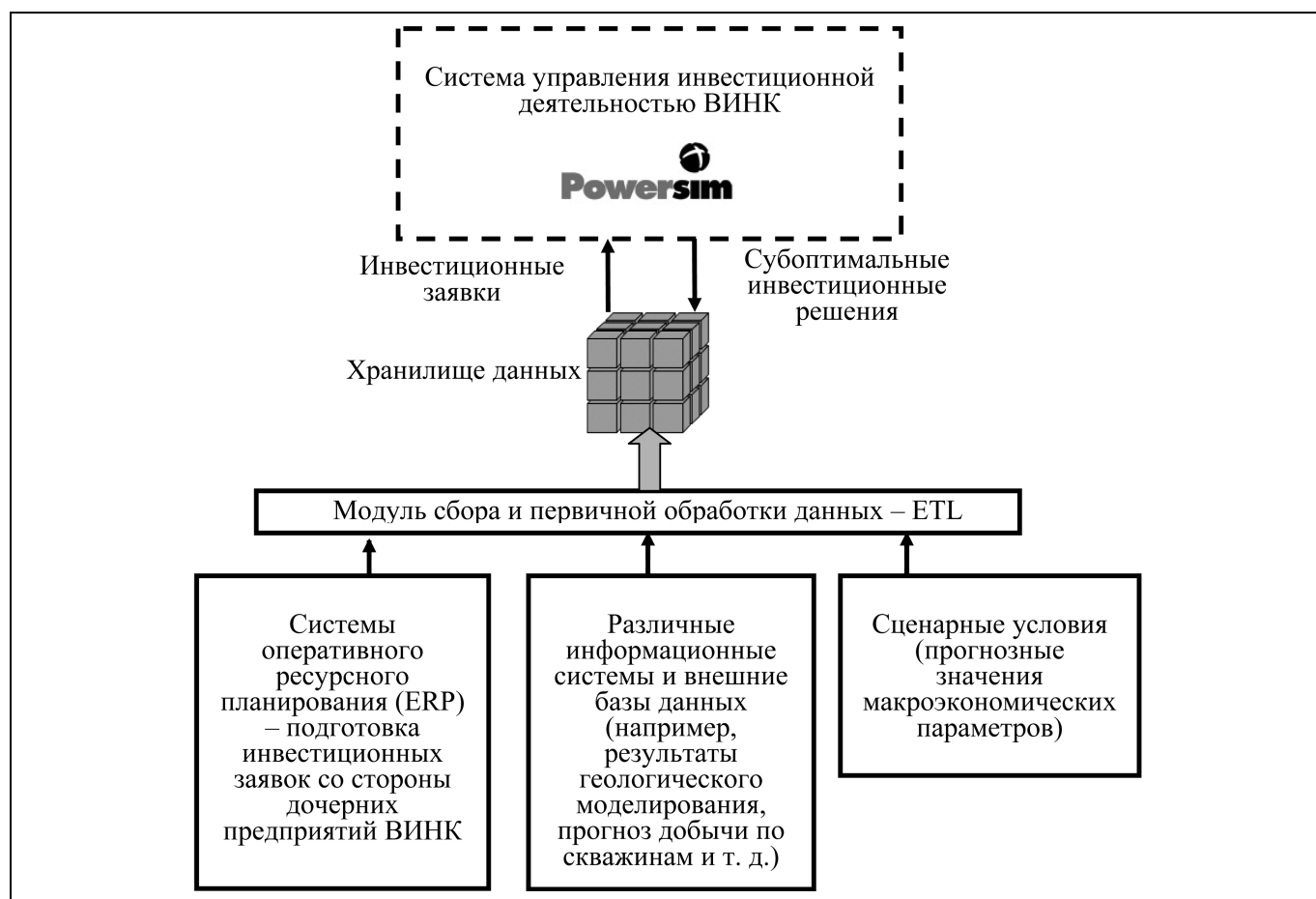


Рис. 1. Архитектура разработанной системы управления инвестиционной деятельностью ВИНК

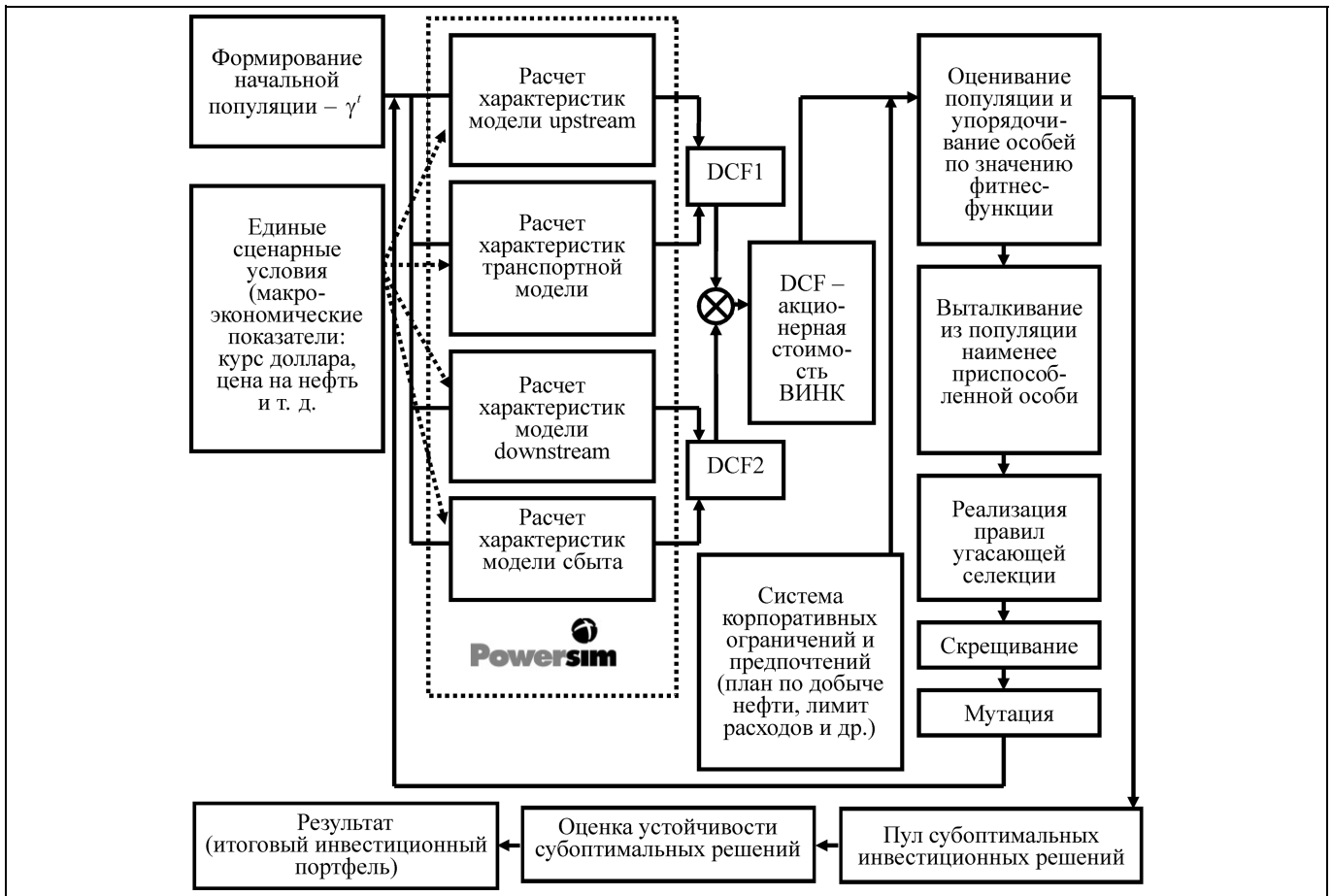


Рис. 2. Схема работы разработанного генетического алгоритма

В ГА есть два важнейших оператора — *оператор кроссинговера* и *оператор мутации*. Функция оператора кроссинговера заключается в выборе двух наиболее сильных (приспособленных) родительских особей из популяции для скрещивания в целях формирования новых более сильных особей. Таким образом, осуществляется направленный поиск локальных экстремумов (и последовательное движение в сторону максимума) в рассматриваемой задаче. Функция оператора мутации заключается в инверсии значения одного или нескольких генов в хромосоме выбранной особи с заданной вероятностью в целях обеспечения выхода из окрестностей локальных экстремумов и «нащупывания» других локальных экстремумов.

Размер популяции фиксирован, поэтому после ее формирования на каждом последующем шаге ГА происходит автоматическое выталкивание (угасание) наиболее слабой особи из популяции путем вставки новых более сильных особей.

Генетический алгоритм применяется для разработки эффективной процедуры формирования оптимальных инвестиционных решений. Центральный элемент такой процедуры — оценивание по-

пуляции ГА, использующее степень стабилизации фитнес-функции для популяции в качестве критерия сходимости.

Особенность разработанного ГА состоит в применении *правил угасающей селекции*, специально разработанных для решения задачи максимизации акционерной стоимости ВИНК [14]. Суть таких правил заключается в том, что вероятность угасания особи при селекции выбирается с учетом рентабельности инвестиционного портфеля, вычисляемого для данной особи (IRR критерий, описанный в работе [14, с. 25—26]). Отметим, что альтернативой применению правил угасающей селекции служит обычная селекция, в частности, основанная на хорошо известных методах «турнирного отбора», «рулетки» и др. [19]. В результате угасающей селекции удастся существенно повысить эффективность работы ГА (примерно на 25—30 % ускорить процедуру поиска решений), так, в работе [14] экспериментально показано, что малорентабельные проекты с меньшей вероятностью могут быть выбраны в итоговый инвестиционный портфель, обеспечивающий максимизацию акционерной стоимости ВИНК.



Правила угасающей селекции:

- вероятность выбора f -й особи в качестве родительской при выполнении оператора кроссинговера

$$p_{f, sel}^{t; \sigma} = \frac{\text{fit}_f^{t; \sigma}}{\sum_{\xi=1}^F [\text{fit}_{\xi}^{t; \sigma}]/F} (1 - p_{f, out}^t),$$

$$f = 1, 2, \dots, F, \quad \sigma = 1, 2, \dots, \mathfrak{R},$$

где F — размер популяции (внешний параметр ГА) — экзоген, $\text{fit}_f^{t; \sigma}$ — фитнес-функция, вычисленная для f -й особи, $p_{f, out}^t$ — вероятность угасания особи при селекции, σ — эпохи (итерации) ГА;

- вероятность выполнения оператора мутации для g -го гена f -й особи

$$p_{f, g, mut}^{t; \sigma} = \begin{cases} p_{mut}, & \text{если } \gamma_{f, g}^{t-1} = 1, \\ p_{mut}(1 - p_{f, out}^t), & \text{если } \gamma_{f, g}^{t-1} = 0, \end{cases}$$

$$f = 1, 2, \dots, F, \quad \sigma = 1, 2, \dots, \mathfrak{R},$$

где g — индекс гена в хромосоме, p_{mut} — базовая вероятность оператора мутации — экзоген.

Фитнес-функция для f -й особи

$$\text{fit}_f^{t; \sigma} = \Omega_f^{t; \sigma} + \beta \times DCF_f^{\sigma},$$

где DCF_f^{σ} — целевая функция (например, акционерная стоимость) для f -й особи, $\Omega_f^{t; \sigma}$ — оценка состояния f -й особи до границы области допустимых значений, β — весовой коэффициент, $0 \leq \beta \leq 1$, — экзоген. Подробное описание методики расчета расстояния особи f -й особи до границы области допустимых значений представлено в работе [14]. При его вычислении учитываются ограничения уровня звеньев ВИНК и системы в целом (например, план по добыче нефти, лимит операционных расходов и др.).

Вопросы сходимости и устойчивости разработанного ГА подробно описаны в работах [19, 20]. В частности, показано, что экспериментально подобранные параметры ГА (вид оператора кроссинговера, максимальный размер популяции, базовая вероятность мутации и др.) обеспечивают его сходимость и устойчивость даже в условиях сверхбольшого пула инвестиционных проектов, подаваемых на вход ГА. Установлено, что сходимость ГА существенно зависит от вероятности оператора мутации, малое значение которой, выбираемое, в частности, обратно пропорционально длине хромосомы (равной числу инвестиционных проектов в портфеле $1/\hat{\vartheta}$), обеспечивает вывод решений из локальных оптимумов при выполнении критерия сходимости ГА и при значениях, много больших

$1/\hat{\vartheta}$, нарушает процесс стабилизации приспособленности популяции на нескольких эпохах и приводит к редукции ГА.

Отметим, что в работах [19, 20] также изучены вопросы устойчивости инвестиционных решений, получаемых с помощью разработанного ГА, по характеристике рентабельности. В частности, для оценки такой устойчивости рекомендуется вычислять расстояние Хэмминга между инвестиционными решениями, формируемыми ГА при различных сценарных условиях (например, при резком изменении цен на нефть). В случае достижения высоких значений расстояний Хэмминга между решениями (особями), соответствующими различным сценарным условиям, такие решения предлагается отбраковывать. В результате, даже в условиях изменения внешних условий (например, при резком падении цен на нефть) акционерная стоимость ВИНК уменьшится в существенно меньшей степени.

Выбор начального состояния существенно влияет на эффективность работы ГА. В случае формирования начальной популяции ГА исключительно на основе особей со случайным набором генов значительно увеличивается время поиска решений. Если же в начальной популяции ГА имеет некоторое число особей с хорошими значениями фитнес-функции, то увеличивается вероятность того, что особи-потомки будут более приспособленными, что сокращает время поиска решений. Один из методов повышения эффективности работы ГА состоит в применении жадных алгоритмов и динамического программирования для формирования начальной популяции. В результате работы таких алгоритмов для сложной нелинейной вертикально-интегрированной системы управления не удастся получить удовлетворительных решений, тем не менее, они позволяют при определенных условиях сформировать хорошую начальную популяцию решений, состоящую, как правило, из нескольких вариантов рациональных решений, обеспечивающих существенное приближение к оптимальному решению на уровне звеньев (но не системы в целом, так как не выполняется условие оптимальности для подзадач). Применительно к задаче оптимизации инвестиционного портфеля ВИНК, жадный алгоритм позволяет быстро сформировать инвестиционные портфели для нефтедобычи, нефтепереработки и сбыта, содержащие проекты с неотрицательными NPV (чистой приведенной стоимостью) при заданных ограничениях. Включение таких проектов в портфель позволяет существенно увеличить акционерную стоимость ВИНК. Для преодоления хорошо известной проблемы недостатка разнообразия особей в начальной популяции необходимо «разбавлять» популяцию, сформированную с помощью жадного алгоритма, другими особями со случайным набором генов и периоди-

чески осуществлять операцию *аутбридинга*, т. е. скрещивания на основе дальнего родства.

Следующее направление повышения эффективности работы ГА — *распараллеливание вычислений*, в частности, применение ERCW-алгоритма (исключающее чтение и одновременную запись) [21]. Применительно к ГА метод параллельных вычислений заключается в одновременном вычислении оценок фитнес-функции для нескольких потомков, формируемых на каждой эпохе посредством скрещивания. Можно использовать как многопоточные возможности в рамках однопроцессорной системы, так и возможности многопроцессорной системы. В последнем случае, время работы ГА существенно сокращается. В методах параллельных вычислений для повышения эффективности поиска следует использовать большее число родительских особей (3–4 вместо 2) при селекции, что обеспечивает пропорциональное увеличение числа потомков особей в процессе формирования и обновления популяции на каждом шаге ГА. Таким образом, с помощью ERCW-алгоритма может быть обеспечено одновременное оценивание фитнес-функции для большего числа особей-потомков. Наибольшие временные затраты связаны именно с процедурой оценки фитнес-функции для каждой особи, в частности, с расчетом характеристик моделей звеньев ВИНК, так как внутри моделей звеньев реализуются собственные алгоритмы, например, алгоритм решения транспортной задачи методом потенциалов (звено транспортировки нефти), алгоритм вычисления равновесных цен «нашупыванием» (звено сбыта) и др. Скорость вычислений фитнес-функции для всех особей одинакова.

Еще одно преимущество метода распараллеливания вычислений для ГА состоит в возможности применения в рамках мультипроцессорной системы так называемой «островной модели», суть которой заключается в равномерном разбиении популяции особей на равные доли между имеющимися процессорами в целях самостоятельного развития подпопуляций и периодического (например, через каждые 5–6 поколений) обмена между процессорами несколькими наиболее приспособленными особями. При этом необходимо подбирать частоту обмена особями между подпопуляциями (частоту миграции) для предотвращения преждевременной сходимости. Представляется целесообразным периодическая синхронная вставка наиболее приспособленных «островных» особей в некоторую общую (большую) популяцию (именуемую материком), оцениваемую отдельным процессором, и периодическая миграция наилучших особей с «материка» на «острова» (также в целях обновления подпопуляций и предотвращения преждевременной сходимости). При работе ГА и применении метода распараллеливания вычислений важным фактором сходимости и устойчивости алгоритма

является обеспечение сходимости и устойчивости на уровне всех используемых процессоров и потоков. Для этого рекомендуется устанавливать единые параметры операторов кроссинговера и мутации ГА, выполняемых в различных потоках мультипроцессорной системы. Значения других параметров ГА, например, размер популяции, максимальное число эпох и других могут различаться, особенно в рамках «островной» модели.

Если ограничиться однопроцессорной системой с многопоточными возможностями, то ГА, разработанный для задачи максимизации акционерной стоимости ВИНК, реализуемый в каждый момент времени $t = \{1, 2, \dots, T\}$ и использующий возможности параллельных вычислений, имеет следующий вид.

Шаг 1. Формирование начальной популяции, состоящей из двух f -х особей, хромосома каждой из которых состоит из трех групп управляющих параметров

$$\gamma^t = (\{\gamma'_{j,i_j}\}, \{\gamma'_{k,\psi_k}\}, \{\gamma'_{r,c_r}\}),$$

где i_j — индекс проектов в месторождения j -х нефтедобывающих предприятий, ψ_k — индекс проектов в реконструкцию k -х нефтеперерабатывающих предприятий, c_r — индекс проектов в каналы сбыта r -х регионов.

Шаг 2. Селекция из популяции S — родительских особей с учетом правил угасающей селекции.

Шаг 3. Формирование $(S - 1)S$ особей-потомков посредством операторов кроссинговера и мутации.

Шаг 4. Резервирование (освобождение) $m[(S - 1)S]$ ячеек памяти для обеспечения возможности параллельной записи результатов.

Шаг 5. Цикл по всем f -особям-потомкам в режиме параллельных вычислений: от $i = 0$ до $(S - 1)S$:
— расчет характеристик моделей звеньев ВИНК для каждой новой f -особи из числа потомков;

— вычисление акционерной стоимости ВИНК и невязки ограничений для f -особи, расчет значения фитнес-функции f -особи;

— вставка указателя на f -ю особь в ячейку памяти $m[i]$.

Шаг 6. Конец цикла по f -особям-потомкам;

Шаг 7. Вставка всех новых f -х особей посредством указателей из $m[i]$ ячеек памяти, $i = 1, 2, \dots, (S - 1)S$, в популяцию.

Шаг 8. Оценивание популяции с точки зрения приспособленности и переупорядочивание особей в популяции по значению фитнес-функции.

Шаг 9. Выталкивание наиболее слабой (наименее приспособленной) особи из популяции.

Шаг 10. Оценка критерия сходимости ГА, переход к шагу 2 в случае, если критерий сходимости не выполнен. Останов алгоритма в случае выполнения критерия сходимости. Критерием сходимости в данном случае служит степень стабилиза-



ции фитнес-функции популяции с течением итераций.

Разработанный ГА относится к классу комбинаторных ERCW-алгоритмов [21], обеспечивающих возможность одновременного сохранения группы значений результатов, поступивших от разных процессоров или потоков однопроцессорной системы. Оценивание популяции с точки зрения приспособленности выполняется после получения данных от всех процессоров (потоков), а чтение результатов работы процессоров (оценка особей) осуществляется только после выполнения операции одновременной записи. Техническая реализация параллельных вычислений характеристик моделей звеньев ВИНК для особей-потомков с последующей оценкой популяции выполнена с использованием языка программирования C++, системы имитационного моделирования Powersim Studio 8 и библиотеки программирования Powersim Studio SDK 8. Система Powersim Studio позволила реализовывать интегрированные модели звеньев ВИНК с помощью инструментов визуального проектирования.

Особенность применяемого подхода состоит в использовании визуальных архетипов системной динамики, в частности, переменных, причинно-следственных связей, резервуаров и других для описания характеристик реального объекта и компьютерной реализации модели. Настройка информационных связей модельных переменных с источниками информации (многомерным хранилищем) также выполняется с помощью визуальных средств проектирования.

Разработанные и реализованные с помощью системы Powersim модели звеньев ВИНК интегрируются с разработанным генетическим оптимизационным алгоритмом (реализованным на языке C++) посредством библиотеки Powersim SDK. Данная библиотека позволяет, в частности, подключаться к имитационным моделям из внешних приложений с использованием технологии COM (Components Object Model — компонентная объектная модель).

В частности, для доступа к моделям из внешних приложений C++ используется метод вида:

```
HRESULT OpenProject(BSTR FileName,
    BSTR Key, BSTR Password; VARIANT_BOOL
    BrowseForFile,
    VARIANT_BOOL ReuseExisting,
    ISimulationProject **ppResult).
```

Здесь *FileName* — имя файла Powersim, в котором реализованы математические модели звеньев ВИНК; ***ppResult* — указатель на класс (объект) *ISimulationProject*, в котором содержатся методы и свойства, обеспечивающие возможность управления расчетами из внешних приложений, таких как программа C++ с реализацией генетического оптимизационного алгоритма; *HRESULT*, *BSTR*, *VARIANT_BOOL* — стандартные типы данных C++.

Отметим, что для поддержки *многопоточных вычислений* необходимо использовать специальные возможности языка программирования C++ и библиотеки Powersim SDK, в частности:

- классы (C++), управляющие и синхронизирующие работу нескольких потоков взаимодействующих с моделями Powersim;

- особые параметры конфигурации SDK, в частности, определяемые в виде строки *Enable Multi Run = 1* для каждой отдельной модели Powersim в соответствующем инициализационном *ini*-файле.

Такой подход позволяет выполнять параллельный запуск моделей Powersim и синхронизировать запись данных потоков в общий (кольцевой) буфер, который в дальнейшем используется для считывания данных и вставки новых особей в популяцию ГА. Подробное описание реализованной версии программного комплекса, обеспечивающего возможность управления характеристиками звеньев ВИНК и системы в целом, выходит за рамки данной статьи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенного исследования можно сформулировать следующие выводы.

- Проектирование интеллектуальных систем управления для сложных организационных структур, в частности, вертикально-интегрированных компаний, требует интеграции моделей звеньев системы и многомерного информационного хранилища. Необходимо решать такие задачи, как: сбор и обработка исходной информации; агрегация исходных данных до уровня, необходимого для принятия стратегических решений; загрузка данных в хранилище и подключение их к моделям; обеспечение возможности сохранения результатов моделирования в хранилище; настройка средств аналитической отчетности класса OLAP для многомерного анализа данных; создание системы визуализации результатов моделирования в режиме реального времени и др.
- Рациональное управление характеристиками сложной организационной структуры, такой как вертикально-интегрированная компания, требует разработки и применения специальных оптимизационных алгоритмов класса генетических алгоритмов, жадных алгоритмов, динамического программирования и др. В условиях наличия внутренних нелинейных взаимозависимостей и обратных связей между характеристиками звеньев вертикально-интегрированной системы, как правило, не выполняется условие оптимальности для подзадач. Поэтому возможности применения большинства оптимизационных алгоритмов, предназначенных для решения NP-трудных задач, существенно ограничены. В работе показано, что для эффективного управления сложными организаци-

онными структурами целесообразно применение генетических алгоритмов в сочетании с применением на этапе формирования начальной популяции других известных методов решения оптимизационных задач. Отмечено, что существенное повышение эффективности ГА достигается при условии использовании правил угасающей селекции, спроектированных под конкретную оптимизационную задачу и распараллеливания вычислений для самостоятельной оценки фитнес-функций для особей-потомков и мультипроцессорного развития подпопуляций в рамках «островной модели».

- Для решения задачи максимизации акционерной стоимости ВИК разработан программный комплекс [13, 14], представляющий собой совокупность подсистем ее ключевых звеньев. Генетический алгоритм обеспечивает эффективную процедуру поиска рациональных инвестиционных решений в соответствии с правилами угасающей селекции и технологией параллельных вычислений. Разработанный программный комплекс был внедрен в крупнейшей российской нефтяной компании и финансовой корпорации. Получен существенный технический эффект, выражающийся в принципиальном повышении эффективности процедуры принятия рациональных стратегических решений.

- Изучены вопросы сходимости и устойчивости генетического алгоритма, разработанного для решения задачи управления акционерной стоимостью ВИК [19, 20]. Установлено, что его сходимость существенно зависит от вероятности оператора мутации. При работе ГА и применении метода распараллеливания вычислений важным фактором сходимости и устойчивости алгоритма является обеспечение сходимости и устойчивости на уровне всех используемых процессоров и потоков. Для этого рекомендуется устанавливать единые параметры операторов кроссинговера и мутации ГА, выполняемых в различных потоках микропроцессорной системы.

- Для системы управления инвестиционным капиталом вертикально-интегрированной нефтяной компании (ВИНК) разработано математическое и программное обеспечение, позволяющее, в частности, оценивать экономическую эффективность по различным критериям как на уровне системы в целом, так и на уровне отдельных звеньев и их элементов. Особенностью предложенного подхода является высокая степень дифференциации звеньев и их подсистем, учет взаимовлияния характеристик звеньев ВИНК (в том числе, в виде обратных связей и нелинейных зависимостей), а также программная реализация всех внутренних алгоритмов, поддерживающих механизм эффективного управления объектом [13, 14] (таких как, алгоритм «нащупывания» равновесных цен в CGE-модели сбыта нефтепродуктов, алгоритм решения транспортной задачи методом потенциалов и др.).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Акопов А.С.* К вопросу проектирования интеллектуальных систем управления сложными организационными структурами. Ч. I. Математическое обеспечение системы управления инвестиционной деятельностью вертикально интегрированной нефтяной компании // Проблемы управления. — 2010. — № 6. — С. 12—18.
2. *Модели и механизмы в управлении организационными системами / С.А. Баркалов, В.Н. Бурков, Д.А. Новиков, Н.А. Шульженко.* — Тула: Тульский полиграфист, 2003. — Т. 1. — 560 с.; Т. 2. — 380 с.; Т. 3. — 205 с.
3. *Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А.* Теория графов в управлении организационными системами. — М.: СИНТЕГ, 2001. — 124 с.
4. *Бурков В.Н., Новиков Д.А.* Как управлять организациями. — М.: СИНТЕГ, 2004. — 400 с.
5. *Большие системы: моделирование организационных механизмов / В.Н. Бурков, Б. Данев, А.К. Еналеев и др.* — М.: Наука, 1989. — 245 с.
6. *Губко М.В.* Механизмы управления организационными системами с коалиционным взаимодействием участников. — М.: ИПУ РАН, 2003. — 118 с.
7. *Новиков Д.А.* Теория управления организационными системами. — М.: МПСИ, 2005. — 584 с.
8. *Новиков Д.А.* Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. — М.: Фонд «Проблемы управления», 1999. — 150 с.
9. *Иванов Ю.Н., Токарев В.В., Уздемир А.П.* Математическое описание элементов экономики. — М.: Физматлит, 1994. — 416 с.
10. *Цыганов В.В.* Адаптивные механизмы в отраслевом управлении. — М.: Наука, 1991. — 166 с.
11. *Тироль Ж.* Рынки и рыночная власть. Теория организации промышленности. — СПб.: Экономическая школа, 2000. — Т. 1. — 328 с., Т. 2 — 450 с.
12. *Милгром П., Робертс Дж.* Экономика, организация и менеджмент. — СПб.: Экономическая школа, 1999. — Т. 1. — 468 с., Т. 2. — 422 с.
13. *Акопов А.С.* Система управления инвестиционной деятельностью вертикально-интегрированной нефтяной компании: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. — М.: ВЦ РАН, 2009. — 45 с.
14. *Акопов А.С., Бекларян Г.Л.* Интеллектуальные гибридные системы управления деятельностью вертикально-интегрированными организационными структурами / Препринт #WP/2009/267. — М.: ЦЭМИ РАН, 2009. — 54 с.
15. *Акопов А.С.* Поддержка принятия управленческих решений для нефтегазодобывающих предприятий с помощью динамических имитационных моделей // Системы управления и информационные технологии. — 2004. — № 4. — С. 51—56.
16. *Акопов А.С.* Компьютерная модель транспортировки нефтепродуктов // Тр. Ин-та системного анализа РАН. — 2006. — Вып. 10 (2). — С. 281—293.
17. *Акопов А.С.* Компьютерная модель нефтеперерабатывающего предприятия // Там же. — С. 268—280.
18. *Акопов А.С.* Использование средств динамического имитационного моделирования для подготовки управленческих решений в ТЭК // Системы управления и информационные технологии. — 2004. — № 2. — С. 72—77.
19. *Акопов А.С.* Процедура и алгоритмы формирования квази-оптимальных инвестиционных решений вертикально-интегрированной нефтяной компании // Тр. Ин-та системного анализа РАН. — 2008. — Вып. 32 (1). — С. 168—179.
20. *Акопов А.С.* О сходимости и устойчивости модифицированного генетического алгоритма в задаче управления инвестиционным портфелем вертикально-интегрированной нефтяной компании // Там же. — С. 180—189.
21. *Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р.* Алгоритмы: построение и анализ / Пер. с англ. под ред. А. Шеня. — М.: МЦНМО, 2002. — 960 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии, чл.-корр. РАН Д.А. Новиковым.

Акопов Андраник Сумбатович — д-р техн. наук, вед. науч. сотрудник, Центральный экономико-математический институт РАН, профессор ГУ-ВШЭ, г. Москва, ✉ akopovas@stream.ru.

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ РАЦИОНАЛЬНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ РЕСУРСОВ НА ОСНОВЕ МОДЕРНИЗИРОВАННОГО МЕТОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ НАЗНАЧЕНИЙ

Ю.Т. Зырянов, О.А. Коновалов, А.К. Малыков

Рассмотрена задача рационального распределения ограниченных ресурсов по зависимым операциям в организационно-технических системах. Предложены модернизированный метод последовательных назначений и структура системы управления рациональным распределением ресурсов, позволяющая осуществлять управление и контроль выполнения проекта.

Ключевые слова: распределение ресурсов, проект, система управления, зависимые операции, сетевая модель.

ВВЕДЕНИЕ

Современный уровень развития телекоммуникационной и электронно-вычислительной техники позволяет автоматизировать широкий класс функций управления распределением ресурсов. Для решения комплекса организационно-технических взаимосвязанных задач с помощью единой системы управления рациональным распределением ресурсов (СУРРР) необходимо соответствующее алгоритмическое обеспечение. В частности, применение в рамках такой системы моделей и методов сетевого планирования и управления предполагает решение задачи оптимального распределения организационно-технических ресурсов по зависимым операциям [1, 2].

Анализ известных методов распределения ресурсов показывает, что они недостаточно эффективны для зависимых операций. Оптимизация сетевых моделей без календарной увязки сроков не обеспечивает решение всей задачи оптимизации плановых расчетов. Применение классических методов математического программирования отрицательно сказывается на достоверности результатов из-за значительных ограничений на факторное пространство и область изменения целевой функции, а применение эвристических приемов — к потере управления уже на стадии планирования [3].

Существующие решения не в полной мере учитывают такие факторы как уровень подготовки специалистов, их взаимозаменяемость, обеспеченность инструментом (принадлежностями, приспособлениями, сервисной аппаратурой, средствами диагностирования) при их перераспределении. Задача нахождения ресурсных связей многовариантна, осложнена переменной скоростью выполнения операций и вариативной структурой графа.

В настоящей статье используется терминология теории графов и управления проектами. *Проектом* будем называть некоторый процесс изменений (не рутинный процесс), требующий специальных методов проектного управления. Под *событием* понимается факт начала и (или) окончания операций. *Операция* — процесс, подлежащий выполнению и принадлежащий проекту [4, 5].

1. ФОРМАЛИЗОВАННАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Необходимо выполнить проект по подготовке к функционированию некоторой сложной системы, состоящий из множества зависимых и независимых операций. Технологическая зависимость между операциями задается в виде сети.

Предлагается рассматривать детерминированную модель сетевого графика, для которой необходимо задать первоначальный план распределе-

ния ограниченных организационно-технических ресурсов. Каждая операция выполняется с переменной интенсивностью однородными или разнородными специалистами, распределение которых может быть неоднократным. Перераспределение ресурсов с одной операции на другую не связано с временными затратами, и операции можно прерывать до их окончания. Результатом решения служит ресурсный граф переменной структуры.

Пусть на реализацию проекта выделено ограниченное количество ресурсов S различных типов h . Условимся, что событие j непосредственно следует за событием i ; L — множество операций, заранее заданных списком, $(i, j) \in L$; $f_{(ij)}$ — множество различных типов специалистов, которые назначаются и могут выполнить $l_{(ij)}$ -ю операцию соответственно; E^f — множество целевых событий проекта, для каждого из которых срок выполнения превышает заданный; H и Q — множества операций на сетевом графе с каждой из которых будут сниматься и соответственно добавляться специалисты хотя бы одного h -го типа; $\Delta_{(ij)}^*$ — резерв времени $l_{(ij)}$ -й операции при заданном распределении с учетом директивного срока γ -го целевого события, $\gamma \in E^f$; $N_{h(ij)}$ и $N_{h(ij)}^*$ — минимально и максимально возможное число специалистов h -го типа соответственно, $h \in f_{(ij)}$; $C_{(ij)}$ — доля выполненной части $l_{(ij)}$ -й операции; $Z_{(ij)}$ — множество ресурсных условий (данное множество включает операции, с каждой из которых ресурсы переходят на выполнение $l_{(ij)}$ -й операции); $x_{(ij)}$ — число специалистов, приступивших к выполнению $l_{(ij)}$ -й операции; $\lambda_{h(ij)}$ — производительность специалиста h -го типа; K_Σ — суммарный коэффициент ($K_\Sigma \in [0; 1]$), определяется экспертными методами и зависит от факторов внешней среды; $T_\gamma^{\text{дир}}$ — директивный срок γ -го целевого события; $t_{(ij)}$ — планируемая продолжительность выполнения операции при заданном распределении специалистов; $t_{\gamma(ij)}^{\min}$ и $t_{\gamma(ij)}^{\max}$ — минимальное и максимальное возможное время выполнения $l_{(ij)}$ -й операции соответственно, R — номенклатура деталей, необходимых для полной комплектации изделия (системы) согласно технологической документации при выполнении множества операций L специалистом h -го типа, $r = 1, \dots, R$; $Q_{(ij)hr}$ — g -й вид инструмента, необходимый для выполнения $l_{(ij)}$ -й операции над деталью r -го наименования специалистом h -го типа, $Q_{(ij)hr} = \{Q_{(ij)hr} / g = 1, \dots, G_{(ij)}\}$; $G_{(ij)}$ — объем инструмента, необходимого для выполнения $l_{(ij)}$ -й операции; $t_{(ij)hr}$ — время работы g -м видом инструмента, не-

обходимого для выполнения $l_{(ij)}$ -й операции над деталью r -го наименования специалистом h -го типа; $V_{(ij)r}$ — число деталей r -го наименования, необходимых для комплектации изделия при выполнении $l_{(ij)}$ -й операции.

Для выполнения операций проекта необходимо учитывать организационно-технические ресурсы в комплексе. Численность наименований инструмента, необходимого специалистам для выполнения операций проекта, определяется из следующего выражения [6]:

$$Q_{\text{н.и}} = \sum_{r=1}^R \sum_{l_{(ij)}=1}^L \sum_{g=1}^{G_{(ij)}} \delta_{(ij)hr} Q_{(ij)hr} g,$$

где $\delta_{(ij)hr}$ — вспомогательная переменная,

$$\delta_{(ij)hr} = \begin{cases} 1, & \text{если для комплектации детали} \\ & r\text{-го наименования на } l_{(ij)}\text{-й операции} \\ & \text{выбран специалист } h\text{-го типа;} \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Каждый инструмент характеризуется набором параметров: $t_{(ij)гд.н}$ — длительность подготовки и наладки g -го инструмента на $l_{(ij)}$ -й операции; $t_{(ij)гд.к}$ — длительность комплектации g -го набора инструмента на $l_{(ij)}$ -й операции; $t_{(ij)гд.п}$ — планируемая длительность работы специалиста g -м инструментом на $l_{(ij)}$ -й операции.

Объем инструмента, необходимого для реализации $l_{(ij)}$ -й операций специалисту h -го типа [6]:

$$E_{h(ij)} = \sum_{r=1}^R \sum_{l_{(ij)}=1}^L \sum_{g=1}^{G_{(ij)}} \frac{\delta_{(ij)hr} Q_{(ij)hr} g t_{(ij)hr} V_{(ij)r}}{t_{(ij)гд.п}}.$$

Для рационального распределения специалистов различного уровня подготовки $x_{h(ij)}(Z_{(ij)})$ по операциям сетевого графика при обеспеченности их необходимым инструментом необходимо найти такое их перераспределение, $x_{h, i_1(ij)}^*(Z_{(ij)})$, $i_1 = 1, 2, \dots, M_{(ij)}^*$, $h \in f_{(ij)}$ ($M_{(ij)}^*$ — число частей $l_{(ij)}$ -й операции), которое обеспечит максимум функции

$$F_\Sigma^* = - \sum_{\gamma \in E^f} \left(\sum_{(ij) \in T_\gamma^{\text{кр}}} \sum_{i_1=1}^{M_{(ij)}^*} \frac{C_{i_1(ij)}^*(1 + K_r)}{\sum_{h \in f_{(ij)}} \lambda_{h(ij)} x_{h, i_1(ij)}^*(Z_{(ij)}) E_{h(ij)}} - T_\gamma^{\text{дир}} \right); \quad (1)$$

при технологических, организационных и ресурсных ограничениях:

$$t_{\gamma(ij)}^{\min} \leq t_{\gamma(ij)} \leq t_{\gamma(ij)}^{\max}, \quad \gamma \in E^f, \quad l_{(ij)} \in L; \quad (2)$$



$$\left\{ \begin{aligned} t_{\gamma(ij)}^{\min} &\leq \sum_{i_1=1}^{M_{(ij)}^*} t_{\gamma i_1(ij)}^* \leq t_{\gamma(ij)} + \Delta_{\gamma(ij)}^*, \gamma \in E^f, l_{(ij)} \in H; \\ t_{\gamma(ij)}^{\min} &\leq \sum_{i_1=1}^{M_{(ij)}^*} t_{\gamma i_1(ij)}^* \leq t_{\gamma(ij)}, \gamma \in E^f, l_{(ij)} \in (Q/H); \end{aligned} \right. \quad (3)$$

$$N_{h(ij)} \leq x_{\gamma i_1(ij)}^*(Z_{(ij)}) \leq N_{h(ij)}^*, h \in f_{(ij)}, l_{(ij)} \in L; \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{aligned} [x_{\gamma h i_1(ij)}^*(Z_{(ij)})] &= x_{\gamma h i_1(ij)}^*(Z_{(ij)}), \\ \gamma \in E^f, h \in f_{(ij)}, i_1 &= 1, 2, \dots, M_{(ij)}^*, l_{(ij)} \in Q; \end{aligned} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{(ij) \in H} \sum_{\gamma=1}^{x_{\gamma h(ij)} - N_{\gamma h(ij)}} x_{\gamma h \rho(ij)}^{\text{CH}}(Z_{(ij)}) t_{\gamma h \rho(ij)}^{\text{CH}} &= \\ = \sum_{(ij) \in Q} \sum_{g=1}^{N_{\gamma h(ij)}^* - x_{\gamma h(ij)}} x_{\gamma h \rho(ij)}^{\text{HA3}}(Z_{(ij)}) t_{\gamma h \rho(ij)}^{\text{HA3}}, & \\ \gamma \in E^f, h \in f_{(ij)}; & \end{aligned} \right. \quad (6)$$

$$\sum_{r=1}^R \sum_{l_{(ij)}=1}^L \sum_{Q_{(ij)c}} \delta_g \delta_{(ij)hr} \frac{t_{(ij)hrg}}{t_{(ij)gd.п}} \leq V_h, h \in f_{(ij)}. \quad (7)$$

Здесь $x_{(ij)}^{\text{CH}}(Z_{(ij)})$ — число снятых исполнителей за время $t_{(ij)}^{\text{CH}}$ с $l_{(ij)}$ -й операции, а $x_{(ij)}^{\text{HA3}}(Z_{(ij)})$ — число назначенных исполнителей за время $t_{(ij)}^{\text{HA3}}$ на выполнение $l_{(ij)}$ -й операции соответственно на ρ -й итерации решения задачи, $(i, j) \in L$; $Q_{(ij)c}$ — состав инструмента на $l_{(ij)}$ -й операции; V_h — суммарный объем имеющегося инструмента;

$$\delta_g = \begin{cases} 1, & \text{если } g \in Q_{(ij)c}, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Смысл выражения (1) состоит в том, что суммируются разности $T_{\mu}^{\text{ДПР}}$ и $T_{\mu}^{\text{КР}}$ по всем целевым событиям, при этом суммарный объем выполненных операций за любой интервал времени должен быть максимальным. Для начала любой операции необходимо, чтобы к данному моменту времени были выполнены технологические условия, а также свободны ресурсы. Условие (2) означает, что планируемое время выполнения операции $t_{\gamma(ij)}$ находится в пределах значений, соответствующих минимальному $t_{\gamma(ij)}^{\min}$ и максимальному $t_{\gamma(ij)}^{\max}$ возможному времени ее выполнения, а условие (4) — число перераспределяемых специалистов $x_{h, i_1(ij)}^*(Z_{(ij)})$ находится в пределах, соответствующих их мини-

мальному $N_{h(ij)}$ и максимальному $N_{h(ij)}^*$ числу. В соответствии с условием (3) сумма продолжительностей новых времен детализированной $l_{(ij)}$ -й операции $t_{\gamma i_1(ij)}^*$ должна также находиться в соответствующих пределах, т. е. не превышать минимально возможного времени выполнения $l_{(ij)}$ -й операции $t_{\gamma(ij)}^{\min}$ и ее планируемого времени выполнения $t_{\gamma(ij)}$ как до перераспределения специалистов, так и после. Согласно условию (5) специалисты назначаются целыми единицами. Смысл балансового условия (6) заключается в том, что суммарное время снятия специалистов $t_{(ij)}^{\text{CH}}$ должно совпадать с суммарным временем их назначения $t_{(ij)}^{\text{HA3}}$ на другие операции одного сетевого графа. Ограничение (7) учитывает тот факт, что инструментальный комплект, предназначенный для h -го типа специалиста, не должен превышать суммарный объем имеющегося инструмента.

При выполнении проекта необходимо получить такой рациональный план распределения ресурсов Ω^* при фиксированном числе специалистов x и их различных типов h , который позволит при ограничениях (2)—(7) минимизировать время его выполнения T [7]:

$$[\Omega^*]: T[\Omega^*]_{x, h} = \min_{\substack{\Omega \in Y \\ x \in X}} T[\Omega]_{x, h}, \quad T < T^{\text{ДПР}}. \quad (8)$$

Для решения задачи применяется метод последовательных назначений совместно с процедурой типа динамического программирования, согласно которой состояние системы изменяется в соответствии с одношаговой функцией переходов.

2. МОДЕРНИЗАЦИЯ МЕТОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ НАЗНАЧЕНИЙ

Для решения задачи оптимального распределения ресурсов предлагается применить метод последовательного назначения, сущность которого заключается в распределении по n_1 объектам использования m^* типов средств, причем i_2 -й тип содержит b_{i_2} единиц средств и назначении их по одному из множества вариантов Y последовательностей $\{a_{k_1}^{(y)}\}$, $y = 1, 2, \dots, Y, k_1 = 1, 2, \dots, \gamma^{\text{об}}$. Причем каждый последующий номер средств i_3 и номер объекта j_2 для назначения определяется из выражения:

$$\max_{j_1} \max_{i_2: \sum_{j_1} u_{i_2 j_1} \leq b_{i_2}} \Delta_{i_2} f_{j_1}^{\text{об}} = \Delta_{i_3} f_{j_2}^{\text{об}}, \quad (9)$$

где

$$\Delta_{i_2} f_{j_1}^{ob} = f_{j_1}^{ob}(u_{1,j_1}, \dots, u_{i_2-1,j_1}, u_{i_2,j_1} + 1, \dots, u_{m^*,j_1}) - f_{j_1}^{ob}(u_{1,j_1}, \dots, u_{i_2-1,j_1}, u_{i_2,j_1}, \dots, u_{m^*,j_1}) \quad (10)$$

— приращение прибыли при назначении одной единицы средств.

При использовании средств на j_1 -м объекте прибыль определяется как

$$M^{ob} = \sum_{j_1=1}^{n_1} f_{j_1}^{ob}(u_{1,j_1}, u_{2,j_1}, \dots, u_{i_2,j_1}, \dots, u_{m^*,j_1}), \\ i_2 = 1, 2, \dots, m^*, \quad j_1 = 1, 2, \dots, n_1, \quad (11)$$

где $u_{i_2,j_1} \geq 0$ — целое число единиц i_2 -го типа, выделенных на j_1 -й объект.

Величина u_{i_2,j_1} задается в виде матрицы и является рациональным целочисленным планом распределения.

Однако при назначении средств только по одному варианту последовательности номеров типов средств существующий метод дает значительную погрешность и не учитывает возможности перераспределения специалистов с учетом их взаимозаменяемости, классности и обеспеченности инструментом.

Для решения задачи перераспределения ресурсов предлагается процедура совместного применения метода последовательного назначения и алгоритма направленного перебора. Для возможности реализации метода функции суммарной прибыли должны быть возрастающими и выпуклыми, а назначение на операции производиться последовательно по одной единице.

Максимальное приращение целевой функции $\tilde{\Delta}_{i_2}$ определяется как разница увеличения $\Delta_{i_2}^{(+)} f_{j_1}^{ob}$ или уменьшения $\Delta_{i_2}^{(-)} f_{j_1}^{ob}$ функции (11) при перераспределении ресурсов i_2 -го типа на j_1 -й объект. Тогда выделенные средства будут распределены по объектам использования целыми единицами и суммарная прибыль (11) будет максимальной.

Модернизация метода последовательных назначений осуществляется так, что каждое значение плана распределения ресурсов делится на μ^{ob} целых частей, где $\mu^{ob} > 0$. Эти части принимаются за новые единицы и рассчитывается новый план распределения выделенных ресурсов, который будет оптимальным с точностью до нескольких единиц плана. Расчет выполняется последовательно и повторяется до тех пор, пока значение приращения функции (11) не станет отрицательным. Затем каждое значение полученного плана умножа-

ется на $(1/\mu^{ob})$, который в результате будет оптимальным.

Такой подход позволяет получить численное решение заданной степени точности, если переназначение специалистов каждого типа с одной критической операции на другую операцию производится по одной единице. На его основе разработан алгоритм оптимального распределения ограниченных организационно-технических ресурсов по зависимым операциям [7, 8].

3. СТРУКТУРА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ РАЦИОНАЛЬНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ РЕСУРСОВ

Предложенный алгоритм реализован при разработке СУРРР для решения прикладной задачи [8]. Для получения рационального плана распределения ограниченных организационно-технических ресурсов в динамически меняющейся обстановке очень важна возможность контроля и регулирования единой системы управления методами сетевого планирования и управления. Под СУРРР будем понимать систему управления проектами, ограниченную по времени организационными и техническими ресурсами. Параметры такой СУРРР должны иметь тот же смысл, что и параметры управления без учета ресурсов. В основу обоснования создания СУРРР положено следующее

Утверждение. Для того чтобы в СУРРР параметры имели тот же смысл, что и в системе управления без учета ресурсов, необходимо и достаточно между операциями сетевой модели установить кроме технологических связей, связи по ресурсам. ♦

Доказательство. Справедливость утверждения достаточно доказать для главного параметра системы — критического пути при постоянном качестве выполнения операций. Критическим называется путь, ведущий от множества входных операций к множеству выходных операций и состоящий из критических операций [4]. Операция называется критической, если ее резерв равен нулю [5].

Необходимость. Пусть в СУРРР критический путь имеет то же толкование, что и в системе управления без учета ресурсов. Предположим противное: связи по ресурсам между операциями в СУРРР не установлены. В случае дефицита ресурсов суммарная продолжительность выполнения операций, которые обеспечиваются одними и теми же специалистами, будет больше критического пути, определенного только на основе технологических связей между операциями сетевой модели. Тогда критический путь не определит срок окончания всего проекта, что противоречит утверждению.

Достаточность. Поскольку критический путь в СУРРР определен как самый длинный путь на всем множестве путей, образуемых технологией и распределением специалистов, обеспечивающих выполнение проекта, то очевидно, что параметры СУРРР будут иметь тот же смысл, что и параметры системы управления без учета ресурсов. ♦



Из утверждения следует основное правило построения сетевой модели в СУРРР: в сетевой модели дуги графа ориентируются в соответствии с технологией процесса и распределением организационно-технических ресурсов, обеспечивающих его выполнение. Посредством СУРРР решаются задачи:

получения рационального плана распределения организационно-технических ресурсов;

минимизации временных затрат на выполнение всего проекта;

перераспределения организационно-технических ресурсов путем минимизации полных резервов времени операций.

Последняя из них сводится к задаче невыпуклого целочисленного программирования с целевой функцией, численное значение которой зависит от структуры сетевой модели.

Рассматриваемая СУРРР предназначена учитывать входящие и исходящие организационно-технические ресурсы, планировать процесс их распределения, управлять им и контролировать его, а также выполнять поставленные задачи за минимальное время с заданной степенью точности. Для этого в системе предусмотрены средства сравнения плановых показателей с фактическими. При несовпадении фактических показателей с плановыми учитывается их разница при очередном цикле функционирования системы.

Разработанная СУРРР (рис. 1) отличается дополнительно введенными на начальный момент времени T_1 устройством 4, ячейками 5, 11, 12, 14–17, а на конечный момент времени T_2 — блоком 24, ячейками 18, 19, 25 и 26 [10]. В основу функционирования СУРРР положена методика освоенного объема [11].

На вход 1 блока 1 поступает исходная информация о наличии материальных и организационно-технических ресурсов и воздействиях внешней среды, а количество освободившихся ресурсов в ходе выполнения проекта вводится оператором по входу 2 и 3 блока 2 соответственно. При этом в блоке 2 обратные связи с блоком 1 осуществляются по трем отдельным направлениям. Первое направление относится к организации обратных связей по назначению освободившихся ресурсов на новые операции проекта, второе — к выполнению операций, третье — к оптимальному перераспределению ресурсов посредством блока 24, в котором реализован модернизированный метод последовательных назначений. Взаимосвязь направлений на начальный и конечный моменты времени T_1 и T_2 осуществляется посредством организации функциональных связей между ячейками блока 2 и блока 1. В блоке 24 учитывается доступное количество ресурсов в системе, контролируется ход выполнения операций, рассчитываются парамет-

ры сетевой модели, и формируется оптимальный план распределения ресурсов.

Принимая объем $l_{(ij)}$ -й операции равным $C_{(ij)} = \sum_{i_1=1}^{M_{(ij)}^*} C_{i_1(ij)}^* = 1, i_1 = 1, 2, \dots, M_{(ij)}^*, h \in f_{(ij)}$, при пос-

тоянном уровне ресурсов в проекте и вычисляя плановую интенсивность использования ресурсов $k_{(ij)}$ из соотношений для планового времени выполнения операций из модели [11] $T_{(ij)} = W_{(ij)}/k_{(ij)}x_{(ij)}$ и целевой функции (1) $t_{(ij)} = C_{(ij)}/\lambda_{(ij)}x_{(ij)}(Z_{(ij)})E_{(ij)}$, обобщенная модель СУРРР аналогично работе [11] будет имеет вид:

$$\begin{cases} s_{(ij)}(t) = x_{(ij)}(Z)t, \\ \omega_{(ij)}(t) = x_{(ij)}(Z_{(ij)})\lambda_{(ij)}E_{(ij)}t, \\ t_{(ij)} = \frac{C_{(ij)}}{\lambda_{(ij)}x_{(ij)}(Z_{(ij)})E_{(ij)}}, \\ S = \frac{C_{(ij)}}{\lambda_{(ij)}E_{(ij)}}. \end{cases} \quad (12)$$

Плановые значения показателей эффективности выполнения операций и использования средств определяются из выражения [8]

$$\begin{cases} e_{(ij)} = C_{(ij)}/S_{(ij)}, \\ e_{(ij)}(t) = x_{(ij)}(Z)/s_{(ij)}(t), \end{cases} \quad (13)$$

где t — текущий момент времени; $s_{(ij)}(t)$ и $\omega_{(ij)}(t)$ — планируемая динамика затрат и объема на $l_{(ij)}$ -й операции соответственно; $x_{(ij)}(Z)$ — планируемое число специалистов на $l_{(ij)}$ -й операции; $t_{(ij)}$ — планируемое время $l_{(ij)}$ -й операции; $W_{(ij)}$ — плановый объем $l_{(ij)}$ -й операции; S и $S_{(ij)}$ — фактические и планируемые суммарные затраты на выполнение $l_{(ij)}$ -й операции соответственно; $\lambda_{(ij)}$ — плановая производительность специалиста, $E_{(ij)}$ — запланированный объем инструмента, необходимого для реализации проекта, $e_{(ij)}$ и $e_{(ij)}(t)$ — плановая эффективность выполнения $l_{(ij)}$ -й операции и плановая эффективность использования средств на момент времени t соответственно.

С помощью модели (12) и соотношения показателей эффективности (13) можно до начала реализации проекта решать следующие задачи планирования: определение интенсивностей или количества организационно-технических ресурсов, позволяющих выполнить проект за заданное время; определение времени выполнения проекта при заданных ограничениях на интенсивности и ресурсы и др., оценка упущенной выгоды, штрафов и прочих санкций за перерасход средств и задержки в достижении конечной цели проекта. Отме-

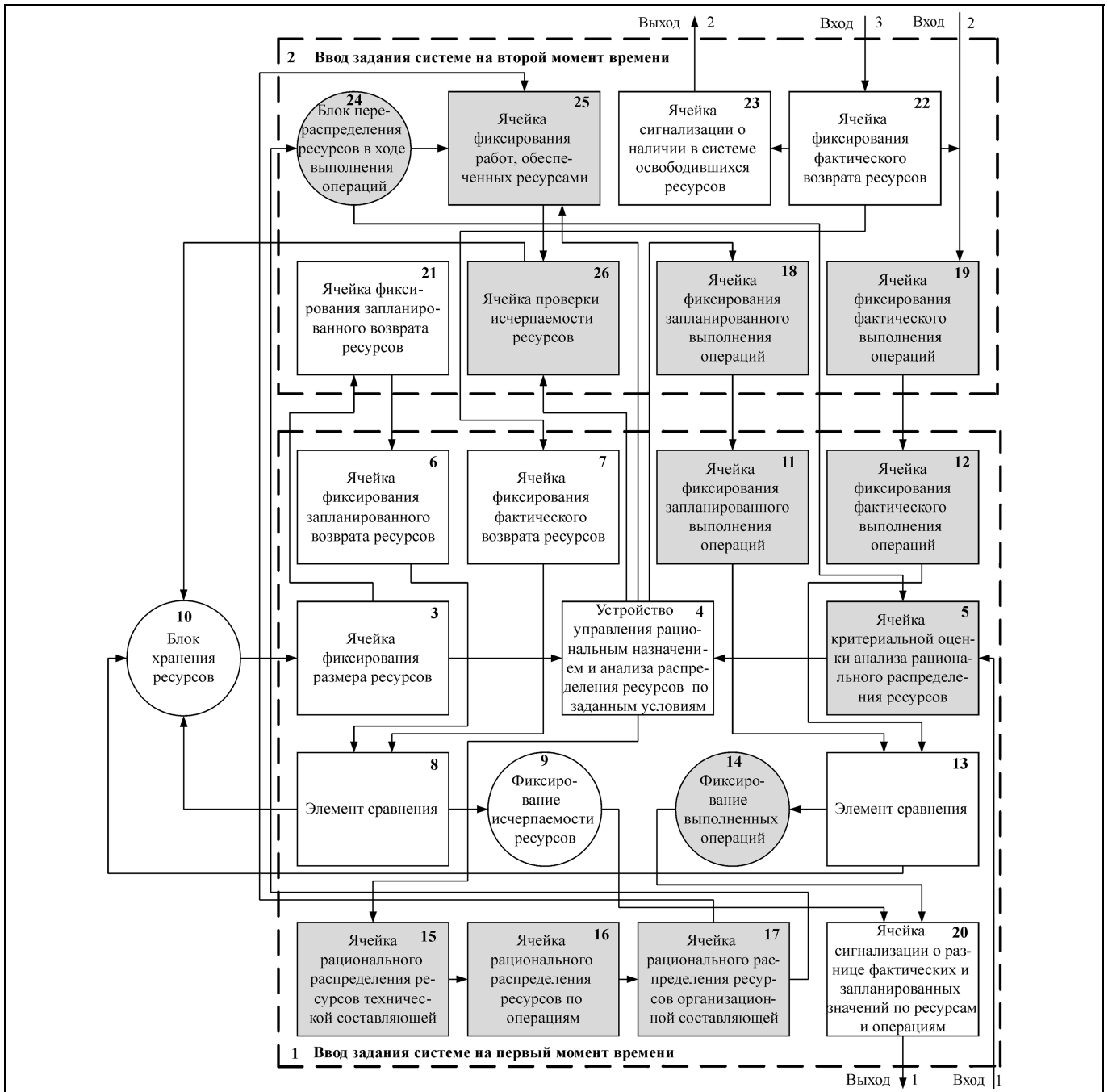


Рис. 1. Структура системы управления рациональным распределением ресурсов

тим, что в рамках рассматриваемой модели минимизировать суммарные затраты нельзя, так как они не зависят от интенсивностей и динамики потребления ресурса [11].

При воздействии на систему внешних и внутренних возмущающих факторов появляется необходимость в управляющих воздействиях и контроле хода выполнения проекта. Для этого необходимо фиксировать точки контроля через определенные промежутки времени [2].

В работе [7] приведен пример решения задачи оптимального распределения ресурсов по зависимым операциям с помощью модернизированного метода последовательных назначений, а также подробно рассмотрены основные этапы решения задачи при перераспределении ресурсов. В работе [12] представлена разработка алгоритмического обеспечения СУРРР в организационно-технических системах (ОТС) по множеству зависимых операций. Разработанные алгоритмы имеют вид за-

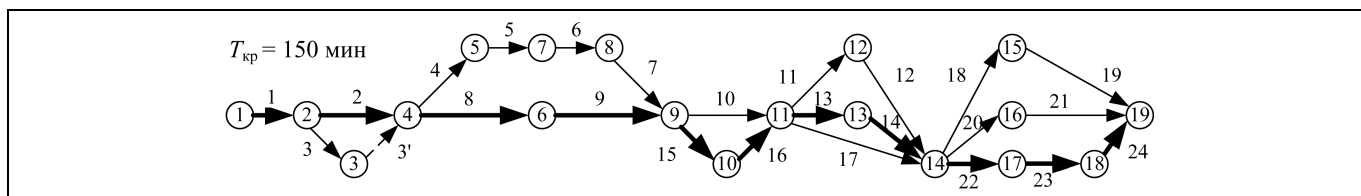


Рис. 2. Исходная сетевая модель развертывания радиолокационной станции

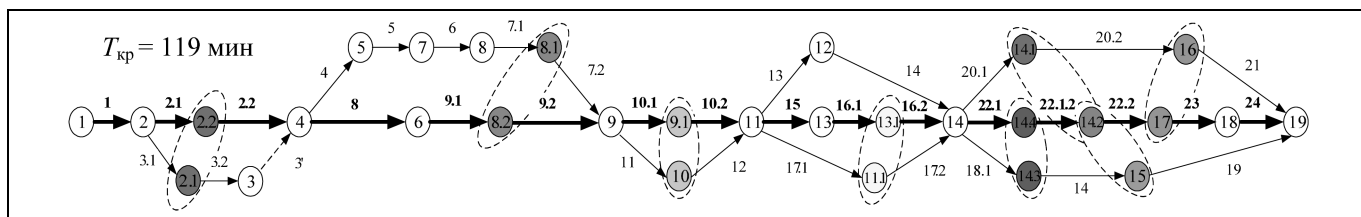


Рис. 3. Полученная сетевая модель развертывания радиолокационной станции

конченных программных продуктов и применяются в процессе функционирования СУРРП [8, 12].

4. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ

Пусть требуется развернуть радиолокационную станцию экипажем из восьми специалистов за минимальное время.

Условно разбив данный проект на операции, необходимо оптимально распределить ресурсы при заданном директивном времени. Исходные данные (время выполнения операций, план распределения специалистов 2-го и 3-го классов и полные положительные резервы времени операций) пред-

ставлены в табл. 1. Технология проектирования и принятый порядок выполнения операций представлены на рис. 2. Требуется определить оптимальную структуру сетевой модели, оптимальный план распределения специалистов, а также минимальное время выполнения проекта.

В результате решения задачи с помощью предложенного модернизированного метода последовательных назначений и алгоритма [7] получим оптимальную по структуре сетевую модель, представленную на рис. 3 и табл. 2 (с новым, оптимальным, планом распределения специалистов и минимальными полными положительными резервами времени операций).

Анализ показал, что критический путь сократится на 31 мин. Этим временем можно варьиро-

Таблица 1

Исходный план распределения ресурсов

| Операция | 1 | 2 | 3 | 3' | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
|-------------------|---|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| $t_{(ij)}$ | 5 | 12 | 5 | 0 | 10 | 24 | 10 | 14 | 40 | 22 | 13 | 10 | 5 | 8 | 15 | 18 | 8 | 22 | 11 | 6 | 8 | 10 | 18 | 10 | 2 |
| $x_{(ij)3}$ | 6 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| $x_{(ij)2}$ | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| $\Delta^*_{(ij)}$ | 0 | 0 | 7 | 7 | 4 | 4 | 4 | 4 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 3 | 3 | 0 | 0 | 4 | 13 | 13 | 12 | 12 | 0 | 0 | 0 |

Таблица 2

Оптимальный план распределения ресурсов

| Операция | 1 | 2.1 | 2.2 | 3.1 | 3.2 | 3 | ... | 9.1 | 9.2 | 10.1 | 10.2 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16.1 | 16.2 | 17.1 | 17.2 | 18.1 | 18.2 | 19 | 20.1 | 20.2 | 21 | 22.1.1 | 22.2.2 | 22.2 | 23 | 24 |
|-------------------|---|-----|-----|-----|-----|---|-----|-----|-----|------|------|----|----|-----|-----|----|------|------|------|------|------|------|----|------|------|-----|--------|--------|------|----|----|
| $t_{(ij)}$ | 5 | 1,5 | 3,2 | 1,5 | 3,1 | 0 | ... | 6,5 | 9 | 6 | 4 | 6 | 4 | 8 | 12 | 15 | 1 | 4,6 | 16 | 4,5 | 4 | 14 | 5 | 5 | 7,6 | 10 | 4 | 2,7 | 4,3 | 10 | 2 |
| $x_{(ij)3}$ | 6 | 3 | 4 | 3 | 2 | 0 | ... | 2 | 5 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 0 | 2 | 2 | 3 | 4 | 2 | 2 |
| $x_{(ij)2}$ | 2 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | ... | 2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| $\Delta^*_{(ij)}$ | 0 | 0 | 0 | 0,1 | 0,1 | - | ... | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,6 | 0,6 | 0 | 0 | 0 | 0,1 | 0,1 | 0 | 0 | 0 | 0,4 | 0,4 | 0,4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

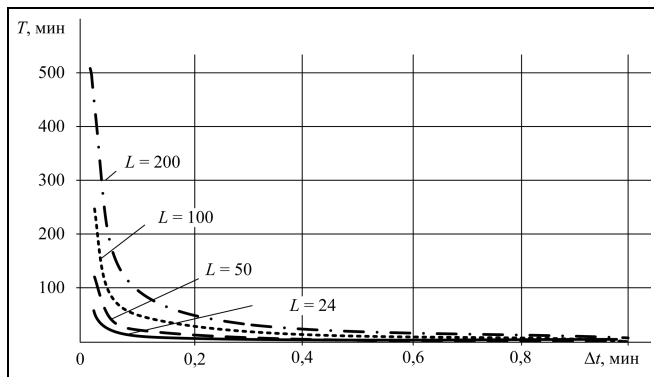


Рис. 4. Вычислительные затраты на ЭВМ в зависимости от числа операций

вать и определять директивные сроки выполнения проекта. Расчеты показывают, что резервы времени сокращаются с 92 до 4 мин, а экономия затрат составит 4,16 чел. · ч. Производительность специалистов увеличивается, а трудоемкость операций обратно пропорционально уменьшается. Внедрение модернизированного метода последовательных назначений вызовет эффект, связанный с уменьшением на 20,8 % временных затрат на развертывание, что подтверждено результатами экспериментальных исследований.

Общее время вычислительного процесса может быть определено по формуле

$$T = t_1 n_{\text{пер}} = K_1 K_2 t_{(ij)} L / \Delta t, \quad (14)$$

где t_1 — время определения оптимального варианта перераспределения специалистов в пределах двух соседних узлов, $n_{\text{пер}}$ — число перераспределений, K_1 — коэффициент производительности ЭВМ (0,5–0,7), K_2 — коэффициент запараллеленности операций сетевой модели (0,2–0,4), Δt — интервал деления операций (чем меньше Δt , тем выше точность получения оптимального решения задачи).

На рис. 4 приведен график вычислительных затрат на ЭВМ.

Анализ графика показывает, что для сетевых моделей с небольшим числом операций интервал Δt следует выбирать не больше 0,2 мин, а при большом числе операций — более, чем 0,4 мин, поскольку при меньших значениях Δt вычислительное время начинает возрастать в разы, тогда как снижение резервов времени будет составлять единицы процентов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дано решение задачи рационального распределения ограниченных ресурсов по зависимым операциям в организационно-технических системах с помощью модернизированного метода последова-

тельных назначений. Предложена структура системы, позволяющая осуществлять планирование, управление и контроль выполнения проекта. Изложенный подход распределения ресурсов может быть применен для оперативного развертывания и подготовки к функционированию сложных технических систем, ремонта, технического обслуживания, транспортирования и решения других задач управления в организационно-технических системах.

ЛИТЕРАТУРА

- Зырянов Ю.Т., Малыков К.А. Управление профилактикой в организационно-технических системах. — М.: АСТ-Пресс книга, 2005. — 160 с.
- Зырянов Ю.Т., Коновалов О.А. Алгоритм решения задачи распределения ресурсов в организационно-технической системе // Всерос. науч.-практ. конф. «Инновации в авиационных комплексах и системах военного назначения. Системы управления, связи и навигации» / ВАИУ, г. Воронеж. — Воронеж, 2009. — Ч. 9. — С. 78–83.
- Костина Л.П. Постановка проблемы оптимального распределения ресурсов на стохастических сетях со сложной пространственно-временной структурой // Вестник Санкт-Петербургского университета. — 1992. — Сер. 1, вып. 2 (8). — С. 15–19.
- Баркалов С.А., Бурков В.Н., Гилязов Н.М. Методы агрегирования в управлении проектами. — М.: ИПУ РАН, 1999. — 55 с.
- Бурков В.Н., Ланда Б.Д., Ловецкий С.Е. Сетевые модели и задачи управления. — М.: Советское радио, 1967. — 144 с.
- Горнев В.Ф., Емельянов В.В., Овсянников М.В. Оперативное управление в ГПС. — М.: Машиностроение, 1990. — 256 с.
- Зырянов Ю.Т., Коновалов О.А. Алгоритм распределения ресурсов по множеству зависимых операций // Информационно-измерительные и управляющие системы. — 2009. — № 10. — С. 10–16.
- Свид. 2007612327 РФ. Распределение ограниченных ресурсов организационно-технической системы военного назначения по множеству зависимых операций (программа для ЭВМ) / Ю.Т. Зырянов, С.Е. Сухоруков, О.А. Коновалов // Зарег. в Реестре программ для ЭВМ Роспатента 4.06.07.
- Бурков В.Н., Моисеенко Г.Е. Вопросы анализа и оптимизации комплексов операций при учете перемещений ресурсов // Автоматика и телемеханика. — 1969. — № 12. — С. 86–93.
- Пат. 2375750 РФ. Система рационального распределения ресурсов / О.А. Коновалов, Ю.Т. Зырянов, К.А. Малыков // Бюл. — 2009. — № 34. — 15 с.
- Колосова Е.В., Новиков Д.А., Цветков А.В. Методика освоения объема в оперативном управлении проектами. — М.: ООО «НИИЦ «Апостроф»», 2000. — 156 с.
- Свид. 2009611379 РФ. Алгоритмическое обеспечение системы управления распределением ресурсов в организационно-технической системе по зависимым операциям с переменной интенсивностью выполнения работ (программа для ЭВМ) / О.А. Коновалов, Ю.Т. Зырянов // Зарег. в Реестре программ для ЭВМ Роспатента 22.05.09.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Бурковым.

Зырянов Юрий Трифионович — д-р техн. наук, профессор, Тамбовский государственный технический университет, ✉ Zut-tmb@mail.ru,

Коновалов Олег Анатольевич — адъюнкт, Военный авиационный инженерный университет, г. Воронеж, ✉ Oleg-070707@yandex.ru,

Малыков Александр Константинович — адъюнкт, 13 ГНИИ МО РФ, г. Люберцы.

РЕГРЕССИОННО-ЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИАГНОСТИКИ ЗАБОЛЕВАНИЙ

Д.К. Тюмиков, С.А. Блашенцева, А.М. Субботин, Н.Н. Савченков

Статистические данные эксперимента обработаны тремя методами, вычислены коэффициенты корреляции, дисперсионные отношения (множественные, парные, дисперсионные отношения эффектов взаимодействия и дисперсионные отношения эффектов взаимосвязей) и информационные меры (множественные и парные). На основе их анализа выбраны доминантные переменные и предложена регрессионно-логическая модель диагностики заболевания.

Ключевые слова: коэффициент корреляции, дисперсионное отношение, информационная мера связи, доминантная переменная, регрессионно-логическая модель.

ВВЕДЕНИЕ

В медицинской практике все больше внимания уделяется математическим подходам. Они применяются для формализации описания заболеваний, решения диагностических задач, выбора методов лечения и оценки их эффективности и др. [1, 2]. Цель настоящей работы заключается в выявлении формальных признаков, вносящих наибольший вклад в формирование заключения о заболевании, и разработке математической модели, позволяющей установить диагноз заболевания.

1. ХАРАКТЕРИСТИКА ДАННЫХ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Имеется выборка объемом 156 наблюдений с числом предикторных переменных $n = 29$ (см. таблицу в Приложении) и одной зависимой переменной. Ряд переменных принимает ограниченное число значений: выходная переменная — {1, 2, 3}, пол — {0, 1} и др. Имеются и переменные, принимающие непрерывные значения. Диапазоны варьирования различны для различных переменных, поэтому в расчетах статистических мер применяется нормирование значений переменных для приведения их к одному диапазону [0; 1]. По данной информации (x, y) , $x \in X^n \subset \mathfrak{R}^n$, $y \in Y^1 \subset \mathfrak{R}^1$,

на основе элементов заданного множества функций $\Phi = \{f_1(x_i), \dots, f_n(x_i)\}$, $i = \overline{1, n}$ с помощью бинарных операций $\Omega = \{+, -, *, /, **\}$ и множества коэффициентов $C = \{c_1, \dots, c_k\}$ необходимо сконструировать многомерную зависимость $y(x)$, предположительно:

$$y = M[y|x] + \Xi = f(x_1, \dots, x_n, c_1, \dots, c_k) + \Xi,$$

где $M[y|x]$ — регрессия y по x , Ξ — помеха.

2. МЕТОД РАСЧЕТА

Исходная выборка была разбита на две части: обучающую, объемом 100 наблюдений, и контрольную, объемом 56 наблюдений. Обучающая выборка была обработана следующими мерами статистических связей: корреляционными (множественными и парными коэффициентами корреляции), дисперсионными [3] (множественное дисперсионное отношение, парные дисперсионные отношения, дисперсионные отношения эффектов взаимодействия, дисперсионные отношения эффектов взаимосвязей) и информационными [4] (многомерная информационная мера, парная информационная мера и парная условная информационная мера).

Основой подхода служит разложение множественного дисперсионного отношения, при анализе которого выбирается композиция многомерной

модели диагностики заболевания [3]. Введем обозначения: $n_{1,j} = C_{n-j}^{n-j}$, $j = \overline{0, n-1}$; $n_{2,j} = C_{n-j-i}^{n-j-i}$, $i = \overline{1, n-j}$; $X_{v,k} \subset X^n$ — v -е сочетание входных переменных размерности k , $0 \leq k \leq n$, например, $X_{0,2} = \{x_1, x_2\}$, $X_{1,2} = \{x_2, x_3\}$ и т. д.

Разложение дисперсии зависимой переменной имеет вид:

$$\begin{aligned}
 D[y] = & M \left[(y - M[y|X^n])^2 + \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{v=1}^{n_{1,j}} M \left[(M[y|X_{v,n-j}] + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \sum_{i=1}^{n-j} \sum_{v'=1}^{n_{2,j}} (-1)^i M[y|X_{v',n-j-i}] \right)^2 \right] + \\
 & + 2 \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{v=0}^{n_1} \sum_{j'=0}^{n'-1} \sum_{v''=1}^{n_1'} M \left[(M[y|X_{v,n-j}] + \right. \\
 & \left. + \sum_{i=1}^{n-j} \sum_{v'=1}^{n_2} (-1)^i M[y|X_{v',n-j-i}] \right) (M[y|X_{v'',n-j}] + \\
 & \left. + \sum_{i'=1}^{n-j'} \sum_{v'''=1}^{n_2'} (-1)^{i'} M[y|X_{v''',n-j'-i'}] \right), \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$X_{v',n-j-i} \subset X_{v,n-j}$$

Если поделить левую и правую части разложения (1) на $D[y]$ и переобозначить соответствующие слагаемые, то получим относительные величины, например, для двух переменных:

$$\begin{aligned}
 1 = & \theta_{yx_1x_2} + \eta_{y(x_1x_2)} + \eta_{yx_1} + \eta_{yx_2} + \\
 & + 2(\eta_{y(x_1x_2)(x_1)} + \eta_{y(x_1x_2)(x_2)} + \eta_{y(x_1)(x_2)}),
 \end{aligned}$$

где $\theta_{yx_1x_2}$ — доля (дисперсионное отношение) остаточной дисперсии, $\eta_{y(x_1x_2)}$ — дисперсионное отношение эффекта взаимодействия двух переменных; η_{yx_1} , η_{yx_2} — парные дисперсионные отношения; $(\eta_{y(x_1x_2)(x_i)})$ — дисперсионные отношения эффектов влияния взаимосвязей переменных x_1 , x_2 и x_i , $i = 1, 2$.

Расчет коэффициентов корреляции используется не только как «отслеживание» линейной статистической связи, но и для определения знака связи (прямая или отрицательная), что важно для интерпретации феноменологических явлений при различных заболеваниях. Расчет информационных мер привлечен для контроля возможностей дисперсионных характеристик в оценивании статистических связей при наличии функционально неоднозначных зависимостей.

Поскольку авторы не ставили своей целью полное исследование взаимосвязей между всеми переменными, было принято решение остановиться на применении программы обработки, дающей значения мер связи для трех предикторных переменных и одной выходной. Расчет дисперсионных отношений и информационных мер при большем количестве переменных приводит к резкому возрастанию времени обработки, при этом, как будет видно далее, не давая возможности значительно улучшить конечную модель. Для получения пересечения эффектов взаимодействия и взаимосвязей переменных использовалась скользящая индексация: $\{x_1, x_2, x_3, y\}$, $\{x_2, x_3, x_4, y\}$, ..., $\{x_{29}, x_1, x_2, y\}$.

На основании изучения парных дисперсионных отношений (ПДО), парных коэффициентов корреляции (ПКК) и парных информационных мер (ПИМ) из заданных признаков определили те, которые имеют наибольшее значение для построения модели; SN (см. таблицу в Приложении) — номер предикторной переменной при ранжировании по степени их значимости для построения модели, сокращенно — номер значимости.

Доминантные (существенные) переменные выбраны на основе ПДО по формуле [3]:

$$Q = \min_m Q(m) = \min_m \left(\frac{1}{n-m} \sum_{i=m+1}^n \eta_{yx_i} / \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \eta_{yx_i} \right),$$

где m — число доминантных переменных, $1 \leq m \leq n$.

Содержательная интерпретация выбора заключается в разбиении ранжированного ряда парных дисперсионных отношений на две группы путем максимизации расстояния между центрами (средними значениями) этих групп.

Из таблицы видно, что ПДО и ПИМ достаточно согласованны. В большей части их согласованность поддерживают ПКК. Также видно отсутствие полного мажорирования ПДО над ПКК. Это связано с ограниченным числом уровней вариации предикторных переменных для оценивания дисперсионных отношений, в то время, как коэффициенты корреляции вычислялись без категоризации.

О предикторах 27 и 29, выделенных информационной мерой, можно сказать, что они являются аргументами, порождающими неоднозначность зависимой функции. Такую зависимость распознает только информационная мера [5, 6]. Применение ПИМ позволило выделить две переменные, отбрасываемые при корреляционных и дисперсионных мерах. Дополнительно было выяснено, что при построении модели диагноза без этих переменных около 5 % обследуемых будет отнесено не к той группе заболевания. Также было выяснено, что ис-

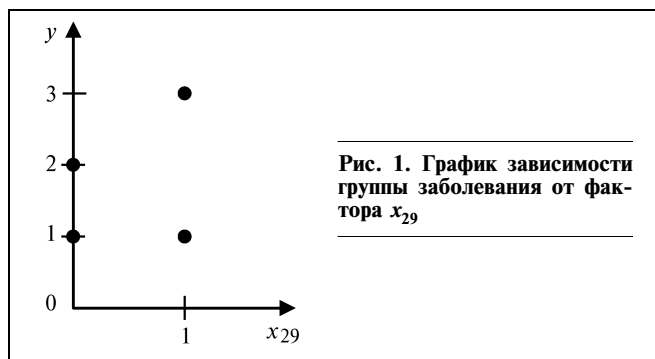


Рис. 1. График зависимости группы заболевания от фактора x_{29}

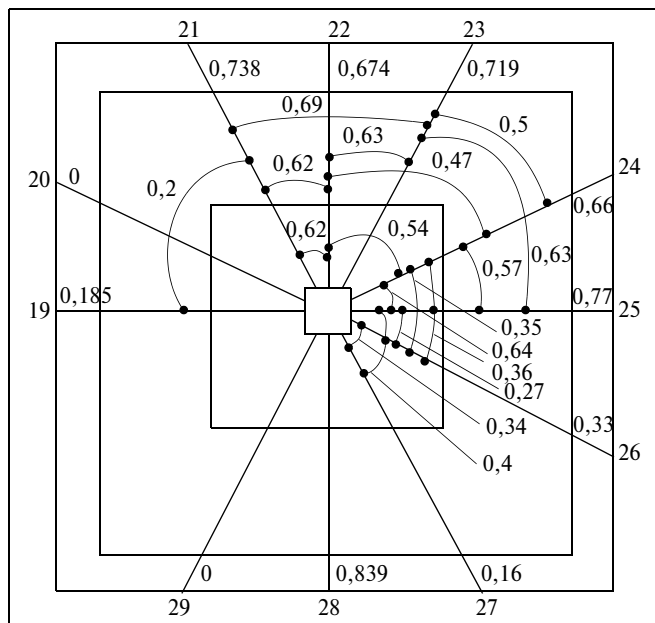


Рис. 2. Эффекты взаимодействия и взаимосвязей для признаков 19—29

пользование одной из этих переменных позволяет однозначно отнести больного ко второй или третьей группе, при этом первая группа заболевания надежно идентифицировалась на основе регрессионной модели.

Тот факт, что данную переменную удалось выделить только с помощью ПИМ, можно объяснить, обратившись к рис. 1. У всех больных второй группы данная переменная имеет значение, равное 0, тогда как у всех больных третьей группы значение данной переменной равно 1. У больных первой группы данный параметр может принимать оба значения. Очевидна неоднозначность зависимости как по аргументу, так и по функции.

Полный набор использованных при анализе дисперсионных отношений рассмотрим на переменных 19—29 (см. таблицу в Приложении). Эти

переменные имеют наиболее выраженные эффекты взаимодействия и взаимосвязи, что представлено в виде диаграммы на рис. 2.

На диаграмме значения дисперсионных отношений эффектов взаимодействия отражены во внутреннем квадрате, эффектов взаимосвязи — в среднем, а парные дисперсионные отношения в крайнем поле (наружном квадрате). Вне поля представлены номера входных переменных (предикторы) в общей выборке.

Видно, что наибольшее значение ПДО имеют переменные 28, 25, 21, 22, 23, 24 {0,84, ..., 0,66}. Переменные 28 и 23 использовались на начальном этапе анализа данных и при конструировании модели диагностики будут исключены, так как их значения определяются врачом-профессионалом.

Анализ дисперсионных отношений эффекта взаимодействия показывает, что наибольшее взаимодействие наблюдается между переменными: (24, 25) → 0,64; (21—22) → 0,62; (22—24) → 0,54; 24—26 → 0,35; (24—25—26) → 0,36; (25—26) → 0,27; (26—27) → 0,34; (25—26—27) → 0,4.

Значения дисперсионных отношений эффектов влияния взаимосвязей для этого набора переменных: (19)(21) → 0,2; (21)(22) → 0,62; (21)(23) → 0,69; (22)(23) → 0,63; (22)(24) → 0,47; (23)(24) → 0,5; (23)(25) → 0,63; (24)(25) → 0,57.

В ходе исследования были выявлены взаимодействие и взаимосвязь между рядом предикторов. Как оказалось, эти предикторы отражали, в целом, одну характеристику — состояние кислотопродуцирующей функции желудка, что, в общем, согласуется с современными представлениями о механизмах развития атрофического гастрита.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТРУКТУРЫ МНОГОМЕРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ НА ОСНОВЕ МЕР СТАТИСТИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ

При исследовании статистических связей доминантных переменных было выяснено, что среди набора дисперсионных отношений значительно преобладают парные дисперсионные отношения. Это позволяет выдвинуть гипотезу аддитивной многомерной зависимости [3]:

$$y = \sum_{i=1}^m f_i(x_i),$$

где m — число доминантных переменных, $f_i(x_i)$ — некоторая функция одной переменной.

Учитывая близость по значениям парных дисперсионных отношений и парного коэффициента

корреляции, можно предложить гипотезу линейной аддитивной композиции:

$$y = \sum_{i=1}^m c_i x_i$$

Коэффициенты зависимости определялись на обучающей выборке методом наименьших квадратов.

На основе выявленных ведущих признаков была построена регрессионная модель, которая позволяет с высокой точностью отнести пациента к определенной группе:

$$y_p = \sum_{i=1}^8 c_i x_i$$

Непрерывный диапазон значений отклика регрессионной модели был разбит на поддиапазоны. Номер группы пациента определялся в зависимости от того, в какой поддиапазон попало значение, рассчитанное по модели диагностики: группа хронического гастрита без атрофии (№ 1), атрофического гастрита без геликобактериоза (№ 2) или атрофического гастрита с геликобактериозом (№ 3).

Учитывая вид взаимосвязи зависимой переменной с предиктором x_{29} , было решено ввести этот предиктор в модель операциями логики. В результате была получена регрессионно-логическая модель диагностики заболевания с безошибочной диагностикой на заданной выборке, включая контрольную:

$$y_d = \begin{cases} 1 & \text{при } y_p \in [0,5; 1,5), \\ 2 & \text{при } (y_p \in [1,5; 3,5)) \wedge (x_{29} = 0), \\ 3 & \text{при } (y_p \in [1,5; 3,5)) \wedge (x_{29} = 1), \end{cases}$$

где \wedge — знак конъюнкции.

Описанная модель для практического применения врачами-гастроэнтерологами представлена в виде компьютерной программы. Спорным моментом до сих пор считалась необходимость проведения быстрого уреазного теста (предиктор x_{29}) у больных с хроническим гастритом и его диагностическое значение. Исследования показали, что введение в модель принятия решения о диагностике группы значения уреазного теста, однозначно определяет 2-ю или 3-ю группу. Первая группа пациентов диагностируется с высокой степенью вероятности без уреазного теста на основании построенной регрессионной модели.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе статистических данных о пациентах при априорной неопределенности о виде модели диагностики заболевания были вычислены три группы статистических мер связей: корреляционные, дисперсионные и информационные. Анализ парных дисперсионных характеристик позволил выбрать доминантные переменные, уменьшив размерность вектора предикторных переменных с 29 до 9 (8 + 1). Дисперсионные отношения позволили вскрыть феноменологическую природу развития атрофического гастрита и постулировать аддитивную структуру многомерной зависимости. Информационные меры обнаружили неоднозначность зависимости выходной переменной от одного из предикторов, чем и была вызвана необходимость ввода этого предиктора в модель диагностики с помощью логических операций. Модель показала безошибочную диагностику на представленной выборке.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Результаты исследования изучаемых признаков с учетом ПДО, ПКК и ПИМ

| № | Наименование переменных | SN | ПДО | ПКК | ПИМ |
|---|----------------------------------|----|-------|-------|-------|
| 1 | Пол | 0 | 0 | -0,1 | 0 |
| 2 | Возраст | 9 | 0,5 | 0,67 | 0,61 |
| 3 | Боли в эпигастрии | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | Дискомфорт в эпигастрии | 0 | 0 | 0,16 | 0 |
| 5 | Наследственность по раку желудка | 0 | 0,123 | 0,35 | 0,135 |
| 6 | Стресс | 0 | 0 | -0,13 | 0 |
| 7 | Нарушение питания | 0 | 0,13 | -0,35 | 0,18 |
| 8 | Длительность заболевания | 0 | 0,35 | 0,21 | 0,5 |
| 9 | Частота обострения в год | 0 | 0,11 | -0,1 | 0,17 |



| № | Наименование переменных | SN | ПДО | ПКК | ПИМ |
|----|--|----|------|-------|-------|
| 10 | Пальпация (болезненность в эпигастрии) | 0 | 0 | -0,12 | 0 |
| 11 | Норма | 0 | 0 | -017 | 0 |
| 12 | Эндоскопические признаки эритематозной и застойной гастропатии | 6 | 0,7 | -0,85 | 0,8 |
| 13 | Эндоскопические признаки атрофии антрума | 0 | 0,36 | 0,6 | 0,35 |
| 14 | Эндоскопические признаки атрофии антрума и тела | 0 | 0,16 | 0,4 | 0,18 |
| 15 | Эндоскопические признаки атрофии тела | 0 | 0 | 0,14 | 0,11 |
| 16 | Норма при морфологическом исследовании слизистой желудка | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 17 | Хронический гастрит без атрофии по данным морфологии | 2 | 0,8 | -0,9 | 1 |
| 18 | Атрофия антрума по данным морфологии | 0 | 0,29 | 0,5 | 0,285 |
| 19 | Атрофия антрума по данным эндоскопии | 0 | 0,19 | 0,43 | 0,21 |
| 20 | Атрофия антрума и тела по данным морфологии | 0 | 0 | 0,14 | 0,11 |
| 21 | pH тела | 4 | 0,74 | 0,73 | 0,93 |
| 22 | pH антрума | 7 | 0,67 | 0,6 | 0,91 |
| 23 | Заключение по результатам pH-метрии | 5 | 0,72 | 0,8 | 0,86 |
| 24 | Гастрин 17 | 8 | 0,66 | -0,59 | 0,9 |
| 25 | Гастрин 17 (стимул) | 3 | 0,77 | -0,8 | 0,92 |
| 26 | Пепсиноген I | 0 | 0,33 | -0,4 | 0,48 |
| 27 | H. pylori | 0 | 0,16 | 0 | 0,72 |
| 28 | Заключение по результатам серологического исследования | 1 | 0,84 | 0,8 | 1 |
| 29 | Уреазный тест на H. pylori | 0 | 0 | 0 | 0,6 |

ЛИТЕРАТУРА

1. *Леонов В.П.* Применение статистики в статьях и диссертациях по медицине и биологии. Ч. IV. Наукометрия статистической парадигмы экспериментальной биомедицины. URL: <http://www.mediasphera.ru/mjmp/2002/3/r3-02-1.htm> (дата обращения 29.11.2010).
2. *Блащенко С.А., Субботин А.М., Ефимова Е.И.* Прогнозирование развития атрофического гастрита с использованием математического моделирования // Российский журнал гастроэнтерологии, гепатологии, колопроктологии. — № 5. — 2009. — С. 23.
3. *Тюмиков Д.К.* Идентификация многомерных нелинейных объектов на основе дисперсионных отношений. — Самара: изд-во СНЦ РАН, 2008. — С. 162.
4. *Савченков Н.Н., Тюмиков Д.К.* Информационные меры статистической связи для идентификации многомерных по входу объектов // Изв. Самарского науч. центра РАН. — 2007. — Т. 9, № 3 (21). — С. 650—653.
5. *Дисперсионная идентификация* / Под ред. Н.С. Райбмана. — М.: Наука, 1981. — 336 с.
6. *Савченков Н.Н., Тюмиков Д.К.* Энтропийная мера для идентификации нелинейных статистических связей // Математика. Компьютер. Образование: Сб. науч. тр. — М. — Ижевск, 2007. — Т. 2. — 392 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Новосельцевым.

Тюмиков Дмитрий Кондратович — канд. техн. наук, доцент, Самарский государственный университет путей сообщения, ✉ dktyumikov@mail.ru,

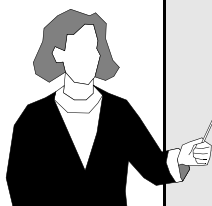
Блащенко Светлана Александровна — д-р мед. наук, профессор, Институт последипломного образования Самарского государственного медицинского университета, ☎ (846) 333-71-44, ✉ svalb63@yandex.ru,

Субботин Александр Михайлович — зав. отделом, МЛПУ «Городская больница № 13», г. Нижний Новгород, ☎ (831) 294-33-16, ✉ subbotinam@rambler.ru,

Савченков Николай Николаевич — вед. инженер, Самарский государственный университет путей сообщения, ✉ nsavchen@rambler.ru.

Читайте в следующем номере

- ✓ **Добровидов А.В., Кулида Е.Л., Рудько И.М.** Управление движением объекта в конфликтной среде
- ✓ **Зуев А.С., Федянин Д.Н.** Модели управления мнениями агентов в социальных сетях
- ✓ **Корноушенко Е.К.** Линейный подход к управлению равновесными состояниями нелинейных нормированных моделей
 - ✓ **Жириков А.Н., Бобко Е.Ю., Варнаков А.И., Писарец А.М.** Учет неуправляемости системы при решении задачи функционального диагностирования
 - ✓ **Безгинов А.Н., Трегубов С.Ю.** Многокритериальный подход к оценке расписания занятий на основе нечёткой логики



ЗАДАЧА ПОСТРОЕНИЯ РАСПИСАНИЯ КОНФИГУРАЦИЙ ДЛЯ БЕСПРОВОДНЫХ СЕНСОРНЫХ СЕТЕЙ

Е.А. Наградов

В целях максимизации продолжительности функционирования сети до исчерпания запаса энергии первого из узлов предложен централизованный алгоритм формирования расписания, основанный на построении набора конфигураций с помощью алгоритма Гарга—Конеманна и последующем решении задачи линейного программирования над построенными конфигурациями.

Ключевые слова: сенсорная сеть, маршрутизация, расписание.

ВВЕДЕНИЕ

Беспроводные сенсорные сети получают широкое распространение при решении задач сбора информации о состоянии окружающей среды, наблюдения за состоянием вулканов [1], обнаружения лесных пожаров [2], наблюдения за состоянием ледников [3].

Для обеспечения автономности узлов, как правило (см., например, работы [1, 2, 4]), в качестве источника энергии узла используется батарея, в связи с чем возникает задача обеспечения максимальной продолжительности функционирования узлов сети.

Будем рассматривать сенсорные сети, для которых характерны следующие особенности.

- В сети явно выделен один узел — базовая станция, через которую производится передача данных из сети. Все узлы сети, за исключением базовой станции, обладают ограниченным запасом энергии.
- Узлы сети неподвижны, в результате чего множество соседних узлов (т. е. узлов, которые могут получать сообщения от данного узла или передавать сообщения данному узлу) для каждого из узлов сети не изменяется в процессе функционирования сети.
- Сценарий использования сети заключается в сборе сообщений от датчиков, содержащихся в

узлах сети, и передаче их на базовую станцию. При этом инициаторами передачи данных выступают узлы сети.

Для сетей рассматриваемого класса будем решать задачу максимизации продолжительности функционирования сети до отказа первого из узлов сети из-за исчерпания ресурса батареи.

1. КОНФИГУРАЦИЯ СЕТИ

В настоящей работе рассматривается способ максимизации продолжительности жизни сети, основанный на разделении ролей узлов. Далее предполагается использование в сети протокола MAC-уровня, определяющего следующие роли (режимы функционирования) узлов: маршрутизатор и листовой узел.

В задачи листовых узлов входит сбор данных с датчиков и, в случае появления необходимых для передачи сообщений, передача сообщений маршрутизатору. На маршрутизаторы дополнительно возлагается задача ожидания сообщений от соседних узлов (как маршрутизаторов, так и листовых узлов) и передача полученных сообщений в направлении базовой станции. В отличие от маршрутизаторов, для листовых узлов не требуется выполнять прослушивание радиоканала, в результате чего их энергопотребление существенно ниже (1:3—1:8 по отношению к энергопотреблению уз-



ла-маршрутизатора в зависимости от пропускной способности сети [5, 6]). В работе [5] предложена модификация стека протоколов ZigBee, позволяющая отключать радиопередатчик листовых узлов при отсутствии готовых для передачи сообщений.

Для обеспечения возможности передачи данных от каждого из узлов до базовой станции формируется «конфигурация» сети, определяющая распределение ролей узлов в сети и направления передачи сообщений от узлов до базовой станции. Конфигурация сети является остовным деревом с корнем в базовой станции. Нелистовые узлы конфигурации функционируют в роли маршрутизаторов, связи между узлами определяют направления передачи сообщений.

Далее затраты энергии узлов на передачу сообщений в сети считаются пренебрежимо малыми по сравнению с затратами энергии на ожидание сообщений. Таким образом, энергопотребление узлов определяется только ролью узлов в текущей конфигурации сети.

В связи с тем, что потребление энергии маршрутизаторов превосходит энергопотребление листовых узлов, для увеличения продолжительности функционирования узлов требуется перераспределять роли узлов, изменяя конфигурацию сети.

1.1. Централизованное управление конфигурацией сети

В настоящей работе используется централизованный подход к формированию конфигураций сети. Общий принцип централизованного управления конфигурацией сети заключается в следующем.

1. На начальном этапе функционирования сети каждый из узлов сети собирает информацию о том, какие узлы являются для него соседними.

2. Каждый из узлов передает базовой станции информацию о запасе энергии и перечень соседних с ним узлов.

3. Базовая станция на основании информации о наборе соседних узлов формирует граф сети. На основании графа сети и информации о запасе энергии узлов базовая станция вычисляет динамику изменения конфигураций для сети (расписание). Расписание определяет набор конфигураций сети и продолжительность использования каждой из конфигураций.

4. Базовая станция выбирает первую конфигурацию из расписания.

5. Базовая станция передает каждому из узлов сети информацию о роли узла в новой конфигурации и идентификатор родительского узла.

6. По окончании процедуры распространения узлам информации о конфигурации, базовая станция инициирует смену конфигурации посредством передачи всем узлам соответствующей команды.

7. По истечении продолжительности использования конфигурации, определяемой расписанием, базовая станция выбирает следующую конфигурацию из расписания и повторяет пп. 5 и 6.

Применимость централизованного управления для сетей стандарта ZigBee [7] показана в работе [5], где предложен жадный алгоритм формирования конфигураций сети для случая одинакового начального запаса энергии узлов, основанный на раскраске графа связности. В данной работе предлагается альтернативный способ решения задачи, основанный на сведении задачи к задаче непрерывного линейного программирования, допускающий применение при различном начальном запасе энергии.

2. ЗАДАЧА ПОСТРОЕНИЯ РАСПИСАНИЯ КОНФИГУРАЦИЙ

Приведем формальную постановку задачи построения расписания конфигураций сети для рассматриваемого класса сенсорных сетей.

Множество узлов сети. Обозначим $V = \{v_i\}_{i=0}^n$ — множество узлов сети. Узел v_0 является базовой станцией сети.

Домены узлов сети. На начальном этапе функционирования сети узлы собирают информацию о собственном домене (множестве узлов, сообщения от которых узел может принимать). Обозначим $D(v) \subseteq V$ — домен узла v .

Граф сети. На основании информации о доменах узлов сети, базовая станция формирует «граф сети». Граф сети — неориентированный граф (V, E) , где V — множество вершин, совпадающее с множеством узлов сети, а $E \subseteq V \times V$ — множество ребер. Ребро между узлами v_i и v_j существует тогда, когда узлы входят в домены друг друга: $(v_i, v_j) \in E \Leftrightarrow (v_i \in D_j) \wedge (v_j \in D_i)$.

Конфигурация сети. Для заданного графа сети (V, E) конфигурацией сети будем называть остовное дерево $q = (V, \hat{E})$ с корнем в вершине v_0 . Обозначим $V_R \in V$ — множество узлов, функционирующих в роли маршрутизаторов, $V_S = V \setminus V_R$ — множество листовых узлов. Множества V_R и V_S для заданной конфигурации $q = (V, \hat{E})$ могут быть определены следующим образом: $V_R = \{v_i | d(v_i) > 1\} \cup v_0$,

$V_S = V \setminus V_R$, где $d(v)$ — степень вершины v в дереве (V, \hat{E}) .

Энергопотребление узлов сети. Для каждого из узлов сети $v \in V$ определим энергопотребление в конфигурации $q = (V, \hat{E})$ в единицу времени следующим образом: $e(q, v) = e_r$, если v — маршрутизатор в конфигурации q , $e(q, v) = e_s$, если v — листовая узел.

Расписание конфигураций. Расписанием конфигураций будем называть множество пар $S = \{(q_j, t_j)\}_{j=1}^m$, где $q_j = (V, \hat{E})$ — конфигурация сети, t_j — продолжительность использования конфигурации. Продолжительностью использования расписания будем называть $\tau(S) = \sum_{j=1}^m t_j$. Расписание S будем называть корректным, если до момента времени $\tau(S)$ ни один из узлов сети не израсходует начальный запас энергии.

Сформулируем оптимизационную задачу построения расписания конфигураций:

Задача 1. Для заданного графа сети (V, E) , начального запаса энергии узлов $b(v)$, энергопотребления маршрутизаторов в единицу времени e_r , энергопотребления листовых узлов в единицу времени e_s требуется построить корректное расписание конфигураций сети максимальной продолжительности. ♦

3. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

3.1. Сведение исходной задачи к задаче непрерывного линейного программирования

Обозначим $Q = \{q_j\}_{j=1}^m$ — множество всех возможных конфигураций для графа сети (V, E) . Каждой конфигурации $q_j \in Q$ сопоставим продолжительность t_j ее использования. Тогда задача 1 может быть сформулирована следующим образом:
максимизировать

$$\sum_{j=1}^m t_j \quad (1)$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^m e(q_j, v_i) t_j \leq b(v_i), \quad i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

$$t_j \geq 0. \quad (3)$$

Задача (1)—(3) является задачей непрерывного линейного программирования. Условие (2) представляет собой ограничение корректности расписания. При заданном множестве Q точное решение задачи может быть получено посредством симплекс-метода.

3.2. Описание алгоритма решения задачи

В связи с тем, что множество Q всех возможных конфигураций сети экспоненциально [8] зависит от числа узлов сети, вычисление всего множества конфигураций перед решением задачи непрерывного линейного программирования является вычислительно сложным. Поэтому в данной работе предлагается построить подмножество конфигураций $Q' \subset Q$, для которого искомое расписание может быть получено решением задачи линейного программирования (1)—(3):

- Сформируем подмножество конфигураций $Q' \subset Q$ (см. пп. 3.2.1). Множество Q' строится таким образом, чтобы среди элементов множества были конфигурации, максимально различающиеся набором маршрутизаторов.
- На основе множества Q' сформируем набор условий для задачи (1)—(3) и решим задачу с помощью симплекс-метода (см. пп. 3.2.3). Искомое расписание получим следующим образом: $S = \{(q_j, t_j) | t_j > 0\}$.

В § 4 приводится сравнение эффективности предложенного алгоритма и алгоритма, основанного на способе построения множества Q' , приведенного в работе [5].

3.2.1. Формирование множества Q'

Для построения множества конфигураций используется эвристический алгоритм, основанный на алгоритме Гарга—Конеманна — многошаговом эвристическом алгоритме для решения задачи непрерывного линейного программирования (1)—(3) без первоначального построения множества конфигураций Q .

Основная идея алгоритма состоит в следующем.

1. Каждому из узлов сети $v_i, i = 1, \dots, n$, присваивается вес $y(v_i)$.

2. На каждом шаге алгоритма для заданных весов узлов выполняется построение конфигурации q с минимальным значением стоимости

$$\omega = \sum_{i=1}^n e(q, v_i) y(v_i).$$

Описание эвристического алгоритма для построения такой конфигурации приведено далее в пп. 3.2.2. Построенная конфигурация добавляется в расписание.



3. По окончании шага вес узлов увеличивается на величину, пропорциональную их потреблению энергии в построенной конфигурации и заданному параметру ε . Таким образом, на следующем шаге алгоритма, конфигурации, повторно использующие уже выбранные ранее узлы-маршрутизаторы, будут обладать большей стоимостью.

В результате работы алгоритма Гарга—Конеманна получаем множество пар $(q_j, t_j)_{j=1}^l$, где q_j — построенные конфигурации, а t_j — продолжительность использования конфигурации. Параметр ε определяет точность алгоритма и число шагов алгоритма, которое для заданного значения ε не превосходит $\left\lceil \frac{1}{\varepsilon} \log_{1+\varepsilon}(n) \right\rceil$ [9].

Заметим, что алгоритм Гарга—Конеманна может применяться и без последующего повторного решения задачи непрерывного линейного программирования (1)—(3), однако, как будет показано далее, такой способ решения задачи обладает меньшей эффективностью (см. пп. 3.2.3 и п. 4.1).

3.2.2. Задача построения конфигурации минимальной стоимости

В контексте решаемой задачи 1 сформулируем подзадачу построения конфигурации сети с минимальной стоимостью для заданных весов узлов, которая решается на каждом шаге алгоритма Гарга—Конеманна:

Задача 2. Для заданных графа сети (V, E) , потребления энергии в единицу времени для маршрутизаторов и листовых узлов e_r и e_s соответственно и весов узлов $y(v_i)$ требуется построить конфигурацию сети $q = (V, \hat{E})$, минимизирующую стоимость

$$\omega = \sum_{i=1}^n e(q, v_i) y(v_i), \text{ где } e(q, v_i) \text{ — энергопотребление узла } v_i \text{ в конфигурации } q. \blacklozenge$$

Для решения задачи 2 в данной работе применяется жадный эвристический алгоритм, состоящий из следующих шагов.

Шаг 1. Все узлы, за исключением узла v_0 , окрашиваются белым цветом. Узел v_0 окрашен серым цветом. Множество ребер в дереве конфигурации пусто.

Шаг 2. Среди узлов серого цвета выбирается такой узел с максимальным значением $|C_0(v)|/y(v)$, где $C_0(v)$ — множество узлов, соседних с узлом v , окрашенных белым цветом. Узел v помечается черным цветом, и для каждого соседнего с ним белого узла v' выполняется следующее: узел v' окрашива-

ется серым, и в множество ребер добавляется ребро (v, v') .

Шаг 3. Если не осталось ни одного узла, окрашенного белым, то останов. Иначе переход на шаг 2.

Алгоритм позволяет построить конфигурацию в том случае, если граф сети связный. Результат работы алгоритма — конфигурация $q = (V, \hat{E})$, множество маршрутизаторов которой соответствует узлам, окрашенным черным цветом.

Теорема 1. Если для алгоритма решения задачи поиска конфигурации минимальной стоимости (задача 2) выполняется оценка точности $\omega \leq f_{\omega_{\text{opt}}}$, где ω_{opt} — значение стоимости для оптимального решения, то для решения задачи 1 алгоритмом Гарга—Конеманна выполняется оценка точности $t_{\text{opt}}/t \leq (1 - \varepsilon)^{-2} f$, где t — продолжительность расписания, полученного алгоритмом, t_{opt} — максимальная продолжительность расписания, $\varepsilon \in (0, 1)$ — параметр алгоритма Гарга—Конеманна. \blacklozenge

Доказательство приводится в работе [9].

Теорема 2. Для предлагаемого в данной работе алгоритма решения задачи 2 при условии $e_r > e_s$ выполняется оценка точности $\omega \leq \omega_{\text{opt}} e_r / e_s$. \blacklozenge

В самом деле, пусть ω_{opt} — точное решение задачи 2. Тогда $\omega_{\text{opt}} = e_r \sum_{v_i \in V_{\text{Ropt}}} y(v_i) + e_s \sum_{v_i \in V_{\text{Sopt}}} y(v_i) \geq e_s \sum_{i=1}^n y(v_i)$, $\omega = e_r \sum_{v_i \in V_R} y(v_i) + e_s \sum_{v_i \in V_S} y(v_i) \leq e_r \sum_{i=1}^n y(v_i)$, $\frac{\omega}{\omega_{\text{opt}}} \leq \frac{e_r \sum_{i=1}^n y(v_i)}{e_s \sum_{i=1}^n y(v_i)} = \frac{e_r}{e_s}$.

$$\begin{aligned} &\geq e_s \sum_{i=1}^n y(v_i), \quad \omega = e_r \sum_{v_i \in V_R} y(v_i) + e_s \sum_{v_i \in V_S} y(v_i) \leq \\ &\leq e_r \sum_{i=1}^n y(v_i), \quad \frac{\omega}{\omega_{\text{opt}}} \leq \frac{e_r \sum_{i=1}^n y(v_i)}{e_s \sum_{i=1}^n y(v_i)} = \frac{e_r}{e_s}. \end{aligned}$$

Теорема 3. Для предложенного алгоритма решения задачи 1 на основе алгоритма Гарга—Конеманна выполняется оценка точности $t_{\text{opt}}/t \leq (1 - \varepsilon)^{-2} e_r / e_s$, где $\varepsilon \in (0, 1)$ — параметр алгоритма Гарга—Конеманна. \blacklozenge

Доказательство следует из теорем 1 и 2.

3.2.3. Формирование расписания на основе множества Q'

Особенность решения задачи (1)—(3), получаемого непосредственно из алгоритма Гарга—Конеманна, заключается в чрезвычайно большом числе конфигураций в получаемом расписании (см. далее п. 4.1), в результате чего построенное расписание не применимо для централизованного управления конфигурацией сети в связи с существенными затратами на формирование конфигурации.

Поэтому предлагается выполнить пост-обработку решения, полученного на первом шаге, в целях сокращения числа конфигураций в построенном расписании.

На основании множества Q' , полученного на первом шаге, сформируем набор условий для задачи непрерывного линейного программирования (1)–(3) согласно описанию, приведенному в п. 3.1. Для решения построенной задачи был применен симплекс-метод. Исследуем эффективность этого шага алгоритма (см. п. 4.1).

4. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРЕДЛОЖЕННЫХ АЛГОРИТМОВ

4.1. Исследование эффективности шага пост-обработки решения алгоритма Гарга—Конеманна

Для экспериментов были выбраны сценарии, представленные в табл. 1.

Таблица 1

Сценарии функционирования сети

| Сценарий | Число узлов | Максимальный радиус |
|----------|-------------|---------------------|
| 1 | 50 | 30 |
| 2 | | 50 |
| 3 | 80 | 30 |
| 4 | | 50 |

Таблица 2

Эффективность применения шага пост-обработки

| Сценарий | ε | $ S(GK) $ | $t(GK)$ | $ S(LP) $ | $t(LP)$ |
|----------|---------------|-----------|---------|-----------|---------|
| 1 | 0,5 | 24 | 112,6 | 4 | 166,6 |
| | 0,3 | 73 | 139,5 | 6 | |
| | 0,1 | 371 | 157,9 | 5 | |
| 2 | 0,5 | 35 | 164,3 | 21 | 336,7 |
| | 0,3 | 121 | 237,5 | 26 | 357,1 |
| | 0,1 | 634 | 316,0 | 35 | |
| 3 | 0,5 | 36 | 152,4 | 18 | 277,7 |
| | 0,3 | 127 | 215,2 | 16 | |
| | 0,1 | 1184 | 262,6 | 20 | |
| 4 | 0,5 | 45 | 190,5 | 13 | 382,3 |
| | 0,3 | 159 | 269,4 | | |
| | 0,1 | 1510 | 345,4 | | |

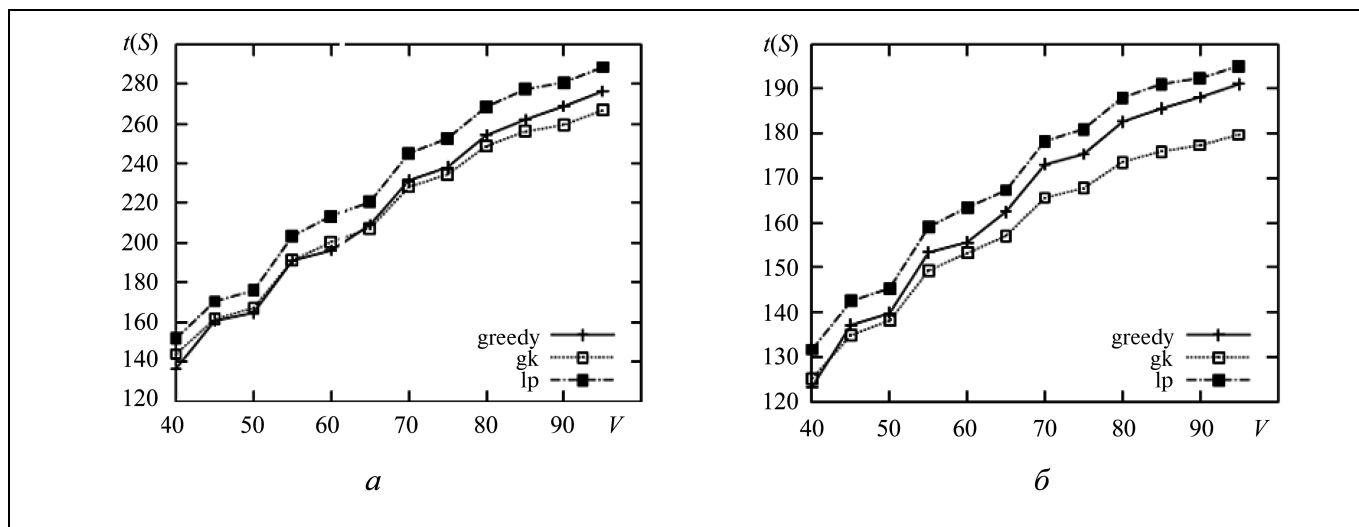
Граф сети формировался следующим образом: заданное число узлов случайным образом распределялось внутри прямоугольной области размером 100×100 ; между узлами существует ребро в графе сети, если расстояние между ними не превосходит заданного максимального радиуса передачи.

Для решения задачи линейного программирования (1)–(3) с помощью симплекс-метода применялась библиотека LPSOLVE [10]. В табл. 2 приведены характеристики числа конфигураций в расписании и продолжительности расписания для схемы с использованием пост-обработки (LP) и без (GK) в зависимости от выбора параметра ε алгоритма Гарга—Конеманна. Результаты, приведенные в таблице, показывают, что применение предложенного метода пост-обработки решения позволяет не только существенно сократить число конфигураций в получаемом расписании, но и в ряде случаев (в зависимости от значения ε) существенно повысить продолжительность расписания по сравнению с решением алгоритма Гарга—Конеманна.

4.2. Сравнение эффективности алгоритмов решения задачи

Рассмотрим результаты сравнения эффективности предлагаемого алгоритма и алгоритма из работы [5], основанного на построении множества конфигураций с непересекающимися наборами маршрутизаторов. Непосредственное применение алгоритма без модификации не представляется возможным, поскольку алгоритм не учитывает расход энергии нелистовых узлов. Таким образом, для исследования эффективности алгоритм из работы [5] был применен для построения множества конфигураций Q' с последующим формированием на основании построенного множества задачи непрерывного программирования (1)–(3) и решения ее симплекс-методом.

На рисунке приведены графики зависимости средней продолжительности построенных расписаний от числа узлов сети для различных значений ε_r и ε_s . Усреднение проводилось по 10-ти испытаниям. Меткой «greedy» обозначен модифицированный алгоритм, построенный на основании работы [5], «gk» обозначает алгоритм Гарга—Конеманна без последующей пост-обработки для $\varepsilon = 0,1$, «lp» обозначает предлагаемый алгоритм (схему с последующей пост-обработкой решения алгоритма Гарга—Конеманна при $\varepsilon = 0,1$). Узлы расположены в прямоугольной области размером 100×100 с максимальным радиусом передачи 30. Видно, что предложенный алгоритм обладает более высокой



Среднее значение продолжительности расписания в зависимости от числа узлов при начальном запасе энергии $b(v) = 100$ и характеристиках потребления энергии $e_r = 1,0$, $e_s = 0,2$ (а) и $e_r = 1,0$, $e_s = 0,4$ (б)

эффективностью (по критерию продолжительности построенного расписания), чем алгоритм из работы [5].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен централизованный алгоритм формирования расписания конфигураций для беспроводной сенсорной сети, применимый для случая различного начального запаса энергии узлов и обладающий более высокой эффективностью (по критерию продолжительности построенного расписания), по сравнению с известным алгоритмом. Пост-обработка решения алгоритма Гарга—Конеманна позволила существенно сократить число конфигураций в расписании и таким образом повысить применимость алгоритма для централизованного управления конфигурацией сети.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Werner-Allen, Lorincz*. Deploying a Wireless Sensor Network on an Active Volcano // *IEEE Internet Computing*. — 2006. — Vol. 10, N 2.
2. *Liyang Yu, Neng Wang, Xiaoqiao Meng*. Real-time forest fire detection with wireless sensor networks // *Wireless Communications, Networking and Mobile Computing*. — 2005. — Vol. 2. — P. 1214—1217.
3. *Martinez K., Padhy P., Riddoch A.*, et al. Glacial Environment Monitoring using Sensor Networks. URL: <http://www.sics.se/realwsn05/papers/martinez05glacial.pdf> (дата обращения 13.12.2010).
4. *Akkaya K., Younis F.* A Survey on Routing Protocols for Wireless Sensor Networks // *Ad Hoc Networks*. — 2005. — Vol. 3, N 3. — P. 325—349.
5. *Трифонов С.В., Истомин Т.Е., Чечендаев А.В.* Алгоритмы оптимизации работы беспроводной сенсорной сети на базе протокола ZigBee // Тр. V Всеросс. межвуз. конф. молодых ученых. — СПб., 2008.
6. *IEEE TG 15.4*. Part 15.4: Wireless Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications for Low-Rate Wireless Personal Area Networks (LR-WPANs), IEEE standard for Information Technology, IEEE-SA Standards Board, 2003.
7. *ZigBee Specification*. — ZigBee Alliance, 2006.
8. *Alon N.* The Number of Spanning Trees in Regular Graphs // *Random Structures and Algorithms*. — 1990. — N 1.
9. *Garg N., Konemann J.* Faster and simpler algorithms for multi-commodity flows and other fractional packing problems // *Proc. 39th Annual Symposium on the Foundations of Computer Science*, 1998. — P. 300—309.
10. *LPSOLVE* project. URL: <http://sourceforge.net/projects/lpsolve/> (дата обращения 13.12.2010).

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.С. Манделем.

Наградов Евгений Александрович — аспирант, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
✉ nea@lvk.cs.msu.su.

АЛГОРИТМ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПРИ УПРАВЛЕНИИ БАЛЛАСТНОЙ СИСТЕМОЙ ПОДВОДНОГО АППАРАТА

Н.Н. Тарасов, М.Г. Тахтамышев

Приведен способ формирования алгоритма принятия решений при управлении подводными аппаратами с помощью балластных цистерн. Предложенный подход основан на решении задач фильтрации и восстановления неизмеряемых координат и идентификации параметров объекта.

Ключевые слова: подводный аппарат, управление, фильтрация, система поддержки принятия решений.

ВВЕДЕНИЕ

В нашей стране и за рубежом проектируются и создаются как обитаемые, так и необитаемые подводные аппараты (ПА) различного назначения и с разной глубиной погружения. Среди отечественных глубоководных обитаемых ПА отметим аппараты «Русь» и «Консул» [1], предназначенные для нужд военно-морского флота и геолого-геофизических исследований и рассчитанные на глубины погружения до 6000 м. Из аппаратов, построенных за рубежом, можно отметить глубоководные обитаемые ПА «Мир» и «Пайсис» с глубиной погружения до 6000 и 2000 м соответственно, предназначенные для проведения научно-исследовательских работ [2, 3].

В конструкции каждого из перечисленных ПА предусмотрены уравнильные и дифференциальные цистерны, служащие для управления аппаратом: когда аппарат погружается, балластные цистерны заполняются водой, а при подъеме на поверхность вода откачивается с помощью насосов; для управления аппаратом по дифференциалу вода перераспределяется между дифференциальными цистернами также с помощью насосов.

В настоящей статье приводятся результаты разработки алгоритмов системы информационной поддержки оператора в процессе управления подводным аппаратом при переходах по глубине. Управление осуществляется следующими действиями: включение насосов на принятие воды в цистерну; включение насосов на откачивание воды; отключение насосов. Рассматривается так называемая задача управления «без хода», когда отключена двигательная ходовая установка, и переход аппарата по глубине осуществляется только путем

управления балластом уравнильных цистерн. Стабилизация аппарата по дифференциалу происходит в автоматическом режиме с помощью алгоритмов, приведенных в статье [4].

Основная задача системы информационной поддержки оператора состоит в выработке рекомендаций по выбору моментов переключений T_i в зависимости от текущего состояния и координаты конечной точки перехода.

Современные средства вычислительной техники при разработке бортовых комплексов позволяют существенно расширить функциональные возможности систем управления этими аппаратами. Прежде всего, это относится к применению новых информационных технологий на базе теории экспертных систем и систем поддержки принятия решений.

Внедрение алгоритмов поддержки принятия решений позволяет существенно повысить эффективность и обеспечить безопасность процессов управления благодаря автоматизации процесса подготовки решений на основе использования экспертной информации и оптимизации информационного взаимодействия оператора и управляющей ЭВМ путем реализации информационных моделей, обеспечивающих оптимальные условия восприятия и обработки информации оператором.

Далее рассматривается подход к построению системы информационной поддержки оператора в режимах ручного управления, обеспечивающий реализацию такой системы на бортовых вычислительных комплексах.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБЪЕКТА

В качестве объекта управления рассматривается подводный аппарат, движение которого в общем



виде описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений вида

$$\dot{x}_0 = f(x_0, a, u),$$

где $x_0 = (V_{x0}, V_{y0}, \omega_{x0}, \omega_{y0}, \omega_{z0}, \theta_0, \psi_0, \eta_0)^T$ — вектор координат движения объекта управления, V_{x0} и V_{y0} — компоненты линейной скорости, ω_{x0} , ω_{y0} и ω_{z0} — компоненты угловой скорости; $u = (u_1, u_2, u_3)^T$ — вектор управляющих воздействий по глубине η , дифференту ψ и крену θ ; $a = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)^T$ — вектор гидродинамических коэффициентов, определяемых с различной степенью достоверности. Гидродинамические коэффициенты определяются как параметрами внешней среды, так и геометрическими характеристиками объекта и описываются достаточно сложными выражениями. Учитывая высокую размерность полной модели и недостаточную точность определения некоторых гидродинамических коэффициентов, на практике обычно пользуются упрощенными моделями для исследования отдельных режимов движения. В частности, для описания движения подводного аппарата в вертикальной плоскости в режиме «без хода» и, одновременно, идентификации гидродинамических коэффициентов a_1 и b_1 может быть принята такая модель [5]:

$$\begin{aligned} \dot{V}_y &= a_1 V_y |V_y| + b_1 u_c + \xi_{V_y}, \\ \dot{\eta} &= V_y + \xi_{\eta}, \\ \dot{a}_1 &= \xi_{a_1}, \\ \dot{b}_1 &= \xi_{b_1}, \\ \dot{u}_c &= q, \\ \dot{\omega}_z &= a_{11} V_y + a_{12} \omega_z + a_{13} \psi + b_{11} u_2 + \xi_{\omega_z}, \\ \dot{\psi} &= \omega_z + \xi_{\psi}, \end{aligned} \quad (1)$$

где V_y — вертикальная составляющая скорости; η — глубина погружения; ω_z — угловая скорость; ψ — дифферент; a_1 и b_1 — неизвестные медленно меняющиеся гидродинамические коэффициенты; ξ_{V_y} , ξ_{ω_z} , ξ_{η} , ξ_{ψ} , ξ_{a_1} и ξ_{b_1} — случайные помехи с известными статистическими параметрами, характеризующие неточность модели, причем $M[\xi(t)] = 0$, $M[\xi(t)\xi^T(\tau)] = Q(t)\delta(t-\tau)$, где Q — ковариационная матрица [6]; $q = f(\sigma)$ — нелинейная функция, характеризующая работу управляющих органов, вид которой представлен на рис. 1; σ — управляющее воздействие.

Из всей совокупности координат и параметров движения непосредственному измерению, как правило, доступны лишь глубина погружения η и диф-

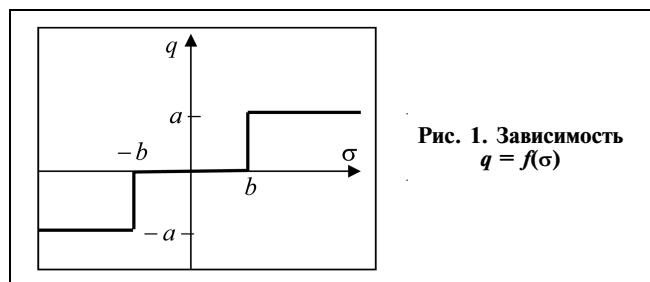


Рис. 1. Зависимость $q = f(\sigma)$

ферент ψ . С достаточной степенью точности математическая модель измерения представляется в виде $y_{\eta} = \eta_0 + \zeta_{\eta}$, $y_{\psi} = \psi_0 + \zeta_{\psi}$, где ζ_{η} и ζ_{ψ} — случайные помехи измерения с известными статистическими характеристиками.

2. АЛГОРИТМ ФИЛЬТРАЦИИ

Для восстановления неизмеряемых координат используется структура фильтра Калмана (2), позволяющая не только восстанавливать фазовые координаты, но и идентифицировать неизвестные параметры объекта — гидродинамические коэффициенты a_1 и b_1 , которые, как отмечалось, рассматриваются как медленно меняющиеся. Наибольший интерес представляет определение гидродинамической характеристики a_1 , которая для реального объекта может существенно отличаться от данных модельных испытаний на этапе технического проектирования. Задача определения a_1 решается с помощью алгоритмов идентификации, основанных на теории оценивания процессов [6].

Алгоритм фильтрации, учитывающий расширенную модель движения (1), имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{V}}_y &= \hat{a}_1 \hat{V}_y |\hat{V}_y| + K_1(y_{\eta} - \hat{\eta}) + \hat{b}_1 \hat{u}_c, \\ \dot{\hat{\eta}} &= \hat{V}_y + K_2(y_{\eta} - \hat{\eta}), \\ \dot{\hat{a}}_1 &= K_3(y_{\eta} - \hat{\eta}), \\ \dot{\hat{b}}_1 &= K_4(y_{\eta} - \hat{\eta}), \\ \dot{\hat{u}}_c &= q_1 + K_5(y_{\eta} - \hat{\eta}), \\ \dot{\hat{\omega}}_z &= a_{11} \hat{V}_y + a_{12} \hat{\omega}_z + a_{13} \hat{\psi} + b_{11} u_{11} + K_6(y_{\psi} - \hat{\psi}), \\ \dot{\hat{\psi}} &= \hat{\omega}_z + K_7(y_{\psi} - \hat{\psi}), \end{aligned} \quad (2)$$

где вектор коэффициентов усиления $K = (K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6, K_7)^T$ определяется из решения матричного уравнения Риккати [7]:

$$\dot{P} = \frac{\partial f(\hat{x}, u)}{\partial \hat{x}} P + P \frac{\partial f^T(\hat{x}, u)}{\partial \hat{x}} - PC^T R^{-1} CP + Q,$$

причем $K = PC^T R^{-1}$, где $f(\hat{x}, u) = \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \hat{V}_y |\hat{V}_y| + \hat{b}_1 u \\ \hat{V}_y \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$,

$$C = (0, 1, 0, 0, 0)^T, Q = \begin{pmatrix} q_v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_\eta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{a_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{b_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_u \end{pmatrix}.$$

Результаты решения этого уравнения подробно представлены в работе [5], в ней же приведены упрощенные алгоритмы определения коэффициентов усиления K .

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЙ

Режим ручного управления — один из основных режимов движения при переходах ПА по глубине. Для выработки рекомендаций по выбору моментов переключений управляющих воздействий балластных цистерн формируется база данных, включающая в себя пары чисел $(T_{11}, \hat{\eta}_1)$, $(T_{12}, \hat{\eta}_2)$, $(T_{13}, \hat{\eta}_3)$, ..., $(T_{1n}, \hat{\eta}_n)$, где T_{1i} — время от начала процесса до момента первого переключения органа управления при переходе объекта по глубине $\hat{\eta}_i$. Процесс формирования базы данных может быть разбит на два этапа. На первом этапе приведенные пары чисел находятся в результате моделирования процессов управления в лабораторных условиях. В дальнейшем, в процессе эксплуатации, значения T_{1i} могут корректироваться экспертом с учетом реальных характеристик объекта управления.

На основании полученных данных определяется функциональная зависимость времени первого переключения от значения перехода $T_{1i} = f(\hat{\eta})$. Получение такой зависимости позволяет предсказывать время первого переключения для любого заданного значения перехода $\eta_{\text{зад}}$.

На основании исследования результатов, полученных при формировании базы данных, была определена структура аппроксимирующей функции:

$$T_1 = k_1 |\hat{\eta}| + k_2 \sqrt{|\hat{\eta}|} + k_3, \quad (3)$$

где неизвестные коэффициенты k_i , $i = 1, 2, 3$, могут быть определены с помощью метода наименьших квадратов.

Для этого представим уравнение (3) в виде матричного уравнения

$$\bar{T}_1 = Ax,$$

где $T_1 = (T_{11}, T_{12}, \dots, T_{1n})^T$ — вектор-столбец, определяющий моменты первого переключения,

$$A = \begin{pmatrix} \hat{\eta}_1 & \hat{\eta}_2 & \dots & \hat{\eta}_n \\ \sqrt{\hat{\eta}_1} & \sqrt{\hat{\eta}_2} & \dots & \sqrt{\hat{\eta}_n} \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}^T$$
 — матрица переходов и

$x = (k_1, k_2, k_3)^T$ — вектор-столбец неизвестных коэффициентов. Решая систему уравнений $\bar{T}_1 = Ax$, получим, что вектор x определяется в виде

$$x = (A^T A)^{-1} A^T \bar{T}_1.$$

Как показывает анализ системы дифференциальных уравнений (1), момент второго переключения T_2 определяется временем $T_2 = T_1 + \tau$, где τ — момент времени, при котором модуль скорости объекта управления $|\hat{V}_y|$ достигает максимального значения. Этот момент фиксируется в процессе перехода, и, таким образом, определяется момент T_2 .

4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Далее приводятся результаты моделирования процессов управления для одного из конкретных объектов с помощью описанного подхода. Модель объекта была представлена полной системой нелинейных дифференциальных уравнений, в то время как для получения оценок координат движения и параметров модели использовалась упрощенная модель (1). На начальном этапе, в результате моделирования процессов управления, была составлена база данных, включающая в себя пары чисел $(T_{1i}, \hat{\eta}_i)$ для переходов в диапазоне от 1 до 100 м.

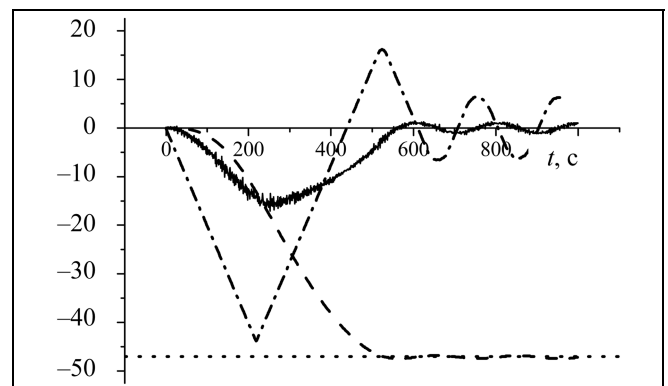


Рис. 2. Оценки $\hat{\eta}$, \hat{V}_y и u при рекомендуемом моменте $T_1 = 219,6$ с: — — $100V_y$, м/с; - - - η , м; - · - · - $5u$, т; · · · · $\eta_{\text{зад}}$, м



Далее, с помощью метода наименьших квадратов были определены коэффициенты аппроксимирующей функции (3):

$$T_1 = 1,560|\hat{\eta}| + 17,630\sqrt{|\hat{\eta}|} + 22,671.$$

Результаты моделирования процессов управления при переходе объекта по глубине на 47 м приведены на рис. 2–4. Процесс перехода, приведенный на рис. 2, соответствует случаю, когда оператор точно выполняет рекомендации по выбору моментов переключений T_1 и T_2 ; качество процесса управления в этом случае вполне удовлетворительное, и время переходного процесса составляет $T_{\text{пер}} \cong 550$ с.

По окончании процесса перехода оператор стабилизирует объект на заданной глубине в режиме ручного управления.

Рис. 3 и 4 показывают, насколько ухудшается качество процессов перехода в случае, когда оператор не выполняет выдаваемые ему рекомендации и моменты первого переключения составляют $T_1 = 210$ с

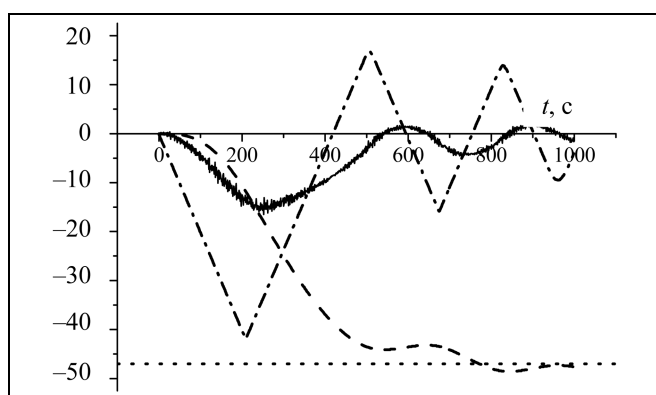


Рис. 3. Оценки $\hat{\eta}$, \hat{V}_y и u_c при $T_1 = 210$ с:
— — $100V_y$, м/с; --- — η , м; - · - · - — $5u$, т; ···· — $\eta_{\text{зад}}$, м

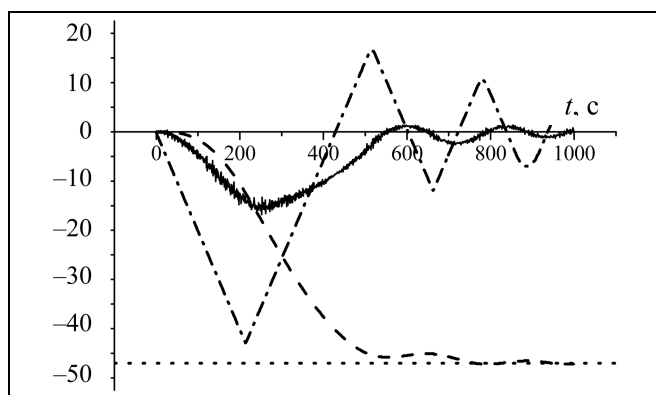


Рис. 4. Оценки $\hat{\eta}$, \hat{V}_y и u_c при $T_1 = 215$ с:
— — $100V_y$, м/с; --- — η , м; - · - · - — $5u$, т; ···· — $\eta_{\text{зад}}$, м

и $T_1 = 215$ с соответственно. Переход в этом случае происходит в два этапа — выход на глубину, соответствующую реализованному T_1 , и последующий переход с этой глубины на глубину $\eta_{\text{зад}}$; время перехода при этом существенно увеличивается.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведен способ реализации алгоритма, обеспечивающего поддержку принятия решений оператором, осуществляющим переходы подводного аппарата по глубине. Основная задача состоит в выработке рекомендаций по выбору моментов переключений управляющих воздействий в зависимости от текущего состояния и координаты конечной точки перехода. Для оценки текущего состояния объекта предложено применять структуру фильтра Калмана, с помощью которого решается одновременно задача идентификации гидродинамических характеристик объекта. Предложенный подход к построению алгоритма информационной поддержки оператора в режимах ручного управления обеспечивает его реализацию на бортовых вычислительных комплексах, а также допускает корректировку рекомендуемых значений моментов переключений управляющих воздействий с учетом данных натурных испытаний объекта управления. Результаты моделирования позволяют положительно оценить качество процессов управления, достигаемое с помощью предложенного алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА

1. Самко Ю.Г. Подводные аппараты ВМФ СССР и России // Военно-технический альманах «Тайфун». — 1999. — № 3 (15).
2. Войтов Д.В. Подводные обитаемые аппараты. — М.: АСТ, 2002. — 335 с.
3. Толл Д. Подводные лодки и глубоководные аппараты. — М.: Эксмо, 2004.
4. Евстигнеева Л.В., Тарасов Н.Н., Тахтамышев М.Г. Синтез алгоритма для одной задачи управления морскими подвижными объектами // Проблемы управления. — 2007. — № 4. — С. 84–88.
5. Решение задачи оценивания координат подводных аппаратов / Л.В. Евстигнеева, Г.Э. Острецов, Н.Н. Тарасов, М.Г. Тахтамышев // Судостроение. — 2010. — № 1. — С. 38–40.
6. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. — М.: Наука, 1987. — С. 283–290.
7. Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах / Под ред. К.Т. Леондеса. — М.: Мир, 1980.

Статья представлена к публикации руководителем РРС О.В. Абрамовым.

Тарасов Николай Николаевич — канд. техн. наук, ст. научн. сотрудник, ✉ tarasovnick@yandex.ru,

Тахтамышев Михаил Георгиевич — канд. техн. наук, вед. научн. сотрудник, ✉ takhnamv@lab49.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-92-20.

ПЯТАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ И ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ» Москва, 26–28 октября 2010 г.

Конференция была проведена Институтом проблем управления (ИПУ) им. В.А. Трапезникова РАН при поддержке Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН, Научного совета РАН по теории управляемых процессов и автоматизации, Российского национального комитета по автоматическому управлению, РФФИ, ЗАО «Оракл. Компьютерное Оборудование» и компании «РОЙ Интернэшнл Консалтанси, Инк.». В ней приняли участие представители 56-ти организаций из 27 городов России и ближнего зарубежья, прочитаны 73 доклада, из них 40 — сотрудниками учреждений РАН, 27 — представителями вузов. Состоялись три пленарных заседания, на которых заслушаны следующие доклады.

- Акад. РАН *С.Н. Васильев* (ИПУ РАН, г. Москва). Ивери Варламович Прангишвили: более полувека в науке управления.
- Акад. РАН *Ю.Г. Евтушенко*, канд. физ.-мат. наук *А.И. Голиков* (ВЦ им. А.А. Дородницына РАН, г. Москва), канд. физ.-мат. наук *М.А. Постыкин* (Институт системного анализа РАН, г. Москва). Параллельные методы решения экстремальных задач.
- Акад. РАН *В.П. Иванников* (Институт системного программирования РАН, г. Москва). Облачные вычисления в образовании, науке и госсекторе.
- Чл.-корр. РАН *И.А. Каляев*, д-р техн. наук *И.И. Левин* (НИИ МВС им. акад. А.В. Каляева Южного федерального университета, г. Таганрог). Реконфигурируемые мультиконвейерные вычислительные системы для решения потоковых задач обработки информации и управления.
- Чл.-корр. РАН *И.В. Бычков*, д-р техн. наук *Г.А. Опарин*, канд. техн. наук *А.П. Новопашин*, канд. техн. наук *А.Г. Феоктистов*, канд. техн. наук *А.С. Корсуков* (Институт динамики систем и теории управления СО РАН, г. Иркутск). Управление потоками заданий в интегрированных кластерных системах.
- Чл.-корр. РАН *А.Г. Ченцов* (Институт математики и механики УрО РАН, г. Екатеринбург). Задачи маршрутизации с ограничениями и внутренними работами.

- Д-р техн. наук *С.А. Степаненко* (Российский федеральный ядерный центр — Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, Институт теоретической и математической физики, г. Саров). Оценки ускорения вычислений гибридными системами.
- Д-р техн. наук *В.П. Кутепов* (Московский энергетический институт (технический университет). О параллелизме с разных сторон.
- Д-р техн. наук *В.Э. Малышкин* (Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, г. Новосибирск). Язык и система фрагментированного программирования больших численных моделей.
- *В.А. Рокотыло* (ЗАО «Оракл. Компьютерное оборудование», г. Москва). Кластерные решения Oracle на серверах X86.
Основные направления работы конференции:
- параллельные и распределенные вычисления в задачах моделирования, анализа, идентификации, управления и оптимизации (секция А, руководитель д-р техн. наук *В.С. Подлазов*);
- математические модели, вычислительные методы, алгоритмы распараллеливания вычислений (секция В, руководитель д-р техн. наук *В.Г. Лебедев*);
- архитектура параллельных и распределенных вычислительных систем, инструментальные средства для организации вычислений (секция С, руководитель канд. техн. наук *Ю.С. Затуливетер*).
Из докладов, заслушанных на секции А можно выделить пять групп.

1. Первую и самую многочисленную группу составляют доклады, в которых параллельные вычисления представлены наиболее полно и ярко.

Доклад д-ра техн. наук *И.И. Левина* (Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону) посвящен новым архитектурным решениям для реконфигурируемых вычислительных систем, обеспечивающих максимальный параллелизм при решении задач, представленных в мультиконвейерном потоковом виде и вложенных в поле ПЛИС. В докладе канд. физ.-мат. наук *В.П. Пархоменко* (ВЦ им. А.А. Дородницына РАН) рассматривается моделирование поведения океана на многопроцес-



сорной вычислительной системе (МВС) кластерного типа. Доклад д-ра физ.-мат. наук *А.И. Подгорного* (Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, г. Москва), д-ра физ.-мат. наук *И.М. Подгорного* (Институт астрономии РАН, Москва), а также доклады д-ра физ.-мат. наук *Б.П. Рыбакина* (кафедра высокопроизводительных вычислений МГУ им. М.В. Ломоносова) и канд. физ.-мат. наук *А.В. Снытникова* (Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, г. Новосибирск) посвящены решению задач магнитогидродинамики, газовой динамики и динамики плазмы на гибридных МВС с графическими ускорителями. В докладе чл.-корр. РАН *Д.А. Губайдуллина*, д-ра техн. наук *А.И. Никифорова*, канд. техн. наук *Р.В. Садовникова* (Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, г. Казань), а также в докладе д-ра техн. наук *М.Г. Бояришинова*, *Д.С. Балабанова* (Пермский государственный технический университет, г. Пермь) приводятся решения задач механики сплошных сред на гибридных МВС. Доклад д-ра физ.-мат. наук *Г.К. Каменева*, д-ра физ.-мат. наук *А.В. Лотова*, *А.И. Рябикова* (ВЦ им. А.А. Дородницына РАН), посвящен решению задачи многокритериальной оптимизации на суперкомпьютерной МВС. В докладе *А.Ю. Шаенко* (Астрокосмический центр Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, г. Москва) рассматривается задача радиационного теплообмена на локальной сети персональных компьютеров. В докладе канд. техн. наук *М.Н. Деменкова* (ИПУ РАН) приводится метод численного решения нелинейных дифференциальных уравнений, нацеленный на поиск точек бифуркации решений. Решения ищутся с помощью графических ускорителей. Доклад *Д.Ю. Князькова* (Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, г. Москва) посвящен сравнению различных методов расчетов голограмм на МВС с графическими ускорителями. В докладе д-ра физ.-мат. наук *А.А. Лазарева*, *А.М. Сальникова*, *А.В. Баранова* (ИПУ РАН) рассматривается новый графический метод решения переборной задачи о ранце на МВС.

Отличительная особенность многих докладов этой группы, отчетливо проявившаяся на данной конференции, состоит в успешном применении гибридных вычислительных систем со сравнительно дешевыми графическими ускорителями (многопроцессорными SIMD-системами на базе технологии CUDA (Compute Unified Device Architecture)). Сейчас они стали доступными широкому кругу пользователей в виде модулей или карт, которые можно встраивать в персональный компьютер, придавая ему черты многопроцессорной системы.

2. Доклады, в которых демонстрируется полная готовность к применению параллельных вычислений: выявлены параллельные участки модели, разработаны алгоритмы или программы их реализации, произведены оценки ожидаемого ускорения вычислений.

3. Доклады, в которых рассматриваются системы автоматизации или мониторинга, которые по своей сути являются системами с распределенными и (или) параллельными вычислениями.

4. Доклады, в которых имеется «предчувствие» параллельных вычислений. В них проведен анализ математических моделей или объектов автоматизации, выявлены параллельные участки, но отсутствует анализ, как этим воспользоваться и что это даст.

5. Доклады, в которых рассматриваемые задачи никак не связаны с параллельными вычислениями, но связаны с построением или оптимизацией различных распределенных структур (организационных, сетевых и т. п.).

Из докладов молодых участников секции А отметим следующие работы:

— Параллельная реализация модели взаимодействия электронного пучка с плазмой на современных многопроцессорных вычислительных комплексах (канд. физ.-мат. наук *А.В. Снытников*, Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН);

— Распределенный параллельный расчет радиационно-кондуктивного теплообмена методом Монте-Карло на базе графических ускорителей (*А.Ю. Шаенко*, Астрокосмический центр Физического института им. П.Н. Лебедева РАН);

— Параллельный бифуркационный анализ нелинейных систем управления (канд. техн. наук *М.Н. Деменков*, ИПУ РАН).

— Задачи расчета и оптимизации электромагнитных полей в голографической литографии (*Д.Ю. Князьков*, Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН).

Из представленных на секции В работ можно выделить группы докладов, направленные на:

— решение задач управления сложными системами с использованием параллельных вычислений;

— развитие методов автоматической разработки параллельных программ и совершенствование технологий программирования;

— решение так называемых NP-сложных задач целочисленного программирования.

В докладе канд. техн. наук *А.В. Бабичева* (ИПУ РАН) предложена новая модель представления алгоритмов, сделан краткий обзор результатов, связанных с этой моделью и на примере задачи распараллеливания продемонстрирована эффективность этой модели для задач оптимизации кода. В докладе канд. техн. наук *П.А. Правильщикова* (ИПУ РАН) рассмотрены фундаментальные проблемы управления, которые сводятся к решению NP-полных задач. В докладе канд. физ.-мат. наук *С.В. Кругликова* (Институт математики и механики УрО РАН) рассмотрены задачи моделирования согласованного маневрирования групп объектов в сложных физико-географических условиях. Модель основана на иерархическом представлении объектов, допускающем естественное наращивание, что позволяет рассматривать объекты большой сложности.

В докладе *А.С. Игнатьева*, канд. техн. наук *А.А. Семенова* (Институт динамики систем и теории управления СО РАН) представлен новый подход к обращению полиномиально вычислимых дискретных функций. Основу предложенного подхода составляют алгоритмы логического вывода. Основной практический результат работы — новый решатель гибридной архитектуры, функционирующий в МРІ-среде. Данный решатель показал высокую эффективность на задачах обращения некоторых дискретных функций, используемых в криптографии. В работе *Е.А. Ярошенко* (ИПУ РАН) рассмотрена задача моделирования двухфазной фильтрации в пористой среде с применением универсальной многосеточной технологии и распараллеливания вычислений. Показана эффективность такой технологии на примере тестовых расчетов, выполненных на МВС.

Тематика **секции С** отражает актуальные вопросы решения теоретических и практических задач управления с учетом фундаментальных, технических и организационных аспектов развития параллельных и распределенных компьютерных систем и сетей.

Фундаментальное влияние разноплановых фундаментальных факторов, таких как распределенность, параллелизм и недетерминированность глобальных компьютерных сред, требует выработки новых целостных подходов и повышения уровней общности их рассмотрения. Это выдвигает новые требования к методам построения моделей управления и эффективных алгоритмов распределенной и параллельной обработки информации, обладающих высокой вычислительной, структурной и логической сложностью, а также технологий их программирования в распределенных и высокопараллельных компьютерных средах.

Представленные доклады на секции С посвящены актуальным теоретическим, методологическим и прикладным задачам и охватывают следующий круг вопросов:

- архитектура параллельных и распределенных вычислительных систем;
- модели и средства распределенных вычислений;
- программный инструментарий управления вычислительными кластерами;
- математические и инструментальные аспекты дискретной оптимизации;
- методы защищенного кодирования;
- оптимизация расписания взаимодействия задач во встроенных системах реального времени.

В значительной части докладов на секции С представлены результаты прикладных исследований и разработок, направленных на развитие аппаратных и программных методов повышения эффективности функционирования, проектирования и эксплуатации систем параллельной обработки данных общего и специального назначения.

Большой интерес вызвали доклады канд. техн. наук *Ю.С. Затуливетра*, канд. техн. наук *Е.А. Фищенко* и *И.А. Ходаковского* (ИПУ РАН), развивающие подход к разработке и обоснованию методов сетецентрического управления на основе исчисления древовидных структур, а также доклады *Н.В. Стрельцова* (ОАО «МУЛЬТИКЛЕТ», г. Екатеринбург) «Архитектура и реализация мультиклеточных процессоров», канд. физ.-мат. наук *А.Ю. Быковского* и *А.А. Егорова* (Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, г. Москва) «Методы защищенного кодирования сообщений и структур знаний в аппаратных многоагентных системах, реализуемые на основе многозначной алгебры Алена — Живона», канд. техн. наук *Э.И. Ватутина*, д-ра техн. наук *И.В. Зотова*, д-ра техн. наук *В.С. Титова* (Юго-Западный государственный университет, г. Курск) «Акселератор для быстрого преобразования конструктивных подмножеств вершин параллельных алгоритмов», канд. техн. наук *Н.А. Лукина* (Институт машиноведения УрО РАН) «Функционально-ориентированные процессоры с однородной архитектурой для реализации алгоритмов бортовых систем управления», д-ра техн. наук *Г.Г. Стецюры* (ИПУ РАН) «Активные сети и сети с групповыми программами (сходство и различия)».

На заключительном заседании секции С была проведена дискуссия на тему организации параллельных и распределенных вычислений для сетецентрического управления. Это новое научное направление, представленное канд. техн. наук *Ю.С. Затуливетром*, вызвало интерес и стало предметом активного обсуждения, в ходе которого были отмечены новизна, оригинальность и актуальность представленного подхода. Обсуждались также перспективы технологий программирования, направленные на решение задач сетецентрического управления, отвечающих требованиям массового применения. К числу важнейших направлений исследований были отнесены проблемы разработки теоретических и прикладных методов постановки и решения задач управления в сильно связанном пространстве параллельных и распределенных вычислений, формирующемся в ресурсах глобальных сетей, а также проблемы построения высокопараллельных вычислительных систем и создания методов и технологий эффективного программирования.

А.В. Ахметзянов, И.И. Ибрагимов, В.Г. Лебедев, В.С. Подлазов, Ю.С. Затуливетер

Ахметзянов Атлас Валиевич — канд. техн. наук, зав лабораторией, ☎ (495) 334-92-11, ✉ atlas@ipu.ru, awa@ipu.ru,

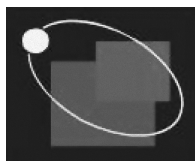
Ибрагимов Ильдар Ильясевич — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, ☎ (495) 334-90-30, ✉ ildar@ipu.ru,

Лебедев Валентин Григорьевич — д-р техн. наук, ученый секретарь, ☎ (495) 334-90-20, ✉ lebedev@ipu.ru,

Подлазов Виктор Сергеевич — канд. техн. наук, вед. науч. сотрудник, ☎ (495) 334-78-31, ✉ podlazov@ipu.ru,

Затуливетер Юрий Семенович — канд. техн. наук, вед. науч. сотрудник, ☎ (495) 334-92-09, ✉ zvt@ipu.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.



УДК 681.5

КОНФЕРЕНЦИЯ

«УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ»

Санкт-Петербург, 26–28 октября 2010 г.

(по материалам Третьей мультikonференции по проблемам управления)

В рамках мультikonференции состоялись четыре конференции и научно-технический семинар:

- XXVII конференция памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова;
- конференция «Управление в технических системах» (УТС—2010);
- 7-я научно-техническая конференция «Мехатроника, автоматизация, управление» (МАУ—2010);
- 6-я научная конференция «Управление и информационные технологии» (УИТ—2010);
- научно-технический семинар «Управление в распределенных сетцентрических и мультиагентных системах».

Впервые в состав мультikonференции вошла конференция «Управление в технических системах» (УТС—2010). Ее организаторами выступили ОАО «Концерн ЦНИИ “Электроприбор”» (г. Санкт-Петербург) и Институт проблем управления (ИПУ) им. В.А. Трапезникова РАН (г. Москва) при поддержке Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН, Научного совета РАН по теории управляемых процессов и автоматизации и Российского национального комитета по автоматическому управлению. Председатель программного комитета УТС—2010 — директор ИПУ РАН академик РАН *С.Н. Васильев*.

На открытии мультikonференции председатель президиума Третьей мультikonференции по проблемам управления, генеральный директор ОАО «Концерн ЦНИИ “Электроприбор”», академик РАН *В.Г. Пешехонов* приветствовал всех участников, пожелав им творческих успехов и плодотворных контактов.

На общем пленарном заседании заслушаны 10 докладов ведущих ученых, которые охватили всю тематику мультikonференции.

Участники с большим интересом заслушали доклад академика РАН *С.Н. Васильева*, подготовленный совместно с академиком РАН *А.Б. Куржанским* (МГУ им. М.В. Ломоносова) и д-ром техн. наук *А.П. Курдюковым* (ИПУ РАН). Докладчик напомнил, что в 2010 г. исполнилось 50 лет со дня проведения в Москве Первого конгресса Международной федерации по автоматическому управлению (ИФАК). В докладе была отмечена роль Национального комитета по автоматическому управлению СССР в его организации и проведении. Обозначив основные вехи в развитии теории и практики управления,

докладчик оценил несомненный вклад, который внес Первый конгресс ИФАК в их становление, что позволяет считать его одной из узловых точек, от которых можно отсчитывать успехи и промахи современной науки об управлении. Была отмечена роль Института автоматизации и телемеханики АН СССР (ныне Института проблем управления РАН) в организации и работе Первого конгресса ИФАК. Присутствующий в зале д-р техн. наук *В.Ю. Рутковский* поделился своими воспоминаниями о Первом конгрессе ИФАК.

Основные направления работы конференции УТС—2010:

- общая теория управления (секция 1, руководитель д-р техн. наук *Б.Т. Поляк*);
- управление производственными процессами (секция 2, руководитель д-р техн. наук *Н.Н. Бахтмадзе*);
- робастное и адаптивное управление в стохастических системах (секция 3, руководители д-ра техн. наук *А.П. Курдюков* и *Е.Я. Рубинович*);
- управление движением (секция 4, руководитель д-р техн. наук *В.М. Суханов*).

Работу **секции 1** открыл доклад академика РАН *С.Н. Васильева*, в котором для широкого класса динамических систем развит метод исследования вопросов сохранения требуемой динамики при гомоморфных и других модельных преобразованиях векторного и матричного типов с приложением к гибридным и другим системам редукции для анализа модельных аналогий в динамике систем движений и гибридных систем. Предлагаемый метод представляет собой дальнейшее развитие метода редукции. Он позволяет исследовать также корректность модельных преобразований, которые используются, например, для перехода от исходных моделей аналитической механики к тем или иным каноническим формам.

Интерес участников вызвал доклад канд. техн. наук *Е.Ю. Зыбина* (филиал ОАО «Федеральная сетевая компания ЕЭС» — МЭС Центра, г. Москва), в котором говорилось об особенностях моделирования и идентификации дискретных систем в пространстве состояний. Было отмечено, что применение аналогичного подхода с введением понятия динамического наблюдателя позволяет сводить конечномерные уравнения более высокого порядка к линейным дискретным матричным уравнениям подобного типа.

В работе д-ра техн. наук *Б.Г. Ильясова* и др. (Уфимский государственный авиационный технический университет) «Анализ устойчивости многосвязной системы управления газотурбинным двигателем» отмечалось, что на этапе проектирования многосвязных систем автоматического управления (МСАУ) газотурбинными двигателями всегда возникает проблема оценки устойчивости функционирования при различных условиях с различными программами управления и оценки запасов устойчивости системы по модулю и по фазе. В докладе представлено решение данной задачи для класса гетерогенных МСАУ с помощью частотного метода.

Доклад канд. физ. мат. наук *В.И. Каленовой* и д-ра физ. мат. наук *В.М. Морозова* (МГУ им. М.В. Ломоносова) «Линейные нестационарные системы и их приложения к задачам механики» был, по сути, презентацией одноименной книги, посвященной исследованию различных вопросов анализа и синтеза линейных нестационарных систем (М.: Физматлит, 2010).

В работе д-ра техн. наук *В.Н. Афанасьева* и аспиранта *П.В. Орлова* (Московский государственный институт электроники и математики) рассмотрен метод синтеза гарантированного управления нелинейной системой, подвергающейся внешним возмущениям. Предложено синтезировать управляющие воздействия на модели исходной системы при ее линеаризации обратной связью.

Наряду с теоретическими вопросами, в докладах **секции 2** уделено существенное внимание практическим аспектам применения теории управления для автоматизации технологии в различных отраслях промышленности. Особенностью работы этой секции было чтение тематических лекций, освещающих наиболее актуальные теоретические и практические аспекты ее тематики.

Лекция д-ра техн. наук *Э.Л. Ицковича* (ИПУ РАН) была посвящена особенностям построения системы автоматизации производства химико-технологического типа. Задачи интегральной автоматизации производства на подобных предприятиях приобретают все большее значение, так как конкурентное функционирование предприятий в условиях наблюдаемой быстрой смены рыночной ситуации требует соответствующей быстрой переналадки производства, которая невозможна без автоматизированного планирования и управления.

В лекции д-ра техн. наук *И.Б. Ядыкина* (ИПУ РАН) рассмотрены вопросы адаптивного интеллектуального управления режимами крупных энергообъединений стран ЕС и России. Автор отметил, что интеллектуализация систем управления вместе с приданием системам управления адаптивных свойств позволяет эффективно парировать возмущения в электроэнергетической системе в месте их возникновения в режиме «on-line», а сетевые технологии управления позволяют адаптивно координировать системы управления региональных энергосистем.

В лекции д-ра техн. наук *А.Л. Бунича* (ИПУ РАН) «Системы управления с идентификатором» основное внимание уделялось предельным возможностям проектируемых систем в смысле быстрейшего действия идентификатора и качества управления в устоявшемся режиме для различных классов стационарных возмущений. Выделен класс вырожденных задач синтеза систем с предписанной стоимостью управления и предложены условия вы-

рожденности, формулируемые через спектральные характеристики возмущений.

Значительный интерес вызвали доклады, посвященные практическому применению разработанных методов управления в промышленности.

Сотрудниками Сибирского государственного индустриального университета (г. Новокузнецк) *Е.И. Львовой* и *Л.П. Мышляевым* были рассмотрены результаты экспериментального исследования методов идентификации объектов на примере зоны вторичного охлаждения машины непрерывного литья заготовок.

Представители ЗАО «Литаформ» (г. Москва) *М.В. Зенькович* и Национального исследовательского ядерного университета МИФИ д-р техн. наук *Ю.Г. Древец* сообщили результаты сравнительного анализа алгоритмов управления автоматизированной формовочной линией литейного цеха на этапе ее проектирования.

Применение имитационного моделирования при разработке систем управления широкополосными станами горячей прокатки стало темой доклада сотрудников ИПУ РАН д-ра техн. наук *А.Л. Генкина* и *И.В. Никулиной*. На примере листопрокатного комплекса «печи — стан» авторы привели результаты разработки алгоритмов и систем управления, обеспечивающих повышение производительности стана и сокращение энергозатрат на нагрев и прокатку металла.

Для принятия оперативных решений по рациональному ведению технологического процесса доменной печи канд. техн. наук *Е.Б. Иванов* и д-р техн. наук *В.Д. Малугин* (ИПУ РАН) предложили метод, предполагающий моделирование управления технологическим процессом как на стадии проектирования объекта, так и при организации управления в реальном времени.

Для идентификации сложных нелинейных динамических объектов, таких как энергосистемы, в докладе д-ра техн. наук *Н.Н. Бахтадзе* и др. (ИПУ РАН) предложен алгоритм ассоциативного поиска для прогнозирования состояния энергообъектов в случае нештатных ситуаций по временным рядам частоты и мощности. Для определения зон ухудшения эксплуатационного состояния по рассматриваемому параметру использовались экспертные знания.

В докладе представителей Санкт-Петербургского государственного политехнического университета д-ра техн. наук *Л.М. Яковиса* и *К.В. Спорягина* рассказывалось о комбинированном методе настройки многомерных ПИД-регуляторов для объектов с запаздыванием. Работоспособность метода подтверждена большим объемом сравнительного компьютерного моделирования.

Роль нематериальных активов (человеческого капитала) в процессе перехода на новый уровень адекватности управления была показана в докладе канд. техн. наук *С.А. Власова* и *Е.В. Клепарской* (ИПУ РАН). Цель работы — оценка капитализированной стоимости измененной адекватности управления. Сутью же адекватного управления является наличие человеческого капитала, умелое использование знаний и инициативы.

Новый подход к оценке качества программного обеспечения для систем высокой надежности на примере подсистем АСУТП АЭС представлен в докладе канд. техн. наук *Е.Ф. Жарко* (ИПУ РАН). Утверждается, что



программное обеспечение можно считать «достаточно хорошим», когда потенциально-положительные результаты создания или использования разработанного программного обеспечения приемлемо перевешивают потенциально-негативные мнения заказчиков.

Интересным был доклад *С.Ю. Дудникова* и др. (МГТУ им. Н.Э. Баумана), в котором рассматривалась важная задача современного производства — обеспечение эффективного контроля качества выпускаемой продукции. При построении математической модели производства рассматривались инструменты моделирования искусственного интеллекта: системы с применением баз знаний, нейронные сети, нечеткая логика и различные комбинации этих составляющих. На основе нейронной сети была построена модель контроля качества производства алюминиевого профиля.

Вызвал интерес доклад канд. физ.-мат. наук *П.Н. Победаша* (Сибирский государственный аэрокосмический университет им. акад. М.Ф. Решетнева, г. Красноярск). Предложено применить операционный подход к анализу эффективности инвестиционного проекта развития предприятия, основанный на использовании аналога z-преобразования для конечного интервала времени. Операционный подход обобщает на случай конечного временного промежутка методику анализа задач экономической динамики, упрощая их разрешимость, получение аналитических оценок значений переменных и фронта Парето-множеств на конечном и бесконечном интервалах.

Работа **секции 3** открылась обзорным докладом д-ра техн. наук *Е.Я. Рубиновича*, посвященного проблемам управления наблюдениями в стохастических системах.

В докладе канд. физ.-мат. наук *Р.И. Козлова* (Институт динамики систем и теории управления Сибирского отделения РАН, г. Иркутск) и канд. техн. наук *С.А. Ульянова* (ИПУ РАН) дано развитие подхода, основанного на методе функций Ляпунова, к решению задач робастной стабилизации и подавления внешних возмущений для нелинейных непрерывных и непрерывно-дискретных систем управления.

В работе д-ра физ.-мат. наук *П.В. Пакшина* (Арзамасский политехнический институт) на основе техники выпуклой аппроксимации предложены достаточные условия стабилизации сложной линейной системы децентрализованным управлением с обратной связью по выходу. Эти условия приводят к алгоритмам вычисления матрицы с помощью линейных матричных неравенств.

В докладе *С.А. Гайворонского* (Томский политехнический университет) отмечено, что среди промышленных систем автоматического управления существуют системы, в которых в процессе функционирования недопустимы колебательные переходные процессы. Для таких систем актуально решение задачи синтеза регуляторов, обеспечивающих аperiodический характер переходных процессов при любых возможных значениях интервальных параметров объектов. Цель данной работы — разработка процедуры параметрического синтеза линейных регуляторов, придающих системе свойство робастной аperiodичности.

На **секции 4** были представлены работы, посвященные управлению объектами космической техники, управ-

лению роботами, беспилотными летательными аппаратами и самолетами. Двухуровневый адаптивный алгоритм управления большемерным космическим аппаратом представлен в докладе д-ра техн. наук *В.Ю. Рутковского* и др. (ИПУ РАН). Рассмотрена возможность качественного управления ориентацией упругих спутников путем введения дополнительного контура адаптации, стабилизирующего неустойчивые низкочастотные моды, параметры которых могут изменяться во времени.

В докладе канд. техн. наук *Е.И. Сомова* и др. (НИИ проблем надежности механических систем Самарского государственного технического университета) представлен подход к решению задачи анализа устойчивости цифровой системы гиросиловой стабилизации спутника с крупногабаритными упругими антеннами. Приведены аналитические и численные результаты анализа динамических свойств такой системы.

В работе *О.А. Перегудовой* и *Д.Ю. Моториной* (Ульяновский государственный университет) рассмотрено отслеживание траектории колесного робота с неизвестной массой посредством непрерывного управления с запаздыванием. На основе метода функций Ляпунова получены ограничения на параметры системы, максимальное запаздывание и область начальных отклонений.

В докладе д-ра техн. наук *П.Г. Яковенко* «Микропроцессорное управление подвижными объектами» (Томский политехнический университет) показано, что методика последовательного многошагового синтеза позволяет определить оптимальные по быстродействию управления инерционными объектами во время переходного процесса при наличии ограничений и нелинейностей путем суммирования управлений, получаемых для малых интервалов времени.

К сожалению, объективные ограничения на объем данной публикации не позволили сделать полноценный обзор и тем более раскрыть содержание всех представленных на конференции разнообразных по тематике и, безусловно, интересных докладов. Конференция УТС—2010 оказалась весьма представительной: около 100 докладов из многих регионов Российской Федерации.

Третья российская мультikonференция по проблемам управления получила право на отбор молодых ученых по программе «Участник молодежного научно-инновационного конкурса» (УМНИК). Однако при подведении итогов выяснилось, что таких работ было представлено мало.

В заключительном слове на закрытии мультikonференции академик РАН *В.Г. Пешехонов* отметил высокое качество докладов и много интересных и актуальных вопросов по проблемам управления, которые возникали по ходу работы секций. Многочисленные, порой острые, дискуссии говорят о высоком интересе слушателей к рассматриваемым задачам и поставленным проблемам.

По представительности, качеству докладов, их актуальности проводимая впервые конференция «Управление в технических системах» заняла достойное место в составе мультikonференции, которую решено проводить раз в два года.

И.В. Никулина

Никулина Ирина Владимировна — науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-87-59, ✉ nifone@ipu.ru.

CONTENTS & ABSTRACTS

AN OPERATIONAL MODEL FOR INTUITIVE PROOFS . . . 2

Kleschev A.S.

An operational model for intuitive proofs is suggested. It is a sequence of instructions. Operands of an instruction are formalized mathematical propositions. The set of instructions is extendable one. Operational semantics of instructions is defined by means of the macrolanguage based on the fixed set of basic operations. The residual model (macroexpansion) of the operational model for an intuitive proof which is formed by a macrogenerator is a program for a virtual machine. The successful completion of this program execution verifies correctness of the intuitive proof.

Keywords: intuitive proof, formalizing, operational model, macrolanguage, interactive system for theorem proving, automatic theorem proving, checking correctness of intuitive proofs.

ON THE THEORETICAL INCORRECTNESS OF THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS 8

Podinovski V.V., Podinovskaya O.V.

The paper considers the basic statement of the analytic hierarchy process (AHP), that the priorities of decision variants on individual criteria are compared on the ratio scales that are not linked to each other and are also independent of the priorities of criteria. According to the mathematical theory of measurement this approach is incorrect. To demonstrate its potential consequences a simple example in which the use of the AHP procedure leads to a clearly erroneous result is provided.

Keywords: multicriteria decision making, analytic hierarchy process, ratio and interval scales, priorities of variants, criteria importance theory.

ADAPTIVE PID-CONTROLLER FOR MULTI-MODED (TIME-VARIANT) PLANTS WITH TIME DELAY 14

Palenov M.V.

The paper presents a new adaptive PID-controller for multi-moded plants with time-delay. The plant has some unknown coefficients which can change at some moments of time; external disturbances affect the plant. The disturbances are unknown-but-bounded function.

Keywords: PID-controller, frequency identification, adaptive control, unknown-but-bounded disturbance.

REFLEXIVE PARTITIONINGS METHOD IN THE MODELS OF COLLECTIVE BEHAVIOUR AND CONTROL 21

Korepanov V.O., Novikov D.A.

Method of reflexive partitioning (corresponding to different levels of reflexion) is proposed for the set of rational agents, implementing collective activity. Examples of informational control are given for different problems of collective decision-making.

Keywords: game theory, collective behavior, decision-making, reflexion, informational control.

EXOTIC CALL OPTIONS WITH LIMITED PAYMENTS AND GUARANTEED INCOME IN BLACK-SCHOLES MODEL 33

Dyomin N.S., Andreeva U.V.

The paper presents a solution to problems of hedging for the three types of exotic call options of European type with limited payments and guaranteed income in case of payment of dividends on the underlying asset. The formulas which determine the option prices as well as the evolution of the hedging strategies (portfolios) and capitals have been derived. Properties of the decision are considered.

Keywords: financial market, option, payment function, capital, portfolio, hedging.

ORGANIZATIONAL METHODS OF INVESTMENT SOLUTIONS RISKS REDUCTION 40

Akinfiyev V.K., Korgin N.A.

The problems of synthesis of organizational procedures for support and making of investment decisions on companies' development that reduce the risks of inefficient decision-making related to the «activity» of the process participants.

Keywords: risk, investment decisions, organizational mechanisms.

ON THE ISSUE OF DEVELOPING OF INTELLIGENT CONTROL SYSTEMS OF COMPLEX ORGANIZATIONAL STRUCTURES (II). SOFTWARE SUPPORT FOR CONTROL SYSTEM OF THE VERTICALLY INTEGRATED OIL COMPANY INVESTMENT ACTIVITIES. 47

Akopov A.S.

The second part of the paper presents the important problems of developing of intelligent control systems, in particular, those, related to issues of integration of developed models of chains of difficult organizational structures with multidimensional information Data Warehouse. The algorithms supporting the mechanism of efficient object control, in particular, of a class of genetic algorithms, greedy algorithms, etc. with realization in a software package developed for the vertically-integrated oil companies are studied.

Keywords: intelligent control systems, management of vertically integrated companies, genetic algorithms.

THE SYSTEM OF RATIONAL RESOURCES ALLOCATION CONTROL ON THE BASIS OF MODERNIZED METHOD OF CONSECUTIVE APPOINTMENTS 55

Zyryanov Y.T., Konovalov O.A., Malykov A.K.

The problem of rational allocation of scarce resources to dependent operations in organizational-technical systems with application of modernized method of consecutive appointments is considered. The proposed structure of control system of rational resources allocation allows to manage and control the project performance.

Keywords: resource distribution, project, control system, dependent operations, network model.

A LOGIC REGRESSION MODEL FOR ILLNESS DIAGNOSTICS. 63

Tyumikov D.K., Blashentseva S.A., Subbotin A.M., Savchenkov N.N.

The statistics has been processed by three methods. Correlation coefficients, dispersion ratios (multiple, pair, dispersion ratios of interaction effects and dispersion ratios of interconnection effects) and information measures (multiple and pair) have been calculated. Their analysis served as the basis for selecting dominant variables, and proposed logic regression model for illness diagnostics.

Keywords: correlation coefficients, dispersion ratios, information measures of association, dominant variables, logic regression model.

CONFIGURATION SCHEDULE PROBLEM FOR WIRELESS SENSOR NETWORKS 68

Nagradov E.A.

The paper is related to the problem of constructing configuration schedule for wireless sensor networks to maximize the network lifetime until the single node failure. The proposed centralized algorithm for constructing the schedule is based on constructing the set of configurations using Garg – Konemann algorithm and solving LP problem on the set of configurations.

Keywords: wireless sensor networks, routing, schedule.

METHOD OF NAUTICAL OBJECT CONTROL 74

Tarasov N.N., Tahtamyshev M.G.

This paper describes the method of realization of decision support system for the management of nautical object with zero horizontal velocity. The proposed approach is based on solving the problems of filtration and recovery of unmeasured coordinates and identification of the object parameters.

Keywords: nautical objects, filtering, decision support system.

THE FIFTH INTERNATIONAL CONFERENCE «PARALLEL COMPUTING AND CONTROL PROBLEMS» 78

«CONTROL IN TECHNICAL SYSTEMS» CONFERENCE (UTS – 2010) 81