

МЕТОД ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ДЕФЕКТОВ НА ОСНОВЕ ЗОНОТОПОВ[#]

А. Н. Жирабок*, А. В. Зуев**, А. А. Проценко***

*-***Дальневосточный федеральный университет, г. Владивосток,
*-***Институт проблем морских технологий ДВО РАН, г. Владивосток

*✉ zhirabok@mail.ru, **✉ alvzuev@yandex.ru, ***✉ pro293133@gmail.com

Аннотация. Рассматривается задача обнаружения дефектов в технических системах, описанных дискретными динамическими линейными моделями, при наличии внешних возмущений и шумов измерений с помощью теории зонотопов. Для построения диагностического зонотопа строится редуцированная (имеющая меньшую размерность) модель исходной системы, нечувствительная к внешним возмущениям. Для упрощения процедуры решения матрицы редуцированной модели ищутся в идентификационной канонической форме, что также позволяет обеспечить устойчивость модели. На основе этой формы строится уравнение, с помощью которого ищется решение минимальной размерности. В случае, когда нечувствительность к внешним возмущениям получить не удастся, ищется решение с минимальной чувствительностью к ним. На основе полученной модели строится диагностический наблюдатель, формирующий невязку для принятия решений о появлении или отсутствии дефекта. Соотношения, полученные при построении этого наблюдателя, положены в основу процедуры построения зонотопа, позволяющего обнаружить возникающие дефекты. Теоретические положения иллюстрируются примером решения задачи обнаружения дефектов в электроприводе подводного аппарата. Проведенное с помощью пакета MATLAB моделирование подтвердило корректность принятых теоретических положений и сделанных на их основе построений.

Ключевые слова: дискретные системы, дефекты, диагностические наблюдатели, невязка, возмущения, шумы измерений, зонотопы.

ВВЕДЕНИЕ

Современные технические системы нередко выполняют ответственные функции, поэтому очень желательным является постоянный контроль правильности их функционирования в процессе выполнения определенных операций с целью обнаружения дефектов, которые могут сделать выполнение этих операций невозможным. Такой контроль обычно осуществляется с помощью так называемых диагностических наблюдателей, которые представляют собой программно реализованные редуцированные модели рассматриваемых систем.

Сигнал, формируемый таким наблюдателем, сравнивается с показаниями датчиков, установленных в системе; разность этих сигналов, называ-

емая невязкой, служит индикатором правильности функционирования системы. В идеальном случае, когда внешние возмущения и шумы измерений отсутствуют, равенство невязки нулю говорит о правильном функционировании, т. е. об отсутствии дефектов, неравенство нулю – об их появлении.

В реальных системах внешние возмущения и шумы измерений всегда присутствуют, поэтому невязка не равна нулю даже при отсутствии дефектов. В этом случае для уменьшения числа ошибочных диагностических решений нередко используется адаптивный порог, с которым сравнивается сигнал невязки. Формирование такого порога – непростая задача; в последние годы она решается с помощью так называемых интервальных наблюдателей, разработанных для оценки вектора состояния многих классов систем: непрерывных линейных [1, 2], дискретных линейных [1, 3], а также нелинейных [4, 5]; в работах [3, 6, 7] наблюдатели

[#] Работа поддержана Российским научным фондом, проект № 25-19-00590, <https://rscf.ru/project/25-19-00590/>.



характеризуются пониженной размерностью, в публикациях [8–10] на их основе решается задача диагностирования, где вместо одной невязки формируются два сигнала так, что при отсутствии дефектов значения одного из них становятся большими или равными нулю, второго – меньшими или равными нулю. То есть если нуль находится между невязками, то принимается решение о том, что дефектов в системе нет, в противном случае считается, что дефект появился. В отличие от адаптивного порога, значения невязок не зависят от управления, что делает процесс принятия решений о наличии или отсутствии дефектов более простым.

Кроме интервальных наблюдателей, для решения подобной задачи в последние годы активно используются так называемые зонотопы, которые представляют собой выпуклые фигуры в многомерном пространстве: в статьях [11–14] они строятся для линейных дискретных систем с постоянными параметрами, в работе [15] для систем с переменными параметрами, в публикациях [16–18] для нелинейных систем; в работе [15] с их помощью решается задача обнаружения дефектов. Центр зонотопа и порождающие его матрицы определяются на основе диагностического наблюдателя и формируемой им невязки. Решение о дефектах принимается по аналогии с интервальным наблюдателем: если зонотоп включает в себя нуль, то считается, что дефектов нет, в противном случае принимается решение о появлении дефекта.

Таким образом, зонотопы подобны интервальным наблюдателям, но характеризуются большими возможностями для учета особенностей возмущения и шумов измерений, в частности, их потенциальной коррелированности. Целью настоящей работы является разработка метода построения зонотопов для решения задачи диагностирования дискретных систем. В отличие от работ [11–18], где зонотопы строятся на основе исходной системы, предлагаемый метод базируется на редуцированной (имеющей меньшую размерность) модели системы. Из-за меньшей размерности модели также уменьшается размерность пространства, в котором находится зонотоп, что влечет за собой сокращение числа операций по определению его характеристик, а поскольку все такие операции выполняются в реальном масштабе времени, то уменьшается вычислительная сложность процедуры диагностирования. Кроме того, за счет использования редуцированной модели в ряде случаев удастся устранить влияние внешних возмущений на процесс диагностирования и понизить вероятность ошибочных решений.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И МОДЕЛИ

Зонотоп определяется следующим образом [11, 12]. Для заданного целого $s \geq n$ (n – размерность рассматриваемой системы) и гиперкуба $B^s = [-1, 1]^s \in R^s$ зонотоп задается в виде

$$Z = \langle c, P \rangle = c + PB^s = \{z \in R^n : z = c + Pb, b \in B^s\},$$

где $c \in R^n$ – центр зонотопа; $P \in R^{n \times s}$ – порождающая матрица, которая определяет его форму и объем. Зонотоп имеет ряд свойств, описание которых можно найти в статьях [11, 12]; в настоящей работе они не потребуются. Как и гиперкуб, зонотоп представляет собой выпуклое тело, но может иметь более сложную форму. Число s называется порядком зонотопа.

Предполагается, что рассматриваемая система описывается дискретной линейной моделью

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Fx(t) + Gu(t) + Lw(t) + Dd(t), \\ y(t) &= Hx(t) + v(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $x(t) \in R^n$, $y(t) \in R^l$ и $u(t) \in R^m$ – векторы состояния, выхода и управления; $F \in R^{n \times n}$, $G \in R^{n \times m}$, $L \in R^{n \times n_2}$, $D \in R^{n \times p}$ и $H \in R^{l \times n}$ – постоянные матрицы; $w(t) \in R^{n_2}$ – внешние возмущения, описываемые зонотопом $W = \langle 0, P_w \rangle$ порядка s_3 ; $v(t) \in R^l$ – шумы измерений, описываемые зонотопом $V = \langle 0, P_v \rangle$ порядка s_2 ; функция $d(t) \in R^p$ описывает дефект. Предполагается, что начальное состояние $x(0)$ неизвестно, но ограничено зонотопом $Z_x = \langle c_x(0), P_x(0) \rangle$ порядка s_1 . Кроме того, предполагается, что внешние возмущения $w(t)$ и шумы измерений $v(t)$ носят случайный характер, дефект $d(t)$ – детерминированный, при этом какие-либо ограничения на законы распределения случайных процессов $w(t)$ и $v(t)$ (кроме определяемых их зонотопами) не накладываются.

В указанных предположениях ставится задача синтеза диагностического наблюдателя, на основе информации от которого можно судить о наличии дефектов в системе. Для решения задачи строится нечувствительная к возмущению модель

$$\begin{aligned} x_*(t+1) &= F_*x_*(t) + J_*y(t) + G_*u(t) + D_*d(t), \\ y_*(t) &= H_*x_*(t) = R_*y(t), \end{aligned} \quad (2)$$

где $x_* \in R^k$ – вектор состояния модели; k – ее размерность; J_* и G_* – постоянные матрицы, под-

лежащие определению; матрицы H_* и F_* задаются в идентификационной канонической форме

$$F_* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, H_* = (1 \ 0 \ \dots \ 0), \quad (3)$$

которая обеспечивает устойчивость модели. Остальные матрицы определяются на основе уравнения [19, 20]

$$(R_* \ -J_{*1} \ \dots \ -J_{*k})(W^{(k)} \ L_*^{(k)}) = 0, \quad (4)$$

$$W^{(k)} = \begin{pmatrix} HF^k \\ HF^{k-1} \\ \vdots \\ H \end{pmatrix},$$

$$L_*^{(k)} = \begin{pmatrix} HL & HFL & \dots & HF^{k-1}L \\ 0 & HL & \dots & HF^{k-2}L \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad k=1, 2, \dots,$$

которое имеет нетривиальное решение, если

$$\text{rank}(V^{(k)} \ L^{(k)}) < l(k+1). \quad (5)$$

Предполагается, что векторы $x(t)$ и $x_*(t)$ связаны матрицей Φ , подлежащей определению:

$$x_*(t) = \Phi x(t).$$

Известно [19, 20], что матрицы, описывающие модель, удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} \Phi F &= F_* \Phi + J_* H, R_* H = H_* \Phi, G_* = \Phi G, \\ L_* &= \Phi L = 0, D_* = \Phi D. \end{aligned} \quad (6)$$

Для построения модели проверяется условие (5), выбирается минимальное значение k , начиная с $k=1$, далее из уравнения (4) определяется строка $(R_* \ -J_{*1} \ \dots \ -J_{*k})$, затем на основе соотношений

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= R_* H, \\ \Phi_i F &= \Phi_{i+1} + J_{*i} H, \quad i=1, k-1, \\ \Phi_k F &= J_k H, \end{aligned}$$

полученных с учетом вида (3), строится матрица Φ и из уравнений (6) определяются матрицы G_* и D_* . Если условие (5) не выполняется, следует найти другое решение уравнения (4). Если условие (5) не выполняется при всех $k < n$, необходимо искать робастное решение, минимизирующее вклад возмущения в модель, что детально изложено в статье [20].

2. ПОСТРОЕНИЕ ДИАГНОСТИЧЕСКОГО ЗОНОТОПА

Для решения задачи вводится диагностический наблюдатель, который строится на основе модели (2) и формирует невязку $r(t)$ для принятия решений о появлении дефекта:

$$\begin{aligned} \hat{x}_*(t+1) &= F_* \hat{x}_*(t) + G_* u(t) + J_* y(t), \\ \hat{y}_*(t) &= H_* \hat{x}_*(t), \\ r(t) &= R_* y(t) - \hat{y}_*(t). \end{aligned} \quad (7)$$

В отличие от модели (2), которая является виртуальным объектом и фактически представляет собой часть системы (1), нечувствительную к возмущению, диагностический наблюдатель существует реально и формирует невязку. Диагностические решения принимаются на основе зонотопа, конструкция которого определяется следующей теоремой.

Теорема. Если $d(t)=0$, то невязка принадлежит зонотопу $Z_r(t) = \langle c_r(t), P_r(t) \rangle$, имеющему вид

$$c_r(t) = 0, \quad P_r(t) = [H_* P_*(t) \ R_* P_v(t)]. \quad (8)$$

Доказательство. Пусть переменная $\hat{x}_*(t)$ принадлежит зонотопу порядка s_1 $Z_*(t) = \langle c_*(t), P_*(t) \rangle$, т. е.

$$\hat{x}_*(t) = c_*(t) + P_*(t)b_1, \quad b_1 \in B^{s_1}. \quad (9)$$

Тогда с учетом уравнения (7) получаем

$$\hat{x}_*(t+1) = F_* c_*(t) + G_* u(t) + J_* y(t) + F_* P_*(t)b_1.$$

Поскольку переменная $y(t)$ искажена шумами измерений, она принадлежит зонотопу порядка s_2 с центром $Hc_x(t)$ и порождающей матрицей P_v , т. е.

$$y(t) = Hc_x(t) + P_v b_2, \quad b_2 \in B^{s_2}; \quad (10)$$

где $c_x(t)$ – центр зонотопа для $x(t)$.

Преобразуем выражение для невязки при отсутствии дефектов с учетом формул (9), (10) и $R_* H = H_* \Phi$. Поскольку диагностический наблюдатель устойчив, состояния его и системы (1) согласуются после окончания переходного процесса, т. е. $c_*(t) = \Phi c_x(t)$, а тогда

$$\begin{aligned} r(t) &= R_* y(t) - H_* \hat{x}_*(t) = \\ &= R_* (Hc_x(t) + P_v b_2) - H_* (c_*(t) + P_*(t)b_1) = \\ &= H_* \Phi c_x(t) + R_* P_v b_2 - (H_* \Phi c_x(t) + H_* P_*(t)b_1) = \\ &= -H_* P_*(t)b_1 + R_* P_v b_2. \end{aligned} \quad (11)$$

Минус в первом слагаемом может быть опущен, поскольку векторы b_1 и b_2 независимы. Из полученного следует, что невязка $r(t)$ принадлежит зонотопу поряд-



ка $s_1 + s_2$ с центром в нуле и порождающей матрицей $[H_*P_*(t) \ R_*P_v]$. ♦

При появлении дефекта в момент $t-1$ получаем $c_*(t) = \Phi_{c_x}(t) + D_*d(t-1)$, центр зонотопа $Z_r(t)$ смещается, и если величина дефекта превышает определенный уровень, определяемый матрицами $P_*(t)$ и P_v , зонотоп $Z_r(t)$ перестает включать в себя нуль. Из теоремы и последнего замечания тогда следует, что решения принимаются следующим образом: если $0 \in Z_r(t)$, дефектов нет; если $0 \notin Z_r(t)$, дефект появился.

Если модель чувствительна к возмущениям, то матрица (5) дополняется элементом $H_*L_*P_w$.

Пусть функции $d(t)$ соответствует зонотоп $Z_d = \langle 0, P_d \rangle$ в том смысле, что если $d(t) \in Z_d$, то это квалифицируется не как дефект, а как допустимое изменение параметров системы. Нетрудно видеть, что этому случаю соответствует расширенная матрица $P_r(t) = [H_*P_*(t) \ R_*P_v \ H_*D_*P_d]$.

Отметим, что в работах [11–18] зонотопы строятся на основе исходной системы и размерность пространства, в котором они находятся, совпадает с размерностью этой системы. В предлагаемом методе за счет меньшей размерности модели уменьшается размерность пространства, в котором находится зонотоп, что приводит к сокращению числа операций для определения его характеристик и, как результат, к уменьшению вычислительной сложности процедуры диагностирования. Кроме того, редуцированная модель нечувствительна к внешним возмущениям, что позволяет понизить вероятность ошибочных решений.

3. ПРИМЕР

Рассмотрим дискретизованную модель электропривода [21]:

$$\begin{aligned} x_1(t+1) &= k_1x_2(t) + x_1(t), \\ x_2(t+1) &= k_2x_2(t) + k_3x_3(t) + w(t), \\ x_3(t+1) &= k_4x_2(t) + k_5x_3(t) + k_6u(t) + d(t), \\ y_1(t) &= x_1(t) + v_1(t), \quad y_2(t) = x_3(t) + v_2(t), \end{aligned} \quad (12)$$

где переменные $x_1(t)$, $x_2(t)$ и $x_3(t)$ – это скорость и угол вращения вала двигателя и ток якоря соответственно; коэффициенты $k_1 - k_6$ представляют параметры электропривода и интервал дискретизации; возмущение $w(t)$ обусловлено наличием внешнего нагрузочного момента, приведенного к валу двигателя; дефект $d(t)$ вызван изменением активного сопротивления обмотки двигателя из-за его перегрева; управление $u(t)$ –

это напряжение, подаваемое на двигатель. Модель (12) описывается матрицами

$$F = \begin{pmatrix} 1 & k_1 & 0 \\ 0 & 1 & k_2 \\ 0 & k_3 & k_4 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ k_5 \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad P_v = \begin{pmatrix} v_{*1} & 0 \\ 0 & v_{*2} \end{pmatrix}.$$

Уравнение (4) с $k=1$ дает $J_* = (k_4 \ -k_1k_5)$ и $R_* = (k_4 \ -k_1)$, откуда $\Phi = (k_4 \ 0 \ -k_1)$, $G_* = -k_1k_6$ и $D_* = -k_1$. Диагностический наблюдатель (7) принимает вид

$$\begin{aligned} \hat{x}_*(t+1) &= k_4y_1(t) - k_1k_5y_2(t) - k_1k_6u(t) - k_1d(t), \\ \hat{y}_*(t) &= \hat{x}_*(t), \\ r(t) &= y_1(t) + y_2(t) - \hat{y}_*(t). \end{aligned} \quad (13)$$

Так как $F_* = 0$ и $H_* = 1$, то из выражения (8) получаем

$$\begin{aligned} P_*(t+1) &= [F_*P_*(t) \ J_*L_yP_v] = \\ &= (k_4 \ -k_1k_5) \begin{pmatrix} v_{*1} & 0 \\ 0 & v_{*2} \end{pmatrix} = (k_4v_{*1} \ -k_1k_5v_{*2}), \end{aligned}$$

откуда

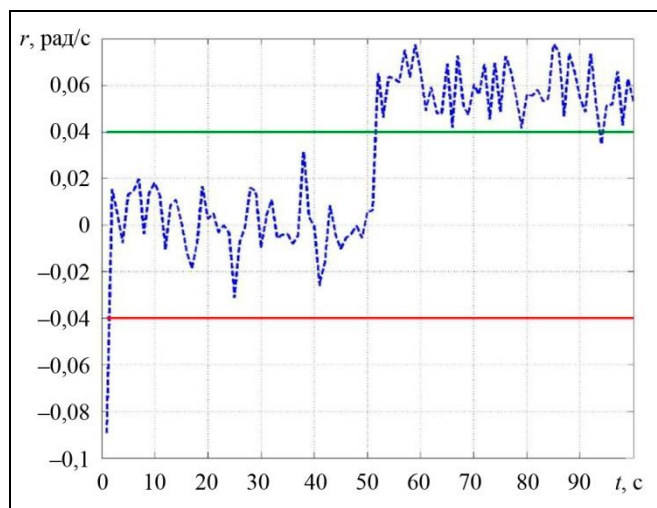
$$\begin{aligned} P_r(t+1) &= [P_*(t) \ R_*L_yP_v] = \\ &= (k_4v_{*1} \ -k_1k_5v_{*2} \ k_4v_{*1} \ -k_1v_{*2}). \end{aligned}$$

Поскольку центр зонотопа равен нулю, то из формулы (11) и независимости векторов b_1 и b_2 следует, что его нижняя $\underline{r}$ и верхняя $\bar{r}$ границы равны $-0,04$ и $0,04$ соответственно.

Отметим, что зонотоп, построенный методами, предложенными в работах [11–18], был бы трехмерным телом, в отличие от одномерного зонотопа в рассматриваемом примере, что уменьшает вычислительную сложность процедуры диагностирования, сокращает время проведения необходимых расчетов и позволяет более оперативно принимать диагностические решения.

Для моделирования рассмотрим систему (12) и диагностический наблюдатель (13), при $u(t) = 0,3\sin(t/10)$; внешнее возмущение $w(t)$ имитировалось случайной величиной, равномерно распределенной на интервале $(-0,05; 0,05)$; шумы $v_1(t)$ и $v_2(t)$ для каждого момента t представляют собой независимые случайные величины, равномерно распределенные на интервале $(-0,01; 0,01)$, т. е. соответствующий зонотоп $V = \langle 0, P_v \rangle$ – это квадрат со стороной, равной $0,02$, и $v_{1*} = v_{2*} = 0,01$. Для простоты примем $k_1 = k_2 = k_3 = k_6 = 1$, $k_4 = k_5 = -1$.

Результаты моделирования для начальных условий $x(0) = 0$, $\underline{x}_*(0) = 0,2$, $\hat{x}_*(0) = 0,1$ приведены на рисунке, где показано поведение невязки $r(t)$ и ее нижней и верхней границ при появлении дефекта $d = 0,06$ в момент $t = 50$. Как видно, на фоне шумов измерений дефект достоверно обнаруживается.



Поведение невязки и ее нижней и верхней границ при появлении дефекта

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрена задача диагностирования дискретных линейных систем при внешних возмущениях и шумах измерений с помощью теории зонотопов. Для решения задачи была построена редуцированная модель исходной системы, нечувствительная к возмущениям. На базе этой модели получены соотношения, позволяющие построить зонотоп, обнаруживающий возникающие в системе дефекты. Проведенное компьютерное моделирование подтвердило корректность теоретических построений.

Достоинство предложенного метода по сравнению с известными состоит в том, что он позволяет уменьшить вычислительную сложность процедуры диагностирования и ослабить ограничения, накладываемые на исходную систему, для решения поставленной задачи. Кроме того, за счет использования редуцированной модели в ряде случаев удастся устранить влияние внешних возмущений на процесс диагностирования и понизить вероятность ошибочных диагностических решений.

Рассмотренный подход может быть распространен на дефекты, носящие случайный характер, но описанные детерминированным зонотопом. Предполагается распространить этот подход на

нелинейные системы и случай, когда модель, нечувствительную к внешним возмущениям, построить не удастся.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ефимов Д.В., Раисси Т. Построение интервальных наблюдателей для динамических систем с неопределенностями // Автоматика и телемеханика. – 2016. – № 2. – С. 5–49. [Efimov, D., Raissi, T. Design of Interval Observers for Uncertain Dynamical Systems // Automation and Remote Control. – 2016. – Vol. 77, no. 2. – P. 191–225.]
2. Chebotarev, S., Efimov, D., Raissi, T., Zolghadri, A. Interval Observers for Continuous-Time LPV Systems with L_1/L_2 Performance // Automatica. – 2015. – Vol. 58. – P. 82–89.
3. Жирабок А.Н., Зуев А.В., Ким Ч.И. Интервальное оценивание в дискретных линейных системах с параметрическими неопределенностями // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2024. – № 1. – С. 139–149. [Zhirabok, A.N., Zuev, A.V., Kim C.I. Interval Estimation in Discrete-Time Linear Systems with Parametric Uncertainties // J. Computer and Systems Sciences Inter. – 2024. – Vol. 63, no. 1. – P. 1037–1047.]
4. Efimov, D., Raissi, T., Chebotarev, S., Zolghadri, A. Interval State Observer for Nonlinear Time Varying Systems // Automatica. – 2013. – Vol. 49. – P. 200–205.
5. Khan, A., Xie, W., Zhang, L., Liu, L. Design and Applications of Interval Observers for Uncertain Dynamical Systems // IET Circuits Devices Syst. – 2020. – Vol. 14, no. 6. – P. 721–740.
6. Liu, L., Xie, W., Khan, A., Zhang, L. Finite-Time Functional Interval Observer for Linear Systems with Uncertainties // IET Control Theory and Applications. – 2020. – Vol. 14, no. 18. – P. 2868–2878.
7. Meyer, L. Robust Functional Interval Observer for Multivariable Linear Systems // J. Dynamic Systems, Measurement, and Control. – 2019. – Vol. 141, no. 9. – Art. no. 094502.
8. Zhang, Z., Yang, G. Event-Triggered Fault Detection for a Class of Discrete-Time Linear Systems Using Interval Observers // ISA Transactions. – 2017. – Vol. 68. – P. 160–169.
9. Yi, Z., Xie, W., Khan, A., Xu, B. Fault Detection and Diagnosis for a Class of Linear Time-Varying Discrete-Time Uncertain Systems Using Interval Observers // Proceedings of the 39th Chinese Control Conf. – Shenyang, 2020. – P. 4124–4128.
10. Zhirabok, A., Zuev, A., Shumsky, A. Interval Observer Design for Fault Diagnosis // IFAC-PapersOnLine. – 2024. – Vol. 58, no. 4. – P. 688–692.
11. Alamo, T., Bravo, J., Camacho, E. Guaranteed State Estimation by Zonotopes // Automatica. – 2005. – Vol. 41. – P. 1035–1043.
12. Combastel, C. Zonotopes and Kalman Observers: Gain Optimality under Distinct Uncertainty Paradigms and Robust Convergence // Automatica. – 2015. – Vol. 55. – P. 265–273.
13. Althoff, M., Rath, J. Comparison of Guaranteed State Estimation for Linear Time-Invariant Systems // Automatica. – 2021. – Vol. 130. – Art. no. 109662.
14. Wang, C., Liu, H., Chen, S., Xu, F. Schatten-p Radius: Optimality Criterion and Optimization for Basic Ellipsotopes with Application to Zonotopes and Ellipsoids // Automatica. – 2025. – Vol. 171. – Art. no. 111926.
15. Lamouchi, R., Amairi, M., Raissi, T., Aoun, M. Robust Fault Detection Based on Zonotopic Observers for Linear Parameter



- Varying Systems // Proceedings of the 30th Mediterranean Conf. on Control and Automation. – Athens, 2022. – P. 773–778.
16. Rego, B., Rao, G., Scott, J., Raimondo, D. Guaranteed Methods Based on Constrained Zonotopes for Set-Valued State Estimation of Nonlinear Discrete-Time Systems // Automatica. – 2020. – Vol. 111. – Art no. 108614.
 17. de Paula, A., Raimondo, D., Raffo, G., Teixeira B. Set-Based State Estimation for Discrete-Time Constrained Nonlinear Systems: An Approach Based on Constrained Zonotopes and DC Programming // Automatica. – 2024. – Vol. 159. – Art no. 111401.
 18. Ma, Y., Wang, Z., Kinnaert, M., Shen, Y. A Zonotope-Based Interval Estimation Method for Systems with Nonlinear Equality Constraints // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2025. – Vol. 70, no. 2. – P. 1358–1365.
 19. Жирабок А.Н., Зуев А.В., Филаретов В.Ф., и др. Каноническая форма Жордана в задачах диагностирования и оценивания // Автоматика и телемеханика. – 2022. – № 9. – С. 36–54. [Zhirabok, A.N., Zuev, A.V., Filaretov, V.F., et al. Jordan Canonical Form in the Diagnosis and Estimation Problems // Automation and Remote Control. – 2022. – Vol. 83, no. 9. – P. 1355–1370.]
 20. Жирабок А.Н., Зуев А.В. Метод диагностирования дискретных систем на основе интервальных наблюдателей // Автоматика и телемеханика. – 2023. – № 12. – С. 133–145. [Zhirabok, A.N., Zuev, A.V. An Interval Observer-Based Method to Diagnose Discrete-Time Systems // Automation and Remote Control. – 2023. – Vol. 84, no. 12. – P. 1321–1330.]
 21. Филаретов В.Ф., Губанков А.С. Управление манипуляторами при выполнении различных технологических операций. – М.: Наука, – 2018. [Filaretov, V.F., Gubankov, A.S.

Control of Manipulator for Different Technological Operations. Moscow: Nauka, 2018. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии Л. Ю. Филимоном.

*Поступила в редакцию 01.11.2025,
после доработки 21.01.2026.
Принята к публикации 28.01.2026.*

Жирабок Алексей Нилович – д-р тех. наук, Дальневосточный федеральный ун-т, Институт проблем морских технологий ДВО РАН, г. Владивосток, ✉ zhirabok@mail.ru, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5927-7117>

Зуев Александр Валерьевич – д-р тех. наук, Дальневосточный федеральный ун-т, Институт проблем морских технологий ДВО РАН, г. Владивосток, ✉ alvzuev@yandex.ru, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-0934-6222>

Проценко Александр Анатольевич – канд. техн. наук, Дальневосточный федеральный ун-т, Институт проблем морских технологий ДВО РАН, г. Владивосток, ✉ pro293133@gmail.com ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-0260-8031>

© 2026 г. Жирабок А. Н., Зуев А. В., Проценко А. А.



Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная.

A FAULT DIAGNOSIS METHOD BASED ON ZONOTOPES

A. N. Zhirabok*, A. V. Zuev**, and A. A. Protsenko***

*** Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russia

** Institute of Marine Technology Problems, Russian Academy of Sciences,
Far Eastern Branch, Vladivostok, Russia

*✉ zhirabok@mail.ru, **✉ alvzuev@yandex.ru, ***✉ pro293133@gmail.com

Abstract. In this paper, zonotope theory is used to address the problem of detecting faults in technical systems described by discrete-time dynamic linear models with exogenous disturbances and measurement noise. To construct the corresponding zonotope, a reduced (lower-dimensional) model of the original system is developed; this model is insensitive to exogenous disturbances. To simplify the solution procedure, the matrices of the reduced model are written in the identification canonical form, which also ensures model stability. Based on this form, an equation is derived to find a solution of minimal dimension. If the insensitivity to exogenous disturbances cannot be achieved, a minimum sensitivity solution is obtained. Based on the resulting model, a diagnostic observer is designed that generates a residual for deciding on the presence/absence of faults. The observer design formulas are used to construct a fault-detecting zonotope. The theoretical framework is illustrated with a practical problem of detecting faults in an electric drive of an underwater vehicle as an example. According to the simulation results in MATLAB, the theoretical framework is correct.

Keywords: discrete systems, faults, diagnostic observers, residual, disturbances, measurement noise, zonotopes.

Acknowledgments. This work was supported by the Russian Science Foundation, project no. 25-19-00590, <https://rscf.ru/project/25-19-00590/>.