УДК 629.7.036.54-63

АЛГОРИТМЫ ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ПРОГНОЗИРОВАНИЕМ НЕВЯЗОК ПОДВИЖНЫХ КРАЕВЫХ УСЛОВИЙ

В.К. Завадский, В.П. Иванов, Е.Б. Каблова, Л.Г. Кленовая

Рассмотрены вопросы динамики систем терминального управления многосвязными объектами. Получены условия асимптотической устойчивости для квазитерминального управления с прогнозированием будущего состояния на заданном интервале времени.

Ключевые слова: терминальное управление, динамика систем, асимптотическая устойчивость.

ВВЕДЕНИЕ

Системы терминального управления широко применяются в первую очередь для решения задач управления движущимися объектами, например, управления выведением ракет-носителей и расходованием топлива жидкостным ракетным двигателем.

В таких задачах управление объектом осуществляется на конечном интервале времени, задаваемым либо в явном виде, либо определяемым моментом выполнения заданных краевых условий, налагаемых на координаты траектории движения объекта.

Задачи терминального управления характеризуются, прежде всего, высокими требованиями к точности выполнения краевых условий. Кроме того, к протеканию процесса управления до момента их выполнения (терминального момента) могут предъявляться дополнительные требования эффективного и экономичного использования имеющихся ресурсов, которые приводят к постановкам ряда задач оптимизации траектории движения объекта к заданной цели. В детерминированной постановке решение этих задач позволяет построить оптимальную программу управления.

Реальные системы управления находятся под воздействием случайных возмущений и помех. Для адаптации системы к возмущенным условиям функционирования управление должно опираться на текущие измерения координат состояния объекта и предысторию измерений и управляющих воздействий.

Практика создания систем терминального управления подсказывает разработчикам подход к синтезу управления с обратной связью, адекватный природе решаемой задачи и позволяющий минимизировать затраты на управление. Данный подход предусматривает прогнозирование будущего движения системы от текущего момента вплоть до терминального на основе измерений и априорного описания объекта управления и формирование управления, приводящего систему в заданное конечное состояние [1, 2]. Непрерывное прогнозирование будущего движения в темпе, потребном для управления, путем численного интегрирования уравнений объекта стало возможным благодаря возросшей производительности современных бортовых вычислительных машин.

Такой подход к организации процесса управления определяет специфику динамических свойств системы терминального управления, в которой помимо переходных процессов изменения координат объекта при его движении в новое состояние исследуется также динамика переходных процессов изменения прогнозируемых невязок заданных краевых условий.

В настоящей работе динамические свойства терминальной системы рассматриваются в детерминированной постановке и идеализированных условиях, предполагающих отсутствие возмущающих факторов и наличие полной измерительной информации о координатах текущего состояния и априорного описания объекта. Предполагается, что задача управления движением объекта решается при переменных начальных условиях, заранее неизвестных до момента измерения.

Особенность рассматриваемой задачи связана с тем, что текущее управление формируется на основе прогнозирования будущего, промежуточного состояния объекта, отдаленного от заданного конечного состояния [3]. Целесообразность такого квазитерминального управления может быть связана с трудностями прогнозирования конечного состояния. Потребность в подобном управлении возникает также при необходимости обеспечения асимптотически устойчивого движения системы в окрестности заданного конечного состояния и удержания достигнутого конечного состояния. Отметим, что в данном случае возникает более сложная в плане динамики задача управления невязкой подвижных краевых условий на координаты состояния объекта.

1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Пусть объект управления описывается дифференциальным уравнением вида

$$\dot{x}(t) = F(x(t), w(t), t), \quad x(t) \in X \subset E^k,$$
$$w(t) \in W \subset E^v, \quad (1)$$
$$t[t_0, t_{\text{кон}}], \quad x(t_0) = x_0 \in X^0,$$

где $x(t)$ — вектор фазовых координат системы; F — известная вектор-функция, дифференцируемая по совокупности своих аргументов; x_0 — вектор начальных условий, заранее неизвестных до момента измерений; $w(t)$ — вектор-функция управляющих воздействий; $t_{\text{кон}}$ — момент достижения цели управления (конечный, т. е. терминальный момент времени).

Цель управления задается краевыми условиями

$$\varphi^l(x(t), t_{\text{кон}}) = \varphi_з^l, \quad l = \overline{1, L}, \quad L \le k, \quad (2)$$

где φ^l — известная функция, $\varphi_з^l$ — ее заданное значение.

Достижение требуемого конечного состояния (2) обеспечивается выбором управления $w(t)$.

Принимая во внимание возможность ошибок управления, введем понятие невязок краевых условий:

$$z_{\text{кон}} = \{z^l = \phi^l(x(t), t_{\text{кон}}) - \phi_з^l, \ l = \overline{1, L}\}. \quad (3)$$

Пусть δ — множество допустимых значений вектора невязок.

Управляющие воздействия будем формировать в виде вектор-функции

$$w = w(u, t), \quad u \in E^r, \quad r = L, \quad (4)$$

где u — вектор параметров программы управления (4), синтезированной при решении задачи оптимизации траектории движения объекта к заданной цели.

В качестве примера программы управления (4) можно привести оптимальный по расходу топлива закон изменения угла тангажа θ при заданных краевых условиях по положению и скорости движения ракеты в однородном плоскопараллельном гравитационном поле [4]:

$$\text{tg}\theta = u_1 + u_2 t,$$

где u_1 и u_2 — коэффициенты, зависящие от граничных условий.

Предполагается, что вид вектор-функции (4) известен, а задача заключается в выборе вектора параметров u этой функции, при которых $z_{\text{кон}} \in \delta$.

Переформулируем задачу (1)—(4). Будем считать, что для номинальных начальных условий синтезирована программа управления (4) $w_{\text{ном}}(t)$ и определена номинальная траектория $x_{\text{н}}(t)$ движения объекта к заданной цели (2).

Текущее управление с обратной связью будем формировать по отклонениям фактической траектории движения объекта от номинальной. Стратегию управления $w(t)$ будем строить таким образом, чтобы парировать указанные отклонения к моменту времени, отдаленному от текущего на заданный интервал ΔT. Отклонения координат фактической траектории от номинальной будем парировать путем изменения параметров вектор-функции (4) от номинальных значений.

С учетом выражения (4) уравнение объекта (1) в отклонениях от номинальной траектории может быть записано в виде

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad x(t) \in E^k, \quad u(t) \in E^r, \quad r = k. \quad (5)$$

Здесь через $x(t)$ и $u(t)$ переобозначены отклонения фактических значений координат объекта и управления от их значений, соответствующих номинальной траектории движения.

В дальнейшем для объекта (5) вектор u будем называть управлением.

Для объекта (5) взамен условий (2) будем рассматривать новые, подвижные краевые условия — значения координат номинальной траектории в момент времени, удаленный от текущего на заданный интервал ΔT.

Управление объектом (5) в текущий момент времени t будем формировать на основе прогнозируемых значений невязок подвижных краевых условий — значений фазовых координат, определяемых для будущего момента времени $t + \Delta T$, при заданном априори будущем управлении. Для решения задачи прогнозирования будем пользоваться моделью объекта

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u, \tau), \quad \tau \in (t, t + \Delta T),$$
$$\hat{x}(t) = x(t), \quad u(\tau) = u(t).$$

Здесь в отличие от объекта (5), где управление является переменной функцией времени, управление $u(\tau)$ считается постоянным на интервале $\tau \in (t,\ t + \Delta T)$.

Назовем $z(t) = \hat{x}(t + \Delta T)$ (значение вектора координат $\hat{x}(\tau)$ модели объекта в момент $t + \Delta T$) прогнозируемым значением вектора координат объекта (5) в момент $t + \Delta T$. Используя интегральную форму записи для модели объекта на отрезке прогноза и полагая $\hat{x}(t) = x(t)$, получаем

$$z(t) = z(x(t),\ u(t),\ t) = \\ = x(t) + \int_t^{t+\Delta T} f(\hat{x}(\tau),\ u(t),\ \tau)d\tau, \qquad (6)$$

где $\hat{x}(\tau)$ — решение уравнения модели объекта при прогнозировании.

В общем случае в бортовых системах управления движением значение $z(t)$ вычисляется путем численного интегрирования уравнения объекта при заданной программе управления на интервале прогнозирования.

В переформулированной задаче управления ограничение интервала регулирования моментом $t_{\text{кон}}$ не имеет принципиального значения и в дальнейшем рассмотрении не учитывается.

Управление $u(t)$ объектом (5) будем выбирать из условия минимизации значения $z(t)$.

Итак, исходная задача (1)—(4) переформулирована в задачу (5), (6) квазитерминального управления. Поясним его суть. Квазитерминальное управление предназначено для парирования отклонений координат от номинальной траектории объекта (5). При управлении используются подвижные краевые условия — значения координат номинальной траектории в момент времени, удаленный от текущего на заданный интервал ΔT.

Переформулированная задача более простая по сравнению с исходной. В окрестности номинальной траектории могут использоваться линеаризованные уравнения объекта. В связи с сокращением интервала прогнозирования снижается трудоемкость численного интегрирования. Вместе с тем, решение задачи квазитерминального управления не гарантирует, вообще говоря, решения исходной задачи при возмущенных начальных условиях, если замкнутая система управления не является асимптотически устойчивой. В общей теории управления проблема устойчивости одна из ключевых и исследовалась в ряде монографий (см., например, работу [5]).

Цель настоящей статьи состоит в выборе алгоритмов квазитерминального управления с прогнозированием и исследовании устойчивости линейной системы с такими алгоритмами.

2. ВЫБОР АЛГОРИТМА КВАЗИТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ УСЛОВИИ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НУЛЕВОГО ЗНАЧЕНИЯ ВЕКТОРА ПРОГНОЗИРУЕМЫХ НЕВЯЗОК

Будем считать, что выбором управления $u(t)$ обеспечивается нулевое значение вектора $z(t)$, определяемого выражением (6).

Рассмотрим линейную систему управления объектом

$$\dot{x} = A(t)x(t) + B(t)u(t). \qquad (7)$$

Отметим, что в ряде случаев линейная система может рассматриваться как первое приближение в решении задачи устойчивости исходной нелинейной системы.

Выражение (6) применительно к объекту (7) может быть записано в виде

$$z(t) = \hat{x}(t + \Delta T) = \Phi(t,\ t + \Delta T)x(t) + \\ + \left(\int_t^{t+\Delta t} \Phi(\tau, t + \Delta T)B(\tau)d\tau\right)u(t), \qquad (8)$$

где $\Phi(\tau,\ t + \Delta T)$ — фундаментальная матрица решений однородного дифференциального уравнения, получаемого из уравнения (7) при $u(t) = 0$.

Запишем выражение (8) в виде

$$z(t) = \hat{x}(t + \Delta T) = \Phi(t,\ t + \Delta T)x(t) + \frac{\partial z}{\partial u}u(t)),$$

где $\dfrac{\partial z}{\partial u} = \displaystyle\int_t^{t+\Delta t} \Phi(\tau,\ t + \Delta T)B(\tau)d\tau.$

Отсюда следует, что управление $u(t)$, которое выбирается из условия $\hat{x}(t + \Delta T) = 0$, является линейной вектор-функцией $x(t)$ с переменными во времени параметрами:

$$u(x,\ t) = \Gamma(t)x(t),$$

где $\Gamma(t) = -\left(\dfrac{\partial z}{\partial u}\right)^{-1}\Phi(t,\ t + \Delta T).$

Отметим, что задача приведения объекта (7) на номинальную траекторию движения может рассматриваться на отдельных участках траектории, где в качестве первого приближения уравнение объекта может считаться стационарным.

Упростим задачу. В уравнении (7) положим, что A — неособенная матрица постоянных параметров, и введем новое управление $\tilde{u}(t) = B(t)u(t)$.

В результате получим

$$\dot{x} = Ax(t) + \tilde{u}(t). \qquad (9)$$

Решение уравнения (6) применительно к модели объекта (9) при условии $\tilde{u}(\tau) = \tilde{u}(t)$, $t \in (t,\ t + \Delta T)$, может быть записано в виде

$$z(t) = \hat{x}(t + \Delta T) = \exp(A\Delta T)x(t) + \\ + \left(\int_t^{t+\Delta t} \exp(A(t + \Delta T - \tau))d\tau\right)\tilde{u}(t).$$

В результате интегрирования получим

$$z(t) = \exp(A\Delta T)x(t) + \frac{\partial z}{\partial \tilde{u}}\tilde{u}(t), \qquad (10)$$

$$\frac{\partial z}{\partial \tilde{u}} = -A^{-1}(E - \exp(A\Delta T)), \qquad (11)$$

где E — единичная матрица.

Из условия $\hat{x}(t + \Delta T) = 0$ получим:

$$\tilde{u}(t) = (E - \exp(A\Delta T))^{-1}A\exp(A\Delta T)x(t) = = A((E - \exp(A\Delta T))^{-1} - E)x(t). \qquad (12)$$

Подставляя выражение для $\tilde{u}(t)$ в уравнение (9), найдем

$$\dot{x} = Ax(t) + (E - \exp(A\Delta T))^{-1}A\exp(A\Delta T)x(t).$$

После преобразования получим

$$\dot{x} = (E - \exp(A\Delta T))^{-1}Ax(t). \qquad (13)$$

Для $\dot{\tilde{u}}$ может быть получено уравнение в виде, аналогичном уравнению (13) для $\dot{x}$:

$$\dot{\tilde{u}} = (E - \exp(A\Delta T))^{-1}A\tilde{u}.$$

Решение уравнения (13) может быть записано в виде

$$x(t) = \exp((E - \exp(A\Delta T))^{-1}A(t - t_0))x_0. \qquad (14)$$

Правая часть уравнения (14) содержит функцию матрицы A. Воспользуемся определением функции от матрицы $f(A)$ в виде [6]

$$f(A) = \sum_{k=1}^{s} f(\lambda_k)\phi_k(A). \qquad (15)$$

Здесь λ_k — характеристические числа матрицы A (предполагается, что матрица A не имеет кратных характеристических чисел), $\varphi_k(A)$ — матрицы (составляющие или компоненты матрицы A), которые определяются заданием матрицы A и не зависят от вида функции $f(A)$.

Фундаментальная матрица решений уравнения (9) для терминальных систем представляет совой совокупность медленно меняющихся экспоненциальных функций с постоянными времени, сравнимыми с временем функционирования системы.

В связи с этим будем полагать, что характеристические числа матрицы A имеют вещественные значения.

В уравнении (14)

$$f(A) = \exp((E - \exp(A\Delta T))^{-1}A).$$

Применим к этому выражению определение функции от матрицы в виде (15).

Дополнительно воспользуемся представлением $\exp(A\Delta T)$ в виде степенного ряда:

$$E - \exp(A\Delta T) = = -\left(A\Delta T + \frac{(A\Delta T)^2}{2!} + \ldots + \frac{(A\Delta T)^n}{n!} + \ldots\right).$$

Отметим, что для каждой скалярной величины λ_k степенной ряд сводится к $1 - \exp(\lambda_k\Delta T)$.

В результате получим

$$x(t) = \left(\sum_{k=1}^{s}\exp((1 - \exp(\lambda_k\Delta T))^{-1} \times \times \lambda_k(t - t_0))\phi_k(A)\right)x_0. \qquad (16)$$

Покажем, что в выражении (16) все скалярные показатели при экспонентах $p_k = ((1 - - \exp(\lambda_k\Delta T))^{-1}\lambda_k)$ — отрицательные величины.

Рассмотрим величину p_k при положительных и отрицательных значениях характеристического числа λ_k.

Пусть $\lambda_k > 0$. В этом случае $(1 - \exp(\lambda_k\Delta T))^{-1} < 0$, следовательно, $p_k < 0$.

При $\lambda_k < 0$ $(1 - \exp(\lambda_k\Delta T))^{-1} > 0$ и, следовательно, $p_k < 0$.

Таким образом, в выражении (16) все показатели p_k при экспонентах имеют отрицательные значения. Это означает, что в замкнутой системе движение объекта по вектору координат $x(t)$ асимптотически устойчиво при любых вещественных значениях характеристических чисел матрицы A уравнения (9). Данное утверждение может быть распространено и на случай нулевого значения λ_k.

В заключение данного параграфа отметим, что решение поставленной задачи предполагает возможность непрерывного мгновенного решения краевой задачи и выбора в каждый момент времени управления объектом (5) из условия равенства нулю прогнозируемых невязок скользящих краевых условий (что в реальных условиях, конечно же, невозможно и практически может быть реализовано с некоторой степенью приближения).

Однако такая идеализация в линейном стационарном случае позволяет получить для многосвязной системы в явном виде асимптотически устойчивый алгоритм управления с обратной связью как функцию вектора состояния и параметров объекта (12).

3. ФОРМИРОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПРОГНОЗИРУЕМЫХ НЕВЯЗОК И ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ

Выбор управления из условия $z(t) = 0$ как функции текущих координат состояния объекта не всегда возможен. Для реального объекта, который может описываться более сложным уравнением по сравнению с его стационарной моделью (12), нахождение $u(t)$ из условия $z(t) = 0$ может быть связано с существенным объемом вычислительных затрат. Более доступным является способ формирования управления в зависимости от прогнозируемых невязок, использующий для уменьшения $z(t)$ механизм обратной связи. Рассмотрим этот способ управления на примере объекта (12).

Продифференцируем уравнение (10). Заменим $\dot{x}(t)$ правой частью уравнения (9). Выразим $x(t)$ через $z(t)$. В результате получим

$$\dot{z} = \frac{\partial z}{\partial \tilde{u}}\dot{\tilde{u}} + Az(t) + \tilde{u}(t). \qquad (17)$$

Будем искать алгоритм управления в виде:

$$\dot{\tilde{u}}(t) = G\tilde{u}(t) + Dz(t). \qquad (18)$$

Задача синтеза заключается в выборе матриц G и D алгоритма управления, обеспечивающих асимптотически устойчивое движение по координатам $z(t)$, $\tilde{u}(t)$.

Уравнение (17) для $\dot{z}$ с учетом формулы (18) приводится к виду:

$$\dot{z} = \left(\frac{\partial z}{\partial \tilde{u}}D + A\right)z(t) + \left(E + \frac{\partial z}{\partial \tilde{u}}G\right)\tilde{u}(t). \qquad (19)$$

В правой части уравнения (19) для $\dot{z}(t)$ можно исключить зависимость от $\tilde{u}(t)$.

Будем полагать

$$E + \frac{\partial z}{\partial \tilde{u}}G = 0. \qquad (20)$$

Отсюда с учетом выражения (11) получим

$$G = -\left(\frac{\partial z}{\partial \tilde{u}}\right)^{-1} = E - \exp(A\Delta T))^{-1}A. \qquad (21)$$

Положим

$$D = -\left(\frac{\partial z}{\partial \tilde{u}}\right)^{-1}(A - G). \qquad (22)$$

С учетом выражений (20) и (22) уравнение (19) преобразуется к виду

$$\dot{z} = Gz(t). \qquad (23)$$

Решение уравнения (23)

$$z(t) = \exp(G(t - t_0))z_0,$$

где z_0 — начальное условие по координате $z(t)$.

В этом случае, как было показано выше для уравнения (13), движение по координате $z(t)$ асимптотически устойчиво.

Решение уравнения (18) может быть представлено в виде суммы решения однородного дифференциального уравнения (18) (при условии $z(t) = 0$) и частного решения, которое учитывает влияние $z(t)$ на координату $\tilde{u}(t)$:

$$\tilde{u}(t) = \exp(G(t - t_0))\tilde{u}_0 + \\ + \int_{t_0}^{t}\exp(G(t - \tau))D\exp(G(\tau - t_0))z_0 d\tau. \qquad (24)$$

Уравнение (24) для $\tilde{u}(t)$ в результате интегрирования по частям может быть приведено к виду

$$\tilde{u}(t) = \exp(G(t - t_0))\tilde{u}_0 + \\ + ((D\exp G(t - t_0)) - \exp(G(t - t_0))D)G^{-1} + \\ + (t - t_0)\exp(G(t - t_0))D)z_0. \qquad (25)$$

Пусть

$$\Delta = (D\exp(G(t - t_0)) - \exp(G(t - t_0))D).$$

Покажем, что $\Delta = 0$.

С учетом того, что матрица $D = G(A - G)$, можно записать:

$$\Delta = G(A - G)\exp(G(t - t_0)) - \\ - \exp(G(t - t_0))G(A - G)). \qquad (26)$$

Определим в выражении (26) функции матрицы A:

$$f_1(A) = G(A - G), \quad f_2(A) = \exp(G(t - t_0)).$$

С помощью введенных функций выражение (26) можно представить в виде

$$\Delta = f_1(A)f_2(A) - f_2(A)f_1(A).$$

Нетрудно показать, что матрицы $f_1(A)$ и $f_2(A)$ — перестановочные, а данное выражение равно нулю. Действительно, каждая из функций $f_1(A)$ и $f_2(A)$ представляется в виде (15):

$$f_1(A) = \sum_{k=1}^{s} f_1(\lambda_k)\varphi_k(A), f_2(A) = \sum_{k=1}^{s} f_2(\lambda_k)\varphi_k(A).$$

Произведение таких многочленов не зависит от того, в каком порядке они перемножаются.

С учетом доказанного, уравнение (25) для выбранных матриц G и D приводится к виду:

$$\tilde{u}(t) = \exp(G(t - t_0))\tilde{u}_0 + (t - t_0)\exp(G(t - t_0))Dz_0.$$

Матричная экспонента $\exp(G(t - t_0))$ в соответствии с определением (15) представляется суммой экспоненциальных функций с отрицательными показателями, т. е. движение по координате $\tilde{u}(t)$ асимптотически устойчиво.

Таким образом, для алгоритма управления (18) и выбранных матриц G (21) и D (22) доказана асимптотическая устойчивость переходных процессов по невязкам краевых условий $z(t)$ и управлению $u(t)$, а, следовательно, и по координатам состояния объекта $x(t)$.

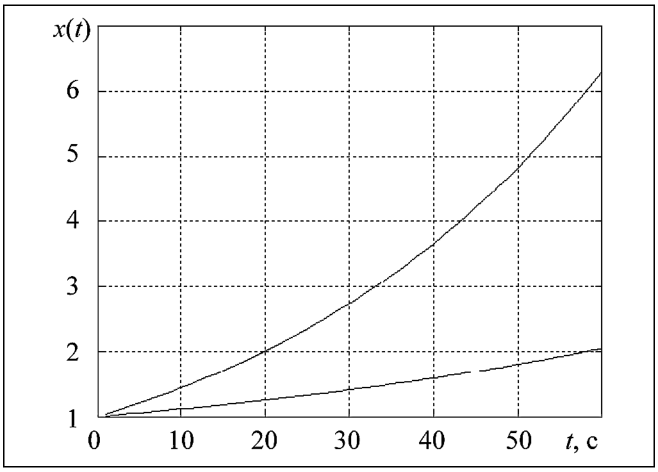

Рис. 1. Изменение координат вектора $x(t)$ неуправляемого объекта

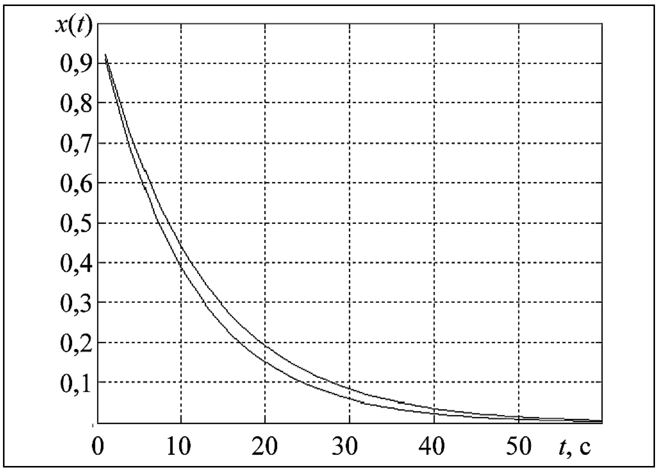

Рис. 2. Изменение координат вектора $x(t)$ для первого варианта алгоритма управления

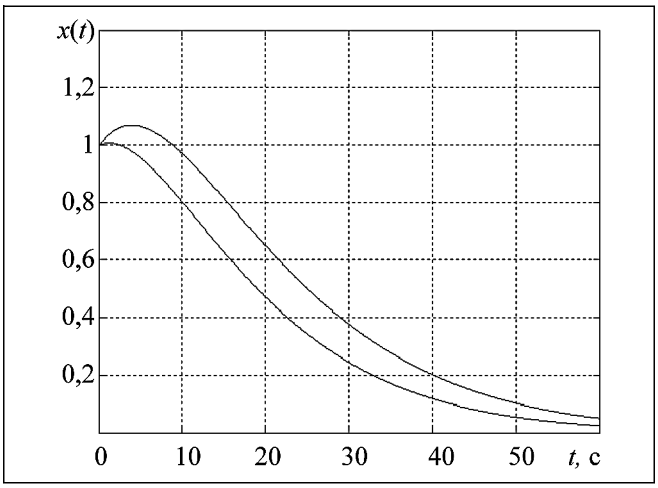

Рис. 3. Изменение координат вектора $x(t)$ для второго варианта алгоритма управления

4. ПРИМЕР

Полученные результаты апробированы на примере управления неустойчивым линейным стационарным объектом второго порядка. Матрица A задавалась в виде:

$$A = \left\| \begin{matrix} 0{,}01 & 0{,}019 \\ 0{,}001 & 0{,}02 \end{matrix} \right\|.$$

Исследовались два варианта алгоритма квазитерминального управления.

В первом варианте управление $\tilde{u}(t)$ выбиралось из условия $z(t) = 0$:

$$\tilde{u}(t) = A((E - \exp(A\Delta T))^{-1} - E)x(t) =$$
$$= \left\| \begin{matrix} -0{,}1050991 & -0{,}0005250 \\ -0{,}0099746 & -0{,}1103489 \end{matrix} \right\| x(t).$$

Во втором варианте алгоритм управления задавался дифференциальным уравнением (18), матрицы G и D имели вид:

$$G = -\left(\frac{\partial z}{\partial \tilde{u}}\right)^{-1} = (E - \exp(A\Delta T))^{-1}A,$$
$$D = -\left(\frac{\partial z}{\partial \tilde{u}}\right)^{-1}(A - (E - \exp(A\Delta T))^{-1}A),$$
$$\frac{\partial z}{\partial \tilde{u}} = -A^{-1}(E - \exp(A\Delta T)),$$
$$G = \left\| \begin{matrix} -0{,}0950991 & 0{,}0004750 \\ 0{,}0090254 & -0{,}090349 \end{matrix} \right\|,$$
$$D = \left\| \begin{matrix} -0{,}0099901 & 0{,}0000025 \\ 0{,}0000474 & -0{,}0099652 \end{matrix} \right\|.$$

Переходные процессы по координатам $x(t)$, $\tilde{u}(t)$ и $z(t)$ вычислялись по аналитическим уравнениям. Кроме того, для алгоритма во втором варианте проводилось численное интегрирование уравнений объекта (9) и регулятора (18), а также варьировался параметр ΔT.

Переходные процессы, соответствующие решениям, полученным аналитическим путем и путем численного интегрирования, практически совпадали, что подтверждает правильность полученных аналитических выражений.

Полученные численные результаты при заданных начальных условиях ($x_0^T = (1,1)$) приведены в виде графиков на рис. 1—6. Интервал прогнозирования $\Delta T = 10$ с.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулирована задача квазитерминального управления с прогнозированием для многосвязной системы. Для такого управления вводятся подвижные краевые условия, накладываемые на отклонения координат состояния объекта от номинальной траектории. Краевые условия задаются в момент времени, удаленный от текущего на заданный интервал. Для линеаризованных уравнений объекта получены асимптотически устойчивые алгоритмы управления.

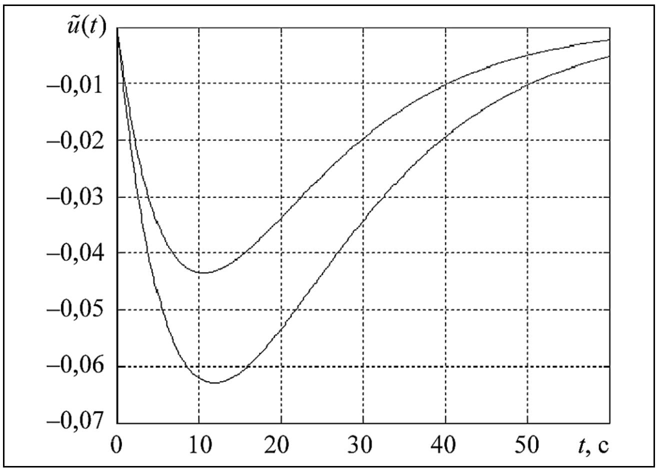

Рис. 4. Изменение координат вектора $\tilde{u}(t)$ для второго варианта алгоритма управления

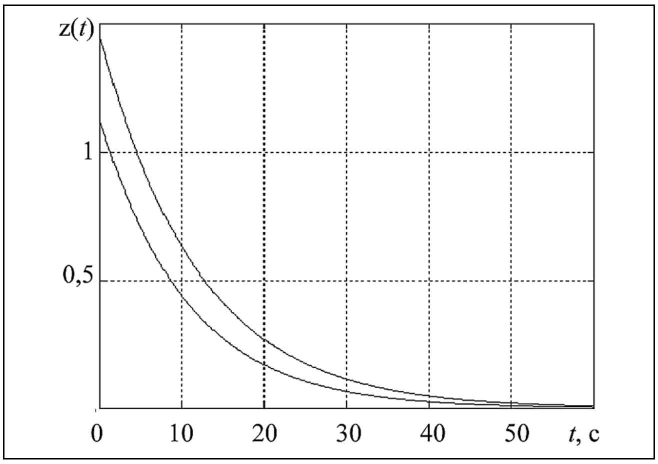

Рис. 5. Изменение координат вектора $z(t)$ для второго варианта алгоритма управления

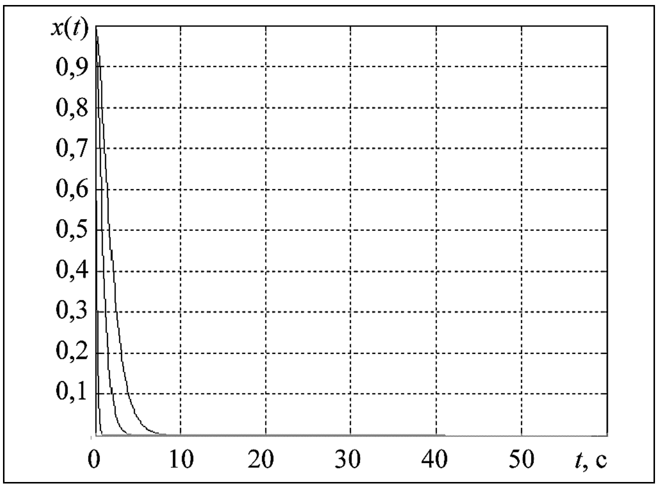

Рис. 6. Изменение координат вектора $x(t)$ для второго варианта алгоритма управления: $\Delta T = 1$ с, $\Delta T = 0{,}5$ с и $\Delta T = 0{,}1$ с

Вопросы устойчивости, рассмотренные в данной статье, восполняют пробел в теории терминального управления, в которой этим вопросам уделялось недостаточно внимания. Вместе с тем, в терминальных системах управления многомерными объектами с взаимосвязанными координатами могут возникать неустойчивые колебательные процессы. Примерами таких объектов служат жидкостные ракеты-носители и разгонные блоки.

Современные бортовые системы управления представляют собой интегрированные, многосвязные комплексы терминального управления движением центра масс ракеты-носителя, расходованием топлива, подачей газа наддува в баки и режимом работы двигательной установки. Управления в отдельных подсистемах могут создавать возмущающие воздействия на смежные системы и вызывать в них неустойчивые процессы. Решение задачи квазитерминального управления с прогнозированием, которая рассматривается в данной работе, позволяет обеспечить асимптотически устойчивое движение по всем координатам, минимизировать потери на управление и в итоге повысить энергетические характеристики ракеты-носителя. Эта задача, даже в упрощенном варианте, сформулированном в данной работе, оказывается достаточно сложной, а ее решение позволяет ответить на принципиальные вопросы, возникающие при разработке бортовых систем управления.

Полученные результаты могут быть полезны и для систем нетерминального типа.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бортовые* терминальные системы управления / Б.Н. Петров, Ю.П. Портнов-Соколов, А.Я. Андриенко, В.П. Иванов. — М.: Машиностроение, 1983. — 200 с.
2. *Андриенко А.Я., Иванов В.П.* Вопросы теории и практики создания бортовых терминальных систем жидкостных ракет-носителей // Автоматика и телемеханика. — 2013. — № 3. — С. 103—119.
3. *Батенко А.П..* Управление начальным состоянием движущихся объектов. — М.: Советское радио, 1977. — 254 с.
4. *Сихарулидзе Ю.Г.* Баллистика и наведение летательных аппаратов. — М.: Бином. Лаборатория знаний, 2011. — 407 с.
5. *Малкин И.Г.* Теория устойчивости движения. — М.: Наука, 1966.
6. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. 3-е изд. — М.: Машиностроение, 1967. — 575 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Ю. Рутковским.

Завадский Владимир Константинович — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник,

Иванов Владимир Петрович — д-р техн. наук, зав. лабораторией,

Каблова Елена Борисовна — науч. сотрудник,

Кленовая Людмила Григорьевна — науч. сотрудник,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ vladguc@ipu.ru.