



# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ, АЛГОРИТМЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ ДЛЯ МОНИТОРИНГА ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ВУЗА

Н.В. Яндыбаева, В.А. Кушников

Разработаны математические модели для проведения мониторинга эффективности образовательной деятельности высшего учебного заведения. Предложен эвристический численный алгоритм решения системы дифференциальных уравнений, основанный на нейронных сетях и методе Рунге — Кутты четвертого порядка. Разработан программный модуль для автоматизации расчета показателей эффективности.

**Ключевые слова:** высшая школа, мониторинг, образовательная деятельность, показатель, эффективность, математическая модель, программный модуль.

## ВВЕДЕНИЕ

Динамические изменения в современном мире, рост конкуренции в мировой экономике, межнациональные конфликты, ограниченность всех видов ресурсов требуют перехода к стратегическим приоритетам в управлении развитием государства. Одним из документов, в которых предложена концепция повышения качества жизни граждан России, является Указ Президента РФ от 12 мая 2009 г. № 537 «О Стратегии национальной безопасности Российской Федерации до 2020 года».

Методология комплексных исследований безопасности и перехода России к устойчивому развитию с помощью математических моделей и новых информационных технологий рассмотрена в работах [1, 2] и др. Однако предлагаемые учеными логико-математические модели и подходы к обеспечению устойчивого развития носят слишком общий и обтекаемый характер. Целевые показатели, характеризующие уровни, при которых обеспечивается безопасное развитие России в экономическом, социальном, экологическом, оборонном и других аспектах, должны быть углублены и откорректированы в соответствии с требованиями современности.

Одним из показателей национальной безопасности служит уровень обеспеченности ресурсами образования и науки (в процентах от ВВП). Для подготовки высококлассных специалистов, востре-

бованных на рынке труда, необходимо реформирование системы оценки качества образовательной деятельности высших учебных заведений [3]. Один из способов решения проблемы оценки качества высшего образования заключается в определении эффективности деятельности вуза посредством мониторинга. В ходе мониторинга реализуется комплекс мероприятий, направленных на формирование аналитических материалов о деятельности вузов и их филиалов на основе показателей эффективности деятельности образовательных организаций высшего образования. Принятие решения об отнесении образовательной организации к группе вузов, имеющих признаки неэффективности, принимается в том случае, когда образовательная организация или ее филиал достигает порогового значения для любых четырех из семи показателей.

По результатам мониторинга вузовской сети в 2014 г. межведомственная комиссия под председательством главы Минобрнауки признала неэффективными и нуждающимися в реорганизации около 1010 вузов и филиалов. На заседании межведомственной комиссии, состоявшемся в апреле 2013 г., были определены критерии, по которым оценивается деятельность высшего учебного заведения [4].

В этой связи возникает необходимость разработки математических моделей, алгоритмов и комплексов программ, позволяющих в рамках информационной системы вуза осуществить имитацион-

Таблица 1

**Показатели оценки эффективности деятельности филиалов вузов**

$X_i^{\Phi}$	Содержание базового показателя	Пороговое значение
$X_1$	<i>Образовательная деятельность.</i> Средний балл студентов, принятых по результатам ЕГЭ на обучение по очной форме по программам подготовки бакалавров и специалистов за счет средств бюджетной системы РФ и с оплатой стоимости затрат на обучение физическими и юридическими лицами, баллы	50
$X_2$	<i>Научно-исследовательская деятельность.</i> Объем НИОКР в расчете на одного научно-педагогического работника (НПР), тыс. руб.	1,7
$X_3$	<i>Финансово-экономическая деятельность.</i> Доходы вуза из всех источников в расчете на одного НПР, тыс. руб.	700
$X_4$	<i>Инфраструктура.</i> Общая площадь учебно-научных помещений в расчете на одного студента (приведенного контингента), имеющихся у вуза на праве собственности и закрепленных за вузом на праве оперативного управления, кв. м	5
$X_5$	<i>Приведенный контингент студентов,</i> ед.	220
$X_6$	Доля кандидатов и докторов наук в численности работников профессорско-преподавательского состава (ППС), %	60
$X_7$	Доля штатных работников в общей численности ППС, %	64

ное моделирование и прогнозирование основных показателей эффективности деятельности вуза [5].

В протоколе заседания межведомственной комиссии приведены пороговые значения показателей эффективности для вузов Москвы, Санкт-Петербурга и вузов, расположенных в регионах, а также для филиалов вузов. Поскольку далее в статье будет рассматриваться модельный пример для филиала вуза, то в табл. 1 приведены базовые показатели  $X_i^{\Phi}$  оценки эффективности деятельности филиалов вузов.

### 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

В разработанный комплекс математических моделей для имитационного моделирования основных показателей эффективности деятельности вуза входят модель системной динамики и регрессион-

ная модель, характеризующие изменение показателей эффективности. Регрессионная модель служит для проверки адекватности модели системной динамики на стадии адаптации разработанного математического обеспечения к описанию образовательной деятельности конкретного вуза.

Общая характеристика модели системной динамики. Основные элементы базовой модели: моделируемые переменные; потоки, перемещающие содержание одного состояния к другому; процедуры решений, регулирующие темпы потока между состояниями; каналы информации, соединяющие процедуры решений с состояниями [6]. Моделируемые переменные представляют собой накопления (аккумуляцию) в цепях обратной связи. Для них записывают дифференциальные уравнения вида

$$\frac{dX}{dt} = X^+ - X^-,$$

где  $X^+$  и  $X^-$  — соответственно положительный и отрицательный темпы роста скорости переменной  $X$ , учитывающие все факторы, вызывающие рост переменной  $X$ .

Фазовое пространство переменных

$$X_i^{\min} \leq X_i \leq X_i^{\max}, \quad i = \overline{1, n},$$

где  $X_i^{\min}$ ,  $X_i^{\max} > 0$  — минимальные и максимальные значения, которые могут принимать показатели,  $i = 1, \dots, n$  — число показателей. Темпы представляют собой произведения функций, зависящих от комбинаций основных переменных:

$$\begin{aligned} X^+ &= g^+(X_1, X_2, \dots, X_n) = f^+(F_1, F_2, \dots, F_k) = \\ &= f_1^+(F_1) f_2^+(F_2) \dots f_k^+(F_k), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X^- &= g^-(X_1, X_2, \dots, X_n) = f^-(F_1, F_2, \dots, F_k) = \\ &= f_1^-(F_1) f_2^-(F_2) \dots f_k^-(F_k), \end{aligned}$$

где  $F_j = g_j(X_{i1}, \dots, X_{im})$  — факторы,  $m = m(j) < n$ ,  $k = k(j) < n$  (число моделируемых переменных). Граничные условия:  $0 \leq X_1, X_2, \dots, X_n \leq 1$ .

Далее рассматриваются показатели, нормированные относительно пороговых значений.

**Ограничения и допущения, принятые при разработке модели.** При формировании модели причинно-следственных связей между показателями эффективности большую сложность вызывает определение релевантных связей, учитываемых в дальнейшем при синтезе математической модели для определения эффективности образовательной деятельности вуза. В укрупненной модели (рис. 1) прямоугольниками обозначены моделируемые переменные  $X_1, \dots, X_7$ , стрелками показаны причинно-следственные связи между переменными, круж-

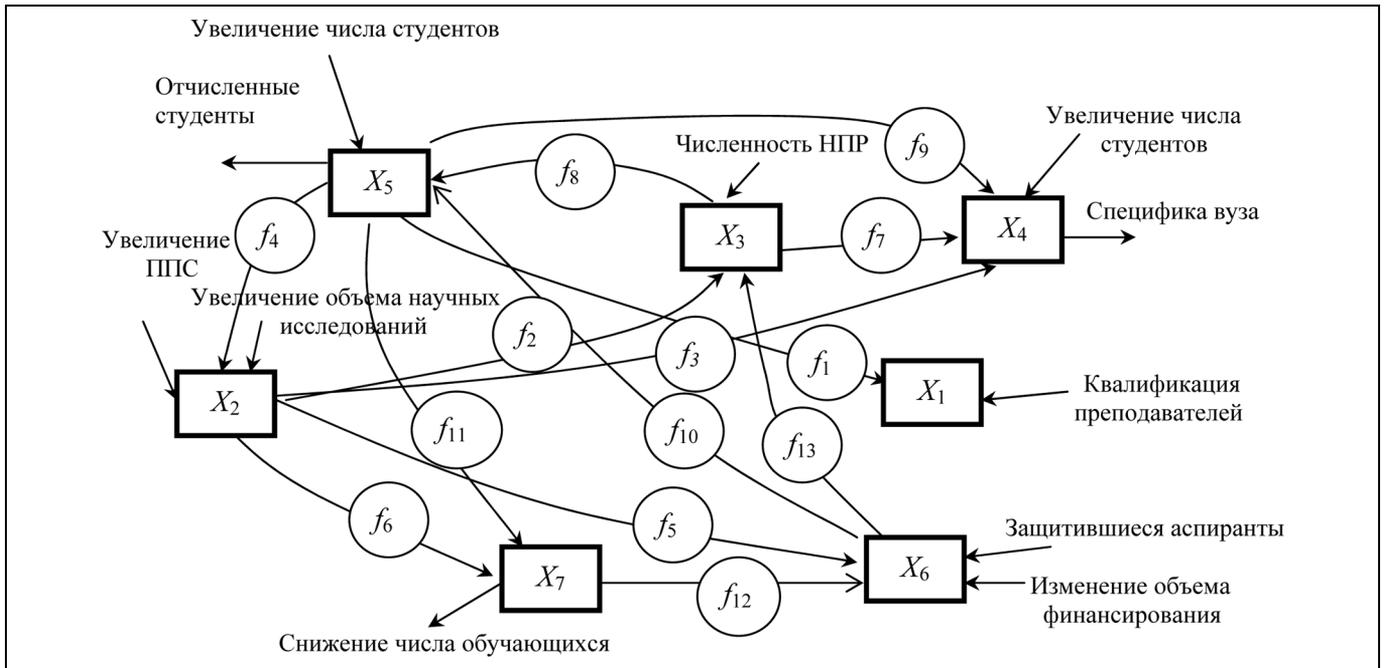


Рис. 1. Укрупненная модель причинно-следственных связей

ками обозначены функциональные зависимости  $f_1, \dots, f_{13}$ , определяющие степень влияния одной моделируемой переменной на другую.

В соответствии с принципом всеобщей взаимосвязи объектов, явлений и процессов окружающего мира, между моделируемыми переменными существует огромное число различных взаимосвязей, полностью которые учесть невозможно. Поэтому в данном исследовании эти связи были выбраны путем изучения мнений экспертов, подтвержденных экспериментально при мониторинге в Балаковском филиале Саратовской государственной юридической академии (СФГЮА). В результате были учтены только указанные в табл. 2 связи между показателями  $X_1, \dots, X_7$ . Символ «1» означает наличие связи между соответствующими показателями, «0» — ее отсутствие.

Содержательное описание математической модели. Проанализируем моделируемую переменную  $X_2$ . Запишем для нее уравнение

$$\frac{dX_2(t)}{dt} = X_2(t) \left( \frac{F \cdot PN f_4(X_5) f_5(X_6) f_6(X_7) - G \cdot PK}{PS} \right),$$

где  $X_2(t)$  — текущий объем НИОКР в расчете на одного НПП, (руб.),  $F$  и  $G$  — объем НИОКР в расчете на одного НПП на начало и конец расчетного периода (руб.);  $PN$  и  $PK$  — численность НПП на начало и конец расчетного периода;  $PS$  — среднегодовая численность НПП.

Значения  $F$  и  $G$  определяются по формулам

$$F = f_2^{T+}(X_3) f_3^{T+}(X_4) f_4^{T+}(X_5) f_6^{T+}(X_7) f_{12}^{T+}(X_6),$$

$$G = f_2^{T-}(X_3) f_3^{T-}(X_4) f_4^{T-}(X_5) f_6^{T-}(X_7) f_{12}^{T-}(X_6).$$

Подграф моделируемой переменной  $X_2$  приведен на рис. 2.

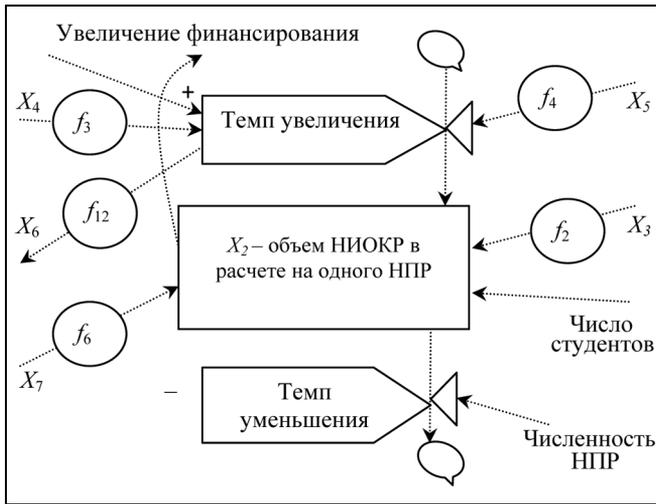
Уравнение для переменной  $X_3$  имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dX_3(t)}{dt} = & \\ = X_3(t) \left( \frac{((SK + M + V)PN f_2(X_2) f_8(X_5) f_{13}(X_6) -}{PS} \rightarrow \right. & \\ \left. \rightarrow \frac{-(SK + M + V) f_7(X_4)}{PS} \right), & \end{aligned}$$

Таблица 2

Причинно-следственные связи между показателями

$X_i$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$
$X_1$	1	0	0	0	1	0	0
$X_2$	0	1	1	1	1	1	1
$X_3$	0	1	1	1	1	0	1
$X_4$	0	1	1	1	1	0	1
$X_5$	1	1	1	1	1	1	1
$X_6$	0	1	0	0	1	1	1
$X_7$	0	1	1	1	1	1	1


 Рис. 2. Подграф моделируемой переменной  $X_2$ 

где  $X_3(t)$  — текущий объем доходов вуза из всех источников в расчете на одного НПР (руб.),  $SK$  — средства частных компаний, фирм (руб.),  $M$  — средства Минобрнауки (руб.),  $V$  — текущий объем финансирования за расчетный период (руб.).

Аналогично записываются уравнения и темпы для остальных моделируемых переменных [7]. Разработанная математическая модель имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dX_1(t)}{dt} &= X_1(t) \frac{EN - EK}{ES}, \\ \frac{dX_2(t)}{dt} &= X_2(t) \frac{F \cdot PNf_4(X_5)f_5(X_6)f_6(X_7) - G \cdot PK}{PS}, \\ \frac{dX_3(t)}{dt} &= \\ &= X_3(t) \frac{(SK + M + V)PNf_2(X_2)f_8(X_5)f_{13}(X_6) -}{PS} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{-(SK + M + V)f_7(X_4)}{PS}, \\ \frac{dX_4(t)}{dt} &= X_4(t) \frac{SNf_3(X_2)f_7(X_3)f_9(X_5) - SK}{SO}, \\ \frac{dX_5(t)}{dt} &= \frac{Bf_1(X_1)f_{10}(X_6) - D}{X_5(t)}, \\ \frac{dX_6(t)}{dt} &= X_6(t)(KKf_{12}(X_7) - KN), \\ \frac{dX_7(t)}{dt} &= \frac{SHN - SHK}{X_7(t)}. \end{aligned} \quad (1)$$

В модели приняты обозначения:  $X_1(t)$  — текущее значение среднего балла ЕГЭ;  $EN$  и  $EK$  — средний балл на начало и конец расчетного периода;

$ES$  — среднегодовое значение среднего балла ЕГЭ;  $X_4(t)$  — текущее значение общей площади учебно-научных помещений в расчете на одного студента;  $SN$  и  $SK$  — значение общей площади учебно-научных помещений в расчете на одного студента на начало и конец расчетного периода;  $SO$  — среднегодовое значение общей площади учебно-научных помещений в расчете на одного студента;  $X_5(t)$  — текущая численность студентов;  $B$  — среднегодовое количество зачисленных студентов (чел.);  $D$  — среднегодовое количество отчисленных студентов;  $X_6(t)$  — текущее значение доли кандидатов и докторов наук в численности ППС;  $KN = (BK + KP)/KS$  и  $KK = (EK + KP)/KS$  — численность ППС с учеными степенями и званиями на начало и конец расчетного периода соответственно;  $BK$  и  $EK$  — число кандидатов наук на начало и конец расчетного периода;  $KP$  — число докторов наук, профессоров;  $KS$  — общая численность ППС;  $X_7(t)$  — среднегодовая доля штатных работников ППС в общей численности ППС;  $SHN = STN/KS$  и  $SHK = STK/KS$ ; доля ППС, работающего на штатной основе на начало и конец расчетного периода;  $STN$  и  $STK$  — численность штатных преподавателей на начало и конец расчетного периода (чел.);  $KS$  — общая численность НПР (чел.).

Функциональные зависимости  $f_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 13$ , определяются экспериментально на стадии адаптации разработанного математического обеспечения к конкретному объекту моделирования. Как показывает практика, эти зависимости могут быть достаточно точно аппроксимированы полиномами невысокой степени:

$$\begin{aligned} f_1(X_1) &= -0,71X_1^3(t) + 1,6X_1^2(t) - 1,1X_1(t) + 0,72, \\ f_2(X_3) &= -1,2X_3^3(t) + 2,6X_3^2(t) - 1,3X_3(t) + 0,86, \\ f_3(X_2) &= 2,3X_2^3(t) - 1,6X_2^2(t) + 0,36X_2(t) + 0,36, \\ f_4(X_5) &= 2,5X_5^3(t) - 3,2X_5^2(t) + 1,9X_5(t) + 0,01, \\ f_5(X_6) &= 2,4X_6^3(t) - 5,8X_6^2(t) + 5,4X_6(t) - 1,2, \\ f_6(X_2) &= 1,3X_2^3(t) - 3,2X_2^2(t) + 3,3X_2(t) - 0,41, \\ f_7(X_4) &= 0,42X_4^3(t) - 0,8X_4^2(t) + 0,52X_4(t) + 0,39, \\ f_8(X_3) &= 8,6X_3^2(t) - 9,6X_3(t) + 3,2, \\ f_9(X_5) &= 6,5X_5^2(t) - 8,7X_5(t) + 3,7, \\ f_{10}(X_6) &= 0,34X_6^3(t) + 0,21X_6^2(t)^2 - 0,56X_6(t) + 0,83, \\ f_{11}(X_5) &= 5,8X_5^3(t)^3 - 12X_5^2(t) + 8,9X_5(t) - 1,7, \end{aligned}$$

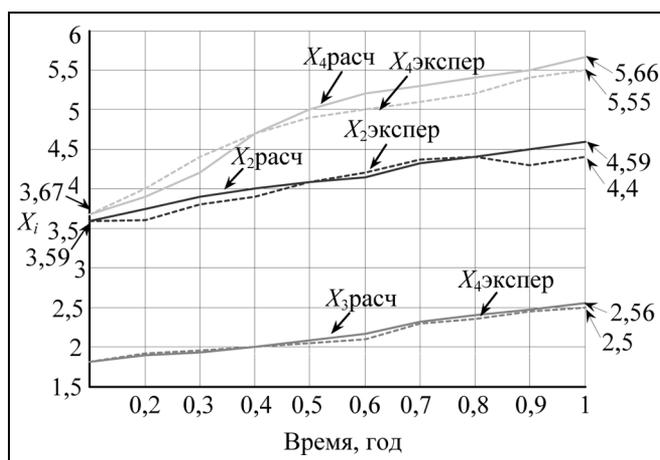


Рис. 3. Графики сравнения расчетных и экспериментальных значений показателей эффективности

$$f_{12}(X_5) = 2,2X_5^3(t) - 3,44X_5^2(t) + 0,9X_5(t) + 2,71,$$

$$f_{13}(X_6) = -0,28X_6^3(t) + 1,87X_6^2(t) - 1,1X_6(t) + 0,5.$$

В ходе исследования сравнивались значения нормированных показателей эффективности, полученных в результате имитационного моделирования в соответствии с моделью (1) по Балаковскому филиалу СГЮА со значениями экспериментальных показателей на интервале 1 год (рис. 3). Видно, что между данными значениями расхождение минимальное.

Как показывает практика, в модели (1) образовательного процесса отдельные параметры не всегда поддаются точному расчету, кроме того, зачастую бывает сложно определить все релевантные обратные связи между моделируемыми показателями. Поэтому для проверки адекватности и оценки точности разработанной модели был проведен вычислительный эксперимент, в ходе которого расчетные значения, полученные из решения системы (1), сравнивались со значениями соответствующих показателей, полученных с помощью регрессионной модели (см. далее систему уравнений (2)), а также с экспериментальными данными.

Система уравнений регрессии построена по результатам наблюдений за изменением показателей эффективности в филиале академии. При расчете показатели эффективности  $X_1, X_2, \dots, X_7$ , приведенные в табл. 1, были заменены на показатели  $X_1^n, X_2^n, \dots, X_7^n$ , нормированные относительно их пороговых значений. Коэффициенты в уравнениях определены с помощью метода наименьших квадратов (МНК). Были также построены доверительные интервалы и уравнения для аппроксимирующих кривых показателей  $X_1^n, X_2^n, \dots, X_7^n$ .

Уравнения регрессии имеют вид:

$$X_1^n = -0,04t^4 + 0,52t^3 - 2,28t^2 + 4t - 1,18,$$

$$X_2^n = 0,06t^4 - 0,67t^3 + 2,6t^2 - 3,1t + 1,84,$$

$$X_3^n = -0,02t^4 + 0,2t^3 - 0,71t^2 + 0,96t + 0,46,$$

$$X_4^n = 0,04t^4 - 0,49t^3 + 1,9t^2 - 2,6t + 2,77, \quad (2)$$

$$X_5^n = 0,02t^4 - 0,16t^3 + 0,57t^2 - 1,33t + 4,62,$$

$$X_6^n = 0,02t^4 - 0,25t^3 + 1,06t^2 - 1,87t + 2,1,$$

$$X_7^n = -0,03t^4 + 0,33t^3 - 1,47t^2 + 2,67t - 0,7.$$

Разработан также эвристический численный алгоритм решения системы дифференциальных уравнений (1), основанный на применении метода Рунге — Кутты четвертого порядка и нейронной сети, имеющей вид двухслойного персептрона, а также предложена методика проведения вычислительных экспериментов с математическими моделями (1) и (2) и проанализированы полученные результаты.

## 2. ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ

Задача контроля качества образовательного процесса (1) представляет собой задачу Коши, которая, в зависимости от интервала моделирования, решается с помощью численного метода Рунге — Кутты четвертого порядка [8] или с помощью нейронной сети Элмана.

Анализ результатов вычислительных экспериментов показал, что при решении системы уравнений (1) методы Рунге — Кутты могут оказаться недостаточно эффективными на временных интервалах более одного года в силу трудоемкости расчетного алгоритма и существенной накопленной погрешности вычислений. Они могут обладать неустойчивостью из-за жесткости обыкновенных дифференциальных уравнений модели (1), что также затрудняет их практическое применение [9].

Поэтому в качестве альтернативы данным методам на интервале моделирования свыше 0,6 года мы воспользовались нейронной сетью Элмана (рис. 4) — разновидностью рекуррентных сетей, которую получают из многослойного персептрона введением обратных связей, идущих от выходов внутренних нейронов. Это структурное свойство искусственной нейронной сети Элмана позволяет учесть предысторию наблюдаемых процессов и накопить информацию для выработки правильной стратегии управления объектами с большим числом обратных связей. Для обучения сети был применен метод Левенберга — Маркара, позволяющий реализовать один из наиболее быстрых алгоритмов обучения.

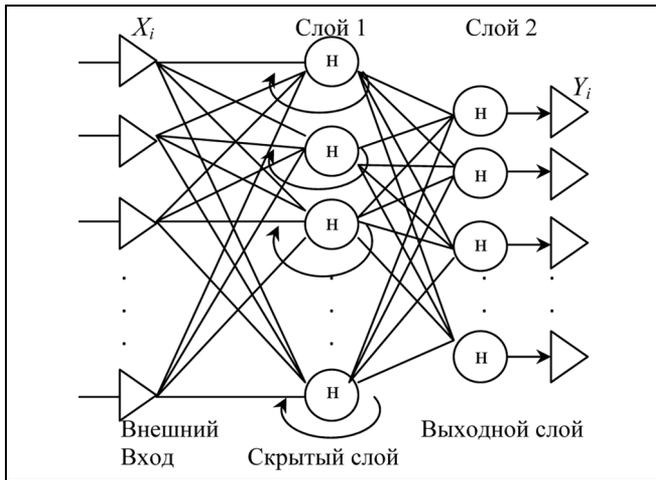
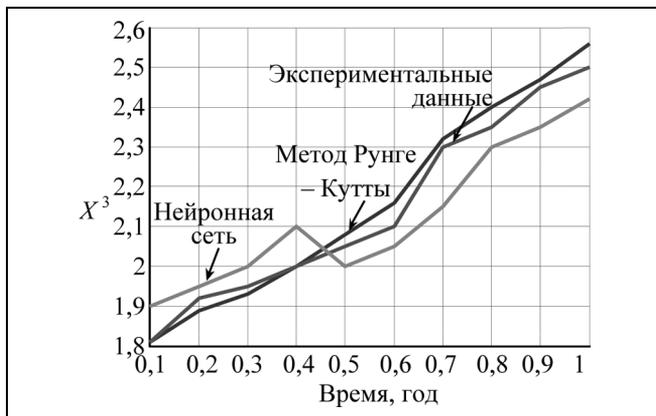


Рис. 4. Схема нейронной сети Элмана


 Рис. 5. Графики изменения показателя  $X_3$  при различных способах расчета

Данный метод представляет собой улучшение классического метода Гаусса — Ньютона, применяемого для решения задач нелинейной регрессии методом наименьших квадратов; он эффективнее большинства общих алгоритмов оптимизации (таких как, например, квазиньютоновский алгоритм или симплекс-метод).

Итерации в методе Левенберга — Маркара выполняются по формуле:

$$\Delta w = -(Z^T Z + \lambda I)^{-1} Z^T \varepsilon, \quad (3)$$

где  $\varepsilon$  — вектор ошибок на всех наблюдениях,  $I$  — единичная матрица,  $Z$  — матрица частных производных от всех ошибок по весам:

$$(Z)_{ni} = \frac{\partial \varepsilon^n}{\partial w_i}.$$

Первый член в формуле (3) соответствует линейной модели, второй формирует процедуру градиентного спуска.

Управляющий параметр  $\lambda$  характеризует относительную значимость соответствующих составляющих правой части уравнения (3). Оценивая точность результатов имитационного моделирования показателей эффективности, выполненного с помощью рассмотренного численного алгоритма, можно сделать вывод, что на интервале  $[0,1; 0,4]$  лет наблюдается минимальное расхождение между расчетными значениями показателей, вычисленными с помощью метода Рунге — Кутты четвертого порядка и с помощью сети Элмана (рис. 5).

### 3. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

В рамках вычислительного эксперимента по моделям (1) и (2) были определены показатели эффективности деятельности Балаковского филиала СГЮА. В качестве начальных значений взяты нормированные показатели эффективности образовательной деятельности вуза за 2012 г. (табл. 3).

На рис. 6 показаны расчетные показатели по Балаковскому филиалу СГЮА на интервале 1 год. Сравнение вычисленных по модели (1) показателей эффективности  $X_2$  и  $X_4$  с экспериментальными данными представлено на рис. 7.

Анализ результатов данного вычислительного эксперимента позволяет сделать вывод, что расхождения между показателями эффективности, определенными по модели (1), регрессионной модели (2) и экспериментальными данными, составляют не более 10–15 %. Полученные результаты подтверждают достаточно высокую точность вычисления данных показателей.

### 4. АЛГОРИТМ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Для реализации разработанных математических моделей и численных методов был сформирован эвристический численный алгоритм. Основная его часть осуществляет следующую последовательность действий, необходимых для расчета показателей эффективности образовательной деятельности вуза.

1. Выявить взаимосвязи в системе — образовательном процессе, записать систему дифференциальных уравнений состояний. Задать функциональные зависимости  $f_i$  и решить систему уравнений,

Таблица 3

Начальные значения показателей эффективности образовательной деятельности вуза

$X_{01}$	$X_{02}$	$X_{03}$	$X_{04}$	$X_{05}$	$X_{06}$	$X_{07}$
1,12	3,59	1,81	3,67	2,67	0,9	0,95

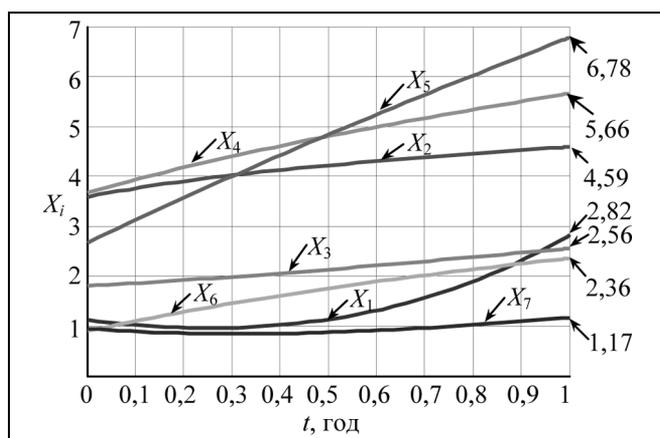


Рис. 6. Расчетные значения показателей эффективности на интервале один год

определив начальные условия  $0 < x_{0i} \leq 1$  и временной интервал.

2. Проверить адекватность полученных результатов путем регрессионного анализа: задать множество  $X_i^k, X_i^f$ ;  $0 < X_i^f \leq 1$  — фактические показатели эффективности нормированы относительно критериальных. С помощью МНК определить вид функциональной зависимости каждого показателя  $X_i^n(t)$ .

3. Проверить адекватность полученных уравнений регрессии: рассчитать ошибку аппроксимации  $\bar{A}_i$  и определить коэффициент корреляции. Заменив уравнения в системе, ошибка аппроксимации в которых превышает пороговые значения.

4. Задать начальные условия, временной интервал, число итераций и определить расчетные значения показателей эффективности  $X_1, \dots, X_n$ .

5. Сравнить значения показателей эффективности, вычисленных по модели системной динамики, регрессионной модели и определяемых эвристически.

6. На основе представленного отчета лицо, принимающее решение (ЛПР), должно разработать план изменения образовательной стратегии на наиболее опасном для образовательной деятельности вуза временном интервале.

В процессе мониторинга необходимо обрабатывать большой объем статистических данных. Для снижения трудоемкости выполняемых работ необходимо специализированное программное обеспечение. С этими целями был разработан «Модуль для определения эффективности деятельности высшего учебного заведения» [10] в среде «Visual Studio 2010» на языке C#. Кратко рассмотрим основные этапы работы соответствующей программы.

На первом этапе определяется местоположение вуза (Москва, Санкт-Петербург или регионы РФ). Значения пороговых показателей для Москвы и Санкт-Петербурга, а также для регионов приведены в соответствующих базах данных, созданных в среде «Microsoft Access 2007». Добавление подключения баз к программе осуществлялось через поставщика данных «.NET Framework» для OLE DB.

На втором этапе осуществляется ввод фактических и пороговых значений показателей эффективности, весовых коэффициентов. Значения весовых коэффициентов назначаются экспертами эвристически.

В процессе работы программы вычисляются взвешенные отклонения значений фактических показателей от пороговых значений и определяется значение целевой функции — квадратичного критерия, который позволяет оперативно управлять вузом посредством варьирования значения показателей и весовых коэффициентов:

$$Z(t) = \int_{\text{нач}}^{\text{кон}} \sum_{i=1}^j (X_i^n(t) - X_i^f(t))^2 \mu_i dt \rightarrow \min,$$

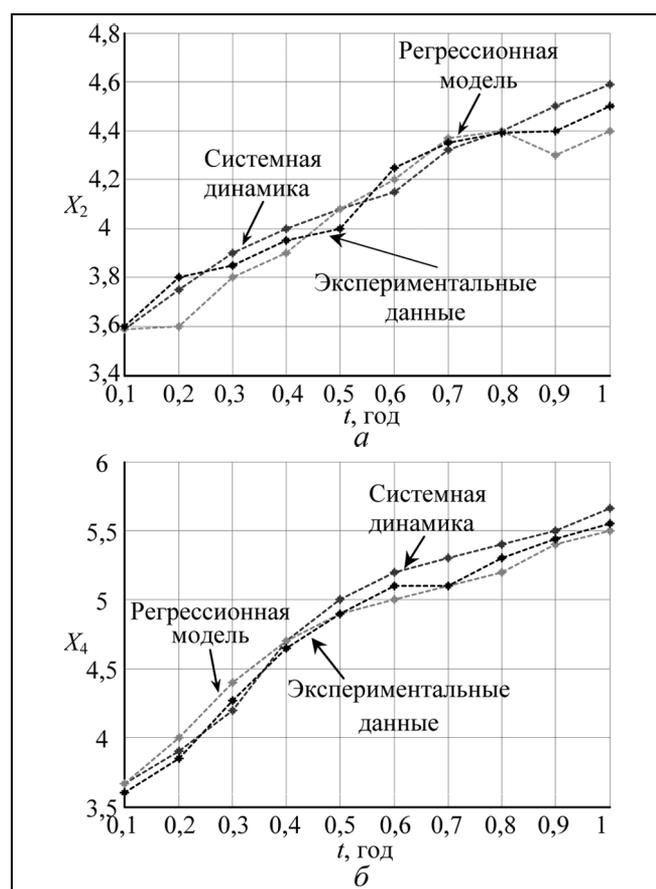


Рис. 7. Сравнение расчетных показателей эффективности, определенных по различным моделям и экспериментально: а — для показателя  $X_2$ , б — для показателя  $X_4$

где  $j$  — число показателей эффективности,  $\mu_i$  — весовой коэффициент  $i$ -го показателя эффективности,  $X_i^p$  и  $X_i^f$  — пороговое и фактическое значение данного показателя [6]. Значения функции  $Z(t)$  вычисляются численным методом Симпсона.

Для обеспечения необходимой точности расчетов значения функции  $Z(t)$  рекомендуется вычислять двумя способами: численным методом Симпсона и с помощью нейронной сети «Cascade forward backprop» — каскадной двухслойной сети с прямым распространением сигнала и обратным распространением ошибки [11].

Значения весовых коэффициентов  $\mu_i$  неизменны на всех временных интервалах и задаются в виде векторов. При определении значений весовых ко-

эффициентов следует учитывать условие  $\sum_{i=1}^6 \mu_i = 1$ .

В случае несоблюдения данного условия программа выдает сообщение об ошибке. После ввода данных и нажатия клавиши *Enter* фокус управления переходит на кнопку *Ввод исходных данных*. Производится расчет взвешенных отклонений пороговых и фактических значений показателей эффективности. Показатели, вводимые в текстовые поля, автоматически нормируются относительно пороговых с тем, чтобы избежать ошибок в единицах измерения при определении средневзвешенных отклонений фактических показателей эффективности от их пороговых значений.

На *третьем этапе* необходимо ввести параметры интегрирования — начальную  $a$ , конечную  $b$  точки интервала и число отрезков интегрирования  $n$ .

На *четвертом этапе* вычисляются значения целевой функции  $Z(t)$ .

Программа позволяет сохранять вычисленные значения показателей эффективности в базе данных для дальнейшего применения в анализе деятельности вуза. На рабочих станциях пользователей программного продукта находятся базы данных с необходимой информацией по вузу: модули, рейтинги, акты самообследования вуза. Предусмотрена система архивирования исходной и расчетной информации. Через Интернет осуществляется доступ удаленной группы пользователей.

Разработанный программный продукт может широко применяться для мониторинга с целью оценки эффективности деятельности вуза. С его помощью можно сравнивать пороговые и фактические показатели эффективности, а также определять образовательную стратегию для конкретного вуза.

## 6. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ РАЗРАБОТАННОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

При внедрении разработанного математического обеспечения в других вузах ошибка прогнозирования может стать недопустимо большой. Основные причины данного явления, на наш взгляд, заключаются в изменении причинно-следственных связей между моделируемыми переменными (см. рис. 1), в изменении статистических данных, используемых при построении аппроксимирующих полиномов функциональных зависимостей в модели системной динамики, а также в возможной неустойчивости моделируемых переменных к изменению входных параметров модели, заданной системой дифференциальных уравнений (1).

Адаптивная процедура подготовки и принятия решения в данных ситуациях пояснена при помощи информационно-логической схемы решения задачи (рис. 8). Данная схема позволяет обосновать применимость разработанных моделей для решения важных задач прогнозирования моделируемых переменных. Кроме того, схема позволяет интерпретировать состав и структуру актов управления, выявлять основные процедуры принятия решений, устанавливать взаимосвязи функций управления, а также характеризовать периодичность выполнения различных мероприятий в различных структурных подразделениях вуза [12]. Обозначения на схеме: 1–3 — сбор статистических данных из отдела кадров, учебного и научного отделов подразделений вуза; 4 — запись информации в базу данных; 5 — идентификация текущей ситуации, возникающей в образовательном процессе, определение  $X_i^f$  — фактических значений показателей эффективности; 7 — определение ЛПР образовательной стратегии развития вуза; 8 — сообщение о возникновении в вузе критической ситуации  $X_i^k > X_i^f$ , требующей вмешательства ЛПР; 9 — анализ причин возникновения критической ситуации; 10 — принятие решения об устранении критической ситуации в вузе; 11 — определение расчетных значений показателей эффективности  $X_i^p$  на заданном временном интервале; 12 — занесение информации о критической ситуации в базу данных; 13 — обновление статистических данных в базе данных; 14 — сопоставление расчетных и фактических значений показателей эффективности; 15 — проверка выполнения условия  $X_i^p \cong X_i^f$ ; 16 — анализ причин расхождения значений расчетных и фактических показателей эффективности; 17 — ликвидация причин расхождения значений расчетных и фактических показателей; 18 — выдача ЛПР рекомендаций о формировании образователь-

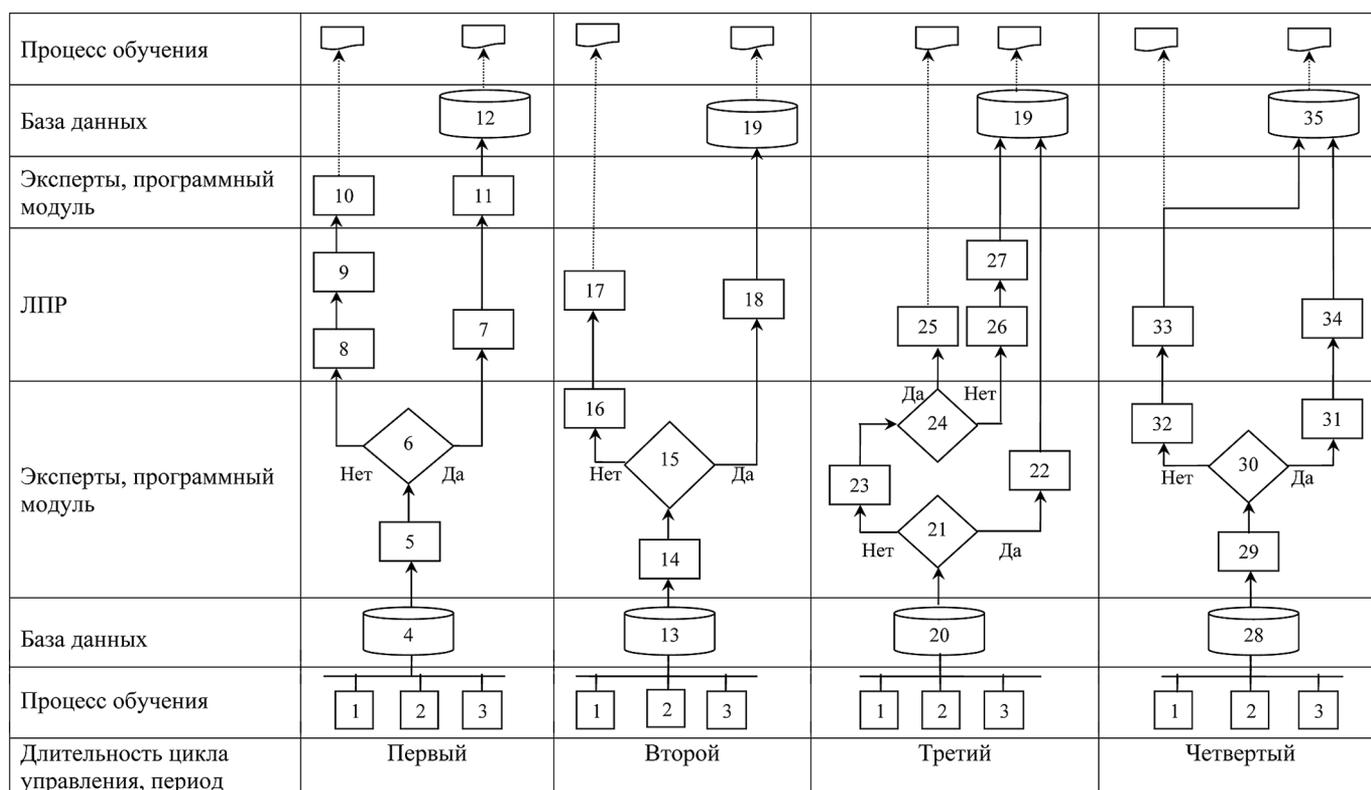


Рис. 8. Информационно-логическая схема системы управления показателями эффективности

ной стратегии вуза; 19 — занесение информации о проведенных мероприятиях в базу данных; 20 — обновление статистической информации в базе данных — сбор сведений о численности студентов, НПР, числе защит диссертаций и пр.; 21 — проверка адекватности разработанного математического обеспечения; 22 — расчет прогнозных значений показателей эффективности на заданном временном интервале; 23 — уточнение параметров математической модели; 24 — проверка корректности математической модели; 25 — в вузе наблюдается стабильная ситуация; 26 — информация об опасной ситуации доводится до сведения ЛПР; 27 — ЛПР принимает решение о плане проводимых мероприятий; 28 — аккумуляция информации о рекомендациях ЛПР, принятых в течение временного периода; 29 — экспертная оценка эффективности образовательной деятельности вуза в периоде; 30 — требуемый уровень качества достигнут?; 31 — поощрение персонала; 32 — анализ причин неэффективной деятельности экспертов; 33 — принятие решения ЛПР о корректировке образовательной политике в вузе; 34 — формирование отчета об эффективности деятельности вуза в течение анализируемого периода; 35 — занесение информации и статистического годового отчета в базу данных с последующей отправкой аналитического отчета в Минобрнауки.

Задача оценки эффективности образовательной деятельности решается на различных временных интервалах: первый (полгода), второй (год), третий (полтора года), четвертый (два года).

В первом периоде осуществляется сбор статистической информации о ситуации в вузе и идентифицируется эффективность деятельности вуза. Математическое и программное обеспечение адаптируется к условиям конкретного вуза. При возникновении опасной ситуации, требующей вмешательства ЛПР, эта информация доводится до его сведения.

Во втором периоде анализируются результаты сопоставления расчетных и фактических показателей. В случае отклонений, превышающих допустимые значения, выявляются причины расхождений и корректируются параметры математической модели.

В третьем периоде обновляется статистическая информация в базе данных — об объеме НИОКР, числе защит диссертаций и пр. Рассчитываются показатели на заданном временном интервале и анализируется ситуация в вузе.

В четвертом периоде формируется отчет об образовательной деятельности вуза. По итогам проведенной работы либо поощряется персонал, либо анализируются причины неэффективного применения математического и программного обеспече-

ния. Далее информация предоставляется Министерству образования и науки, которое принимает решение об эффективной или неэффективной деятельности вуза.

В общем виде оценить степень устойчивости предлагаемых моделей к ее возмущающим параметрам не представляется возможным из-за нелинейности дифференциальных уравнений. Поэтому авторами предлагается следующая процедура оценки степени устойчивости. На стадии подготовки к внедрению разработанного математического обеспечения в информационную систему конкретного учреждения необходимо предусмотреть имитационное моделирование процесса изменения моделируемых переменных  $X_1, \dots, X_n$  при различных возмущающих параметрах из уравнения (1). При наличии неустойчивости данное математическое обеспечение не может быть использовано для моделирования параметров  $X_1, \dots, X_n$ , характеризующих эффективность образовательной деятельности в данном образовательном учреждении. В условиях реформирования системы высшего образования данный контроль применимости должен проводиться регулярно, не реже одного раза в полгода. При возникновении неустойчивости соответствующая характеристика образовательного процесса будет определяться не с помощью предлагаемого математического обеспечения, а на основании оценок экспертов.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанный универсальный комплекс математических моделей дает возможность осуществлять имитационное моделирование и прогнозирование показателей эффективности образовательной деятельности вуза с учетом большого числа положительных и отрицательных обратных связей на варьируемых временных интервалах. Эвристический численный алгоритм позволяет эффективно решать систему дифференциальных уравнений, характеризующих динамику основных показателей эффективности образовательной деятельности.

При внедрении разработанного математического обеспечения в крупных вузах необходимо учитывать, что ошибка прогнозирования может стать недопустимо большой в силу изменения причинно-следственных связей между моделируемыми переменными, большого объема статистической информации, отсутствия в модели учета влияния неконтролируемых внешних воздействий. Поэтому необходимо предусмотреть детальную процедуру адаптации разработанного математического и программного обеспечения к особенностям конкретного вуза.

Разработка комплекса моделей и программ является первым шагом в создании системы под-

держки принятия решений, позволяющей автоматизировать процесс оперативного управления вузом и перейти к качественно новому способу проведения процедуры мониторинга.

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Матросов В.М., Матросова Н.И.* Методология комплексных исследований безопасности и перехода России к устойчивому развитию с использованием математических моделей и новых информационных технологий. — М.: Академия: Изд. МГУК, 1999.
2. *Новая парадигма развития России. Комплексные исследования проблем устойчивого развития /* Институт машиноведения им. А.А. Благонравова, Центр исследований устойчивости и нелинейной динамики, Институт социально-политических исследований и др. / под ред. В.А. Коптюга, В.М. Матросова, В.К. Левашова. — М.: Academia; Иркутск: РИЦ ГП «Облформпечать», 2000. — 459 с. — URL: <http://www.prometeus.nsc.ru/koptuyug/ideas/paradigm/> (дата обращения: 12.12.2014).
3. *Качество образования: гаранты и гарантии //* Аккредитация в образовании. — URL: <http://www.akvobr.ru> (дата обращения 09.01.2014).
4. *Протокол заседания Межведомственной комиссии по проведению мониторинга деятельности государственных образовательных учреждений в целях оценки эффективности их работы и реорганизации неэффективных государственных образовательных учреждений от 29.04.2013.* — URL: <http://минобрнауки.рф> (дата обращения: 26.12.2014).
5. *Методика расчета показателей мониторинга эффективности образовательных организаций высшего образования.* — URL: <http://минобрнауки.рф> (дата обращения: 01.08.2014).
6. *Форрестер Дж.* Основы кибернетики предприятия (индустриальная динамика) / пер. с англ. — М.: Прогресс, 1971. — 325 с.
7. *Яндыбаева Н.В., Кушников В.А.* Математическая модель для прогнозирования аккредитационных показателей вуза // Управление большими системами. — 2012. — Вып. 40. — С. 314–343.
8. *Самарский А.А., Гулин А.В.* Численные методы. — М.: Наука, 1989. — 432 с.
9. *Эрроусмит Д., Плейс К.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями. — М.: Мир, 1986. — 243 с.
10. *Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014613210. Модуль для определения эффективности деятельности вуза /* Н.В. Яндыбаева, Е.Р. Кожанова, В.А. Кушников. — Заявка № 2014610644; зарегистр. в реестре программ для ЭВМ 19.03.2014.
11. *Кушников В.А., Яндыбаева Н.В.* Модель Форрестера в управлении качеством образовательного процесса вуза // Прикладная информатика. — 2011. — № 3 (33). — С. 65–73.
12. *Резчиков А.Ф., Шрай Ю.К., Кушников В.А., Донин С.Б.* Оперативная идентификация и основанное на знаниях управление режимами энергоснабжения промышленных предприятий // Приборы и системы управления. — 1994. — № 5. — С. 27–32.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии Ф.Т. Алескеровым.*

**Яндыбаева Наталья Валентиновна** — канд. техн. наук, доцент, Балаковский филиал Российской академии народного хозяйства и государственной службы, ✉ [nat07@inbox.ru](mailto:nat07@inbox.ru),

**Кушников Вадим Алексеевич** — д-р техн. наук, вед. науч. сотрудник, Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов, ✉ [kushnikoff@yandex.ru](mailto:kushnikoff@yandex.ru).