УДК 629.7.05

МОДЕЛИ И СТРУКТУРА БОРТОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Т.А. Вовенко, А.К. Волковицкий, Б.В. Павлов, Е. В. Каршаков, М.Ю. Тхоренко

Рассмотрены системы измерения физических полей, применяемые на борту летательного аппарата. Исследована возможность применения таких систем для решения задач навигации и геофизики. Дан обзор существующих гравиметрических, магнитометрических систем и систем электроразведки. Подробно описана структура бортовых систем измерения физических полей и применяемые в них математические модели. Рассмотрены вопросы обработки полученных данных, описаны подходы к решению некорректно поставленных задач.

Ключевые слова: корреляционно-экстремальные навигационные системы, гравиметрия, магнитометрия, электроразведка.

ВВЕДЕНИЕ

Под бортовыми системами в настоящей работе подразумеваются системы, установленные на борту атмосферного летательного аппарата (ЛА). Это ограничение, прежде всего, дает возможность говорить о том, что измерения производятся в отсутствии других близких источников поля, кроме самого ЛА. Кроме того, всегда предполагается подвижность носителя, что существенно затрудняет процесс измерения параметров того или иного поля. Цель бортовых измерений параметров физических полей — их применение для решения навигационных задач.

В отличие от полей поверхностного излучения — видимого, инфракрасного, гамма-излучения — рассматриваемые поля не зависят от инсоляции, метеоусловий или времени года, что дает определенное преимущество при решении навигационных задач.

Существует тесная взаимосвязь методов измерения физических полей для задач навигации и геофизики. Их решение многие годы шло своими путями. Если первые из этих задач решались, главным образом, для информационного обеспечения различных систем управления, целью решения вторых все-таки было исследование недр Земли. Это привело к тому, что основные результаты по разным методам были получены в разных ведомствах. Однако есть ряд примеров, в которых использование результатов, полученных в одном ведомстве, позволяет добиться высоких результатов в другом.

В свое время высококачественное навигационное решение на основе измерений спутниковых и инерциальных навигационных систем оказалось востребованным для решения задачи авиационной гравиметрии. Ей занимались и до сих пор занимаются в разных коллективах у нас в стране и за рубежом. Авиационные гравиметры выпускаются такими компаниями, как «Sander Geophysics» [1], «Scintrex» [2] (обе фирмы из Канады), ОАО Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» [3], ЗАО НТП «Гравиметрические технологии» [4]. Полученное решение [5] позволило обеспечить гравиметрические съемки производственного масштаба (сотни тысяч погонных километров каждый год снимаются только в России), а число аэрогравиметрических комплексов в мире исчисляется десятками. При этом уже выполняются работы на легких летательных аппаратах-носителях с обтеканием рельефа, что требует очень высокой точности определения навигационных параметров. Первые такие работы проведены в Южной Африке в 2009 г. [4]. Таким образом, современные методы решения задачи навигации были успешно применены, по крайней мере, для решения одной из задач аэрогеофизики, хотя вопрос повышения точности и детальности съемки остается в повестке дня.

Можно также привести примеры обратного взаимодействия, когда результаты, полученные тем или иным геофизическим методом, используются для решения задачи навигации [6—8]. Способы навигации по некоторым геофизическим полям применяются давно — определение магнитного курса, наблюдение за ориентирами на земной поверхности и т. д. В настоящее время рядом коллективов решаются задачи создания автономных средств навигации по физическим полям Земли — магнитному [9], гравитационному [10], рельефа поверхности, оптическому, тепловому и др. [11]. Решение задачи навигации в подобных системах основано на сопоставлении информации, получаемой с помощью бортовой системы измерения параметров поля, с информацией о поле, хранящейся в бортовой памяти — картой поля, или эталоном. Сопоставление осуществляется обычно посредством вычисления некоторого функционала типа корреляционной функции и определения его экстремума. В системах, служащих для определения скорости, эталон может отсутствовать — его заменяют показания второго датчика поля — однако здесь также необходимо определение экстремума корреляционной функции. Поэтому системы навигации по геофизическим полям называют корреляционно-экстремальными навигационными системами (КЭНС). Начало теории КЭНС положено А.А. Красовским [12] и В.П. Тарасенко [13]. Современное развитие теории связано с методами многоальтернативной фильтрации [14] и последовательными методами Монте-Карло [15, 16].

Непрерывное развитие методов решения как навигационных, так и геологических задач позволяет находить новые подходы, обеспечивающие повышение точности и эффективности уже существующих систем, а также создание новых бортовых комплексов.

1. ОБЗОР БОРТОВЫХ СИСТЕМ ИЗМЕРЕНИЙ ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

На борту измеряются различные величины — те или иные параметры поля.

В случае магнитометрии регистрируются следующие параметры.

- Компоненты вектора индукции магнитного поля B_i. Для измерения применяются, как правило, специальные датчики — феррозонды. Разработанные для бортовых применений феррозонды имеют чувствительность порядка 0,1 нТл и погрешность измерений до 10 нТл. Наиболее известные системы —TFM100 производства «Billingsley» (США), FLC 100 производства «Stefan Mayer» (Германия). Феррозонды сопоставимой точности производятся и в России [17].
- Модуль вектора индукции магнитного поля $B = |\vec{B}|$. Для измерения применяются, как правило, квантовые датчики с калием или цезием в качестве рабочего вещества. Разработанные для бортовых применений квантовые датчики имеют чувствительность порядка 0,001 нТл и погрешность измерений до 0,1 нТл [18]. Наиболее известные системы — CS-L производства «Scintrex» (Канада), G824A производства «Geometrics» (США), GSMP-35 производства «GEM Systems» (Канада). Точность лучших отечественных квантовых датчиков уступает западным примерно на один порядок при такой же чувствительности.
- Компоненты градиента модуля вектора индукции магнитного поля — $\nabla_i B$. Такой градиентометр строится на основе квантовых датчиков. Чувствительность измерений определяется жесткостью базовой линии между датчиками и ее длиной и имеет порядок 0,001 нТл/м [19].

В случае гравитационных измерений регистрируются следующие параметры.

- Вертикальная проекция удельной силы тяжести g_2 ($\vec{g} = \{g_0, g_1, g_2\}$). Для измерения применяются инерциальные гравиметрические комплексы. Чувствительность гравиметров — порядка 0,1 мГал и выше. Достигнутая точность составляет около 0,5 мГал при времени осреднения 100 с. Наиболее известные системы — GT-2A производства ЗАО НТП «Гравиметрические технологии» (Россия) [4], «Чекан» производства ОАО Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» (Россия) [3], AirGrav производства «Sander Geophysics» (Канада) [1].
- Компоненты тензора гравитационного градиента $\nabla_{ij} U^G$. Принцип измерения основан на использовании комбинаций измерений высокоточных акселерометров, установленных на вращающихся дисках, стабилизируемых в географической системе координат. Декларируемая точность — 2—3 Э (этвеш) при интервале осреднения 200 м. Наиболее известные системы — Falcon производства CGG (Канада) [20], Air-FTG производства «Bell Geospace» (США) [21]. Разработки гравиградиентометров ведутся и в нашей стране, в частности, в Раменском приборостроительном конструкторском бюро [22].

В случае электромагнитных измерений регистрируются следующие параметры.

- Гармонические составляющие компонент вектора напряженности естественного переменного магнитного поля $H_i(\omega_j)$. Имеются в виду пассивные системы, реализующие магнитотеллурический метод в звуковом диапазоне частот без измерения электрической компоненты поля. Для измерения применяются индукционные датчики. Амплитуды естественных полей зависят от многих параметров и составляют в рабочем диапазоне частот величины порядка 10 пТл или меньше. Частоты достаточно низкие — от 10 Гц, а диапазон при этом широкий — до 1 кГц, для обеспечения работоспособности метода по динамическому диапазону приемник буксируется на кабеле длиной порядка 100 м. Точность зависит от интенсивности естественных полей в данном диапазоне частот. Наиболее известная система — ZTEM производства «Geotech» (Канада) [23].

- Гармонические составляющие компонент вектора напряженности переменного магнитного поля контролируемого источника $H_i(\omega_j)$. Для измерения применяются индукционные датчики. Для возбуждения — набор катушек с переменным током. Чувствительность и точность — 10^{-2}—10^{-3} от максимальной амплитуды отклика при высоте полета 50—100 м [24]. Наиболее известные системы — EM-4H производства «Геотехнологии» (Россия), Hummingbird производства «McPHAR» (Индия, Канада), Resolve производства CGG (Канада).
- Переходные характеристики компонент вектора напряженности переменного магнитного поля контролируемого источника $H_i(\omega_j)$ после включения/выключения возбуждения. В случае аэроэлектромагнитных систем, когда ЛА движется с достаточно большой скоростью, отклик не может измеряться сколь угодно долго, поэтому сигнал возбуждения — периодический. Кроме того — симметричный. Как следствие, работа таких систем эквивалентна работе систем с регистрируемыми гармоническими сигналами на дискретном наборе частот ω_0, $3\omega_0$, $5\omega_0$, ..., где ω_0 — базовая частота возбуждения. Системы — «Экватор» производства «Геотехнологии» (Россия), VTEM производства «Geotech» (Канада), Helitem производства CGG (Канада) [25].

Отметим, что при современном уровне точности применяемой аппаратуры можно считать, что в воздухе отсутствуют источники поля как гравитационного, так и магнитного стационарного и переменного, исключая ЛА-носитель. Гравитационное и магнитное поля в стационарном случае рассматриваются как потенциальные. Как следствие, потенциалы гравитационного и магнитного полей удовлетворяют уравнению Лапласа. Потенциал переменного магнитного поля в квазистационарном случае удовлетворяет уравнению Гельмгольца. Получается, что для всех рассматриваемых полей можно перейти к исследованию функций-потенциалов:

$$\vec{B} = \nabla U^B, \quad \vec{g} = \nabla U^G, \quad \vec{H}(\omega) = \nabla U^H(\omega),$$

$$\nabla U^B = 0, \quad \nabla U^G = 0, \quad \nabla U^H(\omega) + k^2 U^H(\omega) = 0. \quad (1)$$

Здесь $\nabla = \{\partial/\partial x_0, \partial/\partial x_1, \partial/\partial x_2\}$ — вектор-оператор Гамильтона, $\Delta = \nabla^2$ — оператор Лапласа, $\vec{B}$ — вектор индукции стационарного магнитного поля Земли, $\vec{g}$ — вектор удельной силы тяжести, $\vec{H}(\omega)$ — вектор напряженности (чтобы не путать со стационарным полем) переменного магнитного поля на частоте ω, U^B — потенциал стационарного магнитного поля, U^G — потенциал поля силы тяжести, $U^H(\omega)$ — потенциал переменного магнитного поля на частоте ω. В дальнейшем в выражениях для вектора напряженности переменного магнитного поля будем опускать ω, а при описании общих для полей разной природы свойств индексы B, G и H также будем опускать.

Любой параметр поля можно записать как некую функцию от параметров градиента потенциала определенного порядка: $Z(\nabla_i U)$, например:

$$B = \sqrt{(\nabla U^B)^2}, \quad g_2 = \nabla_2 U^G, \quad \vec{H} = \nabla U^H.$$

Здесь B — модуль вектора индукции геомагнитного поля $\vec{B}$, g_2 — вертикальная проекция силы тяжести $\vec{g} = \{g_0, g_1, g_2\}$, $\vec{H}$ — вектор амплитуд напряженности соответствующей гармоники переменного магнитного поля, $\nabla_2 = \partial/\partial x_2$.

2. СОСТАВЛЯЮЩИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В БОРТОВЫХ СИСТЕМАХ

При анализе некоторых из рассматриваемых полей сформировался единый подход, основанный на разложении поля на нормальную и аномальную составляющие. Можно сказать, что нормальное поле — стационарное поле фиксированного источника, а аномальное поле — это поле дополнительных источников вблизи точки измерений. Данные понятия не определены для электромагнитных систем, однако для соблюдения общности они вводятся в данной работе.

Итак, нормальное поле в гравиметрии задается параметрами эллипсоида — его большой и малой полуосями и значениями силы тяжести на полюсе и на экваторе.

Нормальным полем в магнитометрии принято считать сумму поля однородно намагниченного шара и полей дополнительных диполей в ядре, обусловливающих материковые аномалии.

Нормальное поле при электромагнитных измерениях в пассивных системах определим как горизонтальную составляющую естественного электромагнитного поля Земли. Оно не моделируется, но измеряется либо при помощи базовых станций, либо по горизонтальной составляющей вектора напряженности в точке измерений.

Нормальным полем в электромагнитных системах с контролируемыми источниками будем считать поле источника, которое может быть вычислено как поле диполя с заданным магнитным моментом.

Аномальное поле обусловлено различного типа неоднородностями вблизи поверхности Земли в районе полетов. Именно эта составляющая поля представляет наибольший интерес как в поисковых задачах, так и в задачах навигации.

В магнитометрии всегда рассматривается также влияние вариаций поля, связанных с внешними по отношению к Земле источниками — влияние ионосферных возмущений, суточные, приливные вариации и т. п. Вариации измеряются базовыми станциями, установленными неподвижно на земле. Интересно, что именно эти вариации являются нормальным полем для пассивных электромагнитных систем.

В авиационной гравиметрии вариационной изменчивостью поля пренебрегают, как и в электромагнитных системах с контролируемым источником [26, 27].

На измерения физических полей существенное влияние оказывает динамика ЛА и поле, им создаваемое. Это влияние можно считать помехой, которая на практике оказывается намного больше, чем амплитуда аномалий поля. При этом, в большинстве случаев, спектр помехи, связанной с движением летательного аппарата, значительно пересекается со спектром аномального поля.

Для магнитометрии это влияние связано с изменением собственной намагниченности носителя по отношению к вектору индукции магнитного поля Земли. Уровень собственной намагниченности для современных аэромагнитометрических систем может составлять около 100 нТл при установке вне фюзеляжа и до 10 000 нТл при установке внутри фюзеляжа. При этом точность измерения магнитного поля 0,1—0,01 нТл. Амплитуда аномалий, которую требуется определить, может составлять менее 0,5 нТл.

Для гравиметрии помехой служат собственные ускорения носителя. Сейчас при съемке стремятся применять небольшие летательные аппараты, которым, однако, трудно обеспечить стабильность траектории. Желательная точность для аэрогравиметрии — 0,1 мГал при времени осреднения порядка 10 с, что пока не достижимо. При градиентометрии оказывают влияние уже такие параметры, как изменение массы оставшегося топлива в баках ЛА.

Для пассивных электромагнитных систем влияние поля исключается благодаря максимальной удаленности приемника от ЛА, однако влияние динамики, которое выражается в изменении ориентации приемника, сохраняется.

В системах с контролируемым источником появляется неконтролируемая часть, связанная с возникновением вторичных источников в проводящих частях фюзеляжа. При отсутствии жесткой фиксации приемника относительно источника поля при движении меняется и нормальная составляющая, и составляющая, обусловленная влиянием летательного аппарата [28].

Таким образом, для потенциала измеряемого поля можно написать соотношение:

$$U = U_n + U_a + U_v + U_c, \qquad (2)$$

где U — потенциал поля, U_n — нормальная составляющая, U_a — аномальная составляющая, U_v — вариационная составляющая, U_c — наведенная помеха.

3. МОДЕЛИ НОРМАЛЬНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ И ИХ НАВИГАЦИОННОЕ ПРИМЕНЕНИЕ

Как было отмечено, нормальное поле описывается известными моделями и может быть вычислено в произвольной точке с заданными координатами (за исключением естественных электромагнитных полей). Как следствие, измерение параметров нормального поля несет навигационную информацию того или иного рода.

Для вычисления параметров нормального магнитного поля обычно применяется ряд Гаусса для скалярного магнитного потенциала поля Земли (International Geomagnetic Reference Field — Международный эталон геомагнитного поля) [29]:

$$U_n^B(r, \theta, \lambda, t) = \sum_{n=1}^{N} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \times$$

$$\times \sum_{m=0}^{n} (g_n^m(t)\cos m\lambda + h_n^m(t)\sin m\lambda)\, P_n^m(\cos\theta),$$

где r — расстояние до центра Земли; θ — дополнение географической широты до оси (полярный угол); λ — географическая долгота; R — стандартный радиус Земли (6372,1 км); g и h — коэффициенты Гаусса, зависящие от времени, задаются на эпоху 5 лет, доступны в сети Интернет; для текущей модели $N = 13$ (12-е поколение, от 22.12.2014); P_n^m — присоединенные функции Лежандра степени n порядка m, нормированные по Шмидту.

Навигационные применения нормального магнитного поля известны с давних времен. Главное из них — магнитный компас. В настоящее время грубые векторные магнитометры по-прежнему применяются для определения магнитного курса. Это оказывается весьма полезным при комплексировании с инерциальными навигационными системами (ИНС) в отсутствие спутниковой навигационной системы (СНС). Добавление векторного магнитометра в комплекс ИНС-СНС также полезно, поскольку обеспечивает коррекцию угла курса во время стоянки.

Для нормального поля в гравиметрии приводится формула Сомильяны для эталонного эллипсоида (WGS84) при высоте над его поверхностью $h = 0$ [30]:

$$g_n(\varphi,\ 0) = \frac{a g_0^a \cos^2\varphi + b g_0^b \sin^2\varphi}{\sqrt{a^2\cos^2\varphi + b^2\sin^2\varphi}}.$$

Здесь φ — географическая широта, значение силы тяжести на полюсе $g_0^a = 9{,}7803267715$ м/с^2 и на экваторе $g_0^b = 9{,}8321863685$ м/с^2, значения полуосей $a = 6\ 378\ 137$ м, $b = 6\ 356\ 752{,}3142$ м.

Зависимость нормальной силы тяжести $g_n(\varphi,\ h)$ от высоты над эллипсоидом, с точностью до малых второго порядка по h, задается уравнением:

$$g_n(\varphi,\ h) = (1 - 2Jh)g_n(\varphi,\ 0) - 2\Omega^2 h.$$

Здесь Ω — угловая скорость вращения Земли, J — средняя кривизна эллипсоида, определяющаяся выражением:

$$J = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{N}\right),$$

$M = \dfrac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2\sin^2\varphi)^{3/2}}$ и $N = \dfrac{a}{(1 - e^2\sin^2\varphi)^{1/2}}$ — радиусы кривизны, $e^2 = \dfrac{a^2 - b^2}{a}$ — квадрат эксцентриситета эллипсоида.

Навигационное применение нормальной составляющей гравитационного поля — это, конечно же, не только представление о вертикали. Модель нормального гравитационного поля лежит в основе инерциальных методов навигации и обязательно учитывается во всех современных инерциальных навигационных системах.

Нормальное поле для пассивных электромагнитных систем до сих пор не изучено в той степени, в которой можно было бы говорить о математической модели. Для электромагнитных систем с контролируемым источником нормальная составляющая задается известными соотношениями для поля точечного диполя:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi r^5}\{[[\vec{M} \times \vec{r}] \times \vec{r}] + 2\vec{r}(\vec{M}^T\vec{r})\} = \\ = \frac{1}{4\pi r^3}(3\vec{e}_r\vec{e}_r^{\,T} - E)\vec{M} = \Omega(\vec{r})\vec{M}. \qquad (3)$$

Здесь M — вектор момента точечного диполя, $\vec{r}$ — радиус-вектор точки измерения относительно положения излучающего диполя, r — его модуль, $\vec{e}_r = \vec{r}/r$ — единичный вектор, направленный вдоль радиуса-вектора $\vec{r}$, E — единичная матрица. Выражение $\vec{a}^T\vec{b}$ соответствует скалярному произведению, а $\vec{a}\vec{b}^T$ — матрице диадного произведения. Матрица $\Omega(\vec{r})$ определяет связь между полем и вектором момента возбуждающего диполя. Значение этой матрицы определяется только параметрами радиус-вектора $\vec{r}$.

Оператор $\Omega(\vec{r})$ в выражении (3) невырожден, а значит, обратим:

$$\vec{M} = \Theta(r)\vec{H}, \quad \Theta(\vec{r}) = [\Omega(\vec{r})]^{-1} = 2\pi r^3(3\vec{e}_r\vec{e}_r^{\,T} - 2E).$$

Очевидно, что здесь, как и в случае стационарного магнитного поля, возможны навигационные применения. Однако возможности по определению навигационных параметров существенно возрастают, если использовать поле нескольких источников, векторы моментов которых линейно независимы. Необходимое условие для полного навигационного решения также состоит в возможности различать поле различных источников во временной или частотной областях. Можно показать, что измерение поля трех совмещенных источников переменного магнитного поля позволяет определить три координаты и три угла ориентации приемника относительно передатчика. Недостаток метода заключается в симметричности поля — в статическом случае задача имеет два диаметрально противоположных относительно передатчика решения.

Задача определения координат и углов сводится к решению нелинейной переопределенной системы уравнений вида:

$$\vec{M}_i^T\vec{M}_j = \vec{H}_i^T\Theta^2(\vec{r})\vec{H}_j, \\ i, j = 0,\ 1,\ 2, \quad j \ge i. \qquad (4)$$

Здесь i, j — номера источников. Система (4) может быть решена как линейная относительно попарных произведений направляющих косинусов вектора $\vec{r}$ и величины $1/r^6$; другой возможный способ решения этой задачи состоит в представлении выражения для магнитного поля в матричном виде, как описано в работе [31].

4. МОДЕЛЬ АНОМАЛЬНОГО ФИЗИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Аномальное поле, как было отмечено, это поле, обусловленное различного типа неоднородностями вблизи поверхности Земли в районе полетов. Именно эта составляющая поля представляет наибольший интерес как в задачах геофизики, так и в задачах навигации. Для получения полного формального описания процедуры бортовых измерений желательно выписать математическую модель аномального поля. Для всех рассматриваемых физических полей существует методика решения прямых задач, когда, исходя из известных распределений физических свойств (магнитная проницаемость, плотность, удельная электропроводность и т. п.), могут быть рассчитаны параметры поля. Однако на практике данные распределения априори не известны. Тем не менее, можно воспользоваться опытом, наработанным при решении обратных задач геофизики — задач определения физических свойств по измерениям параметров поля.

Результатом бортовых измерений являются значения параметров поля на некоторой поверхности. Для определения поля в точке $\vec{r}$ вне поверхности Земли может быть поставлена задача Дирихле: потенциал удовлетворяет уравнению Лапласа (1) и граничному условию — измерениям поля на поверхности, включающей в себя линии полета. Решение такой задачи может быть получено с помощью функции Грина Г:

$$U(\vec{r}) = \iint\limits_{\vec{r}' \in \Sigma} \frac{\partial \Gamma(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial \vec{n}} U(\vec{r}')ds(\vec{r}').$$

Обычно съемка проводится на небольших участках, где оправдано приближение плоской Земли. Переходя к системе координат x_0, x_1, x_2 такой, что ось x_2 вертикальна, запишем решение в виде свертки в горизонтальной плоскости на высоте h с производной функции Грина по направлению внешней нормали:

$$U(\vec{r}) = \Psi(\vec{r} - \vec{r}')U(x_0, x_1, h)dx_0' dx_1',$$

где $U(\vec{r})$ потенциал поля в точке с радиус-вектором $\vec{r} = (x_0, x_1, h)$. Удобно перейти к рассмотрению двумерного спектра потенциала, поскольку в частотной области свертка заменяется умножением:

$$u(k_0, k_1, x_2) = \iint e^{-i(k_0x_0 + k_1x_1)} U(x_0, x_1, x_2)dx_0' dx_1'.$$

Учитывая, что спектр ψ для производной от функции Грина Ψ известен, можно выразить спектр потенциала для произвольного $x_2 > 0$ через спектр для $x_2 = h$:

$$u(k_0, k_1, x_2) = e^{\omega(h - x_2)} u(k_0, k_1, h),$$

$$\psi(k_0, k_1, x_2) = e^{\omega(h - x_2)}, \quad \omega = \sqrt{(k_0^2 + k_1^2)}.$$

Видно, что высокочастотная часть спектра неограниченно возрастает при $x_2 < h$, поэтому задача редукции, или пересчета поля вниз некорректна, поскольку из трех условий корректности — существование, единственность и устойчивость решения — удовлетворяет только первым двум.

Существует несколько подходов к проблеме решения некорректных задач, которые условно можно разделить на детерминированные и статистические. Отметим, что всемирно признанными основоположниками теории некорректных задач являются А.Н. Тихонов [32], В.К. Иванов [33] и М.М. Лаврентьев [34]. В работах этих ученых были заложены основы теории обратных и некорректных задач. Одной из главных стала идея о том, что при исследовании некорректных задач необходимо сузить класс возможных решений. При этом важнейшую роль играет выбор множества, в котором ищется приближенное решение (множество корректности). Чаще всего это множество выбирают компактным, что дает возможность обосновать сходимость регуляризирующих алгоритмов, помогает выбрать параметр регуляризации, оценить уклонение приближенного решения от точного решения некорректной задачи. Основной способ ограничить множество решений — использование априорной информации того или иного рода.

Среди детерминированных методов наиболее распространен вариационный метод регуляризации, связанный с выбором стабилизирующего функционала Тихонова. Как правило, функционал выбирается в виде квадрата нормы аргумента:

$$\left\| U^{\text{выч}}\big|_{x_2 = h} - U^{\text{изм}}\big|_{x_2 = h} \right\|^2 + \alpha\Omega(U|_{x_2 = 0}) \to \min,$$

где α — параметр регуляризации, Ω — стабилизирующий функционал, «изм» — результат измерений, «выч» — результат вычислений. Норма определяется как интеграл в заданной области:

$$\|U\| = \iint U(x_0, x_1, x_2)dx_0dx_1.$$

Значения $U^{\text{выч}}$ вычисляются с помощью корректного пересчета поля вверх:

$$AU|_{x_2 = 0} = U^{\text{выч}}|_{x_2 = h},$$

где A — оператор пересчета. Результат минимизации зависит от выбора параметра регуляризации и стабилизирующего функционала.

Этот подход использует наименьший объем априорной информации, только о точности измерений и пересчета.

Статистический подход начал формироваться во второй половине XX в. Среди основоположников этого подхода А.Г. Тархов, Л.А. Халфин [35], J.N. Franklin [36]. Работы последователей (А.А. Никитин [37], В.И. Дмитриев [38], A. Tarantola [39], R. Forsberg [40]) также уже стали классическими. При статистическом подходе в качестве дополнительной информации используется стохастическая априорная информация об аномалии.

С алгоритмической точки зрения применение стохастических методов — это тоже один из способов регуляризации задачи. Данный подход позволяет решать задачу редукции как задачу оптимального стохастического оценивания. При этом аномальное поле в пространственной области описывается корреляционной функцией C, а в частотной области — спектральной плотностью S:

$$S_{uu}(k_0, k_1, x_2, x_2') = \\ = \iint e^{-i(k_0x_0 + k_1x_1)} C_{UU}(x_0, x_1, x_2, x_2')dx_0dx_1,$$

$$E[U(\vec{r})U(\vec{r})] = C_{UU}(x_0 - x_0', x_1 - x_1', x_2, x_2'),$$

$$E[u(k_0, k_1, x_2)u^*(k_0', k_1', x_2)] = \\ = S_{uu}(k_0, k_1, x_2)\delta(k_0 - k_0')\delta(k_1 - k_1').$$

Здесь E — оператор математического ожидания, * — символ сопряжения, δ — дельта-функция (обобщенная функция Дирака). Получается, что в рамках стохастического подхода потенциал аномалии может быть представлен стационарным плоско-однородным абсолютно интегрируемым случайным процессом, заданным своей корреляционной функцией C в пространственной области и спектральной плотностью S в частотной области. В этой интерпретации спектр потенциала — двумерный белый шум.

Для спектральной плотности также может быть записана формула редукции:

$$S_{uu}(k_0, k_1, x_2) = e^{2\omega(h - x_2)} S_{uu}(k_0, k_1, h).$$

Зная спектральную плотность поля и ядро предварительного сглаживания данных, можно, например, получить методом наименьших квадратов оценку поля на высоте h и воспользоваться формулой редукции для пересчета поля вниз:

$$u(k_0, k_1, x_2) = e^{\omega(h - x_2)} W(k_0, k_1, h)u^{\text{изм}}(k_0, k_1, h).$$

Существует ряд стохастических моделей поля: гауссова модель, которая представляет собой модель поля контактной поверхности на определенной глубине; эвристическая модель Шварца, задающая спектральную плотность аномального поля на заданной постоянной высоте; многослойная модель, описываемая суперпозицией полей нескольких слоев со случайно распределенными источниками, марковская модель порядка m, описываемая конечномерным процессом авторегрессии, с корреляционной функцией

$$C_{UU}(\rho) = \sigma^2 e^{-b\rho}(1 + b\rho + ... + k(b\rho)^{m-1}), \\ \rho = \sqrt{x_0^2 + x_1^2}. \quad (5)$$

В этом выражении b обратно пропорционально радиусу корреляции, σ — среднеквадратичное отклонение аномалии от нуля, дополнительный параметр m позволяет задавать скорость убывания спектральной плотности с частотой.

На практике также удобным оказалось использование модели аномалии как интеграла порядка m от белого шума. В частности, для U можно выписать простую модель в пространственной области [41]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial\rho}\right)^m U(\rho, h) = \varepsilon, \quad E[\varepsilon(\rho)\varepsilon(\rho - r)] = \sigma^2\delta(r),$$

$$S_{uu}(\omega, h) = \frac{\sigma^2}{2\pi}\frac{1}{\omega^{2m}}. \quad (6)$$

Она может достаточно хорошо отражать спектр аномалии в ограниченной зоне в ограниченной полосе частот.

Описание аномальной составляющей поля моделью (5) или (6) позволяет решать задачу определения аномального значения как линейную стохастическую задачу оценивания. Для ее решения могут быть применены алгоритмы калмановской фильтрации и сглаживания [42]. При этом в состав вектора состояния входят производные аномального поля вплоть до порядка $m - 1$, а в наблюдаемый вектор — само аномальное поле.

5. ВАРИАЦИОННАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ ПОЛЯ

Эта составляющая измерений (см. соотношение (2)) представляет еще большую трудность при описании, чем аномальное поле. Она представляет собой зависящий от многих параметров процесс, как следствие, плохо предсказуемый.

В магнитометрии амплитуда вариаций поля может составлять десятки нанотесла за время порядка нескольких часов. Для их исключения в геофизике применяются измерения базовых магнитовариационных станций. Невозможность моделирования магнитных вариаций накладывает ограничения на доверительный уровень амплитуды аномалии при магнитных измерениях для решения задач навигации. Поскольку вариации магнитного поля низкочастотны, значительно лучше обстоят дела при измерении градиента поля. Проведенные эксперименты показывают, что при вариационных изменениях поля на 40 нТл максимум отклонения градиента на том же интервале времени (порядка 10 ч) составил 0,003 нТл/м.

В гравитационном поле наиболее сильные лунно-солнечные вариации составляют до 0,4 мГал. Учитывая достаточно большую постоянную времени данных изменений, ими можно пренебречь при авиационной гравиметрии и гравиградиентометрии.

Вариации магнитного поля сказываются и на электромагнитных измерениях. Но для пассивных систем вариационная составляющая является нормальной составляющей поля и измеряется, а для систем с контролируемым источником, как правило, мощность возбуждения выбирается так, что амплитуда отклика на несколько порядков превышает амплитуду вариаций на соответствующей частоте, и ей можно пренебречь.

Таким образом, вариационная составляющая поля оказывает негативное влияние только в задаче бортовых магнитных скалярных или векторных измерений. Вопрос о возможности идентификации вариационной составляющей и выделения ее на фоне аномального поля пока не решен.

6. СОСТАВЛЯЮЩАЯ ПОЛЯ, ОБУСЛОВЛЕННАЯ ПОЛЕМ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

В структуре бортовой системы измерения физических полей чрезвычайно важное место занимает блок компенсации поля носителя и влияния параметров его движения.

Компенсация — это введение поправок в измерения с учетом полученных тем или иным способом параметров движения. Компенсация в магнитометрии — это учет параметров намагниченности, которые описываются моделью Лелиака (модифицированной моделью Пуассона):

$$\vec{B}_c = \vec{K} + L\vec{B}_0 + M\frac{d\vec{B}_0}{dt},$$

где $\vec{K}$ — вектор постоянной намагниченности ЛА, L — матрица 3×3, описывающая влияние индуктивной части намагниченности, M — матрица, задающая поле вихревых токов. Было показано, что при относительно малых значениях намагниченности поле ЛА может быть скомпенсировано с точностью до малых второго порядка.

Компенсация в гравиметрии — это введение инерциальных поправок и вертикального ускорения, полученного с использованием сторонней информации; т. е. в основном гравиметрическом уравнении $\ddot{h} = f^{\text{изм}} + f_E + g_n + g_a$ необходимо учесть вертикальные ускорения $\ddot{h}$, обычно получаемые по данным СНС, и поправки Этвеша, в современных комплексах вычисляемые по показаниям интегрированной системы ИНС-СНС

$$f_E = \frac{V_E^2}{R_E} + \frac{V_N^2}{R_N} + 2\Omega V_E\cos\varphi,$$

где V_E и V_N — восточная и северная составляющие скорости ЛА, R_E и R_N — соответствующие радиусы кривизны, Ω — угловая скорость Земли, φ — географическая широта.

В случае гравиметрии требования к точности сторонней информации об ускорениях очень высоки. Во всех современных авиационных гравиметрических системах данная информация получается с помощью спутниковых навигационных систем, работающих в дифференциальном фазовом режиме при постобработке. Данное обстоятельство, конечно же, делает невозможным применение современных авиационных гравиметров для задач автономной навигации.

Компенсация при электромагнитных измерениях — введение поправки, соответствующей поляризации летательного аппарата:

$$\vec{H}_{ic} = k_{0i}\vec{H}_{n0} + k_{1i}\vec{H}_{n1} + k_{2i}\vec{H}_{n2}, \quad i = 0, 1, 2,$$

где k_{ij} — коэффициенты разложения вектора наведенного поля как линейной комбинации векторов нормальной составляющей поля различных диполей, работающих на разных частотах.

В случаях магнитных и электромагнитных измерений соответствующие модели задаются набором постоянных коэффициентов, которые можно определить в специальных калибровочных экспериментах. Данные коэффициенты, по сути, описывают поле летательного аппарата как поле одного или нескольких точечных магнитных диполей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведен анализ структур и математических моделей бортовых систем измерения параметров различных физических полей, которые уже применяются или могут применяться для решения задач навигации. Рассмотрены различные бортовые системы измерения различных физических полей, однако структура решаемых проблем в целом одинакова. Это позволяет применять общие для всех систем подходы и схемы.

Наиболее перспективное использование бортовых измерений физических полей для информационного обеспечения систем навигации и управления — решение задач навигации. Методы, которыми можно решать навигационную задачу:

- корреляционно-экстремальный метод с использованием эталона поля;
- комплексирование данных о физических полях (расхождения измеренного поля и эталона) с данными инерциальной навигационной системы (КЭНС-ИНС) [43];
- решение обратной задачи с привлечением дополнительной информации об источнике поля.

Намечены наиболее перспективные направления решения задач навигации с использованием измеренных параметров физических полей в смысле потенциальной точности решения. Это измерение градиента магнитного поля Земли (КЭНС, КЭНС-ИНС) и электромагнитные измерения (системы относительного позиционирования) [44]. Требует исследования вопрос применения поля кажущихся удельных электропроводностей, получаемых при электромагнитных измерениях, для задач навигации (КЭНС, КЭНС-ИНС) [45].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Sander S., Argyle M., Elieff S., Ferguson S., Lavoie V., Sander L.* The AIRGrav Airborne Gravity System // Abstracts from the ASEG-PESA Airborne Gravity 2004 Workshop. — P. 49—54.
2. *Brady N.* A Turnkey Airborne Gravity System — Concept to Reality // Abstracts from the ASEG-PESA Airborne Gravity 2010 Workshop. — P. 28—36.
3. *Краснов А.А., Соколов А.В., Элинсон Л.С.* Новый аэроморской гравиметр серии «Чекан» // Гироскопия и навигация. — 2014. — № 1 (84). — С. 26—34.
4. *Olson D.* GT-1A and GT-2A Airborne Gravimeters: Improvements in Design, Operation, and Processing from 2003 to 2010 // Abstracts from the ASEG-PESA Airborne Gravity 2010 Workshop. — P. 152—171.
5. *Голован А.А., Болотин Ю.В., Парусников Н.А.* Результаты испытаний новейших отечественных аэрогравиметрических комплексов // Разведка и охрана недр. — 2002. — № 2. — С. 18—20.
6. *Михлин Б.З., Селезнев В.П., Селезнев А.В.* Геомагнитная навигация. — М.: Машиностроение, 1976.
7. *Дмитриев С.П.* Высокоточная морская навигация // СПб.: Судостроение, 1991. — 220 с.
8. *May M. B.* Gravity Navigation // IEEE PLANS (Position Location and Navigation Symposium), San Diego, CA, November 6—9, 1978. — P. 212—218.
9. *Zhang X., Zhao Y.* Analysis of Key Technologies in Geomagnetic Navigation // Seventh Intern. Symp. on Instrumentation and Control Technology: Measurement Theory and Systems and Aeronautical Equipment / Proceedings of SPIE, 2008. — Vol. 7128. — P. (71282J-1)—(71282J-6).
10. *Джанджгава Г.И., Августов Л.И., Сорока А.И.* Навигация по аномальному гравитационному полю Земли. Выбор структуры и обоснование требований к системе навигации с учетом возможностей существующего картографического и аппаратного обеспечения // Авиакосмическое приборостроение. — 2002. — № 6. — С. 63—68.
11. *Щербинин В.В., Шевцова Е.В.* Алгоритмы фрагментации цветных фотоснимков для формирования разносезонных эталонных изображений оптических корреляционно-экстремальных систем навигации ЛА // Известия ЮФУ. Технические науки. — 2010. — № 3. — С. 87—92.
12. *Красовский А.А., Белоглазов И.Н., Чигин Г.П.* Теория корреляционно-экстремальных систем. — М.: Наука, 1979. — 448 с.
13. *Корреляционно-экстремальные* системы / Ред. В.П. Тарасенко. — Томск: Изд-во Том. гос. ун-та, 1986. — 134 с.
14. *Дмитриев С.П., Степанов О.А.* Многоальтернативная фильтрация в задачах обработки навигационной информации // Радиотехника. — 2004. — № 7. — С. 11—17.
15. *Степанов О.А., Торопов А.Б.* Использование последовательных методов Монте-Карло в задаче корреляционно-экстремальной навигации // Изв. вузов. Приборостроение. — 2010. — Т. 53, № 10. — С. 49—54.
16. *Bergman N.* Recursive Bayesian estimation. Navigation and Tracking Applications. — Sweden, Linkoping: Linkoping University, 1999. — 219 p.
17. *ОАО* «Раменское приборостроительное конструкторское бюро». Официальный сайт. http://www.rpkb.ru/lines-of-business/electronic_direction/magnetometers/magnetometers-digital-three-component/ (дата обращения: 24.03.2015).
18. *Hardwick C.D.* Non-orientated Cesium Sensors for Airborne Magnetometry and Gradiometry // Geophysics. — 1984. — Vol. 49, N 11. — P. 2024—2031.
19. *Noriega G.* Aeromagnetic Compensation in Gradiometry — Performance, Model Stability, and Robustness // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. — 2014. — Vol. PP, is. 99 (early publication). — P. 1—5.
20. *Dransfield M., Le Roux T., Burrows D.* Airborne Gravimetry and Gravity Gradiometry at Fugro Airborne Surveys // Abstracts from the ASEG-PESA Airborne Gravity 2010 Workshop. — P. 49—57.
21. *Murphy C.A.* Recent Developments with Air-FTG // Abstracts from the ASEG-PESA Airborne Gravity 2010 Workshop. — P. 142—151.
22. *Августов Л.И., Сорока А.И.* Бортовой гравивариометр. Опыт разработки и результаты стендовых испытаний // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2009. — № 3. — С. 51—56.
23. *Killeen P.G.* Exploration Trends and Developments in 2007 / In coop. with The Northern Miner, ed. B. Sylvester, 2008. — 24 p.
24. *Brodie R., Green A., Munday T.* Constrained Inversion of Resolve Electromagnetic Data. — Riverland, South Australia: CRC LEME Open File Report 175, 2004. — 49 p.
25. *Fountain D.* 60 Years of Airborne EM — Focus on the Last Decade // Proc. of the 5th Intern.l Conf. on Airborne Electromagnetics (AEM2008), 28 — 30 May 2008, Haikko Manor, Finland, 2008.

26. *Telford W.M., Geldart L.R., Sheriff R.E.* Applied Geophysics. — Cambridge: Cambridge University Press, 2004. — 744 p.
27. *Инструкция* по электроразведке: наземная электроразведка, скважинная электроразведка, шахто-рудничная электроразведка, аэроэлектроразведка, морская электроразведка / Ред. Л.А. Рейхерт. — Л.: Недра, 1984. — 352 с.
28. *Каршаков Е.В.* Задача калибровки электромагнитной системы относительного позиционирования // Управление большими системами. — 2012. — Вып. 37. — С. 250—268.
29. *International* Geomagnetic Reference Field. — URL: http://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/igrf.html (дата обращения: 02.02.2015).
30. *Торге В.* Гравиметрия // М.: Мир. 1999. 429 с.
31. *Тхоренко М.Ю., Каршаков Е.В., Павлов Б.В., Козлов А.В.* Алгоритм позиционирования подвижного объекта в низкочастотном электромагнитном поле. // Автоматика и телемеханика. — 2015. (в печати).
32. *Тихонов А.Н.* Об устойчивости обратных задач // Доклады Академии наук СССР. — 1943. — Т. 39, № 5. — С. 195—198.
33. *Иванов В.К.* О линейных некорректных задачах // Доклады Академии наук СССР. — 1962. — Т. 145, № 2. — С. 270—272.
34. *Лаврентьев М.М.* О задаче Коши для уравнения Лапласа // Известия АН СССР. Сер. Математическая. — 1956. — Т. 20, № 6. — С. 819—842.
35. *Халфин Л.А.* Информационная теория интерпретации геофизических исследований // Доклады Академии наук СССР. — 1958. — Т. 122, № 6. — С. 1007—1010.
36. *Franklin J.N.* Well-Posed Stochastic Extensions of Ill-Posed Linear Problems // J. Math. and Appl. — 1970. — Vol. 31. — P. 682—716.
37. *Тархов А.Г., Бондаренко В.М., Никитин А.А.* Комплексирование геофизических методов. — М.: Недра, 1982. — 221 с.
38. *Вычислительная* математика и техника в разведочной геофизике / В.И. Дмитриев, В.А. Морозов, М.С. Жданов и др. — М.: Недра, 1990. — 498 с.
39. *Tarantola A.* Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation. — Philadelphia: SIAM, 2005. — 358 p.
40. *Forsberg R.* A Study of Terrian Reductions, Density Anomalies and Geophysical Inversion Methods in Gravity Field Modelling // The Ohio State University, Scientific Report. — 1984. — N 5. — 134 p.
41. *Болотин Ю.В., Попеленский М.Ю.* Анализ точности решения задачи авиагравиметрии при идентификации параметров гравиметра в полете // Фундаментальная и прикладная математика. — 2005. — Т. 11, вып. 7. — С. 167—180.
42. *Каршаков Е.В., Харичкин М.В.* Стохастическая задача оценивания при компенсации девиации аэромагнитометра // Автоматика и телемеханика. — 2008. — № 7. — С. 68—77.
43. *Волковицкий А.К., Каршаков Е.В., Мойланен Е.В., Павлов Б.В.* Комплексирование магнитоградиентной корреляционно-экстремальной и инерциальной навигационных систем // Тр. XIX междунар. конф. по интегрированным навигационным системам. — СПб., 2012. — С. 169—171.
44. *Волковицкий А.К., Каршаков Е.В., Павлов Б.В.* Позиционирование подвижных объектов в низкочастотном электромагнитном поле. Ч. 1. Базовый алгоритм относительного позиционирования // Проблемы управления. — 2013. — № 1. — С. 57—62.
45. *Волковицкий А. К., Каршаков Е. В., Павлов Б. В.* Распределение эффективного удельного сопротивления пород как навигационное поле для корреляционно-экстремальных систем // Известия ЮФУ. Технические науки. — 2012. — № 3 (128). — С. 113—119.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Афанасьевым.

Вовенко Татьяна Анатольевна — ст. инженер,
☎ (495) 334-90-80, ✉ vovenko_t@mail.ru,

Волковицкий Андрей Кириллович — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник,
☎ (495) 334-90-80, ✉ avolkovitsky@yandex.ru,

Каршаков Евгений Владимирович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, ☎ (495) 334-90-80, ✉ karshak@mail.ru,

Павлов Борис Викторович — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник,
☎ (495) 334-93-51, ✉ pavlov@ipu.ru,

Тхоренко Максим Юрьевич — ст. инженер,
☎ (495) 334-92-60, ✉ tkhorenkom@mail.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.