

# ПРИМЕНЕНИЕ МАГНИТОГРАДИЕНТОМЕТРОВ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА

А.К. Волковицкий, Е.В. Каршаков, М.Ю. Тхоренко, Б.В. Павлов

Рассмотрена задача управления магнитным полем подвижного объекта с использованием показаний бортовых магнитных градиентометров с целью минимизации магнитного влияния объекта. Предложено решить эту задачу с помощью установленных на борту магнитных диполей путем изменения их дипольных моментов. Для формирования сигнала обратной связи в контуре управления магнитным полем предложено использовать показания двух градиентометров, установленных на различном удалении от корпуса носителя. Рассмотрены два варианта управления. В одном из них используется разность показаний градиентометров с учетом известного их взаимного расположения. В другом варианте предполагается, что влияние объекта на большом расстоянии пренебрежимо мало, что позволяет оценить внешнее магнитное поле с помощью удаленного магнитоградиентометра. Приведены результаты численного моделирования.

**Ключевые слова:** градиент магнитного поля, СКВИД, размагничивание.

## ВВЕДЕНИЕ

Цель управления магнитным полем может быть разная. Может потребоваться уменьшить магнитное влияние подвижного объекта на показания бортового магнитоизмерительного оборудования, например, при аэромагнитной съемке [1, 2]. Также актуальна задача уменьшения собственного поля подводного аппарата для обеспечения скрытности [3]. Если в первом случае компенсация влияния магнитного поля обычно выполняется на этапе обработки данных путем внесения соответствующих поправок в результаты измерений с учетом известных математических моделей, то во втором случае применяются физические компенсаторы, представляющие собой набор размагничивающих обмоток, позволяющий изменять намагниченность объекта. Управление током в этих обмотках довольно сложное и зависит от целого ряда параметров — положения и ориентации корпуса, линейной и угловой скорости и др. При этом, как правило, магнитное поле не контролируется, компенсация производится с учетом расчетных значений.

В настоящей работе для компенсации влияния магнитного поля предлагается использовать показания буксируемых за подвижным объектом тензорных магнитных градиентометров. Выбор в пользу таких датчиков сделан по той причине, что они

наиболее чувствительные и информативные среди современных магнитоизмерительных систем. Если расстояние от подвижного магнитного объекта до градиентометров значительно меньше, чем расстояние до других источников поля, расположенных в Земле, то, как будет показано далее, показания градиентометров несут достаточно полную информацию о магнитном поле подвижного объекта.

## 1. ПРИНЦИПЫ ИЗМЕРЕНИЯ ГРАДИЕНТА МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Количественными характеристиками магнитного поля служат вектор магнитной индукции  $B$  (здесь и в дальнейшем будем записывать трехмерные векторы как матрицы-столбцы, состоящие из трех элементов), которая измеряется в теслах (Тл) и вектор напряженности магнитного поля  $H$ , которая измеряется в амперах на метр (А/м). Отметим здесь, что в строгом математическом смысле  $B$  и  $H$  являются не векторами, а псевдовекторами, что, однако, не представляет дополнительных сложностей, так как на практике обычно рассматривают переходы между системами координат, включающие в себя только композиции поворотов, при которых псевдовекторы преобразуются так же, как и векторы [4]. Данные величины связаны между собой материальными уравнениями [4]:  $B = \mu_0 H$  (в системе СИ), где  $\mu$  — относительная магнитная



проницаемость среды,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м — магнитная постоянная. Вообще говоря, для анизотропных сред параметр  $\mu$  — это тензор. Однако в большинстве задач измерения градиента магнитного поля этот параметр можно считать постоянной скалярной величиной, равной относительной магнитной проницаемости среды. Для воздуха  $\mu = 1,00000037$ .

Таким образом, векторы напряженности и индукции магнитного поля в рассматриваемых системах отличаются лишь масштабным коэффициентом и единицами измерений. В дальнейшем, в том случае, когда это различие не принципиально, будет употребляться словосочетание *вектор магнитного поля*.

Магнитное поле потенциально:

$$\mathbf{B} = \nabla^T U^B,$$

где  $U^B$  — скалярный потенциал магнитного поля. Соответственно, в системе координат  $Oy_1y_2y_3$  градиент описывается матрицей вторых производных потенциала:

$$\nabla^T \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_1^2} & \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_2 \partial y_1} & \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_3 \partial y_1} \\ \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_1 \partial y_2} & \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_2^2} & \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_3 \partial y_2} \\ \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_1 \partial y_3} & \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_2 \partial y_3} & \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_3^2} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Заметим, что величина (1) не является тензором второго ранга в строгом смысле этого слова — чтобы убедиться в этом, достаточно записать выражения для компонент  $\nabla^T U^B$  в какой-либо криволинейной системе координат (см., например, работу [5]). Однако в силу исторических причин, за величиной  $\nabla^T \mathbf{B}$  закрепилось название тензора градиента магнитного поля. В дальнейшем мы также будем придерживаться этой терминологии.

При достаточной гладкости функции-потенциала матрица симметрична. Кроме того, потенциал является гармонической функцией, поэтому

$$\nabla U^B = \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2 U^B}{\partial y_3^2} = 0.$$

Тем самым тензор градиента магнитного поля имеет только пять независимых компонент.

Чтобы получить компоненты тензора  $T$  градиента магнитного поля, необходимо продифференцировать все компоненты вектора поля. Просто показать, что этот тензор симметричен и его след равен нулю. Тогда тензорным магнитным градиентом можно назвать конструкцию, вклю-

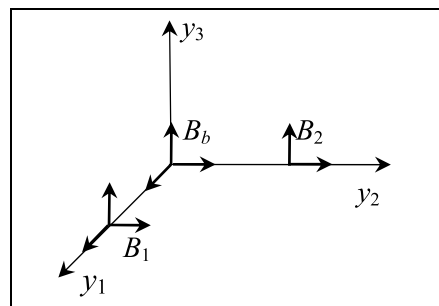


Рис 1. Обобщенная схема тензорного градиентометра

чающую в себя несколько векторных магнитометров, работающих в дифференциальном режиме при фиксированном известном разnose датчиков (рис. 1). Полагая расстояние между датчиками равным 1 м, можно считать, что компоненты вектора вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} \nabla_{11}^2 U^B &= B_{11} - B_{b1}, & \nabla_{22}^2 U^B &= B_{22} - B_{b2}, \\ \nabla_{33}^2 U^B &= -(\nabla_{22}^2 U^B + \nabla_{33}^2 U^B), \\ \nabla_{12}^2 U^B &= \nabla_{21}^2 U^B = B_{12} - B_{b2}, \\ \nabla_{13}^2 U^B &= \nabla_{31}^2 U^B = B_{13} - B_{b3}, \\ \nabla_{23}^2 U^B &= \nabla_{32}^2 U^B = B_{23} - B_{b3}, \end{aligned}$$

где  $B_{ij}$  —  $j$ -я компонента вектора индукции магнитного поля по данным  $i$ -го,  $i = 1, 2, b$ , векторного измерителя.

Заметим, что компоненты вектора индукции магнитного поля, также как компоненты тензора градиента магнитного поля, измеряются в осях, связанных с измерительным устройством. Для того чтобы перепроектировать значения компонент данных величин в любую другую систему координат, необходимо учитывать ориентацию измерителя. По этой причине на подвижных объектах тензорный градиентометр необходимо снабжать системой определения ориентации.

Для измерения компонент вектора магнитного поля на борту применяются, как правило, феррозондовые магнитометры, а для измерения модуля вектора индукции магнитного поля обычно применяются квантовые датчики разных модификаций [6]. Но для измерения компонент тензора с высокой точностью применяются датчики типа СКВИД (Сверхпроводящие Квантовые Интерферометрические Датчики) [7].

## 2. ГРАДИЕНТ ПОЛЯ ТОЧЕЧНОГО МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ

При удалении от источника магнитного поля на расстояние, существенно превосходящее его размеры, поле этого источника не отличимо от поля

точечного диполя. Это справедливо и для витка с током [4], и для более сложных объектов. Точечный магнитный диполь характеризуется двумя векторами: радиус-вектором точки расположения диполя и вектором дипольного момента — всего шесть параметров. Можно предположить, что, измерив шесть независимых параметров, можно определить параметры диполя, создающего эквивалентное измеренному магнитное поле. Как следствие, измерение только параметров тензора градиента не позволяет полностью определить параметры диполя — необходимо измерение еще одного параметра. Тем не менее, измерение тензора градиента позволяет получить дополнительную информацию о параметрах диполя. Компоненты тензора в прямоугольной системе координат могут быть рассчитаны через потенциал поля точечного диполя:

$$\begin{aligned}
 U(r) &= \frac{-\mu_0}{4\pi|r|^3} r^T m, \\
 \nabla U(r) &= \frac{-\mu_0}{4\pi|r|^3} [(I - 3rr^T/|r|^2)m], \\
 T(r) &= \nabla \nabla^T U(r) = \\
 &= \frac{-3\mu_0}{4\pi|r|^5} [(5rr^T/|r|^2 - I)r^T m - (mr^T + rm^T)], \\
 r^T m &= \sum_{i=1}^3 r_i m_i, \\
 r^T m &= \begin{pmatrix} r_1 m_1 & r_1 m_2 & r_1 m_3 \\ r_2 m_1 & r_2 m_2 & r_2 m_3 \\ r_3 m_1 & r_3 m_2 & r_3 m_3 \end{pmatrix}. \quad (2)
 \end{aligned}$$

Здесь  $m$  — вектор дипольного момента,  $r$  — радиус-вектор точки измерения,  $I$  — единичная матрица  $3 \times 3$ .

Измеренный тензор может быть приведен к главным осям, в которых отличны от нуля только диагональные элементы. Обозначим через  $\alpha$  угол, на который отклоняется направление одной из главных осей от радиус-вектора точки измерений (рис. 2). Можно показать, что, зная угол  $\varphi$  направления радиус-вектора относительно диполя, можно определить угол  $\alpha$ . Поскольку тензор остается неизменным при повороте вокруг оси  $y_3$  на  $180^\circ$ , угол определяется с точностью до  $180^\circ$ . Сам же угол  $\alpha$  определяется из соотношения главных компонент тензора (диагональных элементов).

Компоненты тензора градиента определяют направление на два одинаковых по величине и противоположных по направлению диаметрально расположенных диполя  $m$  и  $m'$ , которые могли бы создать измеренный градиент, в силу нечувствительности к повороту на  $180^\circ$ , и еще два диполя  $m''$  и  $m'''$  в силу симметрии относительно оси диполя (рис. 3).

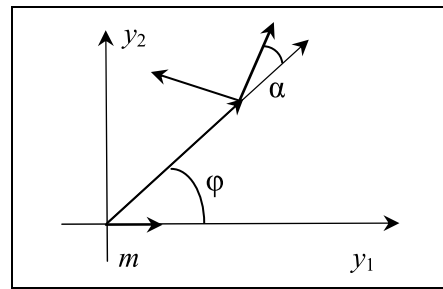


Рис. 2. К параметрам тензора градиента поля точечного диполя: главные оси тензора в точке измерения поля

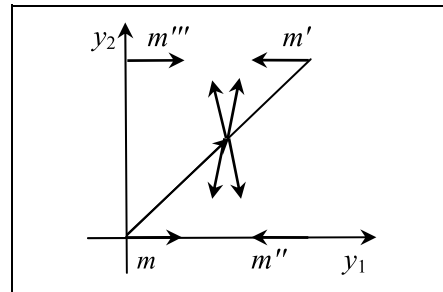


Рис. 3. Неопределенность при пеленгации диполя по измерениям тензора градиента

Полученный результат означает следующее. Поместив в определенной точке пространства диполь с соответствующим дипольным моментом, можно скомпенсировать любое значение градиента магнитного поля. Если же компенсирующий диполь не может быть помещен в произвольном направлении относительно градиентометра, то компенсация градиента достигается размещением двух дипольных излучателей в точках, не лежащих на одной прямой с точкой измерения. Таким образом, установив на борту два размагничивающих устройства и изменяя силу тока в катушках, можно полностью скомпенсировать градиент поля в точке измерения. Однако при этом окажется совершенно необоснованно скомпенсирован и градиент поля Земли.

### 3. МИНИМИЗАЦИЯ РАЗНОСТИ ГРАДИЕНТОВ

Один из возможных вариантов решения задачи определения поля подвижного объекта с целью его компенсации заключается в применении дифференциальной схемы включения двух градиентометров, буксируемых на разном расстоянии от корпуса объекта, и обработке их показаний. Пусть два тензорных градиентометра расположены в точках  $r_1$  и  $r_2$ ,  $|r_1| > |r_2|$ . Располагаясь на разном удалении, эти два градиентометра «видят» магнитное поле существенно по-разному, а аномальное поле



Земли (при существенном удалении от поверхности) — примерно одинаково. Если  $|r_1|/|r_2| = a$ , а расстояние до объекта больше его размеров, градиент поля объекта в точке  $r_2$  в  $a^4$  раза больше, чем в точке  $r_1$ , если полагать поле объекта полем диполя.

Таким образом, можно ставить задачу: подобрать амплитуду дипольных моментов контролируемых источников так, чтобы минимизировать разницу градиентов в двух точках, опираясь на значения разности пяти компонент тензора градиента. Будем предполагать, что относительное положение и ориентация градиентометров и подвижного объекта известны. Также предполагается, что управление выполняется непосредственно дипольными моментами. Рассмотрим связанную систему координат двух диполей  $D_1$  и  $D_2$ . Пусть центр системы координат  $O$  находится в точке расположения диполя  $D_1$ , ось  $Ox_3$  направлена вдоль продольной оси объекта. Предположим, что градиентометры находятся преимущественно позади, т. е. сдвинуты вдоль оси  $Ox_3$ . Пусть диполь  $D_2$  расположен на оси  $Ox_2$ , ортогональной оси  $Ox_3$ , а ось  $Ox_1$  дополняет тройку до правой ортогональной системы координат. Тогда диполь  $D_1$  расположен в точке  $d_1 = (0, 0, 0)^T$ , диполь  $D_2$  в точке  $d_2 = (0, |d_2|, 0)^T$ . Все тензоры градиента будут рассмотрены в этой системе координат. Учитывая формулы (2), можно записать разность градиентов как

$$\Delta T = \sum_{i=1}^2 [T(r_2, m_i, d_i) - T(r_1, m_i, d_i)], \quad (3)$$

где  $m_1, m_2$  — дипольные моменты соответствующих диполей. Очевидно, уравнение (3) (с учетом формул (2)) может быть переписано в виде

$$\tau = A(r_1, r_2, d_2)\mu,$$

$$\tau = (\Delta T_{11}, \Delta T_{22}, \Delta T_{12}, \Delta T_{13}, \Delta T_{23})^T = \{\tau_i\},$$

$$\mu = (m_{11}, m_{12}, m_{13}, m_{21}, m_{22}, m_{23})^T = \{\mu_i\}, \quad (4)$$

где  $m_{ij}$  — компоненты векторов дипольного момента.

Система уравнений (4) недоопределена. Для упрощения можно, например, положить

$$m_{22} = 0 \Rightarrow \mu \in R^{5 \times 1}.$$

Для иллюстрации решения рассмотрим пример. Пусть  $r_1 = (0, 0, 2\rho)^T$ ,  $r_2 = (0, 0, \rho)^T$ ,  $d_2 = (0, -\delta, 0)^T$  для произвольных значений  $\rho$  и  $\delta$ . В этом случае система уравнений (4) будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{4\pi\tau_1}{\mu_0} = \frac{45}{16\rho^4}\mu_3 + 3\rho\left(\frac{1}{(\delta^2 + \rho^2)^{5/2}} - \frac{2}{(\delta^2 + 4\rho^2)^{5/2}}\right)\mu_5 -$$

$$- 15\rho\delta^2\left(\frac{1}{(\delta^2 + \rho^2)^{7/2}} - \frac{2}{(\delta^2 + 4\rho^2)^{7/2}}\right)\mu_5,$$

$$\frac{4\pi\tau_3}{\mu_0} = 3\delta\left(\frac{1}{(\delta^2 + \rho^2)^{5/2}} - \frac{2}{(\delta^2 + 4\rho^2)^{5/2}}\right)\mu_4,$$

$$\frac{4\pi\tau_4}{\mu_0} = \frac{45}{16\rho^4}\mu_1 + 3\rho\left(\frac{1}{(\delta^2 + \rho^2)^{5/2}} - \frac{2}{(\delta^2 + 4\rho^2)^{5/2}}\right)\mu_4,$$

$$\frac{4\pi\tau_5}{\mu_0} = \frac{45}{16\rho^4}\mu_2 + 3\delta\left(\frac{1}{(\delta^2 + \rho^2)^{5/2}} - \frac{2}{(\delta^2 + 4\rho^2)^{5/2}}\right)\mu_5 -$$

$$- 15\rho^2\delta\left(\frac{1}{(\delta^2 + \rho^2)^{7/2}} - \frac{2}{(\delta^2 + 4\rho^2)^{7/2}}\right)\mu_5.$$

Здесь диполь  $D_1$  генерирует слагаемые, содержащие множитель  $45/16\rho^4$ , остальные слагаемые — от диполя  $D_2$ . Для любого  $\tau$  и ненулевого  $\delta$  можно вычислить вектор  $\mu$ .

Зная вектор  $\mu$ , можно задать проекции дипольных моментов. Проблема в том, что диполи находятся в ферромагнитном окружении, поэтому вместо компонент разности градиентов  $\tau$  будет получено

$$\tau' = \tau + M(\mu).$$

Предполагая, что

$M(\mu) = M\mu$  — пуассоновская модель,

$$|M\mu| \ll \tau \Rightarrow |MA^{-1}\tau| \ll \tau,$$

можно построить систему управления с обратной связью, минимизирующую разность градиентов  $\tau$ . В стационарном случае после шага  $n$  остаточная разность равна

$$(MA^{-1})\tau.$$

В соответствии со сделанными предположениями остаток стремится к нулю при увеличении  $n$ .

Результаты численного моделирования приведены в табл. 1. Магнитные свойства подвижного объекта моделировались системой случайным образом распределенных внутри корпуса диполей. За единицу измерений для величины  $\rho$  взята длина корпуса, норма матрицы градиента  $\|T\|_{\max} = \max_{i,j} |T_{ij}|$ , нТл/м. Можно видеть, что от-

Таблица 1

Результаты численного моделирования

$\rho$	$\ T(r_1)\ _{\max}$	$\ T(r_2)\ _{\max}$	$\ T^c(r_{1,2})\ _{\max}$
0,1	206	1000	148
0,2	32,2	206	19,7
1	0,205	2,03	0,077
2	0,018	0,205	0,005

ношение исходного и скомпенсированного тензора  $\|T^c(r_{1,2})\|_{\max} = \|T\|_{\max}/\|T^c\|_{\max}$  в точке  $r_1$  меняется от 1,4 до 3,6, а в точке  $r_2$  — от 6,8 до 41.

#### 4. МИНИМИЗАЦИЯ ГРАДИЕНТА В БЛИЖНЕЙ ТОЧКЕ

Другой результат компенсации можно получить, считая, что дальний градиентометр поля объекта «не видит». Можно измеренное им значение вычесть из показаний ближнего градиентометра, скомпенсировав тем самым поле Земли, и затем выполнить расчетное размагничивание, полагая, что разность градиентов и есть градиент поля объекта в точке расположения ближнего градиентометра. Качество размагничивания будет зависеть от расстояния от точек измерений до корпуса и до основных источников аномального поля земли.

Пусть на расстояниях  $r_1, r_2$  от корпуса установлено два тензорных градиентометра,  $r_1 > r_2$ . Если  $r_1 - r_2$  много меньше расстояния до других источников поля, то оба датчика измеряют близкие по значению градиенты поля Земли. Соответственно, разница измеренных в двух точках градиентов несет информацию преимущественно о поле объекта.

Предложенный принцип контроля и управления магнитным состоянием по схеме с двумя магнитными градиентометрами был подвергнут проверке путем компьютерного моделирования. Была принята следующая структура модели.

Магнитная модель объекта была составлена в виде набора из нескольких дипольных излучателей, произвольно расположенных в объеме предполагаемого корпуса. Естественное нормальное и аномальное поля предполагались полностью скомпенсированными благодаря дифференциальному включению градиентометров. По полученным данным (с учетом очевидной однозначности выбора одной из четырех расчетных точек) вычислялись значения дипольных моментов для размагничивающих катушек и производилось «размагничивание».

Эффективность «размагничивания» оценивалась путем сравнения расчетного значения модуля наведенного поля до и после компенсации в точках расположения градиентометров. Результа-

ты моделирования показаны в табл. 2, где дано поле в точках  $r_1, r_2$  до и после компенсации, нТл. Координаты градиентометров по отношению к объекту при моделировании полагались известными.

Отметим, что при таком подходе к компенсации разность градиентов не будет равна нулю.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретический анализ и численное моделирование предложенных вариантов решения задачи управления магнитным полем подвижного объекта с использованием показаний двух магнитных градиентометров, установленных на различном удалении от корпуса объекта, показали их высокую эффективность. Однако отметим, что для окончательного подтверждения эффективности рассмотренных методов управления магнитным полем, а также установления границ их применимости требуется проведение натурных экспериментов с реальными подвижными объектами.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Noriga G.* Aeromagnetic Compensation in Gradiometry — Performance, Model Stability, and Robustness // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. — 2015. — Vol. 12, iss. 1. — P. 117—121.
2. *Каршаков Е.В., Харичкин М.В.* Стохастическая задача оценивания при компенсации девиации аэромагнитометра // Автоматика и телемеханика. — 2008. — № 7. — С. 17—21.
3. *Bayens T.M.* Analysis of the Demagnetisation Process and Possible Alternative Magnetic Treatments for Naval Vessels / A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy in the School of Physics, Faculty of Science at The University of New South Wales, 2002. — 275 p.
4. *Парселл Э.* Электричество и магнетизм: учеб. руководство / пер. с англ.; под ред. А.И. Шальникова и А.О. Вайсенберга. — М.: Наука, 1983. — 415 с.
5. *Kotsiaros S., Olsen N.* The Geomagnetic Field Gradient Tensor. Properties and Parametrization in Terms of Spherical Harmonics // GEM — International Journal on Geomathematics. — 2012. — Vol. 3, iss. 2. — P. 297—314.
6. *Telford W.M., Geldart L.R. and Sherif R.E.* Applied Geophysics. — Cambridge: Cambridge University Press, 2004. — 744 p.
7. *Clem T.R., Froelich M.C.; D.J. Ovenvay D.J., et al.* Advances in Sensor Development and Demonstration of Superconducting Gradiometer for Mobile Operation // IEEE Trans. on Applied Superconductivity. — 1997. — Vol. 7, iss. 2. — P. 3287—3293.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Афанасьевым.

**Волковицкий Андрей Кириллович** — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, ✉ avolkovitsky@yandex.ru,

**Каршаков Евгений Владимирович** — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, ✉ karshak@mail.ru,

**Тхоренко Максим Юрьевич** — ст. инженер, ✉ tkhorenkom@mail.ru,

**Павлов Борис Викторович** — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник, ✉ pavlov@ipu.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.

Таблица 2

#### Результаты моделирования работы системы контроля и управления магнитным состоянием подвижного объекта

ρ	До компенсации		После компенсации	
	$B_1$	$B_2$	$B_1$	$B_2$
1	14,0	75,9	3,9	9,1
2	2,2	14,0	0,2	0,4